(27) જો $\overrightarrow{AB}$ ના $\overleftrightarrow{OX}, \overleftrightarrow{OY}$ અને $\overleftrightarrow{OZ}$ પરના પ્રક્ષેપ અનુક્રમે 3, 4 અને 12 હોય તો $|\overrightarrow{AB}| =$ ......

(A) 169 (B) 144 (C) 19 (D) 13

ઉકેલ : $\overrightarrow{AB} = x_1\hat{i} + x_2\hat{j} + x_3\hat{k}$ હોય, તો $\overrightarrow{AB}$ નો $\overleftrightarrow{OX}$ પરનો પ્રક્ષેપ $= \overrightarrow{AB} \cdot \hat{i}$.

$\therefore$ $x_1 = 3$. તે જ પ્રમાણે $x_2 = 4$, $x_3 = 12$

$\therefore$ $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = 13$ **જવાબ : (D)**

(28) જો બે રેખાઓના દિક્‌ગુણોત્તર $3lm - 4ln + mn = 0$ અને $l + 2m + 3n = 0$ નું સમાધાન કરે, તો તે બે રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ......

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

ઉકેલ : $l = -2m - 3n$ પરથી મળતું l નું મૂલ્ય $3lm - 4ln + mn = 0$ માં મૂકતાં,

$3m(-2m-3n) - 4(-2m-3n)n + mn = 0$

$\therefore$ $-6m^2 - 9mn + 8mn + 12n^2 + mn = 0$

$\therefore$ $m^2 = 2n^2$

$\therefore$ $m = \pm\sqrt{2}n$

હવે $m = \sqrt{2}n$ લેતાં $l = -2\sqrt{2}n - 3n$ અને $m = -\sqrt{2}n$ લેતાં $l = 2\sqrt{2}n - 3n$

$\therefore$ બંને રેખાઓના દિક્‌ગુણોત્તર, $-2\sqrt{2}-3, \sqrt{2}, 1$ અને $2\sqrt{2}-3, -\sqrt{2}, 1$

ધારો કે બે રેખા વચ્ચેના ખૂણાનું માપ θ છે.

$(-2\sqrt{2}-3, \sqrt{2}, 1) \cdot (2\sqrt{2}-3, -\sqrt{2}, 1) = -(8-9) - 2 + 1 = 0$

$\therefore$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ **જવાબ : (A)**

(29) રેખાઓ $\vec{r} = (1, -1, 0) + k(2, 0, 1)$, $k \in R$ અને $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-a}{-1}$ વચ્ચેનું લઘુતમ અંતર $\frac{1}{\sqrt{14}}$ હોય, તો $a =$ ......

(A) 0 અથવા –1 (B) 0 અથવા 1 (C) 1 અથવા –1 (D) 2 અથવા –2

ઉકેલ : $\vec{r} = (1, -1, 0) + k(2, 0, 1)$, $k \in R$ અને $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-a}{-1}$ માટે,

$\vec{a} = (1, -1, 0)$, $\vec{l} = (2, 0, 1)$ અને $\vec{b} = (2, -1, a)$, $\vec{m} = (1, 1, -1)$

$\vec{l} \times \vec{m} = (2, 0, 1) \times (1, 1, -1) = (-1, 3, 2)$ આથી $|\vec{l} \times \vec{m}| = \sqrt{14}$

$(\vec{b} - \vec{a}) \cdot (\vec{l} \times \vec{m}) = (1, 0, a) \cdot (-1, 3, 2) = -1 + 2a$

હવે લઘુતમ અંતર $= \dfrac{|(\vec{b}-\vec{a})\cdot(\vec{l}\times\vec{m})|}{|\vec{l}\times\vec{m}|}$. $= \dfrac{|2a-1|}{\sqrt{14}} = \dfrac{1}{\sqrt{14}}$

$\therefore\ 2a-1=1$ અથવા $2a-1=-1$

$\therefore\ a=1$ અથવા $a=0$ **જવાબ : (B)**

(30) જો રેખા X-અક્ષ અને Y-અક્ષની ધન દિશા સાથે $\frac{\pi}{4}$ માપનો ખૂણો બનાવે, તો Z-અક્ષની ધન દિશા સાથે ...... માપનો ખૂણો બનાવશે.

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ (AIEEE : 2007)

ઉકેલ : જો રેખાના દિક્ખૂણાઓ α, β, γ હોય, તો $cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$

$\therefore\ cos^2\frac{\pi}{4} + cos^2\frac{\pi}{4} + cos^2\gamma = 1$

$\therefore\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+cos^2\gamma = 1$

$\therefore\ cos^2\gamma = 0$. આથી, $cos\gamma = 0$

$\therefore\ \gamma = \frac{\pi}{2}$ **જવાબ : (C)**

(31) રેખાઓ $\frac{x-1}{k} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ અને $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{k} = \frac{z-1}{2}$ છેદક રેખાઓ હોય, તો k નું પૂર્ણાંક મૂલ્ય ......

(A) –2 (B) –5 (C) 5 (D) 2 (AIEEE : 2008)

ઉકેલ : રેખાઓ $\frac{x-1}{k} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ અને $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{k} = \frac{z-1}{2}$ માટે

$\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{l} = (k, 2, 3)$ અને $\vec{b} = (2, 3, 1)$, $\vec{m} = (3, k, 2)$

આપેલ રેખાઓ છેદક રેખાઓ છે અને તેથી તે સમતલીય છે.

$$\therefore \begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ k & 2 & 3 \\ 3 & k & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$\therefore\ 1(4-3k)-1(2k-9)-2(k^2-6)=0$

$\therefore\ 2k^2+5k-25=0$

$\therefore\ (2k-5)(k+5)=0$

$\therefore\ k=\frac{5}{2}$ અથવા $k=-5$

$\therefore\ k$ નું પૂર્ણાંક મૂલ્ય –5. અહીં, $(-5, 2, 3)\times(3, -5, 2)\neq\vec{0}$ **જવાબ : (B)**

નોંધ : $\vec{l}\times\vec{m}\neq\vec{0}$ રેખાઓ સંપાતી કે સમાંતર નથી.

(32) ત્રિપરિમાણીય અવકાશની એક રેખા $\overleftrightarrow{AB}$ એ X–અક્ષ અને Y–અક્ષની ધન દિશા સાથે અનુક્રમે $\frac{\pi}{4}$ અને $\frac{2\pi}{3}$ માપના ખૂણા બનાવે છે. જો $\overleftrightarrow{AB}$ એ Z–અક્ષની ધન દિશા સાથે લઘુકોણ θ બનાવે, તો $\theta =$ ......

(AIEEE: 2010)

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{12}$

ઉકેલ : $\overleftrightarrow{AB}$ના દિક્ખૂણાઓ α, β, γ હોય, તો $cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$

$\therefore\ cos^2\frac{\pi}{4} + cos^2\frac{2\pi}{3} + cos^2\theta = 1$

$\therefore\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + cos^2\theta = 1$

$\therefore\ cos^2\theta = \frac{1}{4}$

$\therefore\ cos\theta = \frac{1}{2}$ (θ લઘુકોણ છે.)

$\therefore\ \theta = \frac{\pi}{3}$ **જવાબ : (C)**

(33) બિંદુ $P(3, -1, 11)$ થી $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ રેખા પર દોરેલ લંબની લંબાઈ ......

(A) $\sqrt{29}$ (B) $\sqrt{33}$ (C) $\sqrt{53}$ (D) $\sqrt{65}$ (AIEEE : 2011)

ઉકેલ : $\overrightarrow{\mathbf{PA}} = (0, 2, 3) - (3, -1, 11) = (-3, 3, -8)$ $(A = (0, 2, 3))$

બિંદુ $P(3, -1, 11)$ થી રેખા $\vec{r} = (0, 2, 3) + k\,(2, 3, 4),\ k \in R$ નું લંબઅંતર

$$= \frac{|\overrightarrow{\mathbf{PA}} \times \vec{l}|}{|\vec{l}|}$$

$$= \frac{|(-3, 3, -8) \times (2, 3, 4)|}{\sqrt{4 + 9 + 16}}$$

$$= \frac{|(36, -4, -15)|}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{1296 + 16 + 225}}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{1537}}{\sqrt{29}} = \sqrt{53}$$ **જવાબ : (C)**

(34) $l + m + n = 0,\ l^2 + m^2 - n^2 = 0$ અને l, m, n એ બે રેખાઓની દિક્કોસાઈન હોય, તો તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ......

