தமிழ்நாடு அரசு

ஏழாம் வகுப்பு

இரண்டாம் பருவம்

தொகுதி 2

கணக்கு | அறிவியல் | சமூக அறிவியல்

விற்பனைக்கு அன்று

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப்பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

முதல் பதிப்பு – 2012
திருத்திய பதிப்பு – 2013, 2014, 2015
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

விலை : ரூ.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பாடநூல் வலைதளம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

பொருளடக்கம்

கணக்கு (1-57)

அறிவியல் (58-137)

சமூக அறிவியல் (138-191)

கணக்கு

ஏழாம் வகுப்பு

இரண்டாம் பருவம்

1 வாழ்வியல் கணிதம்

1.1 அறிமுகம்

நாம் நம்முடைய அன்றாடப் பணிகளான வீட்டுச் சமையல், வீட்டை அலங்கரித்தல், வரவு செலவுகளைக் கணக்கிடுதல் ஆகியவற்றில் நம்மை அறியாமலேயே கணிதக் கொள்கைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். இந்தக் கொள்கைகளைப் பல கண்டங்களில், பல நாடுகளில் பல ஆயிரக்கணக்கான வருடங்களாக மக்கள் பயன்படுத்தி வருகிறார்கள். நீங்கள் சென்னைக் கடற்கரையில் படகைச் செலுத்தினாலும் ஊட்டியில் வீட்டைக் கட்டினாலும், கணக்கைப் பயன்படுத்தியே செயல்களைச் செய்து முடிக்கிறீர்கள்.

கணக்கு எப்படி இவ்வளவு பொதுவாக இருக்க முடியும்? முதலில், மனிதர்கள் கணக்கின் கோட்பாடுகளை அறியவில்லை, அதை இருப்பதிலிருந்தே உருவாக்கம் செய்தார்கள். கணக்கின் மொழி ஆங்கிலமோ (அ) ஜெர்மனோ (அ) ரஷிய மொழியோ கிடையாது; கணக்கின்மொழி எண்கள் ஆகும். நாம் எண்களின் மொழியில் கை தேர்ந்தவர்களாக இருந்தால், அது முக்கியமான முடிவுகளை எடுப்பதில் உதவுவது மட்டுமின்றி நம் அன்றாடப் பணிகளிலும் உதவுகிறது. நாம் புத்திசாலித்தனமாகப் பொருள்களை வாங்குவதற்கும், ஒரு குறிப்பிட்ட தொகைக்குள் வீட்டைச் சீர்படுத்துவதற்கும், மக்கட்தொகை அதிகரிப்பைப் புரிந்து கொள்வதற்கும், சரியாகச் சேமிப்பதற்கும் கணக்கு உதவுகிறது.

நாம் நம் நடைமுறை வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தக் கூடிய கணக்கின் அடிப்படைக் கொள்கைகளைக் கற்கலாம்.

1.2 மீள் பார்வை – விகிதம், விகிதசமம்

விகிதம் மற்றும் விகிதசமத்தின் வரையறைகளையும் உண்மைகளையும் நினைவு கூர்ந்து கீழ்க்கண்ட கோடிட்ட இடங்களை உதவிப் பெட்டியைப் பயன்படுத்தி நிரப்புக:

1. ஒரே வகையான இரு அளவுகளை வகுத்தல் மூலம் ஒப்பிடுவது ____________ ஆகும்.
2. ஒப்பிடக் கூடிய இரு அளவுகளை விகிதத்தின் ____________ என்பர்.
3. விகிதத்தின் முதல் உறுப்பை ____________ என்றும், இரண்டாம் உறுப்பை ____________ என்றும் குறிப்பிடலாம்.
4. ஒரே ____________ உடைய அளவுகளை விகிதத்தில் ஒப்பிடலாம்.
5. விகிதத்திலுள்ள உறுப்புகள் பொதுக் காரணிகளைக் கொண்டிருந்தால் அவற்றிலுள்ள ____________ நீக்கிச் சுருக்கலாம்.
6. விகிதத்தின் இரு உறுப்புகளையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினாலோ (அ) வகுத்தாலோ (பூஜ்ஜியத்தைத் தவிர) விகிதம் ____________ இருக்கும். அவ்வாறு கிடைக்கும் விகிதங்களை ____________ எனக் கூறலாம்

7. விகிதத்தில், உறுப்புகளின் வரிசை மிகவும் முக்கியமானது. (சரியா/தவறா)

8. விகிதம் என்பது எண்களால் ஆனது. எனவே அதற்கு அலகுகள் தேவையில்லை. (சரியா/தவறா)

9. விகிதங்களின் சமத்தன்மையை ____________. எனக் கூறலாம். $a,b;c,d$ ஆகியவை விகிதசமத்தில் இருக்குமானால், அவற்றை $a:b::c:d$ என எழுதலாம்.

10. விகிதசமத்தில் ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை =____________

உதவிப் பெட்டி:

1) விகிதம்	2) உறுப்புகள்	3) முன்னுறுப்பு, பின்னுறுப்பு
4) அலகு	5) பொதுக் காரணிகள்	6) மாறாமல், சமான விகிதங்கள்
7) சரி	8) சரி	9) விகிதசமம்
10) இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை		

எடுத்துக்காட்டு 1.1

2 : 7 என்ற விகிதத்திற்கு 5 சமானமான விகிதங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

2 : 7 என்பதை $\frac{2}{7}$ என எழுதலாம். $\frac{2}{7}$ என்ற பின்னத்தின் தொகுதியையும், பகுதியையும் 2, 3, 4, 5, 6 ஆல் பெருக்க,

$$\frac{2\times 2}{7\times 2}=\frac{4}{14},\ \frac{2\times 3}{7\times 3}=\frac{6}{21},\ \frac{2\times 4}{7\times 4}=\frac{8}{28}$$
$$\frac{2\times 5}{7\times 5}=\frac{10}{35},\ \frac{2\times 6}{7\times 6}=\frac{12}{42}$$

4 : 14, 6 : 21, 8 : 28, 10 : 35, 12 : 42 என்பவை 2 : 7 இன் சமான விகிதங்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

270 : 378ஐக் சுருக்குக.

தீர்வு:

$$270:378=\frac{270}{378}$$

தொகுதியையும், பகுதியையும் **2** ஆல் வகுக்க,

$$\frac{270\div 2}{378\div 2}=\frac{135}{189}$$

3 ஆல் வகுக்க

$$\frac{135\div 3}{189\div 3}=\frac{45}{63}$$

9 ஆல் வகுக்க

மாற்றுமுறை :

270, 378 ஐக் காரணிப்படுத்த,

$$\frac{270}{378}=\frac{2\times 3\times 3\times 3\times 5}{2\times 3\times 3\times 3\times 7}$$
$$=\frac{5}{7}$$

$$\frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

270 : 378 என்பது 5 : 7 என ஆகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.3

9 மாதத்திற்கும், 1வருடத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

விகிதத்தில் ஒரே வகையான இரு அளவுகளை மட்டுமே ஒப்பிட முடியும் என்பதால் வருடத்தை மாதத்திற்கு மாற்ற வேண்டும்.

1 வருடம் = 12 மாதங்கள்

9 மாதத்திற்கும் 12 மாதத்திற்கும்

இடையேயான விகிதம் = 9 : 12

9 : 12 என்பதனை $\frac{9}{12}$ என எழுதலாம்.

$$= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

= 3 : 4

எடுத்துக்காட்டு 1.4

60 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், மாணவ, மாணவிகளுக்கு இடையேயான விகிதம் 2:1 எனில், அவ்வகுப்பில் மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

தீர்வு:

மொத்த மாணவர்கள் = 60

மாணவ, மாணவிகளுக்கிடையேயான உள்ள விகிதம் = 2 : 1

மொத்த பகுதி = 2 + 1 = 3

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 60 இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு

$= \frac{2}{3} \times 60 = 40$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 40

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = மொத்த மாணவர்கள் – மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 60 – 40

= 20 [அல்லது]

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = 20

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை

= 60 இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு

= 20

எடுத்துக்காட்டு 1.5

24 மீ நீளமுள்ள ஒரு ரிப்பன் 3 : 2 : 7 என்ற விகிதத்தில் 3 துண்டுகளாக வெட்டப்படுகிறது எனில், ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் என்ன?

தீர்வு:

ரிப்பனின் நீளம் = 24 மீ

மூன்று துண்டுகளின் விகிதங்கள் $= 3 : 2 : 7$

மொத்தப் பகுதிகள் $= 3 + 2 + 7 = 12$

முதல் துண்டின் நீளம் $= \frac{3}{12} \times 24 = 6$ மீ

இரண்டாம் துண்டின் நீளம் $= \frac{2}{12} \times 24 = 4$ மீ

மூன்றாம் துண்டின் நீளம் $= \frac{7}{12} \times 24 = 14$ மீ

ரிப்பனின் மூன்று துண்டுகளின் நீளங்கள் 6 மீ, 4 மீ, 14 மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.6

ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவ மாணவிகளின் விகிதம் 4 : 5 மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 20 எனில், மாணவிகளின் எண்ணிக்கை என்ன?

தீர்வு:

மாணவ, மாணவிகளின் விகிதம் $= 4 : 5$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= 20$

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை x என்க

மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் $20 : x$

$4 : 5,\ 20 : x$ இரண்டும் மாணவ, மாணவிகளையே குறிக்கிறது

எனவே $4 : 5 :: 20 : x$

ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை $= 4 \times x$

இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை $= 5 \times 20$

விகித சமத்தில், ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை = இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை

$$4 \times x = 5 \times 20$$

$$x = \frac{5 \times 20}{4} = 25$$

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை $= 25$

எடுத்துக்காட்டு 1.7

$A : B = 4 : 6,\ B : C = 18 : 5$, எனில், $A : B : C$ யின் விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$A : B = 4 : 6$

$B : C = 18 : 5$

6, 18 இன் மீ.சி.ம = 18

$A : B = 12 : 18$

$B : C = 18 : 5$

$A : B : C = 12 : 18 : 5$

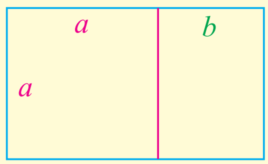
குறிப்பு

மூன்று விகிதங்களை ஒப்பிட, முதல் விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பையும் (பின்நிகழ் உறுப்பு), இரண்டாம் விகிதத்தின் முதல் உறுப்பையும் (முன்நிகழ் உறுப்பு) சமமாக்க வேண்டும்.

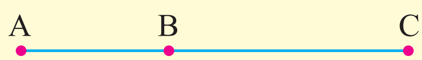
தெரிந்து கொள்க

தங்கவிகிதம்: தங்க விகிதம் என்பது ஒரு சிறப்பு எண்ணாகும். அதன் தோராய மதிப்பு $1.6180339887498948482\cdots$ ஆகும். இதனை பை (Φ) என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம். தங்க விகிதத்தில் இடம் பெறும் தசம எண்கள் சுழல் தசம எண்களால் ஆனதல்ல.

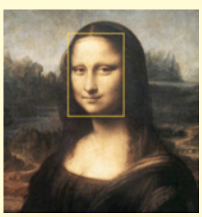
தங்கச் செவ்வகம்: செவ்வகத்தின் நீள, அகல அளவுகளின் விகிதங்கள் தங்க விகிதத்தில் அமைந்திருந்தால், அச்செவ்வகத்தைத் தங்கச் செவ்வகம் என்று கூறலாம்.தங்கச் செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கம் 2 அடி எனில் அதன் மற்றொரு பக்கம் (தோராயமாக) $= 2\ (1.62) = 3.24$ அடி ஆகும்.



தங்கத் துண்டு : ஒரு கோட்டுத் துண்டை இரு பாகங்களாகப் பிரிக்கும் போது, இரு துண்டுகளின் விகிதம் தங்கவிகிதம் எனில் $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$ எனில், அது தங்கத் துண்டு ஆகும்.



தங்கவீதத்தின் பயன்பாடு



யோசித்துப்பார்!

1. 1இலிருந்து 9 வரையான எண்களைப் பயன்படுத்தி விகிதசமம் பலவற்றை எழுதுக. விகித சமத்தில் ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரு முறை மட்டுமே இடம் பெறவேண்டும். விகித சமத்தை அமைக்கும் எண்கள் ஓரிலக்க எண்களாக இருக்க வேண்டும்.

   எடுத்துக்காட்டு : $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

2. கலப்பு உலோகத்தில், துத்தநாகமும், செம்பும் 4 : 9 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இந்த கலப்பு உலோகத்தில் எந்த உலோகம் அதிகம் உள்ளது?

3. ஒரு வெண்கலச் சிலை, செம்பு, தகரம், ஈயம் ஆகிய உலோகத்தால் செய்யப்பட்டுள்ளது. அது $\frac{1}{10}$ பங்கு தகரமும், $\frac{1}{4}$பங்கு ஈயமும், மீதமுள்ள பங்கு செம்பாலும் ஆனதாகும். வெண்கலச்சிலையில் செம்பின் பங்கு என்ன?

1.3 மாறல்

மரங்களை வெட்டுதல் → விளைவு → வெப்பத்தின் அளவு அதிகரிக்கும்

வாகனம் அதிகம் பயன்படுத்துதல் → விளைவு → மாசு அதிகரிக்கும்

நீ வேகமாக நடந்தால் → விளைவு → நீ குறைந்த நேரத்தில் சென்றடைவாய்

சாலையில் அதிகமான வாகனங்கள் → விளைவு → சாலையில் இடப்பற்றாக்குறை

இவை சில மாற்றங்களை உணர்த்துகின்றன.

நன்றாகப் படித்தால் → அதிக மதிப்பெண் பெறலாம்

அதிகம் சாப்பிட்டால் → உடல் பருமனாகும்

வகுப்பில் உரக்கப் பேசினால் → கூச்சல் குழப்பம் ஏற்படும்

மேற்கண்ட கூற்றுகளிலிருந்து, ஒரு காரணியில் மாற்றம் ஏற்படும் பொழுது, அதனோடு தொடர்புடைய காரணியிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பது தெளிவாகின்றது. இந்த மாற்றத்தை நாம் மாறல் என்கிறோம்.

கீழ்க் கண்டவற்றைப் பொருத்துக:

அதிகப் பேனாக்கள் வாங்கினால் ?	ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாகும்
மாணவர்களின் எண்ணிக்கைஅதிகமானால் ?	செலவு அதிகமாகும்
குறைந்த தொலைவுப் பயணித்தால் ?	பையின் எடை குறையும்
புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் ?	நேரம் குறையும்

மேற்கண்டவை ஒன்றையொன்று சார்ந்து, அளவில் மட்டும் மாற்றமடைகிறது.

இதிலிருந்து, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் போது (↑) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவும் அதிகரிக்கும் (↑). ஒரு பொருளின் அளவு குறையும் போது (↓) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவும் குறையும் (↓) என்பதை அறிகிறோம்.

இப்பொழுது கீழ்க்கண்ட அட்டவணைகளைக் கவனிக்கவும்:

ஒரு பேனாவின் விலை (₹)	10 பேனாக்களின் விலை (₹)
5	$10 \times 5 = 50$
20	$10 \times 20 = 200$
30	$10 \times 30 = 300$

பேனாக்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது அவற்றின் மொத்த விலையும் அதற்குத் தகுந்தவாறு அதிகரிக்கும்.

5 சட்டைகளின் விலை (₹)	ஒரு சட்டையின் விலை (₹)
3000	$\frac{3000}{5} = 600$
1000	$\frac{1000}{5} = 200$

சட்டைகளின் எண்ணிக்கை குறையும் பொழுது, அவற்றின் விலையும் அதற்குத் தகுந்தவாறு குறையும்.

எனவே, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் (↑) [குறையும் (↓)] பொழுது மற்றொரு பொருளின் அளவும் ஒரே வீதத்தில் அதிகரித்தால் (↑) [குறைந்தால் (↓)] அவை இரண்டும் நேர் மாறல் என்கிறோம்.

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம்:

i) மகிழுந்தின் வேகத்தை அதிகரிக்கும் பொழுது, சென்றடைய வேண்டிய இடத்திற்கான நேரம் அதிகரிக்குமா? (அ) குறையுமா?

ii) ஒரு விடுதியில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறையும்பொழுது, அவர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட சமையல் பொருள்களின் பயன்பாடு அதிக நாள்களுக்கு வருமா? (அ) குறையுமா?

மகிழுந்தின் வேகம் அதிகரிக்கும் போது சென்றடைய வேண்டிய இடத்திற்கான நேரம் குறையும் என்பது நாம் அறிந்ததே.

அதைப்போல, விடுதியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறையும்பொழுது, சமையல் பொருள்கள் அதிகமான நாள்களுக்கு வரும் என்பது உண்மை.

எனவே, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் (↑) [குறையும் (↓)] பொழுது அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவு குறையும் (↓) [அதிகரிக்கும் (↑)] எனில் அவை இரண்டும் எதிர்மாறல் என்கிறோம்.

கீழ்க்கண்டவை நேர்மாறலா எதிர்மாறலா எனக் காண்க.

1. பென்சில்களின் எண்ணிக்கையும் அவற்றின் விலைகளும்.
2. கம்பங்களின் உயரமும், கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் அவற்றின் நிழல்களின் நீளங்களும்.
3. ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தைக் கடக்க வேகமும் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமும்.
4. வட்டங்களின் ஆரங்களும் அவற்றின் பரப்பளவுகளும்
5. தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையும் கொடுக்கப்பட்ட வேலையை முடிப்பதற்கான நாட்களும்.
6. ஒரு முகாமில் உள்ள படை வீரர்களின் எண்ணிக்கையும் அவ்வாராத்திற்குரிய செலவுகளும்.
7. அசலும் வட்டியும்.
8. ஒரு புத்தகத்தில் வரிகளின் எண்ணிக்கையும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க:

பேனாக்களின் எண்ணிக்கை	x	2	4	7	10	20
பேனாக்களின் விலை (₹)	y	100	200	350	500	1000

'x' அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது 'y' அதிகரிக்கும் (↑) என்பதை அறிகிறோம்.

