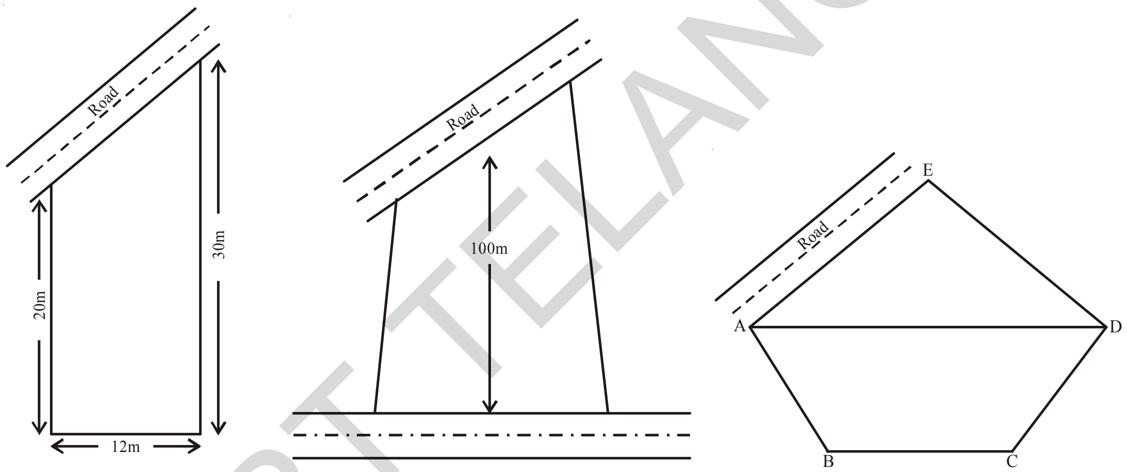
अध्याय 9

# समतल आकृतियों का क्षेत्रफल
## (AREA OF PLANE FIGURES)

### 9.0 परिचय

देवर्ष अपना घर बनाने के लिए एक प्लाट खरीदना चाहता है। उसने कुछ नीचे दिए गए आकार वाले प्लाट देखे।




(a) (b) (c)

चित्र 9.1

प्लाट (a) समलंब चतुर्भुत आकार में, प्लाट (b) चतुर्भुजाकार में और प्लाट (c) पंचभुजाकार में है। वह अपना घर बनाने के लिए इनका क्षेत्रफल ज्ञात करना चाहता है।

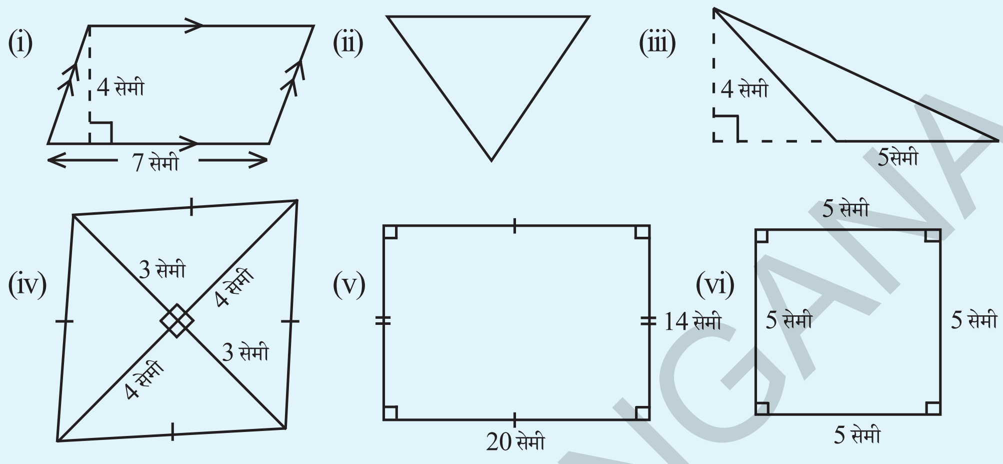
हम सीख चुके हैं कि आयत, वर्ग, समांतर चतुर्भुज, त्रिभुज और समचतुर्भुज का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात किया जाता है? इस पाठ में हम सीखेंगे कि समलंब चतुर्भुज, चतुर्भुजाकार, वृत्त या वृत्त खंड का क्षेत्रफल कैसे मालूम किया जाता है। पहले याद करें कि हमने आयत, वर्ग, समांतर चतुर्भुज, त्रिभुज और समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के बारे में क्या सीखा है।

SCERT TELANGANA

तेलंगाणा सरकार द्वारा निशुल्क वितरण 2020-21

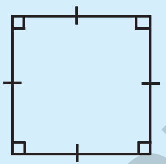
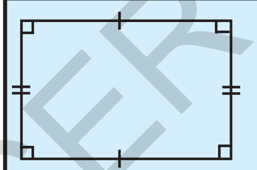
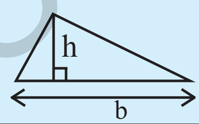
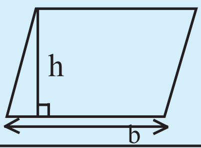
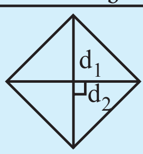
**इसे कीजिए।**

1. निम्न आकारों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




चित्र 9.2

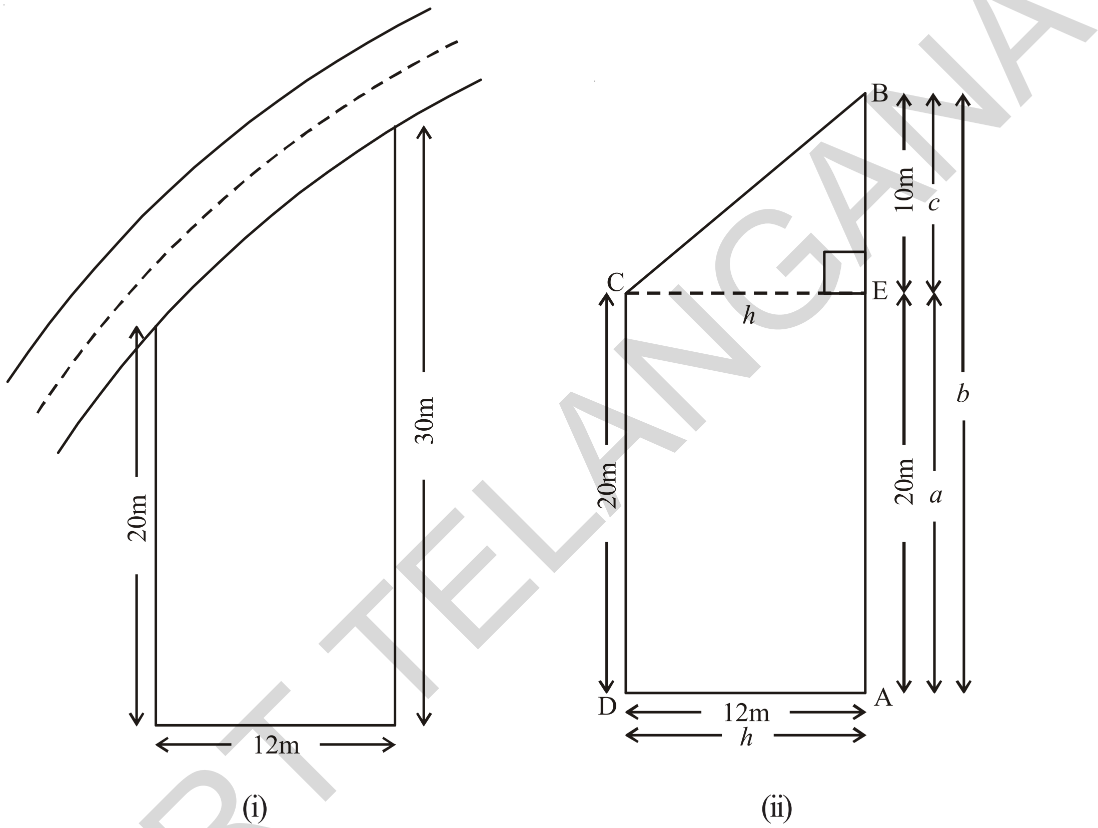
2. नीचे समतल आकारों के कुछ माप दिए हैं, कुछ नहीं हैं। उन्हें पता कीजिए।

| आकार | माप | क्षेत्रफल का सूत्र | दिए गए आकार का क्षेत्रफल |
|---|---|---|---|
|  वर्ग | वर्ग की भुजा 15 सेमी | A = भुजा×भुजा | ............... |
|  आयत | लंबाई = 20 सेमी चौड़ाई = ......... | $A = l \times b$ | 280 वर्ग सेमी |
|   त्रिभुज | आधार = 5 सेमी ऊँचाई = ........... | A = ......... | 60 वर्ग सेमी |
|   समांतर चतुर्भुज | ऊँचाई = 7.6 सेमी आधार = ............. | $A = b \times h$ | 38 वर्ग सेमी |
|   समचतुर्भुज | $d_1$ = 4 सेमी $d_2$ = 3 सेमी | ................ | ............... |

SCERT TELANGANA

## 9.1 समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Trapezium)

कुमार ने मेन रोड पर एक प्लाट (चित्र 9.3) खरीदा। यह उसके पड़ोस के प्लाटों की तरह आयताकार नहीं है। उसकी केवल एक जोड़ी भुजाएँ आपस में समानांतर हैं। अतः यह लगभग समलंब चतुर्भुज के आकार का है। क्या आप इसका क्षेत्रफल मालूम कर सकते हैं?




चित्र 9.3

चित्र 9.3(i) में दिखाई गई भुजाओं के नाम दीजिए। 9.3 (ii) में दिखाए अनुसार CE ⊥ AB रेखा खींचकर लंब बनाइए। इस प्रकार हम इसे दो भागों में विभाजित कर सकते हैं, जिसमें एक आयताकार व दूसरा त्रिभुजाकार होगा। जैसा कि चित्र 9.3 (ii) में है।

$\Delta$ ECB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} h \times c \quad = \quad \times 12 \times 10 = 60$ वर्ग मी

ADCE आयत का क्षेत्रफल $= AE \times AD = 20 \times 12 = 240$ वर्ग मी

ABCD समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\Delta$ ECB का क्षेत्रफल + ADCE आयत का क्षेत्रफल

$= 60 + 240 = 300$ वर्ग मी

SCERT TELANGANA

इस प्रकार हम आयत ADCE और $\Delta$ ECB के क्षेत्रफल को जोड़कर इस समलंब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते हैं।

$\overline{AD} = \overline{EC} = h$
$\overline{AE} = a, \ \overline{AB} = b = a + c$

$\therefore$ ABCD का क्षेत्रफल = ADCE का क्षेत्रफल + $\Delta$ ECB का क्षेत्रफल

$$= (h \times a) + \frac{1}{2}(h \times c)$$

$$= h\left(a + \frac{1}{2}c\right)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right) = \frac{h}{2}(a + a + c)$$

$$= \frac{1}{2}h(a+b) \ (\because c + a = b)$$

= $\frac{1}{2}$ ऊँचाई (समांतर भुजाओं का योग)

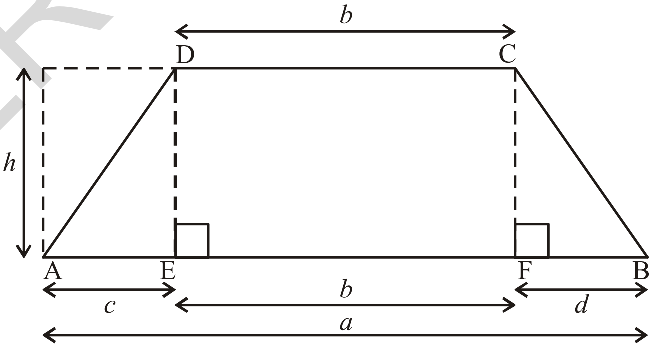
ऊपर दिए समीकरण में h, b और a का मान रखने पर

| जहाँ | |
|---|---|
| | $h = 12$ |
| | $a = 20$ |
| | $b = 30$ |

ABDE समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}h(a + b)$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times (30 + 20) = 300$ वर्ग मी.

