త్రిభుజాల నిర్మాణాలు

9

9.0 పరిచయం

ఈ అధ్యాయంలో మనం త్రిభుజాల నిర్మాణాల గురించి నేర్చుకుందాం. ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి 6 కొలతలు అనగా 3 భుజాలు, 3 కోణాల కొలతలు అవసరములేదు. ఒక త్రిభుజమును నిర్మించడానికి 3 స్వతంత్ర కొలతలు కావాలి. ఏయే సందర్భాలలో త్రిభుజాలను నిర్మించవచ్చో గమనిద్దాం.

(i) త్రిభుజం యొక్క 3 భుజాల కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు

(ii) త్రిభుజం యొక్క 2 భుజాల కొలతలు, వాని మధ్య కోణం ఇచ్చినపుడు

(iii) త్రిభుజం యొక్క 2 భుజాల కొలతలు మరియు వాని మధ్యలేని కోణం ఇచ్చినపుడు.

(iv) రెండు కోణాలు మరియు వాని మధ్యభుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు

(v) ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం మరియు ఒక భుజం ఇచ్చినపుడు

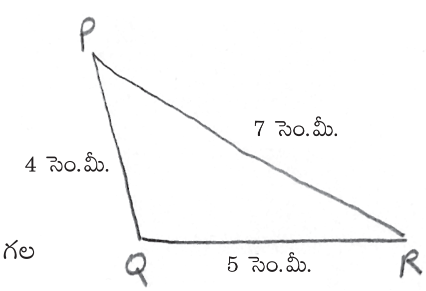
పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో త్రిభుజాలను ఎలా నిర్మించాలో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

9.1 ఒక త్రిభుజము మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించటం

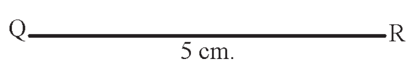
ఒక జ్యామితీయ పటం నిర్మాణం గీసేటపుడు మొదట చిత్తుపటాన్ని గీయాలి. కాబట్టి మొదట త్రిభుజం చిత్తు పటాన్ని గీసి, దానిలో మనకు ఇచ్చిన కొలతలను గుర్తించాలి.

ఉదాహరణ 1 : PQ = 4 సెం.మీ, QR = 5 సెం.మీ, RP = 7 సెం.మీ. కొలతలు గల త్రిభుజము PQR ను నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటము గీసి, కొలతలు గుర్తించాలి.

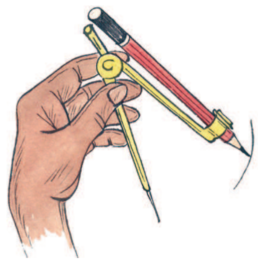


సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 5 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండము QR ను గీయాలి.

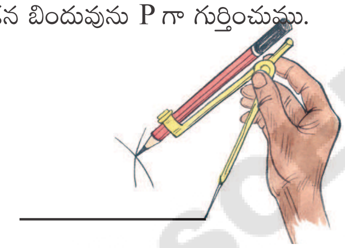


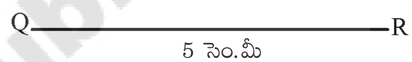
©SCERT not to be republished

సోపానము 3 : బిందువు Q కేంద్రముగా, 4 సెం.మీ వ్యాసార్ధంతో ఒక చాపరేఖను గీయాలి.

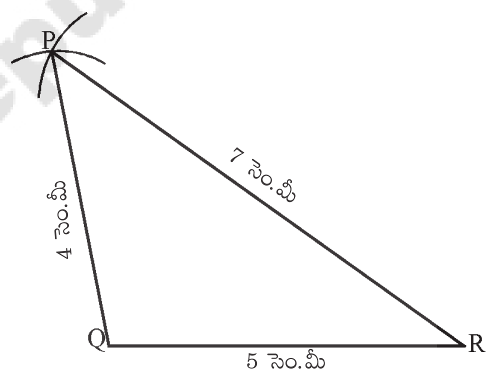


సోపానము 4 : P బిందువు R నుంచి 7 సెం.మీ దూరములో వుంది. కావున బిందువు R కేంద్రముగా 7 సెం.మీ, వ్యాసార్ధంతో మొదటి చాపరేఖను ఖండించునట్లు మరొక చాపరేఖను గీచి వాటి ఖండన బిందువును P గా గుర్తించుము.