பேனாக்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அவற்றின் விலைக்கும் இடையேயான விகிதத்தை காண்க.

$$\frac{\text{பேனாக்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{பேனாக்களின் விலை}} = \frac{x}{y} = \frac{2}{100}, \frac{4}{200}, \frac{7}{350}, \frac{10}{500}, \frac{20}{1000} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{விகிதம்} = \frac{1}{50} = \text{மாறிலி}$$

பேனாக்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பேனாக்களின் விலைக்கும் இடையேயான விகிதம் ஒரு மாறிலி.

$$\therefore \quad \frac{x}{y} = \text{நிலைத்த மாறிலி}$$

இரு பொருள்கள் நேர்மாறலில் இருப்பின், அவற்றின் விகிதங்கள் எப்பொழுதும் மாறிலியாகவே இருக்கும்.

இப்பொழுது, கீழ்க்கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டைக் கவனியுங்கள்:

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	$x_1 = 2$	$x_2 = 10$
பயண தூரம் (கி.மீ.)	$y_1 = 10$	$y_2 = 50$

இதிலிருந்து, பயண நேரம் அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑) என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$X = Y = \frac{1}{5}$$

நேர்மாறலில், ஒரு அளவானது ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் மாறும் பொழுது மற்றொரு அளவானதும் அதே விகிதத்தில் மாற்றமடைகிறது என்பதை மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து தெரிந்து கொள்ளலாம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறிகளின் தொடர்பை அறிந்து கொண்டு a மற்றும் b ஐ கண்டு பிடிக்கவும்.

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	x	2	5	6	8	10	12
பயண தூரம் (கி.மீ.)	y	120	300	a	480	600	b

இங்கு எடுத்துக்கொண்ட நேரத்திற்கும் பயண தூரத்திற்கும் உள்ள விகிதத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{\text{எடுத்துக் கொண்ட நேரம்}}{\text{பயண தூரம்}} = \frac{2}{120} = \frac{5}{300} = \frac{10}{600} = \frac{8}{480} = \frac{1}{60} = \text{மாறிலி}$$

அதாவது $\quad \frac{x}{y} = \frac{1}{60}$.

இப்பொழுது a வைக் கண்டு பிடிப்போம்

$$\frac{1}{60} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{1 \times \boxed{6}}{60 \times \boxed{6}} = \frac{6}{360}$$

$$a = 360$$

$$\frac{1}{60} = \frac{12}{b}$$

$$\frac{1 \times \boxed{12}}{60 \times \boxed{12}} = \frac{12}{720}$$

$$b = 720$$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் காண்க :

வேகம் (கி.மீ. மணி$^{-1}$)	x	120	80	60	48	40
எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	y	4	6	8	10	12

இங்கு x குறையும் (↓)பொழுது y அதிகரிப்பதைக்(↑) காணலாம்

$$xy = 120 \times 4 = 480$$

$$= 80 \times 6 = 60 \times 8 = 48 \times 10 = 40 \times 12 = 480$$

$$xy = \text{மாறிலி}$$

இரு அளவுகள் எதிர் மாறலில் இருப்பின், அவற்றின் பெருக்கற்பலன் மாறிலி ஆகும்.
கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டைக் கவனிக்கவும்.

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டைக் கவனிக்கவும்:

வேகம் (கி.மீ. மணி$^{-1}$)	$x_1 = 120$	$x_2 = 60$
எடுத்துக் கொண்ட நேரம் (மணி)	$y_1 = 4$	$y_2 = 8$

வேகம் அதிகரிக்கும் (↑)பொழுது, பயண நேரம் குறையும் (↓).

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{120}{60} = 2$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad 1/Y = 2$$

$$X = \frac{1}{Y}$$

ஆதலால், எதிர்மாறலில் கொடுக்கப்பட்ட அளவானது ஒரு விகிதத்தில் மாறும் பொழுது, மற்றொரு அளவானது அதற்குத் தலைகீழ் விகிதத்தில் மாறும்.

இப்பொழுது மாறிகளின் தொடர்பை அறிந்து, a மற்றும் b ஐக் காண்க :

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	x	15	5	6	b	60
நாட்களின் எண்ணிக்கை	y	4	12	a	20	1

$$xy = 15 \times 4 = 5 \times 12 = 60$$

$$xy = 60 = \text{மாறிலி}$$

xy மாறிலி என்பதை அறிகிறோம்.

$$6 \times a = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$a = 10$$

$$xy = 60$$

$$b \times 20 = 60$$

$$3 \times 20 = 60$$

$$b = 3$$

முயன்று பார்

1. x மற்றும் y நேர்மாறலில் இருப்பின், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரப்புக

(i)

x	1	3			9	15
y	2		10	16		

(ii)

x	2	4	5		
y	6			18	21

2. x மற்றும் y எதிர்மாறலில் இருப்பின், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரப்புக

(i)

x	20	10	40	50	
y			50		250

(ii)

x		200	8	4	16
y	10		50		

எடுத்துக்காட்டு 1.8

16 பென்சில்களின் விலை ₹ 48 எனில், 4 பென்சில்களின் விலையைக் காண்க.

தீர்வு:

4 பென்சில்களின் விலையை 'a' எனக் கொள்வோம்.

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை	விலை (₹)
x	y
16	48
4	a

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் (↓), அதன் விலையும் குறையும் (↓). எனவே இந்த இரு அளவும் நேர் மாறலில் உள்ளன.

நேர்மாறலில், $\frac{x}{y}$ = மாறிலி என்பது நாம் அறிந்ததே

$$\frac{16}{48} = \frac{4}{a}$$

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

நான்கு பென்சில்களின் விலை = ₹ 12

மாற்றுமுறை:

4 பென்சில்களின் விலையை ‘a’ எனக் கொள்வோம் .

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை	விலை (₹)
16	48
4	a

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை குறையும் (↓) பொழுது, அதன் விலையும் குறைகிறது (↓). எனவே இது நேர்மாறல்.

$$\frac{16}{4} = \frac{48}{a}$$

$$16 \times a = 4 \times 48$$

$$a = \frac{4 \times 48}{16} = 12$$

4 பென்சில்களின் விலை = ₹ 12.

எடுத்துக்காட்டு 1.9

ஒரு மகிழுந்து 360 கிலோ மீட்டர் தூரத்தை 4 மணி நேரத்தில் கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில் மகிழுந்து செல்லும் பொழுது, 6 மணி 30 நிமிடங்களில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்.

தீர்வு:

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரத்தை a என்று குறிப்பிடுவோம்.

நேரம் (மணி)	பயணித்த தூரம் (கி.மீ.)
x	y
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

30 நிமிடங்கள் $= \frac{30}{60}$ மணி

$= \frac{1}{2}$ மணி

6 மணி 30 நிமிடங்கள்

$= 6\frac{1}{2}$ மணி

பயணநேரம் அதிகரித்தால் (↑),

பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑). எனவே இது நேர்மாறல்.

நேர்மாறலில், $\frac{x}{y}$ = மாறிலி

கணக்கு

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360 \times 13}{4 \times 2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம் = 585 கி.மீ.

மாற்றுமுறை:

$6\,\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரத்தை a என்று குறிப்பிடுவோம்

நேரம் (மணி)	பயணித்த தூரம் (கி.மீ.)
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

பயணதூரம் அதிகரித்தால் ($\uparrow$), பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் ($\uparrow$). எனவே இது நேர்மாறல்.

$$\frac{4}{6\frac{1}{2}} = \frac{360}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360}{4} \times \frac{13}{2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம் = 585கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

7 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 52 நாள்களில் செய்து முடிக்கின்றனர். அதே வேலையை 13 ஆட்கள் எத்தனை நாள்களில் செய்து முடிப்பார்கள்?

தீர்வு:

கண்டுபிடிக்க வேண்டிய நாள்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம் .

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	நாள்களின் எண்ணிக்கை
x	y
7	52
13	a

ஆட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் ($\uparrow$) பொழுது, நாள்களின் எண்ணிக்கை குறையும்($\downarrow$). எனவே இது எதிர்மாறல்.

எதிர்மாறலில், xy = மாறிலி

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

எனவே, 13 ஆட்கள் இந்த வேலையை 28 நாள்களில் முடிப்பார்கள்.

மாற்றுமுறை:

கண்டுபிடிக்க வேண்டிய நாள்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம்.

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	நாள்களின் எண்ணிக்கை
7	52
13	a

ஆட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் ($\uparrow$) பொழுது, நாள்களின் எண்ணிக்கை குறையும்($\downarrow$). எனவே இது எதிர்மாறல்.

$$\frac{7}{13} = \frac{a}{52}$$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

எனவே, 13 ஆட்கள் இந்த வேலையை 28 நாள்களில் முடிப்பார்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 1.11

ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 35 வரிகளைக் கொண்ட புத்தகத்தின் மொத்தப் பக்கங்கள் 120. அதே செய்தி ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 24 வரிகளாக இருந்தால், புத்தகத்தின் மொத்தப் பக்கங்கள் எவ்வளவாக இருக்கும்?

தீர்வு: கண்டுபிடிக்க வேண்டிய பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம் .

ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உள்ள வரிகளின் எண்ணிக்கை	மொத்தப் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை
35	120
24	a

ஒரு பக்கத்தில், வரிகளின் எண்ணிக்கை குறையும் ($\downarrow$) பொழுது, புத்தகத்தில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கின்றது ($\uparrow$). எனவே இது எதிர்மாறல்.

$$\frac{35}{24} = \frac{a}{120}$$

$$35 \times 120 = a \times 24$$

$$a \times 24 = 35 \times 120$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5 = 175$$

ஒரு பக்கத்தில் 24 வரிகள் இருக்கும் பொழுது, புத்தகத்தின் மொத்தப் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை = 175

பயிற்சி 1.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

   i) 8 கிலோ அரிசியின் விலை ₹ 160 எனில், 18 கிலோ அரிசியின் விலை
   (A) ₹ 480 (B) ₹ 180 (C) ₹ 360 (D) ₹ 1280

   ii) 7 மாம்பழங்களின் விலை ₹ 35 எனில், 15 மாம்பழங்களின் விலை
   (A) ₹ 75 (B) ₹ 25 (C) ₹ 35 (D) ₹ 50

   iii) ஒரு இரயில் வண்டி 195கிலோமீட்டர் தூரத்தை 3 மணி நேரத்தில் கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில், அந்த இரயில் வண்டி 5 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம்
   (A) 195 கி. மீ. (B) 325 கி. மீ. (C) 390கி. மீ. (D) 975 கி. மீ.

   iv) 8 ஆட்கள் ஒரு வேலையை24 நாள்களில் செய்து முடித்தார்கள் எனில், அதே வேலையை 24 ஆட்கள் செய்து முடிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நாள்களின் எண்ணிக்கை
   (A) 8 நாள்கள் (B) 16 நாள்கள் (C) 12 நாள்கள் (D) 24 நாள்கள்

   v) 18 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 20 நாளில் செய்து முடித்தார்கள் எனில், அதே வேலையை 24ஆட்கள் செய்து முடிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நாள்களின் எண்ணிக்கை
   (A) 20 நாள்கள் (B) 22 நாள்கள் (C) 21 நாள்கள் (D) 15 நாள்கள்

2. 300 நபர்கள் கலந்துக் கொள்ளும் கல்யாண விருந்திற்கு 60 கிலோ காய்கறிகள் தேவைப்படுகிறது. 500 நபர்கள் அந்த விருந்திற்கு வருவார்கள் எனில், எவ்வளவு காய்கறிகள் தேவைப்படும்?

3. 1500 மாணவர்கள் கொண்ட பள்ளிக்கு 90 ஆசிரியர்கள் தேவைப்படுகிறார்கள். 2000 மாணவர்கள் கொண்ட பள்ளிக்கு எத்தனை ஆசிரியர்கள் தேவை?

4. ஒரு மகிழுந்து 45 நிமிடங்களில் 60 கி. மீ கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில் செல்லும் பொழுது, ஒரு மணி நேரத்தில் அது எவ்வளவு தூரம் கடக்கும்?

5. ஒரு நபர் 96 ச.மீ பரப்பளவை 8 நாட்களில் வெள்ளை அடித்தார். 18 நாட்களில் எவ்வளவு பரப்பளவை வெள்ளை அடிக்க முடியும்?

6. 7 பெட்டிகளின் எடை 36.4 கி.கி எனில், அதே அளவான 5 பெட்டிகளின் எடை எவ்வளவாக இருக்கும்?

7. 60 கி.மீ வேகத்தில் செல்லும் ஒரு மகிழுந்து ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை 5 மணி நேரத்தில் கடக்கிறது. அதே தூரத்தை 40 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால், எவ்வளவு நேரத்தில் கடக்கும்?

8. ஒரு வேலையை 150 ஆட்கள் 12 நாள்களில் முடித்துவிடுவார்கள். 120 ஆட்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்கள்?

9. 276 வீரர்கள் உள்ள ஒரு பட்டாளத்தில் 20 நாள்களுக்குத் தேவையான சமையல் பொருள்கள் உள்ளது. அந்தப் பொருள்கள் 46 நாள்களுக்கு நீடிக்க வேண்டுமெனில் எத்தனை வீரர்கள் இந்தப் பட்டாளத்தை விட்டுச் செல்ல வேண்டும் ?

10. ஒரு புத்தகத்தில் 70 பக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு பக்கத்தில் 30 வரிகள் அச்சிடப்படுகின்றது. ஆனால் அதே செய்தியை ஒரு பக்கத்தில் 20 வரிகள் என்று அச்சிட்டால், அந்தப் புத்தகத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் இருக்கும்?

11. ஒரு ராணுவ முகாமில் 800 வீரர்கள் இருக்கிறார்கள். அவர்களுக்கு 60 நாள்களுக்குப் போதுமான மளிகைப் பொருள்கள் உள்ளன. அந்த முகாமிற்கு மேலும் 400 வீரர்கள் வந்து சேர்ந்தார்கள் எனில், எத்தனை நாள்களுக்கு அந்த மளிகைப் பொருள்கள் போதுமானதாக இருக்கும்?

வேடிக்கைக்காக

ஒரு ஆந்தை தன் கூட்டினை ஒரு விநாடியில் கட்டினால், 200 ஆந்தைகள் தங்கள் கூட்டினை எவ்வளவு நேரத்தில் கட்டும்?

ஆந்தைகள் தங்கள் கூட்டினைக் கட்டுவதில்லை. அது பிற பறவைகள் கட்டிய கூட்டில் அல்லது மரப்பொந்தில் தங்கும்.

முயன்று பார்

கீழே உள்ள வினாக்களைப் படியுங்கள். நீங்கள் இதுவரை படித்த பல முறைகளையும் யோசித்து அனைத்து முறைகளிலும் இவற்றை செய்யுங்கள்.

1. ஒரு சக்கரம் 3 வினாடிகளில் 48 முறை சுழல்கின்றது. 30 விநாடிகளில் அச்சக்கரம் எத்ததை முறை சுழலும்?
2. நிழற்படக் கலைஞர் 5 நிமிடங்களில் 100 நிழற்பிரதிகளை உருவாக்குகிறார். அவர் 1200 நிழற்பிரதிகளை உருவாக்க எத்தனை நிமிடங்கள் தேவைப்படும்?
3. இரண்டு குழுக்களில் 36 விளையாட்டு வீரர்கள் உள்ளனர். 5 குழுக்களில் எத்தனை விளையாட்டு வீரர்கள் இருப்பார்கள்?

நினைவில் கொள்க!

1. இரு அளவுகள் நேர்மாறலில் இருக்குமெனில், ஒரு அளவு அதிகரிக்கும் போது (குறையும் போது) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு அளவும் அதிகரிக்கும் (குறையும்).
2. இரு அளவுகள் எதிர்மாறலில் இருக்குமெனில் ஒரு அளவு அதிகரிக்கும் போது (குறையும் போது) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு அளவு குறையும் (அதிகரிக்கும்).
3. நேர்மாறலில், ஒன்றின் இரு வேறு அளவுகளின் விகிதம், மற்றொன்றில் அதற்குகந்த அளவுகளின் விகிதத்திற்குச் சமமாகும்.
4. எதிர்மாறலில், ஒன்றின் இரு வேறு அளவுகளின் விகிதம் மற்றொன்றில் அதற்குகந்த அளவுகளின் விகிதத்திற்குத் தலைகீழாகும்.

2 அளவைகள்

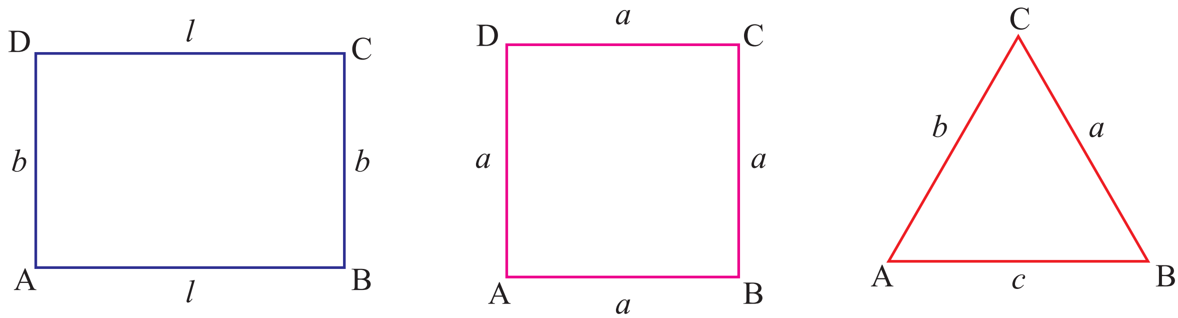
மூடிய வடிவங்களான செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் ஆகியவற்றின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காணும் முறைகளை ஆறாம் வகுப்பில் கற்றிருக்கிறோம். மூடிய வடிவங்களான முக்கோணம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம் மற்றும் வட்டத்தின் பரப்பளவு காணும் முறைகளை இவ்வகுப்பில் காண்போம்.

2.1 மீள் பார்வை

ஆறாம் வகுப்பில் நாம் கற்றறிந்த செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றளவு, பரப்பளவு பற்றி இங்கு நினைவு கூர்வோம்.

சுற்றளவு

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் எல்லையை நாம் ஒரு முறை சுற்றிவரும் போது கிடைக்கும் தூரமே அவ்வடிவத்தின் சுற்றளவு ஆகும்.



