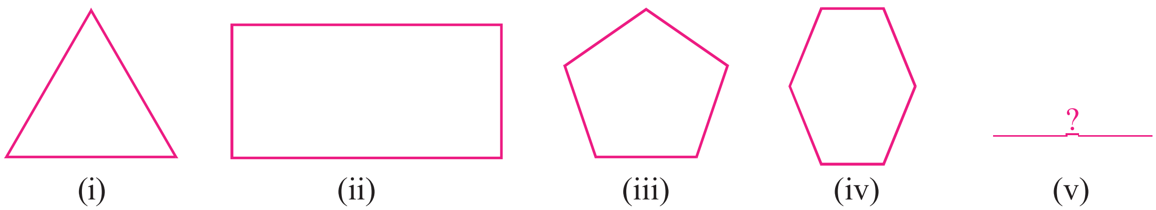
अध्याय चार

समीकरण (Equations)

दिमागी कसरत (Mental Exercise)

नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई है, उन्हें क्रमवार ध्यान से देखकर उनसे संबंधित प्रश्नों के उत्तर अपनी कापी में लिखिए–



चित्र 4.1

(a) 5 वें क्रम की आकृति कैसी होगी? बनाइए।

(b) 5 वीं आकृति बनाने के लिए आपने क्या सोचा?

(c) क्या आकृतियों की क्रम संख्या एवं उनके भुजाओं के बीच कोई सम्बन्ध है?

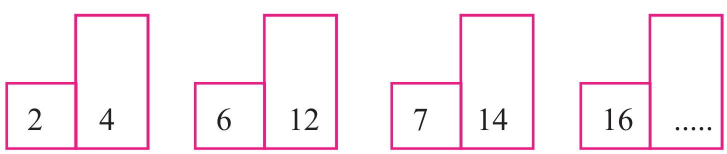
(d) क्या आप बता सकते हैं कि 10वें क्रम की आकृति में कितनी भुजाएँ होगी?

(e) यह आपने कैसे बताया?

(f) क्या किसी आकृति के स्थान का क्रम ज्ञात होने पर उसकी भुजाओं की संख्या ज्ञात कर सकते है?

(g) क्या सम्बन्ध बनाएंगे?

अब इन चौकोर खानों में लिखे गए संख्याओं पर विचार करें–



चित्र 4.2

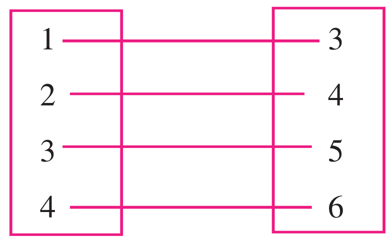
चित्र में दो–दो खानों के 4 जोड़े बने हैं, क्या प्रत्येक जोड़े की दोनों संख्याओं के बीच कोई सम्बन्ध है?

चौथे जोड़े के दूसरे (दायीं ओर वाले) खाने में कौन–सी संख्या होगी ?

इस समस्या का हल आपने कैसे सोचा ?

यदि पहले (बायीं ओर वाले) खाने में 35 हो तो उसके दायीं ओर वाले खाने में कौन–सी संख्या होगी?

अब निम्न खानों में लिखी गई संख्याओं पर विचार करें–



चित्र 4.3

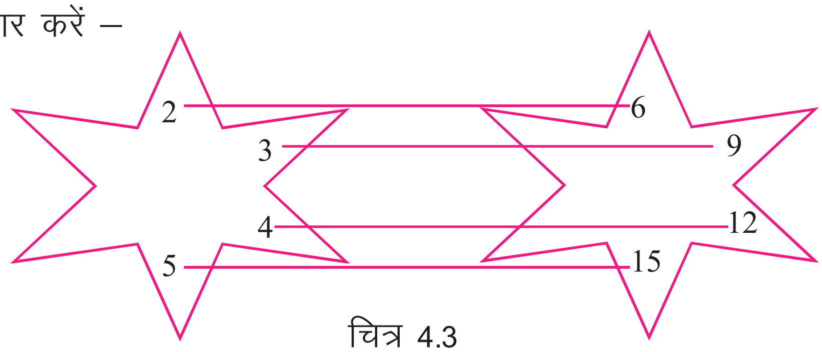
क्या बायीं ओर के खाने (क्र. 1) एवं दायीं ओर के खाने (क्र. 2) के बीच कोई सम्बन्ध है?

