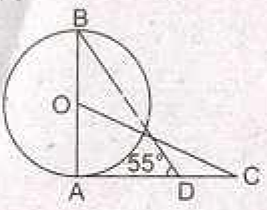
हाईस्कूल परीक्षा, 2014
गणित (केवल प्रश्न-पत्र)

समय : 3 घण्टे 15 मिनट] 822 (AV) [पूर्णांक : 70

1. सभी खण्ड कीजिए—

प्रत्येक खण्ड में उत्तर के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल **एक** सही है। सही विकल्प छाँटकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए—

(क) चित्र में, वृत्त का केन्द्र O है और AC वृत्त की स्पर्श रेखा है। यदि $\angle ADB = 55°$, तो $\angle ACO$ की माप होगी— 1



(i) $20°$

(ii) $27 \cdot 5°$

(iii) $30°$

(iv) $35°$.

(ख) यदि $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ तथा $0° < \theta < 90°$, तो $\tan 2\theta$ का मान होगा— 1

(i) $-\sqrt{3}$ (ii) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iv) $\sqrt{3}$.

(ग) परिमेय व्यंजक x प्राप्त करने के लिए $\frac{1}{x}$ में से क्या घटाना होगा? 1

(i) $\frac{1-x}{x}$ (ii) $\frac{1+x}{x}$ (iii) $\frac{1-x^2}{x}$ (iv) $\frac{x^2-1}{x}$.

(घ) निम्नलिखित बारम्बारता सारणी का बहुलक होगा— 1

पद	5	15	25	35	45
बारम्बारता	6	7	18	7	4

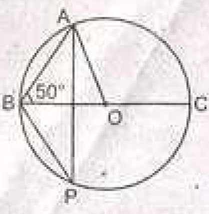
(i) 4 (ii) 18 (iii) 25 (iv) 45.

(ङ) $\cos 2A$ का मान है— 1

(i) $\cos^2 A - \sin^2 A$ (ii) $1 - 2\cos^2 A$

(iii) $\cos^2 A + \sin^2 A$ (iv) $2\sin^2 A - 1$.

(च) चित्र में, वृत्त का केन्द्र O है। यदि $\angle ABC = 50°$, तो $\angle APB$ की माप होगी— 1



(i) $25°$

(ii) $30°$

(iii) $40°$

(iv) $50°$.

2. सभी खण्ड कीजिए—

(क) सिद्ध कीजिए कि $\frac{1 - \cot^2\theta}{\tan^2\theta - 1} = \cot^2\theta$. 1

(ख) द्विघात समीकरण $x^2 - 6x + 8 = 0$ के मूलों का योगफल तथा गुणनफल ज्ञात कीजिए। 1

(ग) संख्याओं 5, 10, 15, 22, 35 तथा 40 का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए। 1

(घ) $\frac{\sin 65°}{\sin 115°}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

3. सभी खण्ड कीजिए—

(क) एक लम्बवृत्तीय बेलन के आधार का क्षेत्रफल 308 सेमी^{2} है। यदि इसकी ऊँचाई 20 सेमी है, तो बेलन का वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए। 2

(ख) निम्नलिखित बारम्बारता बंटन से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए— 2

वर्ग अन्तराल	0–8	8–16	16–24	24–32	32–40
बारम्बारता	6	8	10	7	9

(ग) एक व्यक्ति एक स्कूटी 55,000 रु० में क्रय करता है, जिसमें बिक्री कर सम्मिलित है। यदि बिक्री कर की दर 10% हो, तो स्कूटी का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए। 2

(घ) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो अक्षों पर समान अन्तःखण्ड काटती है तथा बिन्दु $(8, -4)$ से होकर जाती है। 2

4. सभी खण्ड कीजिए—

(क) सिद्ध कीजिए कि 2

$$(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)(1 + \tan^2\theta) = 1$$

(ख) एक लम्बवृत्तीय शंकु के आयतन एवं आधार की त्रिज्या क्रमशः 9240 सेमी^{3} तथा $21 \cdot 0$ सेमी है। शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2

(ग) रेखाओं $y + 5 = 0$ तथा $\sqrt{3}x - y = 10$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

(घ) निम्नांकित बारम्बारता सारणी से माध्यिका ज्ञात कीजए— 2

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	32–40
बारम्बारता	6	8	10	7	9

