2022

MATHEMATICS

Time—3 Hours 15 Minutes

(First 15 minutes for reading the question paper only)

Full Marks — { **90 — For Regular Candidates**
100 — For External Candidates }

Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.

[प्रश्नसंख्या 1, 2, 3 तथा 4 के उत्तर उत्तरपुस्तिका के प्रारम्भ में क्रम से प्रश्नसंख्या लिखकर देना है। आवश्यक गणना और चित्र, यदि हो, तो उत्तरपुस्तिका के प्रथम कुछ पृष्ठों के दायें तरफ देना आवश्यक है। किसी प्रकार की सारणी और गणकयन्त्र का उपयोग वर्जित है। π का निकटतम मान $\frac{22}{7}$ तेना होगा। अंकगणितीय प्रश्न बीजगणितीय पद्धति से भी हल

[दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 7 पर प्रश्न संख्या 11 का वैकल्पिक प्रश्न दिया गया है।]
[बाह्य परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 7 और 8 पर अतिरिक्त प्रश्न संख्या 13 दिया गया है।]

1. निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक का सही विकल्प चुनिए :— 1×6=6

   (i) एक गाँव की वर्तमान जनसंख्या P एवं प्रतिवर्ष जनसंख्या वृद्धि दर $2r\%$ होने से, n वर्ष बाद जनसख्या होगी :

   (a) $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ (b) $P\left(1+\frac{r}{50}\right)^n$

   (c) $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2n}$ (d) $P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$

(ii) फातिमा, श्रेया एवं स्मिता ने कुल 6,000 रु. देकर एक व्यवसाय शुरू किया। एक वर्ष बाद फातिमा, श्रेया एवं स्मिता ने क्रमशः 50 रु., 100 रु. एवं 150 रु. का लाभांश पाया। इस व्यवसाय में स्मिता ने निवेश किया :

(a) 1,000 रु.
(b) 2,000 रु.
(c) 3,000 रु.
(d) 4,000 रु.

(iii) $A : B = 2 : 3$, $B : C = 5 : 8$, $C : D = 6 : 7$ होने से $A : D =$ कितना ?

(a) 2 : 7
(b) 7 : 2
(c) 5 : 8
(d) 5 : 14

(iv) 'O' केन्द्र वाले वृत्त का PQ एक व्यास है; R वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है एवं $PR = RQ$ होने से $\angle RPQ$ का मान :

(a) 30°
(b) 90°
(c) 60°
(d) 45°

(v) दो वृत्त परस्पर को स्पर्श अथवा काटते न हो तो दोनों वृत्तों के उभयनिष्ठ स्पर्शक/स्पर्शकों की संख्या है/हैं :

(a) 2
(b) 1
(c) 3
(d) 4

(vi) $2r$ इकाई लम्बाई के अर्द्धव्यास वाले ठोस गोलक का आयतन है :

(a) $\frac{32\pi r^3}{3}$ घन इकाई
(b) $\frac{16\pi r^3}{3}$ घन इकाई
(c) $\frac{8\pi r^3}{3}$ घन इकाई
(d) $\frac{64\pi r^3}{3}$ घन इकाई

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (कोई पाँच) : 1×5=5

(i) वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याजदर r% एवं प्रथम वर्ष का मूलधन P रु. होने से दूसरे वर्ष का मूलधन है ________ ।

(ii) $7\sqrt{11}$ एक _____ संख्या है।

(Contd.)

(iii) यदि एक गोलक का अर्द्धव्यास r है और आयतन v, तो $v \propto$ ________ ।

(iv) दो त्रिभुज सदृश होंगे, यदि उनकी संगत भुजाएं ________ हों।

(v) एक चतुर्भुज के दोनों विपरीत कोण परस्पर सम्पूरक होने से चतुर्भुज के शीर्ष विन्दुवें ________ ।

(vi) किसी समकोणीय षट्फलक की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई समान होने से उस ठोस का विशेष नाम है ________ ।

3. सत्य या असत्य लिखिए (कोई पाँच) : 1×5=5

(i) साझा व्यापार में कम से कम 3 लोगों की आवश्यकता होती है।

(ii) मूलधन एवं मिश्रधन में सम्बन्ध है, मूलधन < मिश्रधन।

(iii) $x^2 = 100$ समीकरण के दो मूल ± 10 हैं।

(iv) a और b में विलोम भेद होने से $\frac{a}{b} =$ स्थिरांक होगा।

(v) दो एककेन्द्रीय वृत्तों की केवल एक उभयनिष्ठ स्पर्शक होगी।

(vi) एक लम्ब वृत्ताकार शंकु की ऊँचाई, अर्द्धव्यास एवं तिर्यक ऊँचाई सदैव एक समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाएँ होती हैं।

4. किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 2×10=20

(i) वार्षिक ब्याज मूलधन का $\frac{1}{16}$ अंश होने से, 690 रुपये का 8 माह का ब्याज कितना होगा ?