दायीं ओर के खाने की प्रत्येक संख्या बायीं ओर के खाने की संगत संख्या में 2 जोड़ कर प्राप्त की जा सकती है। अर्थात $1+2 = 3,\ 2+2 = 4,\ 3+2 = 5,\ 4+2 = 6$

यदि बायीं ओर के खाने में 5 हो तब उसके लिए दायीं ओर के खाने में कौन सी संख्या होगी?

यदि बायीं ओर के खाने की संख्या y हो तो उसके लिए दायीं ओर के खाने में कौन सी संख्या होगी?

इन घेरों पर भी विचार करें –



चित्र 4.3

इन घेरों की प्रत्येक संख्या दूसरे घेरे की किसी संख्या से जुड़ी है। यह जोड़ियां लाइन से दिखाई गई है।

दोनों घेरों के अन्दर की इन संख्याओं के बीच किस प्रकार का सम्बन्ध है?

यदि बायीं ओर के घेरे में कोई संख्या 7 हो तो दायीं ओर के घेरे में उससे संबंधित कौन सी संख्या होगी ?

यदि बायीं ओर के घेरे में कोई संख्या x हो तब उसके लिए दायीं ओर के घेरे में कौन–सी संख्या होगी?

इस सम्बन्ध में बायीं ओर 2 रखने पर दायीं ओर 6 प्राप्त होता है, उसी प्रकार बायीं ओर 5 रखने पर दायीं ओर 15 प्राप्त होता है ।

आप कह सकते हैं कि बायीं ओर की प्रत्येक संख्या के लिए उसके मान के तीन गुने मान की संख्या दायीं ओर के घेरे में है।

क्रियाकलाप–1 (Activity-1)

आप भी कुछ इसी प्रकार की संख्याओं के दो समूह लेकर उनके बीच सम्बन्ध स्थापित करने का प्रयास करें ।

जैसे– 1, 3, 5, 7, ... तथा 2, 4, 6, 8, ...

ऐसे और भी संबंध सोच कर घेरे बनाएं।

ऐसे कुछ घेरे अपने साथियों को दें और उनसे कहें कि वह बताएं कि उन घेरों की संख्याओं के बीच क्या संबंध है?

कक्षा–6 में हमने चर राशि और समीकरण दोनों के बारे में सीखा है। आइए, उसे थोड़ा दोहरा लें। हमने इस तरह के सवाल भी देखे है–

(अ) 100 में से कितना घटाएं कि 75 बचे ?

(ब) 32 में कितना जोड़ें कि 50 बन जाए ?

(स) 12 के आधे में कितना जोड़े कि 10 बन जाए ?

(द) 5 में कौन–सी संख्या का गुणा करें कि 40 प्राप्त हो ?

प्रत्येक प्रश्न में एक राशि को अज्ञात मान कर हम हल प्राप्त कर सकते हैं।

जैसे प्रश्न (अ) पर विचार करें–

माना कि 100 में से x घटाने पर 75 बचते हैं अर्थात $100 - x = 75$

क्या हम इस प्रश्न पर निम्न रूप में भी विचार कर सकते हैं?

75 में कितना जोड़ें कि 100 प्राप्त हो ? माना 75 में x जोड़ने पर 100 प्राप्त होते हैं अर्थात $75 + x = 100$

दोनों स्थितियों में अज्ञात राशि x का मान समान प्राप्त होता है। अर्थात 100 में से 25 घटाएं तो 75 प्राप्त होगा और 75 में 25 जोड़ने पर 100 प्राप्त होगा। अर्थात् हम इस कथन को दो तरह से विश्लेषित कर सकते हैं। शेष सवालों में भी हम हर कथन को दो तरह से पढ़ सकते हैं।

यहाँ x का प्रयोग अज्ञात राशि के स्थान पर किया गया है। क्या x के स्थान पर y, z अथवा किसी अन्य चरांक का प्रयोग किया जाए तब भी मान समान होगें?

$$100 - x = 75$$
$$100 - y = 75$$
$$100 - z = 75$$

क्या शेष प्रश्नों को भी इसी प्रकार सम्बन्धों के रूप में लिखा जा सकता है? करके देखें। कैसे सम्बन्ध ढूंढ़ पाएंगे?

