ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

4.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ତୁମେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଶିଖିଛ । ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ସମୂହର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିଥିଲେ ସେ ବସ୍ତୁସମୂହ ଦୁଇଟିରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ଲାଗି ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜାଣିଛ । ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ସମୂହରୁ କିଛି ବସ୍ତୁ କାଢ଼ି ନେଇ ଗଲେ, ବଳକା ଥିବା ବସ୍ତୁର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିଖିଛ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିଜ ସହିତ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ଲାଗି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜାଣିଛ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରୁ ତା'ଅପେକ୍ଷା ଏକ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଫଳାଫଳକୁ ସହଜରେ ଜାଣିବା ଲାଗି ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛ । ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୋଗରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବହୁ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିପାରୁଛ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ବିକାଶ କିପରି ଘଟିଲା ତାହା ଏଠାରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

4.2. ଐତିହାସିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମି

ଆଦିମକାଳରୁ ମଣିଷ ନିଜର ଜୀବନ ଧାରଣ କରିବା ଲାଗି ଖାଦ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା, ସୁରକ୍ଷିତ ଜୀବନଯାପନ କରିବା ଲାଗି ବାସସ୍ଥାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଏବଂ ବାହ୍ୟ ଶତ୍ରୁ କବଳରୁ ନିଜକୁ ରକ୍ଷାକରିବା ଲାଗି ଗୋଷ୍ଠୀଗତ ଜୀବନ ଯାପନ କରିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବାରେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରଥମେ ସେ କେବଳ ଆଜି କଥା ହିଁ ଚିନ୍ତା କରୁଥିଲା । କ୍ରମେ ସେ ଭବିଷ୍ୟତ କଥା ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲା । ଯେତେବେଳେ ସେ ଭବିଷ୍ୟତ ଜୀବନଯାପନ ଲାଗି ପଶୁପାଳନ କରିବା, ବୃକ୍ଷରୋପଣ କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କଲା, ସେତେବେଳେ ସେ ପାଳନ କଲା ଏକାଧିକ ପଶୁ, ସେ ଲଗାଇଲା ଏକାଧିକ ବୃକ୍ଷ । ସେ ଯେଉଁ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ପାଳନ କଲା, ଯେଉଁ ଗଛଗୁଡ଼ିକୁ ଲଗାଇଲା, ସେଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ସେ ଅନୁଭବ କଲା ।

4.2.1. ହିସାବ ରଖିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା

ତା' ଗୁହାଳରୁ ଯେଉଁ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ବାହାରକୁ ଗଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ପୁଣି ସନ୍ଧ୍ୟାବେଳକୁ ଗୁହାଳକୁ ଫେରିଲେ କି ନାହିଁ ତା'ର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି ସମ୍ଭବତଃ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ବାହାରକୁ ଗଲା ବେଳେ ସେ କାନ୍ଥରେ ଗୋଟିଏ ପଶୁଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗାର ଟାଣିଲା ଓ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ଫେରିଲା ବେଳେ, ଗୋଟିଏ ପଶୁ ଗୁହାଳରେ ପଶିଲେ, ଗୋଟିଏ ଗାର ଲିଭାଇଲା । ଶେଷରେ ଯଦି ଦେଖିଲା, ଗୋଟିଏ ଗାର ଅଲିଭା ରହିଲା, ସେ ଜାଣିପାରିଲା ଯେ ତା'ର

ଗୋଟିଏ ପଶୁ ଫେରି ନାହିଁ। ଯଦି ସମସ୍ତ ଗାର ଲିଭିଗଲା ଓ ଗୁହାଳ ବାହାରେ ଆଉ କୌଣସି ପଶୁ ନାହିଁ, ତେବେ ସେ ଜାଣି ପାରିଲା ଯେ ତା'ର ସମସ୍ତ ପଶୁ ଫେରିଆସିଛନ୍ତି।

କହିଲ ଦେଖି :
ତା'ର ସମସ୍ତ ଗାର ଲିଭିବା ପରେ ଗୁହାଳ ବାହାରେ ଆହୁରି ପଶୁଥିବାର ଦେଖାଗଲା, ତେବେ ସେ କ'ଣ ଜାଣିଥିବ ?

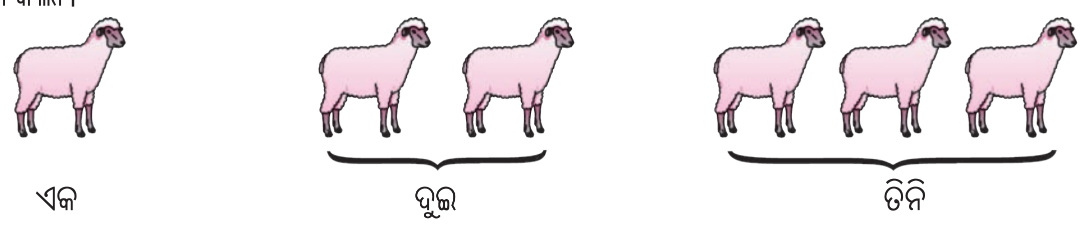
ଗାର ଟାଣିବା ଓ ଗାର ଲିଭେଇବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସରଳ କରିବା ଲାଗି ସେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ଗୋଟିଏ ଗାର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେ ଗୋଟିଏ ପଶୁ ବା ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁଲାଗି ଗୋଟିଏ କାଠି ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ବା ଶୁଖିଲା ମଞ୍ଜିର ବ୍ୟବହାର କଲା। ଏଥର ତା'ର ଯେତିକି ପଶୁ ସେତିକିଟି କାଠିର ବିଡ଼ାଟିଏ ରହିଲା। ପୁଣି ତା' ବାଡ଼ିରେ ଫଳିଥିବା ଫଳଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି ଆଉ ଗୋଟିଏ କାଠି ବିଡ଼ା ରହିଲା। ଏହି ଭଳି ଯେତେ ପ୍ରକାର ପଶୁ ବା ବସ୍ତୁର ହିସାବ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା, ସେତେ ବିଡ଼ା କାଠି ସେ ରଖିଲା। ସମୟ ଆସିଲା ଯେତେବେଳେ ତା' ପାଖରେ ଅନେକ କାଠି ବିଡ଼ା ରହିଲା। ସେତେବେଳେ ଏ କାଠିଗୁଡ଼ିକ ପୁଣି ତା' ପାଇଁ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କଲା।

4.3 ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି :

କାନ୍ଥରେ ଗାର ଟାଣିବା ବା କାଠି ବିଡ଼ା ରଖିବା ବା ଗୋଡ଼ି ଥଳି ରଖିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଦ୍ୱାରା ପଶୁ ବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ହିସାବ ରଖିବା ପାଇଁ ଏକାଧିକ କାଠି ବିଡ଼ା ବା ଗୋଡ଼ି ଥଳି ପରିବର୍ତ୍ତେ ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁର ହିସାବ ରଖିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଲାଗି ମଣିଷ ଚେଷ୍ଟା କଲା। ଶେଷରେ ସେ ଏହି ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ଲାଗି ସୃଷ୍ଟି କଲା **ସଂଖ୍ୟା**।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

ଏକ, ଦୁଇ, ତିନି, ଚାରି, ପାଞ୍ଚ, ଛଅ, ସାତ, ଆଠ, ନଅ, ଦଶ .... । ଏହି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ କହି ସେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନା କଲା।



ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି

କଥାବାର୍ତ୍ତା କଲାବେଳେ ବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ବେଳେ ଦୁଇଟି ନଡ଼ିଆ, ପାଞ୍ଚଟି କଦଳୀ ଆଦି କୁହାଗଲା। ମାତ୍ର ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜରେ ଲେଖିବା ଲାଗି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା।

ଏହି ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ଲାଗି ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ। ଯେତେ ଅଧିକ ବସ୍ତୁ ସେତେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେତେ ଅଧିକ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରାଗଲା। ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠର ବିଭିନ୍ନ ଅଞ୍ଚଳରେ ଥିବା ଲୋକେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂକେତ ସୃଷ୍ଟି କଲେ।

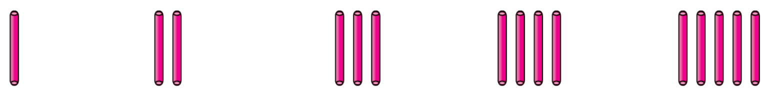
କହିଲ ଦେଖି :
ଅଧିକସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଅଧିକ ଗୁଡ଼ିଏ ସଂକେତ ସୃଷ୍ଟି ହେଲାପରେ ମଣିଷ କେଉଁ ସମସ୍ୟାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇଥିବ ?