**उदाहरण 1:** यहाँ एक खेल के मैदान का चित्र है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




चित्र 9.4

**हल :** यहाँ हम चित्र को एक आयत और एक त्रिभुज में नहीं बाँट सकते। लेकिन इसे हम एक आयत और दो त्रिभुजों में बाँट सकते हैं। $DE \perp AB$ तथा $CF \perp AB$ रेखा खींचिए। समलंब चतुर्भुज ABCD को तीन भागों में बाँटा गया है। एक आयत DEFC और अन्य दो त्रिभुज $\Delta$ADE और $\Delta$CFB.

SCERT TELANGANA

समलंब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

= $\Delta$ ADE का क्षेत्रफल + आयत DEFC का क्षेत्रफल + $\Delta$ CFB का क्षेत्रफल

$$= (\frac{1}{2} \times h \times c) + (b \times h) + (\frac{1}{2} \times h \times d)$$

$$= h\left[\frac{1}{2}c + b + \frac{1}{2}d\right]$$

$$= h\left[\frac{c + 2b + d}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{c + b + d + b}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{a + b}{2}\right] \quad (\because c + b + d = a)$$

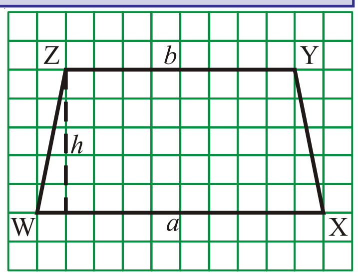
अतः हम समलंब चतुर्भुज के क्षेत्रफल के लिए सूत्र लिख सकते हैं-

$$= \text{ऊँचाई} \times \frac{\text{समांतर भुजाओं का योग}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{समांतर भुजाओं के बीच की दूरी} \times \text{समांतर भुजाओं का योग}$$

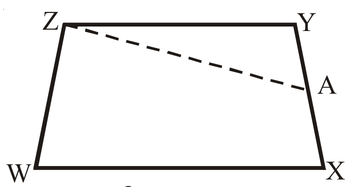
**क्रियाकलाप**

1. एक समलंब चतुर्भुज WXYZ ग्राफ पेपर पर उतारिए जैसा कि चित्र 9.5 (i) में दिखाया गया है।




चित्र 9.5 (i)

2. चित्र 9.5 (ii) में दिखाए अनुसार XY भुजा मोड़कर XY का मध्यबिंदु ज्ञात कीजिए।

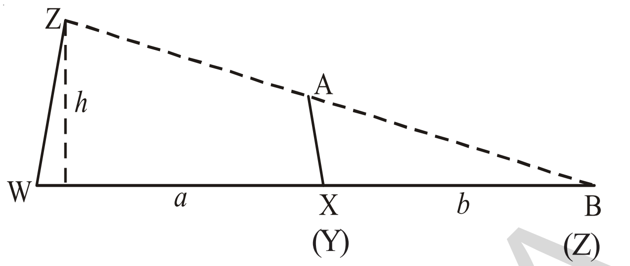



चित्र 9.5 (ii)

3. AZ रेखा खींचिए।

SCERT TELANGANA

4. भुजा ZA के साथ-साथ काटते हुए समलंब WXAZ को दो भागों में काटिए। △ ZYA को ऐसे रखिए जैसा कि चित्र 9.5 (iii) में दिखाया गया है जिसमें AY को AX के ऊपर रखा गया है। इस प्रकार यदि हम 'Y' को 'X' से जोड़ें तो △ WZB प्राप्त होता है।



चित्र 9.5 (iii)

बड़े त्रिभुज के आधार की लंबाई क्या है? इस त्रिभुज के क्षेत्रफल का व्यंजक लिखिए। चित्र 9.5(iii) की तरह

5. इस त्रिभुज और समलंब WXAZ का क्षेत्रफल समान है। (कैसे?) △ WZB त्रिभुज के क्षेत्रफल के व्यंजक का उपयोग करते हुए समलंब के क्षेत्रफल का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

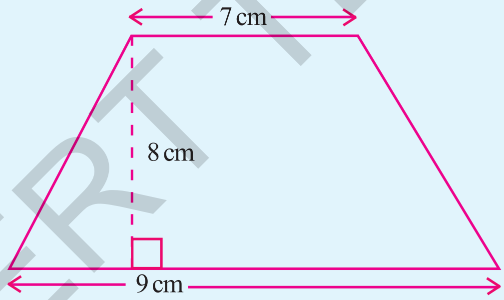
समलंब WXAZ का क्षेत्रफल = △ WZB का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \text{आधार} = \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$$

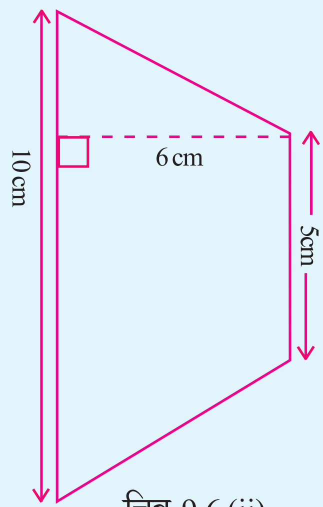
**संकेत :** ग्राफ में दी गई वर्गाकार इकाइयों को गिनकर क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**इसे कीजिए।**

1. इस समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



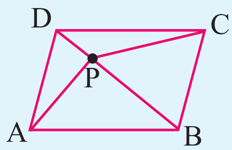
चित्र 9.6 (i)



चित्र 9.6 (ii)

2. एक समलंब का क्षेत्रफल 16 वर्ग सेमी है। एक समांतर भुजा की लंबाई 5 सेमी और दो समांतर भुजाओं के बीच की लंबाई 4 सेमी है। दूसरी समांतर भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। इस समलंब को ग्राफ पेपर पर उतारने का प्रयास कीजिए और इनकी जाँच कीजिए।

3. ABCD समांतर चतुर्भुज जिसका क्षेत्रफल समांतर 100 वर्ग सेमी है। P एक बिंदु है जो समांतर चतुर्भुज के भीतर है। $\Delta APB + \Delta CPD$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




SCERT TELANGANA

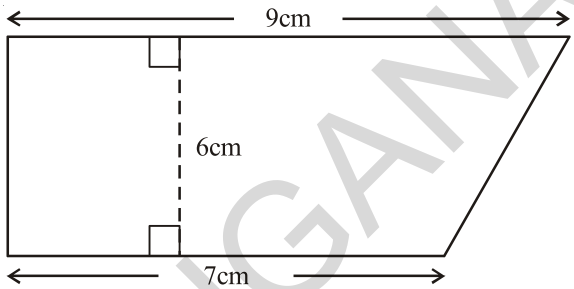
## हल किए गए **उदाहरण**

**उदाहरण 2:** किसी समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई 9 सेमी और 7 सेमी और उनके बीच की दूरी 6 सेमी है। समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**हल :** समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई 9 सेमी और 7 सेमी है, तो दोनों समांतर भुजा की लंबाइयों का योग

(9 + 7) सेमी = 16 सेमी

उनके बीच की दूरी = 6 सेमी




समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) $\times$ (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

$= (\frac{1}{2} \times 16 \times 6)$ वर्ग सेमी

= 48 वर्ग सेमी

**उदाहरण 3:** एक समलंब का क्षेत्रफल 480 वर्ग सेमी है। उसकी समांतर भुजाओं में से एक की लंबाई 24 सेमी और दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 8 सेमी है। दूसरी समांतर भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

**हल :** एक समांतर भुजा की लंबाई = 24 सेमी

मान लीजिए कि दूसरी समांतर भुजा की लंबाई = 'x' सेमी

समलंब का क्षेत्रफल = 480 वर्ग सेमी

समांतर भुजाओं के बीच की दूरी = 8 सेमी

$\therefore$ समलंब का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ (समांतर भुजाओं का योग) $\times$ (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

$\therefore \quad 480 = \frac{1}{2} \times (24 + x) \times 8$

$\Rightarrow \quad 480 = 96 + 4x$

$\Rightarrow \quad 480 - 96 = 4x$

$\Rightarrow \quad 4x = 384$

$\Rightarrow \quad x = \frac{384}{4} = 96$ cm

$\therefore$ दुसरी समानान्तर भुजा की लम्बाई = 96 से.मी.



SCERT TELANGANA

**उदाहरण 4:** एक समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात 4:1 है। समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 10 सेमी है। यदि समलंब का क्षेत्रफल 500 वर्ग सेमी है। समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

**हल :** समलंब का क्षेत्रफल = 500 वर्ग सेमी

समलंब की समांतर भुजाओं की बीच की दूरी = 10 सेमी

समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात = 4 : 1

मान लीजिए कि समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई क्रमशः $4x$ सेमी और $x$ सेमी है।

समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

$$\Rightarrow \quad 500 = \frac{1}{2}(x + 4x) \times 10$$

$$\Rightarrow \quad 500 = (x + 4x)\, 5$$

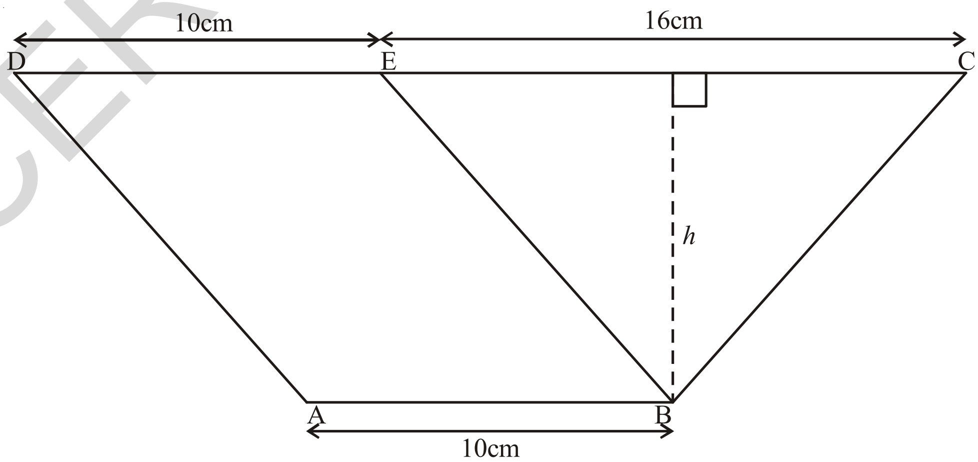
$$\Rightarrow \quad 500 = 25x$$

$$\Rightarrow \quad \text{x} = \frac{500}{25} = 20$$

∴ एक समांतर भुजा = 20 सेमी

∴ दूसरी समांतर भुजा = $4x = 4 \times 20 = 80$ सेमी (∵ समांतर भुजाओं का अनुपात 4 : 1)