व्यंजक और समीकरण (Expressions and Equations)

61KX7Z

उपरोक्त सभी समस्याओं में दो व्यंजक है तथा किसी कथन द्वारा इन व्यंजकों को समान किया गया है। **दो व्यंजकों के बीच समानता के कथन को समीकरण कहते हैं।** जैसे कि ऊपर के उदाहरण में एक व्यंजक $100 - x$ है और दूसरा है 75

यहाँ बराबर का चिन्ह यह स्पष्ट करता है कि प्रत्येक स्थिति में कथन के बायीं ओर एवं दायीं ओर की राशियाँ आपस में बराबर होंगी।

इस प्रकार के **बीजीय कथन जिनमें बराबर का चिन्ह होता है, समीकरण कहलाता है।** बराबर चिन्ह के बायीं ओर की समस्त राशियों को समीकरण का बायां पक्ष एवं दायीं ओर की समस्त राशियों को समीकरण का दायां पक्ष कहते हैं।

कुछ बीजीय व्यंजक वाले समानता के कथनों पर विचार करें, ये कथन समीकरण हैं अथवा नहीं। यह भी बताएं कि यदि यह समीकरण नहीं हैं तो क्यों?

(i) $3x + 5 = -9$ (ii) $7x + 4 > 10$

(iii) $x - 2 < -5$ (iv) $x = 0$

(v) $y = 3x$ (vi) $x + y = 3$

(vii) $x = 2y + z + 2$

कथन (vi) एवं (vii) में अज्ञात राशियों या चरों की संख्या कितनी है?

जिन समीकरणों में अज्ञात राशियों अर्थात चरों की संख्या एक हो उसे एक चर वाली तथा यदि अज्ञात राशियों (चरों) की संख्या दो या तीन हो उसे क्रमशः दो चरों वाले तथा तीन चरों वाली समीकरण कहते हैं।

एक चर वाले समीकरणों का हल (Solution of equations with one variable)

रीता ने हमीदा से पूछा ''क्या कोई ऐसी संख्या सोच सकती हो जिसका सात गुना बराबर है, उस संख्या में चार जोड़ कर प्राप्त योगफल के तीन गुना के ?''

क्या आप संख्या सोच सकते हैं ?

सोची संख्या को ज्ञात करने के लिए हम पहले समीकरण बनायेंगे फिर इसे हल करेंगे।

माना कि अज्ञात संख्या x है, तो कथनानुसार,

$3(x + 4) = 7x$

या $3x + 12 = 7x$ (कोष्ठक हल करने पर)

या $3x + 12 - 12 = 7x - 12$ (दोनों पक्षों में 12 घटाने पर)

या $3x = 7x - 12$

या $3x - 7x = 7x - 12 - 7x$ (दोनों पक्षों में $7x$ घटाने पर)

या $-4x = -12$

या $\frac{-4x}{-4} = \frac{-12}{-4}$ (दोनों पक्षों में –4 का भाग देने पर)

या $x = 3$

इस प्रकार अज्ञात राशि का मान समीकरण हल करके ज्ञात किया जा सकता है।

आइये उत्तर की जांच करते हैं।

1. सोची गई संख्या 3 है।
2. 3 में 4 जोड़ने पर $3 + 4 = 7$ प्राप्त हुआ।
3. 7 का 3 गुणा करने पर $3 \times 7 = 21$ प्राप्त हुआ।
4. इस प्रकार 21 सोची गई संख्या 3 का 7 गुना है।

आपने समीकरण को हल करने के कुछ तरीके कक्षा 6वीं में सीखा है। आइये इन्हें फिर एक बार दोहराएं –

1. समीकरण के दोनों पक्ष में एक ही संख्या जोड़ सकते है।
2. समीकरण के दोनों पक्ष में एक ही संख्या घटा सकते है।

