অধ্যায়-13

প্ৰত্যক্ষ আৰু ব্যস্ত সমানুপাত

তলৰ উদাহৰণবোৰলৈ মন কৰা—

(a) এটা পানী উঠোৱা মেচিনেৰে 10 মিনিটত 100 লিটাৰ পানী উঠাব পাৰি। সেই একেটা মেচিনেৰে 20 মিনিটত 200 লিটাৰ পানী উঠাব পাৰি।

(b) এখন কিতাপৰ মূল্য 150 টকা, তেনেকুৱা 7খন কিতাপৰ মূল্য 1050 টকা।

(c) এজন শ্ৰমিকৰ দৈনিক মজুৰি 300 টকা। তেওঁ 3 দিন কাম কৰিলে তেওঁৰ মজুৰি হ'ব 900 টকা।

(d) এক বেগ চাউলৰ ওজন 10 কেজি। একে জোখৰ 4 বেগ চাউলৰ ওজন হ'ব 40 কেজি।

(e) 40 টা কমলাৰ মূল্য 400 টকা। 20 টা কমলাৰ মূল্য হ'ব 200 টকা।

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰিলে দেখিবা যে (a), (b), (c) আৰু (d) উদাহৰণটোত এটাৰ পৰিমাণ বৃদ্ধি হ'লে সেই অনুপাতে আনটো বস্তুৰ পৰিমাণো বৃদ্ধি পাইছে। আনহাতে (e) উদাহৰণত কমলাৰ সংখ্যা কমাৰ লগে লগে একে অনুপাতত প্ৰয়োজন হোৱা টকাও কমিছে।

আমি দৈনন্দিন জীৱনত এনেকুৱা বহুতো উদাহৰণ দেখা পাওঁ য'ত এটা পৰিমাণ বাঢ়িলে তাৰ লগত সম্বন্ধ থকা আনটোৰ পৰিমাণ সমান অনুপাতত বাঢ়ে। তেনেদৰে আন এটাৰ পৰিমাণ হ্ৰাস পালে তাৰ লগত সম্বন্ধ থকা আনটোৰ পৰিমাণ সমান অনুপাতত হ্ৰাস পোৱা দেখা যায়।

কাৰ্য

উদাহৰণ (a) ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা

সময় (মিনিট)	1	2	3		10		20
পানীৰ পৰিমাণ (লিটাৰ)	10	20		50		180	

উদাহৰণ (b) ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা

কিতাপৰ সংখ্যা	1	2		7	9	12		20
কিতাপৰ মূল্য	150		750	1050			2100	

তোমালোকে আন উদাহৰণকেইটাও এনেদৰে নিজাকৈ সংখ্যা বহুৱাই সম্পূৰ্ণ কৰি গণিতৰ শিক্ষকক দেখুওৱা। এনে ধৰণৰ সমান অনুপাতত বৃদ্ধি বা হ্ৰাসক **প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত বা প্ৰত্যক্ষ বিচৰণ (Direct Variation)** বোলে।

13.1 প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত (Direct Proportion)

এটা উদাহৰণ লোৱা যাওক। ধৰাহ'ল, দুটা নেমুৰ মূল্য 10 টকা, 3 টাৰ মূল্য 15 টকা, 7 টাৰ মূল্য 35 টকা, 15 টাৰ মূল্য 75 টকা ইত্যাদি।

এতিয়া আমি এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰোঁ আঁহা

নেমুৰ সংখ্যা (x)	2 (x_1)	3 (x_2)	7 (x_3)	15 (x_4)
মূল্য (টকাত) (y)	10 (y_1)	15 (y_2)	35 (y_3)	75 (y_4)
$\frac{x}{y}$	$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$	$\frac{7}{35}=\frac{1}{5}$	$\frac{15}{75}=\frac{1}{5}$

ওপৰৰ তালিকাখনত আমি নেমুৰ সংখ্যাক x আৰু নেমুৰ মূল্যক y বুলি ধৰি লৈছোঁ। তালিকাখনত মন কৰা যে নেমুৰ সংখ্যা বাঢ়োঁতে খৰচো সমান অনুপাতত বাঢ়িছে। আনহাতে, নেমুৰ সংখ্যা কমোতে মূল্যও সমান অনুপাতত কমিছে। আকৌ,

$$\frac{x}{y}=\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=\frac{x_4}{y_4}=\frac{1}{5}, \text{ এটা ধ্ৰুৱক}$$