సోపానము 5 : బిందువు 'P' ని బిందువులు 'Q' మరియు 'R' లకు కలపండి. ఏర్పడిన త్రిభుజము PQR మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి.

1. పై ఉదాహరణలో పేర్కొన్న కొలతలతో, PQ భుజము ఆధారముగా వుండేటట్లు ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. నిర్మించిన త్రిభుజము, పై ఉదాహరణలో ఏర్పడిన త్రిభుజము సర్వసమాన త్రిభుజాలు అవుతాయా?

2. మీ నోట్ పుస్తకములో PE = 4.5 సెం.మీ, ET = 5.4 సెం.మీ మరియు TP = 6.5 సెం.మీ కొలతలతో త్రిభుజము PET ని నిర్మించుము.

   ఒక కాగితముపై AB = 5.4 సెం.మీ, BC = 4.5 సెం.మీ మరియు CA = 6.5 సెం.మీ కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించుము. కాగితంపై నిర్మించిన త్రిభుజము ABC ని కత్తిరించి నోట్ పుస్తకములో నిర్మించిన త్రిభుజము PET పై అమర్చుము. రెండు త్రిభుజములు సర్వ సమాన త్రిభుజములవుతాయా? నీ సమాధానాన్ని గణిత భాషలో నీ నోట్ పుస్తకములో రాయుము.

అభ్యాసం - 1

1. AB = 5.5 సెం.మీ, BC = 6.5 సెం.మీ మరియు CA = 7.5 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించుము.

2. NI = 5.6 సెం.మీ, IB = 6 సెం.మీ మరియు BN = 6 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము NIB ను నిర్మించుము. ఏర్పడిన త్రిభుజము ఏ రకమైన త్రిభుజము?

3. 6.5 సెం.మీ. భుజము కొలత గల సమబాహు త్రిభుజము APE ని నిర్మించుము.

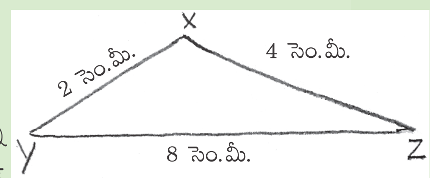
4. XY = 6 సెం.మీ, YZ = 8 సెం.మీ మరియు ZX = 10 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము XYZ ని నిర్మించి, కోణమానిని సహాయంతో శీర్షము Y వద్ద కోణాన్ని కొలవండి. XYZ ఏరకమైన త్రిభుజము?

5. $\overline{AB}$ = 4 సెం.మీ, $\overline{BC}$ = 7 సెం.మీ మరియు $\overline{CA}$ = 3 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించండి. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?

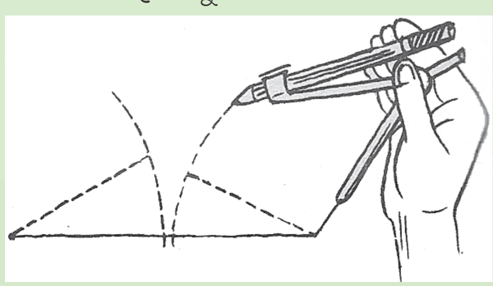
6. PE = 4 సెం.మీ, EN = 5 సెం.మీ మరియు NP = 3 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము PEN ను నిర్మించుము. నిర్మాణములో చాపరేఖల బదులు వృత్తములు గీసిన ఎన్ని ఖండన బిందువులు వస్తాయి? యిచ్చిన కొలతలతో ఎన్ని త్రిభుజాలను నిర్మించడం సాధ్యపడుతుంది. ప్రతీ త్రిభుజ నిర్మాణంలో యిది సత్యమా?