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

ઉકેલ : l, m, n રેખાઓની દિક્કોસાઇન છે.

$\therefore\ l^2+m^2+n^2=1$ તથા $l^2+m^2=n^2$ (આપેલ છે.)

$\therefore\ 2n^2=1$. આથી $n=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

હવે, $l+m+n=0$ પરથી $n=-l-m$ નું મૂલ્ય $l^2+m^2-n^2=0$ માં મૂકતાં,

$l^2+m^2-(l+m)^2=0$

$\therefore\ -2lm=0$

$\therefore\ l=0$ અથવા $m=0$

જ્યારે $l=0$ તો $m+n=0$. આથી, $m=-n=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ એક રેખાની દિક્કોસાઇન $0, \mp\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

અને જ્યારે $m=0$ તો $l+n=0$. આથી, $l=-n=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ બીજી રેખાની દિક્કોસાઇન $\mp\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

આ બે રેખા વચ્ચેનો ખૂણાનું માપ θ લેતાં,

$$cos\theta = \left|(0)\left(\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(0)+\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right| = \frac{1}{2}$$

$\therefore\ \theta=\frac{\pi}{3}$ **જવાબ : (C)**

(35) ભિન્ન બિંદુઓ $(x, 0, 0)$, $(0, y, 0)$, $(0, 0, z)$ અને $(0, 0, 0)$ થી સમાન અંતરે આવેલું બિંદુ ......

(A) (x, y, z) (B) $\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}, \frac{z}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{x}{3}, \frac{y}{3}, \frac{z}{3}\right)$ (D) $(3x, 3y, 3z)$

ઉકેલ : ધારો કે $P(a, b, c)$ આપેલાં બિંદુઓથી સમાન અંતરે આવેલું છે.

$\therefore\ A(x, 0, 0)$, $B(0, y, 0)$, $C(0, 0, z)$, $O(0, 0, 0)$ લેતાં,

$$PA^2=PO^2$$

$\therefore\ (x-a)^2+b^2+c^2=a^2+b^2+c^2$

$\therefore\ x^2-2ax=0$

$\therefore\ a=\frac{x}{2}$ (બિંદુઓ ભિન્ન હોવાથી $x\neq 0$)

તે જ પ્રમાણે, $PB^2=PO^2$ અને $PC^2=PO^2$ લેતાં, $b=\frac{y}{2}$ અને $c=\frac{z}{2}$

$\therefore$ માંગેલ બિંદુ $\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}, \frac{z}{2}\right)$. **જવાબ : (B)**

(36) જો રેખા X-અક્ષ, Y-અક્ષ અને Z-અક્ષની ધન દિશા સાથે અનુક્રમે α, β, γ માપના ખૂણાઓ બનાવે, તો $cos2\alpha + cos2\beta + cos2\gamma$ = ...

(A) –1 (B) 1 (C) –2 (D) 2

ઉકેલ : અહીં, $cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$

હવે, $$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 2cos^2\alpha - 1 + 2cos^2\beta - 1 + 2cos^2\gamma - 1$$

$$= 2\left(cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma\right) - 3$$

$$= 2(1) - 3 = -1$$

જવાબ : (A)

(37) $(4, 2, 3)$ માંથી પસાર થતી અને રેખા $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+10}{8}$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ -

(A) $\frac{x-4}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+10}{3}$ (B) $\frac{x-4}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{10}$

(C) $\frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{8}$ (D) $\frac{x-4}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$

ઉકેલ : આપેલ રેખાની દિશામાં સદિશ $\vec{l} = (2, -3.8)$ = આપેલ રેખાને સમાંતર રેખાનો સદિશ.

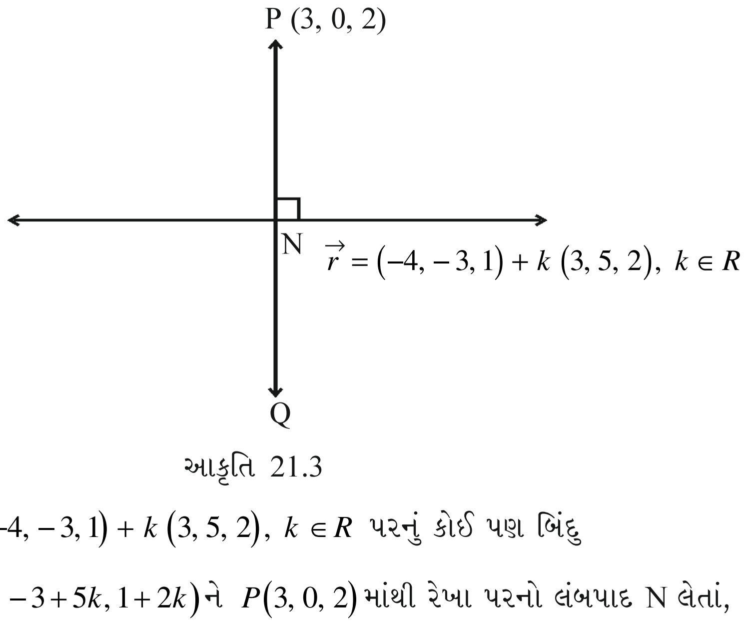
$\therefore$ $(4, 2, 3)$ માંથી પસાર થતી અને $\vec{l} = (2, -3.8)$ દિશાવાળી રેખાનું સમીકરણ

$\frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{8}$.

જવાબ : (C)

(38) રેખા $\frac{x+4}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$ ને સાપેક્ષ બિંદુ $(3, 0, 2)$ નું પ્રતિબિંબ ......

(A) $(-1, 2, 3)$ (B) $(-3, 0, -2)$ (C) $(-4, 2, 1)$ (D) $(-5, 4, 4)$



આકૃતિ 21.3

ઉકેલ : રેખા $\vec{r} = (-4, -3, 1) + k\,(3, 5, 2),\ k \in R$ પરનું કોઈ પણ બિંદુ

$N(-4+3k, -3+5k, 1+2k)$ ને $P(3, 0, 2)$ માંથી રેખા પરનો લંબપાદ N લેતાં,

$\overrightarrow{\mathbf{PN}} \perp \vec{l}$

$\therefore\ (3k-4-3, 5k-3-0, 2k+1-2) \cdot (3, 5, 2) = 0$

$\therefore\ 9k-21+25k-15+4k-2=0$

$\therefore\ 38k-38=0$

$\therefore\ k=1$

$\therefore$ લંબપાદ $N(-1, 2, 3)$

P નું આપેલ રેખાને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ Q લેતાં N એ $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ થશે.

$Q(a, b, c)$ લેતાં $(-1, 2, 3) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+0}{2}, \frac{c+2}{2}\right)$

$\therefore\ Q(-5, 4, 4)$ **જવાબ : (D)**

(39) રેખાઓ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-5}{3}$ અને $\vec{r} = (6, 3, -3) + k(4, 2, -3),\ k \in R$ થી સદિશ $-5\hat{i}+7\hat{j}+2\hat{k}$ ની દિશાવાળી રેખા પર જે રેખાખંડ કપાય તેની લંબાઈ ......

(A) $\sqrt{86}$ (B) 12 (C) $\sqrt{78}$ (D) $\sqrt{131}$

ઉકેલ : ધારો કે $-5\hat{i}+7\hat{j}+2\hat{k}$ દિશાવાળી રેખા એ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-5}{3}$

એટલે કે $\vec{r} = (-2, 7, 5) + k(1, -1, 3),\ k \in R$ ને બિંદુ $P(-2+k_1, 7-k_1, 5+3k_1)$

અને રેખા $\vec{r} = (6, 3, -3) + k(4, 2, -3),\ k \in R$ ને બિંદુ $Q(6+4k_2, 3+2k_2, -3-3k_2)$ માં છેદે છે.