படம் 2.1

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $=$ $2 \times$ (நீளம்) $+ 2 \times$ (அகலம்)

$=$ 2 [நீளம் $+$ அகலம்]

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $=$ $2(l + b)$ அலகுகள். இங்கு l = நீளம், b = அகலம்

சதுரத்தின் சுற்றளவு $=$ $4 \times$ ஒரு பக்கத்தின் நீளம்

$=$ $4 \times$ பக்கம்

சதுரத்தின் சுற்றளவு $=$ $4a$ அலகுகள். இங்கு a என்பது சதுரத்தின் பக்கம்

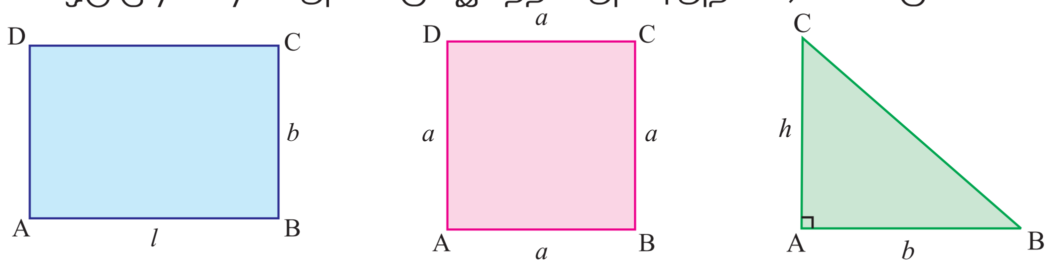
முக்கோணத்தின் சுற்றளவு $=$ மூன்று பக்க அளவுகளின் கூடுதல்

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு $=$ $(a + b + c)$ அலகுகள்

இங்கு a, b, c முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகும்.

பரப்பளவு

ஒரு மூடிய வடிவம் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அதன் பரப்பளவாகும்.



படம் 2.2

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = $l \times b$ சதுர அலகுகள்

சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்

சதுரத்தின் பரப்பளவு = $a \times a$ சதுர அலகுகள்

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times$ செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்

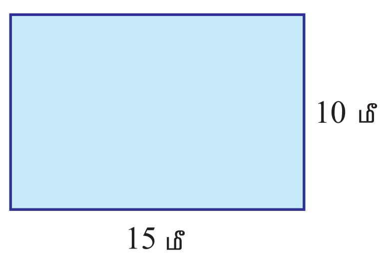
$= \frac{1}{2} \times (b \times h)$ சதுரஅலகுகள்

இங்கு b, h என்பவை செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களாகும்.

* உங்கள் வகுப்பில் உள்ள கரும்பலகை, மேசை, சன்னல் ஆகியவற்றின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.
* ஒரு தாளினை எடுத்துக் கொண்டு அதில் பல்வேறு அளவுகள் கொண்ட செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களை வரைந்து அதைக் கத்தரித்து தனியே எடுத்துக் கொள்ளவும். அவற்றை மேசை மீது வைத்து அவற்றின் சுற்றளவு, மற்றும் பரப்பளவைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

நீளம் 15 மீ, அகலம் 10 மீ உடைய செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு , சுற்றளவு காண்க.



படம் 2.3

தீர்வு :

நீளம் = 15 மீ, அகலம் = 10 மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

=15 மீ × 10 மீ

$= 150$ மீ ^{2}

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 [நீளம் + அகலம்]

= 2 [15 +10] = 50 மீ

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = 150 மீ ^{2}

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 50 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

80 மீ நீளம் உடைய செவ்வக வடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு 3200 ச.மீ. தோட்டத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

நீளம் = 80 மீ , பரப்பளவு = 3200 ச.மீ எனத்தரப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

$$\text{அகலம்} = \frac{\text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}}{\text{நீளம்}}$$

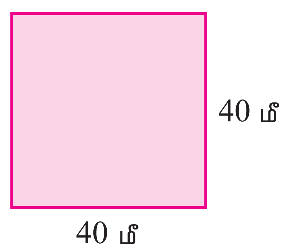
$$= \frac{3200}{80} = 40 \text{ மீ}$$

∴ தோட்டத்தின் அகலம் = 40 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.3

40 மீ நீளமுடைய சதுரவடிவ மனையின் பரப்பளவு, சுற்றளவு காண்க.

தீர்வு :



படம் 2.4

சதுர வடிவ மனையின் பக்கம் = 40 மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்

= 40 × 40

= 1600 ச.மீ.

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்

= 4 × 40 = 160 மீ.

சதுரத்தின் பரப்பளவு = 1600 ச.மீ.

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 160 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம் 50 மீ. பூந்தோட்டத்தைச் சுற்றி மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் வேலிபோட ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம் 50 மீ. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வேலிபோட ஆகும் மொத்த செலவைக் காண தோட்டத்தின் சுற்றளவைக் கண்டு அதை மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்

= 4 × 50

= 200 மீ

வேலிபோட ஒரு மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 10 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

∴ 200 மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 10 × 200

= ₹ 2000

எடுத்துக்காட்டு 2.5

பக்கம் 60 மீ உடைய சதுர வடிவப் பூங்காவைச் சமன் செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹ 2 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

சதுர வடிவப் பூங்காவின் பக்கம் 60 மீ. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சமன் செய்ய ஆகும் செலவைக் காண, பரப்பளவைக் கண்டு அதனைச் சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

பூங்காவின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்

= 60 × 60 = 3600 ச.மீ.

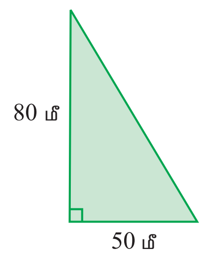
ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 2

∴ 3600 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 2 × 3600

= ₹ 7200

எடுத்துக்காட்டு 2.6

ஒரு விளையாட்டுத்திடல் செங்கோணமுக்கோணம் வடிவில் உள்ளது. செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 50 மீ, 80 மீ. திடலில் சிமெண்ட் பூச சதுர மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.



படம் 2.5

தீர்வு :

சிமெண்ட் பூச ஆகும் மொத்த செலவைக் காண, விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவைக் கண்டு அதை ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

செங்கோணமுக்கோண விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times b \times h$

இங்கு b, h என்பன செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகும்.

= $\frac{1}{2} \times (50 \times 80)$

= 2000 ச.மீ

ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 5

∴ 2000 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹ 5 × 2000

= ₹ 10000

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1 ஏர் = 100 மீ^{2}

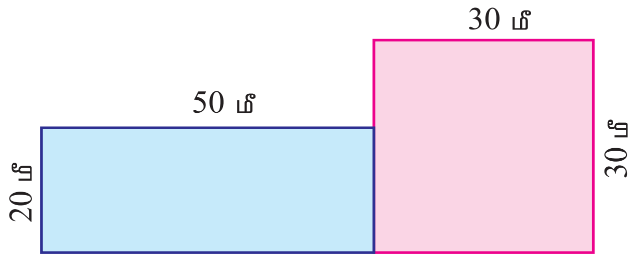
1 ஹெக்டேர் = 100 ஏர் (அ)

= 10000 ச.மீ

2.2 கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவு

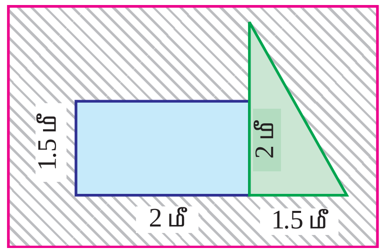
செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் ஆகியவற்றில் ஏதேனும் இரு கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவைக் காணும் முறைகளை இப்பகுதியில் காண்போம்.

ஒரு கிராமவாசிக்கு படத்தில் காட்டியபடி இரு நிலங்கள் அடுத்தடுத்து உள்ளன. அதன் பரப்பளவு அவருக்குத் தெரியாது. ஒரு நிலம் 30மீ பக்கமுடைய சதுரநிலம். மற்றது 50மீ × 20மீ அளவுடைய செவ்வக நிலம். இப்போது அவர் வைத்திருக்கும் நிலத்தின் மொத்த பரப்பளவைக் கண்டு அவருக்கு உங்களால் உதவ முடியுமா ?



படம் 2.6

ஒரு பள்ளியில் இயங்கும் கணித மன்றத்துக்கு வளர்மதியும் மலர்க்கொடியும் வழிகாட்டிகள். அவர்கள் கணித அறையை படம் வரைந்து அழகுபடுத்தினர். அறையின் சுவரில் 2மீ நீளமும் 1.5மீ அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ படத்தை முதலில் வளர்மதி வரைந்தார். அப்படத்திற்கு அருகில் மலர்க்கொடி செங்கோண முக்கோணத்தை வரைந்தார். செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 1.5மீ, 2மீ எனில் அவர்கள் வரைந்த படங்களின் மொத்தப் பரப்பை நம்மால் காண முடியுமா ?

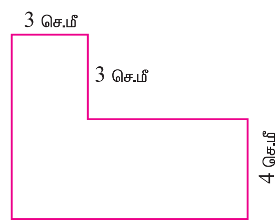


படம் 2.7

இப்பொழுது நாம் சில கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.8

தீர்வு :

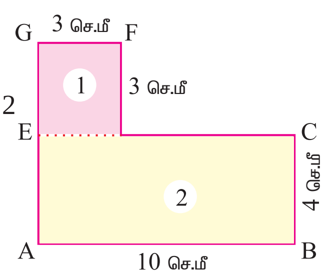
கொடுக்கப்பட்ட படத்தை படம் **2.9**இல் காட்டியபடி சதுரம், செவ்வகம் இரு பகுதிகளாகப் பிரித்துக் கொள்வோம்.

சதுரத்தின் பரப்பளவு (1) = **3** செ.மீ × **3** செ.மீ = 9 செ.மீ ^{2}

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (2) = 10 செ.மீ × 4 செ.மீ = 40 செ.மீ ^{2}

∴ படத்தின் மொத்த பரப்பளவு (படம் 4.9) = (9 + 40) செ..மீ ^{2}

= 49 செ.மீ ^{2}



படம் 2.9

மாற்றுமுறை:

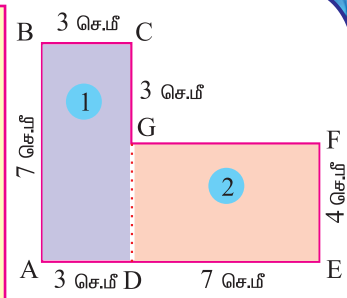
கொடுக்கப்பட்ட படத்தை படம் 2.10இல் காட்டியபடி இரு செவ்வகங்களாகப் பிரித்துக் கொள்வோம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (1) $= 7$ செ.மீ $\times 3$ செ.மீ $= 21$ செ.மீ^{2}

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (2) $= 7$ செ.மீ $\times 4$ செ.மீ $= 28$ செ.மீ^{2}

$\therefore$ படத்தின் மொத்த பரப்பளவு (படம் 4.10) $= (21 + 28)$ செ.மீ^{2}

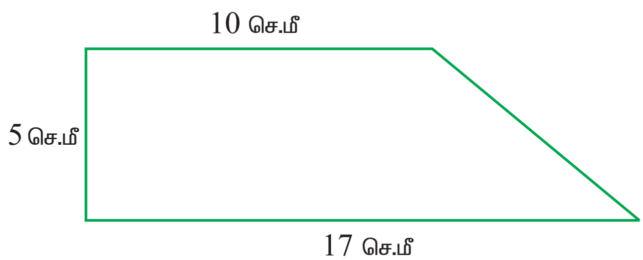
$= 49$ செ.மீ^{2}



படம் 2.10

எடுத்துக்காட்டு 2.8

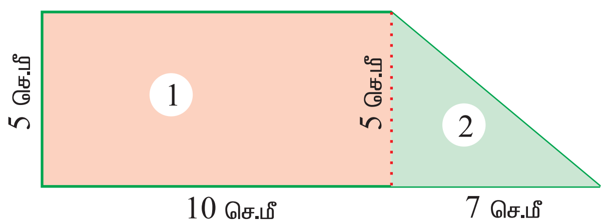
கீழ்க்காணும் படத்தின் பரப்பளவைக் காண்க



படம் 2.11

தீர்வு :

படமானது செவ்வகம், செங்கோண முக்கோணம் என இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.



படம் 2.12

செவ்வகத்தின் பரப்பு (1) $= 5$ செ.மீ $\times 10$ செ.மீ

$= 50$ செ.மீ^{2}

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு (2) $= \frac{1}{2} \times (7$செ.மீ $\times 5$செ.மீ$)$

$= \frac{35}{2}$ செ.மீ$^2 = 17.5$ செ.மீ^{2}

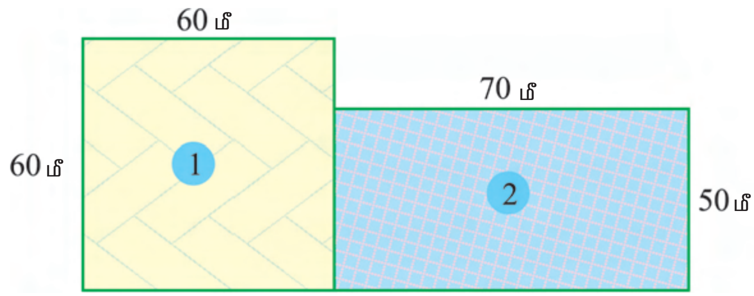
$\therefore$ படத்தின் மொத்தப் பரப்பு $= (50 + 17.5)$ செ.மீ^{2}

மொத்தப் பரப்பு $= 67.5$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.9

60 மீ நீளமுடைய சதுரவடிவ மனையை அறிவு வாங்கினார். அந்நிலத்திற்கு அடுத்த 70 மீ $\times$ 50 மீ அளவுடைய செவ்வக வடிவ மனையை அன்பு வாங்கினார். இருவரும் ஒரே விலைக்கு வாங்கினார்கள் எனில் இலாபம் அடைந்தவர் யார் ?

தீர்வு :



படம் 2.13

அறிவு வாங்கிய சதுரவடிவ மனையின் பரப்பளவு (1) $= 60 \times 60 = 3600$ மீ ^{2}

அன்பு வாங்கிய செவ்வகவடிவ மனையின் பரப்பளவு (2) $= 70 \times 50 = 3500$ மீ ^{2}

இங்குச் சதுர வடிவ மனையின் பரப்பளவு செவ்வக வடிவ மனையின் பரப்பளவை விட அதிகமாக உள்ளது.

எனவே, லாபம் அடைந்தவர் அறிவு.

முயன்று பார்

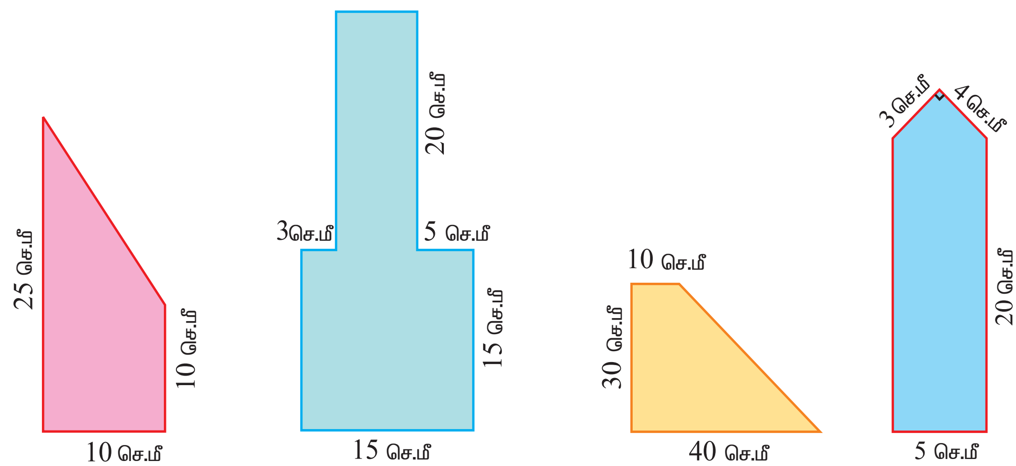
சம பரப்பளவைக் கொண்ட இரு சதுரவடிவத் தாளினை எடுத்துக் கொள்க. மூலைவிட்டம் வழியாக சதுரத் தாளினை வெட்டவும். எத்தனை செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைத்தன ? அவற்றின் பரப்பளவு பற்றி ஏதேனும் கூற முடியுமா ? வெட்டிய பகுதிகளை மற்றொரு சதுரத் தாளின் மீது சரியாகப் பொருத்தி கூர்ந்து நோக்கவும். என்ன அறிந்து கொள்ள முடிகிறது ? கூடி விவாதிக்கவும்.

ஒரே மாதிரியான இரு செவ்வக வடிவத் தாளினை எடுத்துக்கொள்க. ஒரு செவ்வக வடிவத் தாளினை மூலை விட்டம் வழியாக வெட்டவும். எத்தனை செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைத்தன ?

அவற்றின் பரப்பளவு பற்றி ஏதேனும் கூறமுடியுமா ? வெட்டிய பகுதிகளை மற்றொரு செவ்வக வடிவக் காகிதத்தின் மீது சரியாகப் பொருத்தவும். செவ்வகத்திற்கும், செங்கோண முக்கோணத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன ? விவாதிக்கவும்.

பயிற்சி 2.1

1. கீழ்க்காணும் படங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.



(i) (ii) (iii) (iv)

2. 5 மீ நீளமும் 4 மீ அகலமும் உடைய தரைக்குச் சதுர ஓடு பதிக்க சிபி விரும்புகிறார். ஒரு சதுர ஓட்டின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}$ மீ^{2} எனில் தரை முழுவதும் ஓடு பதிக்க, எத்தனை ஓடுகள் தேவைப்படும் ?.

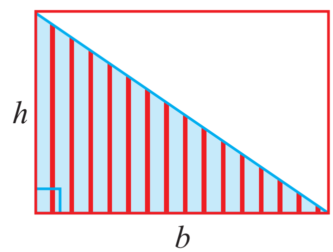
3. செங்கோண முக்கோண வடிவ நிலமும், செவ்வக வடிவ நிலமும் அடுத்தடுத்துள்ளன. செங்கோண முக்கோண நிலத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் அளவுகள் 30 மீ, 40 மீ. செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே 20 மீ, 15மீ. செங்கோண முக்கோண வடிவ நிலத்தின் விலையும், செவ்வக வடிவ நிலத்தின் விலையும் சமமானவை எனில் எந்த நிலத்தை வாங்குவது சிறந்தது ?

4. 50 மீ நீளமுடைய சதுர வடிவ மனையை மணி வாங்கினார். அம்மனைக்கு அடுத்துள்ள 60மீ நீளமும் 40மீ அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ மனையை ரவி வாங்கினார். இருவர் வாங்கிய விலையும் சமம் எனில் யார் லாபம் அடைந்தது ? எவ்வளவு பரப்பளவு அதிகம் ?