3. समीकरण के दोनों पक्ष में एक ही शून्येत्तर संख्या का गुणा कर सकते है।

4. समीकरण के दोनों पक्ष में एक ही शून्येत्तर संख्या का भाग दे सकते है।

उपरोक्त तरीकों का प्रयोग इस प्रकार करते हैं कि समीकरण के एक पक्ष में केवल अज्ञात चर रह जाती है।

उदाहरण **(Example)** 1. समीकरण को हल कीजिए–

$3x + 2 = 17$

हल दिया गया समीकरण निम्नलिखित है –

$3x + 2 = 17$

[यहाँ बायें पक्ष में $3x + 2$ है जिसमें चर राशि x है। x का मान ज्ञात करना है।]

=> $3x + 2 - 2 = 17 - 2$ (दोनों पक्षों में 2 घटाने पर)

=> $3x = 15$

=> $\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$ (दोनों पक्षों में 3 का भाग देने पर)

$\boxed{x = 5}$

अतः दिए गए समीकरण का अभीष्ट हल $x = 5$ है।

हल में हम देखते हैं कि बायें पक्ष में 2 को घटाने पर पूर्णांक शून्य हो जाता है, वहीं दायें पक्ष में –2 जोड़ दिया गया है । इसे इस प्रकार भी कह सकते हैं कि बायें पक्ष की राशि को दाएं पक्ष में ले जाने पर उसका चिन्ह बदल जाता है । पक्षान्तर की प्रक्रिया मे गुणा का पक्ष बदलने पर भाग तथा भाग का पक्ष बदलने पर गुणा हो जाता है जैसे $3x = 15$ में 3 का पक्ष बदलने पर $x = \frac{15}{3}$ हो जाता है ।

दूसरी विधि (Second method) – समीकरण के हल को निम्न प्रकार से लिख सकते हैं–

$3x + 2 = 17$

=> $3x = 17 - 2$ (+2 का पक्ष बदलने पर)

=> $3x = 15$

=> $x = \frac{15}{3}$ (x में 3 का गुणा है, पक्ष बदलने पर भाग हो जाता है।)

=> $\boxed{x = 5}$

अतः दिए गए समीकरण का अभीष्ट हल $x = 5$ है।

जाँचः–

बायां पक्ष $= 3x + 2$

$= 3(5) + 2$ (x का मान 5 रखने पर)

$= 15 + 2 = 17$

दायां पक्ष $= 17$

$\therefore$ बायां पक्ष = दायां पक्ष।

अतः हमारा हल $x = 5$ सही है ।

उदाहरण (Example) 2. समीकरण $4x + 7 = 2x - 11$ को हल कीजिए ।

हल : दिया गया समीकरण–

$4x+7 = 2x - 11$

$4x = 2x - 11 - 7$ (7 का पक्ष बदलने पर)

$\Rightarrow 4x = 2x - 18$

$\Rightarrow 4x-2x = -18$ ($2x$ का पक्ष बदलने पर)

$\Rightarrow 2x = -18$

$\Rightarrow x = \dfrac{-18}{2}$ (बाएं पक्ष में 2 गुणा में है जो पक्ष बदलने पर भाग हो जाता है)

$x = -9$

अतः दिए गए समीकरण का अभीष्ट हल $x = -9$ है।

जाँचः–

बायां पक्ष $= 4x + 7$

$= 4(-9) + 7$ [x का मान रखने पर]

$= -36 + 7 = -29$

और दायां पक्ष $= 2x - 11$

$= 2(-9) - 11$ [x का मान रखने पर]

$= -18 - 11$

$= -29$

अतः **बायां पक्ष = दायां पक्ष**

अतः हमारा हल $x = -9$ सही है ।

उदाहरण 3. समीकरण हल कीजिए

$$\frac{x}{10} + 12 = 17$$

हल दिए गए समीकरण $\dfrac{x}{10} + 12 = 17$

$\Rightarrow \dfrac{x}{10} = 17-12$ (12 का पक्ष बदलने पर)

$\Rightarrow \dfrac{x}{10} = 5$

$\Rightarrow x = 5 \times 10$ (बायें पक्ष में x में 10 का भाग है जो पक्ष बदलने पर गुणा में हो जाता है)