আমি যদি $\frac{1}{5}$ ক kৰে চিহ্নিত কৰোঁ, তেন্তে

$$\frac{x}{y}=k \text{ বা } x=ky$$

এইধৰণৰ বিচৰণক য'ত এটা চলক x ৰ বৃদ্ধিয়ে আনটো চলক yৰ বৃদ্ধি বুজায় (অথবা এটা চলক x ৰ হ্ৰাসে আনটো চলক y ৰ হ্ৰাস বুজায়) তেনে বিচৰণক **প্ৰত্যক্ষ বিচৰণ** বোলে আৰু আমি কওঁ যে x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক। লিখোঁতে $x \propto y$ বুলি লিখোঁ (x is directly proportional to y)। পঢ়োঁতে x প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক y বুলি পঢ়োঁ আৰু এই ক্ষেত্ৰত $\frac{x}{y}$ সদায় এটা ধ্ৰুৱক।

ওপৰৰ উদাহৰণটোত $k=\frac{1}{5}$, এটা ধ্ৰুৱক (স্থিৰ সংখ্যা)। বেলেগ উদাহৰণত k ৰ মান বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে।

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা নেমুৰ সংখ্যাৰ পৰিৱৰ্তনৰ লগে লগে আমি তাৰ মূল্যও নিৰ্ণয় কৰিব পাৰোঁ।

কৰি চোৱা

হিমা আৰু সীমাৰ বয়সৰ তালিকা এখন তলত দিয়া হ'ল

	5 বছৰৰ আগৰ বয়স	এতিয়াৰ বয়স	5 বছৰৰ পিছত বয়স
হিমাৰ বয়স (x)	9	14	19
সীমাৰ বয়স (y)	10	15	20
$\frac{x}{y}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{19}{20}$

এতিয়া চোৱা যে ওপৰৰ তালিকাখনত x বাঢ়োঁতে y বাঢ়িছে কিন্তু $\frac{x}{y}$ ধ্ৰুৱক নহয় অৰ্থাৎ **দুটা চলক একেলগে বৃদ্ধি বা হ্ৰাস হ'লেও কিন্তু সমানুপাতিকভাৱে নহ'ব পাৰে।**

উদাহৰণ 1 ঃ এখন গাড়ীয়ে 20 লিটাৰ পেট্ৰ'লেৰে 240 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰে। গাড়ীখনে 5 লিটাৰ, 8 লিটাৰ, 12 লিটাৰ আৰু 25 লিটাৰ পেট্ৰ'লত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ববোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল, পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ x লিটাৰ আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব y কিলোমিটাৰ। এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা যাওক ঃ

পেট্ৰ'ল (x লিটাৰ)	$20(x_1)$	$5(x_2)$	$8(x_3)$	$12(x_4)$	$25(x_5)$
দূৰত্ব (y কি মি)	$240(y_1)$	y_2	y_3	y_4	y_5

গাড়ী এখনে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বৃদ্ধি হ'লে পেট্ৰ'লৰ খৰচো সমান অনুপাতত বৃদ্ধি হয়। গতিকে, পেট্ৰ'লৰ খৰচ আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক।

গতিকে, $\frac{x}{y} = k$ বা $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{x_4}{y_4} = \frac{x_5}{y_5}$

(i) $x_1 = 20, y_1 = 240, x_2 = 5, y_2 = ?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

বা, $\frac{20}{240} = \frac{5}{y_2}$

বা, $\frac{1}{12} = \frac{5}{y_2}$

বা, $y_2 = 12 \times 5 = 60$

(ii) $x_3 = 8, y_3 = ?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_3}{y_3}$

বা, $\frac{20}{240} = \frac{8}{y_3}$

বা, $\frac{1}{12} = \frac{8}{y_3}$

বা, $y_3 = 96$

(iii) $x_4 = 12,\ y_4 = ?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_4}{y_4}$

বা, $\frac{20}{240} = \frac{12}{y_4}$

বা, $\frac{1}{12} = \frac{12}{y_4}$

বা, $y_4 = 144$

(iv) $x_5 = 25,\ y_5 = ?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_5}{y_5}$

বা, $\frac{20}{240} = \frac{25}{y_5}$

বা, $\frac{1}{12} = \frac{25}{y_5}$

বা, $y_5 = 12 \times 25 = 300$

এতিয়া সম্পূৰ্ণ তালিকাখন তলত দিয়া হ'ল

x (লিটাৰ)	20	5	8	12	25
y (কি মি)	240	60	96	144	300

উদাহৰণ 2 ঃ মাধুৰ্যই চাইকেলেৰে 10 মিনিটত 1 কিলোমিটাৰ বাট অতিক্ৰম কৰিব পাৰে। সেই একে গতিৰে সি 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান বাট যাব?