5. सभी खण्ड कीजि :—

(क) व्यंजकों $x^2 + x - 6$, $6x^2 - 24$ तथा $x^3 - 6x + 8$ का ल०स० ज्ञात कीजिए। 4

(ख) क्षैतिक तल पर खड़े एक ऊर्ध्वाधर मीनार के शीर्ष का, उसी तल पर स्थित बिन्दु O से, उन्नयन कोण की माप $15°$ है। मीनार की ओर 80 मी० चलने पर उन्नयन कोण की माप $30°$ हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 4

(ग) यदि एक गोले का वक्रपृष्ठ $110 \cdot 25\pi$ सेमी^{2} है, तो इसका आयतन ज्ञात कीजिए। 4

(घ) $2 \cdot 5$ सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसके केन्द्र से $6 \cdot 5$ सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म खींचिए। स्पर्श रेखाओं की लम्बाई माप लिखिए। 2

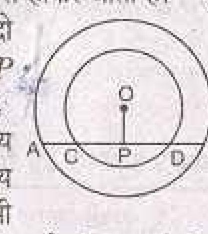
6. सभी खण्ड कीजिए—

(क) सिद्ध कीजिए कि 4

$$(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2 = 4\cos^2 \frac{A+B}{2}$$

(ख) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $7x - 3y = 19$ के समान्तर है तथा रेखाओं $3x + 3y = 17$ और $3x - y = 5$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाती है। 4

(ग) चित्र में, $6 \cdot 5$ सेमी तथा $10 \cdot 0$ सेमी त्रिज्या के दो संकेन्द्रीय वृत्त हैं। यदि केन्द्र O से जीवा AB पर खींचे गए लम्ब OP की माप $6 \cdot 0$ सेमी है, तो BD की माप ज्ञात कीजिए। 4



(घ) एक कर्मचारी की वित्तीय वर्ष 2012-13 में आय 5,60,000 रु० थी। उन्होंने 5,000 रु० प्रति माह सामान्य भविष्य निधि खाते में और 25,000 रु० वार्षिक जीवन बीमा पॉलिसी प्रीमियम जमा किए तथा 30,000 रु० के राष्ट्रीय बचत-पत्र खरीदे। कर्मचारी द्वारा वित्तीय वर्ष के अन्तिम माह में चुकाए गए आयकर की धनराशि ज्ञात कीजिए। आयकर की धारा 80C के अन्तर्गत सामान्य भविष्य निधि, जीवन बीमा प्रीमियम तथा राष्ट्रीय बचत-पत्र आदि में जमा का कुल 1,00,000 रु० तक आयकर में मुक्त है। आयकर की दरें निम्नवत् हैं—

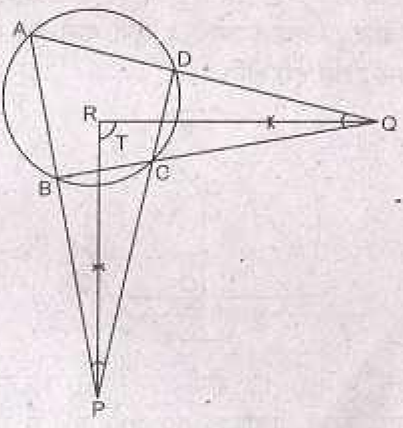
कर-योग्य आय	आयकर
(i) 2,00,000 रु० तक	शून्य
(ii) 2,00,001 रु० से 5,00,000 रु० तक	2,00,000 रु० से अधिक की राशि पर 10%

इसके अतिरिक्त आयकर का 3% शिक्षा अधिभार लगाया गया। 4

7. सभी खण्ड कीजिए—

(क) दो वृत्त खींचिए जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः $2 \cdot 5$ सेमी तथा $3 \cdot 5$ सेमी है और उनके केन्द्रों के बीच की दूरी $7 \cdot 5$ सेमी है। इन वृत्तों की उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्शियाँ खींचिए। उनकी लम्बाइयों की माप ज्ञात कीजिए। 6

अथवा चित्र में, $\angle P$ तथा $\angle Q$ के अर्द्धक एक-दूसरे की बिन्दु R पर काटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle PRQ = 90°$. 6



(ख) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए—

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$$ 6

अथवा तीन ऐसे क्रमागत धन पूर्णांक इस प्रकार हैं कि प्रथम पूर्णांक के वर्ग तथा दूसरे और तीसरे के गुणनफल का योगफल 191 है। इन पूर्णांकों को ज्ञात कीजिए। 6