$\Rightarrow x = 50$

जाँचः– उत्तर की जांच स्वयं करके देखिए।

उदाहरण 4. $\frac{x}{5}+\frac{x}{20}=10$

हल $\frac{x}{5}+\frac{x}{20}=10$

$\Rightarrow \frac{(4)x+(1)x}{20}=10$ (5 तथा 20 का ल.स. लेने पर)

$\Rightarrow \frac{4x+x}{20}=10$

$\Rightarrow \frac{5x}{20}=10$

$\Rightarrow 5x=10\times 20$ (बायें पक्ष में 20 भाग में है, पक्ष बदलने पर वह गुणा में हो जाता है)

$\Rightarrow 5x = 200$

$\Rightarrow x=\frac{200}{5}$ (बायें पक्ष में 5 गुणा में है पक्ष बदलने पर भाग में हो जाता है)

$\Rightarrow x = 40$

उत्तर की जांच स्वयं करके देखिए।

उदाहरण 5. समीकरण हल कीजिए –

$$\frac{2}{5}(x + 10) = 2x+3$$

हल दिए गए समीकरण

$$\frac{2}{5}(x + 10) = 2x+3$$

$\Rightarrow \frac{2}{5}x + \frac{2}{5} \times 10 = 2x+3$ (बाएं पक्ष को सरल करने पर)

$\Rightarrow \frac{2}{5}x + 4 = 2x+3$

$\Rightarrow \frac{2}{5}x - 2x = 3 - 4$ ($2x$ तथा $+ 4$ का पक्ष बदलने पर)

$\Rightarrow \frac{2x}{5} - 2x = -1$

$\Rightarrow \frac{2x-10x}{5}=-1$

$\Rightarrow \frac{-8x}{5}=-1$

$\Rightarrow -8x = -1 \times 5$

$\Rightarrow -8x = -5$

$\Rightarrow x = \frac{-5}{-8}$

$\Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{5}{8}}$

अतः दिए गए समीकरण का अभीष्ट हल $\boxed{x = \frac{5}{8}}$ है

अतः किसी भी समीकरण को हल करते समय सबसे पहले चर तथा अचर पदों को अलग–अलग पक्षों में ले जाकर जोड़–बाकी करके हल करते हैं। इसके बाद अज्ञात राशि (चर) का मान ज्ञात करने के लिए यदि चर राशि के साथ कोई संख्या गुणा में है तो पक्ष बदलने पर वह भाग में तथा यदि चर राशि के साथ कोई संख्या भाग में है तो पक्ष बदलने पर वह गुणा में बदल जाती है।

प्रश्नावली 4.1 (Exercise 4.1)

प्र.1 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

(i) समीकरण $2x = 4$ का हल $x = \boxed{}$

(ii) समीकरण $\frac{x}{3} = 3$ का हल $x = \boxed{}$

(iii) समीकरण $3x + 2 = 8$ का हल $x = \boxed{}$

(iv) समीकरण $5y=2y+15$ का हल $y = \boxed{}$

प्र.2 समीकरण को हल कीजिए एवं उत्तर की जाँच कीजिए–

(i) $7x+15= 3x+31$

(ii) $3(x - 3) = 5 (2x - 1)$

(iii) $\frac{2y+9}{3} = 3y+10$

(iv) $2(x-1)-3 (x-2) = 4(x-3) +5 (x-4)$

(v) $\frac{2x}{3}+\frac{5}{6}=\frac{13}{6}$

(vi) $\frac{x+2}{3}+5=17$

(vii) $3y+\frac{5}{8}=\frac{11}{8}$

(viii) $\frac{3m+2}{3}=\frac{17}{3}$

(ix) $2.5x+3.5=6$

समस्याओं को हल करने में समीकरण का उपयोग (Use of equations for solving problems)

दैनिक जीवन से सम्बन्धित प्रश्नों को हल करने में अंकगणितीय विधि से समय अधिक लगता है परन्तु उन्हीं प्रश्नों को बीजगणित में चर राशि की सहायता से हल करने में सुविधा होती है।

किन्हीं दो राशियों के बीच संबंध दर्शाने के लिए हम अपनी भाषा को बीजगणित की भाषा में बदल देते हैं। इससे प्रश्न को समझने एवं हल करने में आसानी होती है। आइए इसे एक उदाहरण से देखते हैं–