ప్రయత్నించండి.

XY = 2 సెం.మీ, YZ = 8 సెం.మీ మరియు XZ = 4 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము XYZ ను నిర్మించమని సుశాంత్ ఒక ప్రశ్నను తయారు చేసాడు. దానికి ఒక చిత్తు పటాన్ని కూడా గీయడం జరిగింది.



ఈ ప్రశ్నను చదివిన శ్రీజ, ఈ కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం సాధ్యం కాదు అని చెప్పింది. కానీ సుశాంత్ ఆ త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి ఇలా ప్రయత్నించాడు.



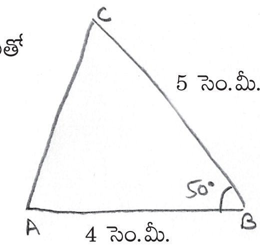
సుశాంత్ త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలడా? లేదా? ఒక వేళ నిర్మించలేడు అనుకుంటే ఎందుకు నిర్మించలేడు. యీ విషయాలను మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

త్రిభుజాల ఏ ధర్మం శ్రీజ చెప్పిన విషయాన్ని సత్యమని బలపరుస్తుంది.

© SCERT not to be republished

9.2 త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య కోణం కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించటం.

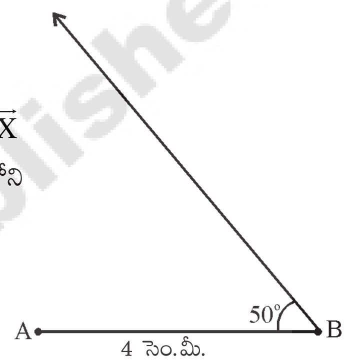
ఉదాహరణ 2 : AB = 4 సెం.మీ, BC = 5సెం.మీ మరియు $\angle B = 50°$ కొలతలతో నిర్మించండి.



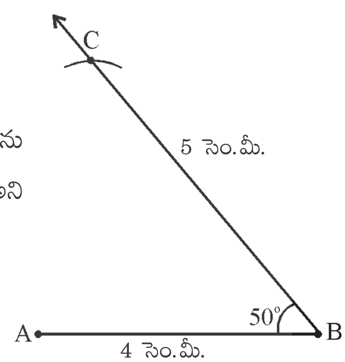
సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటమును గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.

సోపానము 2 : 4 సెం.మీ. కొలతతో రేఖాఖండము AB ని గీయుము.

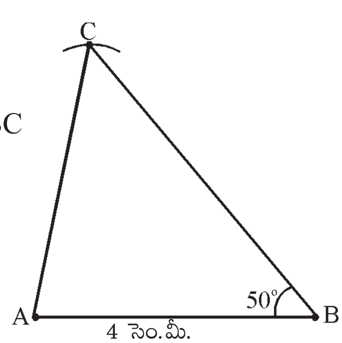
సోపానము 3 : బిందువు B వద్ద, BA తో 50° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను గీయుము. (ఈ కోణమును కొలుచుటకు జ్యామితీయ పెట్టెలోని కోణమానిని ఉపయోగించాలి)



సోపానము 4 : బిందువు 'B' కేంద్రముగా, 5 cm వ్యాసార్ధముతో కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను ఖండించునట్లు ఒక చాపరేఖను గీయుము. ఖండన బిందువుకు C అని పేరు పెట్టాము.



సోపానము 5 : బిందువులు C, A లను స్కేలు సహాయంతో కలుపుము. ΔABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



©SCERT not to be republished

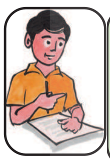
అభ్యాసం - 2

1. CA = 8 సెం.మీ, $\angle A = 60^\circ$ మరియు AR = 8 సెం.మీ. కొలతలతో ΔCAR ను నిర్మించుము. భుజము CR పొడవును, కోణము $\angle R$ మరియు $\angle C$ లను కొలిచి, ΔCAR ఏరకమైన త్రిభుజమో చెప్పండి.