$\overrightarrow{\mathbf{PQ}} = (8+4k_2-k_1,\ -4+2k_2+k_1,\ -8-3k_2-3k_1)$

પરંતુ $\overleftrightarrow{PQ}$ ની દિશા $(-5, 7, 2)$ છે.

$\therefore\ \frac{8+4k_2-k_1}{-5} = \frac{-4+2k_2+k_1}{7} = \frac{-8-3k_2-3k_1}{2}$

$\therefore\ \frac{8+4k_2-k_1}{-5} = \frac{-4+2k_2+k_1}{7}$

$\therefore\ 38k_2-2k_1=-36$ (1)

અને $\frac{-4+2k_2+k_1}{7} = \frac{-8-3k_2-3k_1}{2}$

$\therefore\ 25k_2+23k_1=-48$ (2)

સમીકરણ (1) અને (2)ને ઉકેલીએ.

$874k_2 - 46k_1 = -828$ અને $50k_2 + 46k_1 = -96$

$\therefore\ 924k_2 = -924$ આથી $k_2 = -1$ અને $k_1 = -1$

$\therefore\ P(-3, 8, 2)$ અને $Q(2, 1, 0)$

આપેલ બે રેખાથી $\overleftrightarrow{PQ}$ પર $\overline{PQ}$ કપાય છે.

$\therefore\ PQ = \sqrt{(2+3)^2 + (1-8)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{25+49+4} = \sqrt{78}$ **જવાબ : (C)**

(40) રેખાઓ $\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k} + \lambda(-2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}),\ \lambda \in R$ અને

$\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k} + \mu(-2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}),\ \mu \in R$ વચ્ચેનું અંતર ......

(A) $3\sqrt{14}$ (B) $\sqrt{21}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 0

ઉકેલ : આપેલ રેખાઓ માટે $\vec{a} = (2, -3, 4),\ \vec{l} = (1, -2, 1)$ અને $\vec{b} = (3, 4, -1),\ \vec{m} = (-2, 4, -2)$.

અહીં $\vec{l} = k\vec{m},\ k = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ આપેલ રેખાઓ એકબીજાને સમાંતર છે અથવા સંપાતી છે.

$(2, -3, 4) = (3, 4, -1) + \mu(-2, 4, -2) \Rightarrow (-1, -7, 5) = \mu(2, 4, -2)$

આ શક્ય નથી. આથી (2, –3, 4) એ બીજી રેખા પર નથી.

$\therefore$ રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર છે.

તેમની વચ્ચેનું લંબઅંતર $= |(\vec{b} - \vec{a}) \times \hat{l}|$

$$= \frac{|(1, 7, -5) \times (1, -2, 1)|}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{|(-3, -6, -9)|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{6}} = \sqrt{21}$$ **જવાબ : (B)**

(41) બે રેખાઓની દિક્કોસાઇન સમીકરણો $al + bm + cn = 0$ અને $fmn + gnl + hlm = 0$ નું સમાધાન કરે છે. જો આ રેખાઓ પરસ્પર લંબ હોય, તો ...... $(a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$

(A) $\frac{f}{a^2} + \frac{g}{b^2} + \frac{c}{h^2} = 0$ (B) $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$

(C) $\frac{a^2}{f} + \frac{b^2}{g} + \frac{c^2}{h} = 0$ (D) $\frac{a}{f} + \frac{b}{g} + \frac{c}{h} = 0$

ઉકેલ : $al + bm + cn = 0$

$\therefore\ n = \frac{-al - bm}{c}$ નું મૂલ્ય $fmn + gnl + hlm = 0$ માં મૂકતાં,

$$fm\frac{(-al - bm)}{c} + gl\frac{(-al - bm)}{c} + hlm = 0$$

$\therefore\ -aflm - bfm^2 - agl^2 - bglm + chlm = 0$

$-m^2$ વડે ભાગતાં, $af\left(\frac{l}{m}\right) + bf + ag\left(\frac{l}{m}\right)^2 + bg\left(\frac{l}{m}\right) - ch\left(\frac{l}{m}\right) = 0$

$\therefore\ \frac{l}{m}$ માં દ્વિઘાત સમીકરણ $ag\left(\frac{l}{m}\right)^2 + (af + bg - ch)\left(\frac{l}{m}\right) + bf = 0$ મળે,

તેનાં બે બીજ $\alpha = \frac{l_1}{m_1}$ અને $\beta = \frac{l_2}{m_2}$ લેતાં, બે બીજનો ગુણાકાર $\alpha\beta = \frac{l_1 l_2}{m_1 m_2} = \frac{bf}{ag}$

$\therefore\ \frac{l_1 l_2}{\left(\frac{f}{a}\right)} = \frac{m_1 m_2}{\left(\frac{g}{b}\right)}$

જો n ના બદલે l અથવા m નો લોપ કર્યો હોય, તો $\frac{n_1 n_2}{\left(\frac{h}{c}\right)} = \frac{l_1 l_2}{\left(\frac{f}{a}\right)} = \frac{m_1 m_2}{\left(\frac{g}{b}\right)}$ મળે.

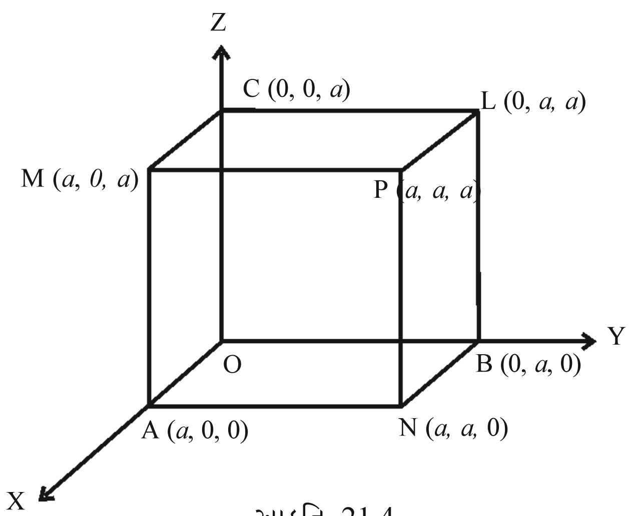
રેખાની દિક્‌કોસાઈન l_1, m_1, n_1 અને l_2, m_2, n_2 લેતાં, રેખાઓ પરસ્પર લંબ હોય, તો

$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

$\therefore\ \frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$ **જવાબ : (B)**

(42) સમઘનના ચાર વિકર્ણો સાથે કોઈક રેખા α, β, γ અને δ માપના ખૂણા બનાવે, તો $sin^2\alpha + sin^2\beta + sin^2\gamma + sin^2\delta = ...$

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) 1 (D) 2



આકૃતિ 21.4

ઉકેલ : ધારો કે રેખાની દિક્‌કોસાઈન l, m, n છે. સમઘનના વિકર્ણો $\overline{OP}, \overline{AL}, \overline{BM}, \overline{CN}$ માટે

$\overrightarrow{\mathbf{OP}} = (a, a, a),\ \overrightarrow{\mathbf{AL}} = (-a, a, a),\ \overrightarrow{\mathbf{BM}} = (a, -a, a)$ અને $\overrightarrow{\mathbf{CN}} = (a, a, -a)$.

$\therefore$ $\overrightarrow{\mathbf{OP}}$ ની દિક્‌કોસાઈન $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$.

આપેલી રેખા $\overleftrightarrow{\mathrm{OP}}$ સાથે α માપનો ખૂણો બનાવે, તો $\cos\alpha = \frac{|l+m+n|}{\sqrt{3}}$

તે જ પ્રમાણે $\cos\beta = \frac{|-l+m+n|}{\sqrt{3}}$, $\cos\gamma = \frac{|l-m+n|}{\sqrt{3}}$ અને $\cos\delta = \frac{|l+m-n|}{\sqrt{3}}$.

હવે $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4\left(l^2+m^2+n^2\right)}{3} = \frac{4}{3}$

$\therefore \sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = 4 - \left(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta\right)$

$= 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ **જવાબ : (B)**

(43) રેખા X-અક્ષ અને Z-અક્ષ સાથે θ માપનો તથા Y-અક્ષ સાથે β માપનો ખૂણો બનાવે છે. જો $\sin^2\beta = 3\sin^2\theta$ હોય, તો $\cos^2\theta =$ ......