''किसी प्राकृत संख्या में 5 जोड़ने से उसका मान 9 हो जाता है तो संख्या ज्ञात कीजिए।''

इसे हम ''भूल एवं प्रयत्न'' विधि से हल करेंगे। चूँकि प्राकृत संख्या 9, 10 से कम है। अतः प्राकृत संख्या 1 से प्रारंभ करते हैं।

जैसेः– $1+5 = 6$

$2+5 = 7$

$3+5 = 8$

$4+5 = 9$

अतः अभीष्ट संख्या 4 होगी। यदि प्रश्न में बड़ी संख्या दी गई हों, तो इस विधि से हल करने में अधिक समय लगता है। यदि इसे बीजगणित की भाषा में बदलकर हल करें, तो सरल भी है और समय की भी बचत होती है।

माना कि वह अभीष्ट संख्या x है।

अतः शर्तानुसार $x+5 = 9$

$\Rightarrow x = 9 - 5$

$\Rightarrow x = 4$

इस विधि से बड़ी संख्याओं के प्रश्नों को हल करने में सुविधा होती है।

उदाहरण 6. नीलिमा किसी एक स्थान से दूसरे स्थान के लिए जाती है। पहले घंटे में वह एक निश्चित दूरी चलती है। दूसरे घंटे में पहले घंटे से 5 किमी कम दूरी चलती है। तीसरे घंटे में दूसरे घंटे से 8 किमी कम दूरी चलती है। यदि कुल दूरी 48 किमी. हो तो नीलिमा द्वारा पहले घंटे में चली दूरी ज्ञात कीजिए–

हल : माना कि नीलिमा पहले घंटे में x दूरी चलती है ।

तो नीलिमा द्वारा दूसरे घंटे में चली दूरी $= x-5$

तथा तीसरे घंटे में चली दूरी $= x-5-8 = x-13$

प्रश्नानुसार, कुल दूरी = 48 कि.मी.

$\Rightarrow x + x-5 + x-13 = 48$

$\Rightarrow x + x + x = 48+5+13$

$\Rightarrow 3x = 66$

$\Rightarrow x = \frac{66}{3}$

$\Rightarrow x = 22$ किमी

नीलिमा द्वारा पहले घंटे में चली गई दूरी 22 किमी है।

उदाहरण 7. एक संख्या दूसरी संख्या से 5 अधिक हैं तथा दूसरी संख्या का 9 गुना पहली संख्या के 4 गुने के बराबर है तो वे संख्याएं ज्ञात कीजिए–

हलः माना दूसरी संख्या x है ।

तो पहली संख्या $= x + 5$

तथा दूसरी संख्या का 9 गुना $= 9x$

पहली संख्या का 4 गुना $= 4\,(x + 5)$

अतः दिए गए शर्त से,

$9x = 4\,(x + 5)$

$\Rightarrow 9x = 4x + 20$

$\Rightarrow 9x - 4x = 20$

$\Rightarrow 5x = 20$

$\Rightarrow x = \frac{20}{5}$

$x = 4$

अतः दूसरी संख्या $x = 4$

पहली संख्या $= x+5$

$= 4+5 \quad = 9$

अतः अभीष्ट संख्यायें 4 और 9 हैं ।

उदाहरण 8. तीन लगातार प्राकृत संख्याओं का योगफल 63 है तो वे संख्याएं ज्ञात कीजिए–

हलः माना कि तीन लगातार प्राकृत संख्याएँ क्रमशः $x, x+1$ और $x+2$ हैं ।

(क्योंकि लगातार प्राकृत संख्याओं में 1 का अन्तर होता है।)

शर्त के अनुसार $x + x+1+ x+2 = 63$

$$\Rightarrow \quad x + x + x+1+2 = 63$$

$$\Rightarrow \quad 3x + 3 = 63$$

$$\Rightarrow \quad 3x = 63-3$$

$$\Rightarrow \quad 3x = 60$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{60}{3} = 20$$

