త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం 8

8.1 పరిచయం

మనం కొన్ని ఒక రూపాయి నాణేలను తీసుకొని ఒక నాణెముపై మరో నాణెమును పేర్చితే అవి ఒక దొంతరగా ఏర్పడతాయి. ఒక దానితో ఒకటి సరిగ్గా ఏకీభవిస్తాయి. దీనికి కారణం మీకు తెలుసా? అన్ని నాణెములు ఒకే ఆకార, పరిమాణాలను కలిగిఉన్నాయి. ఇలాగే ఒక నోట్‌పుస్తకంలో పేజీలన్నీ ఒకే ఆకారము, ఒకే పరిమాణము కలిగిఉంటాయి.

మీ చుట్టూఉన్న పరిసరాలలో వస్తువులను గమనించండి. వాటిలో ఒకే ఆకారం, ఒకే పరిమాణం కలిగిన వస్తువులను పరిశీలించి కనీసం 5 ఉదాహరణలను చెప్పండి.

ఒకే పరిమాణము, ఆకారము కలిగిన వస్తువులను "సర్వసమానములు" అంటారు. వస్తువుల సర్వసమానత్వమును ప్రయోగాత్మకముగా పరిశీలించాలంటే ఆ వస్తువుల అంచులతో ఏర్పడే పటాలను ఒకదానిపై మరొకటి ఉంచితే ఆ రెండు పటాలు ఖచ్చితముగా ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించాలి.

© SCERT not to be republished

కృత్యము

అన్ని పది రూపాయల నోట్లు సర్వసమానాలేనా? ఎలా చెప్పగలవు

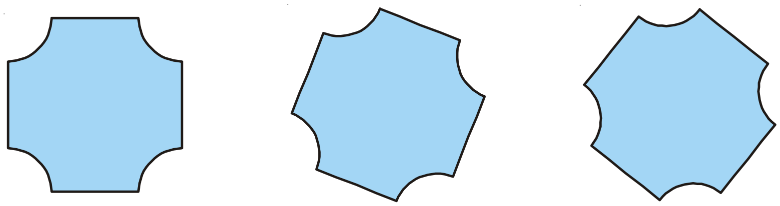
రెండు 5 రూపాయల నోట్లు, పరిశీలించండి సర్వసమానంగా ఉన్నాయా? మీ పరిశీలనలను రాయండి.

నిత్యము మనచుట్టూ ఉన్న పరిసరాలలో సర్వసమాన వస్తువులెన్నింటినో చూస్తూ ఉంటాం. ఇపుడు సర్వసమానంగా ఉన్న మరి కొన్ని ఆకారములను గురించి ఆలోచించండి.

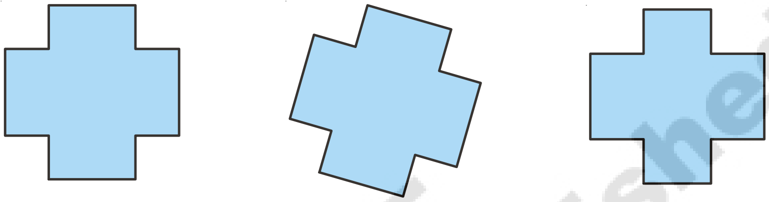
ఇవి చేయండి.

1. ఇక్కడ కొన్ని ఆకారాలు ఉన్నాయి. ఒక వరుసలో ఉన్న పటములన్నీ సర్వసమానాలేనా? వాటి నకలును తీసి సరిచూడండి.

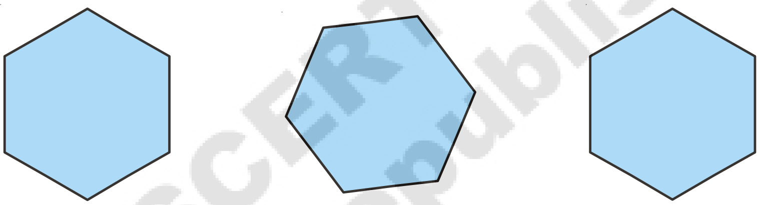
(i)



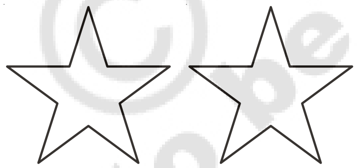
(ii)



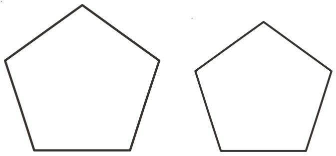
(iii)



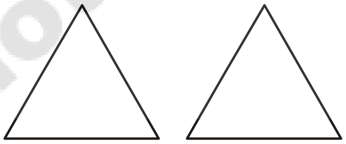
2. ఈ కింది ఆకారాల జతలలో ఏవి సర్వసమానములు?



(i)

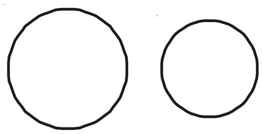


(ii)

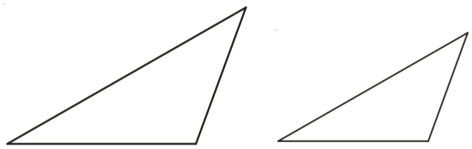


(iii)

(iv)



(v)

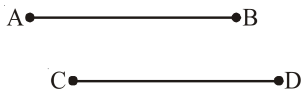


(vi)

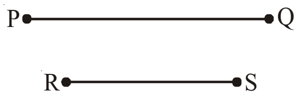
© SCERT not to be republished

8.1 రేఖా ఖండముల సర్వసమానత్వము

కింద ఇచ్చిన రేఖాఖండముల జతలను పరిశీలించండి.



పటం 1



పటం 2

రేఖా ఖండము $\overline{AB}$ ని పారదర్శక కాగితమునుపయోగించి నకలు చేయాలి. రేఖాఖండము $\overline{CD}$ పై ఉండాలి. మనము రెండు రేఖా ఖండములు ఏకీభవించినట్లు గమనించవచ్చు. బిందువు A, C తోనూ ; బిందువు B, D తోనూ ఏకీభవిస్తుంది. కాబట్టి రెండు రేఖాఖండములు $\overline{AB}, \overline{CD}$ లు సర్వసమానములు అని చెప్పవచ్చు. దానిని మనము $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ గా రాయవచ్చు. (సర్వసమానమును $\cong$ గుర్తుతో సూచిస్తారు)

అదే విధంగా పటము 2 తో కూడా చేయండి. మీరు ఏమి గమనించారు? ఆ రెండు రేఖా ఖండములు సర్వసమానములేనా?

పటము 1 లో రెండు రేఖాఖండములు ఏకీభవించాయి. దీనికి గల కారణము $\overline{AB}, \overline{CD}$ లు ఒకే పొడవును కల్గియున్నాయి.

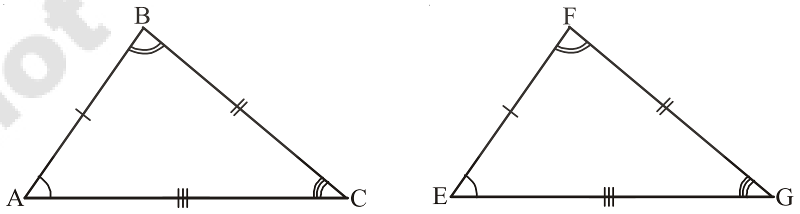
పటము 2 లో విభిన్న పొడవులను కలిగి ఉన్నాయి. అందుచేత అవి సర్వసమానములు కావు. దీనిని $\overline{PQ} \ncong \overline{RS}$ అని రాయవచ్చు. దీనిని రేఖాఖండం PQ, RS లు సర్వసమానములు కావు, అని చదువుతాం.

రేఖాఖండము 'పొడవు' అనే ఒకే కొలతను కల్గియుంటుంది. అందుచే రెండు రేఖాఖండములు ఒకే పొడవును కల్గి యున్నచో ఆ రేఖాఖండములు సర్వసమానములు. మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే

సర్వసమాన రేఖాఖండముల పొడవులు సమానము.