5. எதனுடைய பரப்பளவு அதிகமானது ? செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 80மீ, 60மீ நீளமுடைய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு அல்லது 50மீ நீளமுடைய சதுரத்தின் பரப்பளவு.

2.3 முக்கோணத்தின் பரப்பு

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு என்பது அதை உள்ளடக்கிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.



படம் 2.14

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு

$= \frac{1}{2}$ (செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்)

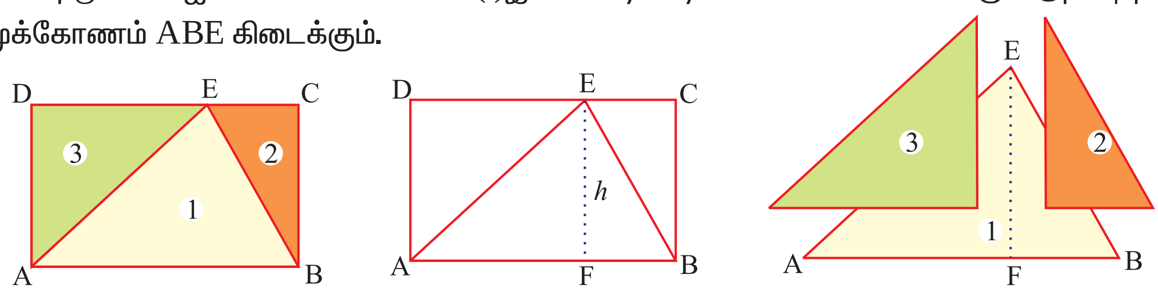
(அல்லது) $= \frac{1}{2} b\, h$ ச.அலகுகள்

இங்கு b, h என்பது செங்கோண முக்கோணத்தின் உள்ளடக்கிய பக்கங்களாகும்.

இப்பகுதியில் முக்கோணங்களின் பரப்பளவு காணும் முறைகளைக் காண்போம்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு காணல்

செவ்வக வடிவத் துண்டுத்தாளினை எடுத்துக் கொள்க. அவற்றின் உச்சிகளுக்கு A,B,C மற்றும் D எனப்பெயரிடுக. DC இன் மீது E என்ற ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. AE மற்றும் BE ஐச் சேர்க்க. படம் **2.15** (i)இல் காட்டியபடி செவ்வகம் ABCD க்குள் அமைந்த முக்கோணம் ABE கிடைக்கும்.



(i) (ii) (iii)

DE = AF என இருக்குமாறு AB இன் மீது F என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. EF ஐச் சேர்க்கவும். EF = BC என்பதைக் கவனிக்கவும். இப்பொழுது EF ஐ h எனவும் AB ஐ b எனவும் கொள்வோம்.

AE மற்றும் BE வழியாக வெட்டவும். இப்பொழுது கிடைக்கும் முக்கோணம் (2), (3) ஐ படம் **2.15** (iii) காட்டியபடி ABE இன் மீது சரியாகப் பொருத்தவும், இப்பொழுது

ΔABE இன் பரப்பு $=\Delta$ADE இன் பரப்பு + ΔBCE இன் பரப்பு ..... (1)

செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு $=\Delta$ABE இன் பரப்பு + (ΔADE இன் பரப்பு + ΔBCE இன் பரப்பு)

$=\Delta$ABE இன் பரப்பு + Δ ABE இன் பரப்பு ((1) ன் படி)

$= 2\Delta$ABE இன் பரப்பு

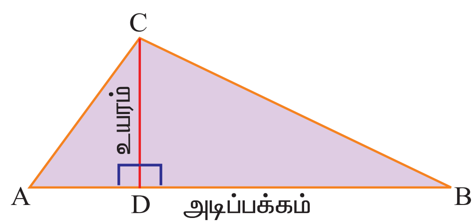
அதாவது 2 ΔABE இன் பரப்பு = செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு

$\therefore$ முக்கோணம் ABE இன் பரப்பு

$= \frac{1}{2}$(செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு)

$= \frac{1}{2}$(நீளம் $\times$ அகலம்)

$= \frac{1}{2}\, bh$ ச.அலகுகள்



படம் 2.16

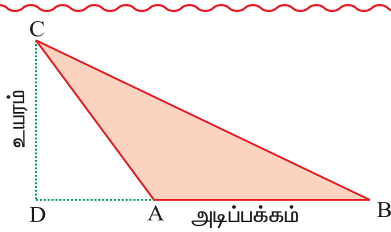
$\therefore$ **முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\, bh$ ச.அலகுகள்**

இங்கு b, h என்பது முறையே முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரமாகும்.

சிந்திக்க!

ABC என்ற விரிகோண முக்கோணத்தைக் கருதுக. C யிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து, BA இன் நீட்சியில் D என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்ன ?



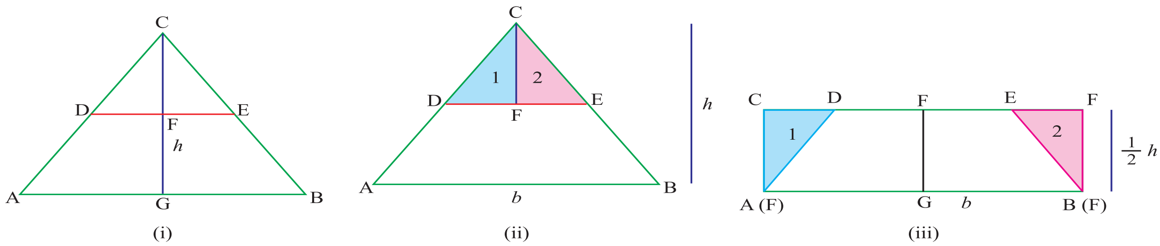
படம் 2.17

முயன்று பார்

காகித மடிப்பு முறை

முக்கோண வடிவிலான துண்டுத்தாளினை எடுத்துக்கொள்க. அதன் உச்சிகளுக்கு A, B, C எனப் பெயரிடுக. அடிப்பக்கம் AB ஐ b என்றும் குத்துயரத்தை h என்றும் கருதுக.

AC மற்றும் BC இன் மையப்புள்ளிகளைக் காண்க. அவற்றை முறையே D மற்றும் E என்க. மேலும் C யிலிருந்து AB க்கு ஒரு செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டு வரைக. அது DE ஐ F என்ற இடத்திலும் AB ஐ G என்ற இடத்திலும் சந்திக்கும். இப்பொழுது CF = FG என்பதைக் கவனிக்கவும்.



படம் 2.18

DE வழியாக வெட்டவும், கிடைக்கும் முக்கோணம் DCE ஐ CF வழியாக வெட்டினால் இரு செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைக்கும். அவற்றைப் படம் 2.18 (iii) இல் காட்டியபடி நாற்கரம் ABED இன் இருபுறமும் சேர்க்கவும்.

(i) ஆவது படத்தின் பரப்பளவு = (iii) ஆவது படத்தின் பரப்பளவு

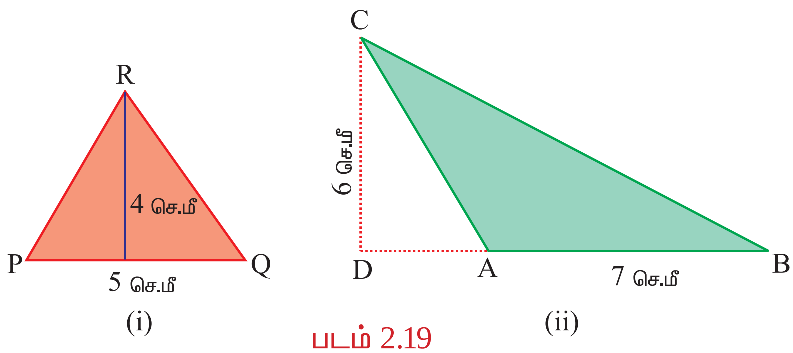
அதாவது முக்கோணத்தின் பரப்பு = உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பு

$= b \times (\frac{1}{2}h)$ ச. அலகுகள் [CF + FG = h]

$= \frac{1}{2} b\, h$ ச. அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கீழ்க்காணும் படங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.19

தீர்வு :

(i) அடிப்பக்கம் = 5 செ.மீ, உயரம் = 4 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணம் PQR இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4$

$= 10$ ச.செ.மீ (அல்லது) செ.மீ ^{2}

(ii) அடிப்பக்கம் = 7 செ.மீ, உயரம் = 6 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணம் ABC இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 6$

$= 21$ ச.செ.மீ (அல்லது) செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.11

40 மீ உயரம் கொண்ட ஒரு முக்கோண வடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு 800 ச.மீ. அதன் அடிப்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

முக்கோணவடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு = 800 ச.மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

$$\frac{1}{2} b\, h = 800$$

$$\frac{1}{2} \times b \times 40 = 800 \quad (\because h = 40)$$

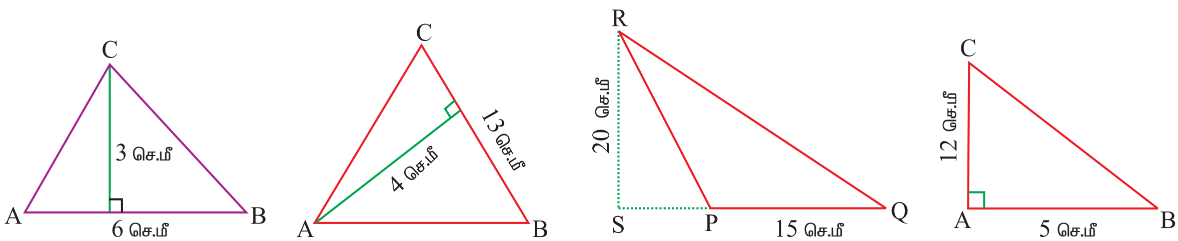
$$20\, b = 800$$

$$b = 40 \text{ மீ}$$

$\therefore$ அடிப்பக்கத்தின் நீளம் 40 மீ.

பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்காணும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.



(i) (ii) (iii) (iv)

2. கீழ்க்காணும் அளவுகளுக்கு முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
   (i) அடிப்பக்கம் = 6 செ.மீ, உயரம் = 8 செ.மீ
   (ii) அடிப்பக்கம் = 3 மீ, உயரம் = 2 மீ
   (iii) அடிப்பக்கம் = 4.2 மீ, உயரம் = 5 மீ

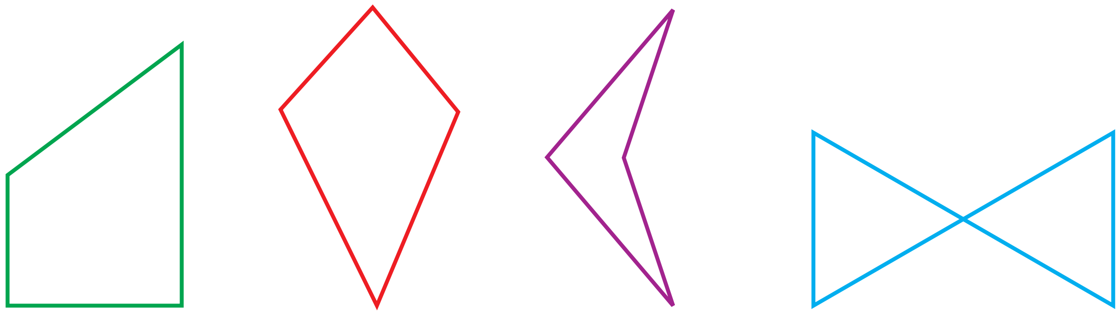
3. கீழ்க்காணும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மற்றும் உயர அளவுகளைக் கொண்டு அதன் அடிப்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.
   (i) பரப்பளவு = 40 மீ ^{2}, உயரம் = 8 மீ
   (ii) பரப்பளவு = 210 செ.மீ ^{2}, உயரம் = 21 செ.மீ
   (iii) பரப்பளவு = 82.5 மீ ^{2}, உயரம் = 10 மீ

4. கீழ்க்காணும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மற்றும் அடிப்பக்க அளவுகளைக் கொண்டு அதன் உயரம் காண்க :
   (i) பரப்பளவு = 180 மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 20 மீ
   (ii) பரப்பளவு = 62.5 மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 25 மீ
   (iii) பரப்பளவு = 20 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 5 செ.மீ

5. ஒரு தோட்டமானது முக்கோண வடிவில் உள்ளது. அதன் அடிப்பக்கம் 26 மீ, உயரம் 28 மீ. தோட்டத்தைச் சமன்செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் மொத்த செலவைக்காண்க.

2.4 நாற்கரத்தின் பரப்பு

நான்கு கோட்டுத்துண்டுகளால் அடைபடும் உருவம் நாற்கரம் ஆகும். இதில் இரண்டு கோட்டுத் துண்டுகள் ஒன்றையொன்று குறுக்காக வெட்டிக் கொள்ளாது.



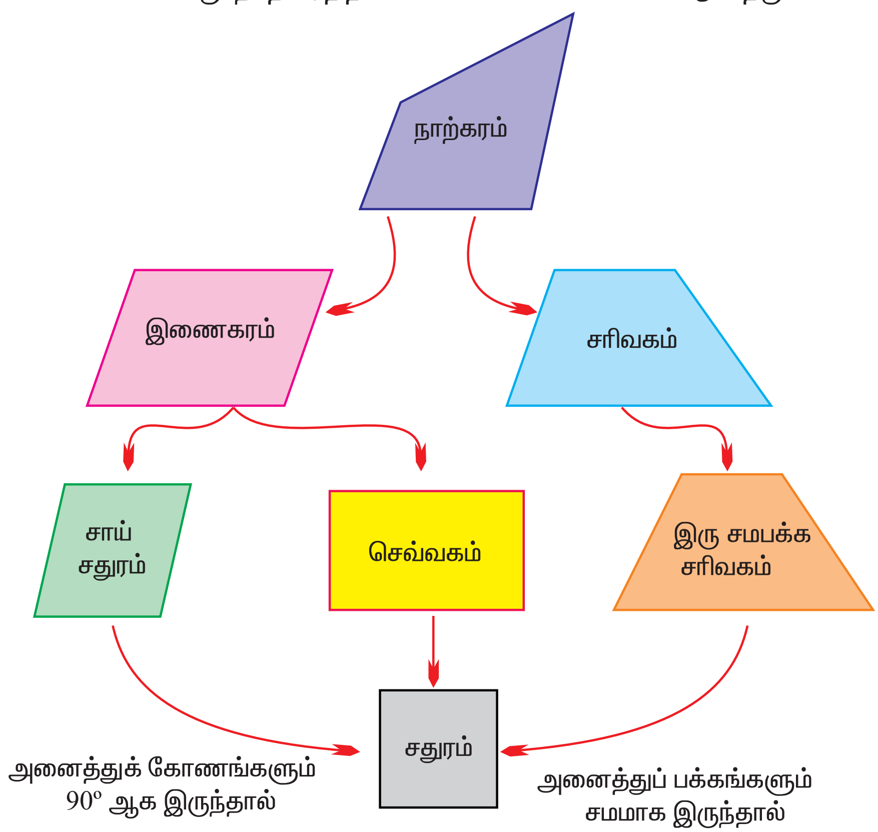
(i) (ii) (iii) (iv)

படம் 2.20

மேற்கண்ட படத்தில்
படம் (i), (ii), (iii) ஆகியவை நாற்கரமாகும்
படம் (iv) நாற்கரமல்ல.

நாற்கரத்தின் வகைகள்

கீழ்க்கண்ட படமானது நாற்கரத்தின் பல வகைகளைக் காட்டுகிறது.

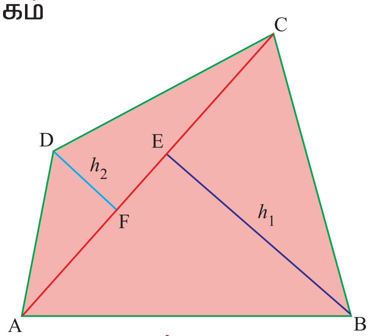


படம் 2.21

கணக்கு

நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் மூலை விட்டம் AC ஐ வரைக. அது நாற்கரத்தை $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle ADC$ என இரண்டாகப் பிரிக்கிறது. பொது அடிப்பக்கம் ACக்குக் குத்துக்கோடு BE மற்றும் DF ஐ வரைக.



படம் 2.22

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு

$= \triangle ABC$ இன் பரப்பளவு $+ \triangle ADC$ இன் பரப்பளவு

$= [\frac{1}{2} \times AC \times h_1] + [\frac{1}{2} \times AC \times h_2]$

$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2)$

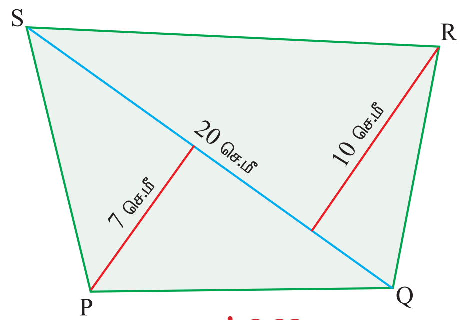
$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

இங்கு d என்பது மூலைவிட்டம் AC-இன் நீளத்தையும், h_1, h_2 என்பது எதிர்பக்கத்திலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளத்தையும் குறிக்கும்.

$\therefore$ நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ **ச. அலகுகள்.**

எடுத்துக்காட்டு 2.12

படத்தில் காட்டியுள்ள நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு காண்க.



படம் 2.23

தீர்வு :

$d = 20$ செ.மீ., $h_1 = 7$ செ.மீ, $h_2 = 10$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$$

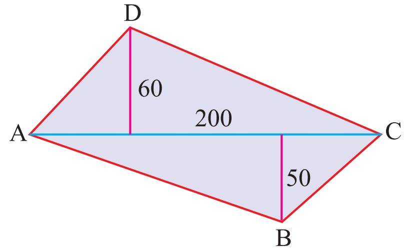
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times (7 + 10) = 10 \times 17$$

$$= 170 \text{ செ.மீ}^2$$

$\therefore$ நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு $= 170$ செ.மீ ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.13

ஒரு வீட்டு மனையானது நாற்கரவடிவில் உள்ளது. அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 200 மீ. நாற்கரத்தின் இரு எதிர் உச்சிகள் மூலைவிட்டத்திலிருந்து 60மீ, 50மீ தொலைவில் உள்ளன எனில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு யாது ?



