Chapter 3
द्वि.विमीय गति

किसी वस्तु की गति द्विविमीय गति कहलाती है, यदि अंतरिक्ष में उसकी स्थिति को व्यक्त करने हेतु आवश्यक तीन निर्देशांकों में से कोई दो समय के सापेक्ष परिवर्तित होते हैं।

इस प्रकार की गति में वस्तु समतल में गति करती है। उदाहरण के लिए : बिलियर्ड टेबिल पर गतिशील गेंद की गति, कमरे के फर्श पर रेंगते हुए कीड़े की गति, सूर्य के चारों ओर चक्कर लगाती पृथ्वी की गति आदि।

द्विविमीय गतियों के दो प्रकार निम्न हैं :

1. प्रक्षेप्य गति 2. वृत्तीय गति

प्रक्षेप्य गति का परिचय (Introduction of Projectile Motion)

एक शिकारी, दूर स्थित पेड़ पर बैठे बन्दर पर बन्दूक की गोली दागता है। यदि बन्दर अपनी पूर्व स्थिति में बना रहता है, तो वह सुरक्षित रहेगा लेकिन उसी क्षण जब गोली बन्दूक की नली से बाहर निकलती है, बन्दर भी पेड़ से गिरने लगता है तो गोली बन्दर को लग जायेगी क्योंकि गोली रेखीय पथ का अनुसरण नहीं करेगी।

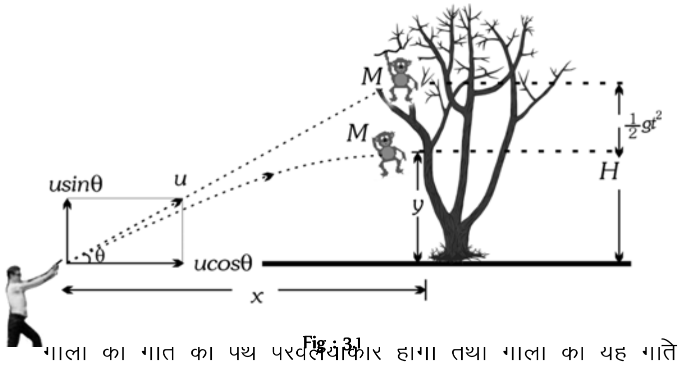


Fig : 3.1

गोली की गति का पथ परवलयाकार होगा तथा गोली की यह गति प्रक्षेप्य गति के रूप में परिभाषित होती है।

यदि कण पर लगने वाला बल प्रारम्भिक वेग के साथ तिर्यक (Oblique) हो, तो कण की गति प्रक्षेप्य गति कहलाती है।

प्रक्षेप्य (Projectile)

एक वस्तु जो बिना ईधन की खपत के, सिर्फ गुरुत्व के प्रभाव में, वायुमण्डल में गति करती है, प्रक्षेप्य कहलाती है।

उदाहरण: (i) क्षैतिज दिशा में उड़ते हुए हवाई जहाज से गिराया गया बम

(ii) बन्दूक से दागी गई गोली

(iii) धनुष से चलाया गया तीर

(iv) खिलाड़ी द्वारा फेंका गया भाला

प्रक्षेप्य गति की अभिगृहीतियाँ (Assumptions of Projectile Motion)

(1) वायु के कारण प्रतिरोध नहीं है।

(2) पृथ्वी की वक्रता का प्रभाव नगण्य है।

(3) पृथ्वी का घूर्णन प्रभाव नगण्य है।

(4) प्रक्षेप्य पथ के सभी बिन्दुओं के लिए, गुरुत्वीय त्वरण का मान परिमाण तथा दिशा में नियत है।

गतियों की भौतिकीय अनिर्भरता का सिद्धान्त (Principle of Physical Independence of Motions)

(1) प्रक्षेप्य गति द्विविमीय गति है अतः इसकी दो भागों में विवेचना की जा सकती है। क्षैतिज गति तथा ऊर्ध्वाधर गति। ये दोनों गतियाँ एक दूसरे से स्वतंत्र होती हैं। यह गतियों की भौतिकीय अनिर्भरता का सिद्धान्त कहलाता है।

(2) कण के वेग को दो परस्पर लम्बवत् घटकों में वियोजित किया जा सकता है। क्षैतिज घटक तथा ऊर्ध्वाधर घटक।

(3) सम्पूर्ण उड्डयन के दौरान क्षैतिज घटक नियत रहता है। ऊर्ध्वाधर घटक को गुरुत्वीय बल लगातार प्रभावित करता रहता है।

(4) क्षैतिज गति नियत (अत्वरित) जबकि ऊर्ध्वाधर गति एकसमान रुप से त्वरित अथवा अवमन्दित गति होती है।

प्रक्षेप्य गति के प्रकार (Types of Projectile Motion)

(1) तिर्यक प्रक्षेप्य गति

(2) क्षैतिज प्रक्षेप्य गति

(3) नत समतल पर प्रक्षेप्य गति

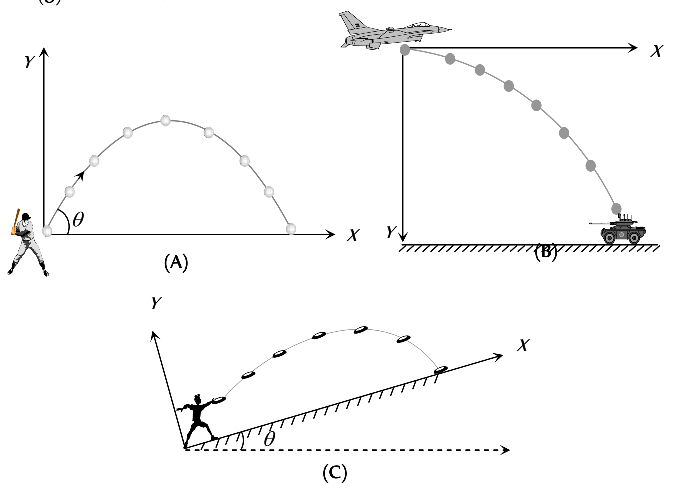


Fig : 3.2

तिर्यक प्रक्षेप्य गति (Oblique Projectile Motion)

प्रक्षेप्य गति में, वेग का क्षैतिज घटक ($u \cos\theta$), त्वरण (g) तथा यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है जबकि चाल, वेग, वेग का ऊर्ध्वाधर घटक ($u \sin \theta$), संवेग, गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा सभी परिवर्तित होते हैं। वेग तथा गतिज ऊर्जा दोनों प्रक्षेपण बिन्दु पर अधिकतम होते हैं जबकि उच्चतम बिन्दु पर न्यूनतम (परन्तु शून्य नहीं) होते हैं।

(1) **प्रक्षेप्य पथ का समीकरण :** एक प्रक्षेप्य को क्षैतिज से θ कोण पर u वेग से फेंका जाता है। वेग u को दो लम्बवत् घटकों में वियोजित किया जा सकता है।

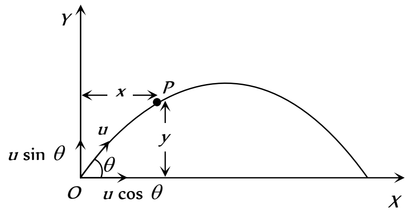


Fig : 3.3

X-अक्ष के अनुदिश घटक $u \cos \theta$ तथा Y-अक्ष के अनुदिश घटक $u \sin \theta$

क्षैतिज गति के लिए $x = u \cos\theta \times t \;\Rightarrow\; t = \dfrac{x}{u\cos\theta}$ ... (i)

ऊर्ध्वाधर गति के लिए $y = (u \sin\theta)\, t - \dfrac{1}{2} g t^2$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से

$$y = u \sin\theta\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g\left(\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}\right)$$

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{u^2\cos^2\theta}$$

यह समीकरण प्रदर्शित करता है कि प्रक्षेप्य का पथ परवलयाकार है क्योंकि यह परवलय के समीकरण $y = ax - bx$ के समरूप है।

तिर्यक प्रक्षेप्य गति के समीकरण को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है

$$y = x\tan\theta\left[1 - \frac{x}{R}\right]$$ (जहाँ R = क्षैतिज परास = $\dfrac{u^2 \sin 2\theta}{g}$)

(2) **प्रक्षेप्य का विस्थापन ($\vec{r}$)** : माना प्रक्षेपण से ठीक t समय पश्चात् कण स्थिति P, प्राप्त कर लेता है जिसके निर्देशांक (x, y) हैं। कण का समय t के संगत स्थिति सदिश $\vec{r}$ है जो चित्र में प्रदर्शित है।

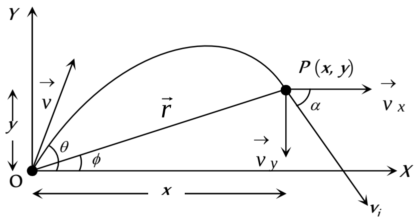


Fig : 3.4

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ ...(i)

समय t के दौरान तय की गई क्षैतिज दूरी

$x = v_x\, t \Rightarrow x = u\cos\theta\; t$ ...(ii)