8.2 త్రిభుజాల సర్వసమానత్వము

రెండు రేఖాఖండములు ఒకదానిని ఒకటి పోలి ఉన్నపుడు ఆ రెండు సర్వసమానములని నేర్చుకున్నారు కదా! ఈ భావనను త్రిభుజములకు వర్తింపచేద్దాం. రెండు త్రిభుజాలను ఒక దానిపై మరొకటిని ఉంచితే రెండు త్రిభుజాలు ఏకీభవిస్తే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.



ΔABC, ΔEFG లు పూర్తిగా ఏకీభవిస్తే, ఆరెండు త్రిభుజాలు ఒకే ఆకారము, పరిమాణము కల్గి ఉంటాయి. వీటిని సర్వసమాన త్రిభుజాలు అంటారు. వీటిని $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ గా వ్రాయవచ్చు.

రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అయితే సదృశ భుజాలు, సదృశ కోణాలు సమానం. అలాగే సదృశ భుజాలు, సదృశ కోణాలు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు. ΔABC ను ΔEFG పై ఉంచితే A, E ; B , F ; C, G. శీర్షాలు ఏకీభవిస్తాయి. $\overline{AB}$, $\overline{EF}$; $\overline{BC}$, $\overline{FG}$; $\overline{AC}$, $\overline{EG}$. భుజాలు ఏకీభవిస్తాయి. $\angle A$, $\angle E$; $\angle B$, $\angle F$; $\angle C$, $\angle G$ లు ఏకీభవిస్తాయి.

© SCERT not to be republished

అనగా రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అయితే వాటి యొక్క సదృశ భాగాలు సమానము.

సదృశ కోణములు, సదృశ భుజాలు సమానము.

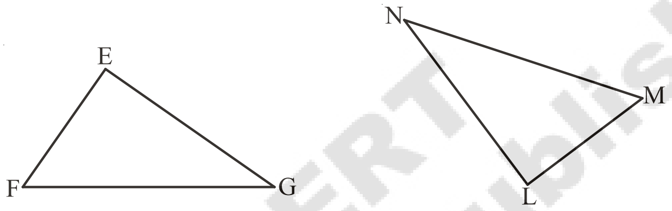
ΔABC మరియు ΔEFG లలో

A = E	B = F	C = G	(సదృశ శీర్షాలు)
$\angle A = \angle E$	$\angle B = \angle F$	$\angle C = \angle G$	(సదృశ కోణాలు)
$\overline{AB} = \overline{EF}$	$\overline{BC} = \overline{FG}$	$\overline{AC} = \overline{EG}$	(సదృశ భుజాలు)

త్రిభుజాలను సూచించే అక్షర క్రమము సదృశ భాగాలు మధ్య సంబంధమును తెలియజేస్తుంది.

ఇవి చేయండి.

1. $\Delta EFG \cong \Delta LMN$

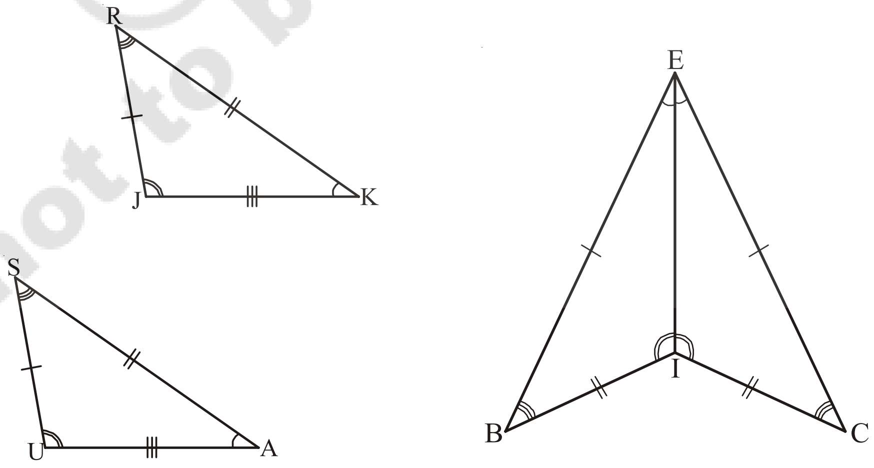


రెండు త్రిభుజాల యొక్క సదృశ భుజాలు, సదృశ కోణాలు, సదృశ శీర్షాలను రాయండి?

2. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ అయితే ΔDEF లోని కింది భాగాలు ΔABC లో వేటితో సమానమవుతాయి?

   (i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. సర్వసమానమైన త్రిభుజాల పేర్లను రాయండి. వాటిని సర్వ సమానత్వపు గుర్తు '$\cong$' తో సూచించండి.



4. ఈ కింది ఇవ్వబడిన సర్వసమాన త్రిభుజాల యొక్క సదృశకోణాలను, సదృశ భుజాలను కనుగొని రాయండి?

   1. $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ 2. $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

© SCERT not to be republished

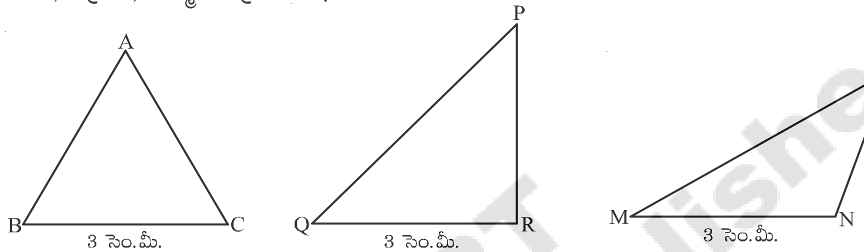
8.3 త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు నియమాలు

రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానాలో కాదో నిర్థారించడానికి ఆ రెండింటిలోని సమానత్వాలను పరిశీలించడం అవసరం మన దగ్గర ఉండే స్కేలు, వృత్తలేఖిని వంటి పరికరాలతో త్రిభుజాల సర్వసమానత్వాన్ని పరిశీలించగలమా? ప్రయత్నిద్దాం.

8.3.1 భుజము – భుజము – భుజము సర్వసమానత (భు.భు.భు. నియమం)

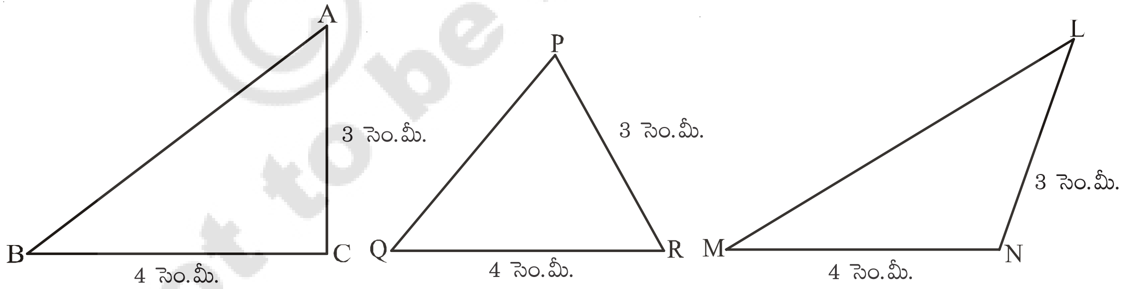
ఒక భుజము కొలత 3 సెం.మీ. గల త్రిభుజమును మీరందరూ ఒకేలా గీయగలరా?

కమల్, నమ్రత, సుష్మ ఈ క్రింది విధముగా గీచారు.