2. AB = 5 సెం.మీ, $\angle B = 45^\circ$ మరియు BC = 6 సెం.మీ. కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము.

3. $\angle R = 100^\circ$, QR = RP = 5.4 సెం.మీ. కొలతలతో ΔPQR ను నిర్మించుము.

4. TE = 3 సెం.మీ, $\angle E = 90^\circ$ మరియు NE = 4 సెం.మీ. కొలతలతో ΔTEN ను నిర్మించుము.



ప్రయత్నించండి.

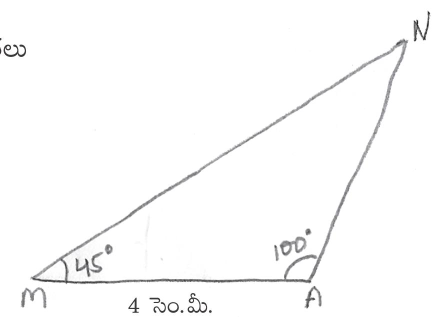
మీకు నచ్చిన రెండు భుజాల కొలతలు మరియు ఒక అధిక కోణము కొలత తీసుకొని ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. ఈ నిర్మాణంలో పైన చెప్పినట్లు రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పడతాయా?

© SCERT not to be republished

9.3 రెండు కోణములు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

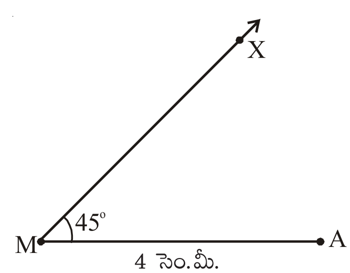
ఉదాహరణ 4 : MA = 4 సెం.మీ $\angle M = 45^\circ$ మరియు $\angle A = 100^\circ$ కొలతలతో ΔMAN ను నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటము గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.



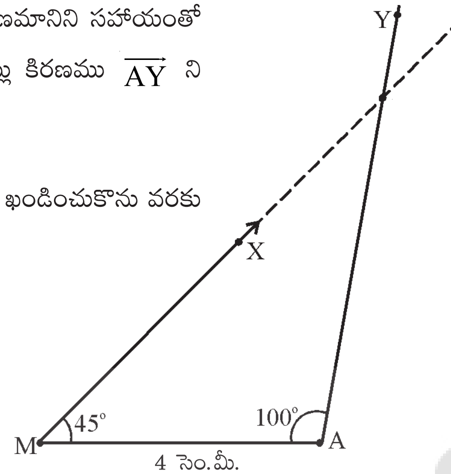
సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 4 సెం.మీ. పొడవు కల రేఖాఖండము MA ని గీయాలి.

సోపానము 3 : కోణమానిని సహాయంతో బిందువు M వద్ద MA తో 45° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{MX}$ ను గీయాలి.

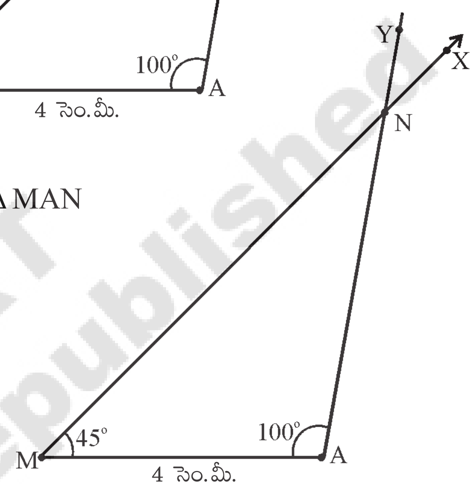


సోపానము 4 : అదే విధంగా బిందువు A వద్ద కోణమానిని సహాయంతో MA తో 100° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{AY}$ ని గీయాలి.

కిరణము $\overrightarrow{MX}$ మరియు $\overrightarrow{AY}$ లను ఖండించుకొను వరకు పొడిగించాలి.