**उदाहरण 5:** दिए गए चित्र में, ABED एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें AB = DE = 10 सेमी और $\Delta$ BEC का क्षेत्रफल 72 वर्ग सेमी है। यदि CE = 16 सेमी तो ABCD समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




चित्र 9.7

**हल :** $\Delta$ BEC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार × ऊँचाई

SCERT TELANGANA

$$72 = \frac{1}{2} \times 16 \times h$$

$$h = \frac{72 \times 2}{16} = 9 \text{ सेमी}$$

समलंब ABCD में

AB = 10 सेमी

DC = DE + EC ($\because$ DE = AB)

= 10 सेमी + 16 सेमी = 26 सेमी

$\therefore$ ABCD समलंब का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{(समांतर भुजाओं का योग) (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)}$$

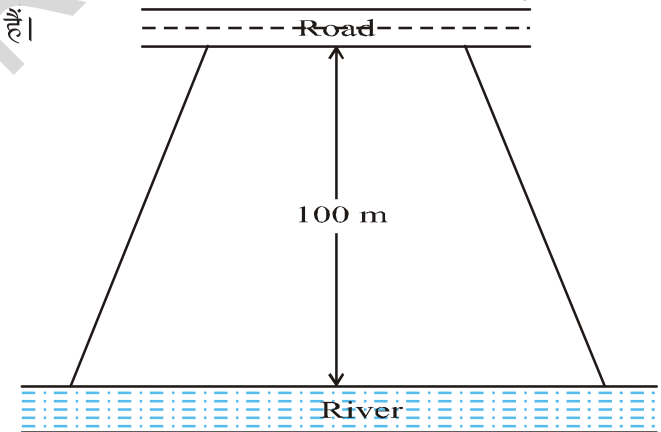
$$= \frac{1}{2}(AB + DC)\, h$$

$$= \frac{1}{2}(10 + 26) \times 9 \text{ वर्ग सेमी}$$

= 18 × 9 वर्ग सेमी

= 162 वर्ग सेमी

**उदाहरण 6 :** मोहन नदी के किनारे एक ज़मीन खरीदना चाहता है। एक ज़मीन का टुकड़ा जैसा कि इस आकृति में दिखाया गया है बिक्री के लिए उपलब्ध है। नदी के किनारे की ओर जमीन की लंबाई सड़क की ओर वाली लंबाई के दोगुना है। जहाँ नदी और सड़क समांतर हैं।




चित्र 9.8

इस ज़मीन का क्षेत्रफल 10,500 वर्ग मी. और नदी और सड़क के बीच की दूरी 100मी है तो नदी की ओर वाली ज़मीन की लंबाई ज्ञात कीजिए।



SCERT TELANGANA

**हल :** मान लीजिए कि सड़क की ओर मैदान की लंबाई $x$ मी. है।

तो नदी की ओर मैदान की लंबाई होगी = $2x$ मी.

उनके बीच की दूरी = 100 मी.

मैदान का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

$$10,500 = \frac{1}{2}(x + 2x) \times 100$$

$$10,500 = 3x \times 50$$

$$x = \frac{10,500}{3 \times 50} = 70 \text{ मी.}$$

$\therefore$ नदी की ओर मैदान की लंबाई $= 2x = 2 \times 70$

$= 140$ मी.

### 9.2 सामान्य चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Quadrilateral)

कसी सामान्य चतुर्भुज का एक कर्ण खींचकर उसे दो त्रिभुजों में विभक्त किया जा सकता है। यह 'विभक्त करने की क्रिया' सामान्य चतुर्भुज के लिए सूत्र ज्ञात करने में सहायता देती है।

महेश ने समान्य चतुर्भुज ABCD को एक कर्ण AC खींचकर दो त्रिभुजों में विभक्त किया।

हम जानते हैं कि त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए दो मापों की आवश्यकता होती है, त्रिभुज का आधार और त्रिभुज की लंबवत ऊँचाई, जो उसके आधार से शीर्ष तक की दूरी है, यह आधार पर समकोण बनाती है।

महेश ने AC से B और D बिंदु से दोनों त्रिभुजों के लिए लंबवत ऊँचाई वाली रेखाएँ खींचीं। उनको क्रमशः $h_1$ और $h_2$ नाम दिया।

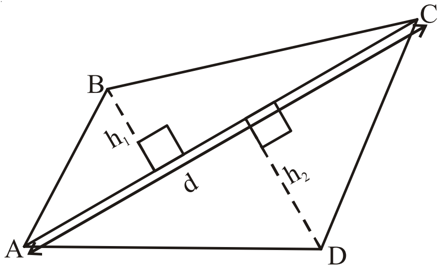


Fig.9.9

सामान्य चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल= ($\Delta$ ABC का क्षेत्रफल) + ($\Delta$ ADC का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{2} \times AC \times h_1\Big) + \Big(\frac{1}{2} AC \times h_2\Big)$$

$$= \frac{1}{2} AC[h_1 + h_2]$$

सामान्य चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$ जहाँ

'd' कर्ण AC की लंबाई है

SCERT TELANGANA

**प्रयत्न कीजिए।**

हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज भी एक चतुर्भुज है। आइए, इसे भी हम दो त्रिभुजों में विभक्त करते हैं और इन दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं। इस प्रकार समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करते हैं। इस प्रकार समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करते हैं। क्या यह सूत्र आपको पूर्व में ज्ञात सूत्र से मेल खाता है?

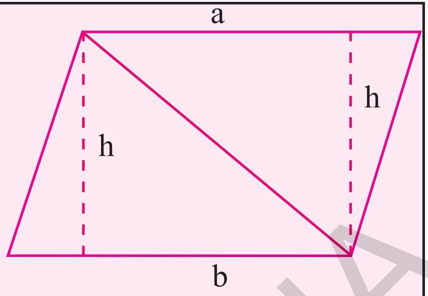
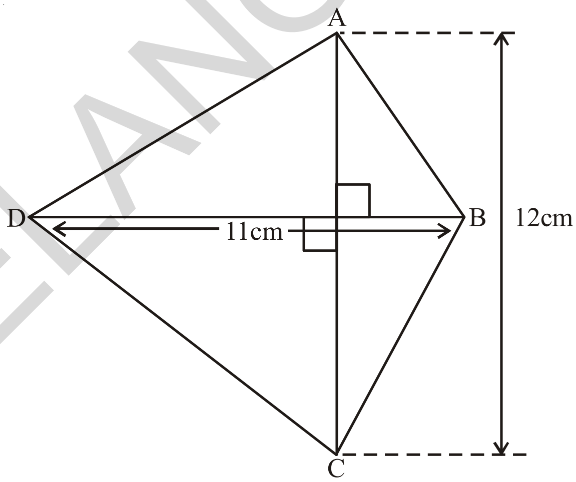



Fig.9.10

सामान्य चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ कर्ण की लंबाई $\times$ कर्ण पर आधारित दोनों लंबवत रेखाओं का योग

**उदाहरण 7:** सामान्य चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल



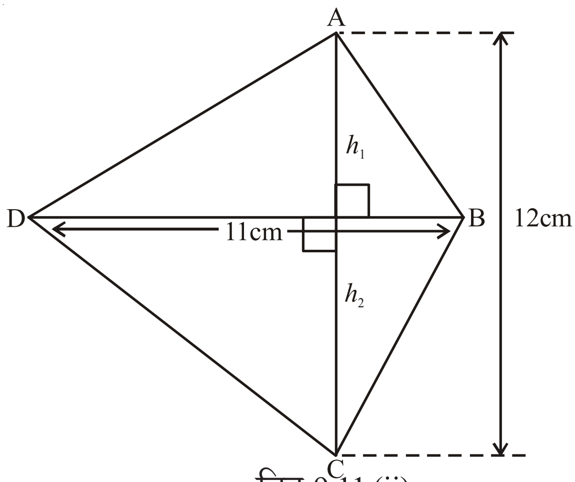

चित्र 9.11 (i)

**हल :** सामान्य चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$

कर्ण पर आधारित दोनों लंबवत रेखाओं का योग

$AC = (h_1 + h_2)$

$h_1 + h_2 = 12$ सेमी



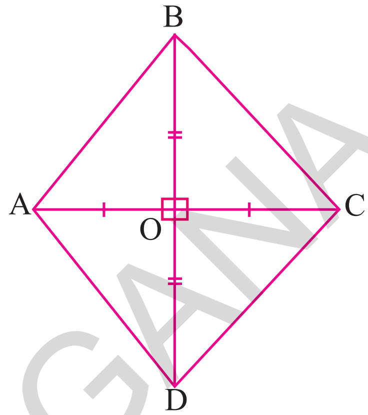

चित्र 9.11 (ii)

SCERT TELANGANA

कर्ण BD की लंबाई = 11 सेमी

$\therefore$ सामान्य चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} d(h_1 + h_2) = \frac{1}{2} \times 12 \times 11 = 6 \times 11 = 66$ वर्ग सेमी

## 9.3 समचतुर्भुज का क्षेत्रफल (Rhombus) :



चित्र 9.12

त्रिभुजों में विभक्त करने वाली इस विधि को हम समचतुर्भुज का क्षेत्रफल का सूत्र ज्ञात करने में उपयोग कर सकते हैं।

समचतुर्भुज ABCD के चित्र में इसे दिखाया गया है। हम जानते हैं कि इनके कर्ण एक दूसरे के लंब समद्विभाजक हैं।

$\therefore OA = OC, \quad OB = OD$

और $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^0$

समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = $\Delta$ ABC का क्षेत्रफल + $\Delta$ ADC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times AC\,(OB+OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD \qquad (\because OB + OD = BD)$$

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times d_1 d_2$ , जहाँ $d_1$, $d_2$ कर्णों की लंबाइयाँ हैं।

दूसरे शब्दों में समचतुर्भुज का क्षेत्रफल अपने कर्णों की लंबाइयों के गुणनफल का आधा होता है।

**उदाहरण 8:** समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिनके कर्णों की लंबाइयाँ 10 सेमी और 8.2 सेमी हों।

**हल :** समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times d_1 d_2$ जहाँ $d_1$, $d_2$ कर्णों की लंबाइयाँ हैं।

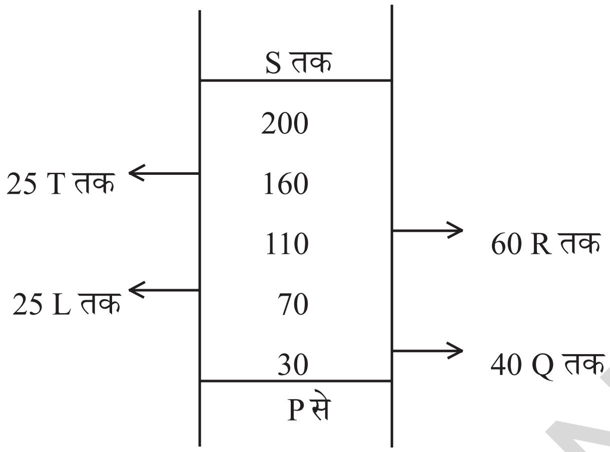
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.2$ वर्ग सेमी

$= 41$ वर्ग सेमी

SCERT TELANGANA

## 9.4 मैदान का सर्वेक्षण

एक सर्वेक्षणकर्ता ने एक मैदान का सर्वेक्षण करते हुए उसके माप अपनी सर्वेक्षण पुस्तिका में लिखे जो नीचे दिये गये हैं। उस मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