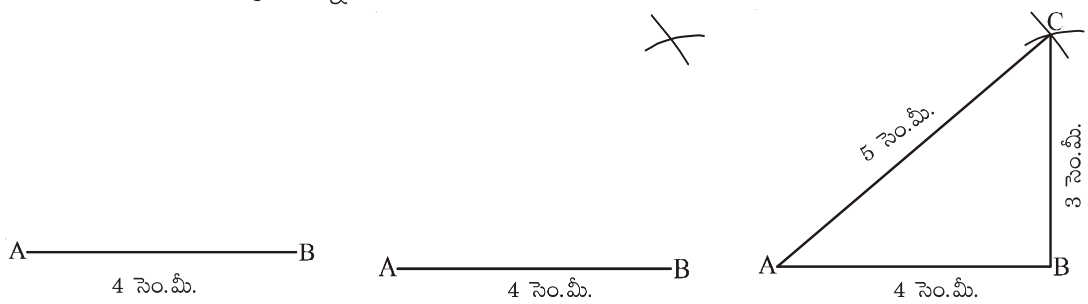


గమనించండి ముగ్గురు గీచిన త్రిభుజాలు విభిన్నంగా ఉన్నాయి కదా! కమల్ 3 సెం.మీ. కొలతగల సమబాహు త్రిభుజమును గీస్తే, నమ్రత లంబకోణ త్రిభుజాన్ని, సుష్మ అధిక కోణ త్రిభుజాన్ని గీశారు.

త్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాల కొలతలు ఉదాహరణకు 3సెం.మీ. మరియు 4సెం.మీ. గా ఉన్నాయనుకోండి. వానిలో ఒకే విధమైన త్రిభుజాలను మీరు గీయగలరా? మరలా కమల్, నమ్రత, సుష్మ భిన్నముగా యున్న త్రిభుజాలను గీశారు. పరిశీలించండి.



మనకు త్రిభుజముయొక్క మూడు భుజాల కొలతలు తెలిస్తే గీయగలమా? ఇది ఎలావుంటుంది? కమల్, నమ్రత, సుష్మ ముగ్గురూ ఒకే రకమైన త్రిభుజాన్ని గీయగలరా? త్రిభుజము యొక్క భుజాల కొలతలు వరుసగా 4సెం.మీ., 3 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. అనుకుంటే ఆ త్రిభుజాన్ని ఎవరు గీసినా ఒకే విధంగా ఉంటుంది.

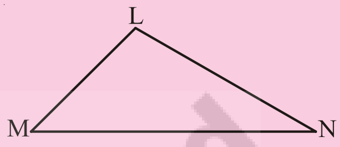


© SCERT not to be republished

ABC త్రిభుజమునకు సర్వసమానము అయిన మరో త్రిభుజమును గీయాలి అంటే మనకు ABC త్రిభుజము యొక్క మూడు భుజాల కొలతలు అవసరము. దీనిని మనము త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు భుజము. భుజము. భుజము. నియమము అంటారు.

భుజము భుజము. భుజము నియమము : "రెండు త్రిభుజాలలో మొదటి త్రిభుజములోని మూడు భుజాలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము"

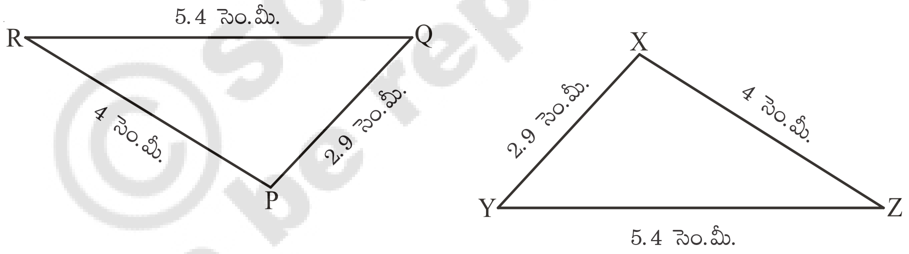
ప్రయత్నించండి.



ΔLMN యొక్క భుజాల కొలతలను కొలవండి. ఒక కాగితముపై ఆ కొలతలతో త్రిభుజమును నిర్మించండి. ఈ త్రిభుజమును ΔLMN పై ఉంచండి. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమేనా? ఈ సందర్భములో త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు ఏ నియమాన్ని ఉపయోగించాము.

రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాల యొక్క సదృశ భుజాల కొలతలు సమానము, సదృశ కోణాలు కొలతలు కూడా సమానము అవుతాయా? పరిశీలించండి.

ఉదాహరణ 1 : $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ సత్యమేనా? రెండు త్రిభుజాల యొక్క సదృశ కోణాలను గుర్తించండి.



సాధన : ఇచ్చిన ΔPQR, ΔXYZ త్రిభుజాల నుండి

$PQ = XY = 2.9$ సెం.మీ.

$QR = YZ = 5.4$ సెం.మీ.

$RP = ZX = 4$ సెం.మీ.

అందుచే భుజము-భుజము-భుజము సర్వసమానత ఆధారముగా $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

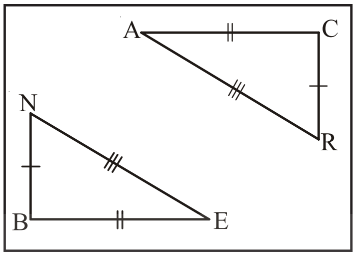
P యొక్క సదృశ శీర్షము X, Q యొక్క సదృశ శీర్షము Y, R యొక్క సదృశ శీర్షము Z.

© SCERT not to be republished

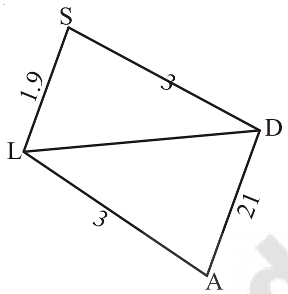
అభ్యాసం - 1

1. ఈ కింది ఇవ్వబడిన త్రిభుజాలు భుజము-భుజము-భుజము సర్వసమానత ఆధారముగా సర్వసమానమేనా? కారణములు చెప్పండి.

(i)

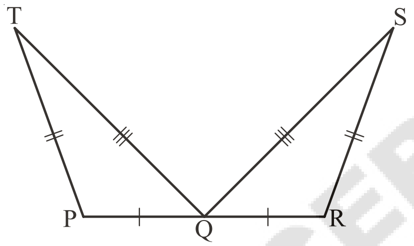


(ii)

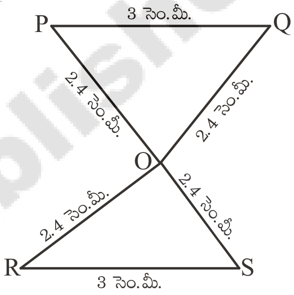


2. ఈ కింది ఇవ్వబడిన సర్వసమాన త్రిభుజాలలో సదృశ కోణాలను తెలపండి.

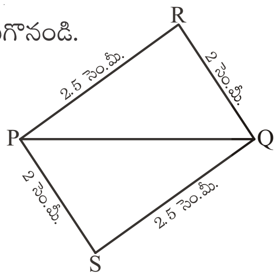
(i)



(ii)



3. ప్రక్క పటములో ఏ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు సరియైన దానిని కనుగొనండి.



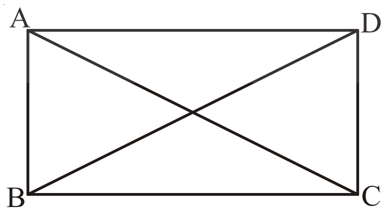
(i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$

(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$

(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$

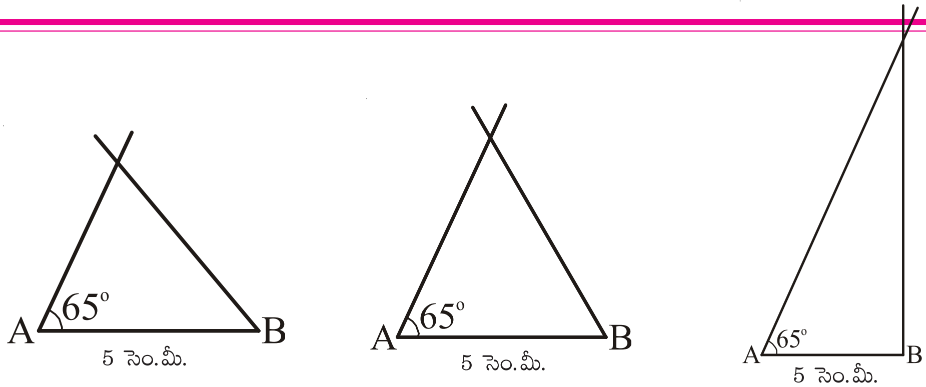
4. ఈ కింది ఇవ్వబడిన పటములో $AB = DC$ మరియు $AC = DB$, $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ అవుతుందా?