समय t पर कण का ऊर्ध्वाधर वेग होगा,

$v_y = (v_0)_y - g\,t$ ...(iii)

अब ऊर्ध्वाधर विस्थापन y होगा,

$y = u\sin\theta\, t - 1/2\, g\, t^2$ ...(iv)

समीकरण (ii) तथा (iv) से x तथा y के मान समीकरण (i) में रखने पर हमें किसी समय 't' पर स्थिति सदिश निम्न प्रकार प्राप्त होगा

$$\vec{r} = (u\cos\theta)t\,\hat{i} + \left((u\sin\theta)t - \frac{1}{2}g\,t^2\right)\hat{j}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(u\,t\cos\theta)^2 + \left((u\,t\sin\theta) - \frac{1}{2}g\,t^2\right)^2}$$

$$r = u\,t\sqrt{1 + \left(\frac{g\,t}{2u}\right)^2 - \frac{g\,t\sin\theta}{u}}$$ तथा $\phi = \tan^{-1}(y/x)$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{ut\sin\theta - \frac{1}{2}g\,t^2}{(u\,t\cos\theta)}\right)$$ अथवा $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{2u\sin\theta - g\,t}{2u\cos\theta}\right)$

प्रक्षेप्य के उच्चतम बिन्दु का उन्नयन कोण ϕ है तथा प्रक्षेपण कोण θ है जो एक दूसरे से निम्न प्रकार सम्बन्धित हैं

$\tan\phi = \frac{1}{2}\tan\theta$

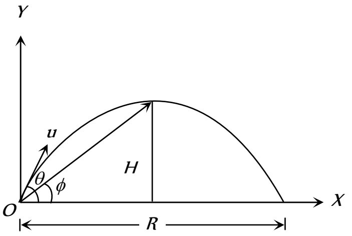


Fig : 3.5

(3) **तात्क्षणिक वेग ($\vec{v}$):** प्रक्षेप्य गति में, वेग का ऊर्ध्वाधर घटक परिवर्तित होता है किन्तु वेग का क्षैतिज घटक हमेशा नियत बना रहता है।

उदाहरण : जब व्यक्ति स्कैटबोर्ड (Skateboard) को छोड़कर बाधा (Hurdle) के ऊपर से कूदता है, तो इसके वेग का केवल ऊर्ध्वाधर घटक परिवर्तित होता है, जबकि क्षैतिज घटक नियत रहता है तथा यह स्कैटबोर्ड के वेग के बराबर होता है। परिणामस्वरूप, जब व्यक्ति पुनः पृथ्वी पर लौटता है तो स्कैटबोर्ड भी उसके बराबर क्षैतिज दूरी तय करके व्यक्ति के पैर के नीचे पहुँच जाता है।

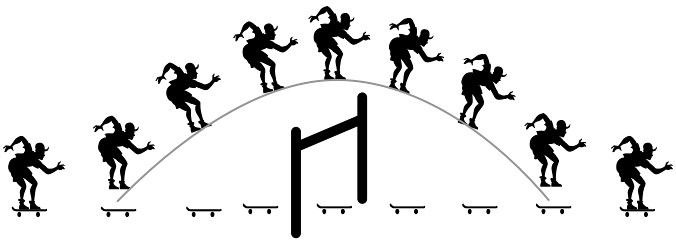


Fig : 3.6

माना प्रक्षेप्य का किसी क्षण t पर तात्क्षणिक वेग $\vec{v_i}$ है, जिसकी दिशा प्रक्षेप्य पथ के P बिन्दु पर स्पर्श रेखा के अनुदिश होती है।

$$\vec{v}_i = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} \Rightarrow v_i = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{u^2\cos^2\theta + (u\sin\theta - gt)^2}$$

$$v_i = \sqrt{u^2 + g^2t^2 - 2u\,gt\sin\theta}$$

तात्क्षणिक वेग की दिशा $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{u\sin\theta - gt}{u\cos\theta}$

अथवा $\alpha = \tan^{-1}\left[\tan\theta - \frac{gt}{u}\sec\theta\right]$

(4) **वेग में परिवर्तन** : प्रारम्भिक वेग (प्रक्षेपण बिन्दु पर) $\vec{u}_i = u\cos\theta\,\hat{i} + u\sin\theta\,\hat{j}$

अंतिम वेग (उच्चतम बिन्दु पर) $\vec{u}_F = u\cos\theta\,\hat{i} + 0\,\hat{j}$

(i) वेग में परिवर्तन (प्रक्षेपण बिन्दु तथा उच्चतम बिन्दु के बीच) $\Delta\vec{u} = \vec{u}_F - \vec{u}_i = -u\sin\theta\,\hat{j}$

जब वस्तु अपनी गति पूर्ण कर पृथ्वी पर पहुँच जाती है, तो अंतिम वेग $\vec{u}_F = u\cos\theta\,\hat{i} - u\sin\theta\,\hat{j}$

(ii) वेग में परिवर्तन (पूर्ण प्रक्षेप्य गति के बीच)

$$\Delta\vec{u} = u_f - u_i = -2u\sin\theta\,\hat{i}$$

(5) **संवेग में परिवर्तन :** प्राप्त वेग परिवर्तन के व्यंजक में द्रव्यमान से गुणा करने पर संवेग में परिवर्तन का मान प्राप्त होगा।

(i) संवेग में परिवर्तन (प्रक्षेपण बिन्दु तथा उच्चतम बिन्दु के बीच) $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = -mu\sin\theta\,\hat{j}$

(ii) संवेग में परिवर्तन (सम्पूर्ण प्रक्षेप्य गति के लिए) $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = -2mu\sin\theta\,\hat{j}$

(6) **कोणीय संवेग :** प्रक्षेपण बिन्दु के परितः प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर कण का कोणीय संवेग होगा

$$L = mvr \qquad \left[\text{यहाँ } r = H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}\right]$$

$$\therefore\ L = m\,u\cos\theta\frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{m\,u^3\cos\theta\sin^2\theta}{2g}$$

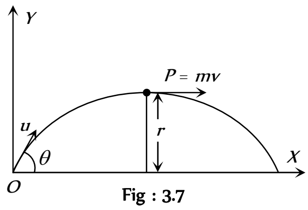


Fig : 3.7

(7) **उड्डयन काल :** प्रक्षेप्य द्वारा ऊपर जाने तथा, उसी तल तक जहाँ से इसे फेंका गया था, वापस आने में लगा कुल समय उड्डयन काल कहलाता है।

ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर गति के लिए $0 = u\sin\theta - gt$

$\Rightarrow t = (u\sin\theta/g)$

अब चूँकि ऊपर जाने में लगा समय, नीचे आने में लगे समय के बराबर है अतः उड्डयन काल $T = 2t = \frac{2u\sin\theta}{g}$

(i) उड्डयन काल निम्न प्रकार से भी व्यक्त किया जा सकता है : $T = \frac{2u_y}{g}$ (जहाँ u_y प्रारम्भिक वेग का ऊर्ध्वाधर घटक है)

(ii) पूरक प्रक्षेपण कोणों θ तथा $(90^\circ - \theta)$ के लिए

(a) उड्डयन कालों का अनुपात $= \frac{T_1}{T_2} = \frac{2u\sin\theta/g}{2u\sin(90-\theta)/g}$

$$= \tan\theta \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \tan\theta$$

(b) उड्डयन कालों का गुणनफल $= T_1T_2 = \frac{2u\sin\theta}{g}\frac{2u\cos\theta}{g}$

$$\Rightarrow T_1T_2 = \frac{2R}{g}$$

(iii) यदि t_1 किसी प्रक्षेप्य द्वारा बिन्दु P तक जाने में लगा समय हो तथा t_2 बिन्दु P से पृथ्वी तल तक आने में लगा समय हो तो $t_1 + t_2 = \frac{2u\sin\theta}{g}$ = उडड्यन काल अथवा $u\sin\theta = \frac{g(t_1+t_2)}{2}$

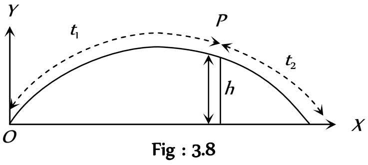


Fig : 3.8

तथा बिन्दु P की ऊँचाई $h = u\sin\theta\, t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$

$$h = g\frac{(t_1+t_2)}{2}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

हल करने पर $h = \frac{g\,t_1 t_2}{2}$

(iv) यदि B तथा C प्रक्षेप्य पथ में समान तल पर हों तथा दोनों बिन्दुओं के बीच समयान्तर t_1 हों तथा इसी प्रकार A तथा D भी समान तल पर हों तथा इनके बीच समयान्तर t_2 हो तो

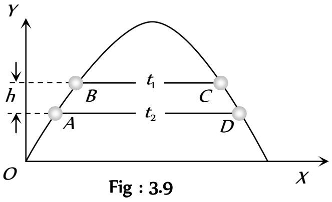


Fig : 3.9

$$t_2^2 - t_1^2 = \frac{8h}{g}$$

(8) **क्षैतिज परास :** यह उडड्यन काल के दौरान वस्तु द्वारा चली गई क्षैतिज दूरी होती है।