$x = 20$ तो $x+1 = 21$ एवं $x+2 = 22$

अतः संख्याएं क्रमशः 20, 21 एवं 22 होंगी।

उदाहरण 9. दो अंकों की संख्या में दहाई का अंक इकाई के अंक का दुगुना है। यदि दोनों अंकों का योग 9 हो तो संख्या ज्ञात कीजिए–

हलः माना इकाई का अंक x है ।

तो दहाई का अंक $2x$ होगा ।

शर्त से $x+2x = 9$

$$\Rightarrow \quad 3x = 9$$

$$\Rightarrow \quad 3x = \frac{9}{3}$$

$$\Rightarrow \quad x = 3$$

अतः इकाई का अंक = 3

दहाई का अंक $= 2 \times x$

$= 2 \times 3$

$= 6$

अतः वह अभीष्ट संख्या 63 होगी ।

उदाहरण 10. एक समद्विबाहु त्रिभुज में आधार की माप प्रत्येक बराबर भुजाओं की माप से 3 सेमी. कम है । यदि त्रिभुज का परिमाप 21 सेमी. हो तो प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए–

हल माना बराबर भुजा में से प्रत्येक की माप x सेमी है।

तो आधार की माप $(x-3)$ सेमी होगी।

त्रिभुज का परिमाप = तीनों भुजाओं का योग

$$\Rightarrow \quad 21 = x+(x-3)+x$$

$\Rightarrow \quad 21 = 3x-3$

$\Rightarrow \quad 21+3 = 3x$

$\Rightarrow \quad 24 = 3x$

$\Rightarrow \quad \frac{24}{3} = x$

$\Rightarrow \quad 8 = x$ अतः $x = 8$

अतः त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 8, 5 और 8 सेमी होंगी ।

उदाहरण 11. शीला रंजीत से 12 वर्ष बड़ी है, 6 वर्ष बाद शीला की आयु रंजीत की आयु की दुगुनी हो जाएगी। शीला एवं रंजीत की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल माना रंजीत की वर्तमान आयु x वर्ष है।

तो शीला की वर्तमान आयु $x +$ 12 वर्ष होगी।

6 वर्ष बाद रंजीत की आयु $= (x+6)$ वर्ष

तथा 6 वर्ष बाद शीला की आयु $= x+12+6$ वर्ष $= (x+18)$ वर्ष

अब शर्त के अनुसार, 6 वर्ष बाद शीला की आयु $= 2 \times$(6 वर्ष बाद रंजीत की आयु)

$\Rightarrow \quad x+18 = 2\,(x+6)$

$\Rightarrow \quad x+18 = 2x+12$

$\Rightarrow \quad x-2x = 12-18$

$\Rightarrow \quad -x = -6$

$\Rightarrow \quad x = +6$

अतः रंजीत की वर्तमान आयु = 6 वर्ष

शीला की वर्तमान आयु $= 6 + 12$

= 18 वर्ष

उदाहरण 12. किसी कक्षा में अध्ययनरत छात्र–छात्राओं की संख्या 3 : 5 में है । यदि कक्षा में कुल छात्र–छात्राएँ 80 हों, तो छात्र एवं छात्राओं की वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए।

हलः मान लो छात्रों एवं छात्राओं की संख्या क्रमशः $3x$ एवं $5x$ है

[अनुपात के प्रश्नों को हल करने के लिए केवल अनुपात के साथ चर पद लेते हैं।]

अतः $3x + 5x = 80$

$\Rightarrow \quad 8x = 80$

$\Rightarrow \quad x = \frac{80}{8}$

$\Rightarrow \quad x = 10$

अतः कक्षा में छात्रों की संख्या $= 3x$

$= 3 \times 10 = 30$

तथा छात्राओं की संख्या $= 5x$

$= 5 \times 10$

$= 50$

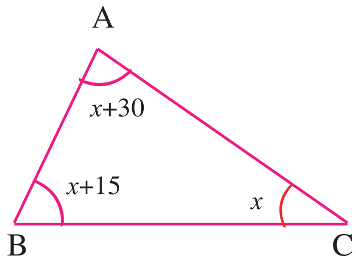
अतः कक्षा में कुल 30 छात्र और 50 छात्राएँ हैं।