8.3.2 భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత (భు.కో.భు. నియమం)

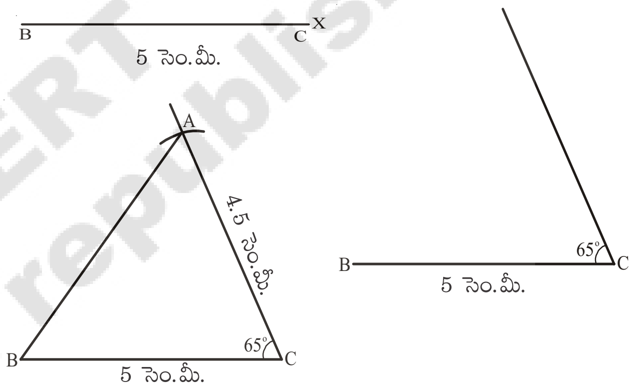
త్రిభుజము యొక్క ఒక భుజము కొలతనిస్తే త్రిభుజమును నిర్మించడం సాధ్యం కాదు అని నేర్చుకొన్నాము. ఇప్పుడు త్రిభుజముయొక్క ఒక కోణము కొలత, భుజము కొలతనిస్తే త్రిభుజమును నిర్మించ గలమో లేదో తెలుసుకుందాం. 5 సెం.మీ., 65^0 కోణము కొలతలనిస్తే త్రిభుజమును నిర్మించగలమా? త్రిభుజాలను ఈ కింది విధముగా గీశారు.

©SCERT not to be republished



ఇప్పుడు ఇవి వేరువేరుగా ఉన్నాయి కదా! త్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాల కొలతలు, వాటి ఉమ్మడి కోణాన్ని ఇస్తే ఒకే రకముగా త్రిభుజముగా నిర్మించగలమో లేదో తెలుసుకుందాం. వారు 5 సెం.మీ., 4.5 సెం.మీ. కొలతలుగా రెండు భుజములు, వాటి మధ్యకోణము 65^0 గా తీసుకొని త్రిభుజమును నిర్మించారు. కమల్ ఎలా నిర్మించాడో చూద్దాం.

కమల్ 5 సెం.మీ. కొలత గల రేఖాఖండమును స్కేలు సహాయతో నిర్మించి BC గా పేరు పెట్టాడు. కోణమానిని ఉపయోగించి C వద్ద 65^0 కోణమును నిర్మించాడు. C ను కేంద్రముగా చేసుకొని 4.5 సెం.మీ. కొలత వ్యాసార్ధముగా వృత్తలేఖిని సహాయంతో ఒక చాపమును గీశాడు. ఖండిత బిందువుకు A గా పేరు పెట్టాడు. A, B లను కలిపి ΔABC త్రిభుజమును నిర్మించాడు.



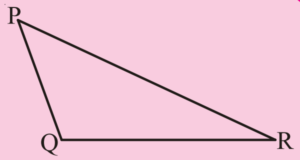
AB = 5సెం.మీ. BC= 4.5సెం.మీ. గా తీసుకొని B బిందువు వద్ద 65^0 కోణముతో త్రిభుజమును నిర్మించగలమా? ఈ త్రిభుజము కమల్ గీచిన త్రిభుజముతో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుందా? ఇలాంటి సందర్భములో ఏర్పడిన త్రిభుజములు సర్వసమానములుగా గుర్తించవచ్చు.

ΔABC త్రిభుజమునకు సర్వసమానమైన త్రిభుజాన్ని గీయాలంటే రెండు భుజాల కొలతలు, వాటి మధ్య కోణము తెలిసియుండాలి దీనిని భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమము అందురు.

భుజము-కోణం-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం : (భు.కో.భు. నియమం) "రెండు త్రిభుజాలలో మొదటి త్రిభుజములోని రెండు భుజాలు, వాటిమధ్యకోణము రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలు, వాటి మధ్యకోణమునకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు."

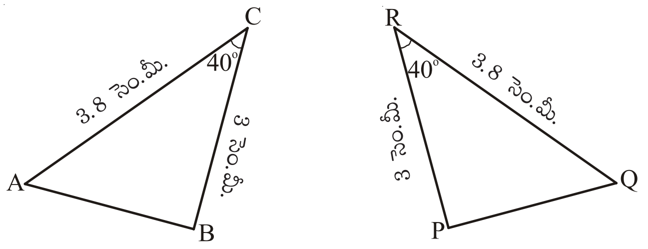
ప్రయత్నించండి.

ΔPQR లో భుజాలు PQ, QR మరియు ∠Q ను కొలవండి. ఒక కాగితముపై ఈ కొలతలతో త్రిభుజమును గీయండి. ఈ త్రిభుజమును ΔPQR పై ఉంచండి. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమేనా? ఏ నియమము ఆధారముగా రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.



© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 2 : ఈ కింది ఇవ్వబడిన త్రిభుజముల యొక్క కొలతలను చూడండి. ఆ త్రిభుజములు సర్వసమానములేనా? వాటియొక్క సదృశ శీర్షాలు, సదృశ కోణాలు చెప్పండి.



సాధన : $\Delta ABC, \Delta PQR$ త్రిభుజములలో

$AC = QR, BC = PR$ మరియు ఉమ్మడి కోణము $\angle C = \angle R$

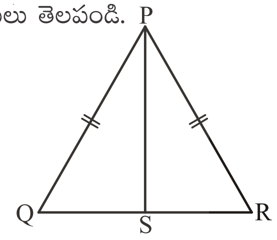
అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta QPR$ (భు.కో.భు. సర్వసమానతా నియమం)

రెండు త్రిభుజాలలోని సదృశ శీర్షాలు $A \leftrightarrow Q$, $B \leftrightarrow P$ మరియు $C \leftrightarrow R$

సదృశ కోణాలు $\angle A = \angle Q$, $\angle B = \angle P$ మరియు $\angle C = \angle R$

ఉదాహరణ 3 : ΔPQR త్రిభుజములో $PQ = PR$ మరియు $\angle P$ యొక్క కోణసమద్విఖండన రేఖ PS.

ΔPQS మరియు ΔPRS లు సర్వసమానములేనా? అయితే కారణములు తెలపండి.