अतः x दिशा में गति का द्वितीय समीकरण प्रयोग करने पर

$R = u\cos\theta \times T$

$= u\cos\theta \times (2u\sin\theta / g)$

$= \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$

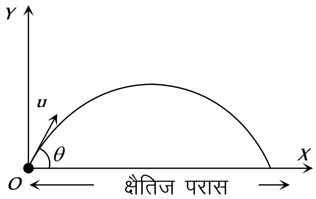


Fig : 3.10

$$R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$$

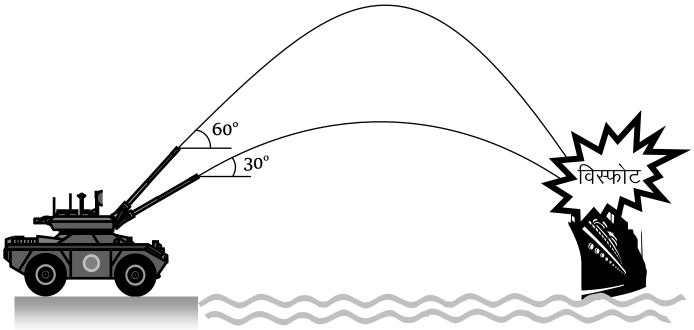
(i) प्रक्षेप्य की परास निम्न रूप में भी व्यक्त की जा सकती है

$$R = u\cos\theta \times T = u\cos\theta\frac{2u\sin\theta}{g}$$

$$= \frac{2u\cos\theta\, u\sin\theta}{g} = \frac{2u_x u_y}{g}$$

$\therefore\ R = \frac{2u_x u_y}{g}$ (जहाँ u_x तथा u_y प्रारंभिक वेग के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक हैं)

(ii) यदि प्रक्षेपण कोण θ से $\theta' = (90^\circ - \theta)$ तक परिवर्तित कर दें तो परास अपरिवर्तित रहती है।



$$R' = \frac{u^2\sin 2\theta'}{g} = \frac{u^2\sin[2(90^o - \theta)]}{g} = \frac{u^2\sin 2\theta}{g} = R$$

अतः प्रक्षेपण कोण θ तथा $(90^\circ - \theta)$ पर प्रक्षेप्य की परास समान होती है। यद्यपि उड्डयन काल, अधिकतम ऊँचाई तथा पक्षेप्य पथ विभिन्न होते हैं।

कोण θ तथा $(90^\circ - \theta)$, पूरक प्रक्षेपण कोण कहलाते हैं तथा पूरक कोणों के लिए परास का अनुपात $\frac{R_1}{R_2} = \frac{u^2\sin 2\theta / g}{u^2\sin[2(90^o - \theta)]/g} = 1$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 1$$

(iii) प्रक्षेपण कोण $\theta_1 = (45^\circ - \alpha)$ तथा $\theta_2 = (45^\circ + \alpha)$ के लिए, परास समान होगी तथा $u^2\cos 2\alpha/g$ के बराबर होगी। यहाँ θ_1 तथा θ_2 भी पूरक कोण हैं।

(iv) अधिकतम परास : परास के अधिकतम होने के लिए

$$\frac{dR}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\theta}\left[\frac{u^2\sin 2\theta}{g}\right] = 0$$

$\Rightarrow \cos 2\theta = 0$ अर्थात् $2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$

तथा $R_{max} = (u^2/g)$

अर्थात् प्रक्षेप्य की परास अधिकतम होगी जब इसे क्षैतिज से 45° कोण पर प्रक्षेपित किया जाए तथा अधिकतम परास $= (u^2/g)$

जब परास अधिकतम होती है, तो प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त ऊँचाई H है

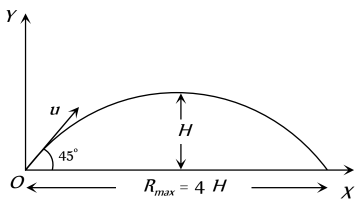


Fig : 3.12

$$H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{u^2\sin^2 45}{2g} = \frac{u^2}{4g} = \frac{R_{max}}{4}$$

अर्थात् यदि एक व्यक्ति किसी प्रक्षेप्य को अधिकतम दूरी R_{max} तक फेंक सकता है तो प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई $\left(\frac{R_{max}}{4}\right)$ होगी।

(v) क्षैतिज परास तथा अधिकतम ऊँचाई के बीच सम्बन्ध :

$$R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g} \text{ तथा } H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$$

$$\therefore \frac{R}{H} = \frac{u^2\sin 2\theta / g}{u^2\sin^2\theta / 2g} = 4\cot\theta \Rightarrow R = 4H\cot\theta$$

(vi) प्रक्षेप्य गति की किसी स्थिति में यदि R, अधिकतम ऊँचाई H का n गुना हो अर्थात् $R = nH \Rightarrow \dfrac{u^2 \sin 2\theta}{g} = n\dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$

$\Rightarrow \tan\theta = [4/n]$ अथवा $\theta = \tan^{-1}[4/n]$

प्रक्षेपण कोण $\theta = \tan^{-1}[4/n]$

(a) यदि $R = H$ तब $\theta = \tan^{-1}(4)$ अथवा $\theta = 76^o$

(b) यदि $R = 4H$ तब $\theta = \tan^{-1}(1)$ अथवा $\theta = 45^o$

(9) **अधिकतम ऊँचाई :** यह प्रक्षेपण तल से वह अधिकतम ऊँचाई है जहाँ तक प्रक्षेप्य पहुँच सकता है।

अतः $v^2 = u^2 + 2as$ का प्रयोग करने पर,

$$0 = (u\sin\theta)^2 - 2gH$$

$$H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

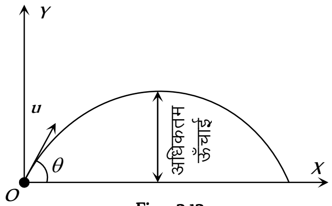


Fig : 3.13

(i) अधिकतम ऊँचाई निम्न प्रकार से भी व्यक्त की जा सकती है

$H = \dfrac{u_y^2}{2g}$ (जहाँ u_y प्रारम्भिक वेग का ऊर्ध्वाधर घटक है)।

(ii) $H_{\max} = \dfrac{u^2}{2g}$ (जहाँ $\sin\theta$ = अधिकतम = 1 अर्थात्, $\theta = 90^o$)

अर्थात् अधिकतम ऊँचाई के लिए वस्तु ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित की जानी चाहिए ताकि यह अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने के पश्चात् प्रक्षेपण बिन्दु पर वापस आ जाये।

(iii) पूरक प्रक्षेपण कोणों θ तथा $(90^o - \theta)$ के लिए

अधिकतम ऊँचाइयों का अनुपात

$$= \frac{H_1}{H_2} = \frac{u^2 \sin^2\theta / 2g}{u^2 \sin^2(90^o - \theta)/2g} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$$

$$\therefore \frac{H_1}{H_2} = \tan^2\theta$$

(10) **समान ऊँचाई पर समय t_1 तथा t_2 पर दो विभिन्न बिन्दुओं से गुजरता प्रक्षेप्य :** यदि कोई कण समान ऊँचाई y पर स्थित दो बिन्दुओं से समय $t = t_1$ तथा $t = t_2$ पर गुजरता है, तब

(i) **ऊँचाई** (y): $y = (u\sin\theta)t_1 - \dfrac{1}{2}gt_1^2$ ...(i)

तथा $y = (u\sin\theta)t_2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2$ ...(ii)

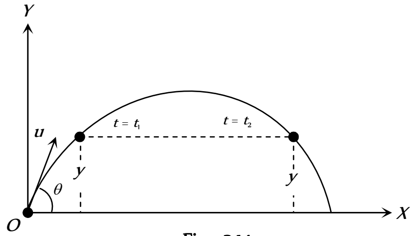


Fig : 3.14

समीकरण (i) तथा (ii) की तुलना करने पर

$$u\sin\theta = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$$

यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$y = g\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y = \frac{gt_1 t_2}{2}$$

(ii) **समय** (t_1 तथा t_2): $y = u\sin\theta\, t - \dfrac{1}{2}gt^2$

$$t^2 - \frac{2u\sin\theta}{g}t + \frac{2y}{g} = 0 \Rightarrow t = \frac{u\sin\theta}{g}\left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2gy}}{u\sin\theta}\right)^2}\right]$$

$$t_1 = \frac{u\sin\theta}{g}\left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2gy}}{u\sin\theta}\right)^2}\right]$$

तथा $$t_2 = \frac{u\sin\theta}{g}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2gy}}{u\sin\theta}\right)^2}\right]$$

(11) **एक प्रक्षेप्य के सापेक्ष किसी दूसरे प्रक्षेप्य की गति (सापेक्ष गति) :** माना दो गेंदें A तथा B क्षैतिज से क्रमशः θ_1 तथा θ_2 कोण पर, प्रारम्भिक वेग u_1 तथा u_2 के साथ मूल बिन्दु से एक साथ फेंकी गई हैं।