4.4 ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସମସ୍ୟା (ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଅନେକ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର)ର ସମାଧାନ କଲେ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତମାନେ । ସେମାନେ ଅଳ୍ପ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କଲେ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

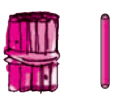
	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
ହିନ୍ଦିରେ	१	२	३	४	५	६	७	८	९
ଇଂରାଜୀରେ	1	2	3	4	5	6	7	8	9

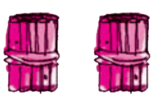
କେବଳ ଏହି ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଲାଗି ସେମାନେ କାଠି ଗଣିବା ବେଳେ ବିଡ଼ାବାନ୍ଧି ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ଅନୁସରଣ କଲେ ।

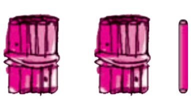


ଅଧିକ କାଠି ଥିଲେ ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା –


ଏକ ବିଡ଼ା

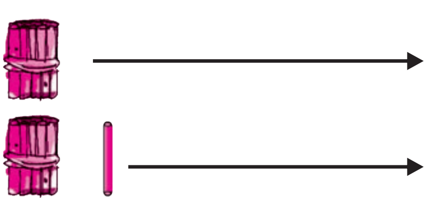

ଏକ ବିଡ଼ା ଓ ଗୋଟିଏ କାଠି


ଦୁଇ ବିଡ଼ା


ଦୁଇ ବିଡ଼ା ଓ ଗୋଟିଏ କାଠି

ଏହିଭଳି ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁସରଣ କରି ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଲାଗି ଘର ବା ସ୍ଥାନର କଳ୍ପନା କରାଗଲା ।

ଦଶଟି କାଠିର ଗୋଟିଏ ବିଡ଼ା ଲେଖିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଘର ବା ସ୍ଥାନ ସୃଷ୍ଟି କରାଗଲା । ତାହା ହେଲା –



ବିଡ଼ାଘର	ଗୋଟିକିଆ ଘର
1	
1	1

	ବିଡ଼ାଘର	ଗୋଟିକିଆ ଘର
→	1	2
→	2	
→	2	1

ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲି ଥିବାରୁ, ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ପୁଣି ସମସ୍ୟା ଦେଖା ଦେଲା । ତାହା ହେଲା –

ଦଶ →	1	
କୋଡ଼ିଏ →	2	

ଦଶ, କୋଡ଼ିଏ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲି ରହୁଛି । ଏଣୁ ଘର ଦୁଇଟି ନ କଲେ, ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲିଥିବା କଥା ଦେଖାଇ ହେବ ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘର ନ ଦର୍ଶାଇ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ ହେଉଛି । ଯଥା –

ଏଗାର →	1	1	→ 11
ବାର →	1	2	→ 12

11 ଲେଖିଲେ ଦୁଇଟି ଘରର ଥିବା କଥା ଜଣା ପଡ଼ିଯାଉଛି । 12, 13, 25, 27 ...... ଆଦି ଲେଖିବା ବେଳେ ଘର ଟଣାଯାଇ ନଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ଘରର ଧାରଣା ଦେଉଛି । ମାତ୍ର ଦଶ, କୋଡ଼ିଏ, ତିରିଶ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ 'ଗୋଟିକିଆ ଘର' ଯେ ଖାଲି ଅଛି ତାହା କେବଳ ଘର ଟଣା ଯାଇଥିଲେ ଜଣାପଡ଼ିବ । ଯେପରି –

	ବିଡ଼ାଘର	ଗୋଟିକିଆ ଘର	
ଦଶ →	1		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ
କୋଡ଼ିଏ →	2		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ
ତିରିଶ →	3		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ

ଏ ସମସ୍ୟା ମଧ୍ୟ ସମାଧାନ କଲେ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତ ।

4.5 ଶୂନର ପରିକଳ୍ପନା

'କିଛି ନାହିଁ' କୁ ଶୂନ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ 'କିଛି ନାହିଁ' ବା 'ଶୂନ୍ୟ' ଲାଗି ସେମାନେ ସଙ୍କେତ '0' ସୃଷ୍ଟି କଲେ ଓ ଏହାର ନାମ ଦେଲେ '**ଶୂନ**' । ଫଳରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଅସୁବିଧା ଦୂର ହେଲା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲେଖିବା –

ଦଶ →	1		→	1	0	→ 10

ଆଉ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଘର ଟାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ। ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିଲେ ତାହା ଦୁଇଟି ଘର ବା ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ସୂଚନା ଦିଏ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ଏକ 'ମୂଲ୍ୟ' ବା 'ମାନ' ରହିଲା। ଏଣୁ ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ **'ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ'** ବ୍ୟବସ୍ଥା କୁହାଗଲା। ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀର ପୂର୍ଣ୍ଣତା ଆଣିବା ପାଇଁ ଶୂନ (0)ର ସୃଷ୍ଟି କରାଯିବା କଥା ତୁମେ ଜାଣିସାରିଲଣି। ଏଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମ ପାଖରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ଲାଗି ଯେଉଁ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ମିଳିଲା ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

4.5.1. ଅଙ୍କ, ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଦଶଟି ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ଯେ କୌଣସି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ ହେଲା। ଯେପରି –

ତିନି ଶହ ପଞ୍ଚଚାଳିଶ ଲାଗି ସଙ୍କେତ 345

ଏଠାରେ, ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 5 x 1 = 5 ;

ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 4, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 4 x 10 = 40 ;

ଶତକ ସ୍ଥାନରେ 3, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 3 x 100 = 300 ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି 345। ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଏକକ, ଦଶକ ଓ ଶତକ (ବା ଶହ) ସ୍ଥାନରେ ରହିଲେ ଯଥାକ୍ରମେ 5, 4 ଓ 3। ଏହି 5, 4 ଓ 3 କୁ 345 ରେ ବ୍ୟବହୃତ **ଅଙ୍କ** ବୋଲି କୁହାଗଲା।

1, 2, 3, 4,5 , 6, 7, 8, 9 ଓ 0 କୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅଙ୍କ ବୋଲି କୁହାଯାଏ। ମାତ୍ର ଆମେ ଯେତେବେଳେ କହୁ 5 ଗୋଟି କଲମ, ସେତେବେଳେ କଲମର ସଂଖ୍ୟା = 5।ଏଠାରେ 5 ଏକ ସଂଖ୍ୟା। ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏବଂ ସେ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି 5।

ଜାଣିଛ କି ?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ଓ 0 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରାଗଲେ, ଏ ଗୁଡ଼ିକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ।

4.6 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗଣନା କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାରୁ, ଏଗୁଡ଼ିକୁ **ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ :

- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା କିଏ ?
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ତା' ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ବଡ଼ ?
- ଏ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ଶେଷ କେଉଁଠି ?

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତୋଟି ତଥ୍ୟ

- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା 1, ସଂଖ୍ୟା 1 ପୂର୍ବରୁ ଆଉ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି। ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ସାନ। କିନ୍ତୁ 1 ର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ।
- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ। ଯେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ବି ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଓ ଏହା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼।
- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ଲାଗି ଦଶଟି ଅଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହାକୁ **ଦଶ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ** ସଂଖ୍ୟା ବା **ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା** ବ୍ୟବସ୍ଥା ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

4.7 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏହି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଅଧିକ ଉପଯୋଗର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା। ନିମ୍ନରେ କେତୋଟି ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି।

ପରିସ୍ଥିତି - 1

ଘରେ ଥିଲା 5 ଟି ଲେମ୍ବୁ। ପୁଣି ଗଛରୁ ତୋଳାହେଲା 7ଟି ଲେମ୍ବୁ। ତେବେ ମୋଟ କେତେ ହେଲା ? ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରୁ ମଣିଷ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 2

ଘରେ ଥିଲା 20ଟି ନଡ଼ିଆ। ସେଥିରୁ ଘରର ପର୍ବରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହୋଇଗଲା 8ଟି ନଡ଼ିଆ। ବଳକା ନଡ଼ିଆ କେତେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ମଣିଷ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 3

ବିଲରୁ ପ୍ରତି ଥରରେ ଘରକୁ ଆସିଲା 15ଟି ଧାନ ହଳାର ଗୋଛା। ତେବେ 7 ଥରରେ ମୋଟ କେତୋଟି ଧାନ ହଳା ଘରକୁ ଆସିଲା ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ସବୁ ଗୋଛାଯାକ ଖୋଲି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଗଣିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କଥା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 4

ସ୍କୁଲକୁ ଆସିଥିଲା 20ଟି ଖାତା। ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ 3 ଲେଖାଏଁ ଖାତା ଦିଆଯିବା ଆବଶ୍ୟକ। ତେବେ କେତୋଟି ପିଲା 3ଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ପାଇପାରିବେ ଓ କେତୋଟି ଖାତା ବଳି ପଡ଼ିବ ?

ଗୋଟି ଗୋଟି ପିଲାଙ୍କୁ ଖାତା ବାଣ୍ଟିବା ପୂର୍ବରୁ କେତେ ପିଲା 3ଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ପାଇବେ ଓ କେତୋଟି ଖାତା ବଳିପଡ଼ିବ ଜାଣିବା ପାଇଁ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କଥା ଚିନ୍ତା କରାଗଲା।

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାରକୁ ସାମିଲ କରି ସୃଷ୍ଟି ହେଲା **ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା** (ସଙ୍କେତ N ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ) । ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲେ - 1, 2, 3, 4, ...