इन प्रदत्तों के आधार पर ज्ञात होता है-

1. यह मैदान षट्भुजाकार है जिसके शीर्ष P, Q, R, S, T और L हैं।
2. PS को कर्ण के रूप में है।
3. PS रेखा के एक ओर शीर्ष Q और R तथा दूसरी ओर शीर्ष T और R हैं।
4. बिंदु Q से PS पर डाला गया लंब A 40 मी, है। **इस प्रकार R,T,L से शेष लम्ब खींचिए ।**
5. सर्वेक्षण पुस्तिका में दिये माप वास्तविक हैं और इन्हें नीचे से ऊपर के क्रम में पढ़ा जाता है।
6. इस मैदान को दो त्रिभुज और दो समलंब के रूप में विभाजित किया गया है।

हम ऊपर दिए चित्र में से निम्नलिखित माप प्राप्त कर सकते हैं।

AC = PC – PA

= 110 – 30 = 80 मी

CS = PS – PC

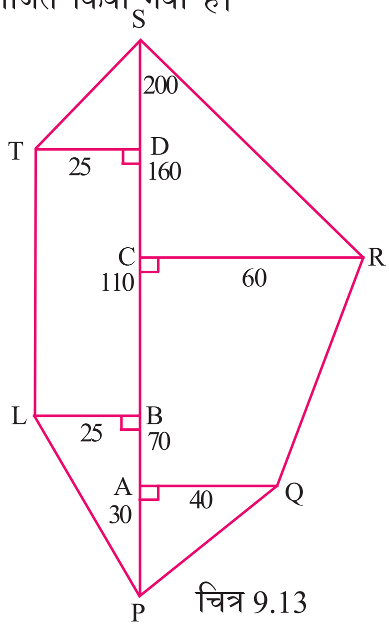
= 200 – 110 = 90 मी

DS = PS – PD

= 200 – 160 = 40 मी

BD = PD – PB

= 160 – 70 = 90 मी




चित्र 9.13

SCERT TELANGANA

$\triangle$ APQ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times b \times h$

$= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600$ वर्ग मी

समलंब AQRC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times AC\,(AQ + CR)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times (40 + 60)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times 100$

$= 4000$ वर्ग मी

$\triangle$ CRS का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times CR \times CS = \frac{1}{2} \times 60 \times 90 = 2700$ वर्ग मी

समलंब PLTS का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times LB\,(TL + SP)$

$= \frac{1}{2} \times 25(90 + 200)$ $(\because TL = BD = 90)$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 290$

$= 3625$ वर्ग मी

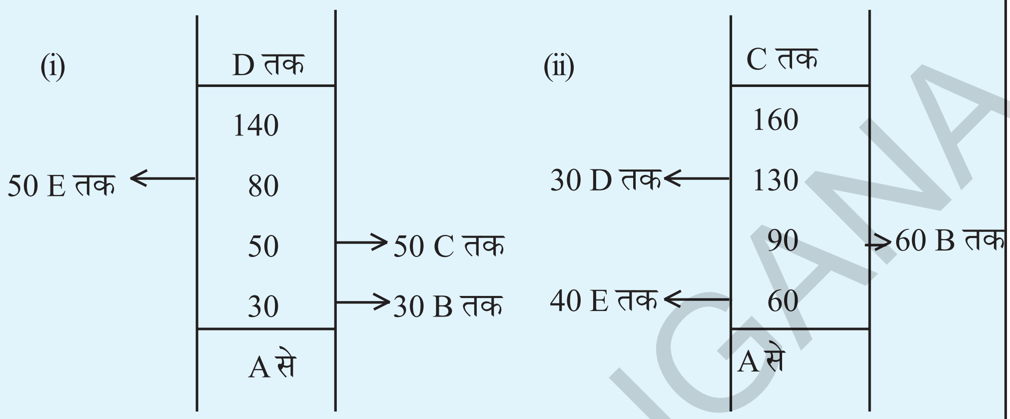
मैदान का क्षेत्रफल $= 600 + 4000 + 2700 + 3625$

$= 10{,}925$ वर्ग मी

SCERT TELANGANA

**प्रयत्न कीजिए।**

एक सर्वेक्षणकर्ता की सर्वेक्षण पुस्तिका में मैदानों के माप निम्नलिखित रूप से लिखे हैं, उनका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

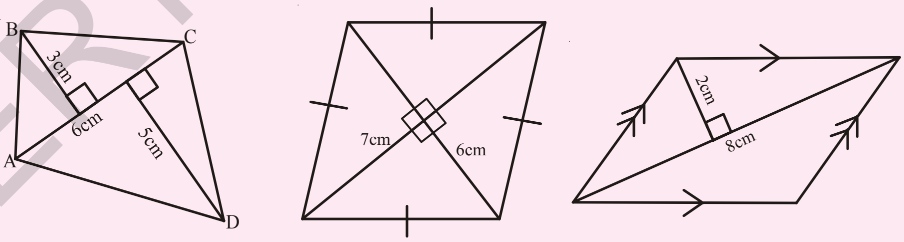



**सोचिए और चर्चा कीजिए।**

समांतर चतुर्भुज का कर्ण खीचकर इसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटा जाता है। क्या समलंब को भी दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटा जा सकता है?

**प्रयत्न कीजिए।**

नीचे दिए चतुर्भुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



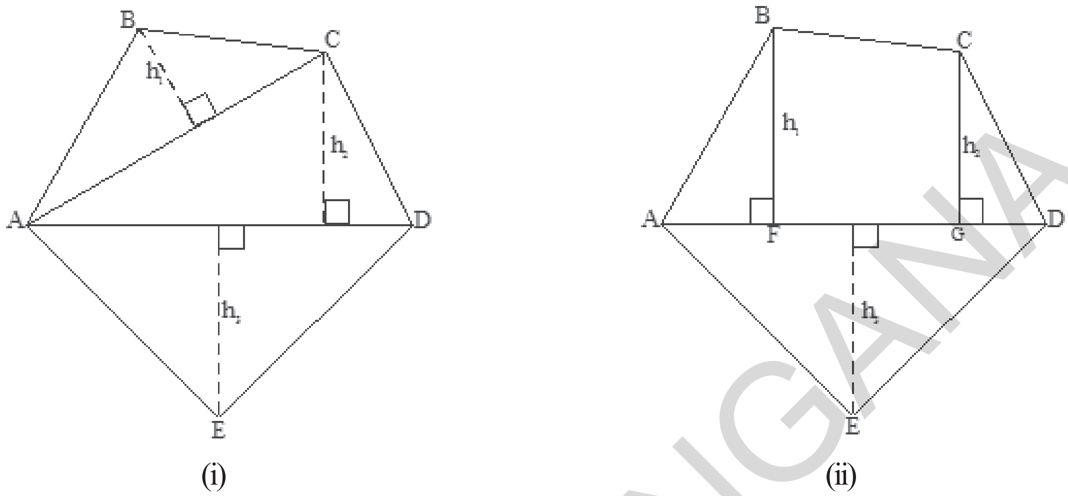

(i) (ii) (iii)

### 9.5 बहुभुज का क्षेत्रफल (Polygon) :

हम बहुभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए उसे अनेक साधारण आकार जैसे त्रिभुज, आयत आदि में विभाजित करते हैं। उनके क्षेत्रफल निकालते हैं। उन्हें जोड़कर बहुभुज का क्षेत्रफल मालूम कर लेते हैं।

SCERT TELANGANA

नीचे दिये पंचभुजाकारों को देखिए। (चित्र 9.14)



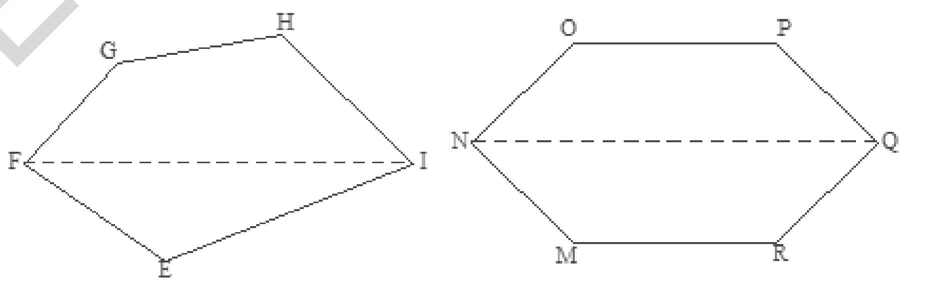

चित्र 9.14

चित्र (i) : कर्ण AC और AD की रचना करते हुए पंचभुज ABCDE को तीन भागों में बाँटा गया है। इसलिए ABCDE का क्षेत्रफल = $\Delta$ABC का क्षेत्रफल + $\Delta$ACD का क्षेत्रफल + $\Delta$AED का क्षेत्रफल

चित्र (ii) : एक कर्ण AD और इस पर दो लंब BF और CG की रचना करते हुए पंचभुज ABCDE को चार भागों में बाँटा गया है। इसलिए ABCDE का क्षेत्रफल = समकोण त्रिभुज $\Delta$BFA का क्षेत्रफल + समलंब BFGC का क्षेत्रफल + समकोण DGC का क्षेत्रफल + $\Delta$ DEA का क्षेत्रफल। इस तरह क्यों ? (समलंब BFGC की समांतर भुजाओं को पहचानिए)

**प्रयत्न कीजिए।**

(i) इन बहुभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए इन्हें विभिन्न भागों (त्रिभुजों एवं समलंबों) में विभाजित कीजिए।




बहुभुज EFGHI का एक विकर्ण FI है।

बहुभुज MNOPQR का एक विकर्ण NQ है।

चित्र 9.15

SCERT TELANGANA

(ii) चित्र 9.14 में बहुभुज ABCDE को विभिन्न भागों में बाँटा गया है। यदि AD= 8 सेमी, AH = 6 सेमी, AF=3सेमी और BF=2सेमी, CH = 3 सेमी और EG = 2.5 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

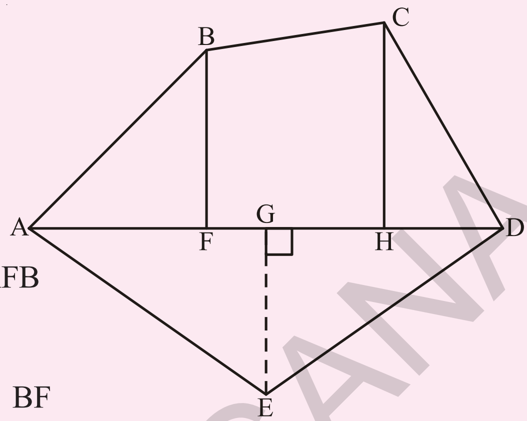


Fig.9.16

बहुभुज ABCDE का क्षेत्रफल = ΔAFB का क्षेत्रफल + _______

ΔAFB का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times AF \times BF$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 =$ _______

FBCH का क्षेत्रफल = $FH \times \frac{(BF + CH)}{2}$

$= 3 \times \frac{(2+3)}{2}$ [$\because$ FH = AH - AF]

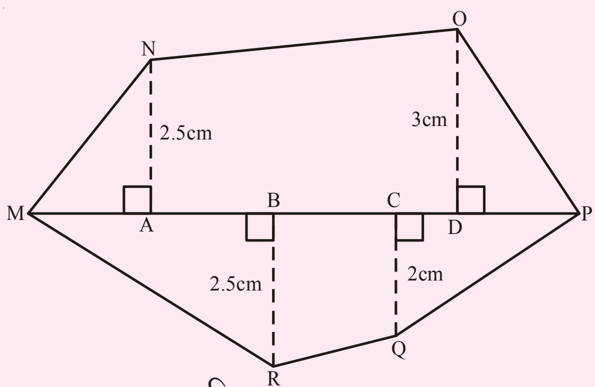
Δ CHD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ HD × CH = _______

Δ ADE का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ AD × GE = _______

इसलिए बहुभुज ABCDE का क्षेत्रफल = ....