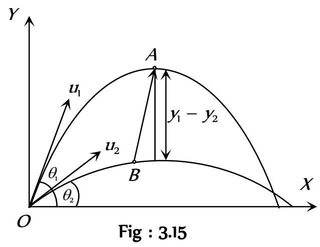


Fig : 3.15

दोनों गेंदों की तात्क्षणिक चाल निम्न रुप में दी जाती है

गेंद A : $x_1 = (u_1\cos\theta_1)t$, $y_1 = (u_1\sin\theta_1)t - \dfrac{1}{2}gt^2$

गेंद B : $x_2 = (u_2\cos\theta_2)t$, $y_2 = (u_2\sin\theta_2)t - \dfrac{1}{2}gt^2$

गेंद B के सापेक्ष गेंद A की स्थिति

$$x = x_1 - x_2 = (u_1\cos\theta_1 - u_2\cos\theta_2)t$$

$$y = y_1 - y_2 = (u_1\sin\theta_1 - u_2\sin\theta_2)t$$

अब $\frac{y}{x} = \left(\frac{u_1 \sin\theta_1 - u_2 \sin\theta_2}{u_1 \cos\theta_1 - u_2 \cos\theta_2}\right)$ = नियतांक

अतः किसी प्रक्षेप्य की गति, अन्य प्रक्षेप्य के सापेक्ष एक सरल रेखा होगी।

(12) **प्रक्षेप्य की ऊर्जा :** जब प्रक्षेप्य ऊपर की ओर गति करता है इसकी गतिज ऊर्जा घटती है, स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है परन्तु कुल ऊर्जा सदैव नियत रहती है।

यदि एक वस्तु प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा $K(= 1/2\ mu)$ से क्षैतिज से θ कोण पर प्रक्षेपित की जाती है तो प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर

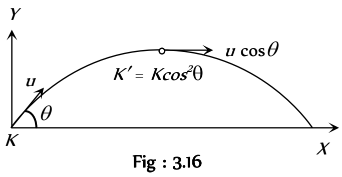


Fig : 3.16

(i) **गतिज ऊर्जा** $= \frac{1}{2} m (u\cos\theta)^2 = \frac{1}{2} mu^2 \cos^2\theta$

$\therefore \quad K' = K\cos^2\theta$

(ii) **स्थितिज ऊर्जा** $= mgH = mg\frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$

$= \frac{1}{2} mu^2 \sin^2\theta = K\sin^2\theta$ $\left(\text{क्योंकि } H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}\right)$

(iii) **कुल ऊर्जा** = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

$= \frac{1}{2} mu^2 \cos^2\theta + \frac{1}{2} mu^2 \sin^2\theta$

$= \frac{1}{2} mu^2$ = प्रक्षेपण बिन्दु पर ऊर्जा

यह ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत के अनुरूप है।

क्षैतिज प्रक्षेप्य गति (Horizontal Projectile Motion)

एक वस्तु पृथ्वी से किसी निश्चित ऊँचाई 'y' से प्रारम्भिक वेग u के साथ क्षैतिजतः फेंकी जाती है। यदि वायु घर्षण को अनुपस्थित माना जाये तो अन्य कोई क्षैतिज बल नहीं है जो इसकी क्षैतिज गति को प्रभावित करे। अतः वेग का क्षैतिज घटक नियत रहता है तथा वस्तु क्षैतिज दिशा में समान समय अन्तराल में समान दूरी तय करती है।

(1) **क्षैतिज प्रक्षेप्य का पथ :** क्षैतिज विस्थापन x निम्न समीकरण से दिया जाता है

$x = ut \Rightarrow t = \frac{x}{u}$ .... (i)

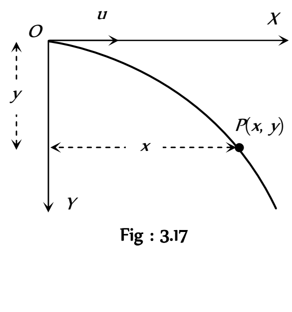


Fig : 3.17

ऊर्ध्वाधर विस्थापन y निम्न समीकरण से दिया जाता है

$y = \frac{1}{2} gt$ .... (ii)

(चूँकि प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर वेग शून्य है)

t का मान समीकरण (ii) में रखने पर $y = \frac{1}{2}\frac{g x^2}{u^2}$

(2) **प्रक्षेप्य का विस्थापन ($\vec{r}$) :** t समय पश्चात्, क्षैतिज विस्थापन $x = ut$ तथा ऊर्ध्वाधर विस्थापन $y = \frac{1}{2} gt^2$.

अतः स्थिति सदिश $\vec{r} = ut\hat{i} + \frac{1}{2} gt^2 \hat{j}$

इस प्रकार $r = ut\sqrt{1 + \left(\frac{gt}{2u}\right)^2}$ तथा

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{gt}{2u}\right)$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{gy}{2}}\Big/u\right)$ $\left(\text{क्योंकि } t = \sqrt{\frac{2y}{g}}\right)$

(3) **तात्क्षणिक वेग :** सम्पूर्ण गति के दौरान, वेग का क्षैतिज घटक $v_x = u$

वेग का ऊर्ध्वाधर घटक समय के साथ बढ़ता है तथा गति के प्रथम समीकरण से

$v_y = 0 + g\,t = g\,t$ ($v = u + g\,t$ से)

अतः, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = u\hat{i} + g\,t\,\hat{j}$

अर्थात् $v = \sqrt{u^2 + (gt)^2} = u\sqrt{1 + \left(\frac{gt}{u}\right)^2}$

पुनः $\vec{v} = u\hat{i} + \sqrt{2gy}\,\hat{j}$ अर्थात् $v = \sqrt{u^2 + 2gy}$

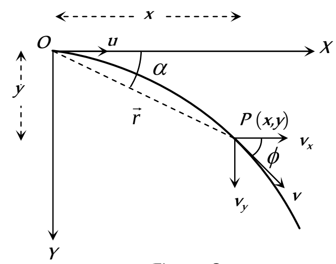


Fig : 3.18

तात्क्षणिक वेग की दिशा : $\tan\phi = \frac{v_y}{v_x}$

$\Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2gy}}{u}\right)$ अथवा $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{gt}{u}\right)$

जहाँ ϕ तात्क्षणिक वेग का क्षैतिज से कोण है।

(4) **उड्डयन काल :** यदि एक वस्तु h ऊँचाई से u वेग के साथ क्षैतिजतः प्रक्षेपित की जाती है तथा वस्तु को पृथ्वी तक पहुँचने में लगा समय T है, तो $h = 0 + \frac{1}{2} g T^2$ (ऊर्ध्वाधर गति के लिए)

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(5) **क्षैतिज परास :** माना वस्तु द्वारा चली गई क्षैतिज दूरी R है

$R = uT + \frac{1}{2}\, 0\, T^2$ (क्षैतिज गति के लिये) $\Rightarrow R = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

(6) यदि प्रक्षेप्य A तथा B समान ऊँचाई से विभिन्न प्रारम्भिक वेगों से क्षैतिजतः प्रक्षेपित किए जायें तथा तीसरा कण C उसी बिन्दु से नीचे गिराया जाये तो,

(i) तीनों कण पृथ्वी पर पहुँचने में समान समय लेंगे।

(ii) उनके कुल वेग, अलग-अलग होंगे परन्तु उनके वेगों के ऊर्ध्वाधर घटक समान होंगे।

(iii) कण C के सापेक्ष प्रक्षेप्य A तथा B के पथ सरल रेखीय होंगे।

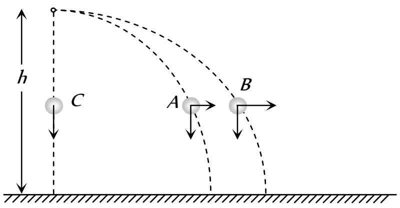


Fig : 3.19

(7) विभिन्न कण समान प्रारम्भिक वेग से परन्तु विभिन्न दिशाओं में फेंके जाये तो

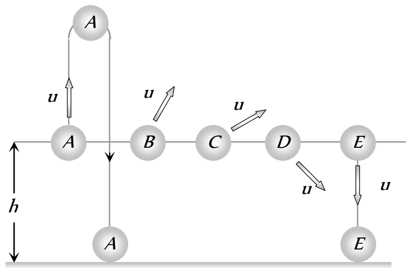


Fig : 3.20

(i) सभी कण पृथ्वी पर भिन्न भिन्न समय पश्चात् परन्तु समान चाल से पहुँचते हैं, चाहे उनके प्रारम्भिक वेगों की दिशा कुछ भी क्यों न हो।

(ii) कण E के लिए समय न्यूनतम होगा जो कि ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर फेंका गया है।

(iii) कण A के लिए समय अधिकतम होगा जो कि ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका गया है।

नत समतल पर प्रक्षेप्य गति
(Projectile Motion on An Inclined Plane)

माना क्षैतिज से α कोण पर झुके किसी नतसमतल से एक कण u वेग के साथ फेंका जाता है। प्रक्षेपण वेग नतसमतल से कोण θ बनाता है।

हम मानक x-अक्ष को नतसमतल की दिशा में लेते हैं।

प्रारम्भिक वेग के, तल के समान्तर तथा तल के लम्बवत् घटक क्रमशः $u\cos\theta$ तथा $u\sin\theta$ हैं अर्थात् $u_{\parallel} = u\cos\theta$ तथा $u_{\perp} = u\sin\theta$