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସତ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ -

- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 । ଏହାର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ସାନ । ଅବଶ୍ୟ ଏହା 1 ଲାଗି ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । କାରଣ 1ର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।
- ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ । ଯେତେବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ବି ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଓ ଏହା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.1

1. କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ବାମରେ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଡ଼ାହାଣରେ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

   (କ) ___ , 28, ___ (ଖ) ___, 248, ___ (ଗ) ___, 567, ___

   (ଘ) ___, 3856, ___ (ଙ) ___, 5000, ___ (ଚ) ___, 99999, ___
3. (କ) 57 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

   (ଖ) 48 ଓ 216 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

   (ଗ) 5729 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
4. (କ) ଏକକ ଅଙ୍କ 5 ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

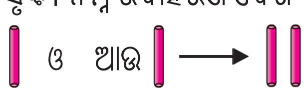
   (ଖ) ଏକକ ଅଙ୍କ 7 ହୋଇଥିବା ବୃହତ୍ତମ ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

   (ଗ) ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ) କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

4.8 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ ।

4.8.1. ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ଅଧିକ, ଏହି ଗୁଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସୃଷ୍ଟି । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ -



(ଗୋଟିଏ କାଠି ଓ ଆଉ ଗୋଟିଏ କାଠି ଏକତ୍ର)

1 + 1 = 1 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 2

2 + 1 = 2ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 3

3 + 1 = 3 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 4

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ 1 ଯୋଗକଲେ ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ ।

ଏବେ 5 + 4 ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । 5 + 4 ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ପାଞ୍ଚଟି କାଠିରେ ଚାରୋଟି କାଠି ମିଶାଇବା ।

5ଟି କାଠି   4ଟି କାଠି

5 ସହ 4 କୁ ଯୋଗକରିବା ଅର୍ଥ 4ଟି ଏକକୁ ଥର ଥର କରି 5 ସହ ଏକାଠି କରିବା । ଏପରି କଲେ ଆମେ 5 + 4 = 9 ପାଇବା । ଏଣୁ 5 + 4 = 9

4.8.2. ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ । ଉଭୟ ଛଅଟି ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ନିଅ ।
- ତୁମେ ତୁମ ସାଙ୍ଗପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣ । ତୁମେ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ରୁ ଗୋଟିଏ ନିଅ ।
- ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ଦୁଇଟିରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର ଓ ଫଳାଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ । ମନେକରାଯାଉ ତୁମ ସାଙ୍ଗପାଖରୁ ତୁମେ ଆଣିଛ 7 ଓ ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ରୁ ନେଇଛ 6 । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ହେଲା, 7 + 6 = 13 ।
- ତୁମେ ଯେଉଁଭଳି କାମ କଲ, ତୁମେ ସାଙ୍ଗକୁ ସେହିଭଳି କାମ କରିବାକୁ କହ ।
- ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ସବୁ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ସରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହିଭଳି କାମ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ପ୍ରତି ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି କି ?

ଏହିପରି ଦେଖାଯିବ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହି ନିୟମକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) 12 + 5   (ଖ) 45 + 12

ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି କି ? ଏଥିରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରୁଥିବାର ଜଣାପଡୁଛି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ । ଦଶଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ନିଅ ।
- ନେଇଥିବା ଦଶଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ସେହି କ୍ରମରେ ନେଇ ଯୋଗ କର । ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ ।

  ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 8 + 6 = 14
- ତୁମର ସାଙ୍ଗକୁ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ଓଲଟା କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖିବାକୁ କୁହ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ଲେଖିବ, 6 + 8 = 14 ।
- ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଫଳାଫଳକୁ ତୁଳନା କର ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଦୁଇ ଦୁଇଟି ଲେଖାଁଏ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏହିଭଳି କାମ କର । କ'ଣ ପାଉଛ କହ ।

ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ରହେ । ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖି ତହିଁରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(କ) 2038 + 352 = 352 + ______ (ଖ) 365 + ______ = 148 + 365

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ / ଶ୍ରେଣୀ ଚଟାଣରେ ତିନୋଟି କୋଠରି କର । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ କୋଠରି ଭାବେ ନାମ ଦିଅ । ଅତିକମ୍‌ରେ 10ଟି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ନିଅ ।

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

4	5	7

- ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ରଖ ।
- ଏବେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର । ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ଲେଖ । ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳରେ ତୃତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ଏହାକୁ ଏପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ (4 + 7) + 5 = 16 ରୂପେ ଲେଖାଯିବ ।
- ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର । ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ? ଯୋଗଫଳରେ ପ୍ରଥମ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ମୋଟ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା ? ଏହାକୁ 4 + (7 + 5) = 16 ରୂପେ ଲେଖାଯିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

- ଏବେ ଆଉ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼କୁ ତିନୋଟି କୋଠରିରେ ରଖି ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଯେପରି କାମ କରିଥିଲ ସେହିପରି କାମ କର ।
- ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ କରିଥିବା କାମରୁ କ'ଣ ପାଉଛ ?

4, 7 ଓ 5 କୁ ମିଶାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀରେ, 4 ଓ 7ର ଯୋଗଫଳ ସହ 5 କୁ ମିଶାଗଲା । କିନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ , 4 ସହ 7 ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳକୁ ମିଶାଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ହେଲା 16 ।

$$(4 + 7) + 5 = 4 + (7 + 5)$$

ଏଣୁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗକରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିପାରିଲେ । ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଯେଉଁ ନିୟମ ଦେଖିଲେ, ତାକୁ ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

4.8.3. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ଆସ ବିୟୋଗକ୍ରିୟାର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

- ଗୋଟିଏ ଚକ୍‌ବାକ୍ସରେ 8 ଗୋଟି ଚକ୍ ରଖ ।
- ସେହି ବାକ୍ସରୁ 3 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଇଯିବା ପାଇଁ ତମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗପିଲାକୁ କୁହ ।
- ସେ 3 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ, ଆଉ କେତୋଟି ଚକ୍ ରହିଲା ଦେଖିବା ।

8 ଟି ଚକ୍‌ରୁ ପିଲାଟି ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଇଗଲା । ଅର୍ଥାତ୍ ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା 8 ରୁ 1 କମିଗଲା । 8 ରୁ 1 କମ୍ ହେଉଛି 8ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟା = 7 ।

7ଟି ଚକ୍‌ରୁ ପୁଣି 1 ଗୋଟିଏ ନେଇଗଲା । ଅର୍ଥାତ୍ ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା 7ରୁ 1 କମିଗଲା । 7ରୁ 1 କମ୍ ହେଉଛି 7ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟା = 6

ସେହିପରି ପିଲାଟି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ ବଳକା ଥିବା ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା = 6 ରୁ 1 କମ ବା 6 ର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା = 5; ଅତଏବ 8 - 3 = 5

ସେହିପରି ଆମେ ପାଇପାରିବା –

8 - 1 = 7
8 - 2 = 6
8 - 3 = 5
8 - 4 = 4
8 - 5 = 3
8 - 6 = 2
8 - 7 = 1

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ (1) ବିୟୋଗ କଲେ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ।

ଆମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଜଗତରେ 1 ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା । 8 - 8 = କେତେ ?

ଏହି ଫଳକୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ 8 ରୁ 8 ବା 8 ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

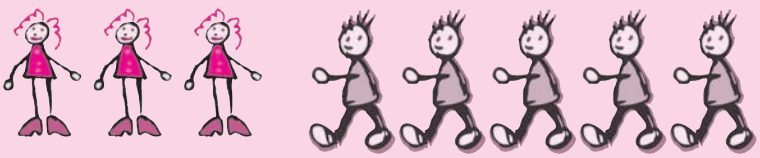
ଅନ୍ୟ କଥାରେ କହିଲେ, ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରୁ ତା' ଅପେକ୍ଷା ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ଏବଂ ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସମ୍ବନ୍ଧ

ତଳେ ଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ -

ଥିଲେ କେତେକ ପିଲା, ତହିଁରୁ ଚାଲିଗଲେ କେତେକ ପିଲା ଓ ବଳକା ରହିଲେ କେତେକ ପିଲା ।

$8 - 5 = 3$



$3 + 5 = 8$

ବଳକା ଥିବା ପିଲାଙ୍କ ସହ ଫେରି ଆସିଥିବା ପିଲା, $3 + 5 = 8$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ,$8 - 5 = 3$ ରୁ ମିଳିଲା $3 + 5 = 8$

ଆମେ କହୁ, $8 - 5 = 3$ । ଏହି ବିୟୋଗ କଥାର ଯୋଗ କଥା ହେଉଛି $3 + 5 = 8$ ।

◆ ଆସ ,ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ବଡ଼ଟିରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

ମନେକର ଆମେ ନେଲେ 8 ଓ 10 ।

$10 - 8 = 2$ $\qquad$ $8 - 10 =$ କେତେ ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ଯେ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ଏଣୁ $8 - 10$ ଲାଗି ଆମ ପାଖରେ କିଛି ଉତ୍ତର ନାହିଁ ।

ଏଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେପରି କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ, ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେପରି କ୍ରମ ବିନିମୟୀ **ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।**

$5+8+3$ କୁ ସରଳ କଲା ବେଳେ ଆମେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାଉ, କାରଣ

$(5+8) + 3 = 5 + (8+3)$ ।

ତେବେ $9 - 5 - 2$ କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ ହେଉଛି ଦେଖିବା ।

$(9 - 5) - 2 = 4 - 2$
$= 2$

$9 - (5-2) = 9 - 3$
$= 6$

ଏଣୁ $(9 - 5) - 2 \neq 9 - (5-2)$

ଜାଣିଛ କି ?