সমাধান ঃ 1 ঘণ্টা 20 মিনিট = (60 + 20) মিনিট

= 80 মিনিট

প্ৰথম পদ্ধতি ঃ ধৰাহ'ল x আৰু y এ ক্ৰমে সময় আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বুজাইছে। এতিয়া তলৰ তালিকাখন চোৱা। সময় বৃদ্ধি হ'লে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বৃদ্ধি পাব। গতিকে x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক।

সময় (x)	$10(x_1)$	$80(x_2)$
দূৰত্ব (y)	$1(y_1)$	y_2

$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ (অথবা $\frac{x}{y} = k$ এটা ধ্ৰুৱক)

বা, $\frac{10}{1} = \frac{80}{y_2}$

বা, $10 \times y_2 = 80 \times 1$

বা, $y_2 = \frac{80}{10} = 8$

মাধুৰ্যই 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত 8 কিলোমিটাৰ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব।

দ্বিতীয় পদ্ধতি (ঐকিক প্ৰণালী) ঃ

10 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে 1 কিলোমিটাৰ

$\therefore$ 1 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে $\frac{1}{10}$ কিলোমিটাৰ

$\therefore$ 80 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে $\frac{1}{10} \times 80$ কিলোমিটাৰ

= 8 কিলোমিটাৰ

তৃতীয় পদ্ধতি ঃ

$\therefore$ বেছি সময়ত বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব

$\therefore$ এইক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হ'ব

যিহেতু আমি দূৰত্ব উলিয়াব লাগে আৰু বেছি সময়ত বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব

$\therefore$ নিৰ্ণেয় দূৰত্ব = 1 কিঃমিঃ $\times \frac{80}{10}$ = 8 কিঃমিঃ

(সময়ৰ অনুপাত $\frac{80}{10}$ যে পূৰণ কৰিব লাগিব কাৰণ আমাৰ দূৰত্ব বঢ়াবলৈ অনুপাতটো 1 তকৈ ডাঙৰ হ'ব লাগিব।)

উদাহৰণ 3 ঃ এখন ৰেলগাড়ী 18 ঘণ্টাত 720 কিলোমিটাৰ ৰেলপথ অতিক্ৰম কৰিব পাৰে। সেই গাড়ীখনে 200 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ কিমান ঘণ্টা লাগিব?

সমাধান ঃ প্ৰথম পদ্ধতি ঃ

ধৰাহ'ল x আৰু yয়ে ক্ৰমে সময় আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বুজাইছে।

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰোঁ আহা—

সময় (x)	$18(x_1)$	x_2
দূৰত্ব (y)	$720(y_1)$	$200(y_2)$

যিহেতু বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ বেছি সময়ৰ প্ৰয়োজন হয়, গতিকে এইক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হ'ব।

$\therefore \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

বা, $\frac{18}{720} = \frac{x_2}{200}$

বা, $x_2 = \frac{18}{720} \times 200 = 5$

$\therefore$ 200 কিঃ মিঃ অতিক্ৰম কৰিবলৈ 5 ঘণ্টা লাগিব।

দ্বিতীয় পদ্ধতি ঃ (ঐকিক প্ৰণালী)

720 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে 18 ঘণ্টা

$\therefore$ 1 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে $\frac{18}{720}$ ঘণ্টা

$\therefore$ 200 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে $\left(\frac{18}{720}\times 200\right)$ ঘণ্টা = 5 ঘণ্টা

তৃতীয় পদ্ধতি

যিহেতু কম দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কম সময় লাগিব (এইক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত)
ইয়াত আমি সময় উলিয়াব লাগিব আৰু সময় কম লাগিব।

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সময় $= 18\times\frac{200}{720} = 5$ ঘণ্টা

(দূৰত্বৰ অনুপাত $\frac{200}{720} < 1$ যে পূৰণ কৰিব লাগিব যিহেতু সময় কমাব লাগিব।)

উদাহৰণ 4 ঃ 12 খিলা ডাঠ কাগজৰ ওজন যদি 40 গ্ৰাম হয়, একে ধৰণৰ কিমান খিলা কাগজৰ ওজন $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম হ'ব?

সমাধান ঃ $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম = (2000 + 500) গ্ৰাম
= 2500 গ্ৰাম

ধৰাহ'ল $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম ওজনৰ বাবে x খিলা কাগজ লাগিব। আমি ওপৰৰ তথ্যখিনি তলৰ তালিকাখনত দেখুৱাম ঃ

কাগজৰ সংখ্যা (খিলাত)	12	x
কাগজৰ ওজন (গ্ৰামত)	40	2500

কাগজৰ সংখ্যা বেছি হ'লে ওজনো বেছি হ'ব। গতিকে প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত।