(ii) किसी स्थान की वर्तमान जनसंख्या 13,310 है। किस दर से वृद्धि होने से 3 वर्ष में जनसंख्या 17,280 होगी ?

(iii) किसी व्यवसाय में A, B, C के मूलधन का अनुपात $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ है। एक वर्ष बाद व्यवसाय में z रुप की हानि हुई। C की हानि ज्ञात कीजिए।

(iv) $7x^2 - 66x + 27 = 0$ समीकरण के दोनों मूलों का योगफल और गुणनफल का अनुपात क्या होगा

(v) हर की करणी का परिमेयकरण कीजिए,

$$\frac{12}{\sqrt{15} - 3}.$$

(vi) 'O' केन्द्रीय वृत्त के अर्द्धव्यास की लम्बाई 13 से.मी. एवं एक जीवा AB की लम्बाई 10 से.मी., वृत्त के केन्द्र से AB जीवा की दूरी निकालिए।

(vii) AOB एक वृत्त का व्यास है जिसका केन्द्र O है। C वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है। $\angle OBC = 60°$, होने से $\angle OCA$ का मान ज्ञात कीजिए।

(viii) एक 'O' केन्द्रीय वृत्त के केन्द्र से 26 से.मी. दूर स्थित एक बिन्दु P से अंकित वृत्त के स्पर्शक की लम्बाई 10 से.मी. होने से, वृत्त के अर्द्धव्यास की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(ix) ΔABC में $DE \parallel BC$, जहाँ D और E क्रमशः AB और AC भुजाओं पर स्थित हैं। यदि $AD = 5$ से.मी., $DB = 6$ से.मी. एवं $AE = 7.5$ से.मी. हों तो AC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(x) दो लम्ब वृत्ताकार बेलनों की ऊँचाई का अनुपात 1 : 2, आधार की परिधि का अनुपात 3 : 4 होने से उनके आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(xi) एक गोलक के अर्द्धव्यास की लम्बाई 50% वृद्धि करने से वक्रतल के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि निर्णय कीजिए।

(xii) किसी घन के विकर्ण की लम्बाई $4\sqrt{3}$ से.मी.। घन के सम्पूर्ण तल का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

5. किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 5×2=10

(i) किसी मूलधन का समान वार्षिक प्रतिशत सरल ब्याज दर से 7 वर्ष में मिश्रधन 7,100 रु. एवं 4 वर्ष में मिश्रधन 6,200 रुपया होने से मूलधन एवं वार्षिक प्रतिशत सरल ब्याज दर ज्ञात कीजिए ।

(ii) तीन मित्रों ने क्रमश: 8,000 रुपया, 10,000 रुपया एवं 12,000 रुपया एकत्र करके एवं बैंक से कुछ रुपया ऋण लेकर एक व्यवसाय शुरू किया। वर्ष के अन्त में 13,400 रुपया लाभ हुआ। उस लाभ से बैंक को 5,000 रुपया किस्त देने के बाद शेष रुपया वे मूलधन के अनुपात में बाँट लिए। लाभांश से कौन कितना रुपया पायेगा ?

(iii) 20,000 रुपये का वार्षिक 5% ब्याज दर से, 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज एवं सरल ब्याज का अन्तर कितना होगा ?

6. किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए $3\times2=6$

(i) $\dfrac{1}{a+b+x}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{x},\ x\neq0,\ -(a+b).$

(ii) समीकरण के दोनों मूल – 4, 3 होने से द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए।

(iii) $m+\dfrac{1}{m}=\sqrt{3}$ होने से, (a) $m^2+\dfrac{1}{m^2}$ एवं (b) $m^3+\dfrac{1}{m^3}$ का सरलतम मान ज्ञात कीजिए।

7. किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए : $3\times2=6$

(i) सरलतम मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.$$

(ii) यदि $a=\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ एवं ab = 1 हो, तो $\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) 15 किसान 5 दिन में 18 बीघा जमीन की खेती कर सकते हैं। भेद का सिद्धान्त प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि 10 किसान 12 बीघा जमीन की खेती कितने दिनों में कर सकेंगे ?

8. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :

(i) यदि a : b = b : c हो, तो प्रमाणित कीजिए कि $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$

(ii) $\frac{a}{1-a}+\frac{b}{1-b}+\frac{c}{1-c}=1$ होने से $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1-b}+\frac{1}{1-c}$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

(i) प्रमाणित कीजिए कि वृत्तस्थ चतुर्भुज के विपरीत कोण परस्पर सम्पूरक होते हैं।

(ii) प्रमाणित कीजिए कि किसी जीवा, जो कि व्यास नहीं है, पर वृत्त के केन्द्र से लम्ब अंकित करने से, यह लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

10. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 3

(i) *ABCD* एक वृत्तस्थ चतुर्भुज है। जीवा *DE*, कोण $\angle BDC$ की बर्हिसमद्विभाजक है। प्रमाणित कीजिए कि *AE* (या बढ़ी हुई *AE*) $\angle BAC$ की बर्हिसमद्विभाजक होगी।

(ii) *O* केन्द्रीय वृत्त की दो जीवाओं *AB* और *CD* को बढ़ाने से परस्पर *P* बिन्दु पर काटती हैं। प्रमाणित कीजिए कि $\angle AOC - \angle BOD = 2\angle BPC$.

11. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

(i) एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी समकोण संलग्न दोनों भुजाओं की लम्बाई 4 से.मी. एवं 8 से.मी. है। त्रिभुज का परिवृत्त अंकन कीजिए। (केवल मात्र अंकन चिह्न देना होगा)

(ii) 2.6 से.मी. अर्द्धव्यास की लम्बाई वाले एक वृत्त की रचना कीजिए एवं इस वृत्त के केन्द्र से 6 से.मी. दूर इस वृत्त के बाहर स्थित एक बिन्दू से वृत्त पर एक स्पर्शक अंकन कीजिए।

12. किन्ही **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 4×4=16

(i) 2.1 मी. लम्बे, 1.5 मी. चौड़े एक आयत घनाकार हौज का आधा भाग जल से भरा हुआ है। इस हौज में 630 लीटर जल और डालने से जल की ऊँचाई कितनी बढ़ेगी, ज्ञात कीजिए।

(ii) एक लम्ब वृत्ताकार बेलन की ऊँचाई उसके अर्द्धव्यास की दुगुनी है। यदि ऊँचाई 6 गुना होती तो बेलन का आयतन 539 घन डेसी. मीटर अधिक होता, बेलन की ऊँचाई कितनी है ?

(iii) लम्बवृत्ताकार शंकुनुमा तम्बू में 11 लोग रह सकते हैं। प्रत्येक व्यक्ति के लिए भूमि पर 4 वर्ग मी. जगह लगती है एवं 20 घन मी. वायु की आवश्यकता है। इन्हीं 11 लोगों के लिए निर्मित तम्बू की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(iv) 8 से.मी. अर्द्धव्यास वाले एक ठोस लोहे के गोलक को गलाकर 1 से.मी. अर्द्धव्यास वाले कितने गोलक बनाए जा सकते हैं, ज्ञात कीजिए।

(v) एक चाय बॉक्स की भीतरी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश: 7.5 डेसी.मी., 6 डेसी.मी एवं 5.4 डेसी.मी. है। चाय से भरे बॉक्स का वजन 52 कि.ग्रा. 350 ग्राम किन्तु खाली स्थिति में बॉक्स का वजन 3.75 कि.ग्रा. होने से 1 घन डेसी.मी. चाय का वजन कितना होगा, उसे ज्ञात कीजिए।

[दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए वैकल्पिक प्रश्न]

11. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

(i) किसी समकोण त्रिभुज की समकोण संलग्न दोनों भुजाओं की माप देने से इस त्रिभुज के परिवृत्त अंकन की प्रणाली का वर्णन कीजिए।

(ii) किसी वृत्त के बाहर स्थित किसी बिन्दु से इस वृत्त पर एक स्पर्शक की अंकन प्रणाली का वर्णन कीजिए।

[बाह्य परीक्षार्थियों के लिए अतिरिक्त प्रश्न]

13. (a) किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए : $2\times3=6$

(i) $2x^2 + ax + 8 = 0$ समीकरण का एक मूल 1 होने से, a का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) प्रतिशत वार्षिक सरल ब्याज दर कितना होने से किसी मूलधन का 10 वर्ष का ब्याज मिश्रधन का $\frac{2}{5}$ अंश होगा ?

(iii) $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{72}$ में से कौन एक सदृश करणी नहीं है।

(iv) जिस शंकु के आधार के व्यास की लम्बाई 20 से.मी. एवं तिर्यक ऊँचाई 25 से.मी. हो उसके सम्पूर्ण तल का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(Contd.)

(b) किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 1×4 4

(i) निश्चित परिमाण के मूलधन का निश्चित प्रतिशत वार्षिक ब्याज दर से 1 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज का परिमाण एवं सरल ब्याज का परिमाण क्या होगा ?

(ii) अर्द्धवृत्त पर स्थित कोण का मान कितना होगा ?

(iii) 5, 10 का तृतीय समानुपाती ज्ञात कीजिए।

(iv) केवल एक तल से निर्मित किसी ठोस आकृति का नाम क्या है ?

(v) वृत्तस्थ चतुर्भुज के विपरीत कोणों में क्या सम्बन्ध है ?