तल के अनुदिश g का घटक $g\sin\alpha$ है तथा तल के लम्बवत् घटक $g\cos\alpha$ है जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है।अर्थात् $a_{\parallel} = -g\sin\alpha$ तथा $a_{\perp} = g\cos\alpha$

अतः कण की O से P तक की गति $g\sin\alpha$ की दर से मंदित होती है।

(1) **उड्डयन काल :** तिर्यक प्रक्षेप्य गति के लिए हम जानते हैं कि $T = \frac{2u\sin\theta}{g}$ अथवा हम कह सकते हैं $T = \frac{2u_{\perp}}{a_{\perp}}$

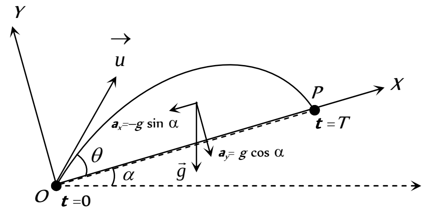


Fig : 3.21

$\therefore$ नतसमतल पर उड्डयन काल $T = \frac{2u\sin\theta}{g\cos\alpha}$

(2) **अधिकतम ऊँचाई :** तिर्यक प्रक्षेप्य गति के लिए हम जानते हैं कि $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$ अथवा हम कह सकते हैं कि $H = \frac{u_{\perp}^2}{2a_{\perp}}$

$\therefore$ नत समतल पर अधिकतम ऊँचाई $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g\cos\alpha}$

(3) **क्षैतिज परास :** एक विमीय गति के लिए $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

नत समतल पर क्षैतिज परास $R = u_{\parallel}\, T + \frac{1}{2} a_{\parallel}\, T^2$

$$R = u\cos\theta\, T - \frac{1}{2} g\sin\alpha\, T^2$$

$$R = u\cos\theta\left(\frac{2u\sin\theta}{g\cos\alpha}\right) - \frac{1}{2} g\sin\alpha\left(\frac{2u\sin\theta}{g\cos\alpha}\right)^2$$

हल करने पर $R = \frac{2u^2}{g}\frac{\sin\theta\cos(\theta+\alpha)}{\cos^2\alpha}$

(i) अधिकतम परास होगी यदि $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$

(ii) जब प्रक्षेप्य नत समतल से ऊपर की ओर फेंका जाता है तो नतसमतल के अनुदिश अधिकतम परास होगी

$$R_{max} = \frac{u^2}{g(1+\sin\alpha)}$$

(iii) जब प्रक्षेप्य नत समतल से नीचे की ओर फेंका जाता है तो नत समतल के अनुदिश अधिकतम परास होगी

$$R_{max} = \frac{u^2}{g(1-\sin\alpha)}$$

वृत्तीय गति (Circular Motion)

वृत्तीय गति द्विविमीय गति का एक अन्य महत्वपूर्ण उदाहरण है। वस्तु को वृत्तीय गति कराने के लिए इसे कुछ प्रारम्भिक वेग देना चाहिए तथा इस पर लगने वाला बल हमेशा तात्क्षणिक वेग के लम्बवत् होना चाहिए।

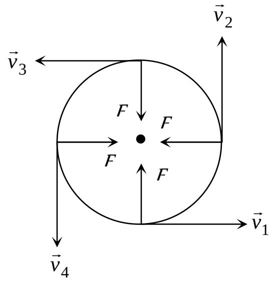


Fig : 3.22

चूँकि यह बल, सदैव विस्थापन के लम्बवत् होता है अतः कण पर बल द्वारा कोई कार्य नहीं किया जाता। अतः इसकी गतिज ऊर्जा तथा चाल अप्रभावित रहती है, परन्तु बल एवं वेग की परस्पर क्रिया के कारण कण परिणामी पथ के अनुदिश गति करता है जो कि एक वृत्त है। वृत्तीय गति का दो प्रकार से वर्गीकरण कर सकते हैं – एकसमान वृत्तीय गति तथा असमान वृत्तीय गति।

वृत्तीय गति के चर (Variables of Circular Motion)

(1) **विस्थापन तथा दूरी :** वृत्तीय गति करता हुआ कोई कण t समय में स्थिति A से B तक केन्द्र पर θ कोण (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है) अन्तरित करता है। हम देखते हैं कि स्थिति सदिश $\vec{r}$ का परिमाण (जो कि वृत्त की त्रिज्या के बराबर होता है) नियत बना रहता है, अर्थात् $|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = r$ तथा स्थिति सदिश की दिशा समय–समय पर परिवर्तित होती रहती है।

(i) **विस्थापन :** स्थिति सदिश में परिवर्तन अथवा स्थिति A से स्थिति B तक कण का विस्थापन $\Delta\vec{r}$, (चित्रानुसार)

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \Rightarrow \Delta r = |\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

$$\Delta r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\theta}$$

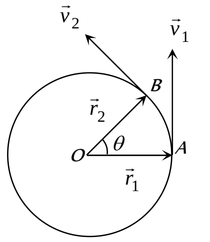


Fig : 3.23

$r_1 = r_2 = r$ रखने पर हमें ज्ञात होता है,

$$\Delta r = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r.r\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \Delta r = \sqrt{2r^2(1-\cos\theta)}$$

$$= \sqrt{2r^2\left(2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Delta r = 2r\sin\frac{\theta}{2}$$

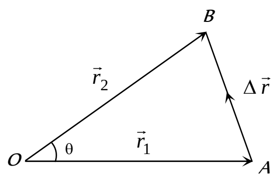


Fig : 3.24

(ii) **दूरी :** t समय में कण द्वारा चली गई दूरी

d = चाप AB की लम्बाई = $r\,\theta$

(iii) **दूरी तथा विस्थापन का अनुपात :** $\dfrac{d}{\Delta r} = \dfrac{r\theta}{2r\sin\theta/2}$

$= \dfrac{\theta}{2}\text{cosec}(\theta/2)$

(2) **कोणीय विस्थापन** (θ) **:** वृत्तीय गति करती कोई वस्तु किसी निर्देश रेखा से जो कोण बनाती है उसे उसका कोणीय विस्थापन कहते हैं।

(i) विमाएँ = $[M^0L^0T^0]$ $\left(\text{चूँकि } \theta = \dfrac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}\right)$

(ii) मात्रक = रेडियन अथवा डिग्री। इसे कभी-कभी चक्करों की संख्या के गुणक के पदों में भी व्यक्त किया जाता है।

(iii) $2\pi\text{ rad} = 360^o = 1$ चक्कर

(iv) कोणीय विस्थापन एक अक्षीय सदिश राशि है।

इसकी दिशा घूर्णन की दिशा पर निर्भर करती है तथा यह दाँयें हाथ के नियम द्वारा दी जा सकती है। यदि कण तल में दक्षिणावर्त (Clockwise) दिशा में घूमता है तो कोणीय विस्थापन की दिशा तल के लंबवत् अंदर की ओर तथा यदि कण वामावर्त(Anticlockwise) दिशा में घूमता है तो इसकी दिशा तल के लंबवत् बाहर की ओर होती है।

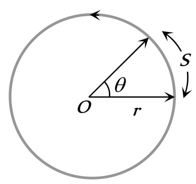


Fig : 3.25

(v) रेखीय विस्थापन तथा कोणीय विस्थापन में सम्बन्ध $\vec{s} = \vec{\theta} \times \vec{r}$

अथवा $s = r\theta$

(3) **कोणीय वेग** (ω) **:** वृत्तीय गति करती वस्तु के कोणीय विस्थापन में समय के सापेक्ष परिवर्तन की दर को कोणीय वेग कहते हैं।

(i) कोणीय वेग $\omega = \dfrac{\text{अंतरित कोण}}{\text{लिया गया समय}} = \underset{\Delta t\to 0}{Lt}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$

$$\therefore \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

(ii) विमाएँ : $[M^0L^0T^{-1}]$

(iii) मात्रक : रेडियन प्रति सैकण्ड (rad/s) अथवा डिग्री प्रति सैकण्ड

(iv) कोणीय वेग अक्षीय सदिश है।

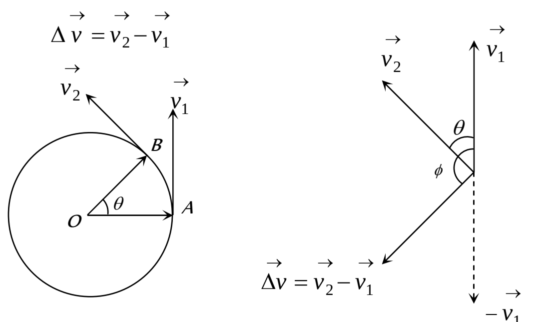
इसकी दिशा $\Delta\theta$ की दिशा में होती है। वृत्तीय पथ पर कण के वामावर्त घूर्णन के लिए ω की दिशा, दायें हाथ के नियम से, वृत्तीय मार्ग की अक्ष के अनुदिश ऊपर की ओर होगी। वृत्ताकार मार्ग में कण के दक्षिणावर्त घूर्णन के लिये, ω की दिशा वृत्तीय मार्ग की अक्ष के अनुदिश नीचे की ओर होती है।