$\therefore \quad \frac{12}{40} = \frac{x}{2500}$

বা $\quad 40\times x = 12\times 2500$

বা $\quad x = \frac{122\times 500}{40} = 750$

$\therefore$ উলিয়াব লগীয়া কাগজৰ সংখ্যা = 750 খিলা

চমুকৈ

নিৰ্ণেয় কাগজৰ সংখ্যা $= 12 \times \frac{2500}{40}$ ($\frac{2500}{40} > 1$, বেছি ওজন বেছি কাগজ)

$= 750$ খিলা

উদাহৰণ 5 ঃ

এখন মেপৰ চেণ্টি মিটাৰ স্কেল এনেধৰণে দিয়া হৈছে 1 : 300000 । সেইখন মেপত দুখন চহৰ 4 ছে.মি. দূৰত্বত দেখুওৱা হৈছে। সিহঁতৰ মাজত প্ৰকৃত দূৰত্ব উলিওৱা।

সমাধান ঃ

ইয়াত $300000 = 3\times10^5$

ধৰাহ'ল মেপৰ দূৰত্ব x চে মি

আৰু প্ৰকৃত দূৰত্ব y চে মি

দিয়া আছে $1:300000 = x:y$

বা, $\frac{1}{3\times10^5} = \frac{x}{y}$

$\therefore$ $x = 4$ ৰ বাবে

$\frac{1}{3\times10^5} = \frac{4}{y}$

বা, $y = 4\times3\times10^5$

$= 12\times10^5$

$\therefore$ প্ৰকৃত দূৰত্ব = 12 কি মি ($\because$ 10^5 চে মি = 1 কি মি)

অনুশীলনী 13.1

1. তলৰ তালিকাকেইখন পৰ্যবেক্ষণ কৰা আৰু x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হয় নে নহয় উলিওৱা।

i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

iii)

x	5	8	12	15	18	20
y	15	24	36	60	72	100

2. যদি মূলধন 1000 টকা, সুতৰ হাৰ বছৰি 8%, তেন্তে, তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰা আৰু কোনটোৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হয় বিচাৰি উলিওৱা।

সময়ৰ ম্যাদ	1 বছৰ	2 বছৰ	3 বছৰ
সৰল সুত (টকাত)			
চক্ৰবৃদ্ধি সুত (টকাত)			

3. কৰিমে চাইকেলেৰে ঘণ্টাত 15 কিলোমিটাৰ বাট অতিক্ৰম কৰে। তেওঁ (i) 3 ঘণ্টাত, (ii) 5 ঘণ্টাত, (iii) 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব?
4. ঘণ্টাত গড়ে 50 কিলোমিটাৰ বেগত গৈ থকা গাড়ী এখনেৰে 3 ঘণ্টা 15 মিনিটত জুলুমীয়ে কাজিৰঙা পালেগৈ। তেওঁ কিমান দূৰৰ পৰা কাজিৰঙালৈ আহিছে?
5. ঘণ্টাত 510 কিলোমিটাৰ বেগত গৈ থকা বিমান এখনে 2 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান দূৰ যাব?
6. মেৰীয়ে ঘণ্টাত 4.5 কিলোমিটাৰ দৌৰিব পাৰে আৰু গুৰপ্ৰীতে 9 মিনিটত 600 মিটাৰ দৌৰিব পাৰে। ঘণ্টাত কোনে বেছি দৌৰিব পাৰে?
7. এটা লঘু পানীয় ফেক্টৰীৰ মেচিনে 6 ঘণ্টাত 840 টা বটল পূৰ কৰে। ই 5 ঘণ্টাত কিমানটা বটল পূৰ কৰিব?
8. মডেল জাহাজ এখনৰ পালৰ খুঁটাটোৰ উচ্চতা 9 চে মি। প্ৰকৃত জাহাজখনৰ পালৰ খুঁটাটোৰ উচ্চতা 12 মি। প্ৰকৃত জাহাজখনৰ দৈৰ্ঘ্য যদি 28 মি হয়, তেন্তে মডেল জাহাজখনৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব?
9. এটা 5 মি 60 চে মি ওখ উলম্ব স্তম্ভই 3 মি. 20 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ছাঁ পেলায়। একেটা সময়ত—
   i) 10 মি 50 চে মি ওখ স্তম্ভ এটাই পেলোৱা ছাঁৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।
   ii) 5 মি দৈৰ্ঘ্যৰ ছাঁ পেলোৱা স্তম্ভ এটাৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।
10. লিমচিঙৰ হাতত ৰাস্তাৰ এখন মেপ আছে। মেপৰ দূৰত্ব আৰু প্ৰকৃত দূৰত্বৰ অনুপাত হৈছে 1 চে মি ঃ 18 কি মি। তেওঁ 72 কি মি দূৰত্ব গাড়ী চলালে মেপত দূৰত্ব কিমান হ'ব?