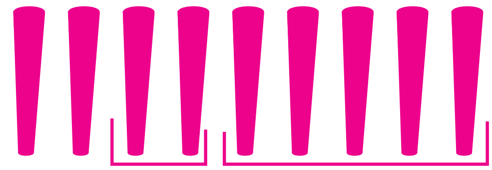
'ସମାନ ନୁହେଁ'କୁ '$\neq$' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $4 - 3 \neq 0$

ଏଣୁ ବିୟୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।**

ତେବେ 9 - 5 - 2 କୁ କିପରି ସରଳ କରିବା ?

ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଭାବିବା ଯେଉଁଠି 9 - 5 - 2 କୁ ସରଳ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଚକ୍ ବାକ୍ସରେ 9 ଗୋଟି ଚକ୍ ଥିଲା । ସେଥିରୁ ସୁମନ୍ତ ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀ ଲାଗି 5ଟି ଚକ୍ ନେଲା ଏବଂ ରଶ୍ମି ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀ ଲାଗି 2 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଲା । କେତୋଟି ଚକ୍ ବଳକା ରହିଲା ?



ସୁମନ୍ତ 5ଟି ଚକ୍ ନେବା ପରେ, ବଳକା ରହିଲା –

$$9 - 5 = 4$$

ରଶ୍ମି 2 ଟି ଚକ୍ ନେବାପରେ, ବଳକା ରହିଲା –

$$4 - 2 = 2$$

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ,

9 - 5 -2 ରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଥମେ ସମ୍ପାଦିତ ହେଲା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ (ଅର୍ଥାତ 2 ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ) ପରେ ସମ୍ପାଦିତ ହେଲା ।

ଏଣୁ $9 - 5 - 2 = (9 - 5) - 2 = 4 - 2 = 2$ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇ ପାରିଥା'ନ୍ତା । ଥିଲା 9 ଟି ଚକ୍, ସୁମନ୍ତ ନେଲା 5ଟି ଓ ରଶ୍ମି ନେଲା 2ଟି, ସୁମନ୍ତ ଓ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ନେଲେ (5 + 2) ଗୋଟି । 9 ଟିରୁ (5 + 2) ଗୋଟି ଚାଲିଯିବାପରେ, ବଳକା ରହିଲା 9 - (5 + 2)

$$\therefore 9 - 5 - 2 = 9 - (5 + 2)$$
$$= 9 - 7 = 2$$

ତୁମେ ସେହିପରି 6 - 1 -2 ପାଇଁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.2

1. ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) 12 + 9 + 8 = (12 + 9) + 8 = ... + ... = ...

   (ଖ) 12 + 9 + 8 = 12 + (9 + 8) = ... + ... = ...

2. (କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା, ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?

   (ଖ) ସବୁଠୁ ଛୋଟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କେଉଁଟି ?

   (ଗ) ସବୁଠୁ ବଡ଼ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କିଏ କହିପାରିବ କି ?

   (ଘ) ଖୁବ୍ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ଭାବ । ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ତୁମେ ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ବଡ଼ ?

3. 536 + 718 + 464 ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଇଛି । କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ଓ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କର ଯେପରି ଯୋଗ କ୍ରିୟାଟି ସହଜ ହେବ ।

4. ନିମ୍ନ ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜ ହେବା ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇ ଯୋଗକର ।

(କ) 417 + 384 + 583 (ଗ) 654 + 333 + 346

(ଖ) 2536 + 1205 + 7464 (ଘ) 2062 + 353 + 1438 + 547

5. ନିମ୍ନ ବିୟୋଗ କଥାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କଥାରେ ଲେଖ ।

(କ) 9 - 5 = 4 (ଖ) 12 - 7 = 5 (ଗ) 316 - 285 = 31

6. ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାମର ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା 1500 । ଯଦି ସେହି ଗ୍ରାମର ପୁରୁଷ ସଂଖ୍ୟା 489 ଓ ମହିଳା ସଂଖ୍ୟା 512 ହୁଏ, ତେବେ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

7. ଶୋଭନ୍ ପାଖରେ 52,718 ଟଙ୍କା ଥିଲା । ସେ କରଜ ଶୁଝିଲା 5000 ଟଙ୍କା ଓ 2500 ଟଙ୍କା ଦାମ୍‌ର ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍ କିଣିଲା । ତା'ପାଖରେ ବଳକା କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଲା ?

4.8.4. ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

(କ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ତୁମେ ଜାଣିଛ – 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 2;

5 + 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 3;

5 + 5 + 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 4

ଅର୍ଥାତ୍, ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କରିବାକୁ ଗୁଣନ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

5 x 2 ର ଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ 5 + 5ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ।

ସେହିପରି 5 x 3 ର ଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ତିନିଗୋଟି 5 କୁ ଯୋଗକରୁ । ଅର୍ଥାତ୍ 5 x 3 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 3 ଗୋଟି 5 ର ଯୋଗ ।

ଏଣୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଆମେ କହୁ –

4 x 7 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28

ଗୁଣନକୁ ଯୋଗରେ ପରିଣତ କରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ଏବଂ ସେହି ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାରେ ଲେଖି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖୁ । ଆମେ ମନେରଖିଥିବା ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରୁ ।

ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ :

(କ) ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଗୁଣନକାର୍ଯ୍ୟ କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5 x 7 = 8 x 6 = 12 X 9 = 14 x 12 =

ଯେଉଁ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକ ପାଇଲ, ସେଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଅର୍ଥାତ୍, **ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

(ଖ) **ନିଜେ କରି ଦେଖ**

- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ । ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନାମିତ କର ।

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା

- ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ସେହିପରି ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କ'ଣ ପାଇଲ ?
- ଏବେ ଆଉ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେହି ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

$3 \times 8 = ?$

$8 \times 3 = ?$

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦେଖିବା ଯେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ସମାନ ହୁଏ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଅର୍ଥାତ୍, **ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

(ଗ) ତଳେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

ତିନି ଗୋଟି ପାଛିଆରେ 4 ଗୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଅଛି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 'କ', 'ଖ', 'ଗ', 'ଘ' ନାମରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

ତଳେ ଚାରୋଟି ପାଛିଆ ରହିଛି । ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'କ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'ଖ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'ଗ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ତୃତୀୟ ପାଛିଆରେ ଓ 'ଘ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ଚତୁର୍ଥ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ତିନୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 4 x 3 = 12

ତଳେ ଥିବା ଚାରୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 3 x 4 = 12

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଛିଆରେ ଚାରୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଥାଇ, ତିନୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ଯେତିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଛିଆରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଥାଇ, ଚାରୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ସେତିକି ।

4 x 3 = 3 x 4

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କେଉଁ ନିୟମକୁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିଲ ?

(ଘ) କଥାଟିଏ ଶୁଣ-

ରାଜାଙ୍କର ଭଣ୍ଡାର ଘରୁ ଗୋଟିଏ ପେଡ଼ି ଚୋରି ହୋଇଗଲା । ଭଣ୍ଡାରରକ୍ଷକ ରାଜାଙ୍କୁ ଚୋରି ହୋଇଥିବା ଖବର ଦେଲେ ଏବଂ ଚୋରି ହୋଇଥିବା ପେଡ଼ିରେ ଥିବା ସୁନା ମୋହରର ହିସାବ ଦେଲେ -

ଭଣ୍ଡାରରକ୍ଷକ କହିଲେ -

ପେଡ଼ିଟିରେ ଥିଲା 5 ଟି ଥାକ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥାକରେ ଥିଲା 4ଟି ଫରୁଆ ଓ ପ୍ରତି ଫରୁଆରେ ଥିଲା 3ଟି ସୁନା ମୋହର ।

ମନ୍ତ୍ରୀ ହିସାବ କଲେ -

ଗୋଟିଏ ଫରୁଆର ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3

ଏଣୁ 4ଟି ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3 x4 = 12

∴ ଗୋଟିଏ ଥାକରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 12

ସେହିପରି 5ଟି ଥାକରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 12 x 5 = 60

ବା, ଏହି ହିସାବକୁ ଆମେ ଲେଖିବା : (3 x 4) x 5 = 12 x 5 = 60

ରାଜା ନିଜେ ହିସାବ କଲେ -

ଗୋଟିଏ ଥାକରେ ଥିବା ଫରୁଆ ସଂଖ୍ୟା = 4

ଏଣୁ 5 ଟି ଥାକରେ ଥିବା ଫରୁଆ ସଂଖ୍ୟା = 4 x 5 =20

ଗୋଟିଏ ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3

∴ 20ଟି ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋଟ ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3 x 20 = 60

ବା, ଏହି ହିସାବକୁ ଆମେ ଲେଖିବା ; (4 x 5) x 3 = 20 x 3 = 60

ରାଜା ଓ ମନ୍ତ୍ରୀଙ୍କ ହିସାବରୁ ମିଳିଥିବା ଚୋରିଯାଇଥିବା ମୋହରର ସଂଖ୍ୟାରେ କିଛି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦେଖୁଛ କି ?