(iii) बहुभजु MNOPQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (fig.9.17) यदि MP = 9 सेमी, MD = 7 सेमी, MC = 6 सेमी, MB = 4 सेमी, MA = 2 सेमी

NA, OC, QD और RB कर्ण MP पर खींचे गए लंब हैं।



चित्र 9.17

SCERT TELANGANA

**उदाहरण 9:** दिए गए मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। उनकी भुजाएँ भी बताइए। सभी माप मीटर में हैं।

**हल :** ABCDE का क्षेत्रफल = $\Delta$ ABH का क्षेत्रफल + समलंब BCFH का क्षेत्रफल + $\Delta$ CDF का क्षेत्रफल + $\Delta$ AED का क्षेत्रफल

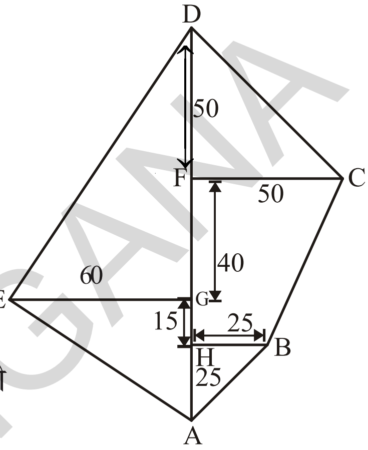



Fig. 9.18

अब, ABH का क्षेत्रफल

$= \times AH \times HB$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 25$

$= \frac{625}{2}$ वर्ग मी = 312.5 वर्ग मी

समलंब BCFH का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (HB + FC) \times HF$

$= \frac{1}{2}(25 + 50) \times 55$ वर्ग मी

$= \frac{75 \times 55}{2}$ वर्ग मी = 2062.5 वर्ग मी

$\Delta$ CDF का क्षेत्रफल $= \times FC \times DF$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 50$ वर्ग मी = 1250 वर्ग मी

$\Delta$ AED का क्षेत्रफल $= \times AD \times EG$

$= \frac{1}{2} \times 130 \times 60$

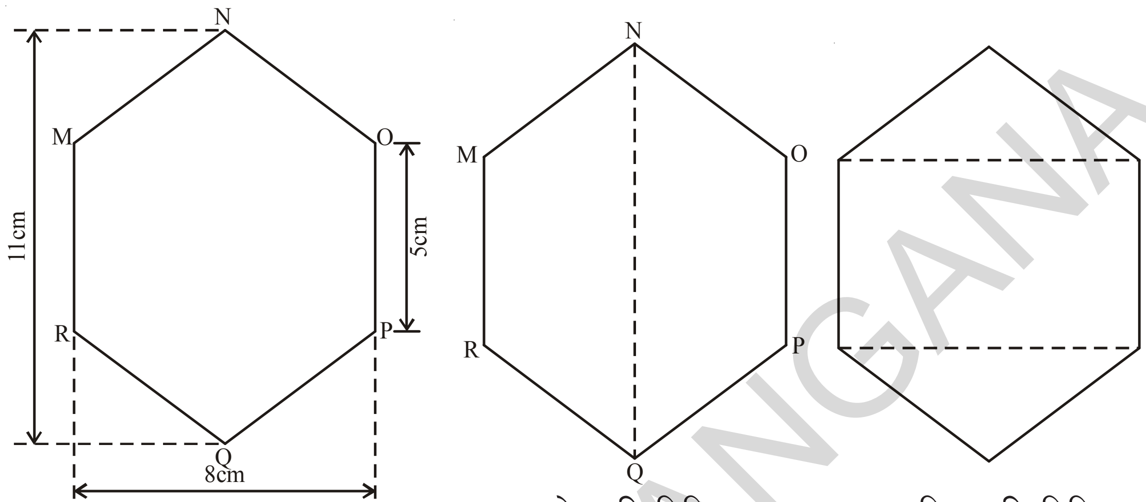
= 3900 वर्ग मी

अत: ABCDE का क्षेत्रफल = 312.5 वर्ग मी + 2062.5 वर्ग मी + 1250 वर्ग मी + 3900 वर्ग मी

= 7525 का क्षेत्रफल

SCERT TELANGANA

**उदाहरण 10:** MNOPQR (चित्र 9.19) एक षड्भुज है जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी है। सुरेश और ऋषिका ने इसे दो विभन्न प्रकार से विभाजित किया जैसा चित्र में दिखाया गया है। दोनों प्रकार का उपयोग करते हुए इस षड्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



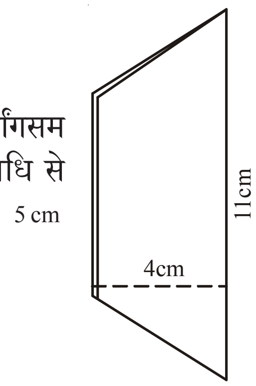

सुरेश की विधि    ऋषिका की विधि

(i)    (ii)

चित्र 9.19

**हल :** **अमन की विधि :**

क्योंकि यह एक षड्भुज है इसलिए NQ इस षड्भुज को दो सर्वांगसम समलंबों में विभाजित करता है। आप इसे कागज मोड़ने की विधि से सत्यापित कर सकते हैं।




अब समलंब MNQR का क्षेत्रफल= $4 \times \frac{11+5}{2}$

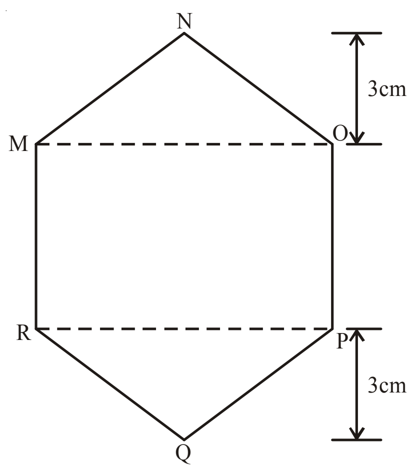
= $2 \times 16 = 32$ वर्ग सेमी

इसलिए षड्भुज MNOPQR का क्षेत्रफल = $2 \times 32 = 64$ वर्ग सेमी

चित्र9.20

**ऋषिका की विधि**

ΔMNO और ΔRPQ सर्वांगसम त्रिभुज हैं जिनमें से प्रत्येक का शीर्षलंब 3 सेमी है। (चित्र4) आप इन त्रिभुजों को काटकर और एक दूसरे के ऊपर रखकर इसका सत्यापन कर सकते हैं।




ΔMNO का क्षेत्रफल= $\times 8 \times 3 = 12$ वर्ग सेमी

= ΔRPQ का क्षेत्रफल

आयत MOPR का क्षेत्रफल = 8  5 = 40 वर्ग सेमी

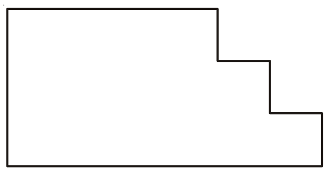
अब, षड्भुज MNOPQR का क्षेत्रफल= 40+12+12 = 64 वर्ग सेमी

चित्र9.21

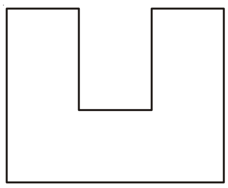
SCERT TELANGANA

## अभ्यास - 9.1

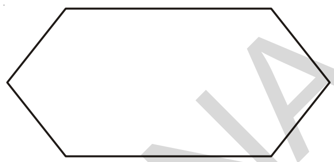
1. दिए गए आकारों को निर्देश के अनुसार विभाजित कीजिए।



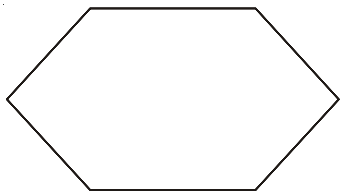
(i) 3 आयतों में



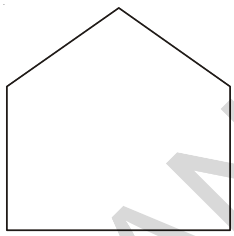
(ii) 3 आयतों में



(iii) 2 समलंब

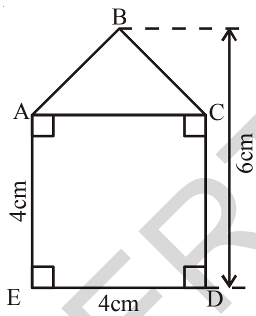


(iv) 2 त्रिभुज और एक आयत

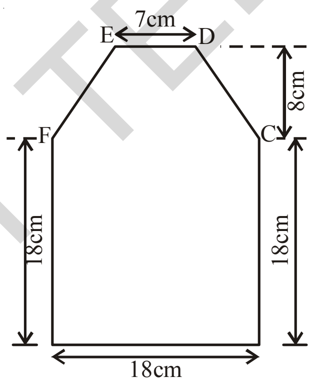


(v) 3 त्रिभुज

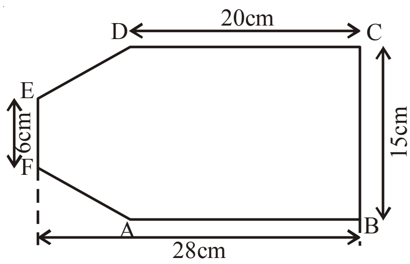
2. प्रत्येक आकार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




(i)



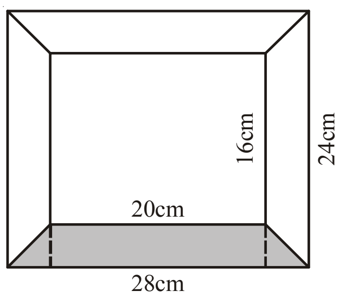

(ii)




(iii)

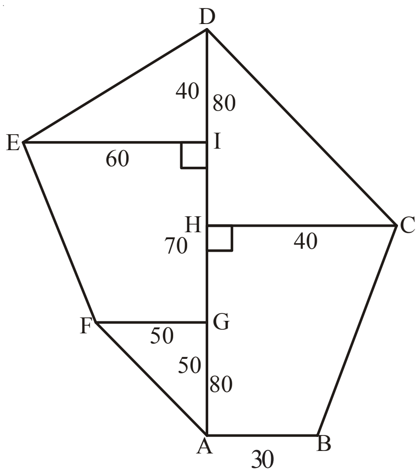
3. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जब कर्ण AC की लंबाई = 10 सेमी और AC पर आधारित B और D लंबों की लंबाई क्रमशः 5 सेमी और 6 सेमी है।

4. संलग्न चित्र का बाहरी माप 28 सेमी × 24 सेमी और आंतरिक माप 20 सेमी × 16 सेमी है। रंगीन भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि प्रत्येक भाग की चौड़ाई समान है।

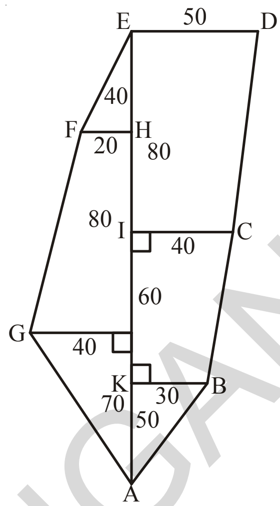



SCERT TELANGANA

5. प्रत्येक मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। सभी माप मीटर में हैं।