13.2 পৰোক্ষ বা ব্যস্ত সমানুপাত (Inverse Proportion)

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা—

উদাহৰণ 1 ঃ নগাঁও আৰু গুৱাহাটীৰ মাজৰ দূৰত্ব 120 কি মি। ৰমেনে মটৰেৰে ঘণ্টাত 40 কি মি বেগেৰে নগাঁৱৰ পৰা গুৱাহাটীলৈ আহোঁতে 3 ঘণ্টা লাগিল। আকৌ উভতি যাওঁতে ঘণ্টাত 60 কি মি বেগেৰে গ'ল। সময় লাগিল 2 ঘণ্টা। গতিকে গতিবেগ বঢ়ালে কোনো এক নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰোঁতে সময় কম লাগে।

উদাহৰণ 2 ঃ কোনো এটা কাম কৰোঁতে 5 জন মানুহৰ 18 দিন লাগে। যদি 10 জন মানুহ কামটোত নিয়োগ কৰা হয়, তেন্তে কামটো 9 দিনত সম্পূৰ্ণ হৈ যায়। অৰ্থাৎ মানুহ বেছি হ'লে সময় কম লাগে।

উদাহৰণ 3 ঃ ৰহদৈয়ে 144 বৰ্গ মিটাৰ জোখৰ আয়তাকৃতিৰ মাটি এটুকুৰা কিনিব বিচাৰিলে। তেওঁ যদি মাটি টুকুৰাৰ এটা ফালৰ দৈৰ্ঘ (ধৰা হ'ল x) 12 মি ল'ব বিচাৰে, তেন্তে আনটো ফালৰ দৈৰ্ঘ (ধৰা হ'ল y) 12 মি ল'ব

লাগিব (যিহেতু 12 মি × 12 মি = 144 বৰ্গ মিটাৰ)। আকৌ তেওঁ যদি x দৈৰ্ঘটো কমায় 9 মি লয়, তেন্তে y ৰ দৈৰ্ঘ বাঢ়ি 16 মি হয়গৈ। আনহাতে x ৰ দৈৰ্ঘ যদি বঢ়াই 36 মি লয় তেন্তে y ৰ দৈৰ্ঘ 4 মি হে পাব, কিয়নো মাটিৰ পৰিমাণ তিনিওটাৰ ক্ষেত্ৰতে একে থাকিব। গতিকে আমি মন কৰিলোঁ যে এক নিৰ্দিষ্ট কালিৰ আয়তাকৃতিৰ মাটিৰ বাবে এটা ফালৰ দৈৰ্ঘ্য (x) বাঢ়িলে আনটো ফালৰ দৈৰ্ঘ (y) কমে বা x ৰ মান কমিলে y ৰ মান বাঢ়ে।

প্ৰথম উদাহৰণটোত, দূৰত্ব = সময় × গতিবেগ

দূৰত্ব ধ্ৰুবক ৰাখি গতিবেগ বঢ়ালে সময় সমান অনুপাতত কমে, বা, সময় বাঢ়িলে গতিবেগ সমান অনুপাতত কমিব।

দ্বিতীয় উদাহৰণত এটা নিৰ্দিষ্ট কামৰ বাবে মানুহ বাঢ়িলে সময় সমানুপাতিকভাৱে কম লাগে। বা মানুহ কমিলে সময় সমানুপাতিকভাৱে বেছি লাগে।

তৃতীয় উদাহৰণত, আয়তাকৃতিৰ মাটিৰ কালি নিৰ্দিষ্ট ৰাখি এটা ফালৰ দীঘ বঢ়ালে সমান অনুপাতে আনটো ফালৰ দীঘ কমে, বা এটা কমিলে আনটো বাঢ়ে।

উদাহৰণকেইটা অনুসাৰে তলৰ তালিকাকেইখন পূৰ কৰা—

তালিকা 1

গাড়ীৰ গতিবেগ (কি মি/ঘ) x	10		20	40	60	80
সময় (ঘ) y	12	8		3	2	
xy	120	120	120		120	120

তালিকা 2

মানুহৰ সংখ্যা (x)	5	10		18	30	
সময় (দিন) y	18	9	6		3	2
xy	90	90	90	90		90

তালিকা 3

এটা ফালৰ দীঘ (x) মি	12	9	36		8	24	
আনটো ফালৰ দীঘ (y) মি	12	16	4	26		6	3
xy	144	144	144	144	144		144

1 নং তালিকাখনত গতিবেগক x বুলি ধৰি আৰু পূৰ কৰিবলৈ লোৱা সময়ক y বুলি ধৰিলে প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে সিহঁতৰ পূৰণফল $x \times y$ এটা ধ্ৰুবক হৈছে কাৰণ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y = 120$