(v) कोणीय वेग तथा रेखीय वेग में सम्बन्ध : $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

(vi) एकसमान वृत्तीय गति के लिए ω नियत रहता है, जबकि असमान वृत्तीय गति में ω समय के साथ परिवर्तित होता है।

(vii) यह महत्वपूर्ण तथ्य है, कि कोई भी वस्तु वास्तव में कोणीय वेग सदिश $\vec{\omega}$ की दिशा में गति नहीं करती। $\vec{\omega}$ की दिशा केवल यह दर्शाती है, कि वृत्तीय गति उस समतल में होती है, जो इसके अभिलंबवत् होता है।

(4) **वेग में परिवर्तन :** एक कण एकसमान वृत्तीय गति कर रहा है, तो यह t समय में A से B पर पहुँचता है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। हमें B पर इसके वेग में परिवर्तन की दिशा तथा परिमाण ज्ञात करने हैं। वेग सदिश में परिवर्तन को निम्न प्रकार से दर्शाया जाता है



(A) (B)

Fig : 3.26

अथवा $|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| \Rightarrow \Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\theta}$

एकसमान वृत्तीय गति के लिए $v_1 = v_2 = v$

अतः $\Delta v = \sqrt{2v^2(1-\cos\theta)} = 2v\sin\dfrac{\theta}{2}$

$\Delta \vec{v}$ की दिशा चित्र में प्रदर्शित है, जो कि निम्न प्रकार से दी जा सकती है, $\phi = \dfrac{180^o - \theta}{2} = (90^o - \theta/2)$

(5) **आवर्तकाल** (T) **:** वृत्तीय गति में, किसी वस्तु द्वारा एक चक्कर पूर्ण करने में लिया गया समय उसका आवर्तकाल कहलाता है।

(i) मात्रक : सैकण्ड

(ii) विमाएँ : $[M^0L^0T]$

(iii) घड़ी के सैकण्ड के काँटे का आवर्तकाल = 60 सैकण्ड

(iv) घड़ी के मिनट के काँटे का आवर्तकाल = 60 मिनिट

(v) घड़ी के घण्टे के काँटे का आवर्तकाल = 12 घण्टे

(6) **आवृत्ति** (n) **:** वृत्तीय गति में, वस्तु द्वारा इकाई समय में पूर्ण किये गए चक्करों की संख्या उसकी आवृत्ति कहलाती है।

(i) मात्रक : s^{-1} अथवा हर्ट्ज (Hz)

(ii) विमा : $[M^0L^0T^{-1}]$

Note : ❑ आवर्तकाल तथा आवृत्ति में सम्बन्ध : यदि वृत्तीय गति कर रही किसी वस्तु की आवृत्ति n है, तो इसका अर्थ है कि वस्तु 1 सैकण्ड में n चक्कर पूर्ण करती है। अतः वस्तु एक चक्कर $1/n$ सैकण्ड में पूर्ण करेगी।

$\therefore T = 1/n$

❑ कोणीय वेग, आवृत्ति तथा आवर्तकाल में सम्बन्ध : माना कि कोई वस्तु एक समान वृत्तीय गति कर रही है, तथा इसकी आवृत्ति n व आवर्तकाल T है। जब वस्तु एक चक्कर पूर्ण करती है, तब यह वृत्तीय मार्ग की अक्ष पर 2π रेडियन का कोण बनाती है। इसका अर्थ है, जब समय $t = T$, $\theta = 2\pi$ रेडियन। अतः कोणीय वेग $\omega = \dfrac{\theta}{t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi n$ $(\because T = 1/n)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

❑ यदि दो कण एक ही वृत्त पर गति कर रहे हैं अथवा भिन्न समतलीय संकेन्द्रीय वृत्तों में समान दिशा में किन्तु भिन्न भिन्न नियत कोणीय वेगों ω_A तथा ω_B से गति कर रहे हैं, तब A के सापेक्ष B का कोणीय वेग $\omega_{rel} = \omega_B - \omega_A$

अतः एक कण द्वारा दूसरे कण के सापेक्ष O के चारों ओर एक चक्कर पूर्ण करने में लगा समय (अर्थात् वह समय जिसमें B, दूसरे कण के सापेक्ष बिन्दु O के परितः एक चक्कर पूर्ण करता है) अर्थात् वह समय जिसमें B, O के परितः कण A की तुलना में एक अधिक अथवा कम चक्कर पूर्ण करता है

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{rel}} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad \left[\text{चूँकि } T = \frac{2\pi}{\omega}\right]$$

विशेष स्थिति : यदि $\omega_B = \omega_A, \omega_{\text{सापेक्षिक}} = 0$ अतः $T = \infty$ अर्थात् कण एक दूसरे के सापेक्ष अपनी पूर्व स्थिति में ही रहते हैं। भू–स्थायी उपग्रह इसी स्थिति पर आधारित होते हैं। ($\omega_1 = \omega_2 =$ नियत)

(7) **कोणीय त्वरण** (α) **:** वृत्तीय गति में, किसी वस्तु के कोणीय वेग में होने वाले परिवर्तन की दर, उसका कोणीय त्वरण कहलाती है।

(i) यदि Δt समयांतराल में वस्तु के कोणीय वेग में परिवर्तन $\Delta\omega$ है, तब वस्तु का कोणीय त्वरण

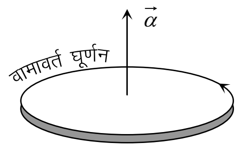


Fig : 3.27

$$\alpha = \underset{\Delta t \to 0}{Lt} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

(ii) मात्रक : $rad.\ s^{-2}$

(iii) विमा : $[M^0L^0T^{-2}]$

(iv) रेखीय त्वरण तथा कोणीय त्वरण में सम्बन्ध $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

(v) एकसमान वृत्तीय गति में ω नियत रहता है, तब $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = 0$

(vi) असमान वृत्तीय गति के लिए $\alpha \neq 0$

अभिकेन्द्रीय त्वरण (Centripetal Acceleration)

(1) एकसमान वृत्तीय गति कर रही किसी वस्तु का त्वरण, अभिकेन्द्रीय त्वरण कहलाता है।

(2) यह वस्तु पर हमेशा त्रिज्या के अनुदिश तथा वृत्ताकार मार्ग के केन्द्र की ओर कार्यरत रहता है।

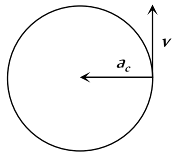


Fig : 3.28

(3) अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 4\pi^2 n^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

(4) **अभिकेन्द्रीय त्वरण की दिशा :** इसकी दिशा $\Delta \vec{v}$ की दिशा में होती है। जब Δt घटता है तब $\Delta\theta$ भी घटता है। इसके कारण $\Delta \vec{v}$, $\vec{v}$ के अधिकाधिक लंबवत् होता जाता है। जब $\Delta t \to 0$, तब $\Delta \vec{v}$ वेग सदिश के पूर्णतः अभिलम्बवत् होता है। स्पर्शरेखा किसी कण का वेग सदिश किसी क्षण पर वृत्ताकार मार्ग की स्पर्शरेखा के अनुदिश होता है, अतः $\Delta \vec{v}$ तथा अभिकेन्द्रीय त्वरण सदिश उस बिन्दु पर वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या के अनुदिश होते हैं तथा इसकी दिशा वृत्तीय पथ के केन्द्र की ओर होती है।

अभिकेन्द्रीय बल (Centripetal force)

न्यूटन की गति के प्रथम नियम के अनुसार, जब कोई वस्तु एकसमान वेग से सीधी रेखा में गति करती है, तो उसके इस वेग को बनाए रखने के लिए किसी बल की आवश्यकता नहीं होती। परन्तु जब वस्तु वृत्ताकार मार्ग के अनुदिश एकसमान चाल से गति करती है, तब इसकी दिशा लगातार बदलती है अर्थात् वस्तु की गति की दिशा में परिवर्तन के कारण इसके वेग की दिशा भी बदलती रहती है। न्यूटन की गति के द्वितीय नियम के अनुसार किसी वस्तु की गति की दिशा में परिवर्तन केवल तभी होता है, जब उस पर कोई बाह्य बल लगे।

जड़त्व के कारण, वृत्तीय मार्ग के प्रत्येक बिन्दु पर, वस्तु उस बिन्दु पर वृत्तीय मार्ग की स्पर्शरेखा के अनुदिश गति करने की कोशिश करती है (चित्र में)। चूँकि प्रत्येक वस्तु में दैशिक जड़त्व का गुण होता है, अतः वेग की दिशा स्वयं परिवर्तित नहीं हो सकती, इस परिवर्तन हेतु हमें एक बल लगाना होगा, किन्तु यह बल ऐसा होना चाहिए कि यह केवल वेग की दिशा परिवर्तित करे, परिमाण नहीं। ऐसा तभी सम्भव है जब बल वेग की दिशा के लंबवत् हो। चूँकि वेग वृत्त की स्पर्शरेखा के अनुदिश है, अतः यह बल त्रिज्या के अनुदिश होना चाहिए (क्योंकि किसी बिन्दु पर वृत्त की त्रिज्या, उस बिन्दु पर उसकी स्पर्शरेखा के अभिलंबवत् होती है)। अब चूँकि यह बल वस्तु को वृत्तीय मार्ग में गति हेतु आवश्यक है, अतः इसे केन्द्र की ओर लगना चाहिए। यह केन्द्र की ओर लगने वाला बल ही अभिकेन्द्रीय बल कहलाता है।

