45 प्रत्यास्थता

प्रतिबल

इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाला आंतरिक बल को प्रतिबल कहते हैं।

$$\text{प्रतिबल} = \frac{\text{आंतरिक प्रतिक्रिया बल}}{\text{काट का क्षेत्रफल}} = \frac{F}{A}\ N/m^2$$

विकृति

(a) अनुदैर्ध्य विकृति या तनन विकृति

$$= \frac{\text{लम्बाई में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}} = \frac{l}{L}$$

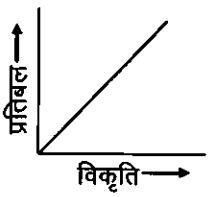
(b) आयतन विकृति $= \frac{\text{आयतन में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}} = \frac{\Delta V}{V}$

(c) अपरूपण विकृति = वह कोण ϕ जिसके द्वारा नियत फलक के अभिलम्बवत् स्थित रेखा मुड़ती है।

हुक का नियम

प्रतिबल $\propto$ विकृति

$$\text{प्रत्यास्थता गुणांक} = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}\ N/m^2$$



यंग प्रत्यास्थता गुणांक

$$\text{यंग प्रत्यास्थता गुणांक} \quad Y = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

$$= \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}\ N/m^2$$

यदि $F = Mg$, $A = \pi r^2$ हो, तो

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$$

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक

$$K = \frac{\text{आयतन प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}} = \frac{F/A}{\Delta V/V} = \frac{FV}{A\Delta V}\ N/m^2.$$

यदि $\frac{F}{A}$ = आरोपित दाब हो, तो

$$K = \frac{PV}{\Delta V}$$

(a) द्रव तथा गैसीय पदार्थों के लिये प्रतिबल = दाब में परिवर्तन

$$K = -V\left(\frac{dP}{dV}\right)$$

(b) समतापीय आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $K_T = P$

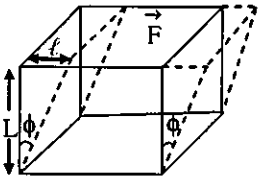
(c) रूद्धोष्म प्रत्यास्थता गुणांक $K_s = \gamma P, \gamma = \frac{C_p}{C_v}$

(d) संपीड्यता आयतन प्रत्यास्थता गुणांक का व्युत्क्रम अर्थात, $\chi = 1/K$

अपरूपण या दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक

$$\eta = \frac{\text{अपरूपी प्रतिबल}}{\text{अपरूपी विकृति}}$$

$$= \frac{F/A}{\phi} = \frac{F}{A\phi} = \frac{FL}{Al}$$



पॉइसॉं निष्पत्ति

(a) $\sigma = \frac{\text{अनुप्रस्थ या पार्श्व विकृति}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}} = \frac{\beta}{\alpha}$

(b) σ का मान -1 तथा 0.5 के बीच होता है।

(c) $\sigma = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{\Delta V}{V}\right)\left(\frac{L}{\Delta L}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[1-\frac{\Delta V}{A\Delta L}\right]$

Y, k, η तथा σ में परस्पर सम्बन्ध

(a) $Y = 3K(1-2\sigma)$ (b) $Y = 2\eta(1+\sigma)$

(c) $Y = \left(\frac{9\eta K}{\eta+3K}\right)$ (d) $\sigma = \frac{Y}{2\eta}-1$

(e) $\sigma = \frac{3K-2\eta}{6K+2\eta}$ (f) $\frac{9}{K} = \frac{3}{\eta}+\frac{1}{K}$

तार को खींचने में किया गया कार्य

तार को खींचने में किया गया कार्य = औसत बल × तार की लम्बाई में वृद्धि

या $W = \frac{1}{2}Fl$

प्रत्यास्थता स्थितिज ऊर्जा

(a) $U = W = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{l}{L}\right)(LA)$

$= \frac{1}{2}$ (प्रतिबल × विकृति × तार का आयतन)

(b) इकाई आयतन में संचित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा या ऊर्जा घनत्व

$u = \frac{1}{2}$ (प्रतिबल × विकृति) $= \frac{1}{2}Y(\text{विकृति})^2$

तापीय प्रतिबल

$$= Y \times \text{विकृति} = Y\alpha (t_2 - t_1) = Y\,\alpha\,\Delta t$$

तनाव बल $= YA\,\alpha\,(t_2 - t_1) = YA\,\alpha\,\Delta t$

तार का ऐंठन गुणांक

$$C = \frac{\pi\eta r^4}{2l}$$

(a) ऐंठन के लिये बल आघूर्ण,

$$\tau = C\theta$$

(b) तार को θ कोण से ऐंठने में किया गया कार्य

$$W = \frac{1}{2}C\theta^2$$

तार से लटके द्रव्यमान की ऊर्ध्वाधर दोलन की आवृत्ति

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{YA}{mL}}$$