படம் 2.24

தீர்வு :

$d = 200$ மீ, $h_1 = 50$ மீ, $h_2 = 60$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (50 + 60)$

$= 100 \times 110$

$\therefore$ நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= 11000$ மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 525 ச.மீ. அதன் இரு உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளங்கள் 15மீ, 20மீ எனில் மூலைவிட்டத்தின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு = 525 ச.மீ, $h_1 = 15$ மீ, $h_2 = 20$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இப்பொழுது,

நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = 525 ச.மீ

$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 525$

$\frac{1}{2} \times d \times (15 + 20) = 525$

$\frac{1}{2} \times d \times 35 = 525$

$d = \frac{525 \times 2}{35} = \frac{1050}{35} = 30$ மீ

$\therefore$ மூலைவிட்டத்தின் நீளம் = 30 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.15

400 செ.மீ ^{2} பரப்பளவு கொண்ட நாற்கரம் PQRS இன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் PR = 25 செ.மீ. Q விலிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டின் நீளம் 15 செ.மீ எனில் S லிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

$d = 25$ செ.மீ, $h_1 = 15$ செ.மீ, பரப்பளவு = 400 செ.மீ ^{2} எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு = 400 செ.மீ ^{2}

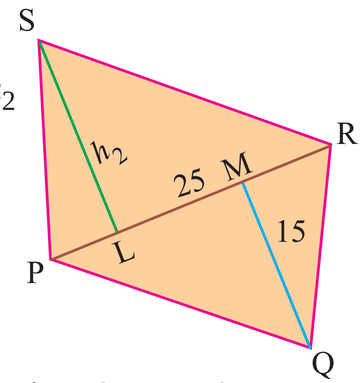
$\frac{1}{2} \times d \times (SL + QM) = 400$ இங்கு $SL = h_1$, $QM = h_2$

$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 400$

$\frac{1}{2} \times 25 \times (15 + h_2) = 400$

$15 + h_2 = \frac{400 \times 2}{25} = 16 \times 2 = 32$

$h_2 = 32 - 15 = 17$



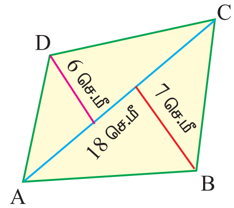
$\therefore$ S இலிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் 17 செ.மீ

படம் 2.25

கணக்கு

பயிற்சி 2.3

1. படத்திலிருந்து, நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவைக் காண்க.



2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மூலைவிட்டம் மற்றும் உயர அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
   (i) $d = 15$ செ.மீ, $h_1 = 5$ செ.மீ, $h_2 = 4$ செ.மீ
   (ii) $d = 10$ செ.மீ, $h_1 = 8.4$ செ.மீ, $h_2 = 6.2$ செ.மீ
   (iii) $d = 7.2$ செ.மீ, $h_1 = 6$ செ.மீ, $h_2 = 8$ செ.மீ
3. ஒரு நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டம் 25 செ.மீ. எதிர் உச்சிகளில் இருந்து மூலைவிட்டத்தின் மேலமைந்த செங்குத்தின் நீளங்கள் 5 செ.மீ, 7 செ.மீ எனில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு யாது ?
4. ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 54 செ.மீ^{2}.அதன் இரு உச்சியிலிருந்து மூலை விட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளங்கள் **4** செ.மீ, **5** செ.மீ எனில் மூலைவிட்டத்தின் நீளமென்ன ?
5. ஒரு வீட்டு மனையானது நாற்கரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 250 மீ. நாற்கரத்தின் இரு எதிர் உச்சிகள் மூலைவிட்டத்திலிருந்து 70 மீ, 80 மீ தொலைவில் உள்ளன. வீட்டு மனையின் பரப்பளவு யாது ?

2.5 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

சதுரம், செவ்வகம், முக்கோணம் ஆகிய சமதள உருவங்களைத் தவிர பல்வேறு சமதள உருவங்களை நம் அன்றாட வாழ்வில் பார்த்திருக்கிறோம். மற்ற சமதள உருவங்களைப் பற்றி உங்களுக்குத் தெரியுமா ?

இணைகரம் என்பது சமதள உருவங்களில் ஒன்றாகும்.

இப்பகுதியில் இணைகரத்தைப் பற்றியும், கீழ்க்கண்டவற்றைப் பற்றியும் விவாதிப்போம்.

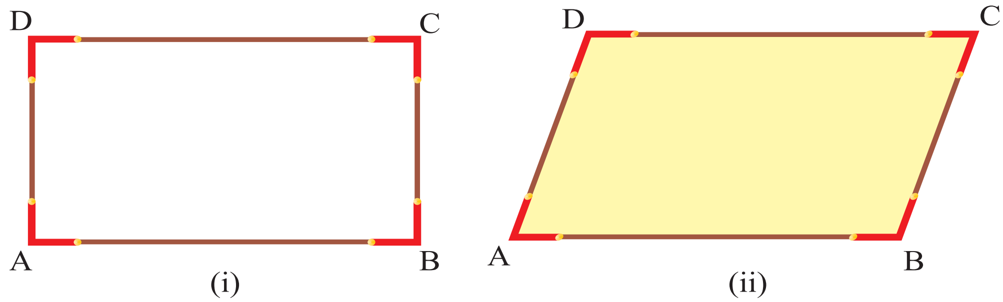
இணைகரம் வடிவிலுள்ள நிலத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு காண்பது ?

இணைகரத்தை அதன் பரப்பளவுக்குச் சமமான செவ்வகமாக மாற்ற முடியுமா ?

இணைகரத்தை அதன் பரப்பளவுக்குச் சமமான இரு முக்கோணங்களாக மாற்ற முடியுமா ?

இணைகரத்தின் வரையறை

நான்கு தென்னங்குச்சிகளை எடுத்துக் கொள்ளவும். அவற்றைச் சைக்கிள் வால்வு டியூப் கொண்டு செவ்வகம் வருமாறு இணைக்கவும் (பார்க்க படம் 2.26 (i))



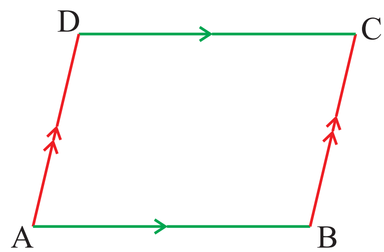
படம் 2.26

அடிப்பக்கம் AB ஐ நிலையாக வைத்துக் கொண்டு D முனையை மெதுவாக வலப்புறம் தள்ள, படம் 2.26 (ii) இல் காட்டிய வடிவத்தைப் பெறலாம்.

இப்போது கீழ்க்கண்டவற்றிற்குப் பதிலளிக்கவும் :

இவ்வடிவம் இணைப் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளதா? ஒன்றுக்கொன்று இணையான பக்கங்கள் எவை?

இங்கு AB யும் DC யும் இணையானவை. மேலும் AD யும் BC யும் இணையானவை. இணை என்பதைக் குறிக்க '||' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது AB || DC மற்றும் AD || BC. (இதை AB க்கு இணை DC மற்றும் AD க்கு இணை BC எனப் படிக்கலாம்).

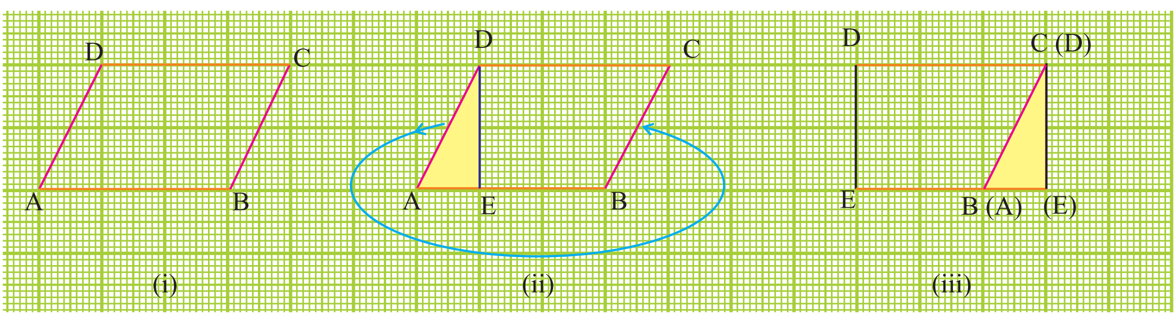


படம் 2.27

ஒரு நாற்கரத்தில், இரு எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருந்தால் அதை இணைகரம் என அழைக்கலாம் (படம் 2.27).

இணைகரத்தின் பரப்பளவு

வரைபடத்தாளில் படம் 2.28 (i) கொடுத்துள்ளபடி இணைகரம் ஒன்றை வரையவும்.



படம் 2.28

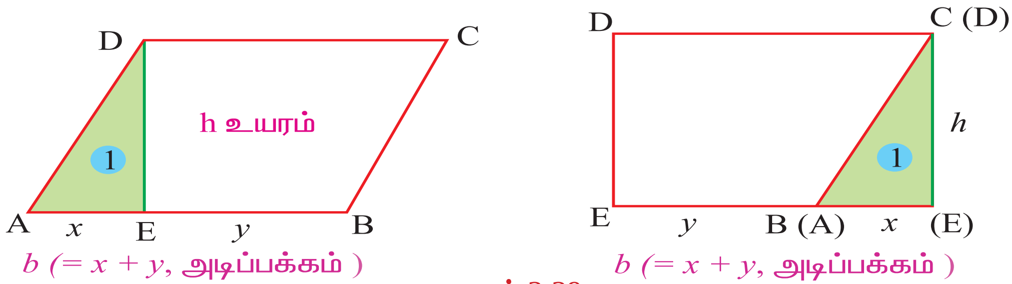
உச்சி D யிலிருந்து அடிப்பக்கம் AB க்கு ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைக. அது AB யில் தொடும் இடத்தை E என்க.

இப்பொழுது, முக்கோணம் AED ஐத் தனியாக வெட்டியெடுத்து அதை மறுபுறத்தில், படம் 2.28 (iii) இல் காட்டியபடி பக்கம் AD மற்றும் பக்கம் BC ஒன்றாகுமாறு சேர்க்கவும்.

என்ன வடிவம் கிடைத்துள்ளது ? செவ்வகமா ?

இணைகரத்தின் பரப்பும் இப்பொழுது கிடைத்துள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பும் சமமா ?

ஆம். இணைகரத்தின் பரப்பு = உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பு



படம் 2.29

உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் நீளம் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கும், செவ்வகத்தின் அகலம் இணைகரத்தின் உயரத்திற்கும் சமமாகும் என்பதை நாம் அறிந்து கொள்ளலாம்.

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

= நீளம் $\times$ அகலம்

= அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்

இங்கு b என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தையும் h என்பது உயரத்தையும் குறிக்கிறது

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பளவு என்பது அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனாகும்.

குறிப்பு: இணைகரத்தின் எந்தப் பக்கத்தையும் அடிப்பக்கமாகக் கருதலாம். எதிர் உச்சியிலிருந்து அப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துத் தொலைவு அதன் உயரம் (குத்துயரம்) ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இணைகரத்தில்

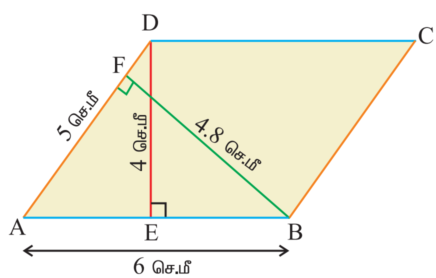
- எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாகும்.
- எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாகும்
- எதிரெதிர்ப் பக்கங்கள் சமமாகும்.
- மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமல்ல
- மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக் கூறிடும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு

(i) **AB**ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(ii) **AD**ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவு காண்க.



படம் 2.30

தீர்வு :

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

(i) ABஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு, இணைகரத்தின் பரப்பளவு

$=$ அடிப்பக்கம் AB $\times$ உயரம் DE

$=$ 6 செமீ $\times$ 4 செமீ $=$ 24 செமீ ^{2}

(ii) ADஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு, இணைகரத்தின் பரப்பளவு

$=$ அடிப்பக்கம் AD $\times$ உயரம் FB

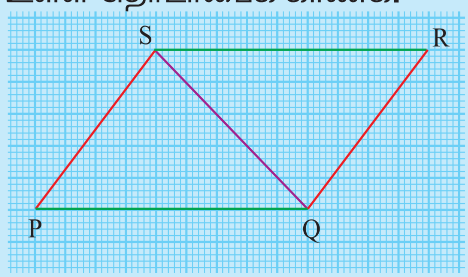
$=$ 5 செ.மீ $\times$ 4.8 செ.மீ $=$ 24 செ.மீ^{2}

குறிப்பு: இங்கு, கொடுக்கப்பட்ட இணைகரத்தில் ABஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவும், ADஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டுகணக்கிடப்பட்டஇணைகரத்தின் பரப்பளவும் சமமாகும்.

$\therefore$ எனவே, இணைகரத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை அடிப்பக்கமாகக் கொண்டும், அதற்கேற்ற உயரத்தைக் கொண்டும் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாம்.

முயன்று பார்

படம் 2.31 ஐக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவுக்கும், முக்கோணத்தின் பரப்பளவுக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காண்க.



படம் 2.31

எடுத்துக்காட்டு 2.17

அடிப்பக்கம் 9 செ.மீ, குத்துயரம் 5 செ.மீ உடைய இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

$b = 9$ செ.மீ, $h = 5$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது

இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 9 \times 5$

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= 45$ செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.18

ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு 480 செ.மீ^{2}, அடிப்பக்கம் 24 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம் என்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு $= 480$ செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் $b = 24$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= 480$

$b \times h = 480$

$24 \times h = 480$

$h = \frac{480}{24} = 20$ செ.மீ

$\therefore$ இணைகரத்தின் குத்துயரம் $= 20$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு 56 செ.மீ ^{2}. அதன் குத்துயரம் 7செ.மீ எனில் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் என்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு = 56 செ.மீ ^{2}, குத்துயரம் h = 7 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = 56

$$b \times h = 56$$

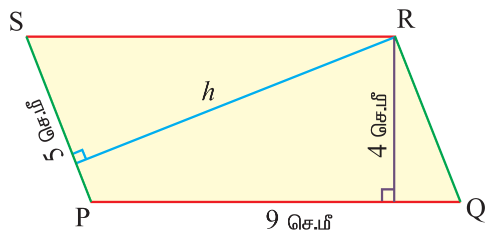
$$b \times 7 = 56$$

$$b = \frac{56}{7} = 8 \text{ செ.மீ.}$$

$\therefore$ இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் = 8 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.20

PQRS என்ற இணைகரத்தில், இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் 9 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ. அடிப்பக்கம் PQ வைப் பொறுத்து அதன் குத்துயரம் 4 செ.மீ (படத்தைப் பார்க்க) எனில்



படம் 2.32

(i) இணைகரத்தின் பரப்பளவு யாது ?

(ii) அடிப்பக்கம் PS ஐப் பொறுத்து அதன் குத்துயரம் காண்க.

தீர்வு :

(i) இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 9 \times 4$

$= 36$ செ.மீ ^{2}

(ii) அடிப்பக்கம் PS (b) = 5 செ.மீ, எனில்,

பரப்பளவு = 36

$$b \times h = 36$$

$$5 \times h = 36$$

$$h = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ செ.மீ.}$$

$\therefore$ அடிப்பக்கம் PS ஐப் பொறுத்து குத்துயரம் 7.2 செ.மீ.

சிந்தித்து விவாதிக்க:

- சுற்றளவு சமமாக உள்ளவாறு பல்வேறு இணைகரங்களை வரையவும்.
- அந்த இணைகரங்கள் அனைத்தும் ஒரே பரப்பளவைக் கொண்டிருக்குமா ?

பயிற்சி 2.4

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) பரப்பளவு 300 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் 15 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம்

(A) 10 செ.மீ (B) 15 செ.மீ (C) 20 செ.மீ (D) 30 செ.மீ

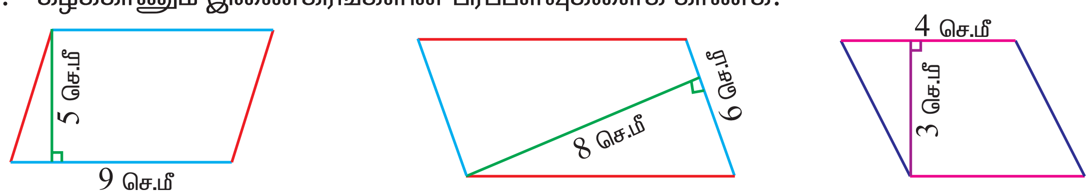
ii) பரப்பளவு 800 செ.மீ ^{2}, குத்துயரம் 20 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம்

(A) 20 செ.மீ (B) 30 செ.மீ (C) 40 செ.மீ (D) 50 செ.மீ

iii) அடிப்பக்கம் 20 செ.மீ, குத்துயரம் 30 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவு

(A) 300 செ.மீ ^{2} (B) 400 செ.மீ ^{2} (C) 500 செ.மீ ^{2} (D) 600 செ.மீ ^{2}

2. கீழ்க்காணும் இணைகரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க:



(i) (ii) (iii)

3. இணைகரங்களின் அடிப்பக்கமும், குத்துயரமும் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க :

(i) b = 14 செ.மீ, h = 18 செ.மீ

(ii) b = 15 செ.மீ, h = 12 செ.மீ

(iii) b = 23 செ.மீ, h = 10.5 செ.மீ

(iv) b = 8.3 செ.மீ, h = 7 செ.மீ

4. ஒரு இணைகரத்தின் அடிப்பக்கமும், அதற்கேற்ற குத்துயரமும் முறையே 14 செ.மீ, 8 செ.மீ எனில் இணைகரத்தின் பரப்புளவு யாது ?

5. ஒரு விளையாட்டுத்திடல் இணைகரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் அடிப்பக்கம் 324 மீ மற்றும் குத்துயரம் 75 மீ எனில் விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவு என்ன ?

6. பரப்பளவு 324 ச.செ.மீ, அடிப்பக்கம் 27 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம் காண்க.