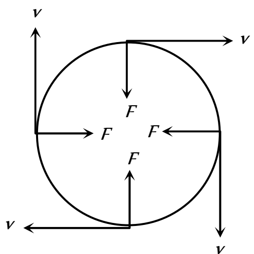


Fig : 3.29

अतः अभिकेन्द्रीय बल वह बल है, जो वस्तु की एकसमान वेग से वृत्ताकार गति करने हेतु आवश्यक है। यह बल वस्तु पर वृत्त की त्रिज्या के अनुदिश तथा केन्द्र की ओर लगता है।

अभिकेन्द्रीय बल के सूत्र :

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = m\,4\pi^2 n^2 r = \frac{m 4\pi^2 r}{T^2}$$

Table 3.1 : विभिन्न स्थितियों में अभिकेन्द्रीय बल

स्थिति	अभिकेन्द्रीय बल
डोरी से बंधे एक पिण्ड को क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है	डोरी में तनाव
समतल मार्ग पर वाहन जब मुड़ता है	सड़क द्वारा टायरों पर आरोपित घर्षण बल
स्पीड ब्रेकर (गति अवरोधक) से गुजरता वाहन	वाहन का भार अथवा भार का घटक
सूर्य के चारों ओर पृथ्वी का घूर्णन	सूर्य द्वारा लगाया गया गुरुत्वाकर्षण बल
किसी परमाणु में नाभिक के चारों ओर गति करता हुआ इलेक्ट्रॉन	नाभिक में स्थित प्रोटॉनों द्वारा लगाया गया कूलॉम आकर्षण बल
चुम्बकीय क्षेत्र में वृत्तीय गति करता हुआ आवेशित कण	चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित करने वाले कारक द्वारा लगाया गया चुम्बकीय बल

अपकेन्द्रीय बल (Centrifugal Force)

यह एक काल्पनिक बल है, जो वृत्तीय गति से जुड़े जड़त्व के प्रभाव की व्याख्या पर आधारित है। जब कोई वस्तु वृत्तीय मार्ग में घूमती है तथा यदि इस पर लग रहा अभिकेन्द्रीय बल समाप्त हो जाता है, तब वस्तु वृत्तीय मार्ग छोड़ देती है। एक प्रेक्षक A के लिए, जो कि इस वृत्तीय गति में हिस्सा नहीं लेता, वस्तु जहाँ मुक्त होती है, उस बिन्दु की स्पर्शरेखा के अनुदिश गति करती हुई प्रतीत होती है। एक अन्य प्रेक्षक B के लिए, जो कि इस वृत्तीय गति का एक हिस्सा है, (अर्थात् प्रेक्षक B वस्तु के साथ समान वेग से वृत्तीय गति कर रहा है), मुक्त होने से पूर्व वस्तु स्थिर प्रतीत होती है। जब वस्तु मुक्त होती है, तब यह B के लिए इस प्रकार प्रतीत होती है, जैसे वस्तु को किसी बल द्वारा वृत्त की त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र से दूर की ओर फेंक दिया गया हो। परन्तु वास्तविकता में वस्तु पर कोई बल कार्यरत नहीं है। बल की अनुपस्थिति में वस्तु अपने जड़त्व के कारण एक सीधी रेखा में गति करती है। प्रेक्षक A के लिए यह घटना जड़त्व के कारण होगी किन्तु प्रेक्षक B तथा वस्तु का जड़त्व समान होगा, अतः प्रेक्षक B के लिए उपरोक्त घटना जड़त्व से सम्बन्धित नहीं होगी। जब वस्तु पर कार्यरत अभिकेन्द्रीय बल समाप्त हो जाता है, तब वस्तु वृत्तीय मार्ग को छोड़ देती है तथा एक सीधी रेखा में गति करने लगती है किन्तु प्रेक्षक B को ऐसा प्रतीत होता है मानो वस्तु को किसी वास्तविक बल द्वारा त्रिज्या के अनुदिश बाहर की ओर फेंक दिया गया हो। इस आभासी अथवा काल्पनिक बल की संकल्पना उस प्रेक्षक के लिए जड़त्व के प्रभाव की व्याख्या हेतु की जाती है, जो कि स्वयं वृत्तीय गति में भाग लेता है। इस जड़त्वीय बल को ही अपकेन्द्रीय बल कहा जाता है। अतः अपकेन्द्रीय बल एक आभासी बल है जो कि केवल घूर्णन निर्देश फ्रेम के लिए ही अस्तित्व रखता है।

अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य
(Work Done by Centripetal Force)

अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य हमेशा शून्य होता है, क्योंकि यह वेग के लंबवत् अतः तात्क्षणिक विस्थापन के भी लंबवत् होता है।

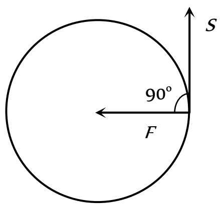


Fig : 3.30

किया गया कार्य = घूमती हुई वस्तु की गतिज ऊर्जा में वृद्धि

अतः किया गया कार्य = 0

इसके अलावा $W = \vec{F}.\vec{S} = F \cdot S\cos\theta = FS\cos 90^{\circ} = 0$

उदाहरण : (i) जब एक इलेक्ट्रॉन हाइड्रोजन परमाणु की एक निश्चित कक्षा में नाभिक के चारों ओर चक्कर लगाता है, तब यह न तो ऊर्जा अवशोषित करता है तथा न ही ऊर्जा उत्सर्जित करता है, इसका अर्थ है कि इसकी ऊर्जा नियत रहती है।

(ii) जब किसी उपग्रह को एक बार पृथ्वी के चारों ओर की कक्षा में स्थापित कर दिया जाता है, तथा यह एक निश्चित चाल से घूमना प्रारम्भ कर देता है, तब इसकी वृत्तीय गति के लिए ईंधन की आवश्यकता नहीं होती।

समतल सड़क पर वाहन का फिसलना
(Skidding of Vehicle on a Level Road)

जब कोई वाहन वृत्तीय मार्ग पर मुड़ता है, तब इसे मुड़ने के लिए अभिकेन्द्रीय बल की आवश्यकता होती है।

यदि घर्षण, आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान कर देता है, तो वाहन वृत्तीय पथ पर सुरक्षित रूप से मुड़ सकता है।

घर्षण बल ≥ आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल

$$\mu mg \geq \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore\ v_{\text{सुरक्षित}} \leq \sqrt{\mu rg}$$

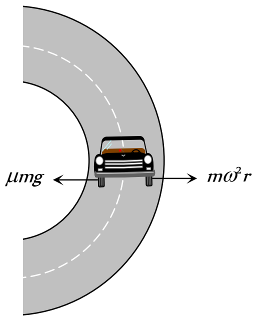


Fig : 3.31

यह वाहन का वह अधिकतम वेग है, जिससे वह r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर मुड़ सकता है, जहाँ सड़क तथा टायर के बीच घर्षण गुणांक μ है।

घूमते हुए प्लेटफॉर्म पर वस्तु का फिसलना
(Skidding of Object on a Rotating Platform)

घूमते हुए प्लेटफॉर्म पर घूर्णन अक्ष से r दूरी पर स्थित m द्रव्यमान की वस्तु को फिसलने से रोकने के लिए घर्षण बल द्वारा आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान किया जाना चाहिए।

अभिकेन्द्रीय बल = घर्षण बल

$$m\omega r \leq \mu mg \Rightarrow \omega_{\max} = \sqrt{(\mu g/r)}$$

अतः प्लेटफॉर्म के घूर्णन का अधिकतम कोणीय वेग $\sqrt{(\mu g/r)}$ होना चाहिए, जिससे कि इस पर रखी वस्तु फिसल न सके।

साइकिल सवार का झुकाव (Bending of a Cyclist)

एक क्षैतिज मार्ग पर गति कर रहा साइकिल सवार जब वक्राकार मार्ग पर मुड़ता है, तब वह अंदर की ओर झुक जाता है, जिससे उसे आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्राप्त हो जाता है। मान लीजिए, कि एक साइकिल सवार जिसका भार mg है, r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर v वेग से मुड़ता है। मुड़ने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्राप्त करने के लिए साइकिल सवार अंदर की ओर θ कोण से झुक जाता है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है।

साइकिल सवार पर निम्न बल कार्य करते हैं :

भार mg जो कि ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर तथा साइकिल व साइकिल सवार के गुरुत्व केन्द्र पर लगता है।

सतह द्वारा साइकिल सवार पर लगने वाली प्रतिक्रिया R है तथा यह ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाने वाली रेखा के अनुदिश लगती है।