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{5}$ (AIEEE:2004)

ઉકેલ : રેખા X-અક્ષ, Y-અક્ષ અને Z-અક્ષ સાથે અનુક્રમે θ, β અને θ માપના ખૂણા બનાવે છે.

$\therefore \cos^2\theta + \cos^2\beta + \cos^2\theta = 1$

$\therefore 2\cos^2\theta + 1 - \sin^2\beta = 1$

$\therefore 2\cos^2\theta - 3\sin^2\theta = 0$ $(\sin^2\beta = 3\sin^2\theta)$

$\therefore 2\cos^2\theta - 3(1-\cos^2\theta) = 0$

$\therefore 5\cos^2\theta = 3$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{3}{5}$. **જવાબ : (A)**

(44) ઊગમબિંદુથી સમતલ પરનો લંબપાદ $(-3, 4, -2)$ હોય, તેવા સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $3x-4y+2z-29=0$ (B) $3x-4y+2z+29=0$

(C) $4x-2y-3z+29=0$ (D) $4x-2y-3z-29=0$

ઉકેલ : ઊગમબિંદુ $O(0, 0, 0)$થી સમતલ પરનો લંબપાદ $P(-3, 4, -2)$ છે.

$\therefore$ સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = \overrightarrow{\mathbf{OP}} = (-3, 4, -2) = (a, b, c)$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$

$\therefore -3(x+3) + 4(y-4) - 2(z+2) = 0$

$\therefore -3x - 9 + 4y - 16 - 2z - 4 = 0$

$\therefore 3x - 4y + 2z + 29 = 0$ **જવાબ : (B)**

(45) રેખા $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ અને સમતલ $2x-3y-z+7=0$નું છેદબિંદુ ......

(A) $(-3, 1, 2)$ (B) $(2, -3, -1)$ (C) $(2, 1, 2)$ (D) $(-11, -3, -6)$

ઉકેલ : રેખા $\vec{r} = (-3, 1, 2) + k(2, 1, 2),\ k \in R$ પરનું કોઈ પણ બિંદુ $(-3+2k, 1+k, 2+2k)$ છે.

તે સમતલ $2x-3y-z+7=0$ પર હોય, તો

$$2(-3+2k) - 3(1+k) - (2+2k) + 7 = 0$$

$$-4 = k$$

$\therefore$ છેદબિંદુ $= (-11, -3, -6)$ **જવાબ : (D)**

(46) $\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ સ્થાન સદિશવાળા બિંદુમાંથી પસાર થતા અને $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}) = 0$ ને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $3x+4y+4z+26=0$ (B) $3x+5y+4z-26=0$

(C) $x+3y+2z+26=0$ (D) $x+3y+2z-26=0$

ઉકેલ : સમતલ $\vec{r} \bullet (3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}) = 0$ ને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ

$\vec{r} \bullet (3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}) + t = 0$

તે બિંદુ $(1, 3, 2)$માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore (1, 3, 2) \bullet (3, 5, 4) + t = 0$

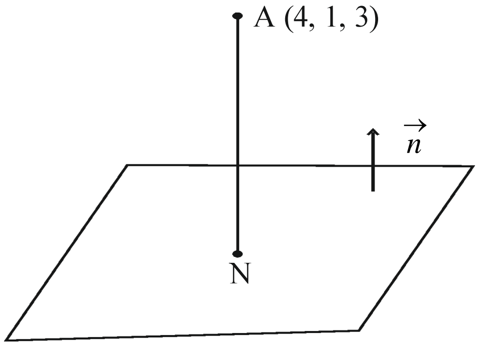
$\therefore t = -26$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $\vec{r} \bullet (3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}) - 26 = 0$

$\therefore 3x+5y+4z-26=0$ **જવાબ : (B)**

(47) $(4, 1, 3)$થી સમતલ $x-y-2z-3=0$ પરનો લંબપાદ ......

(A) $(6, -1, -1)$ (B) $(1, -1, -2)$ (C) $(-3, -2, -5)$ (D) $(5, 0, 1)$



આકૃતિ 21.5

ઉકેલ : સમતલ $x-y-2z-3=0$ નો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = (1, -1, -2)$ છે.

બિંદુ $A(4, 1, 3)$ થી સમતલ પરનો લંબપાદ N લેતાં,

$\overleftrightarrow{AN}$ નું સમીકરણ $\vec{r} = \vec{a} + k\vec{n}$, $k \in R$

$\therefore\ \vec{r} = (4, 1, 3) + k\,(1, -1, -2),\ k \in R$

$\therefore$ કોઈક $k \in R$ માટે, $N(4+k, 1-k, 3-2k)$ થશે અને તે સમતલ $x - y - 2z - 3 = 0$ પર છે.

$\therefore\ 4 + k - 1 + k - 6 + 4k - 3 = 0$

$\therefore\ 6k = 6$. આથી $k = 1$

$\therefore$ લંબપાદ $N(5, 0, 1)$ છે. **જવાબ : (D)**

(48) બિંદુ $(2, -1, 3)$ માંથી પસાર થતી સમતલ $5x + 4y - 7z - 1 = 0$ ને લંબરેખાનું સમીકરણ ......

(A) $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(5\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}),\ \lambda \in R$

(B) $\vec{r} = 5\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}),\ \lambda \in R$

(C) $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} - 10\hat{k}),\ \lambda \in R$

(D) મળશે નહિ.

ઉકેલ : સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = (5, 4, -7)$ એ સમતલને લંબ રેખાની દિશાનો સદિશ થશે.

રેખા $\vec{a} = (2, -1, 3)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore$ લંબરેખાનું સમીકરણ $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{n},\ \lambda \in R$

$\therefore\ \vec{r} = (2, -1, 3) + \lambda\,(5, 4, -7),\ \lambda \in R$

$\therefore\ \vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(5\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}),\ \lambda \in R$ **જવાબ : (A)**

(49) સમતલના અભિલંબ સદિશનું માન $3\sqrt{3}$ છે. સમતલનો અભિલંબ ત્રણેય યામાક્ષો સાથે સમાન માપના ખૂણા બનાવે છે. જો આ સમતલ બિંદુ $(3, -1, 2)$ માંથી પસાર થતું હોય, તો તેનું સમીકરણ ......

(A) $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) = 0$

(B) $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) = 6$

(C) $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 4$

(D) $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 0$

ઉકેલ : સમતલનો અભિલંબ સદિશ યામાક્ષો સાથે સમાન ખૂણા બનાવે છે. આથી, $\vec{n} = (l, l, l)$

$\therefore\ l^2 + l^2 + l^2 = 1$ આથી, $l = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

હવે, $|\vec{n}| = 3\sqrt{3}$ હોવાથી, $\vec{n} = 3\sqrt{3}\left(\frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}\right) = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$

સમતલનું સમીકરણ,

$$\vec{r} \bullet \vec{n} = \vec{a} \bullet \vec{n}$$

$$\therefore \ \vec{r} \bullet (3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}) = (3, -1, 2) \cdot (3, 3, 3)$$

$$\therefore \ \vec{r} \bullet (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 4$$

જવાબ : (C)

(50) બિંદુઓ $(-2, 4, 7)$ અને $(3, -5, 8)$ ને જોડતા રેખાખંડનું સમતલ $x-2y+3z=15$ ...... ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

(A) $-2:11$ (B) $2:11$ (C) $17:26$ (D) $1:2$

ઉકેલ : ધારો કે સમતલ $x-2y+3z=15$, $P(-2, 4, 7)$ અને $Q(3, -5, 8)$ ને જોડતા રેખાખંડનું $\lambda:1$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$\therefore$ વિભાજન કરતું બિંદુ $R\left(\frac{3\lambda-2}{\lambda+1}, \frac{-5\lambda+4}{\lambda+1}, \frac{8\lambda+7}{\lambda+1}\right)$ સમતલ $x-2y+3z=15$નું બિંદુ છે.

$$\therefore \ \frac{3\lambda-2}{\lambda+1} - 2\left(\frac{-5\lambda+4}{\lambda+1}\right) + 3\left(\frac{8\lambda+7}{\lambda+1}\right) = 15$$

$$\therefore \ 3\lambda - 2 + 10\lambda - 8 + 24\lambda + 21 = 15\lambda + 15$$

$$\therefore \ 22\lambda = 4$$

$$\therefore \ \lambda = \frac{2}{11}$$

$\therefore$ ગુણોત્તર $2:11$

જવાબ : (B)

(51) બે સમતલો $2x+y+2z-8=0$ અને $4x+2y+4z+5=0$ વચ્ચેનું અંતર ...... છે.