(i)

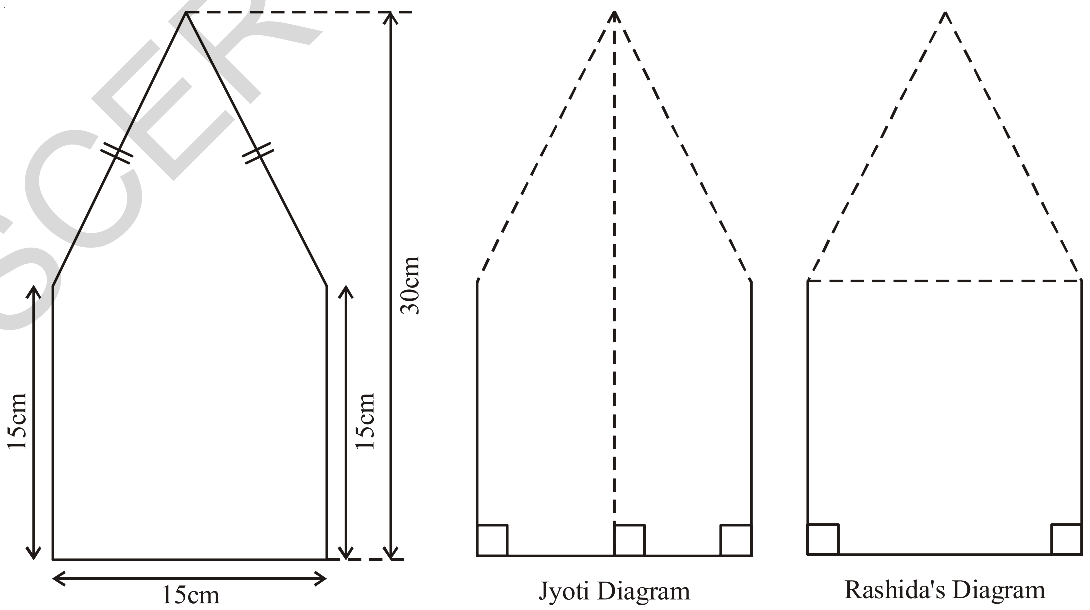



(ii)

6. एक समलंब की समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात 5:3 और उनके बीच की दूरी 16 सेमी है। यदि समलंब का क्षेत्रफल 960 वर्ग सेमी है तो उसकी समांतर भुजाओं की लंबाई बताइए।

7. किसी भवन के फर्श में समचतुर्भुज आकार की 3000 टाइलें हैं और इनमें से प्रत्येक के कर्ण 45 सेमी और 30 सेमी लंबाई के हैं। यदि प्रत्येक टाइल का दाम रु.20 हो तो पूरे फर्श का खर्च ज्ञात कीजिए।

8. एक पंचभुज आकार की ज़मीन है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए ज्योति और रशीदा ने इसे दो अलग-अलग तरीके से विभाजित किया। दोनों तरीके से क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए और बताइए। आपने क्या ध्यान दिया?




Jyoti Diagram

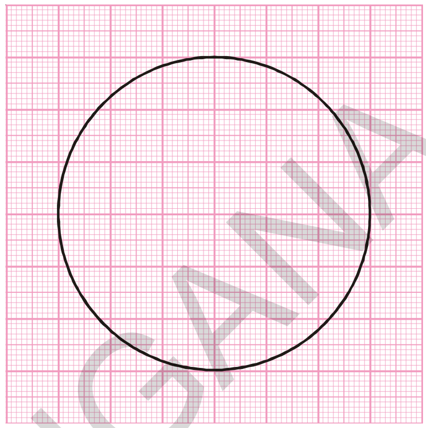
Rashida's Diagram

## 9.6 वृत्त का क्षेत्रफल

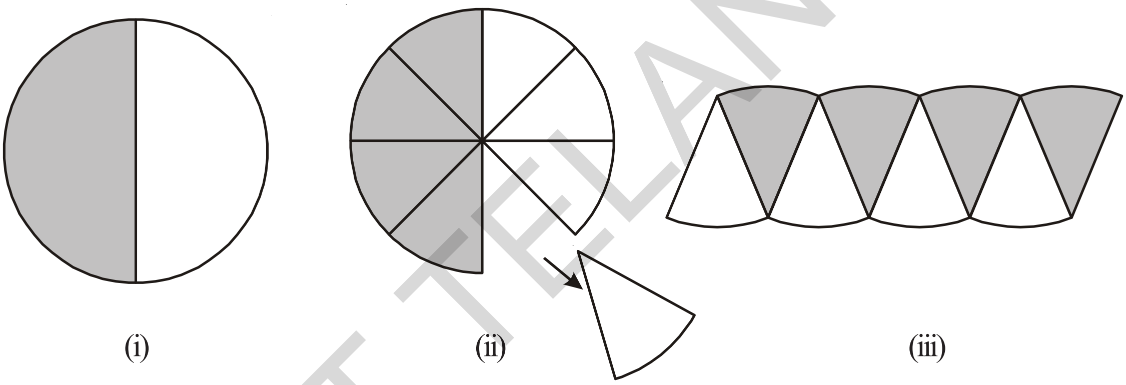
आइए, ग्राफ पेपर द्वारा वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

4 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त बनाइए। उसमें घिरे वर्गाकार खानों को गिनते हुए वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (चित्र 9.22).

इसके किनारे सीधे नहीं हैं इसलिए इस विधि से हम इसका अनुमानित क्षेत्रफल ही निकाल सकते हैं। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने का एक और तरीका भी है।



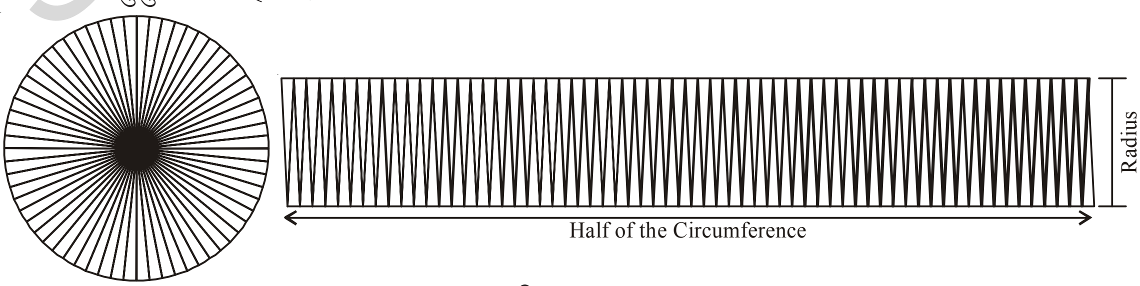
चित्र 9.22




चित्र 9.23

एक वृत्त बनाइए और इसका आधा भाग छायांकित कीजिए जैसा कि (चित्र9.23(i)) में दिखाया गया है, अब वृत्त को आठ बराबर हिस्सों में मोड़िए। इन्हें मोड़ से काट लीजिए जैसा कि चित्र 9.23(ii)) में दिखाया गया है।

ऊपर दिखाए अनुसार हम इन्हें और अधिक वृत्त खंडों में विभाजित कर सकते हैं। इन अलग-अलग टुकड़ों को चित्र (iii), में दिखाए अनुसार रखिए जो लगभग एक समांतर चतुर्भुज प्राप्त होता है। यदि हम वृत्त को समान 64 वृत्त खंडों में विभाजित करते हैं तो हमें (चित्र 9.24) में दिखाए अनुसार लगभग समांतर चतुर्भुज प्राप्त होगा।




चित्र 9.24

SCERT TELANGANA

इस आयत की चौड़ाई क्या होगी? इस आयत की चौड़ाई वृत्त के अर्द्धव्यास 'r' के समान है।

यदि इस वृत्त को 64 वृत्त खंडों में विभाजित किया जाता है और यदि इन्हें एक आयत की तरह रखा जाता है। आयत की लंबाई 32 वृत्त खंडों के चाप के बराबर है जो वृत्त की परिधि का आधा है। (चित्र 9.24)

वृत्त का क्षेत्रफल = वृत्त खंडों से बनाए गए आयत का क्षेत्रफल $= l \times b$

= (परिधि का आधा) × त्रिज्या

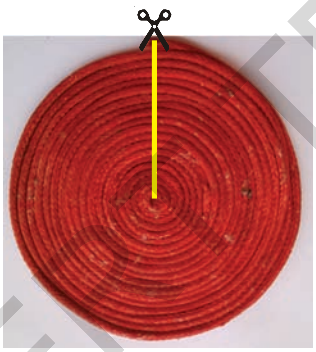
$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$

इसलिए वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

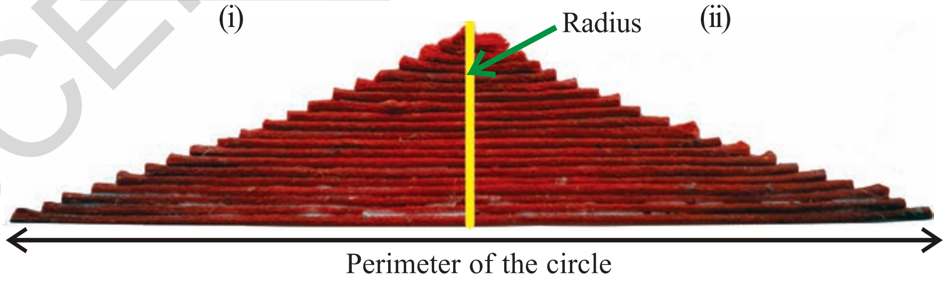
**धागे का क्रियाकलाप :**

'द कॉमेंट्री आफ तलमूद' (जूईश की किजाब) में वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र को बड़ी अच्छी तरह प्रतिपादित किया गया है- $A = \pi r^2$

कल्पना कीजिए कि एक वृत्त एक धागे से घिरा है। धागे को चित्र में दिखाए अनुसार ऊर्ध्वाधर व्यास रेखा पर काटिए। प्रत्येक धागे को चित्र (iii) की तरह व्यवस्थित करने पर एक समद्विबाहु त्रिभुज प्राप्त होगा।


(i)

(ii)



(iii)

इस समद्विबाहु त्रिभुज का आधार वृत्त की परिधि के समान होगा और ऊँचाई वृत्त की त्रिज्या के समान होगी।

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

SCERT TELANGANA

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2$$

$\therefore$ वृत्त की क्षेत्रफल $= \pi r^2$ (जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है)

**प्रयत्न कीजिए।**

ग्राफ पेपर पर अलग-अलग त्रिज्या के वृत्त बनाइए। वर्गों को गिनते हुए वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। सूत्र का प्रयोग करते हुए भी उनका क्षएत्रफल ज्ञात कीजिए। उत्तरों की तुलना कीजिए।

**उदाहरण 11:** एक तार को एक वर्ग के रूप में मोड़ा गया है जिसकी भुजा 27.5 सेमी है। इस तार को सीधा करके पुनः वृत्त के रूप में मोड़ा गया। बनाए गए वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?