సాధన : ΔPQS మరియు PRS లలో

$PQ = PR$ (దత్తాంశము) (భుజం)

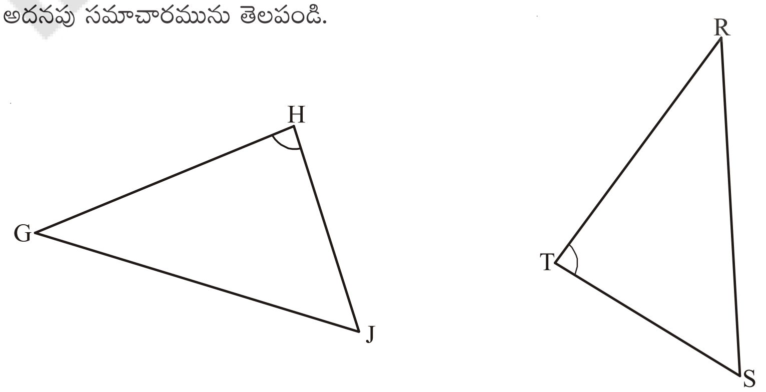
$PS = PS$ (ఉమ్మడి భుజము) (భుజం)

$\angle QPS = \angle RPS$ (PS, $\angle P$ యొక్క కోణ సమద్విఖండనరేఖ) (కోణము)

అందుచే $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (భు.కో.భు. సర్వసమానతా నియమం)

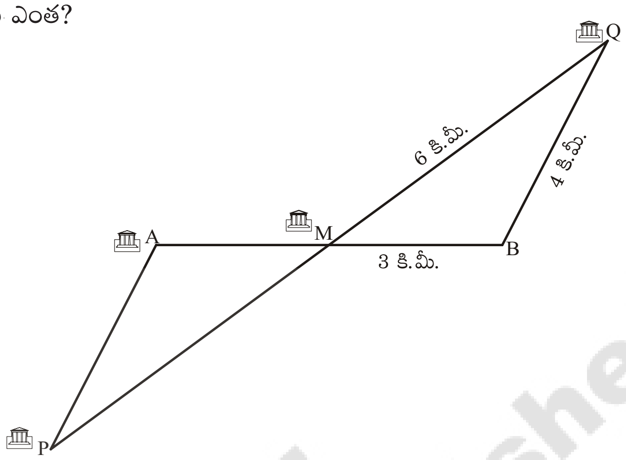
అభ్యాసం - 2

1. ఈ కింది ఇవ్వబడిన త్రిభుజము భు.కో.భు. నియమము ఆధారముగా సర్వసమానము అని చూపుటకు కావలసిన అదనపు సమాచారమును తెలపండి.



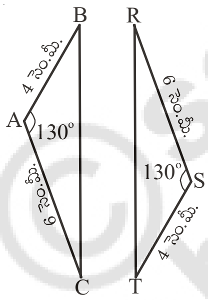
© SCERT not to be republished

2. ఇచ్చట ఇవ్వబడిన పటము 5 గ్రామాలను సూచిస్తున్నది. గ్రామము M, గ్రామాలు A, B లను కలిపే రేఖాఖండము అదేవిధముగా గ్రామాలు P, Q లను కలిపే రేఖాఖండమునకు మధ్యలో ఉన్నది. అయినచో గ్రామాలు A మరియు P ల మధ్య దూరము ఎంత?

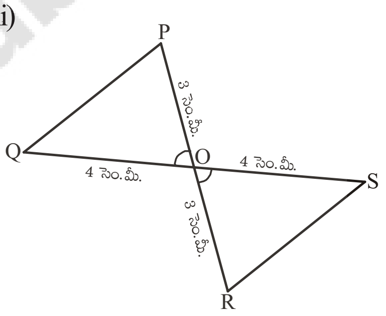


3. ఇక్కడ కొన్ని త్రిభుజాల జతలు ఇవ్వబడ్డాయి. అవి సర్వసమానములేనా? సర్వసమానములు అయితే సదృశ భాగాల పేర్లు రాయండి.

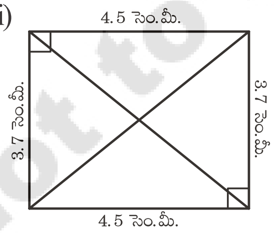
(i)



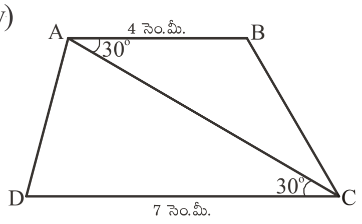
(ii)



(iii)

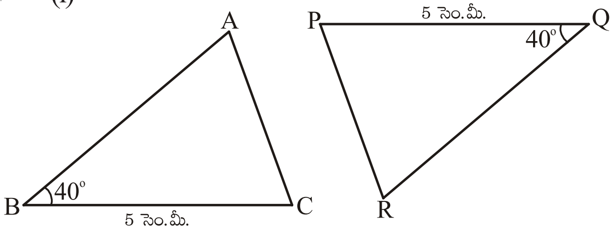


(iv)

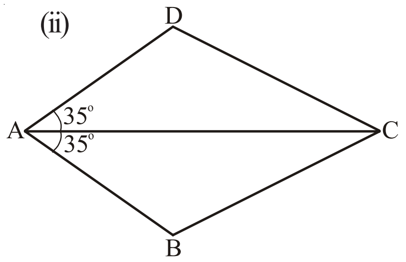


4. భు.కో.భు. నియమము ద్వారా త్రిభుజాలు సర్వసమానము అని చూపుటకు ఏ భుజాలను సదృశ భుజాలుగా తీసుకోవాలి.

(i)



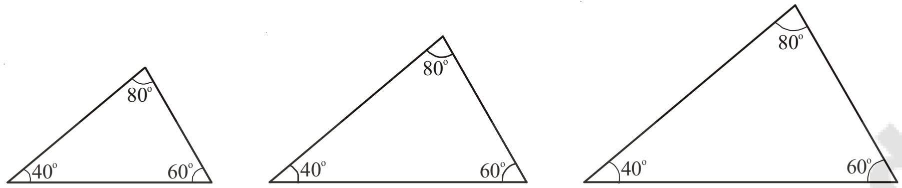
(ii)



8.3.3 కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత (కో.భు.కో. నియమం)

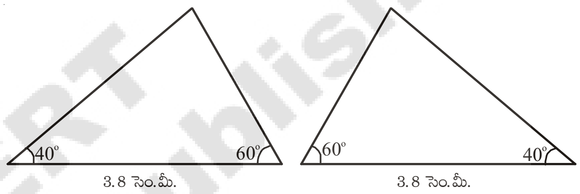
విద్యార్థులూ! మీరు త్రిభుజములోని ఒక కోణము కొలతనిస్తే త్రిభుజమును నిర్మించగలరా? రెండు కోణముల కొలతలు తెలిసిన సంధర్భములోనైనా త్రిభుజము నిర్మించగలరా? త్రిభుజము యొక్క మూడు కోణముల కొలతలు తెలిస్తే సర్వసమాన త్రిభుజములను నిర్మించగలరా?

కమల్, నమ్రత మరియు సుష్మలు 40°, 60° మరియు 80° కొలతలుగా గల త్రిభుజాలను ఇలా గీసారు.



ఇచ్చట త్రిభుజముల యొక్క కోణముల కొలతలు సమానము కాని భుజముల కొలతలు సమానము కాదు. అందుచే త్రిభుజములు సర్వసమానములు కావు.

అందుచే సర్వసమాన త్రిభుజములు నిర్మించడానికి త్రిభుజ భుజాల కొలతలు అవసరము. మనకు త్రిభుజము యొక్క రెండుకోణముల కొలతలు, ఒక భుజము కొలత తెలిస్తే సర్వసమాన త్రిభుజాలను నిర్మించగలమా?



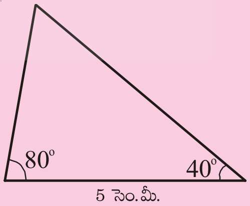
కమల్ మరియు నమ్రత 60^0, 40^0 మరియు భుజము కొలత 3.8 సెం.మీ. గా గల త్రిభుజములను గీశారు. కమల్ మరియు నమ్రత త్రిభుజములను నిర్మించినపుడు భుజమును 60^0, 40^0 లకు ఉమ్మడి భుజముగా తీసుకొని నిర్మించారు.

అందుచేత మనము రెండుకోణముల కొలతలు, ఒక భుజముకొలత తెలిసినప్పుడు సర్వసమాన త్రిభుజాలను నిర్మించగలం అంటే రెండు కోణముల కొలతలు, ఆ కోణముల యొక్క ఉమ్మడి భుజము కొలత అవసరము.