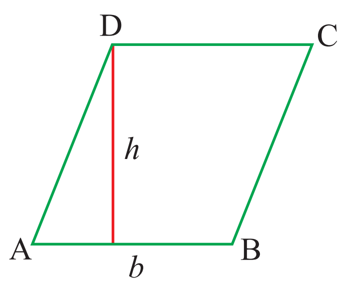
2.6 சாய்சதுரம்

அனைத்துப் பக்கங்களும் சமமாக இருக்கும் ஓர் இணைகரம் சாய்சதுரம் எனப்படும்.

சாய் சதுரத்தின் அடிப்பக்கம் b அலகு என்றும், அதற்கேற்ற குத்துயரம் h அலகு என்றும் கொள்வோம்.

சாய் சதுரம் ஓர் இணைகரம் என்பதால் இணைகரத்திற்குப் பயன்படுத்திய அதே சூத்திரத்தை இதற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

$\therefore$ சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $b \times h$ ச. அலகுகள்



படம் 2.33

கணக்கு

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

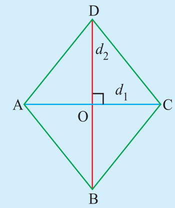
சாய்சதுரத்தில்,

(i) எல்லாப் பக்கங்களும் சமம்

(ii) எதிரெதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாகும்.

(iii) சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் அந்த சாய் சதுரத்தை இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்

(iv) சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடும்.



சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவை மூலை விட்டங்கள் அடிப்படையில் காணல்:

சாய் சதுரம் ABCD யில், AB || DC மற்றும் BC || AD

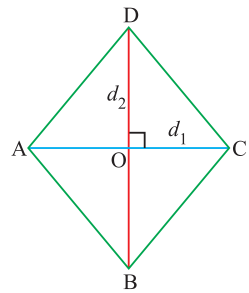
மேலும், AB = BC = CD = DA

மூலைவிட்டங்கள் d_1 (AC) மற்றும் d_2 (BD) என்க.

சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடுவதால்

$AC \perp BD$ மற்றும் $BD \perp AC$

சாய் சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு



படம் 2.34

$= \Delta$ ABC யின் பரப்பளவு + ΔADC யின் பரப்பளவு

$$= \left[\frac{1}{2} \times AC \times OB\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times OD\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}[d_1 \times d_2]$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times$ (மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற்பலன்) ச. அலகுகள்

சிந்திக்க மற்றும் விவாதிக்க

சதுரம் ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும். ஆனால் சாய்சதுரம் ஒரு சதுரம் அன்று.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

அடிப்பக்க அளவு 15 செ.மீ, குத்துயரம் 10 செ.மீ கொண்ட சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

அடிப்பக்கம் = 15 செ.மீ, குத்துயரம் = 10 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = அடிப்பக்கம் $\times$ குத்துயரம்

= 15 செ.மீ $\times$ 10 செ.மீ

$\therefore$ சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = 150 செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.22

ஒரு பூந்தோட்டம் சாய்சதுரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் மூலைவிட்டங்கள் 18 மீ, 25 மீ. பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

$d_1 = 18$ மீ, $d_2 = 25$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 25$

$\therefore$ பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு $= 225$ மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.23

சாய் சதுரம் ஒன்றின் பரப்பளவு 150 ச.செ.மீ. அதன் ஒரு மூலைவிட்டம் 20 செ.மீ. மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

பரப்பளவு = 150 ச.செ.மீ, ஒரு மூலைவிட்டம் $d_1 = 20$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= 150$

$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 150$

$\frac{1}{2} \times 20 \times d_2 = 150$

$10 \times d_2 = 150$

$d_2 = 15$ செ.மீ

$\therefore$ மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் அளவு = 15 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.24

ஒரு வயலானது சாய்சதுர வடிவில் உள்ளது. வயலின் மூலைவிட்ட அளவுகள் 50மீ, 60மீ. அந்த வயலைச் சமன்செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹2 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

$d_1 = 50$ மீ, $d_2 = 60$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

வயலின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 60$ ச.மீ

$= 1500$ ச.மீ

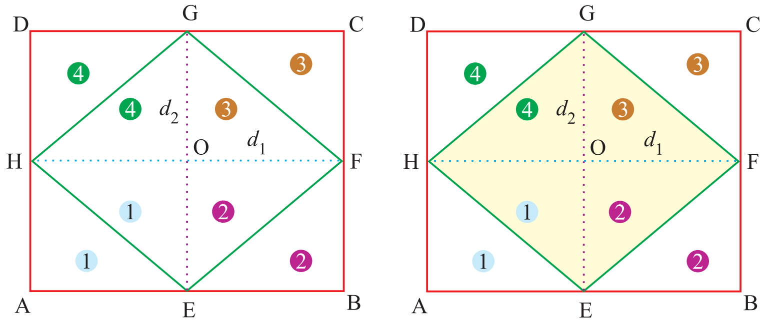
1 ச.மீ சமன்செய்ய ஆகும் செலவு = ₹2

$\therefore$ 1500 ச.மீ சமன் செய்ய ஆகும் செலவு = ₹2 × 1500

= ₹3000

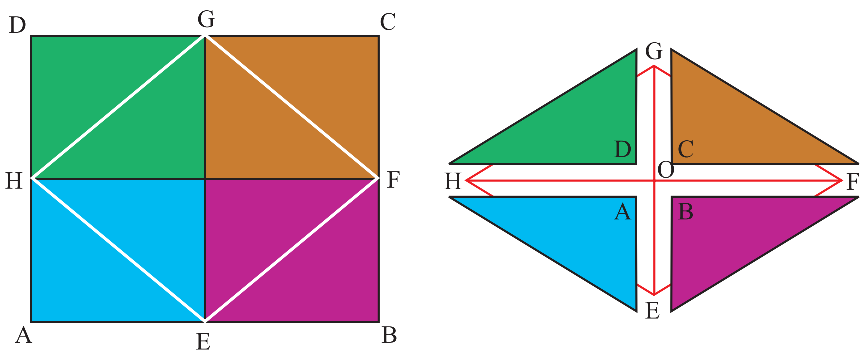
முயன்று பார்

ஒரு செவ்வகவடிவத் தாளினை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதன் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் கண்டு படம் 2.35 இல் காட்டியபடி சேர்க்கவும்



படம் 2.35

நிழலிட்ட பகுதி EFGH ஒரு சாய்சதுரமாகும். மிதமாக நிழலிடப்பட்ட முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து சாய்சதுரம் வருமாறு ஒன்று சேர்க்கவும். இப்பொழுது உருவாக்கிய சாய்சதுரமும், முன்பு கிடைத்த சாய்சதுரம் EFGH ம் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதைக் காணலாம். (படம் 2.36 பார்க்க)



படம் 2.36

$\therefore$ செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = இரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ [செவ்வகத்தின் பரப்பளவு] = $\frac{1}{2}[AB \times BC]$

$= \frac{1}{2}[HF \times EG]$ [படம் 2.35]

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ ச. அலகுகள்.

பயிற்சி 2.5

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

(A) $d_1 \times d_2$ (B) $\frac{3}{4}(d_1 \times d_2)$ (C) $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ (D) $\frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$

ii) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று எந்த கோணத்தில் இருசமக்கூறிடும்

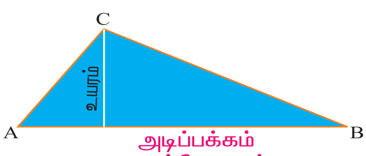
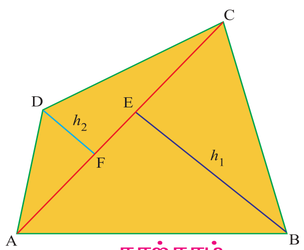
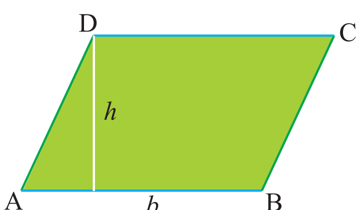
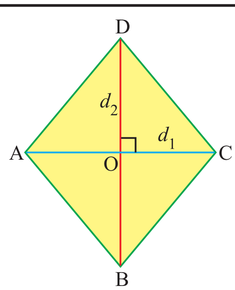
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

iii) மூலை விட்டங்கள் 10 செ.மீ, 12 செ.மீ கொண்ட ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

(A) 30 செ.மீ ^{2} (B) 60 செ.மீ ^{2} (C) 120 செ.மீ ^{2} (D) 240 செ.மீ ^{2}

2. ஒரு சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்ட அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.
   i) 15 செ.மீ, 12 செ.மீ ii) 13 செ.மீ, 18.2 செ.மீ
   iii) 74 செ.மீ, 14.5 செ.மீ iv) 20 செ.மீ, 12 செ.மீ
3. ஒரு சாய்சதுரத்தின் ஒரு பக்க அளவு 8 செ.மீ, குத்துயரம் 12 செ.மீ. சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.
4. சாய்சதுரம் ஒன்றின் பரப்பளவு 4000 ச.மீ. அதன் ஒரு மூலைவிட்டம் 100 மீ. மற்றொரு மூலை விட்டத்தின் அளவு காண்க.
5. ஒரு வயல் சாய்சதுர வடிவில் உள்ளது. அதன் மூலைவிட்ட அளவுகள் 70 மீ , 80 மீ. அந்த வயலைச் சமன் செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹3 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

நினைவில் கொள்க!

படம்	பரப்பளவு	சூத்திரம்
 முக்கோணம்	$\frac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்	$\frac{1}{2} \times b \times h$ ச. அலகுகள்
 நாற்கரம்	$\frac{1}{2}$ × மூலைவிட்டம் × (எதிர்ப்பக்கத்திலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து தூரங்களின் கூடுதல்)	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்
 இணைகரம்	அடிப்பக்கம் × அதற்கேற்ற குத்துயரம்	bh ச. அலகுகள்
 சாய்சதுரம்	$\frac{1}{2}$ × மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற் பலன்	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச. அலகுகள்

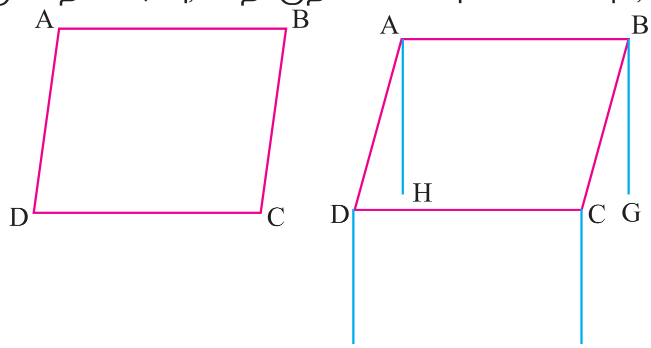
3 வடிவியல்

3.1 இணைகோடுகள்

மேசையைப் பார்க்க.

மேசையின்மேற்பகுதி ABCD ஒரு சமதளப்பரப்பு, மேற்பகுதியில் சில புள்ளிகளையும், கோட்டுத்துண்டுகளையும் காணமுடிகிறதா ? ஆம்.

AB, BC என்ற கோட்டுத்துண்டுகள் B என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன எந்தக் கோட்டுத் துண்டுகள் A, C மற்றும் D இல் வெட்டுகின்றன? கோட்டுத்துண்டுகள் AD, CD வெட்டிக்கொள்கின்றனவா? கோட்டுத்துண்டுகள் AB, BC வெட்டிக்கொள்கின்றனவா ?



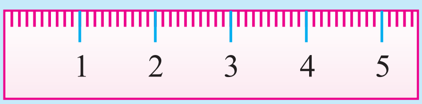
படம் 3.1

கோட்டுத்துண்டுகள் AB, CD யை எவ்வளவு தூரம் நீட்டினாலும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளாமல் இருந்தால் அக்கோடுகள் இணைக்கோடுகள் ஆகும். AD, BC என்பன மற்றொரு சோடி இணைகோடுகள்.

AB, CD என்பன இரு இணை கோடுகள் எனில் நாம் இவற்றை AB || CD என எழுதலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

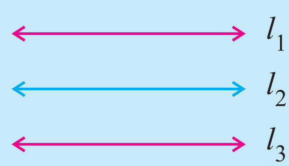
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை இணைகோடுகளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள்



அளவுகோலின் விளிம்புகள் இணையானது.


சன்னலின் குறுக்குக் கம்பிகள் இணையானவை.

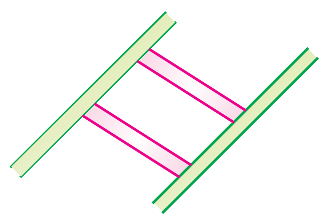
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



l_1, l_2 என்பன l_3 க்கு இணையானது

இரு நேர்க்கோடுகள் இணைக்கோடுகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று எந்தப்புள்ளியிலும் வெட்டிக் கொள்ளாது.

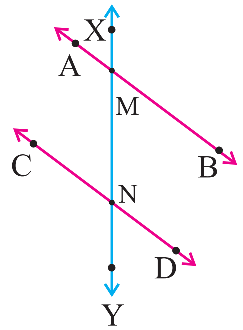
கொடுத்துள்ளபடம் 3.2 இல் இரு இணைகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட செங்குத்து தூரம் எல்லா இடங்களிலும் சமமாக இருக்கும்.


படம் 3.2

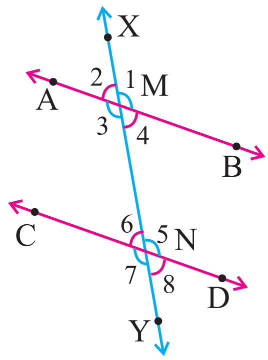
குறுக்கு வெட்டி

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் நேர்க்கோடு குறுக்கு வெட்டி என்று கூறப்படுகிறது. கொடுத்துள்ள கோடுகள் இணை கோடுகளாகவும் இருக்கலாம். இணைகோடுகளாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்.

குறுக்கு வெட்டியால் ஏற்படும் கோணங்களின் பெயர்கள்.



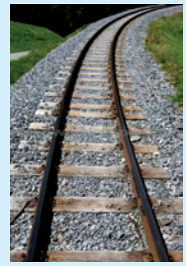
(i)



(ii)

படம் 3.3

உங்களுக்குத் தெரியுமா?



மேலே உள்ள படம் குறுக்கு வெட்டிக்கான ஒரு கருத்தை தருகிறது. நீங்கள் ஒரு சாலை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சாலைகளையும், இரயில் வேக்கோடு (தொடர்வண்டியின் பாதை) பல கோடுகளையும் வெட்டுவதைப் பார்த்திருப்பீர்கள்.

படம் 3.3 (i) -இல் AB, CD என்ற ஒரு சோடி கோடுகள் XY என்ற குறுக்குவெட்டியால் வெட்டும்போது இரு கோடுகள் M மற்றும் N என்ற புள்ளியில் முறையே வெட்டுகிறது. M மற்றும் N என்ற புள்ளிகளை வெட்டும் புள்ளிகள் என்கிறோம்.

படம் 3.3 (ii)-இல் ஒரு குறுக்குவெட்டி இருகோடுகளை வெட்டும் போது 1 இலிருந்து 8 வரை குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்கள் சிறப்புப் பெயர்களைக் கொண்டுள்ளன. நாம் அக்கோணங்களை இங்குக் காணலாம்.

1. உட்கோணங்கள்

படம் 3.3 (ii)-இல் எல்லாக் கோணங்களும் MN என்ற கோட்டுத்துண்டை ஒரு கையாக வைத்துள்ளன. உட்கோணங்கள் எனக் கூறப்படுபவை AB மற்றும் CD க்கு இடையில் அமைந்துள்ள கோணம் ஆகும். படம் 3.3 (ii) -இல் $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$ என்பன உட்கோணங்கள்.

2. ஒன்று விட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள்

ஒரு குறுக்குவெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது நான்கு உட்கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அந்த உட்கோணங்களில் குறுக்குவெட்டியின் எதிர்பக்கங்களில் அமைந்த தனித்தனியான நேரியல் கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள் ஆகும்.

படம் 3.3 (ii) -இல் $\angle 3$ மற்றும் $\angle 5$, $\angle 4$ மற்றும் $\angle 6$ என்பன ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள்.

3. வெளிக்கோணங்கள்

MN என்ற கோட்டுத்துண்டை ஒரு கையாகக் கொள்ளாமல் உள்ள எல்லா கோணங்களும் வெளிக்கோணங்கள் எனப்படும். $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$ என்பன படம் 3.3 (ii) இல் வெளிக்கோணங்கள் ஆகும்.

4. ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் வெளிக்கோணங்கள்

ஒரு குறுக்கு வெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது நான்கு வெளிக்கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அந்த வெளிக்கோணங்கள் குறுக்குவெட்டியின் எதிர்பக்கங்களில் அமைந்த தனித்தனியான நேரியல் கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் வெளிக் கோணங்கள் ஆகும்.

படம். 3.3 (ii), $\angle 1$ மற்றும் $\angle 7$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 8$ என்பன ஒன்று விட்ட வெளிக்கோணங்கள்.

5. ஒத்த கோணங்கள்

ஒரு சோடி கோணங்கள் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரு பக்கத்தில் ஒரு வெளிக்கோணத்தையும் ஒரு உட்கோணத்தையும் ஏற்படுத்தி, ஆனால் இரண்டு கோணங்களும் சேர்ந்து நேர்க்கோணத்தை ஏற்படுத்தாமல் இருக்கும் கோணங்கள் ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.

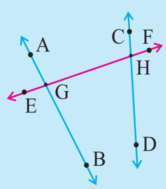
படம் 3.3 (ii) -இல் ஒத்த கோணங்களின் சோடிகள் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 5$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 6$, $\angle 3$ மற்றும் $\angle 7$, $\angle 4$ மற்றும் $\angle 8$ என்பன.

$\angle 6$ மற்றும் $\angle 7$ என்பன குறுக்குவெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் இருப்பினும் $\angle 6$. என்பது உட்கோணம் ஆனால் $\angle 7$ என்பது வெளிக்கோணம் $\angle 6$ மற்றும் $\angle 7$ என்பன ஒத்தக்கோணங்கள் இல்லை ஏனெனில் அக்கோணங்கள் சேர்ந்து நேரியல் கோணங்களை ஏற்படுத்தியுள்ளன என்பதைக் கவனிக்க. இப்பொழுது நாம் கோணங்களை அட்டவணைப் படுத்துவோம்.