সেইদৰে দ্বিতীয় আৰু তৃতীয় তালিকাত ক্ৰমে মানুহৰ সংখ্যা আৰু সময়ৰ পূৰণফল, দীঘ আৰু প্ৰস্থৰ পূৰণফলবোৰ একো একোটা ধ্ৰুবক।

সিপিঠিৰ আলোচনাখিনিত আমি দেখিলোঁ যে তাত x আৰু y দুটা ৰাশিৰ এটা বাঢ়িলে আনটো সমানুপাতিকভাৱে কমে বা এটা কমিলে আনটো সমানুপাতিকভাৱে বাঢ়ে। ইহঁতৰ পূৰণফল এটা ধ্ৰুৱক। এনেবোৰ ক্ষেত্ৰত x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বোলা হয় (x is inversely proportional to y)।

$$x \propto \frac{1}{y}$$ এনেদৰে লিখা হয়।

বা, $xy = k$ (ধ্ৰুৱক)

প্ৰথম উদাহৰণটোত গতিবেগ x সময় y আৰু kৰ মান 120।

কৰি চোৱা

ধৰাহ'ল এখন বিদ্যালয়ৰ প্ৰাতঃ সভাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক 10 টা শাৰীত সজোৱা হ'ল। প্ৰতিটো শাৰীতে 40 জনকৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে। এতিয়া সেই একেখিনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰে শাৰীৰ সংখ্যা সলনি কৰি, একোটা শাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা আৰু তালিকাখন পূৰ কৰা।

শাৰীৰ সংখ্যা (x)	10 (x_1)	16 (x_2)	20 (x_3)	8 (x_4)
একোটা শাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (y)	40 (y_1)	..... (y_2)	..... (y_3)	..... (y_4)

(i) তালিকাখনৰ পৰা তোমালোকে কি দেখিলা? x বৃদ্ধি হওঁতে y হ্ৰাস হৈছেনে অথবা x হ্ৰাস হওঁতে y বৃদ্ধি হৈছেনে?

(ii) $x \times y$ প্ৰতিক্ষেত্ৰতে একে হয়নে?

(iii) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ হয়নে?

(iv) $x_2 : x_3 = y_3 : y_2$ হয়নে?

(v) $x_1 : x_2 = y_1 : y_2$ হয়নে?

উদাহৰণ 1 : তলৰ তালিকাবোৰ পৰ্যবেক্ষণ কৰা আৰু চলকৰ কোনবোৰ যোৰ (ইয়াত x আৰু y) ব্যস্ত সমানুপাতত আছে উলিওৱা।

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

(iii)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35

সমাধান ঃ

i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8
$x \times y$	250	240	210	160

যিহেতু প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y$ ৰ মান একে নহয়, গতিকে $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক নহয়। গতিকে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত নাই।

ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15
$x \times y$	6000	6000	6000	6000

যিহেতু প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y$ ৰ মান একেই, সেয়ে আমি ক'ব পাৰো যে $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক। গতিকে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

iii)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35
$x \times y$	900	900	900	750	600	175

যিহেতু প্ৰতিক্ষেত্ৰতে $x \times y$ ৰ মান একে নহয়। গতিকে, $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক নহয়। সেয়েহে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত নাই।

উদাহৰণ 2 : এটা পেঞ্চিল বাকচত থকা পেঞ্চিলবোৰ 15 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত ভগাই দিলে প্ৰতিজন 8 ডালকৈ ভাগত পায়। যদি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 5 জন বঢ়াই দিওঁ প্ৰতিজনে কিমানডালকৈ পেঞ্চিল পাব?

সমাধান ঃ প্ৰথম পদ্ধতি

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা বাঢ়িলে গাইপতি কমসংখ্যক পেঞ্চিল পাব।

$\therefore$ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা আৰু গাইপতি পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা ব্যস্ত সমানুপাতিক।

ধৰাহ'ল, ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা $= x$

আৰু প্ৰতিজনে পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা $= y$

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (x)	$15(x_1)$	$20(x_2)$
প্ৰতিজনে পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা (y)	$8(y_1)$	? (y_2)

যিহেতু x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $15 \times 8 = 20 \times y_2$

বা, $y_2 = \frac{15 \times 8}{20} = 6$

$\therefore$ প্ৰতিজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে 6 ডালকৈ পেঞ্চিল পাব।

উদাহৰণ 3 ঃ

40 কি মি/ঘ গড়বেগত গৈ বাছ এখনে $4\frac{1}{2}$ ঘণ্টাত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে। যদি উভতি আহোঁতে গতিবেগ 45 কি মি/ঘণ্টা হয় তেন্তে বাছখনক সেইখিনি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কিমান সময় লাগিব?