దీనిని మనము కోణము భుజము కోణము సర్వసమానత నియమము అంటాం

కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత : (కో.భు.కో. సర్వసమానత్వ నియమం) రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజము యొక్క రెండుకోణములు వాటి ఉమ్మడి భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ కోణములు, మరియు సదృశ భుజమునకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.
దీనిని కోణము - భుజము - కోణము సర్వసమానతా నియమం అంటారు.

ప్రయత్నించండి.



ఉపాధ్యాయుడు 60^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ. కొలతలుగా గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించమని విద్యార్థులను కోరాడు. త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180^0 కావున మూడవ కోణం 80^0 గా సుష్మ లెక్కించింది. తరగతిలో కమల్, సుష్మ, నమ్రత త్రిభుజాలను విభిన్నంగా దిగువ కొలతలతో గీచారు.

కమల్ : 60^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ. (ఉపాధ్యాయుడు ఇచ్చిన కొలతలు)

సుష్మ : 80^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ.

నమ్రత : 60^0, 80^0 మరియు 5 సెం.మీ.

ఈ మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించి ఒక దానిపై మరొకటి పెట్టి సరిపోల్చారు. ఇవి సర్వ సమానాలగునా? మీరూ ప్రయత్నించండి.

©SCERT not to be republished

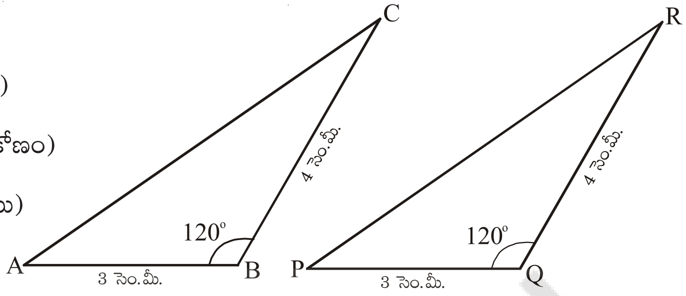
ఉదా 4 : త్రిభుజములు CAB మరియు RPQ ఇవ్వబడ్డాయి. ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములేనా? పరిశీలించండి. సర్వసమానములు అయితే మిగిలిన త్రిభుజ భాగాల యొక్క కొలతలను గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలుగుతారు?

సాధన : ΔCAB, ΔRPQ లలో

$BC = QR = 4$ సెం.మీ (భుజం)

$\angle B = \angle Q = 120^\circ$ (ఉమ్మడి కోణం)

$AB = PQ = 3$ సెం.మీ (భుజము)



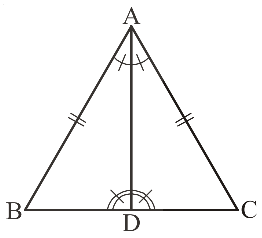
$\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ (భు.కో.భు. సర్వసమానత నియమం ప్రకారం)

అందుచే రెండు త్రిభుజాలలో

$AC = PR$

$\angle C = \angle R$ $\angle A = \angle P$ అని కూడా చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ 5 : ప్రక్క పటములో ఇవ్వబడిన రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములేనా. సమాన భాగాలు సూచించబడినవి.



సాధన : ΔABD, ΔACD త్రిభుజాలలో

$\angle BAD = \angle CAD$ (దత్తాంశము) కోణము

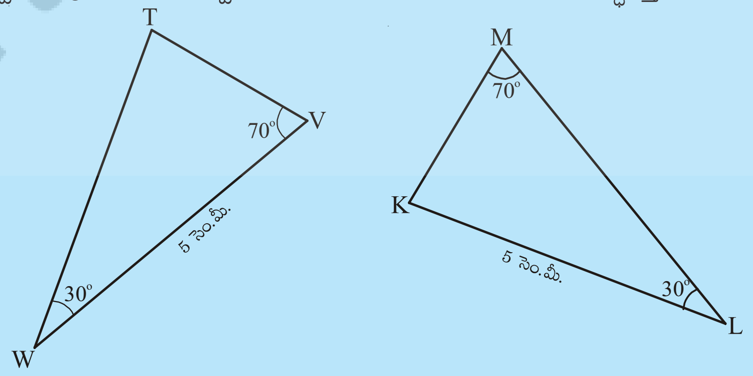
$\angle ADB = \angle ADC$ (దత్తాంశము) కోణము

$AD = AD$ (ఉమ్మడి భుజము) భుజము

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (కో.భు.కో. సర్వ సమానత నియమం ప్రకారం)

ప్రయత్నించండి.

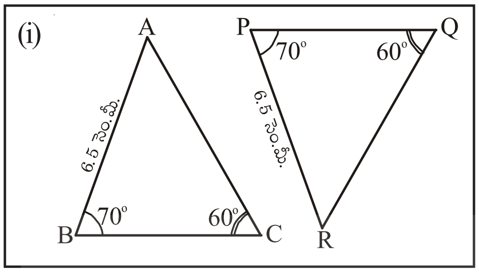
ఇచ్చట ఇవ్వబడిన త్రిభుజములు సర్వసమానములేనా? మీ సమాధానమును సమర్థిస్తూ కారణములు తెలపండి.

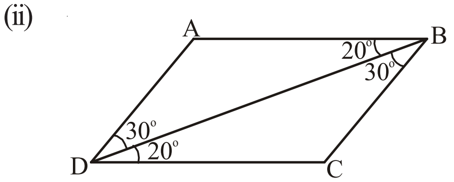


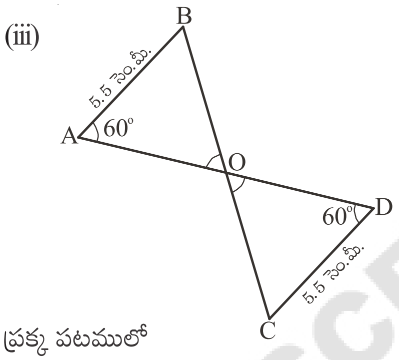
© SCERT not to be republished

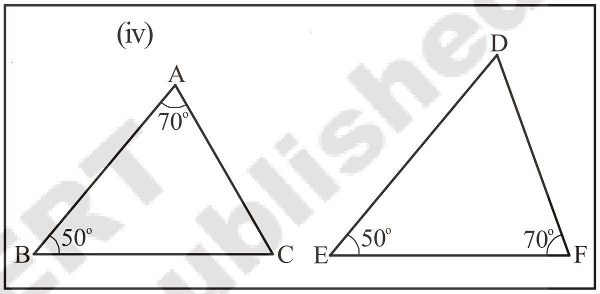
అభ్యాసం - 3

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజాల జతలలో ఏ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు? సర్వసమానత్వమునకు కారణమైన నియమమును తెలుపుము.







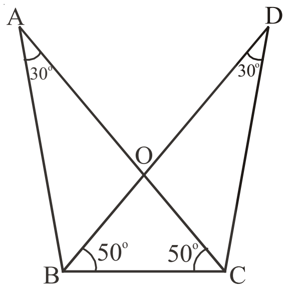


2. ప్రక్క పటములో

(i) ΔABC మరియు ΔDCB సర్వసమానములేనా?

(ii) ΔAOB, ΔDOC త్రిభుజాలు సర్వసమానములేనా?

సదృశ భుజాలను గుర్తించండి. సర్వసమానత్వమును తెలుపుటకు కావలసిన నియమము పేరు తెలుపుము.



8.3.4 లంబకోణము - కర్ణము - భుజము సర్వసమానత (లం.క.భు నియమం)

లంబకోణ త్రిభుజాలలో ఒక కోణము లంబకోణము. అందుచే లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అని చెప్పడానికి మనకు కావలసిన అంశాలను పరిశీలిద్దాం.

ఒక ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం. ABC త్రిభుజములో $\angle B = 90$ మనము త్రిభుజమును ఏ సందర్భములో గీయగలము?