प्रश्नावली (Exercise) 4.2

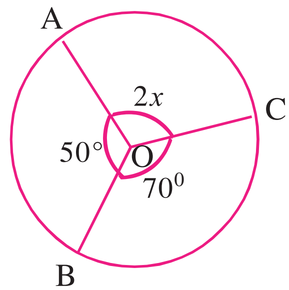
1. निम्नलिखित प्रश्नों में दी गईं शर्तों से समीकरण बनाइएः–
   (1) किसी संख्या के $\frac{2}{3}$ भाग का मान 24 है ।
   (2) पिता की उम्र पुत्र के उम्र की दुगुनी है तथा दोनों की उम्र का योग 51 है ।
   (3) किसी संख्या के $\frac{1}{10}$ भाग का मान 2500 रू. है ।
   (4) लगातार दो संख्याओं का योग 15 है ।
   (5) किसी परिमेय संख्या का हर, अंश से 5 अधिक है एवं परिमेय संख्या $\frac{19}{24}$ है।
2. किसी संख्या के 7 गुने में 3 जोड़ने से उसका मान 31 हो जाता है, संख्या ज्ञात कीजिए।
3. राम और श्याम में 300 रू. को इस प्रकार बांटिए कि राम को श्याम को मिले रूपये के तीन गुने से 100 रू. कम मिले।
4. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 4 का गुणा करने पर प्राप्त संख्या उस संख्या से 42 अधिक हो जाती है।
5. किसी आयत की लम्बाई चौड़ाई से 3 अधिक है। यदि आयत का परिमाप 30 सेमी हो तो आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
6. किसी आयत की लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात 2 : 3 है, यदि आयत का परिमाप 90 सेमी हो, तो आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
7. 35 विद्यार्थियों की एक कक्षा में बालिकाओं की संख्या, बालकों की संख्या का $\frac{2}{5}$ गुनी है। कक्षा मे बालकों की संख्या ज्ञात कीजिए।
8. किसी संख्या के चौथाई में 12 जोड़ने पर 20 प्राप्त होता है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।
9. दो क्रमांगत संख्याओं का योग 35 है। उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए ?
10. नम्रता के पिता की आयु नम्रता की आयु की तिगुनी है यदि उन दोनों की आयु का योग 48 वर्ष है तो उन दोनों की आयु ज्ञात कीजिए ?
11. खेल के मैदान के लिए अरक्षित एक आयताकार भूखण्ड की लंबाई एवं चौड़ाई में 11 : 4 का अनुपात है। ग्राम पंचायत इसके चारों ओर 1 लाईन बाड़ लगाने के लिए 100रु. प्रतिवर्ग मीटर की दर से 75,000 रुपये खर्च करती है। भूखण्ड की माप ज्ञात कीजिए।

12. निम्न चित्रों में x का मान अंशों में ज्ञात कीजिए–

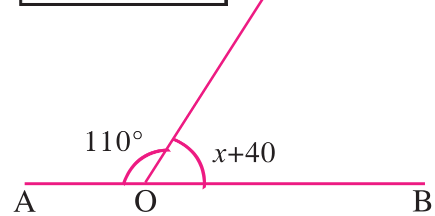
61UT9M



(i)



(ii)



(iii)

हमने सीखा (We have learnt)

1. वह राशि जिनके संख्यात्मक मान निश्चित नहीं होते हैं चर राशि कहलाते हैं। (जैसे x = 1, 2, 3 .... आदि और y = 1, 2, 3 ....) यहाँ x और y चर राशि है।
2. यदि बीजीय व्यंजकों के बीच समता (या बराबर) का चिन्ह हो, तो उसे समीकरण कहते हैं।
3. किसी समीकरण में दी गई अज्ञात राशि का मान ज्ञात करना समीकरण को हल करना कहलाता है।
4. समीकरण के दोनों पक्षों में समान राशि जोड़ने, घटाने, गुणा करने और भाग करने से समीकरण का मान नहीं बदलता।
5. अज्ञात राशि का वह मान, जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करता है, समीकरण का हल या मूल कहलाता है।
6. समीकरण की किसी राशि को एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाना पक्षान्तरण या पक्ष बदलना कहलाता है।

❖❖❖