(A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{9}{2}$

(AIEEE : 2004, JEE : 2013)

ઉકેલ : સમાંતર સમતલો $4x+2y+4z-16=0$ અને $4x+2y+4z+5=0$ વચ્ચેનું લંબઅંતર

$$= \frac{|d_2 - d_1|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$= \frac{|5+16|}{\sqrt{16+4+16}} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

જવાબ : (A)

(52) $(1, 0, 0)$ અને $(0, 1, 0)$ માંથી પસાર થતા અને સમતલ $x+y=3$ સાથે $\frac{\pi}{4}$ માપનો ખૂણો બનાવતા સમતલના અભિલંબ સદિશની દિક્સંખ્યાઓ ......

(A) $1, \sqrt{2}, 1$ (B) $1, 1, \sqrt{2}$ (C) $1, 1, 2$ (D) $\sqrt{2}, 1, 1$

(AIEEE : 2002)

ઉકેલ : ધારો કે સમતલના અભિલંબની દિક્સંખ્યાઓ a, b, c છે.

સમતલ $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore\ a(x_2-x_1)+b(y_2-y_1)+c(z_2-z_1)=0$

$\therefore\ a(0-1)+b(1-0)+c(0-0)=0$

$\therefore\ -a+b=0$

$\therefore\ a=b$

$\therefore$ અભિલંબ સદિશ $\vec{n_1}=(a, a, c)$.

તથા સમતલ $x+y=3$ નો અભિલંબ સદિશ $\vec{n_2}=(1, 1, 0)$

હવે, $cos\theta = \dfrac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$

$\therefore\ cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{|a+a|}{\sqrt{2a^2+c^2}\sqrt{2}}$

$\therefore\ \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{2|a|}{\sqrt{2a^2+c^2}\cdot\sqrt{2}}$

$\therefore\ 2a^2+c^2=4a^2$

$\therefore\ c=\pm\sqrt{2}\,a$

$\therefore$ દિક્સંખ્યાઓ $a, a, \pm\sqrt{2}\,a$ એટલે કે $1, 1, \pm\sqrt{2}$. **જવાબ : (B)**

(53) એક જ ઊગમબિંદુવાળા લંબવૃત્તીય અક્ષોની બે યામ પદ્ધતિ છે. એક સમતલ ઊગમબિંદુથી પ્રથમ યામ પદ્ધતિના અક્ષોને a, b, c અંતરે અને બીજી યામ પદ્ધતિના અક્ષોને a', b', c' અંતરે છેદે, તો ......

(A) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{a'^2}+\dfrac{1}{b'^2}+\dfrac{1}{c'^2}=0$ (B) $\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}-\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{a'^2}-\dfrac{1}{b'^2}-\dfrac{1}{c'^2}=0$

(C) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}-\dfrac{1}{a'^2}-\dfrac{1}{b'^2}-\dfrac{1}{c'^2}=0$ (D) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{a'^2}+\dfrac{1}{b'^2}+\dfrac{1}{c'^2}=2$

(AIEEE : 2003)

ઉકેલ : સમતલના અક્ષો પરના અંતઃખંડ a, b, c છે. તેથી સમતલનું સમીકરણ $\pm\dfrac{x}{a}\pm\dfrac{y}{b}\pm\dfrac{z}{c}=1$

તે જ પ્રમાણે આ જ સમતલનું સમીકરણ $\pm\dfrac{x}{a'}\pm\dfrac{y}{b'}\pm\dfrac{z}{c'}=1$ પણ થશે.

ઊગમબિંદુથી સમતલનું લંબઅંતર $d_1=\dfrac{|0+0+0-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$.

તે જ પ્રમાણે સમતલનું સમીકરણ બીજી યામ પદ્ધતિ પ્રમાણે લેતાં, ઊગમબિંદુથી લંબઅંતર

$$d_2=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{(a')^2}+\frac{1}{(b')^2}+\frac{1}{(c')^2}}}.$$

હવે $d_1 = d_2$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(a')^2}+\frac{1}{(b')^2}+\frac{1}{(c')^2}}}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\frac{1}{(a')^2}-\frac{1}{(b')^2}-\frac{1}{(c')^2} = 0$$

જવાબ : (C)

(54) $(-1, 0, 1)$ અને $(2, 2, 3)$ માંથી પસાર થતા તથા રેખા $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = z-1$ ને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $3x-2y+z+2=0$ (B) $2x-y-4z+2=0$

(C) $2x+y-4z-6=0$ (D) $2x+y-4z+6=0$

ઉકેલ : ધારો કે સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = (a, b, c)$ છે.

$A(-1, 0, 1)$ સમતલ પર આવેલું છે.

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $a(x+1)+b(y-0)+c(z-1)=0$ (1)

સમતલ $B(2, 2, 3)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore 3a + 2b + 2c = 0$ $(a(x_2 - x_1) + b(y_2 - y_1) + c(z_2 - z_1) = 0)$ (2)

રેખા માટે $\vec{l} = (3, -2, 1)$ એ (a, b, c) ને લંબ છે.

$\therefore 3a-2b+c=0$ $(\vec{l} \cdot \vec{n} = 0)$ (3)

સમીકરણ (2) અને (3)નું સમાધાન કરતાં

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{3} = \frac{c}{-12}$$

$$\therefore \frac{a}{2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{-4}$$

$\therefore a:b:c = 2:1:(-4)$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $2(x+1)+1(y-0)-4(z-1)=0$

$\therefore 2x+y-4z+6=0.$

જવાબ : (D)

(55) એક સમતલ X-અક્ષને A, Y-અક્ષને B અને Z-અક્ષને C માં છેદે છે. ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર (α, β, γ) હોય, તો ......

(A) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 1$ (B) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 3$

(C) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = \frac{1}{3}$ (D) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0$

ઉકેલ : સમતલ અક્ષોને $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$ અને $C(0, 0, c)$ માં છેદે છે.

સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ થશે.

ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $(\alpha, \beta, \gamma) = \left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right)$

$\therefore \; a = 3\alpha, \; b = 3\beta, \; c = 3\gamma$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{3\alpha} + \frac{y}{3\beta} + \frac{z}{3\gamma} = 1$

$$\therefore \; \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 3$$

જવાબ : (B)

(56) $(3, 2, 0)$ માંથી પસાર થતા અને રેખા $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-4}{4}$ ને સમાવતા સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $x - y + z = 1$ (B) $x + y + z = 5$ (C) $x + 2y - z = 1$ (D) $2x - y + z = 5$

(AIEEE : 2002)

ઉકેલ : સમતલનું સમીકરણ $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{vmatrix} = 0$ જ્યાં $(x_1, y_1, z_1) = (3, 2, 0)$, $(x_2, y_2, z_2) = (3, 6, 4)$, $(l_1, l_2, l_3) = (1, 5, 4)$

$$\therefore \begin{vmatrix} x-3 & y-2 & z \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$\therefore \; -4(x-3) + 4(y-2) - 4z = 0$

$\therefore \; -x + 3 + y - 2 - z = 0$

$\therefore \; x - y + z = 1$

જવાબ : (A)

બીજી રીત : ધારો કે સમતલનું સમીકરણ $a(x-3) + b(y-2) + c(z-0) = 0$ છે.

રેખા પરનું કોઈ પણ બિંદુ $(k+3, 5k+6, 4k+4)$ સમતલ પર છે.