సోపానము 5 : రెండు కిరణముల ఖండన బిందువు N అగును. Δ MAN మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



ప్రయత్నించండి.

i) కోణములు 105° మరియు 95° మరియు మీకు నచ్చిన భుజము కొలతతో త్రిభుజమును నిర్మించడానికి ప్రయత్నించుము. యిటువంటి త్రిభుజము నిర్మించడం సాధ్యపడుతుందా? మీ స్నేహితులతో చర్చించి సరియైన వివరణ ఇవ్వండి.

అభ్యాసం - 3

1. NE = 6.4 సెం.మీ, $\angle N = 50^\circ$ మరియు $\angle E = 100^\circ$ కొలతలతో Δ NET ని నిర్మించుము.

2. QR = 6 సెం.మీ, $\angle Q = \angle R = 60^\circ$ కొలతలతో Δ PQR ను నిర్మించుము. మిగిలిన రెండు భుజాల పొడవులు కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?

3. RN = 5సెం.మీ, $\angle R = \angle N = 45^\circ$ కొలతలతో Δ RUN ని నిర్మించుము. మూడవ కోణమును మరియు మిగిలిన రెండు భుజాల పొడవులను కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?

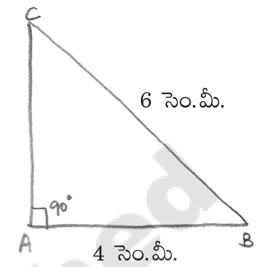
© SCERT not to be republished

9.4 ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో కర్ణము మరియు ఒక భుజము కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

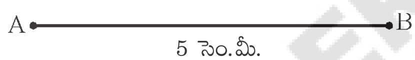
ఉదాహరణ 5 : శీర్షము A వద్ద లంబకోణాన్ని కలిగి BC = 6 సెం.మీ మరియు AB = 5 సెం.మీ కొలతలు గల లంబకోణ త్రిభుజము Δ ABC ని నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటమును గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.

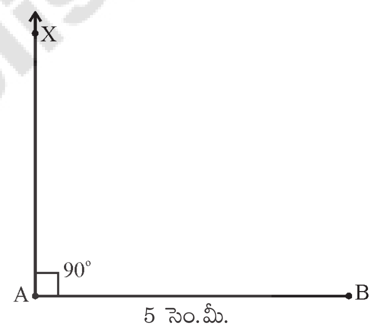
గమనిక : ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో లంబకోణానికి ఎదురుగా వున్న భుజాన్ని కర్ణము అంటాం.



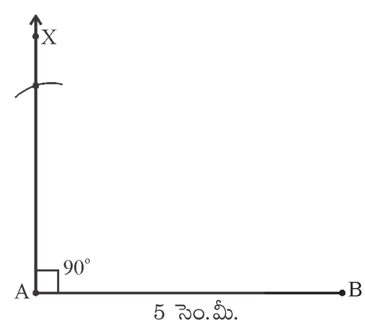
సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 5 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖా ఖండము AB ని గీయాలి.



సోపానము 3 : బిందువు A వద్ద కోణమానిని సహాయంతో AB తో 90^0 కోణము చేయునట్లు $\overrightarrow{AX}$ ను గీయాలి.

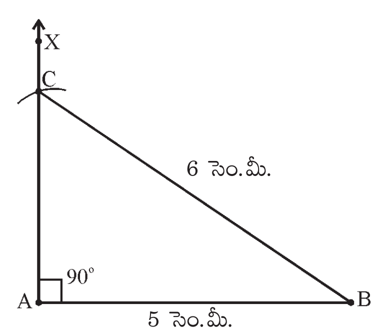


సోపానము 4 : బిందువు B కేంద్రముగా 6 సెం.మీ. వ్యాసార్థముతో కిరణము $\overrightarrow{AX}$ ను ఖండించునట్లు చాపరేఖను గీయాలి. ఖండన బిందువు C అగును.



సోపానము 5 : బిందువులు B, C లను స్కేలు సహాయంతో కలపాలి.

ఏర్పడిన Δ ABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



© SCERT not to be republished

అభ్యాసం - 4

1. $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$ సెం.మీ. మరియు $AC = 10$ సెం.మీ. కొలతలుగల లంబకోణ త్రిభుజము ΔABC ని నిర్మించుము.