ମାତ୍ର ଦୁହିଁଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟଧାରା ଭିନ୍ନ । କାର୍ଯ୍ୟଧାରା ଭିନ୍ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତର ସମାନ ।

ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ -

(3 x 4) x 5 = 3 x (4 x 5)

ତୁମେ ନିଜେ କର -

(3 x 4) x 5 = ?
3 x (4 x 5) = ?
(3 x 5) x 4 = ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ଗୁଣଫଳ ମିଳିଥିବାର ଦେଖିବା । ତିନି ପ୍ରକାର ଗୁଣନର ଗୁଣଫଳକୁ ଦେଖି କ'ଣ ଜାଣିଲ ? ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ, ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ପ୍ରଥମେ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କରିବା ଓ ଗୁଣଫଳ ସହ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଏହି ନିୟମକୁ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ।

ସହଯୋଗୀ ନିୟମ

ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ସେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନ କରିବା।

(ଙ) **ନିଜେ କରି ଦେଖ**

'ମୁଁ ଲୁଚିଗଲି ତୁମ ଭିତରେ'

- ତୁମେ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବ।
- ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର।
- ନିଜେ ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଓ 1 କୁ ଗୁଣନ କଲା ପରେ ମିଳିଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ କଳାପଟାରେ ଲେଖ।
- ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସହ 1 କୁ ଗୁଣନ କଲ, ସେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୁଣଫଳକୁ ଦେଖ ଏବଂ ତାଙ୍କ ଭିତରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ। କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ?
- ଆଉ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେଥିରେ 1 ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

ଗୁଣନର ଅଭେଦ ନିୟମ

ଯେ କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା x 1 = 1 x ସେହି ସଂଖ୍ୟା = ସେହି ସଂଖ୍ୟା

ଜାଣିଛ କି ?

1 ହେଉଛି ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ।

4.7.5. ଗୁଣନ ଓ ଯୋଗ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି : ପୂଜା ଓ ରିପୁନ୍ ଉଭୟଙ୍କର ଆଜି ଜନ୍ମଦିନ। ପୂଜାର ବୟସ ହେଲା 12 ଓ ରିପୁନ୍‌ର ବୟସ ହେଲା 8। ସେମାନଙ୍କୁ ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ। ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ତା' ବୟସର 4 ଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ। ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ଚକୋଲେଟ୍ ପାଇବେ ?

ମୋଟରେ ସେମାନଙ୍କୁ କେତେଗୋଟି ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ ?

ଉତ୍ତର - ପୂଜା ପାଇବା ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 12 x 4 = 48

ରିପୁନ୍ ପାଇବା ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 8 x 4 = 32

∴ ଉଭୟଙ୍କୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ମୋଟ ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 48 + 32 = 80

ଏହି ହିସାବକୁ ନିମ୍ନମତେ ମଧ୍ୟ କରାଯାଇ ପାରେ -

ସେମାନଙ୍କୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ମୋଟ ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା= (12 + 8) x 4

= 20 x 4 = 80

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, 12 x 4 + 8 x4 = (12+8) x 4

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି :

ଜଣେ କର୍ମଚାରୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଲାଗି 20 ଟଙ୍କା ଓ ଚା' ଖାଇବା ପାଇଁ 5 ଟଙ୍କା ପାଆନ୍ତି । ସେ ଚାରିଦିନ ଲାଗି ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ପାଇଁ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇବେ ?

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହିସାବ :

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି ତାଙ୍କର

1 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = (20 + 5) ଟଙ୍କା

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି ତାଙ୍କର

4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = (20+5)x4 ଟଙ୍କା

= 25 x 4 ଟଙ୍କା = 100ଟଙ୍କା

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହିସାବ :

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ପାଇଁ 4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = 20 x 4 ଟଙ୍କା

ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି 4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = 5 x 4 ଟଙ୍କା

4 ଦିନ ଲାଗି ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ବାବଦକୁ

ମୋଟ ପ୍ରାପ୍ୟ = 20 x 4ଟ. + 5 x 4ଟ.

= 80 ଟ. + 20ଟ. = 100 ଟଙ୍କା

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ - (20 + 5) x 4 = 20 x4 + 5 x 4

ଏପରି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତି ତୁମେ ଲେଖ । ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ସାଥି ପିଲା ବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ :

ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟର ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଯେଉଁ ଫଳ ମିଳିବ, ପ୍ରଥମକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଫଳ ମିଳିବ ।

ଗୁଣନ ଓ ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ **ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ମଧ୍ୟ ରହିଛି । ଏହାର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି –

(8 - 5) x 4 = 8 x 4 - 5 x 4

ଏହାର ସତ୍ୟତା ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.3

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

(କ) 5 x 8 = 8 x 5

(ଖ) ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଗ) (8 x 5) x 3 = 8 x (5 x 3) = (8 x 3) x 5

(ଘ) 5 x 1 = 1 x 5 = 5, 12 x1 = 1 x 12 = 12, 308 x 1 = 1 x 308 = 308

(ଙ) (7 + 5) x 3 = 7 x 3 + 5 x 3

(ଚ) (12 - 4) x 5 = 12 x 5 - 4 x 5

2. ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଦେଖ । ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କର ।

ଉଦାହରଣ : $37 \times 14 = (30 + 7) \times 14$

$= 30 \times 14 + 7 \times 14$

$= 420 + 98$

$= 518$

(କ) 118×12 (ଖ) 98×16 (ଗ) 206×18 (ଘ) 512×28

3. (କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ କୁହାଯାଏ ?

(ଖ) କେଉଁ ନିୟମ ଆମକୁ ତିନିଗୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ?

(ଗ) $12 \times 7 \times 5$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ କ୍ରମରେ ନେଇ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କର ।

4. ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ସରଳ କର –

(କ) $(15 + 5) \times 6$ (ଖ) $(12 + 7) \times 5$ (ଗ) $4 \times (8 + 6)$

(ଘ) $(15 + 12) \times 4$ (ଙ) $8 \times (17 - 9)$ (ଚ) $(324 - 220) \times 5$

5. ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସରଳ କର –

(କ) $398 \times 7 + 398 \times 3$

(ଖ) $8265 \times 163 + 8265 \times 37$

(ଗ) $15625 \times 15625 - 15625 \times 5625$

(ଘ) $887 \times 10 \times 461 - 361 \times 8870$

6. ଜଣେ ଦୋକାନୀ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ 9785 ଟଙ୍କା ଦାମ୍‌ର 115 ଗୋଟି ଟେଲିଭିଜନ ବିକ୍ରୟ କଲେ । ତେବେ ମୋଟ ବିକ୍ରିଦାମ ବାବଦକୁ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇଲେ ?

7. ଜଣେ ବ୍ୟବସାୟୀ ପ୍ରତି ରିକ୍ସାରେ ତିନି ବସ୍ତା ଚାଉଳ ଓ 8 ବସ୍ତା ଡାଲି ବୋଝେଇ କରି ହାଟକୁ ପଠାନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ହାଟ ପାଳିରେ ସେ 8ଟି ରିକ୍ସା ବୋଝେଇ କରି ଚାଉଳ ଓ ଡାଲି ହାଟକୁ ପଠାଇଲେ । ତେବେ ସେହି ହାଟ ପାଳିରେ ସେ ମୋଟ କେତେ ବସ୍ତା ଜିନିଷ ହାଟକୁ ପଠାଇଲେ ?

4.8.6. ହରଣ (ବା ଭାଗ) ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଏହା ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ :

ଆସ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା – ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପତାକା ଉତ୍ତୋଳନ କରିବା ଲାଗି 8ମି. ଲମ୍ୱର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ ଦରକାର । ଅଫିସ୍‌ରେ ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାଟିଏ ଅଛି । ସେଇଟି 42ମି. ଲମ୍ୱ ।

ରମେଶ୍ କହିଲା, 'ଅଫିସ୍‌ରେ ଥିବା ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାରୁ 8ମି. ଲମ୍ୱର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ କାଟି ଆଣିବା ।'

ରିହାନ୍ କହିଲା, 'ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାରୁ 8ମି. ଲମ୍ୱର ଯେତେଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳି ପାରିବ ସେତେଖଣ୍ଡ କାଟି ରଖି ଦେଲେ, ଯେତେବେଳେ ଦରକାର ସେଥିରୁ ଖଣ୍ଡେ ଆଣି ପତାକା ଟଙ୍ଗାଇବା କାମ ହୋଇପାରିବ ।'

8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା କଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ ହେଲା । ସୀମା କିନ୍ତୁ କାଗଜ କଲମ ଧରି ହିସାବ କରିବାକୁ ଲାଗିଲା –

ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାର ଲମ୍ବ 42 ମି. ।

	42 ମି.
• 8 ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ କଟାଗଲା ।	– 8 ମି. (ଖଣ୍ଡେ)
ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?	34 ମି.
• ଆଉ ଖଣ୍ଡେ 8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା କଟାଗଲା ।	– 8 ମି. (ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ)
ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?	26 ମି.
• ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।	– 8 ମି. (ତିନି ଖଣ୍ଡ)
ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?	18 ମି.
• ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।	– 8ମି. (ଚାରି ଖଣ୍ଡ
ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?	10 ମି.
• ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।	– 8 ମି. (ପାଞ୍ଚ ଖଣ୍ଡ)
ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?	2 ମି.