**हल :** तार की लंबाई = वर्ग की परिमिति

= (27.5 × 4) सेमी = 110 सेमी

$\frac{22}{7}$

जब तार को वृत्त के रूप में मोड़ा गया तो उसकी परिधि भी 110 सेमी ही प्राप्त हुई।

मान लीजिए कि r वृत्त की त्रिज्या है।

तो, वृत्त की परिधि = = 2 × × r सेमी

= r सेमी

$\therefore$ 110 = r

$$\Rightarrow r = \frac{110 \times 7}{44} \text{ सेमी}$$

= 17.5 सेमी

**उदाहरण 12:** एक वृत्त की परिधि 22 सेमी है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। और इसके अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल भी बताइए।

**हल :** मान लीजिए कि इस वृत्त की त्रिज्या r सेमी

तो वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

$\therefore$ $2\pi r = 22$ सेमी

SCERT TELANGANA

$2 \times \quad \times r = 22$ सेमी

$r = 22 \times \quad \times \quad = 3.5$ सेमी

$\therefore$ वृत्त की त्रिज्या $= 3.5$सेमी

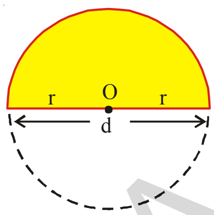
वृत्त का क्षेत्रफल $\pi r^2 = \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$ वर्ग सेमी

$= 38.5$ वर्ग सेमी

अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times 38.5 = 19.25$ वर्ग सेमी

**अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?**



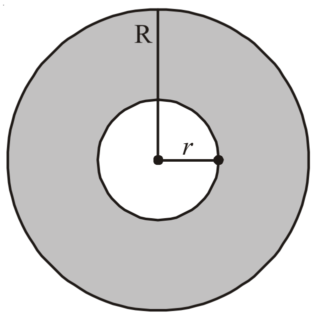

इस वृत्त के रंगीन क्षेत्र का अनुमान उसे उसके व्यास से मोड़कर लगाया जा सकता है। क्या हम कह सकते हैं कि रंगीन क्षेत्र का क्षेत्रफल वृत्त के क्षेत्रफल का आधा होगा?

अत: अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\pi r^2$

अर्द्धवृत्त की परिमिति क्या होगी?

## 9.7 वृत्ताकार रास्ते या वलय का क्षेत्रफल

एक पार्क में एक वृत्ताकार रास्ता चित्र में दिखाए अनुसार बना है। इसमें बाहरी और भीतरी वृत्त समकेंद्रीय हैं। आइए, इस वृत्ताकार रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करें।




इस वृत्ताकार रास्ते का क्षेत्रफल बाहरी और भीतरी वृत्त के क्षेत्रफल का अंतर होगा।

यदि हम कहते हैं कि बाहरी वृत्त की त्रिज्या 'R' और भीतरी वृत्त की त्रिज्या 'r' है।

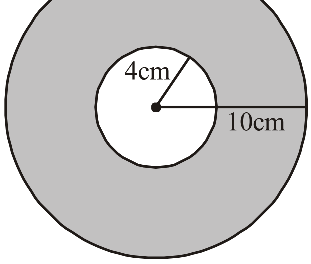
वृत्ताकार रास्ते का क्षेत्रफल = बाहरी वृत्त का क्षेत्रफल – भीतरी वृत्त का क्षेत्रफल

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$

अत:

| |
|---|
| वृत्ताकार रास्ते या रिंग का क्षेत्रफल = $\pi (R^2 - r^2)$ या $\pi (R + r)(R - r)$ |
| जहाँ R, r क्रमश: बाहरी और भीतरी वृत्त की त्रिज्या हैं। |

**उदाहरण13 :** संलग्न चित्र देखिए। यह दो समकेंद्रीय वृत्तों को दर्शाता है। बड़े वृत्त की त्रिज्या 10सेमी और छोटे वृत्त की त्रिज्या 4सेमी है।




ज्ञात कीजिए। (i) बड़े वृत्त का क्षेत्रफल

(ii) छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

(iii) दोनों वृत्तों के बीच के छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ($\pi = 3.14$)



SCERT TELANGANA

**हल :** (i) बड़े वृत्त की त्रिज्या $= 10$ सेमी

अतः बड़े वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ वर्ग सेमी

(ii) छोटे वृत्त की त्रिज्या $= 4$ सेमी

अतः छोटे वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

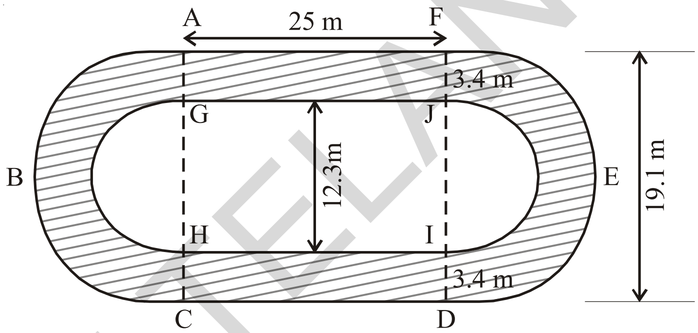
$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ वर्ग सेमी

(iii) छायांकित भाग का क्षेत्रफल = बड़े वृत्त का क्षेत्रफल – छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

$= (314 - 50.24)$ वर्ग सेमी

$= 263.76$ वर्ग सेमी

**उदाहरण 14:** नीचे दी गई आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




**हल :** छायांकित क्षेत्र = आयत AGJF का क्षेत्रफल + आयत HCDI का क्षेत्रफल + अर्द्धवृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल ABCHG + अर्द्धवृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल DEFJI

आयत AGJF का क्षेत्रफल $= 25 \times 3.4 = 85$ वर्ग मी

आयत HCDI का क्षेत्रफल $= 25 \quad 3.4 = 85$ वर्ग मी

वलय ABCHG का क्षेत्रफल $= \frac{\pi}{2}[(R^2 - r^2)] = \quad \times \frac{1}{2}[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

वलय DEFJI का क्षेत्रफल $= \quad [(R^2 - r^2)] = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2}[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

$= (25 \quad 3.4) + (25 \times 3.4) + \quad \pi[(9.55)^2 - (6.15)^2] + \frac{1}{2}\pi[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

$= [85 + 85 + \frac{22}{7} \times 15.7 \times 3.4]$ वर्ग मी

$= (170 + 167.77)$ वर्ग मी

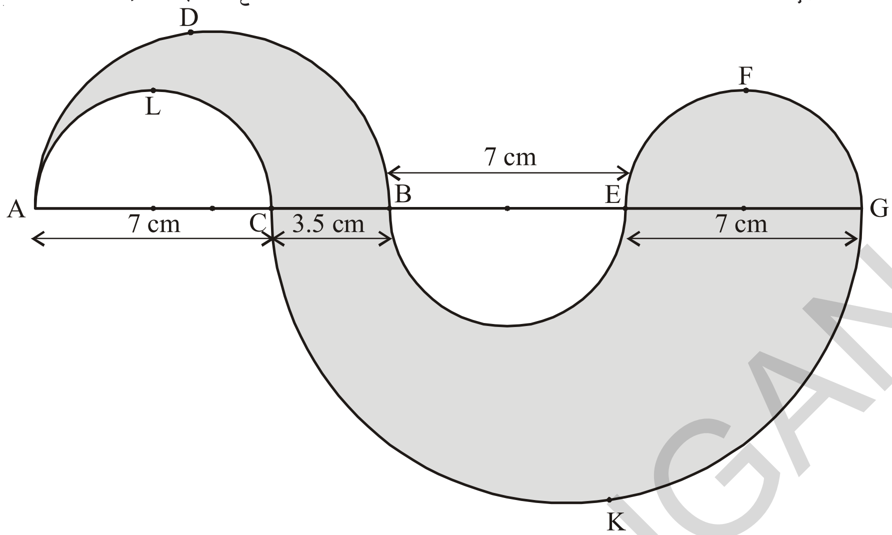
$= 337.77$ वर्ग मी

$R = \frac{19.1}{2} = 9.55$

$r = \frac{12.3}{2} = 6.15$

SCERT TELANGANA

**उदाहरण 15:** नीचे दी गई आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




**हल :** छायांकित क्षेत्र = ADBCLA का क्षेत्रफल + EFGE का क्षेत्रफल + BEGKCB का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}\times\pi\left[\left(\frac{10.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{7}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{17.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right] cm^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{4}\times\frac{7}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{49}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{21}{4}\times\frac{49}{4}\right) \text{ वर्ग सेमी}$$

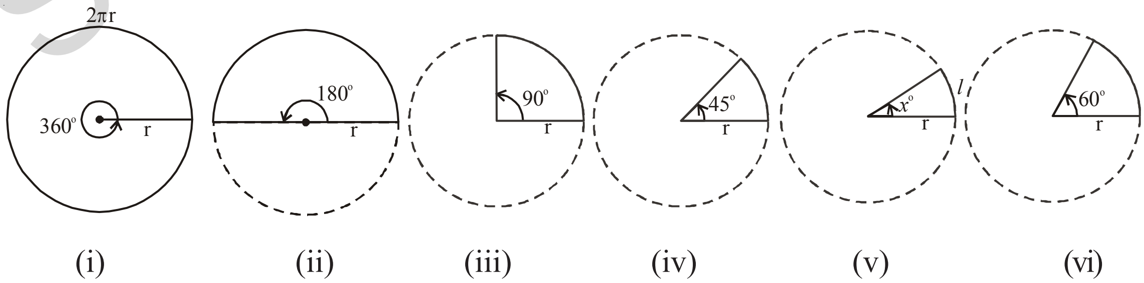
$$= \left(\frac{385}{16}+\frac{77}{4}+\frac{1617}{16}\right) \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \left(\frac{2310}{16}\right) \text{ वर्ग सेमी}$$

$= 144.375$ वर्ग सेमी

## 9.8 चाप की लंबाई (Length of the arc)

नीचे दिए गए वृत्त देखिए और तालिका पूर्ण कीजिए।



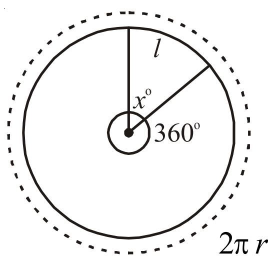
| चित्र | कोण | चाप की लंबाई | चाप के कोण और लंबाई में संबंध |
|---|---|---|---|
| (i) | $360^0$ | $2\pi r$ | $\frac{360^0}{360^0} \times 2\pi r = 2\pi r$ |
| (ii) | $180^0$ | $\pi r$ | $\frac{180^0}{360^0} \times 2\pi r = \pi r$ |
| (iii) | $90^0$ | $\frac{\pi r}{2}$ | ________ |
| (iv) | $45^0$ | $\frac{\pi r}{4}$ | ________ |
| (v) | $x^o$ | $l$ | $\frac{x^0}{360^0} \times 2\pi r = l$ |
| (vi) | $60^0$ | $\frac{\pi r}{3}$ | ________ |

ऊपर वृत्तखंड के चाप की लंबाई $(l) = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ दी गई है, जहाँ 'r' वृत्त की त्रिज्या और '$x$' वृत्त खंड के चाप द्वारा वृत्त के केंद्र पर बना कोण है।

यदि वृत्तखंड के चाप की लंबाई $l$ हो

$$\frac{2\pi r}{l} = \frac{360^0}{x^0}$$

तो $$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$$




## 9.9 वृत्त खंड का क्षेत्रफल (Area of Sector)

हम जानते हैं कि वृत्त की दो त्रिज्याओं और एक चाप से घिरे भाग को वृत्तखंड कहते हैं।

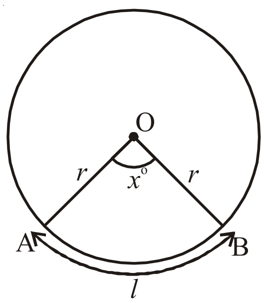
वृत्त का क्षेत्रफल यदि उसकी त्रिज्या r हो $= \pi r^2$