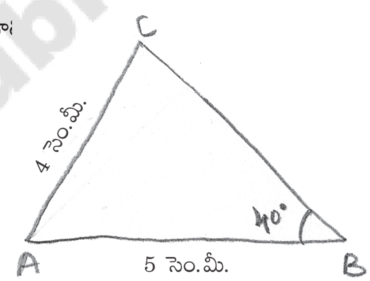
2. కర్ణము 5 సెం.మీ., ఒక భుజము 4 సెం.మీ. కొలతలు కలిగి R వద్ద లంబకోణాన్ని కలిగిన లంబకోణ త్రిభుజము ΔPQR నిర్మించుము.

3. $\angle Y = 90^\circ$ మరియు మిగిలిన రెండు భుజాల కొలతలు (కర్ణము కాక) ప్రతీది 5 సెం.మీ. వుండేటట్లు ఒక లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

9.5 త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్యలేని కోణం కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

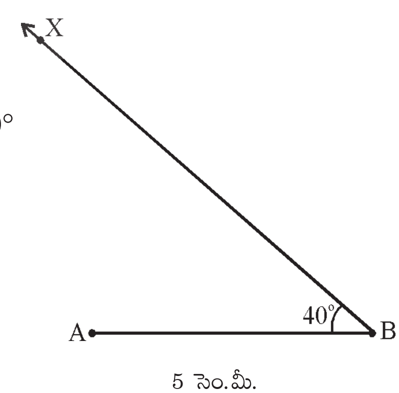
ఉదాహరణ 3 : $AB = 5$ సెం.మీ., $AC = 4$ సెం.మీ., $\angle B = 40^\circ$ కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తు పటము గీసి కొలతలు గుర్తించా



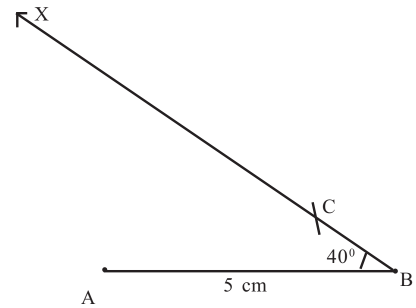
సోపానము 2 : 5 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖా ఖండము AB ని గీయాలి.

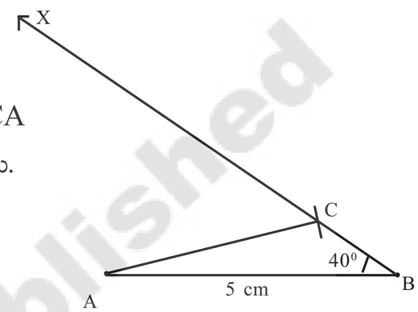
సోపానము 3 : బిందువు B వద్ద కోణమానిని సహాయమున BA తో 40° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను గీయాలి.



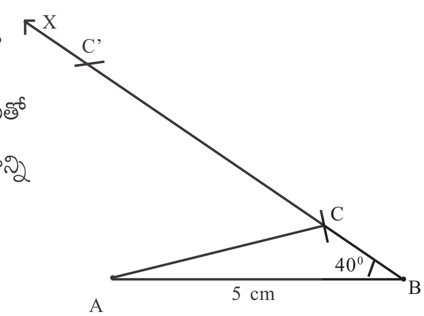
© SCERT not to be republished

సోపానము 4 : బిందువు A కేంద్రముగా 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థముతో కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను ఖండించునట్లు చాపరేఖను గీయాలి.





సోపానము 5 : ఖండన బిందువుకు C అని పేరు పెట్టాలి. బిందువులు, CA లను కలుపుము. ΔABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.