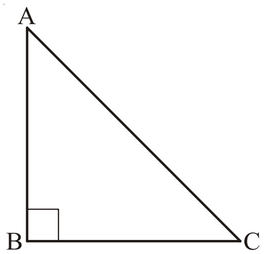
(i) కేవలము BC కొలత తెలిసినపుడు

(ii) కేవలము $\angle C$ తెలిసినపుడు

(iii) $\angle A$ మరియు $\angle C$ కొలత తెలిసినపుడు

(iv) AB మరియు BC కొలతలు తెలిసినపుడు

(v) $\angle C$ మరియు BC కొలతలు తెలిసినపుడు.



© SCERT not to be republished

(vi) BC మరియు కర్ణము AC కొలతలు తెలిసినపుడు.

మనము త్రిభుజాలను గీయడానికి ప్రయత్నిస్తే సందర్భము (iv) (v) మరియు (vi) లలో మాత్రమే త్రిభుజమును గీయగలం.

సందర్భము (vi) ను లంబకోణము – కర్ణము – భుజము సర్వసమానత్వ నియమమును ఇస్తుంది.

లంబకోణము – కర్ణము – భుజము సర్వసమానత్వ నియమము (లం.క.భు. నియమము)

"రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావడానికి ఒక త్రిభుజములోని కర్ణము భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని కర్ణము, సదృశ భుజము నకు సమానము కావాలి.

ఉదాహరణ 6 : ఈ క్రింది రెండు త్రిభుజముల యొక్క భాగాల కొలతల ఇవ్వబడినవి. ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములేనా? లం.క.భు. నియమము ఆధారముగా సర్వసమానమేనా? సర్వసమానములు అయితే వాటిని గుర్తులతో సూచించును.

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90^o$, AC = 8 సెం.మీ, AB = 3 సెం.మీ	$\angle P = 90^o$, PR = 3 సెం.మీ, QR = 8 సెం.మీ
(ii)	$\angle A = 90^o$, AC = 5 సెం.మీ, BC= 9 సెం.మీ	$\angle Q = 90^o$, PR = 8 సెం.మీ, PQ = 5 సెం.మీ

సాధన :

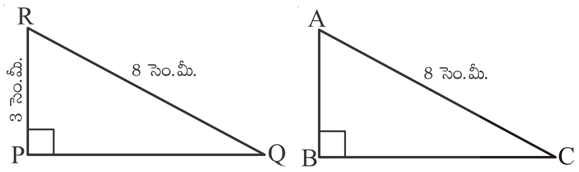
(i) ఇక్కడ $\angle B = \angle P = 90^o$

కర్ణము AC = కర్ణము RQ (= 8 సెం.మీ)

భుజము AB = భుజము RP (= 3 సెం.మీ)

అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

(లం.క.భు. నియమం). (Figure (i))

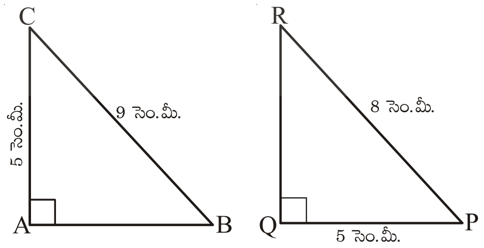


(ii) ఇచ్చట $\angle A = \angle Q = 90^o$

భుజము AC = భుజము PQ (= 5 సెం.మీ).

కర్ణము BC $\neq$ కర్ణము PR (Figure (ii))

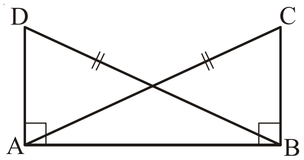
అందుచే రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావు.



© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 7 : ప్రక్కపటములో $DA \perp AB$, $CB \perp AB$ మరియు $AC = BD$.

ΔABC మరియు ΔDAB త్రిభుజాలలో సర్వసమాన భాగాలపేర్లను రాయుము.



ఈ క్రింది వాటిలో ఏవి సరియైనవి.

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

సాధన : సర్వసమాన భాగాలు

$\angle ABC = \angle BAD \ (= 90^o)$

$\overline{AC} = \overline{BD}$ (దత్తాంశం)

$\overline{AB} = \overline{BA}$ (ఉమ్మడి భుజం)

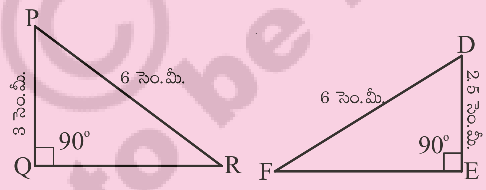
$\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (లం.క.భు. సర్వసమానత్వ నియమం ప్రకారం).

అందుచే వాక్యము (i) సత్యం

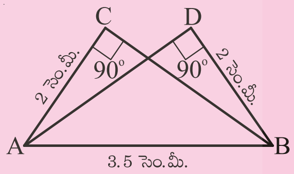
వాక్యము (ii) సరియైనది కాదు. ΔABC, ΔBAD లలో శీర్షాలు సదృశాలు కావు.

ప్రయత్నించండి.

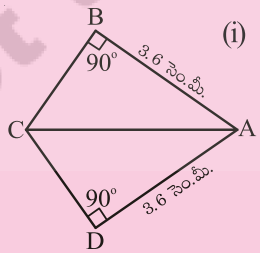
1. ఈ క్రింది కొన్ని త్రిభుజాలు వాటికొలతలు ఇవ్వబడ్డాయి. లం.క.భు. నియమము ఆధారముగా అవి సర్వసమానమేనా? మీ సమాధానమును సరియైన సంజ్ఞలలో రాయండి.



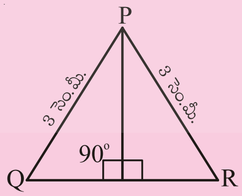
(i)



(ii)



(iii)

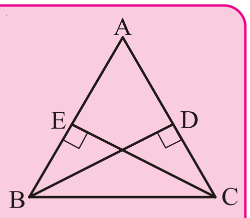


(iv)

2. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (లం.క.భు. నియమము ఆధారముగా) అయితే $\angle B = \angle P = 90^o$ మరియు $AB = RP$ అన్న సమాచారము సరిపోతుందా? అదనముగా ఏ సమాచారము కావాలి?

© SCERT not to be republished

3. ప్రక్కపటము ΔABC లో BD, CE లు ఉన్నతులు. BD = CE.

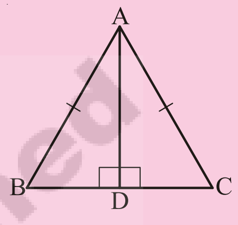


(i) ΔCBD మరియు ΔBCE సమానముగా ఉన్న భాగాలు ఏవి?

(ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ సత్యమేనా? ఎందుచేత?

(iii) $\angle DBC = \angle EBC$ సత్యమేనా? ఎందుచేత కారణము తెలపండి.

4. ABC ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజము. AB = AC మరియు AD ,BC పై గీచిన ఉన్నతి..



(i) ΔADB మరియు ΔADC లో సమాన భాగాలు పేర్లను రాయుము.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ సత్యమేనా? కారణములు తెలపండి.

(iii) $\angle B = \angle C$ సత్యమేనా? కారణములు తెలపండి.

(iv) BD = CD సత్యమేనా? కారణములు తెలపండి.

© SCERT not to be republished

అభ్యాసం - 4

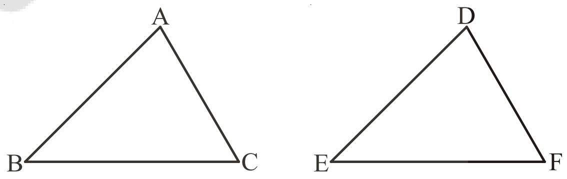
1. ఏ సర్వసమానత్వ నియమము ఆధారముగా త్రిభుజాలు సర్వసమానములో తెలపండి.