সমাধান ঃ লক্ষ্য কৰা যে বেছি গতিবেগত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কম সময় লাগিব। গতিকে ৰাশি দুটা ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

ধৰা হওক বাছখনৰ গতিবেগ $= x$ কি মি/ঘ

আৰু বাছখনে লোৱা সময় $= y$ ঘণ্টা

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল

বাছখনৰ গতিবেগ (x) কিমি/ঘ	$40(x_1)$	$45(x_2)$
সময় (ঘণ্টা) (y)	$4\frac{1}{2}\,(y_1)$	? (y_2)

যিহেতু, x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতিক

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $40 \times \frac{9}{2} = 45 \times y_2$

বা, $\frac{9}{2} \times \frac{40}{45} = y_2$

বা, $4 = y_2$

বাছখনে উভতি আহোতে 4 ঘণ্টাত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব।

উদাহৰণ 4 ঃ এজন মানুহে এটা খেৰীঘৰ সাজি উলিয়াওঁতে 15 দিন সময় লয়। সেই ঘৰটো 3 জন মানুহে কেইদিনত সাজি উলিয়াব?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মানুহৰ সংখ্যা = x আৰু সময় = y দিন।

x	$1(x_1)$	$3(x_2)$
y	$15(y_1)$	$?\ (y_2)$

ইয়াত মানুহ বেছি গতিকে কম সময় লাগিব। সেয়েহে x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতিক।

$\therefore\ x_1y_1 = x_2y_2$

বা $y_2 = \frac{1}{3} \times 15 = 5$

$\therefore$ 3 জন মানুহে 5 দিনত কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিব।

উদাহৰণ 5 ঃ যদি 10 জন মানুহে এটা পুখুৰী 17 দিনত খান্দিব পাৰে, তেন্তে সেই পুখুৰীটো 34 জন মানুহে কিমান দিনত খান্দিব?

সমাধান ঃ

ধৰাহ'ল বনুৱাৰ সংখ্যা = x

আৰু সময় = y দিন

x	$10(x_1)$	$34(x_2)$
y	$17(y_1)$	y_2

বেছি সংখ্যক মানুহ, কম দিন লাগিব।

$\therefore$ এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

$\therefore\ x_1y_1 = x_2y_2$

বা $10 \times 17 = 34 \times y_2$

বা $y_2 = \frac{10 \times 17}{34} = 5$

$\therefore$ 34 জন মানুহে 5 দিনত পুখুৰীটো খান্দিব পাৰিব।

অনুশীলনী 13.2

1. তলৰ উক্তিবোৰ ব্যস্ত সমানুপাত হয়নে নহয় লিখা।
   (i) এটা কামৰ বাবে প্ৰয়োজন হোৱা কৰ্মীৰ সংখ্যা আৰু কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ লগা সময়।
   (ii) এটা নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ এখন গাড়ীৰ গতিবেগ আৰু লগা সময়।
   (iii) খেতি কৰা মাটিৰ কালি আৰু উৎপাদন কৰা শস্য।
2. এখন গাঁৱৰ ৰাইজে বাজহুৱা পুখুৰী এটা খন্দাৰ সিদ্ধান্ত ল'লে। 30 জন গঞাই যদি 35 দিনত পুখুৰীটো খান্দিব পাৰে, তেন্তে 210 জন গঞাই কিমান দিনত সেই কামটো কৰিব পাৰিব?
3. এটা আত্মসহায়ক গোটৰ 15 গৰাকী মহিলাই 24 দিনত 500 খন গামোচা বয়। সেই কামটো (500 খন গামোচা) কিমান কিমান দিনত সম্পন্ন হ'ব যদি মহিলাৰ সংখ্যা 5, 18 অথবা 24 হয়?
4. এটা খালী চৌবাচ্চা 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত পূৰ্ণ কৰিবলৈ 6 টা নল (Pipe)ৰ প্ৰয়োজন হয়। যদি একেধৰণৰ 5 টা নল ব্যৱহাৰ কৰা হয়, তেন্তে চৌবাচ্চাটো পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান সময়ৰ প্ৰয়োজন হ'ব?
5. 4 কিলোমিটাৰ দীঘল মথাউৰি এটা 42 দিনত 120 জন মানুহে বান্ধিব পাৰে। সেই মথাউৰিটো 30 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান মানুহৰ প্ৰয়োজন হ'ব?
6. যি উপাৰ্জনেৰে 6 জনীয়া পৰিয়াল এটাই 42 দিন চলিব পাৰে, পৰিয়ালটোত এজন সদস্য বাঢ়িলে সেই উপাৰ্জনেৰে কিমান দিন চলিব?
7. 35 গৰাকী মহিলাই এটা কাম 160 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰিব পাৰে। তেওঁলোকৰ 28 গৰাকী মহিলাই সেই কামটো কিমান দিনত কৰিব পাৰিব?
8. দুজন মানুহে 7 দিনত 4 খন নতুন খিৰিকী লগাব পাৰে।
   (i) কাম আৰম্ভ কৰাৰ আগতে তাৰে এজন মানুহ অসুস্থ হ'ল। কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ বাকী থকা লোকজনৰ কেইদিন লাগিব?
   (ii) এদিনতে খিৰিকীবোৰ লগাবলৈ হ'লে কেইজন মানুহৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