$\therefore \; a(k+3-3) + b(5k+6-2) + c(4k+4) = 0 \quad \forall\, k \in R$

$\therefore \; (a + 5b + 4c)\,k + 4b + 4c = 0 \quad \forall\, k \in R$

$\therefore \; a + 5b + 4c = 0$

$4b + 4c = 0$. i.e. $b + c = 0$

$\frac{a}{1} = \frac{b}{-1} = \frac{c}{1}$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $(x-3) - (y-2) + (z-0) = 0$

$\therefore \; x - y + z = 1.$

ત્રીજી રીત : સમતલનું સમીકરણ $a(x-3)+b(y-2)+c(z-0)=0$

સમતલનું અભિલંબ (a, b, c) એ રેખાની દિશા $(1, 5, 4)$ ને લંબ છે.

$\therefore\ a+5b+4c=0$ (1)

$(3, 6, 4)$ સમતલ પર છે.

$a(3-3)+b(6-2)+c(4)=0$

$\therefore\ 4b+4c=0$ (2)

(1) - (2) કરતાં $a+b=0$

$\therefore\ a=-b=c$ ((2) પરથી)

$\therefore\ x-3-(y-2)+z=0$ સમતલનું સમીકરણ છે.

$\therefore\ x-y+z=1$

(57) એક ચતુષ્ફલકનાં શિરોબિંદુઓ $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, 1)$, $B(2, 1, 3)$, $C(-1, 1, 2)$ છે. બિંદુઓ O, A, B થી અને A, B, C થી રચાતાં સમતલો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ...... (AIEEE:2003)

(A) $cos^{-1}\left(\frac{17}{31}\right)$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $cos^{-1}\left(\frac{19}{35}\right)$

ઉકેલ : O, A, B શિરોબિંદુઓથી રચાતા સમતલનો અભિલંબ સદિશ

$$\vec{n_1} = \overrightarrow{\mathbf{OA}} \times \overrightarrow{\mathbf{OB}} = (1, 2, 1) \times (2, 1, 3) = (5, -1, -3)$$

અને A, B, C થી રચાતા સમતલનો અભિલંબ સદિશ

$$\vec{n_2} = \overrightarrow{\mathbf{AB}} \times \overrightarrow{\mathbf{AC}} = (1, -1, 2) \times (-2, -1, 1) = (1, -5, -3)$$

તેમના વચ્ચેના ખૂણાનું માપ θ હોય તો $cos\theta = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|} = \frac{|5+5+9|}{\sqrt{35} \cdot \sqrt{35}} = \frac{19}{35}$

$\therefore\ \theta = cos^{-1}\left(\frac{19}{35}\right)$ **જવાબ : (D)**

(58) રેખા $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-k}{2}$ એ સમતલ $2x-4y+z=7$ માં આવેલી હોય, તો $k =$ ......

(A) 7 (B) –7 (C) 1 (D) કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા નથી.

(IIT : 2003)

ઉકેલ : રેખા સમતલમાં આવેલી છે. તેથી રેખા પરનું બિંદુ $(4, 2, k)$ સમતલમાં છે.

$\therefore\ 2(4)-4(2)+k=7$

$\therefore\ k=7.$ **જવાબ : (A)**

(59) સમતલ $x-3y+4z+6=0$ ના અક્ષો પરના અંતઃખંડોનો સરવાળો ......

(A) $\frac{11}{2}$ (B) $\frac{-11}{2}$ (C) $\frac{-19}{2}$ (D) 8

ઉકેલ : $x-3y+4z=-6$

$$\therefore \frac{x}{-6}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-\frac{3}{2}}=1$$

$\therefore$ સમતલના અંતઃખંડો $-6, 2, -\frac{3}{2}$

$\therefore$ અંતઃખંડોનો સરવાળો $= \frac{-11}{2}$ **જવાબ : (B)**

(60) સમતલ અક્ષોને A, B, C માં છેદે છે. જો ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $\left(p^2, p, 1\right)$ હોય, તો સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $p^2x+py+z==3p^2$ (B) $x+py+p^2z=3p^2$

(C) $p^2x+py+z=3$ (D) $x+py+p^2z=3$

ઉકેલ : ધારો કે સમતલ અક્ષોને $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ માં છેદે છે.

સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $\left(p^2, p, 1\right)=\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right)$

$\therefore a=3p^2, b=3p, c=3$

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{3p^2}+\frac{y}{3p}+\frac{z}{3}=1$

$\therefore x+py+p^2z=3p^2$ **જવાબ : (B)**

(61) બિંદુ $(4, 2, 3)$ નું સમતલ $2x+3y-6z+11=0$ થી લંબઅંતર = ...

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{43}{7}$ (C) 1 (D) $\frac{15}{7}$

ઉકેલ : બિંદુ (x_1, y_1, z_1) નું સમતલ $ax+by+cz+d=0$ થી લંબઅંતર

$$p=\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$=\frac{|8+6-18+11|}{\sqrt{4+9+36}}=\frac{7}{7}=1.$$ **જવાબ : (C)**

(62) $(1, 4, 7)$ અને $(3, 0, 1)$ ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજક સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $x-2y-3z=0$ (B) $x-2y-3z+14=0$

(C) $x-2y-3z-14=0$ (D) $x+2y+3z-18=0$

ઉકેલ : $A(1, 4, 7)$ અને $B(3, 0, 1)$ ને જોડતા $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ $M(2, 2, 4)$ થશે.

લંબદ્વિભાજક સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = \overrightarrow{\mathbf{AB}} = (2, -4, -6)$.

$\therefore$ લંબદ્વિભાજક સમતલનું સમીકરણ $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$.

$\therefore \ \vec{r} \cdot (1, -2, -3) = (2, 2, 4) \cdot (1, -2, -3) = -14$

$\therefore \ x - 2y - 3z + 14 = 0$ **જવાબ : (B)**

(63) સમતલો $x + 3y - z = 1$ અને $\vec{r} \cdot (-2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}) = 2$ ની છેદરેખા ...... સદિશને સમાંતર છે.

(A) $3\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$ (B) $-13\hat{i} + 2\hat{j} - 7\hat{k}$ (C) $13\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ (D) $2\hat{i} + 7\hat{j} - 13\hat{k}$

ઉકેલ : $\vec{n_1} = (1, 3, -1)$, $\vec{n_2} = (-2, 1, 4)$

$\vec{l} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = 13\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ સદિશની દિશાવાળી રેખા એ છેદરેખા છે.

તે $-13\hat{i} + 2\hat{j} - 7\hat{k}$ સદિશને સમાંતર છે. **જવાબ : (B), (C)**

(64) રેખા $\vec{r} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ અને સમતલ $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = 5$ વચ્ચેનું અંતર ......

(A) $\frac{10}{3\sqrt{3}}$ (B) $\frac{10}{9}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) $\frac{3}{10}$

(AIEEE : 2005)

ઉકેલ : $(1, -1, 4) \cdot (1, 5, 1) = 0$ અને $(2, -2, 3)$ સમતલમાં આવેલું નથી.

$\therefore$ રેખા સમતલને સમાંતર છે.

હવે, $A(2, -2, 3)$ રેખા પરનું બિંદુ છે અને સમતલનું સમીકરણ $x + 5y + z - 5 = 0$ છે.

રેખા અને સમતલ વચ્ચેનું અંતર એટલે કે સમતલથી રેખા પરના બિંદુનું અંતર

$\therefore$ રેખાનું સમતલથી અંતર $= \dfrac{|1(2) + 5(-2) + 1(3) - 5|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 1^2}}$

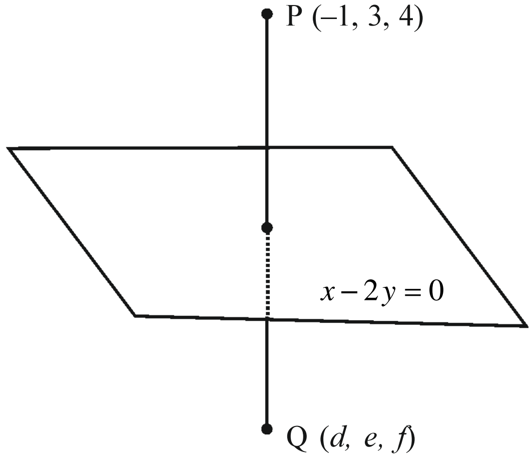
$= \dfrac{10}{3\sqrt{3}}$

જવાબ : (A)

(65) સમતલ $x-2y=0$ માં બિંદુ $(-1, 3, 4)$ નું પ્રતિબિંબ ......