(i) $\overline{AC} = \overline{DF}$

$\overline{AB} = \overline{DE}$

$\overline{BC} = \overline{EF}$

అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

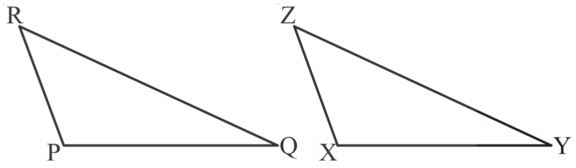


(ii) $\overline{ZX} = \overline{RP}$

$\overline{RQ} = \overline{ZY}$

$\angle PRQ = \angle XZY$

అందుచే $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

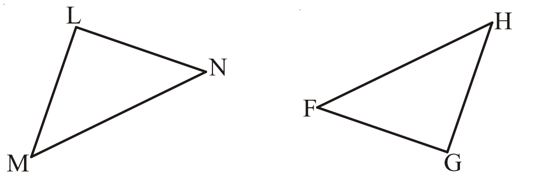


(iii) $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

$\overline{ML} = \overline{FG}$

అందుచే $\Delta LMN \cong \Delta GFH$

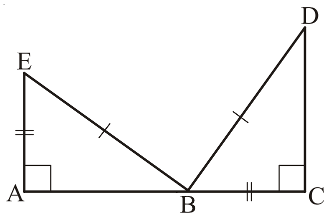


(iv) $\overline{EB} = \overline{DB}$

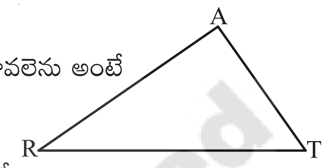
$\overline{AE} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

అందుచే $\Delta ABE \cong \Delta CDB$



2. $\Delta ART \cong \Delta PEN$ అని చూపడానికి



(i) భు.భు.భు. సర్వసమానత్వ నియమము ప్రకారము సర్వసమానము కావలెను అంటే

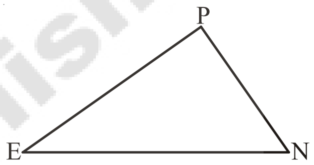
(a) AR = (b) RT = (c) AT =

(ii) $\angle T = \angle N$ అని ఇస్తే భు.కో.భు. నియమము ను వర్తింపచేయాలంటే

(a) RT = (ii) PN =

(iii) AT = PN అని ఇస్తే కో.భు.కో.నియమం వర్తింపచేయాలంటే

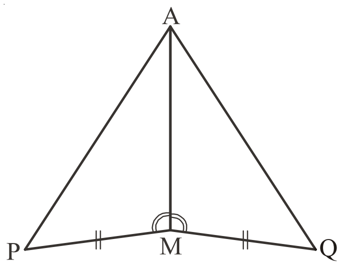
(a) ? (b) ?



3. $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ గా చూపాలి అంటే

ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన సాధనలో సోపానముల కారణములు ఇవ్వలేదు. వాటిని తెలపండి.

సోపానం	కారణం
(i) $\overline{PM} = \overline{QM}$	(i) ....
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) ....
(iii) $\overline{AM} = \overline{AM}$	(iii) ....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ....



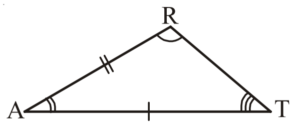
© SCERT not to be republished

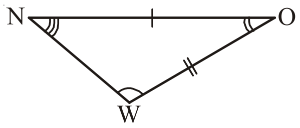
4. ΔABC, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ మరియు $\angle C = 110^\circ$

ΔPQR, $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 40^\circ$ మరియు $\angle R = 110^0$

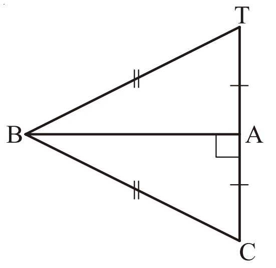
పై కొలతల ఆధారంగా ఒక విద్యార్థి కోణము, కోణము, కోణము, నియమము ఉపయోగించి రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ అని చెప్పాడు. సత్యమేనా? కారణము చెప్పండి.

5. ప్రక్కపటములో రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలు ఇవ్వబడ్డాయి. సమాన భాగాల పేర్లు రాయండి. $\Delta RAT \cong ?$

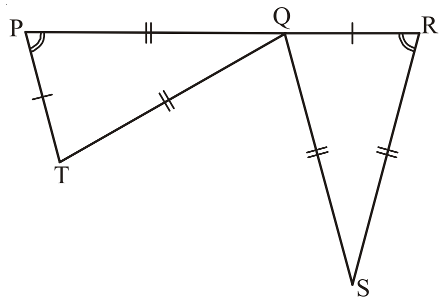




6. సర్వసమానత్వమును పూరింపుము.



$\Delta ABC \cong ?$



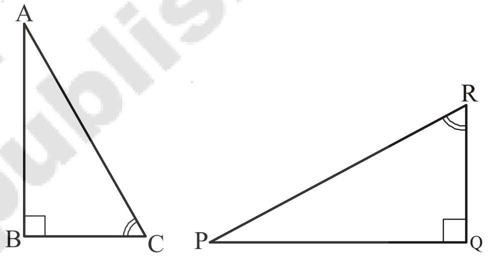
$\Delta QRS \cong ?$

7. ఒక గళ్ళ కాగితములో రెండు త్రిభుజాలు వాటి వైశాల్యములు సమానము అయ్యేటట్లుగా ఉండి. కింది సందర్భాలకు తగినట్లు గా గీయండి.

(i) త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

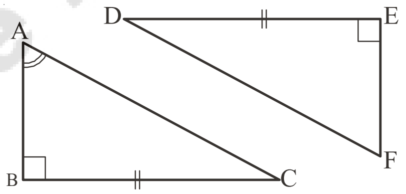
(ii) త్రిభుజాలు సర్వసమానములుకావు.

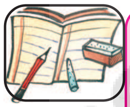
త్రిభుజముల యొక్క చుట్టుకొలతలును గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?



8. ΔABC మరియు ΔPQR లు సర్వసమానములు. ఏ నియమము ఆధారముగా ఇవి సర్వసమానములో చెప్పండి. పటములలో సూచించబడిన మిగిలిన ఏ భుజాలు, ఏ కోణములు సమానములో చెప్పండి.

9. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ సత్యమేనా? ఎందుచేత?





మనం నేర్చుకున్నవి

1. సర్వసమాన పటములు ఒకే ఆకారము, ఒకే పరిమాణము కలిగి యుంటాయి.
2. రెండు పటాలను ఒక దానిపై మరొకటిని పెట్టినపుడు పూర్తిగా ఏకీభవిస్తే ఆ పటాలు సర్వసమాన పటాలు అంటాము.
3. రెండు రేఖా యుగ్మాలు AB, CD లు ఒకే పొడవును కల్గియున్నచో రెండు రేఖాఖండములు సర్వసమానములు. దీనిని $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ గా వ్రాస్తాము. సాధారణంగా $\overline{AB} = \overline{CD}$ గా కూడా వ్రాస్తాము.
4. రెండుత్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని భాగాలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భాగాలకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం.

© SCERT not to be republished

5. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావటానికి కావలసిన ఆవశ్యక-పర్యాప్త నియమాలు

(i) భుజము-భుజము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం :

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని మూడు భుజాల కొలతలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాల కొలతలకు సమానము అయితే ఆరెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం.

(ii) భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం.

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని రెండుభుజాలు వాటి మధ్య కోణము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలు వాటి మధ్య కోణమునకు సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

(iii) కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత్వ నియమము.

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని రెండు కోణాలు, వాటి ఉమ్మడి భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ కోణాలు, వాటి ఉమ్మడి భుజమునకు సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు.

(iv) లంబకోణము-కర్ణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం

రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని కర్ణము, ఒక భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములో కర్ణము, సదృశ భుజానికి సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

© SCERT not to be republished