அ	உட்கோணங்கள்	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
ஆ	வெளிக்கோணங்கள்	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
இ	இரண்டு சோடி ஒத்தக்கோணங்கள்	$\angle 1$ மற்றும் $\angle 5$; $\angle 2$ மற்றும் $\angle 6$ $\angle 3$ மற்றும் $\angle 7$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 8$
ஈ	ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்	$\angle 3$ மற்றும் $\angle 5$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 6$
உ	ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட வெளிக்கோணங்கள்	$\angle 1$ மற்றும் $\angle 7$; $\angle 2$ மற்றும் $\angle 8$
ஊ	உட்கோணச் சோடிகள் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்.	$\angle 3$ மற்றும் $\angle 6$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 5$

முயன்று பார்

கீழே உள்ள கோணங்களின் பெயர்களை எழுதுக.



அ) இரண்டு உட்கோணங்கள்

____

ஆ) இரண்டு வெளிக்கோணங்கள்

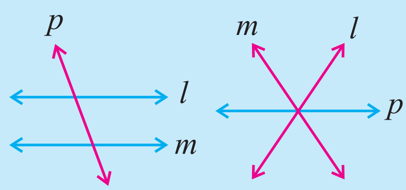
____

இ) ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்

____

ஈ) ஒரு சோடி ஒத்தக் கோணங்கள்

____



(i) (ii)

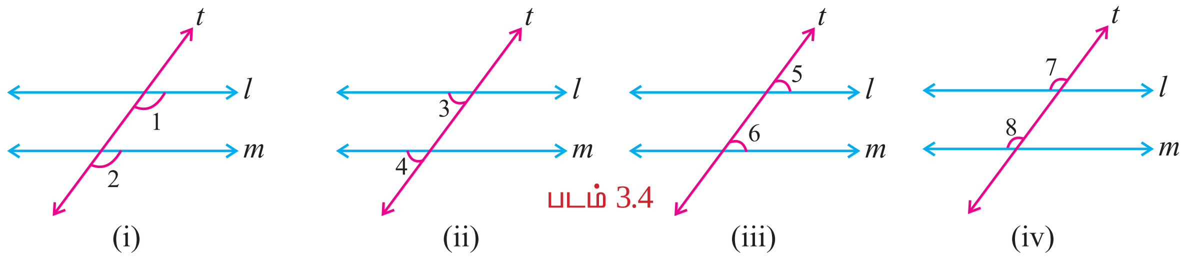
படம் (i) இல் 'l', 'm' என்ற நேர்கோடுகளின் குறுக்கு வெட்டி p. படம் (ii) இல் 'l', 'm' கோடுகள் p-ல் வெட்டினாலும், p என்பது குறுக்கு வெட்டி அல்ல ஏனென்று உங்களால் சொல்லமுடியுமா ?

ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டும்போது இணைகோடுகளின் பண்புகள்

செயல்பாடு 7:

ஒரு வெள்ளைத்தாளை எடுத்துக் கொள்க. 'l' மற்றும் 'm' என்ற கோடுகளைத் தடித்த வண்ணத்தால் வரைக. 't' என்ற குறுக்கு வெட்டியை 'l' மற்றும் 'm' என்ற கோட்டிற்கு வரைக.

$\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ என்பதைப் படம் 3.4(i) இல் உள்ளவாறு குறிக்க .



படம் 3.4

வரைந்த படத்தின் மீது ஒளிபுகும்தாளை வைக்கவும் 'l', 'm' மற்றும் 't' என்ற கோடுகளை தெளிவாக வரையவும். ஒளிபுகும்தாளை 'l' 'm' ஐ உடன் பொருந்துமாறு 't' வழியாக நகர்த்தவும் 'l' 'm'.

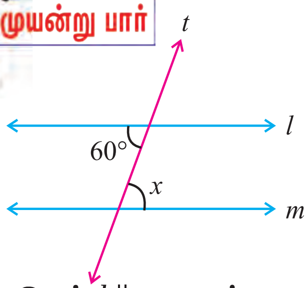
எடுத்த படத்தில் உள்ள $\angle 1$ வரைந்த படத்தில் உள்ள $\angle 2$ உடன் பொருந்தியிருப்பதைக் காணலாம். அதே மாதிரி கீழே உள்ள விளைவுகளை இதே முறையில் வரைந்து நகர்த்தும் செயல் முறையில் அறியலாம்.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

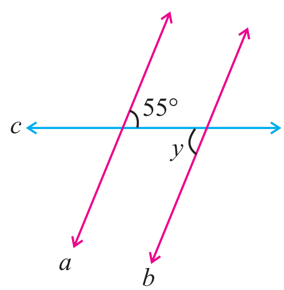
இதிலிருந்து நீங்கள் இரு இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும் போது உண்டாகும்.

(அ) இரண்டு சோடி ஒத்த கோணங்கள் சமம்
(ஆ) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்
(இ) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்களின் கூடுதல் மிகை நிரப்புக் கோணம் ஆகும். (அதாவது 180^{0})

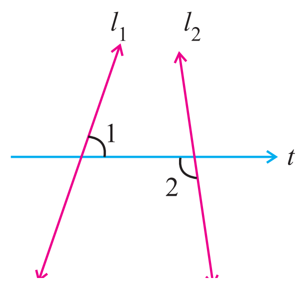
இணைகோடுகளை வெட்டுமாறு ஒரு குறுக்கு வெட்டி வரைக. மேற்கூறிய மூன்று கூற்றுகளைக், கோணங்களின் அளவுகளை அளந்து சரிபார்க்கவும்.



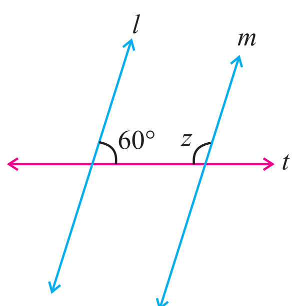
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle x = ?$



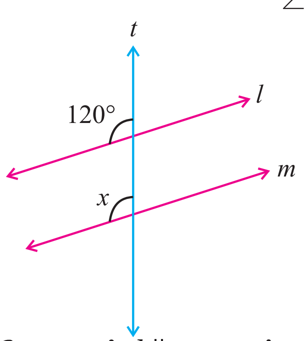
கோடுகள் $a \parallel b$, c என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle y = ?$



l_1, l_2 இரு கோடுகள் t என்பது குறுக்குவெட்டி $\angle 1 = \angle 2$ ஆக இருக்கிறதா?



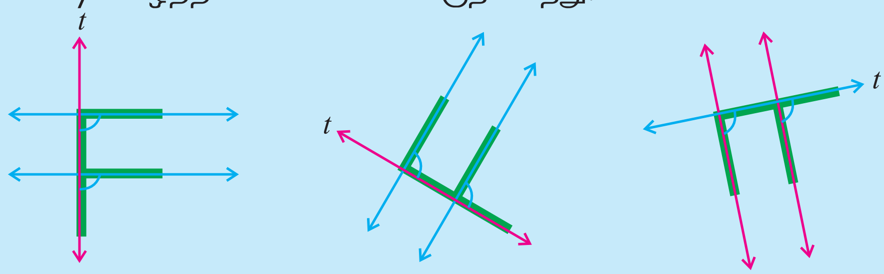
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle z = ?$



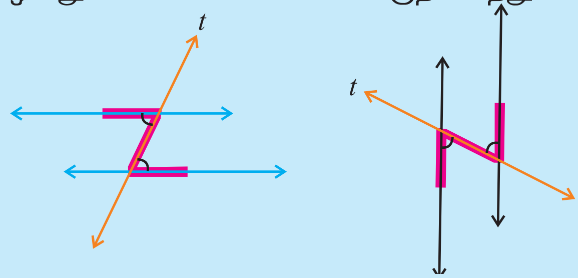
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle x = ?$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

F - வடிவம் ஒத்த கோணங்களைக் குறிக்கிறது.



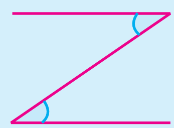
Z - வடிவம் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைக் குறிக்கிறது.



முயன்று பார்

ஒரு தாளில் ஒரு சோடி இணைகோடுகள் வருமாறு மடிக்கவும். மறுபடியும் காகிதத்தில் குறுக்கு வெட்டி வருமாறு மடிக்கவும். பிறகு மடித்த பக்கங்களின் விளிம்புகளைத் தேய்த்து பிறகு பிரிக்கவும். நீங்கள் ஒரு சோடி இணைகோடுகளையும் குறுக்கு வெட்டியையும் காணலாம். கோணங்களின் அளவுகளை அளந்து இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டுவதால் உண்டாகும் பண்புகளை சரிபார்க்கவும்.

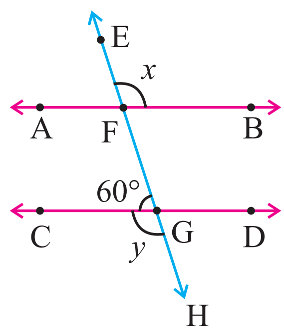
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



இணை கோடுகளா என சரிபார்க்க. Z என்ற எழுத்தைப் பார்க்கவும். கோணங்கள் சமம் என்பதால் கிடைக்கோடுகள் இணையானவை.

எடுத்துக்காட்டு3.1

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle CGH$ மற்றும் $\angle BFE$ காண்க.



தீர்வு :

படத்தில் AB || CD, EH என்பது குறுக்கு வெட்டி

$\angle FGC = 60°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$y = \angle CGH = 180° - \angle FGC$

($\angle CGH$ and $\angle FGC$ என்பன ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$= 180° - 60° = 120°$

$\angle FGC = \angle EFA = 60°$ ($\angle EFA$ மற்றும் $\angle FGC$ என்பன ஒத்த கோணங்கள்)

$\angle EFA + \angle BFE = 180^\circ$ (ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$60^\circ + x = 180^\circ$

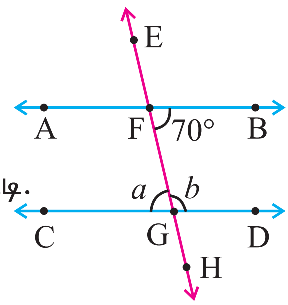
$x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore\ x = \angle BFE = 120^\circ$

$y = \angle CGH = 120^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 3.2

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle CGF$ மற்றும் $\angle DGF$ காண்க



தீர்வு :

கொடுத்துள்ள படத்தில் AB || CD, EH என்பது குறுக்கு வெட்டி.

$\angle GFB = 70^\circ$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle FGC = a = 70^\circ$ ($\angle GFB$ மற்றும் $\angle CGF$ என்பன ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள்)

$\angle CGF + \angle DGF = 180^\circ$ (ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$a + b = 180^\circ$

$70 + b = 180^\circ$

$b = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

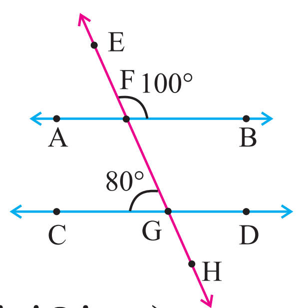
$\angle CGF = a = 70^\circ$

$\angle DGF = b = 110^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 3.3

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle BFE = 100^\circ$, $\angle CGF = 80^\circ$ எனில்

i) $\angle EFA$, ii) $\angle DGF$, iii) $\angle GFB$, iv) $\angle AFG$, v) $\angle HGD$ என்பனவற்றை காண்க



தீர்வு :

$\angle BFE = 100^\circ$ மற்றும் $\angle CGF = 80^\circ$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

i) $\angle EFA = \angle CGF = 80^\circ$ (ஒத்தகோணங்கள்)

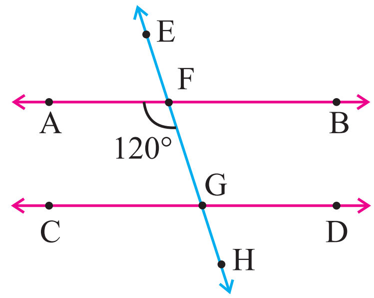
ii) $\angle DGF = \angle BFE = 100^\circ$ (ஒத்தகோணங்கள்)

iii) $\angle GFB = \angle CGF = 80^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள்)

iv) $\angle AFG = \angle BFE = 100^\circ$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

v) $\angle HGD = \angle CGF = 80^\circ$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு 3.4



படத்தில், AB || CD, $\angle AFG = 120°$ எனில்

(i) $\angle DGF$

(ii) $\angle GFB$

(iii) $\angle CGF$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :

கொடுத்துள்ள படத்தில் AB || CD மற்றும் EH என்பது குறுக்குவெட்டி

(i) $\angle AFG = 120°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle DGF = \angle AFG = 120°$ (ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம்)

$\therefore \quad DGF = 120°$

(ii) $\angle AFG + \angle GFB = 180°$ (ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$120° + \angle GFB = 180°$

$\angle GFB = 180° - 120°$

$= 60°$

$\therefore \angle GFB = 60°$

(iii) $\angle AFG + \angle CGF = 180°$

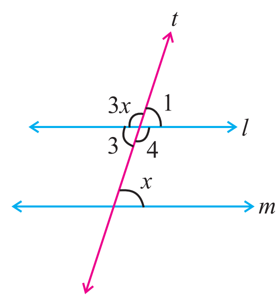
$120° + \angle CGF = 180°$ (ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$\angle CGF = 180° - 120°$

$= 60°$

$\therefore \angle CGF = 60°$

எடுத்துக்காட்டு 3.5



படத்தில் $l \parallel m$ எனில் x இன் அளவைக் காண்க

தீர்வு :

படத்தில் $l \parallel m$

$\angle 3 = x$ (ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம்)

$3x + x = 180°$ (ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$4x = 180°$

$x = \frac{180^0}{4} = 45°$

பயிற்சி 3.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க

i) ஒரு குறுக்கு வெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது ஏற்படும் கோணங்களின் எண்ணிக்கை.

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

ii) ஒரு குறுக்கு வெட்டி ஏதேனும் இரு கோடுகளை வெட்டும்போது அந்த இரு கோடுகள்

(A) இணையானவை (B) இணையற்றவை

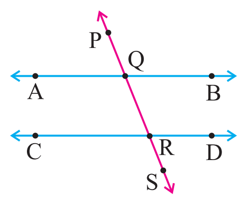
(C) இணையாக அல்லது இணையற்றவையாக இருக்கலாம்

(D) செங்குத்தானவை

iii) இரு இணை கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும்போது குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல்.

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360°

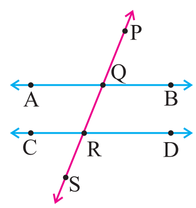
iv) கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle BQR$ $\angle QRC$ என்பன



(A) குத்தெதிர் கோணங்கள் (B) வெளிக்கோணங்கள்

(C) ஒன்றுவிட்ட உட் கோணங்கள் (D) ஒத்த கோணங்கள்

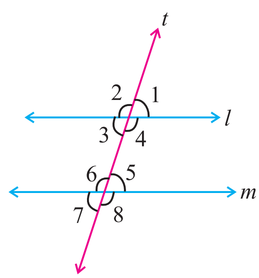
v) கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle SRD = 110°$ எனில் $\angle BQP$ இன் மதிப்பு



(A) 110° (B) 100°

(C) 80° (D) 70°

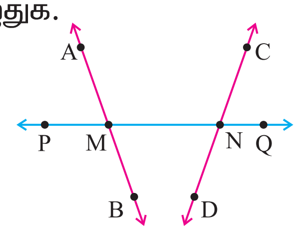
2. கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து கீழே கொடுத்துள்ள கூற்றுகளுக்குச் சரியான பண்பை எழுதுக.



(i) $l \parallel m$ எனில் $\angle 1 = \angle 5$. (ii) $\angle 4 = \angle 6$ எனில் $l \parallel m$.

(iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ எனில் $l \parallel m$.

3. படத்திலிருந்து தேவையான கோணங்களின் பெயர்களை எழுதுக.



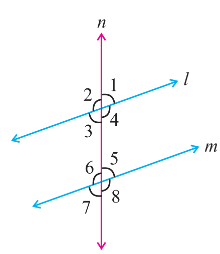
(i) $\angle AMN$ இன் குத்தெதிர் கோணம்

(ii) $\angle CNQ$ இன் ஒன்று விட்ட கோணம்

(iii) $\angle BMP$ இன் ஒத்த கோணம்

(iv) $\angle BMN$ இன் ஒத்த கோணம்

4. கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.



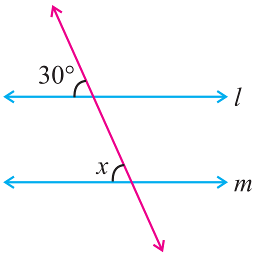
(i) இரண்டு சோடி ஒத்தக் கோணங்கள்

(ii) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்.

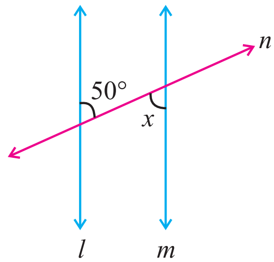
(iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்

(iv) குத்தெதிர் கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க.

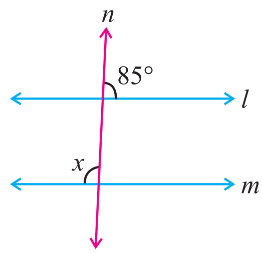
5. பின் வரும் படங்களில் $l \parallel m$ எனில் x இன் அளவைக் காண்க



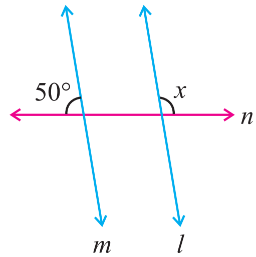
(i)



(ii)

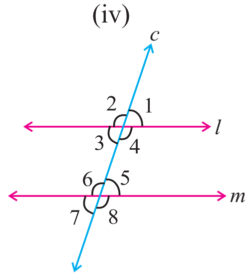


(iii)

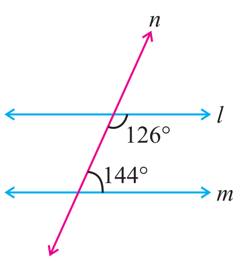


(iv)

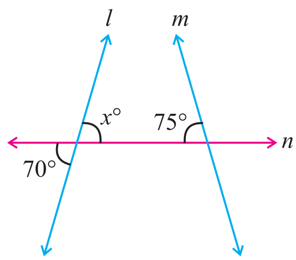
6. $l \parallel m$ மற்றும் $\angle 1 = 70^\circ$ எனில் $\angle 2,\ \angle 3,\ \angle 4,\ \angle 5,\ \angle 6,\ \angle 7$ மற்றும் $\angle 8$ ன் அளவுகளைக் காண்க



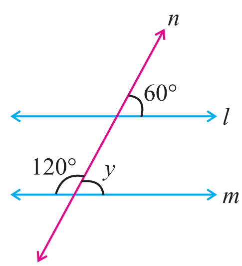
7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட படங்களிலிருந்து $l \parallel m$ என்பது சரியா ? காரணம் தருக.