(A) $\left(\frac{-17}{3}, \frac{-19}{3}, 4\right)$ (B) $(15, 11, 4)$ (C) $\left(\frac{-17}{3}, \frac{-19}{3}, 1\right)$ (D) $\left(\frac{9}{5}, \frac{-13}{5}, 4\right)$

(AIEEE :2006)



આકૃતિ 21.6

ઉકેલ : ધારો કે $P(-1, 3, 4)$ નું પ્રતિબિંબ $Q(d, e, f)$ છે.

$\therefore$ $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ $M\left(\frac{d-1}{2}, \frac{e+3}{2}, \frac{f+4}{2}\right)$ સમતલ $x-2y=0$ માં છે.

$\therefore$ $\frac{d-1}{2} - 2\left(\frac{e+3}{2}\right) = 0$

$\therefore$ $d-2e=7$ (1)

P માંથી પસાર થતી સમતલને લંબરેખાનું સમીકરણ

$\vec{r} = (-1, 3, 4) + k(1, -2, 0),\ k \in R$ $(\vec{l} = \vec{n})$

$\therefore$ $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{0}$

લંબરેખા Qમાંથી પણ પસાર થશે.

$\therefore$ $\frac{d+1}{1} = \frac{e-3}{-2} = \frac{f-4}{0}$

$\therefore$ $-2d-2=e-3$

$\therefore$ $2d+e=1$ અને $f=4$. (2)

સમીકરણ (1) અને (2) ઉકેલતાં, $d=\frac{9}{5},\ e=\frac{-13}{5}$

$\therefore$ પ્રતિબિંબ $\left(\frac{9}{5}, \frac{-13}{5}, 4\right)$ **જવાબ : (D)**

(66) સમતલો $x+5y+z=4$ અને $x+3y+2z=1$ ને લંબ $(1, 4, -2)$ માંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $7x+y+2z=7$ (B) $2x+8y+3z=28$ (C) $7x-y-2z=7$ (D) $7x-y+2z=-1$

ઉકેલ : આપેલ સમતલોના અભિલંબ સદિશ $\vec{n_1} = (1, 5, 1)$ અને $\vec{n_2} = (1, 3, 2)$

બંને સમતલોને લંબ સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = \vec{n_1} \times \vec{n_2}$

$$= (1, 5, 1) \times (1, 3, 2) = (7, -1, -2)$$

$\therefore$ લંબ સમતલનું સમીકરણ $a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$

$$\therefore \ 7(x-1) - 1(y-4) - 2(z+2) = 0$$

$$\therefore \ 7x - y - 2z = 7$$

જવાબ : **(C)**

(67) $(1, -2, 1)$ માંથી પસાર થતા $2x - 2y + z = 0$ અને $x - y + 2z = 4$ બંનેને લંબ સમતલનું $(1, 2, 2)$ થી અંતર ......

(A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (IIT : 2006)

ઉકેલ : લંબ સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = (2, -2, 1) \times (1, -1, 2) = (-3, -3, 0)$

અથવા $\vec{n} = (1, 1, 0)$

લંબ સમતલનું સમીકરણ $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$ $\left(\vec{a} = (1, -2, 1)\right)$

$$\therefore \ x + y = -1$$

$$\therefore \ x + y + 1 = 0$$

સમતલ $x + y + 1 = 0$ નું બિંદુ $(1, 2, 2)$ થી અંતર

$$= \frac{|1(1) + 1(2) + 0(2) + 1|}{\sqrt{1+1+0}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

જવાબ : **(D)**

(68) સમતલો $2x + 3y + z = 1$ અને $x + 3y + 2z = 2$ ની છેદ રેખા L એ X–અક્ષની ધન દિશા સાથે α માપનો ખૂણો બનાવે, તો $cos\alpha =$ ......

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (AIEEE : 2007)

ઉકેલ : રેખાની દિશા $\vec{l} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = (2, 3, 1) \times (1, 3, 2) = (3, -3, 3)$

એટલે કે $\vec{l} = (1, -1, 1)$

$$cos\alpha = \frac{|\vec{l} \cdot \hat{i}|}{|\vec{l}||\hat{i}|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

જવાબ : **(D)**

(69) રેખા $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{l_2} = \frac{z-z_1}{l_3}$ એ YZ–સમતલને સમાંતર હોય, તો ......

(A) $l_1 = 0$ (B) $l_2 = 0$ (C) $l_3 = 0$ (D) $l_2 = 0, l_3 = 0$

ઉકેલ : રેખાની દિશા (l_1, l_2, l_3) એ $x = 0$ ને લંબ છે.

$\therefore\ l_1 + 0 + 0 = 0$

$\therefore\ l_1 = 0$ **જવાબ : (A)**

(70) $(1, 5, 10)$ બિંદુનું રેખા $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{12}$ અને સમતલ $x + y - z - 1 = 0$ના છેદબિંદુથી અંતર ......

(A) 15 (B) 11 (C) 13 (D) $\frac{14}{5}$

ઉકેલ : રેખા પરનું બિંદુ $(-2, 1, -2)$ એ સમતલ $x + y - z - 1 = 0$ નું પણ બિંદુ છે. તેથી $(-2, 1, -2)$ એ રેખા અને સમતલનું છેદબિંદુ થશે.

$\therefore$ માગેલું અંતર $= \sqrt{(1+2)^2 + (5-1)^2 + (10+2)^2}$

$= \sqrt{9 + 16 + 144} = 13$ **જવાબ : (C)**

(71) સમતલ $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ અક્ષોને A, B, C બિંદુએ છેદે, તો ΔABC નું ક્ષેત્રફળ ...... એકમ થાય.

(A) $\sqrt{41}$ (B) $\sqrt{61}$ (C) $\sqrt{29}$ (D) $\sqrt{244}$

ઉકેલ : સમતલનું સમીકરણ : $6x + 4y + 3z = 12$

$$\therefore\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$$

$\therefore$ અક્ષો પરના અંતઃખંડ 2, 3, 4 છે.

$\therefore$ અક્ષો સાથેનાં છેદબિંદુઓ $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 4)$

ΔABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} |\overrightarrow{\mathbf{AB}} \times \overrightarrow{\mathbf{AC}}|$

$= \frac{1}{2} \left|(-2, 3, 0) \times (-2, 0, 4)\right|$

$= \frac{1}{2} \left|(12, 8, 6)\right|$

$= \frac{1}{2} \sqrt{144 + 64 + 36}$

$= \sqrt{61}$

નોંધ : ΔABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$ **જવાબ : (B)**

(72) $P(3, 6, 2)$ માંથી પસાર થતું અને $\overleftrightarrow{OP}$ ને લંબ સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $3x+6y+2z=49$ (B) $3x+6y+2z=7$

(C) $2x+6y+3z=49$ (D) $2x+6y+3z=7$

ઉકેલ : $\overleftrightarrow{OP}$ ને લંબ સમતલનો અભિલંબ સદિશ $\vec{n}=\overrightarrow{\mathbf{OP}}=(3, 6, 2)$ તથા સમતલ $\vec{a}=(3, 6, 2)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore\ 3(x-3)+6(y-6)+2(z-2)=0$

$\therefore\ 3x+6y+2z=49$ **જવાબ : (A)**

(73) $(5, 1, a)$ અને $(3, b, 1)$ માંથી પસાર થતી રેખા YZ - સમતલને $\left(0, \frac{17}{2}, \frac{-13}{2}\right)$ બિંદુએ છેદે, તો ......