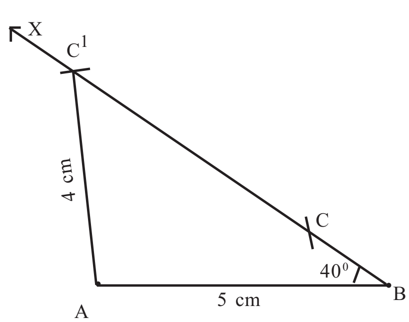


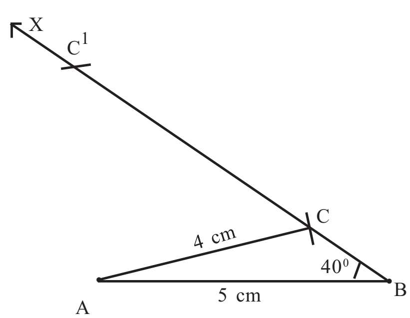
కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను వేరొక బిందువు వద్ద ఖండించడం సాధ్యపడుతుందా?

కోణము $\angle B$ అల్పకోణము కావున 'A' కేంద్రముగా 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థముతో గీసిన చాపరేఖ, కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించడాన్ని మనము గమనించవచ్చు.

ఖండన బిందువులకు C, C^1 అని పేరు పెట్టాలి.

బిందువులు, C,A ను కలిపినపుడు ఒక త్రిభుజము, బిందువులు C^1, A లను కలిపినపుడు మరో త్రిభుజము ఏర్పడతాయి. యీ విధంగా రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పడడాన్ని మనం గమనించవచ్చు.





© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి

నీకు నచ్చిన కొలతలతో రెండు భుజాలు మరియు వాని మధ్య లేని అధిక కోణంతో ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలదా? దీనికి సమాధానంగా రెండు త్రిభుజాలను నిర్మించగలమా?

అభ్యాసం - 5

1. AB = 4.5 సెం.మీ., AC = 4.5 సెం.మీ. మరియు కోణము $\angle B = 50°$ కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

2. XY = 4.5 సెం.మీ. XZ = 3.5 సెం.మీ. మరియు $\angle Y = 70°$. కొలతలతో ΔXYZ ను నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

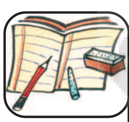
3. భుజములు AN, AR ల కొలతలు వరుసగా 5 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ. కోణము $\angle N = 100^0$ కొలతలతో ANR ను నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

4. QR = 5.5 సెం.మీ. QP = 5.5 సెం.మీ. మరియు కోణము $\angle Q = 60°$ కొలతలతో ΔQPR ను నిర్మించుము. భుజము RP పొడవును కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము.

5 క్రింది పట్టికలో యిచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజములను నిర్మించుము.

త్రిభుజము	కొలతలు
ΔABC	BC = 6.5 సెం.మీ. CA = 6.3 సెం.మీ., AB = 4.8 సెం.మీ.
ΔPQR	PQ = 8 సెం.మీ., QR = 7.5 సెం.మీ., $\angle PQR = 85°$
ΔXYZ	XY = 6.2 సెం.మీ., $\angle Y = 130°$, $\angle Z = 70°$
ΔABC	AB = 4.8 సెం.మీ., AC = 4.8 సెం.మీ. $\angle B = 35°$
ΔMNP	$\angle N = 90°$, MP = 11.4 సెం.మీ., MN = 7.3 సెం.మీ.
ΔRKS	RK = KS = SR = 6.6 సెం.మీ.
ΔPTR	$\angle P = 65°$, PT = PR = 5.7 సెం.మీ.

© SCERT not to be republished



మనం నేర్చుకున్నవి

ఒక త్రిభుజమును నిర్మించడానికి 3 స్వతంత్ర కొలతలు కావాలి.

i) మూడు భుజాల కొలతలు

ii) రెండు భుజాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్యకోణం కొలత యిచ్చినపుడు

iii) రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు యిచ్చినపుడు

iv) ఒక లంబ కోణ త్రిభుజంలో కర్ణం మరియు ఒక భుజం కొలత యిచ్చినపుడు

v) రెండు భుజాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్యలో లేని కోణం కొలత యిచ్చినపుడు త్రిభుజములను నిర్మించవచ్చును.