ଦଉଡ଼ା କଟା କାର୍ଯ୍ୟ ସରିବା ପୂର୍ବରୁ ସୀମା ତା' ହିସାବକୁ ଦେଖି କହିଲା– '8ମି. ଲମ୍ବର 5ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଥିବ ଓ ଖଣ୍ଡେ 2ମି. ଲମ୍ବର ଛୋଟ ଦଉଡ଼ା ବଳକା ଥିବ ।'

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତେ ଦେଖିଲେ ପତାକା ଟଙ୍ଗାଯାଇପାରିବା ଭଳି 5ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଲା ଏବଂ 2ମି. ଲମ୍ବର ଛୋଟ ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ ବଳିଲା । ସୌମେନ୍, ସୀମାର ହିସାବକୁ ଦେଖୁଥିଲା । ଶେଷରେ ସେ ଚକ୍ ଖଣ୍ଡେ ନେଇ କଳାପଟା ଉପରେ ହିସାବ କଲା ।

5 ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଲା

$$8\,\overline{\smash{)}\,42}$$
$$-40$$

2 ମି. ଦଉଡ଼ା ବଳିଲା

ହିସାବ କରିସାରି କହିଲା – 'କାଟିବା ଆଗରୁ ଆମେ ଜାଣି ପାରିଥା'ନ୍ତେ କେତେଖଣ୍ଡ ପତାକା-ଟଙ୍ଗା ଦଉଡ଼ି ମିଳିବ ଆଉ କେତେ ବଳିବ !'

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

42 ରୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 8 କୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରି ଯାହା ଜଣା ପଡ଼ିଲା, 42 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରି ମଧ୍ୟ ତାହା ଜଣାପଡ଼ିଲା ।

ଜଗଦୀଶ୍ କହିଲା – 'ଯେଉଁ 2 ମି. ଲମ୍ବ ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡ ବଳିଲା, ସେଥିରେ କ'ଣ ବା କାମ ହେବ ? ଆମେ ଯଦି ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ସମାନ ପାଞ୍ଚଖଣ୍ଡ କରି କାଟିଦେଇଥା'ନ୍ତେ, ତେବେ ଆଦୌ ଦଉଡ଼ା ନଷ୍ଟ ହୋଇ ନଥା'ନ୍ତା ।'

ରିହାନ୍ ପଚାରିଲା, 'ତାହା କିପରି କରିଥା'ନ୍ତେ ?'

ଜଗଦୀଶ୍ କ'ଣ କଲା ଆସ ଦେଖିବା – ତା'ର ଗୋଟିଏ ସାଥି ପିଲା ଶରତକୁ କିଛି ଦୂରରେ ଛିଡ଼ା କରାଇଲା ଏବଂ ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ପାଞ୍ଚ ପରସ୍ତ ହେବା ଭଳି ନିଜ ହାତ ଓ ଶରତର ହାତରେ ଗୁଡ଼ାଇଲା । ତା'ପରେ ଉଭୟ ହାତ ପାଖରେ ଦଉଡ଼ାର ଭାଙ୍ଗ ସ୍ଥାନରେ କାଟିଦେବାକୁ କହିଲା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦଉଡ଼ାଟି ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କଟା ହୋଇଗଲା ।

ଜଗଦୀଶ୍ କହିଲା – 'ଦେଖ, ଏଥିରେ ଦଉଡ଼ା ଆଦୌ ନଷ୍ଟ ହେଲା ନାହିଁ ।'

ସୀମା ପଚାରିଲା – 'ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ କେତେ ? '

ମପାଯାଇ ଦେଖାଗଲା ଯେ ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ ହେଲା 8ମି. 40ସେ.ମି. ।

ସୌମେନ୍ କହିଲା, ମାପ ନ କରି କିପରି ପ୍ରତିଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ ଜାଣି ପାରିବା ଦେଖ –

ଦଉଡ଼ାର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ମି.ବା 4200 ସେ.ମି. । ଏହାକୁ ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କଟାଗଲା ।

ଏଣୁ ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ $= \frac{4200}{5}$ ସେ.ମି.

= 840 ସେ.ମି. ବା 8 ମି. 40 ସେ.ମି.

ରିହାନ୍ କରିଥିବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ଦେଖାଗଲା – **ହରଣ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୋଟିଏ ସାନ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ବିୟୋଗ ।**

ଜଗଦୀଶ୍ର କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଦେଖାଗଲା – **ହରଣ ହେଉଛି ଗୁଣନର ବିପରୀତ କାର୍ଯ୍ୟ** ଅର୍ଥାତ୍ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ 42 ତାହା ସ୍ଥିର କରିବା ହେଲା ହରଣ ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବଳକା ବା ଭାଗଶେଷ ରହିପାରେ । ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ,

42 ହେଉଛି ଭାଜ୍ୟ	(ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମିକ ଭାବେ ବିୟୋଗ କରାଗଲା)
8 ହେଉଛି ଭାଜକ	(ଯାହାକୁ 42 ରୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରାଗଲା)
5 ହେଉଛି ଭାଗଫଳ	(42 ରୁ ସର୍ବାଧିକ ଯେତେ ଥର 8କୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିଲା)
2 ହେଉଛି ଭାଗଶେଷ	(42 ରୁ 8କୁ 5ଥର ବିୟୋଗ କଲା ପରେ ଯାହା ବଳିଲା)

ହରଣ କଲା ବେଳେ, ଆମେ ଦେଖିଲେ : $42 - 8 \times 5 = 2$

ଭାଜ୍ୟ – ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ = ଭାଗଶେଷ ଅଥବା ଭାଜ୍ୟ = (ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ) + ଭାଗଶେଷ

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ –

42 ହେଉଛି ଲବ ବା ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା

5 ହେଉଛି ହର ବା ଭାଗସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{42}{5}$ ମି. ବା 8ମି. 40 ସେ.ମି. ହେଉଛି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ x ଭାଗସଂଖ୍ୟା = ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଭଗ୍ନାଂଶ ହୋଇପାରେ । ଏଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ହରଣ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସରରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ତଥ୍ୟ

- ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସରରେ ହରଣ ହେଉଛି ଏକ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ ସାନ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ବିୟୋଗ ।
- ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି ଭାଜ୍ୟ, ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଭାଜକ, ସର୍ବାଧିକ ଯେତେ ଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ହେଉଛି ଭାଗଫଳ ଓ ବଳକା ରହିବା ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଭାଗଶେଷ ।
- ଭାଗଶେଷ ସର୍ବଦା ଭାଜକ ଠାରୁ ସାନ ।

4.8.7. ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ

(କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭାଜ୍ୟତା

ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେବା ଯାହା 5 ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥିବ । ମନେକରାଯାଉ ଆମେ ନେଲେ 15. ଏହାକୁ 2, 3 ଓ 5 ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ ପୃଥକ ଭାବରେ ଭାଗ କରିବା ।

$$\begin{array}{r|l} & \ \ 7 \\ \hline 2 & 15 \\ & -14 \\ \hline & \ \ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \ \ 5 \\ \hline 3 & 15 \\ & -15 \\ \hline & \ \ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \ \ 3 \\ \hline 5 & 15 \\ & -15 \\ \hline & \ \ 0 \end{array}$$

ଆମେ ଦେଖିଲେ – 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲା ବେଳେ 1 ଭାଗଶେଷ ରହିଲା, ମାତ୍ର 3 ବା 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲା ବେଳେ ଶୂନ ଭାଗଶେଷ ରହିଲା ବା କିଛି ଭାଗଶେଷ ରହିଲା ନାହିଁ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କହୁ – 15, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ମାତ୍ର 3 ଓ 5 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ଠାରୁ ଏକ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସର୍ବଦା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ । ଅର୍ଥାତ୍ କେତେକ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷରେ କିଛି ଭାଗଶେଷ ବଳେ, ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ବଳେ ନାହିଁ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣ :

5ଟି ଚକ୍ ଥିବା ବାକ୍ସରୁ 5ଟି ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ ଆଉ ଚକ୍ ବଳିବ ନାହିଁ।

ଏଣୁ 5 ରୁ 5 ଏକଥର ମାତ୍ର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ।

ଫଳରେ ଆମେ ଜାଣିଲେ $5 \div 5 = 1$ ଏବଂ ଭାଗଶେଷ ନାହିଁ।

ସେହିପରି $18 \div 18 = 1$

$637 \div 637 = 1$

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ 1।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ,
>
> ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ÷ ସେହି ସଂଖ୍ୟା = 1
>
> ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନିଜଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ।

(ଗ) ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ହରଣ :

8 ଟି ଚକ୍ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ଥରକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଲେ, 8 ଥର ନେବାପରେ ସମସ୍ତ ଚକ୍ ସରିଯିବ। ଏଣୁ $8 \div 1 = 8$

ସେହିପରି $32 \div 1 = 32$

$642 \div 1 = 642$

କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ,
>
> ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ÷ 1= ସେହି ସଂଖ୍ୟା

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.4

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଭାଗକ୍ରିୟା ଠିକ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର।

   (କ) $7772 \div 58$ (ଘ) $6906 \div 35$

   (ଖ) $6324 \div 245$ (ଙ) $12345 \div 975$

   (ଗ) $16025 \div 1000$ (ଚ) $5436 \div 300$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଭାଗକ୍ରିୟା ଠିକ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ –
>
> ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ
>
> ଏହାକୁ ୟୁକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଏ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର –

   (କ) $104 \div 104 =$ .... (ଖ) $305 \div$ .... $= 305$

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଓ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି ବିଭାଜ୍ୟ ତାହା ଲେଖ।

   (କ) 306 [2, 3, 4, 5, 6] (ଖ) 1701 [6, 7, 8, 9] (ଗ) 3564 [7, 8, 9, 11]

4. ଛ' ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା 74 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

5. ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା 48 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

6. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 24 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ 18 ଭାଗଫଳ ପଡ଼ି 9 ଭାଗଶେଷ ରହିବ ?