(AIEEE:2008)

(A) $a=8, b=2$ (B) $a=2, b=8$ (C) $a=4, b=6$ (D) $a=6, b=4$

ઉકેલ : $(5, 1, a)$ અને $(3, b, 1)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ

$\vec{r}=(5, 1, a)+k(-2,\ b-1,\ 1-a),\ k\in R$

ધારો કે રેખા $(5-2k,\ 1+k(b-1),\ a+k(1-a))$ બિંદુએ YZ -સમતલને છેદે છે.

$\therefore\ \left(0, \frac{17}{2}, \frac{-13}{2}\right) = (5-2k,\ 1+k(b-1),\ a+k(1-a))$

$\therefore\ 0=5-2k$. આથી, $k=\frac{5}{2}$.

$\frac{17}{2}=1+k(b-1)$

$\therefore\ \frac{17}{2}=1+\frac{5}{2}(b-1)$

$\therefore\ b=4$

$\frac{-13}{2}=a+k(1-a)$

$\therefore\ \frac{-18}{2}=\frac{-3a}{2}$

$\therefore\ 6=a$ **જવાબ : (D)**

(74) રેખા $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z+2}{2}$ એ સમતલ $x+3y-\alpha z+\beta=0$ માં આવેલી હોય, તો (α, β) = ...

(A) $(6, -17)$ (B) $(-6, 7)$ (C) $(5, -15)$ (D) $(-5, 5)$ (AIEEE : 2009)

ઉકેલ : રેખા માટે $\vec{a}=(2, 1, -2)$, $\vec{l}=(3, -5, 2)$ અને $\vec{n}=(1, 3, -\alpha)$

$\vec{l}\perp\vec{n}$. આથી $\vec{l}\cdot\vec{n}=0$

$\therefore\ 3-15-2\alpha=0$. આથી $\alpha=-6$

અને બિંદુ $(2, 1, -2)$ સમતલ $x+3y-\alpha z+\beta=0$ પર છે.

$\therefore\ 2+3+6(-2)+\beta=0$

$\therefore\ \beta=7$

$\therefore\ (\alpha, \beta)=(-6, 7)$. **જવાબ : (B)**

નોંધ : $\alpha=-6$ પરથી જ જવાબ મળી જાય.

(75) $P(3, 2, 6)$ અવકાશનું એક બિંદુ છે. બિંદુ Q રેખા $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$ પર આવેલું છે. સદિશ $\overrightarrow{\mathbf{PQ}}$ એ સમતલ $x - 4y + 3z = 1$ ને સમાંતર હોય, તો $\mu =$ ......

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $-\frac{1}{8}$ (IIT:2009)

ઉકેલ : રેખા $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$ પરનું બિંદુ $Q(1-3\mu, -1+\mu, 2+5\mu)$ છે.

$\overrightarrow{\mathbf{PQ}} = (1-3\mu-3, -1+\mu-2, 2+5\mu-6)$ એ સમતલ $x - 4y + 3z = 1$ ને સમાંતર છે,

તેથી $\overrightarrow{\mathbf{PQ}} \perp \vec{n}$, જ્યાં $\vec{n} = (1, -4, 3)$

$\therefore \overrightarrow{\mathbf{PQ}} \cdot \vec{n} = 0$

$\therefore (-3\mu-2)(1) + (\mu-3)(-4) + (5\mu-4)(3) = 0$

$\therefore -3\mu - 2 - 4\mu + 12 + 15\mu - 12 = 0$

$\therefore 8\mu = 2$

$\therefore \mu = \frac{1}{4}$ **જવાબ : (A)**

(76) X–અક્ષને સમાંતર, Y–અંતઃખંડ 2 અને Z–અંતઃખંડ 3 હોય તેવા સમતલનું સમીકરણ ......

(A) $3y + 2z = 1$ (B) $3y + 2z = 6$ (C) $2y + 3z = 1$ (D) $2y + 3z = 6$

ઉકેલ : X–અક્ષને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ $by + cz + 1 = 0$ છે.

સમતલનો y-અંતઃખંડ 2 અને z-અંતઃખંડ 3 છે.

$\therefore 2b + 1 = 0$ અને $3c + 1 = 0$

$\therefore b = -\frac{1}{2}$ અને $c = -\frac{1}{3}$

સમતલનું સમીકરણ $-\frac{y}{2} - \frac{z}{3} + 1 = 0$

$\therefore 3y + 2z = 6$

બીજી રીત :

X-અક્ષને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ

$\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

Y-અંતઃખંડ 2 અને Z-અંતઃખંડ 3 છે.

$\therefore$ સમતલનું સમીકરણ $\frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

$\therefore 3y + 2z = 6$

જવાબ : (B)

(77) $P(1, -2, 1)$ થી સમતલ $x + 2y - 2z = \alpha, \alpha > 0$ નું અંતર 5 છે. P થી સમતલ પરનો લંબપાદ ......

(A) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}, \frac{-7}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{4}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ (IIT : 2010)

ઉકેલ : બિંદુ $(1, -2, 1)$ થી સમતલ $x + 2y - 2z - \alpha = 0$ નું લંબ અંતર.

$$\frac{|1(1) - 2(2) + 1(-2) - \alpha|}{\sqrt{1+4+4}} = 5$$

$\therefore |-5 - \alpha| = 15$

$\therefore 5 + \alpha = 15$ અથવા $5 + \alpha = -15$

$\therefore \alpha = 10$ અથવા $\alpha = -20$

હવે $\alpha > 0$ હોવાથી $\alpha = 10.$

P માંથી સમતલ પરનો લંબપાદ M હોય, તો

$\overleftrightarrow{PM}$ નું સમીકરણ $\vec{r} = (1, -2, 1) + k\,(1, 2, -2),\ k \in R$

$\therefore$ Mના યામ કોઈક $k \in R$ માટે $(1+k,\ -2+2k,\ 1-2k)$ છે અને તે સમતલ $x+2y-2z-10=0$ પર છે.

$\therefore\ 1+k-4+4k-2+4k-10 = 0$

$\therefore\ 9k = 15$

$\therefore\ k = \frac{5}{3}$

$\therefore$ લંબપાદ $M\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}, \frac{-7}{3}\right)$ **જવાબ : (A)**

(78) સમતલો $3x-6y-2z=7$ અને $2x+y-kz=5$ પરસ્પર લંબ હોય, તો $k =$ ......

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

ઉકેલ : $\vec{n_1} \perp \vec{n_2}$ આથી, $\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 0$

$\therefore\ (3, -6, -2) \cdot (2, 1, -k) = 0$

$\therefore\ 6-6+2k=0$. આથી, $k=0$ **જવાબ : (A)**

(79) $P(2, -1, 2)$માંથી પસાર થતી રેખાની દિક્‌કોસાઈન ધન છે. તે યામાક્ષો સાથે સમાન માપના ખૂણા બનાવે છે. રેખા, સમતલ $2x+y+z=9$ ને Q માં છેદે છે. રેખાખંડ PQ ની લંબાઈ ......

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2 (IIT-2009)

ઉકેલ : રેખાની દિક્‌કોસાઈન l, m, n લેતાં,

હવે, $l^2+m^2+n^2=1$ તથા રેખા અક્ષો સાથે સમાન માપના ખૂણા બનાવે છે, તેથી $l=m=n$.

$\therefore\ 3l^2=1$

$\therefore\ l = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

દિક્‌કોસાઈન ધન હોવાથી રેખાની દિક્‌કોસાઈન $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ થશે.

$\therefore$ P માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ $\vec{r} = (2, -1, 2) + k\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right),\ k \in R$

$\therefore$ P થી R અંતરે આવેલું રેખા પરનું બિંદુ $Q\left(2+\frac{k}{\sqrt{3}}, -1+\frac{k}{\sqrt{3}}, 2+\frac{k}{\sqrt{3}}\right)$ છે.

તે સમતલ $2x+y+z=9$ પર આવેલું છે.

$\therefore\ 2\left(2+\frac{k}{\sqrt{3}}\right) + \left(-1+\frac{k}{\sqrt{3}}\right) + \left(2+\frac{k}{\sqrt{3}}\right) = 9$

$\therefore\ \frac{4k}{\sqrt{3}} = 4$

$\therefore\ K = \sqrt{3}$

$\therefore\ PQ = \sqrt{3}$ **જવાબ : (C)**