वृत्त खंड का कोण जो वृत्त के केंद्र से चाप की ओर दोनों त्रिज्या रेखाओं के बीच में बना हो वह यदि $x^0$ हो

वृत्त खंड का क्षेत्रफल और वह कोण जो इसके सीधा समानुपाती है

$\therefore$ वृत्त खंड का क्षेत्रफल : वृत्त का क्षेत्रफल $= x^0 : 360^0$

वृत्त खंड OAB का क्षेत्रफल $= \frac{x^\circ}{360^\circ} \times$ वृत्त का क्षेत्रफल




SCERT TELANGANA

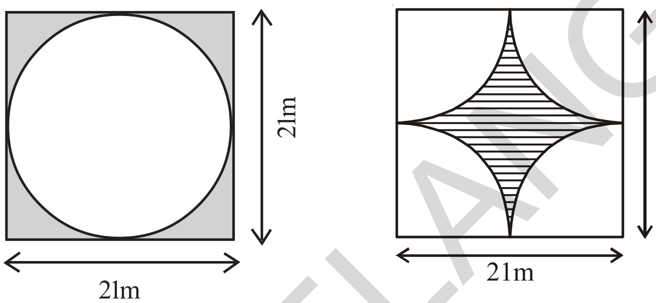
अत: वृत्त खंड OAB का क्षेत्रफल = $\frac{x^o}{360^o} \times \pi r^2$ $[\pi r^2 = \pi r \times \frac{2r}{2}]$

$$= \frac{x^o}{360^o} \times 2\pi r \times \frac{r}{2}$$

$$= l \times \frac{r}{2}$$

$$A = \frac{lr}{2}$$ ($l$ चाप की लंबाई)

**उदाहरण 13:** नीचे दी गई प्रत्येक आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




**हल :** **(i)** छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल

= {21मी. भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल} – {21मी. व्यास वाले वृत्त का क्षेत्रफल}

यदि वृत्त का व्यास 21मी. है।

तो वृत्त की त्रिज्या = $\frac{21}{2}$ =10.5मी.

छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल = = $(21 \times 21) - \left(\frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ वर्ग मी.

= 441 – 346.5

= 94.5 वर्ग मी.

**(ii)** छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल = {21मी. भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल} – {4×वृत्त खंड का क्षेत्रफल}

$$= (21 \quad 21) - \left(4 \times \frac{90^o}{360^o} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$$ वर्ग मी.

(यदि व्यास 21मी, तो त्रिज्या $\frac{21}{2}$ मी)

SCERT TELANGANA

$$= (21 \times 21) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$$

$= (441 - 346.5)$ वर्ग मी.

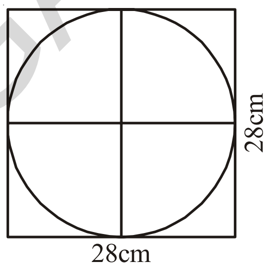
$= 94.5$ वर्ग मी.

## अभ्यास - 9.2

1. एक अक्रेलिक शीट का एक आयताकार टुकड़ा जिसकी की लंबाई चौड़ाई क्रमशः 36 सेमी और 25 सेमी है। उसमें से 56 वृत्ताकार बटन काटे गये, जिनमें प्रत्येक का व्यास 3.5 सेमी है। बचे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

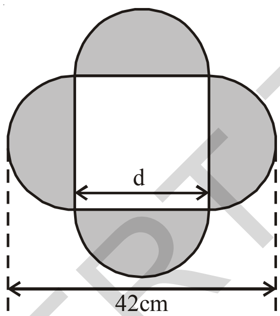
2. वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि वह 28 सेमी वाले एक वर्ग की भुजाओं से बना हो।

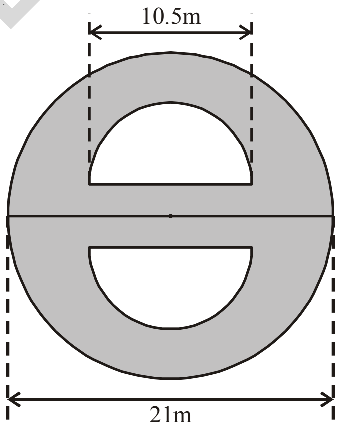
   [**संकेत:** वृत्त का व्यास वर्ग की भुजा के बराबर होता है।]




3. प्रत्येक आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{d}{2}$



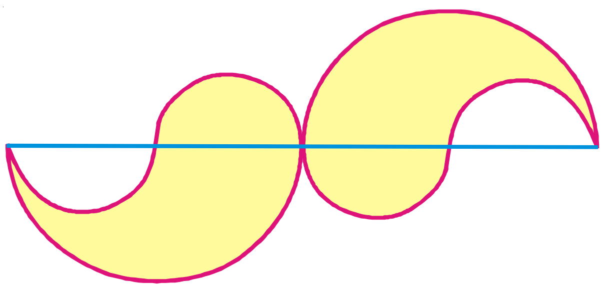




[**संकेत:** d + + $\frac{d}{2}$ = 42]

d = 21

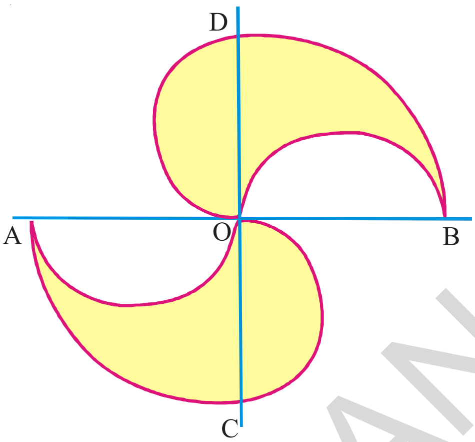
∴ वर्ग की भुजा 21 सेमी

4. संलग्न चित्र में चार अर्द्धवृत्त हैं जिनकी त्रिज्या समान है और दो बड़े अर्द्धवृत्त हैं जिनकी त्रिज्या समान (42सेमी) है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

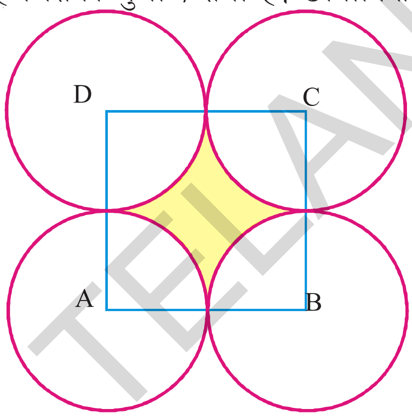


SCERT TELANGANA

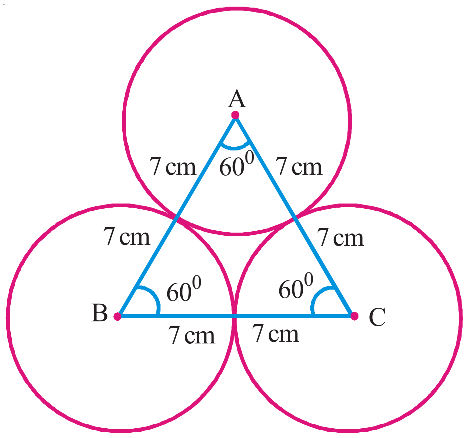
5. संलग्न चित्र में चार अर्द्धवृत्त हैं और एक चौथाई वृत्त हैं। यदि OA = OB = OC = OD = 14 सेमी. तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




6. संलग्न चित्र A, B, C और D चार समान वृत्तों के केंद्र हैं जो आपस में एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं और ABCD एक वर्ग है जिसकी भुजा 7 सेमी है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




7. एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 49 वर्ग सेमी है। त्रिभुज की प्रत्येक भुजा के केंद्र से गुजारते हुए चित्र में दिखाए अनुसार तीन समान त्रिज्या वाले वृत्त बनाए गए। तो त्रिभुज के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो वृत्तों में नहीं है।

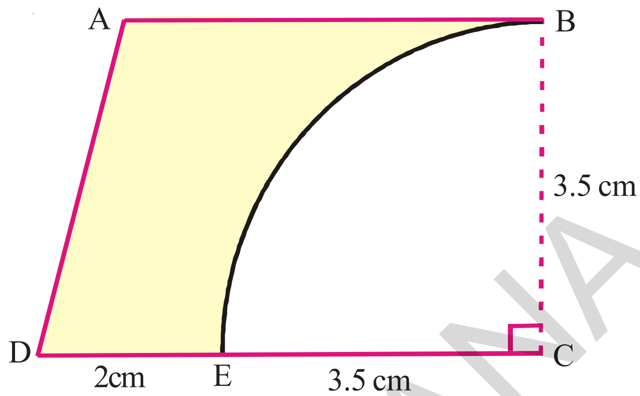



8. (i) चार समान वृत्त जिनकी त्रिज्या 'a' है एक दूसरे को स्पर्श करते हैं। उनके बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

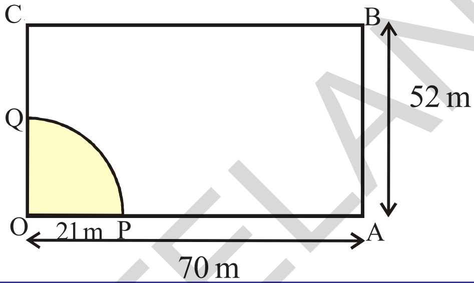
(ii) चार समान वृत्तों को एक वर्ग के कोनों को केंद्र रखते हुए इस प्रकार बनाया गया कि प्रत्येक वृत्त दो वृत्तों को स्पर्श करे। वर्ग के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो वृत्तों की परिधि में नहीं है यदि वर्ग की भुजा 14 सेमी मापी गई हो।

SCERT TELANGANA

9. एक गत्ते का टुकड़ा समलंब ABCD के रूप में है, और AB||CD और $\angle BCD = 90^0$, यदि एक-चौथाई वृत्त निकाल दिया जाए। दिया गया है AB = BC = 3.5 सेमी और DE = 2 सेमी। गत्ते के बचे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi$ $\frac{22}{7}$ लें।)




10. एक आयताकार मैदान की लंबाई-चौड़ाई क्रमशः 70 मी और 52 मी है। उसके एक कोने से 21मी रस्सी में बाँध कर एक घोड़े को चरने के लिए छोड़ा गया है। घोड़ा कितने क्षेत्रफल में घास चर सकता है?



**हमने क्या सीखा?**

समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं की लंबाइयों का योग) × (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

- सामान्य चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × कर्ण की लंबाई × कर्ण पर आधारित बचे हुए दोनों शीर्षों पर लंबवत रेखाओं की लंबाई का योग)
- समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = कर्णों के गुणनफल का आधा
- वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2$ जहाँ 'r' वृत्त की त्रिज्या है।
- वृत्ताकार रास्ते का क्षेत्रफल या वलय का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2)$ or $\pi(R + r)(R - r)$ जहाँ R, r क्रमशः बाहरी और भीतरी वृत्तों की त्रिज्या हैं।
- वृत्त खंड का क्षेत्रफल = $\frac{x^0}{360^0} \times \pi r^2$ जहाँ $x^\circ$ वृत्त की दो त्रिज्याओं के मध्य चाप की ओर बना हुआ कोण है और r वृत्त की त्रिज्या है।

$$A = \frac{lr}{2}$$

SCERT TELANGANA