7. ଜଣେ କୃଷକଙ୍କ ପାଖରେ 700 ଚାରା ଗଛ ଥିଲା । ସେ ପ୍ରତି ଧାଡ଼ିରେ 32ଟି ଲେଖାଏଁ ଚାରା ଗଛ ଲଗାଇଲେ । ତାଙ୍କ ପାଖରେ କେତୋଟି ଚାରାଗଛ ବଳିଥିବ ?

8. ଏକ ପ୍ରେକ୍ଷାଳୟରେ ପ୍ରତି ଧାଡ଼ିରେ 36 ଟି ଲେଖାଏଁ ଚଉକି ରଖାଯାଇଥିଲା । ତେବେ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତୋଟି ଧାଡ଼ିରେ 600 ଦର୍ଶକ ବସି ପାରିବେ ଏବଂ କେତୋଟି ଚଉକି ବଳିବ ?

9. (କ) 1325 ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତେ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗ ଫଳ 36 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

(ଖ) 1325 ସହ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତେ ଯୋଗକଲେ ତାହା 42 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

10. (କ) 102 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଏବଂ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ଲେଖ । 102 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ = ... ଭାଗଶେଷ = ...

(ଖ) 102 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଏବଂ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନରେ ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ଲେଖ । 102 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ .... ଓ ଭାଗଶେଷ .... ।

11. ପ୍ରଶ୍ନ ନଂ 10 ରେ ଦେଖିଲେ, 102 ଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥିବା ବେଳେ –

ଭାଜକ 12 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 8 ;

ଭାଜକ 8 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 12 ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ 6 ।

ବର୍ତ୍ତମାନ 106 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

106 କୁ ପୂର୍ବ ଭାଗଫଳ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ କେତେ ହେଉଛି ସ୍ଥିରକର ।

ପ୍ରଶ୍ନ 10 ରେ ଦେଖିଥିଲେ, ଭାଜକ 12 ବେଳେ ଭାଗଫଳ 8 ଏବଂ ଭାଜକ 8 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 12 ।

ମାତ୍ର ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଭାଜକ 12 ହେଲେ ଭାଗଫଳ ଯେତେ ପାଇଲ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଜକ ନେଇ ଭାଗକ୍ରିୟା କଲାବେଳେ ଭାଗଫଳ 12 ହେଲା କି ? କାହିଁକି ହେଲା ନାହିଁ ?

12. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 15 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ନ ରହେ, ତେବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମଧ୍ୟ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ?

4.9 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ପ୍ରସାରଣ

ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାହାଯ୍ୟରେ କେବଳ ଦଶଗୋଟି ଅଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସମସ୍ତ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ କଥା ଯେତେବେଳେ ଚିନ୍ତା କରାଗଲା, ସେତେବେଳେ 'କିଛି ନାହିଁ' ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସଂଖ୍ୟାରୂପ ଦେବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡିଲା ଏବଂ ସେଥିଯୋଗୁ ଶୂନ (0)ର ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ଓ ଏହାକୁ ଏକ ଅଙ୍କରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ 'ଯାହା ଥିଲା, ସବୁ ସରିଗଲା', ଏହା ଏକ ସାଧାରଣ ପରିସ୍ଥିତି । ଅର୍ଥାତ୍ 3 - 3, 5 - 5, 215 - 215 ଆଦି ବିୟୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗଫଳ ଦର୍ଶାଇବା ଲାଗି ଶୂନର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏଣୁ ଶୂନ (0) କୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ଭିତରେ ମଧ୍ୟ ସାମିଲ୍ କରିବାର ଚିନ୍ତା କରାଗଲାଣି । ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସହ ଶୂନ (0) କୁ ସାମିଲ କରି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ତାହା ହେଲା **ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ।**

ଜାଣିରଖ

0, 1, 2, 3, 4, 5 .... ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ (ଏହାକୁ କେତେକ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବୋଲି କହିଥାନ୍ତି) । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ N^* ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଉଛି ।

4.9.1. ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା

(କ) କୌଣସି ବସ୍ତୁ ନ ଥିବା ଅବସ୍ଥା ଅନ୍ୟ କଥାରେ 'କିଛି ନାହିଁ' ର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଶୂନ (0) ।

ଏଣୁ 5 + 0 = 5 + କିଛି ନାହିଁ

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ 5 ହିଁ ହେବ ।

ସେହିପରି, $7 + 0 = 7$, $285 + 0 = 285$

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଯେକୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0)କୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ନିୟମ :

ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0) ଯୋଗ କଲେ ବା ଶୂନ (0) ସହ ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ, ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଏହି କାରଣରୁ 0କୁ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ 0 କୁ ସାମିଲ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଭେଦ ନିୟମ ସ୍ଥାନ ପାଇ ନ ଥିଲା କିମ୍ବା ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ମଧ୍ୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ନ ଥିଲା ।

ଆମେ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିପାରିବା ଯେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେଉଁ ଯେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରିଥିଲେ, ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେ ସମସ୍ତ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

4.9.2. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନିୟମ

(କ) ନିମ୍ନସ୍ଥ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ –

$3 - 3 = 0$, $5 - 5 = 0$, $238 - 238 = 0$

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଯେ କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ଶୂନ (0) ହୁଏ ।

ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଚକ୍‌ବାକ୍ସରେ କୌଣସି ଚକ୍ ନଥାଏ ସେଥିରୁ ଚକ୍‌ଟିଏ ଆଣିବାକୁ ଗଲେ, କେବଳ ଖାଲି ହାତରେ ଫେରି ଆସିବା । ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ ଖାଲି ଥିବା ବାକ୍ସରୁ 'କିଛି ନାହିଁ' ଟିଏ ଆଣିଲେ । ତା'ପରେ ବି ଖାଲିବାକ୍ସ, ଖାଲି ବାକ୍ସ ହୋଇ ରହିଲା ।

ଏଣୁ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗୋଟିଏ ନିୟମ ହେଲା –

ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗକଲେ ବିୟୋଗଫଳ ଶୂନ (0) ହେବ ।

(ଖ) ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା –

ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଚକ୍‌ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ମୁଁ ଆଦୌ ଚକ୍ ନେଲି ନାହିଁ । ତେବେ ବାକ୍ସରେ କେତେଟି ଚକ୍ ରହିଲା ?

ନିଶ୍ଚୟ, ବାକ୍ସରେ ଆଗରୁ ଥିବା ଚକ୍‌ଯାକ ସବୁ ରହିଲା ।

ଏଣୁ $5 - 0 = 5$

ସେହିପରି, $9 - 0 = 9$

$83 - 0 = 83$

ବିୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ ଗୋଟିଏ ନିୟମ ଜାଣିଲେ –

ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା - 0 = ସେହି ସଂଖ୍ୟା

(ଗ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ

ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା –

କିପରି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗକୁ ଗୁଣନ କଥାରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ, ତାହା ଆମେ ଜାଣିଛୁ

ତେଣୁ – $0 + 0 + 0 + 0 = 0 \times 4$

ମାତ୍ର – $0 + 0 + 0 + 0 = 0$

ଅତଏବ $0 \times 4 = 0$

4×0 ର ଅର୍ଥ 0 ଗୋଟି 4 ର ଯୋଗ, ଆଦୌ 4 ନ ନେଇ ଯୋଗ କରିବା । ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା '0'

ଏଣୁ $4 \times 0 = 0$

∴ ଆମେ ଦେଖିଲେ, $0 \times 4 = 4 \times 0 = 0$

ସେହିପରି, $0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$

> **ଜାଣିରଖ**
>
> ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ (0) ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ (0) ହୋଇଥାଏ ।

ଫଳରେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମଟି ପାଇଲେ,

0 x ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା = ସେହି ସଂଖ୍ୟା x 0 = 0

(ଘ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ :

- ଆସ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ଆଦୌ ଚକ୍ ନ ଥିବା ଚକ୍‌ବାକ୍ସରୁ 3 ଖଣ୍ଡି ଚକ୍ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଥର ନେଇ ପାରିବ ?