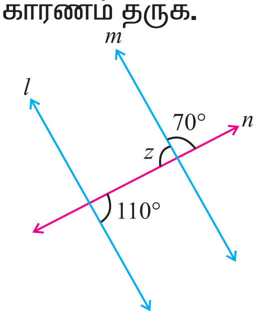
(i)



(ii)

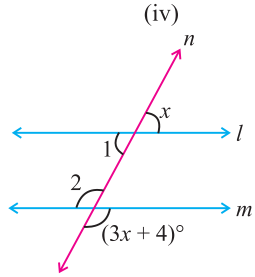


(iii)



(iv)

8. படத்தில் $l \parallel m$ எனில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ இன் அளவுகளைக் காண்க.



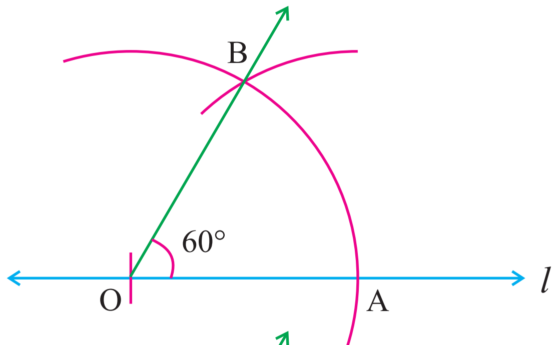
நினைவில் கொள்க!

1. இரு நேர்கோடுகள் இணைகோடுகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று எந்தப்புள்ளிகளிலும் வெட்டிக் கொள்ளாது.
2. இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் நேர்கோடு குறுக்குவெட்டி எனப்படுகிறது.
3. இரு இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும்போது உண்டாகும்,
   (அ) இரு சோடி ஒத்த கோணங்கள் சமம்.
   (ஆ) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்.
   (இ) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் மிகைநிரப்புக்கோணங்கள்.

4 செய்முறை வடிவியல்

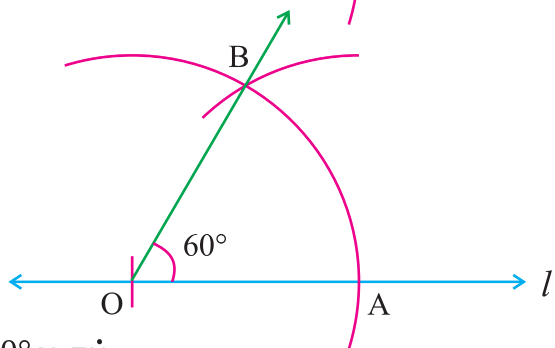
4.1 அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி 60°, 30°, 120°, 90° கோணங்களை அமைத்தல் :

(i) 60° கோணம் அமைத்தல் :



படி 1 : நேர்கோடு 'l' ஐ வரைந்து அதன் மீது 'O' என்ற புள்ளியைக் குறி.

படி 2 : 'O' ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில், நேர்கோட்டை Aல் வெட்டுமாறு வரைக.

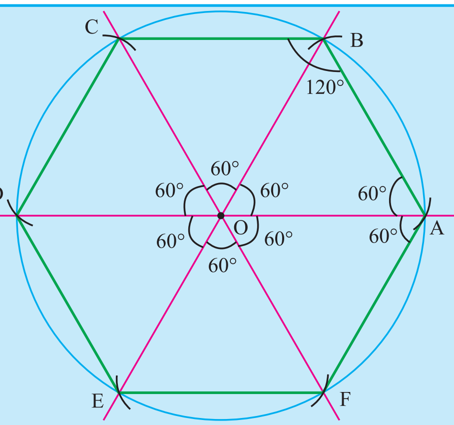


படி 3 : 'A' ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் முந்தைய வட்டவில்லை Bல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 4 : OB ஐச் சேர்க்க. ∠AOB = 60°ஆகும்.

முயன்று பார்

'O'ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி 'A'ஐக் குறி. 'A'ஐ மையமாகவும் OAஐ ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டவில் வரைக. அது வட்டத்தை 'B'ல் வெட்டுகிறது. 'B'ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் வட்டத்தை 'C'ல் வெட்டுமாறு வரைக. இவ்வாறாக வட்டவிற்கள் தொடர்ந்து வரைக. கடைசி வட்டவில் புள்ளி 'A' ன் வழியாகச் செல்கிறது. இவ்வாறான புள்ளிகள் A, B, C, D, E மற்றும் F அனைத்தையும் வரிசையாகச் சேர்க்க. ABCDEF ஒரு ஒழுங்கு அறுகோணம் ஆகும். மேற்காண் படத்திலிருந்து நாம் அறிவது,



(i) வட்டப்பரிதியானது மையத்தில் 60° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் சம நீளமுள்ள ஆறு வட்ட விற்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. எந்த ஒரு வட்டத்திலும் ஆரத்திற்குச் சமமான நாண் மையத்தில் 60° கோணத்தை உண்டாக்கும்.

(ii) ஒரு புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள மொத்த கோணம் 360°.

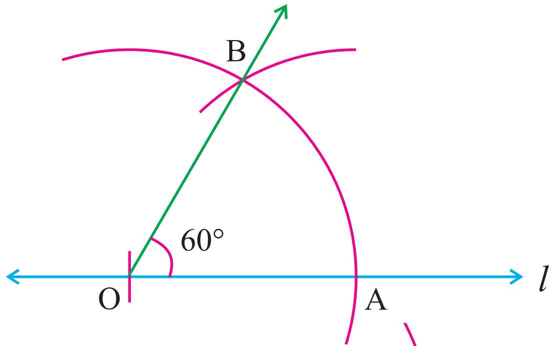
(iii) ஒழுங்கு அறுகோணமானது ஆறு சமபக்க முக்கோணங்களை உள்ளடக்கியுள்ளது.

(ii) 30° கோணம் அமைத்தல் :

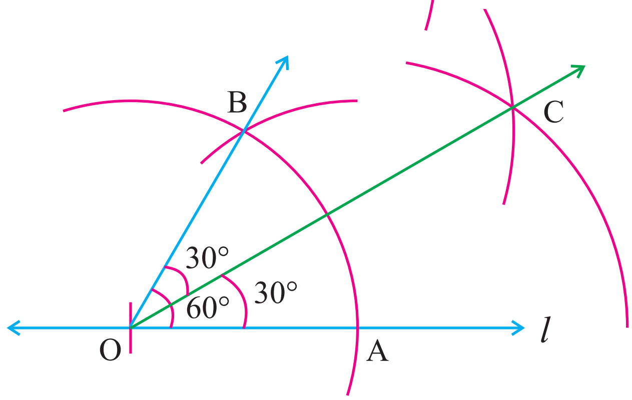
முதலில் 60° கோணம் அமைத்து, பிறகு அதனை இரு சமபாகமாக பிரித்து, 30° கோணம் பெறுக.

படி 1: 60° கோணம் வரைக.
(மேற்காண் வரைதலில் உள்ளவாறு)

படி 2: ‘A’ ஐ மையமாகக் கொண்டு AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவில்லை ∠AOB ன் உட்புறமாக வரைக.



படி 3 : அதே ஆரத்தை எடுத்துக் கொண்டு B ஐ மையமாக வைத்து வரையப்படும் வட்ட வில்லானது முந்தைய வட்ட வில்லை C இல் வெட்டுமாறு வரைக. OC ஐச் சேர்க்க. ∠AOC ஆனது 30° ஆகும்.



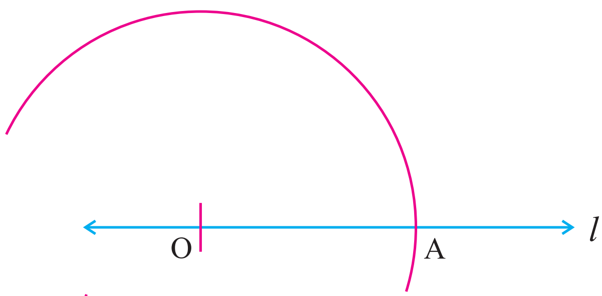
முயன்று பார்

15° கோணத்தை எவ்வாறு அமைப்பாய் ?

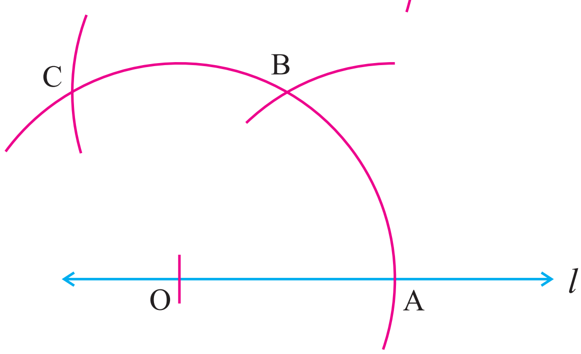
(iii) 120° கோணம் அமைத்தல் :

படி 1 : ‘*l*’ என்ற கோட்டின் மீது ‘O’ என்ற புள்ளியைக் குறி.

படி 2 : ‘O’ஐ மையமாக வைத்து ஏதேனும் ஒரு ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது நேர்கோடு *l* ஐ A இல் வெட்டட்டும்.



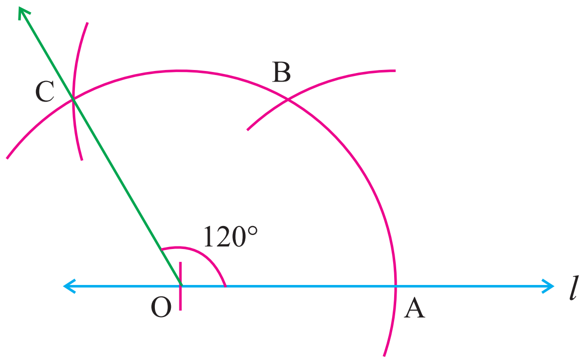
படி 3 : அதே ஆரமும், ‘A’ ஐ மையமாகவும் வைத்து வரையப் படும் மற்றுமொரு வட்ட வில்லானது முந்தையவில்லை ‘B’இல் வெட்டுமாறு வரைக.



படி 4 : ‘B’ஐ மையமாகக் கொண்டு, அதே ஆரமுள்ள மற்றுமொரு வட்டவில் முதல் வட்டவில்லை ‘C’இல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 5 : OCஐச் சேர்.

$\angle AOC = 120°$ஆகும்.

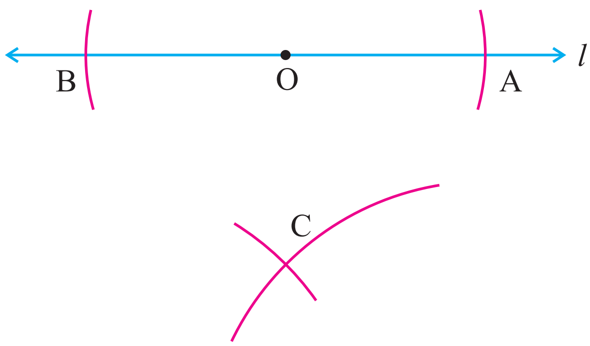


(iv) 90° கோணம் அமைத்தல் :

90° கோணம் அமைப்பதற்கு, நேர்கோட்டு கோணம் 180° ஐ நாம் இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கப் போகிறோம்.

படி 1 : நேர்கோடு ‘l’ இன் மீது ‘O’ என்ற புள்ளியைக் குறி.

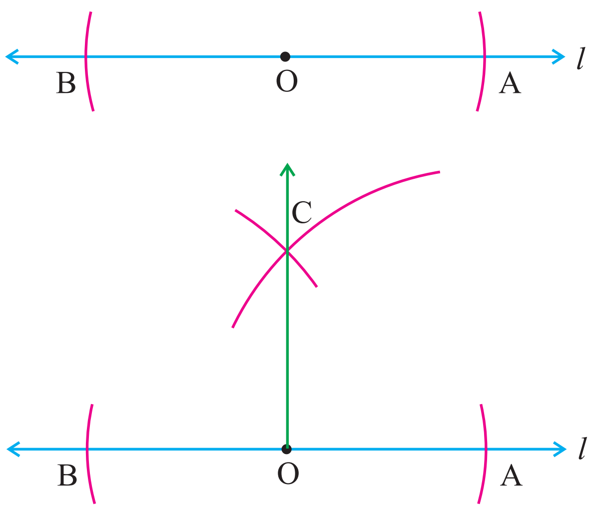
படி 2 : ‘O’ ஐ மையமாக வைத்து ஏதேனும் ஒரு ஆரம் உடைய வட்டவிற்கள் கோடு l ஐ A மற்றும் B புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு வரைக. இப்பொழுது $\angle AOB = 180°$.



படி 3 : A மற்றும் B இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு, AB இன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் ஒன்றையொன்று ‘C’இல் வெட்டுமாறு வரைக. .

படி 4 : OC ஐச் சேர்.

$\angle AOC = 90°$ ஆகும்.



முயன்று பார்

1. 60° அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதன் நிரப்பி கோணத்திற்குக் கோண இருசமவெட்டி வரைக.
2. செங்கோணத்தை முச்சம கோணங்களாகப் பிரிக்க.
3. கீழ்க்காணும் அளவுள்ள கோணங்களை அமைக்க:
   22½°, 75°, 105°, 135°, 150°

சிந்திக்க:

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் மேல் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் அதற்கு செங்குத்துக் கோடு வரைய, மூலை மட்டக் கருவி முறைக்கு மாற்றாக நீங்கள் இம்முறையை மேற்கொள்ளலாம்.

பயிற்சி 4.1

1. கீழ்க்காண் அளவுள்ள கோணங்களை அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி வரைக.

   (i) 60° (ii) 30° (iii) 120° (iv) 90°

விடைகள்

அத்தியாயம் 1

பயிற்சி 1.1

1. (i) ₹ 360 (ii) ₹ 75 (iii) 325 கி.மீ (iv) 8 (v) 15
2. 100 கி.கி
3. 120 ஆசிரியர்கள்
4. 80 கி.மீ
5. 216 ச.மீ.
6. 26 கி.கி
7. 7.5 மணி
8. 15 நாட்கள்
9. 156 வீரர்கள்
10. 105 பக்கங்கள்
11. 40 நாட்கள்

அத்தியாயம் – 2

பயிற்சி 2.1

1. (i) 175 செ.மீ ^{2} (ii) 365 செ.மீ ^{2} (iii) 750 செ.மீ ^{2} (iv) 106 செ.மீ ^{2}
2. 40 ஓடுகள்
3. முக்கோண வடிவ நிலம்
4. மணிக்கு இலாபம் 100 ச.மீ
5. சதுரத்தின் பரப்பளவு.

பயிற்சி 2.2

1. (i) 9 செ.மீ ^{2} (ii) 26 செ.மீ ^{2} (iii) 150 செ.மீ ^{2} (iv) 30 செ.மீ ^{2}
2. (i) 24 செ.மீ ^{2} (ii) 3 மீ ^{2} (iii) 10.5 மீ ^{2}
3. (i) 10 மீ (ii) 20 செ.மீ (iii) 16.5 மீ
4. (i) 18 மீ (ii) 5 மீ (iii) 8 செ.மீ
5. மொத்த செலவு ₹ 1,820

பயிற்சி 2.3

1. 117 செ.மீ ^{2}
2. (i) 67.5 செ.மீ ^{2} (ii) 73 செ.மீ ^{2} (iii) 50.4 செ.மீ ^{2}
3. 150 செ.மீ ^{2} 4. 12 செ.மீ 5. 18750 மீ ^{2}

பயிற்சி 2.4

1. (i) C (ii) C (iii) D
2. (i) 45 செ.மீ ^{2} (ii) 48 செ.மீ ^{2} (iii) 12 செ.மீ ^{2}
3. (i) 252 செ.மீ ^{2} (ii) 180 செ.மீ ^{2} (iii) 241.5 செ.மீ ^{2} (iv) 58.1 செ.மீ ^{2}
4. 112 செ.மீ ^{2} 5. 24300 m^2 6. 12 செ.மீ

பயிற்சி 2.5

1. (i) C (ii) D (iii) B
2. (i) 90 செ.மீ ^{2} (ii) 118.3 செ.மீ ^{2} (iii) 536.5 செ.மீ ^{2} (iv) 120 செ.மீ ^{2}
3. 96 செ.மீ ^{2} 4. 80 செ.மீ 5. ₹ 8400

அத்தியாயம் – 3

பயிற்சி 3.1

1. (i) C (ii) C (iii) B (iv) C (v) D
2. (i) ஒத்த கோணங்கள் (ii) ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்

   (iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள் கூடுதல்.
3. (i) $\angle PMB$ (ii) $\angle PMB$ (iii) $\angle DNM$ (iv) $\angle DNQ$
4. (i) $\angle 1, \angle 5; \angle 4, \angle 8; \angle 2, \angle 6; \angle 3, \angle 7$ (ii) $\angle 4, \angle 6; \angle 3, \angle 5$

   (iii) $\angle 3, \angle 6; \angle 4, \angle 5$ (iv) $\angle 1, \angle 3; \angle 2, \angle 4; \angle 5, \angle 7; \angle 6, \angle 8$
5. (i) 30° (ii) 50° (iii) 95° (iv) 130°
6. $\angle 1 = 70°, \angle 2 = 110°, \angle 3 = 70°, \angle 4 = 110°$

   $\angle 5 = 70°, \angle 6 = 110°, \angle 7 = 70°, \angle 8 = 110°$
7. (i) l என்பது m க்கு இணை அல்ல. (குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180° இல்லை).

   (ii) l என்பது m க்கு இணை அல்ல. (x = 75° குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180° இல்லை).

   (iii) l என்பது m க்கு இணை (y = 60° ஒத்த கோணங்கள் சமம்)

   (iv) l என்பது m க்கு இணை (x = 110° ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்)
8. $\angle 1 = 44°$, $\angle 2 = 136°$

'என்னால் முடியும், நான் செய்தேன்'

('I can, I did')

மாணவர் கற்றல் செயல்பாடுகள் பதிவேடு

பாடம் :

வ. எண்	நாள்	பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	செயல்பாடுகள்	குறிப்புரை