বহুবিকল্প প্ৰশ্ন (MCQ) ঃ

1. যদি x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সামানুপাতত থাকে, তেন্তে

   a) $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ b) $x_1y_1=x_2y_2$ c) $x_1x_2=y_1y_2$ d) $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1}$
2. যদি $x_1=4, y_1=10, x_2=2$ আৰু x, y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতত থাকে, তেন্তে $y_2=$?
   a) 20 b) 5 c) 25 d) 10
3. যদি x আৰু y পৰোক্ষ সমানুপাতিক, তেন্তে তলৰ কোনটো শুদ্ধ?
   a) x বাঢ়িলে y বাঢ়ে b) x কমিলে y কমে
   c) x বাঢ়িলে y কমে d) ওপৰৰ এটাও নহয়

4. যদি 5 খন কিতাপৰ ওজন 4 কি গ্ৰা, তেন্তে তেনেকুৱা 8 খন কিতাপৰ ওজন কিমান হ'ব?
   a) 5 কি গ্ৰা b) 6 কি গ্ৰা c) 6.4 কি গ্ৰা d) 10 কি গ্ৰা
5. 10 জন মানুহক এটা গাত খান্দিবলৈ 6 ঘণ্টা লাগে। কিমানজন মানুহে 12 ঘণ্টাত গাতটো খান্দিব?
   a) 20 b) 5 c) 7 d) 15
6. এজন মানুহে এটা কাম সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ 6 দিন লাগে। তেন্তে 2 জন মানুহে এদিনত কামটোৰ কিমান অংশ সম্পূৰ্ণ কৰিব?
   a) $\frac{1}{3}$ অংশ b) $\frac{1}{6}$ অংশ c) $\frac{1}{2}$ অংশ d) $\frac{1}{12}$ অংশ
7. 36 জন মানুহে এটা কাম 20 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰে। 12 জন মানুহে সেই কামটো কিমান দিনত কৰিব?
   a) $\frac{20}{3}$ দিনত b) 40 দিনত c) 60 দিনত d) 8 দিনত
8. এখন কেণ্টিনত 300 জন মানুহৰ 20 দিনৰ খাদ্য আছে। যদি 50 জন মানুহ কমি যায় সেইখিনি খাদ্যৰে কিমান দিন চলিব?
   a) 120 দিন b) 17 দিন c) 25 দিন d) 24 দিন

1. দুটা ৰাশি x আৰু y ক প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক বুলি কোৱা হ'ব যদিহে সিহঁতৰ হ্ৰাস বা বৃদ্ধিৰ অনুপাতৰ মান অপৰিবৰ্তনীয় বা ধ্ৰুৱক হয়। অৰ্থাৎ $\frac{x}{y}=k$ [য'ত, k এটা ধনাত্মক সংখ্যা]। তেতিয়া x আৰু y ৰ প্ৰত্যক্ষভাৱে পৰিবৰ্তন হোৱা বুলি কোৱা হয়। এনে ক্ষেত্ৰত যদি x ৰ দুটা মান x_1, x_2 সাপেক্ষে y ৰ অনুৰূপ মান ক্ৰমে y_1, y_2 হয় তেন্তে $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ হ'ব।

2. দুটা ৰাশি x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বুলি কোৱা হ'ব যদিহে x ৰ মান বৃদ্ধি হ'লে y ৰ মান সমানুপাতিকভাৱে হ্ৰাস হয় আৰু বিপৰীত ক্ৰমে x ৰ মান হ্ৰাস হ'লে y যদি y ৰ মান সমানুপাতিকভাৱে বৃদ্ধি হয়। এইক্ষেত্ৰত সিহঁতৰ ক্ৰমিক মানবোৰৰ পূৰণফল এটা ধ্ৰুৱক হয়। অৰ্থাৎ, যদি $xy = k$ তেন্তে x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বুলি কোৱা হয়। এইক্ষেত্ৰত যদি x ৰ দুটা মান $x_1 \cdot x_2$ ৰ বাবে y ৰ অনুৰূপ মান y_1, y_2 হয় তেন্তে $x_1 y_1 = x_2 y_2$ বা $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1}$ হ'ব।

□□□