ଆଦୌ ନେଇ ପାରିବା ନାହିଁ, ଅର୍ଥାତ୍ 0 ଥର ନେଇ ପାରିବା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

$0 \div 3 = 0$

ସେହିପରି, $0 \div 4 = 0$

$0 \div 8 = 0$

$0 \div 115 = 0$

ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ : ଶୂନ (0) ÷ ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା = 0

◆ ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା ।

12ଟି କଲମରୁ ଥରକେ 4ଟି ଲେଖାଏଁ ନେଲେ, କେତେ ଥରରେ ସବୁ କଲମକୁ ନିଆଯାଇ ପାରିବ ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 12 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରାଯିବ, ଅର୍ଥାତ୍ 12 ରୁ 4କୁ କେତେଥର ନିଆଯାଇ ପାରିବ ଆମେ ଜାଣିବା ଦରକାର ।

12	
- 4	ଏକ ଥର ନିଆଗଲା
8	
- 4	ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
4	
- 4	ତୃତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
0	

ଆମେ ଦେଖିଲୁ, 12 ରୁ 4 କୁ 3 ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିଲା । ଏଣୁ ଆମେ କହୁ $12 \div 4 = 3$

ସେହିପରି , $3 \div 0 =$ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଏଠାରେ $3 \div 0 =$ କେତେ ଜାଣିବା ପାଇଁ 3 ରୁ 0କୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରିବା, 0କୁ ଯେତେଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିଲା ତାହା ହିଁ ହେଉଛି ଭାଗଫଳ ।

3	
- 0	ଏକ ଥର ନିଆଗଲା
3	
- 0	ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
3	

ଏଠାରେ 3 ରୁ 0 କୁ 2 ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିଛି । ମାତ୍ର ପୁଣି 3 ବଳକା ରହିଛି ।

ଆହୁରି ଯେତେଥର ଚାହଁ ସେତେଥର 0 କୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ । ଏଣୁ 3 ରୁ 0କୁ କେତେ ଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ, ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ କୁହାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

ସେହି କାରଣରୁ $3 \div 0$ ଲାଗି କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାଗଫଳ ନାହିଁ ।

ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ନିୟମ : ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ନିରର୍ଥକ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ-

(କ) 0×46 (ଖ) 46×0 (ଗ) $0 \div 46$ (ଘ) $46 \div 0$

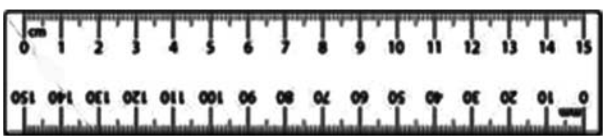
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.5

1. ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଅଙ୍କ ଦଶଟି ମଧ୍ୟରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଅଙ୍କଟି କିଏ ?
2. ଦୁଇ ଅୟୁତ ପାଞ୍ଚ ଲେଖିବା ବେଳେ କେଉଁ କେଉଁ ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ?
3. 1 ଠାରୁ 100 ଲେଖିବା ବେଳେ କେତେଥର 0 ଲେଖିବା ଦରକାର ପଡ଼େ ?
4. ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ?
5. ଏଭଳି ଏକ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ଦେଖାଅ, ଯେଉଁଠି ବିୟୋଗ ଫଳ 0 ।
6. (କ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

   (ଖ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ଏହାର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
7. ଏପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ । ତେବେ ସେ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

4.10. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ

ତୁମେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପଚୁପ କରିଥାଅ । କେତେକ ଛୋଟ ସ୍କେଲ୍ ଅଛି ଯାହା ଉପରେ ଶୂନ (0) ଠାରୁ 15 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଛି ।



ବଡ଼ ସ୍କେଲ୍ ଉପରେ 0 ଠାରୁ 30 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଥାଏ । ଦରଜି ଗୋଟିଏ ଫିତା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ପୋଷାକ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ମାପଚୁପ କରେ । ଲୁଗା ଦୋକାନୀ ଗୋଟିଏ ଲୁହାର ବାଡ଼ି (ମିଟର ବାଡ଼ି) ବ୍ୟବହାର କରେ । ସେଥିରେ 0 ରୁ 100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଥାଏ ।

ତୁମେ ବଡ଼ ରାସ୍ତାରେ ଗଲାବେଳେ ରାସ୍ତା କଡ଼ରେ ଖୁଣ୍ଟିମାନ ପୋତାଯାଇ ତା'ଉପରେ କିଲୋମିଟର ସଂଖ୍ୟାମାନ ଲେଖାଯାଇ ଥିବାର ଦେଖିଥିବ । ରାସ୍ତାଟି ଯେଉଁଠୁ ଆରମ୍ଭ ସେଠାରେ ଥିବା ଖୁଣ୍ଟିରେ ଶୂନ (0) ଲେଖାଯାଇ ଥାଏ । ତା'ପର ଖୁଣ୍ଟିରେ 1, ତା'ପର ଖୁଣ୍ଟିରେ 2, ଏହିଭଳି ରାସ୍ତାଟି ଯେଉଁସ୍ଥାନରେ ଶେଷ ହୋଇଛି ସେଠାରେ ଥିବା ଖୁଣ୍ଟିରେ ଯଦି 425 ଲେଖାଯାଇଥାଏ, ତେବେ ରାସ୍ତା ଆରମ୍ଭ ସ୍ଥାନରୁ ରାସ୍ତାର ଶେଷ ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 425 କି.ମି. ବା ରାସ୍ତାଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 425 କି.ମି. ।

ମିଟର ବାଡ଼ିରେ ଲେଖାହୋଇଥିବା ସେ.ମି. ସଂଖ୍ୟା, ରାସ୍ତା କଡ଼ରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା କି.ମି. ସଂଖ୍ୟା ଦେଖି, ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ରେଖା ସହିତ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ପର୍କ ବିଷୟରେ ଆମର ଧାରଣା ହେଉଛି ।

ଏଣୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏକ ରେଖା ସହ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିପାରିଲେ, ସଂଖ୍ୟାର ଉପଯୋଗିତାକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ କରି ଦେଇ ପାରିବା ।

ରେଖା ବା ସରଳ ରେଖାର ବିସ୍ତୃତି ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ, କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ । କାରଣ 0 (ଶୂନ) ଠାରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାର ସନ୍ଧାନ ଆମ ପାଖରେ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଶୂନ (0) ହେଉଛି ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ସସୀମ ପ୍ରାନ୍ତ । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ସଂଖ୍ୟାର ବୃଦ୍ଧି ଅସୀମ । ଏଣୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ ହୋଇଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ, ଏକ ରଶ୍ମି ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ ଓ ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ସରଳ ରେଖା ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ

ରଶ୍ମି ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ, ଅନ୍ୟଦିଗରେ ଅସୀମ

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ସହିତ ଏକ ରଶ୍ମିର ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଥିବା ଭଳି ଜଣାପଡୁଛି ।

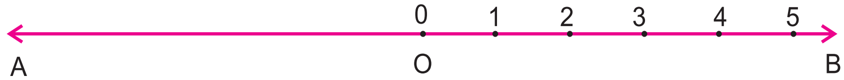
ତେବେ ଏକ ରଶ୍ମି ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ରେଖାର ଏକ ଅଂଶ । ଏଣୁ ଆମେ ଏକ ରେଖା ନେଇ ତା'ର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ରଶ୍ମି ଉପରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଠିକ୍ ଯେପରି ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ଉପରେ 0,1, 2, ... ଆଦି କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟି ଲଗାଯାଇଥାଏ ।

ତୁମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସ୍କେଲ୍ ବା ଦୋକାନୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ମିଟର ବାଡ଼ି ଉପରେ ପ୍ରତି ଏକ ସେ.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ ଥାଏ । ରାସ୍ତା ଉପରେ 1 କି.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟିମାନ ଲଗାଯାଇଥାଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏକ ରେଖା ଉପରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଏକକ-ଦୂରତା ନେଇ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନ ମାନ ଦେବା । ଏହି ଏକକ ଦୂରତା କେତେ ନିଆଯିବ ତାହା ଆମ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

4.10.1. ରେଖା ଉପରେ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ ପ୍ରଣାଳୀ

ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତା'ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ଏହାର ନାମକରଣ କରିବା O । ବର୍ତ୍ତମାନ 'O' ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଆମେ ପାଇଲେ । ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ ବାମକୁ ଥିବା ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OB}$ ।



$\overrightarrow{OA}$ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଦୂରତା ବ୍ୟବଧାନରେ O ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କରିବା (ଏହି ଦୂରତା ହେବ ଏକକ-ଦୂରତା) । ରଶ୍ମିଟି A ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ଲମ୍ବିଛି । ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଆମେ

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ (ଚିତ୍ରରେ O କୁ ମିଶାଇ 6 ଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ) ଦେଖୁଥିଲେ ହେଁ ପ୍ରକୃତରେ ରଶ୍ମିଟି ଉପରେ ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ O ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଆମେ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 0,1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା, ବର୍ତ୍ତମାନ $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖାକୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ବୋଲି କହିବା ।

କହିଲ ଦେଖି :

'ସଂଖ୍ୟା ରଶ୍ମି' ନ କହି 'ସଂଖ୍ୟା ରେଖା' ବୋଲି କାହିଁକି କହିବା ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ ସରଳରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଏହାର ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ O ନାମରେ ନାମିତ କର ।
- O ବିନ୍ଦୁର ବାମରେ ରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତା'ର ନାମ B ଦିଅ ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତା'ର ନାମ ଦିଅ A ।
- O ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $\overrightarrow{OA}$ ଉପରେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନରେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି, ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ବାମରୁ ଡାହାଣ କ୍ରମରେ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
- ମନେରଖ, ପ୍ରତି ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି ଏକ ଏକକ ।
- ସେହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କେତେ ଏକକ ଦୂରରେ 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ?

(ଖ) 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଦୂରରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

3 + 3 = କେତେ ?

(ଗ) 8 ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 2 ଏକକ ବାମରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ପୁଣି 3 ଏକକ ବାମକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

(ଘ) 2 ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 3 ଏକକ ଡାହାଣକୁ ଯାଅ ଓ ତା'ପରେ ଆଉ 4 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଅ । କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲ ?

2 + 3 + 4 = କେତେ ?

କହିଲ ଦେଖି :

(କ) ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଯୋଗ କରିବା ଲାଗି କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଯିବାକୁ ପଡୁଛି ?

(ଖ) ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଯିବାକୁ ପଡୁଛି ?