अभिलंब प्रतिक्रिया R का ऊर्ध्वाधर घटक $R\cos\theta$ साइकिल सवार के भार को सन्तुलित करता है, जबकि क्षैतिज घटक $R\sin\theta$, साइकिल सवार को आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

$$R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \quad \text{...(i)}$$

तथा $R\cos\theta = mg$ ...(ii)

समीकरण (i) में (ii) से भाग देने पर,

$$\frac{R\sin\theta}{R\cos\theta} = \frac{mv^2/r}{mg}$$

अथवा $\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$ ...(iii)

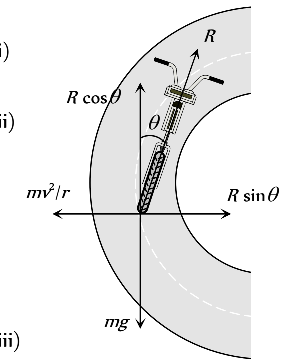


Fig : 3.32

अतः साइकिल सवार को कोण $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{v^2}{rg}\right)$ से झुकना चाहिए।

यह दर्शाता है कि साइकिल सवार द्वारा झुकाव कोण अधिक होगा, यदि

(i) वक्र की त्रिज्या कम हो अर्थात् वक्र तीक्ष्ण हो।

(ii) साइकिल सवार का वेग अधिक हो।

इन्हीं कारणों से बर्फ पर स्केटिंग करने वाले अथवा हवाई जहाज मुड़ते समय अन्दर की ओर झुक जाते हैं।

सड़क का उठाव (Banking of a Road)

अभिकेन्द्रीय बल प्राप्त करने के लिए साइकिल सवार वृत्तीय मार्ग के केन्द्र की ओर (अंदर की ओर) झुक जाता है, किन्तु चार पहियों वाले वाहनों जैसे कार इत्यादि के लिए ऐसा संभव नहीं है। अतः सड़क की बाहरी सतह

मोड़ पर कुछ उठा दी जाती है जिससे वाहन स्वतः ही केन्द्र की ओर झुक जाते हैं।

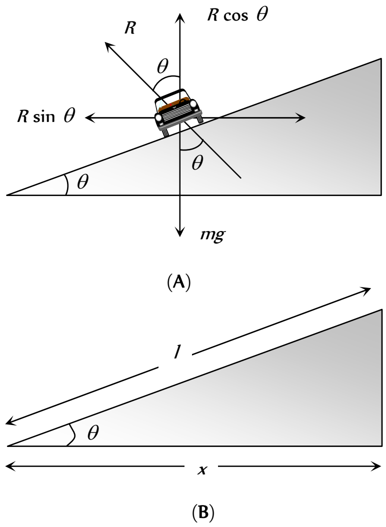


Fig : 3.33

चित्र (A) में प्रदर्शित प्रतिक्रिया R को दो घटकों में तोड़ा जा सकता है, घटक $R\cos\theta$ वाहन के भार को संतुलित करता है।

$\therefore\ R\cos\theta = mg$ ...(i)

तथा क्षैतिज घटक $R\sin\theta$ आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है तथा इसकी दिशा वृत्त के केन्द्र की ओर होती है।

अतः $R\sin\theta = \dfrac{mv^2}{r}$ ...(ii)

समीकरण (ii) को समीकरण (i) से भाग देने पर

$\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$ ...(iii)

अथवा $\tan\theta = \dfrac{\omega^2 r}{g} = \dfrac{v\omega}{g}$ ...(iv) [चूँकि $v = r\omega$]

(1) यदि l = सड़क की चौड़ाई, h = बाहरी सतह का पृथ्वी से उठाव तब चित्र (B) से

$\tan\theta = \dfrac{h}{x} = \dfrac{h}{l}$ ...(v) [चूँकि θ बहुत कम है]

समीकरण (iii), (iv)तथा (v) से,

$\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg} = \dfrac{\omega^2 r}{g} = \dfrac{v\omega}{g} = \dfrac{h}{l}$

(2) यदि टायर तथा सड़क के बीच घर्षण भी उपस्थित है, तब

$\dfrac{v^2}{rg} = \dfrac{\mu + \tan\theta}{1 - \mu\tan\theta}$

(3) उठे हुए घर्षणयुक्त मार्ग पर अधिकतम सुरक्षित चाल

$v = \sqrt{\dfrac{rg(\mu + \tan\theta)}{1 - \mu\tan\theta}}$

वाहन का पलटना (Overturning of Vehicle)

जब एक कार वृत्तीय मार्ग पर एक निश्चित अधिकतम चाल से भी अधिक चाल से मुड़ती है तब, कार को फिसलने से बचाने के लिये पर्याप्त घर्षण के होते हुए भी, यह पलट जाती है तथा इसके भीतरी पहिये पहले जमीन को छोड़ते हैं।

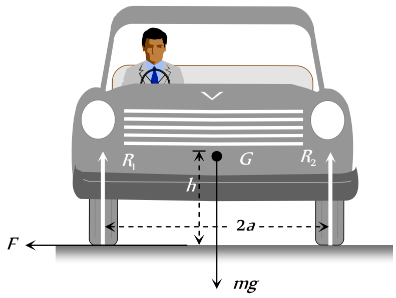


Fig : 3.34

कार का भार = mg, कार की चाल = v

वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या = r

कार के पहियों के केन्द्र के बीच की दूरी = $2a$

मार्ग की सतह से कार के गुरुत्व केन्द्र की ऊँचाई = h

अंदर के पहिए पर सतह की प्रतिक्रिया = R_1

बाहरी पहिए पर सतह की प्रतिक्रिया = R_2

जब कार वृत्तीय मार्ग में गति करती है, तब क्षैतिज घर्षण बल F आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

अर्थात्, $F = \dfrac{mv^2}{R}$ ...(i)

घूर्णन के संतुलन के लिए, G के परितः बलों R_1, R_2 तथा F का आघूर्ण लेने पर

$Fh + R_1 a = R_2 a$ ...(ii)

चूँकि ऊर्ध्वाधर दिशा में कोई गति नहीं है,

अतः $R_1 + R_2 = mg$ ...(iii)

समीकरण (i), (ii) व (iii) को हल करने पर

$R_1 = \dfrac{1}{2}M\left[g - \dfrac{v^2 h}{ra}\right]$ ...(iv)

तथा $R_2 = \dfrac{1}{2}M\left[g + \dfrac{v^2 h}{ra}\right]$ ...(v)

समीकरण (iv) से स्पष्ट है यदि v का मान बढ़ता है, तब R का मान घटता है तथा यदि $R = 0$ तब, $\frac{v^2h}{ra} = g$ अथवा $v = \sqrt{\frac{gra}{h}}$

अर्थात् सीधे मार्ग पर बिना पलटे कार की अधिकतम चाल $v = \sqrt{\frac{gra}{h}}$ से दी जाती है।

चुम्बकीय क्षेत्रा में आवेशित कण की गति
(Motion of Charged Particle In Magnetic Field)

जब एक आवेशित कण, जिसका द्रव्यमान m तथा आवेश q है, चुम्बकीय क्षेत्र B में v वेग से क्षेत्र के अभिलंबवत् प्रवेश करता है, तब यह r त्रिज्या के वृत्ताकार पथ में गति करता है।

चूँकि चुम्बकीय बल (qvB), v की दिशा के लंबवत् कार्यरत रहता है अतः यह आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

चुम्बकीय बल = अभिकेन्द्रीय बल

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$\therefore$ वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या $r = \frac{mv}{qB}$

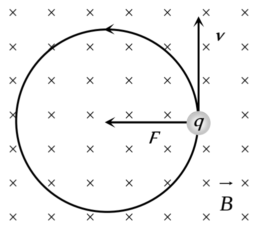


Fig : 3.35

कार पर सड़क मार्ग की प्रतिक्रिया
(Reaction of Road On Car)

(1) जब कोई कार किसी अवतल पुल से गुजरती है, तब

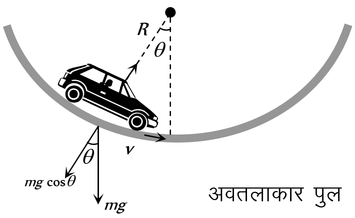


Fig : 3.36

अभिकेन्द्रीय बल = $R - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$

तथा प्रतिक्रिया $R = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{r}$

(1) जब कार उत्तलाकार पुल से गुजरती है। तब

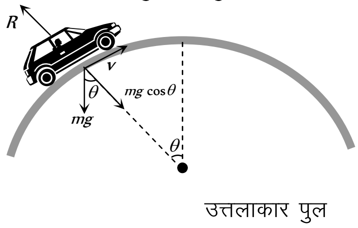


Fig : 3.37

अभिकेन्द्रीय बल = $mg\cos\theta - R = \frac{mv^2}{r}$

तथा प्रतिक्रिया $R = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}$

असमान वृत्तीय गति (Non-Uniform Circular Motion)

यदि किसी कण की चाल क्षैतिज वृत्तीय गति में समय के साथ परिवर्तित होती है, तब उसकी गति असमान वृत्तीय गति कहलाती है।

माना कि कोई कण r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग में गति कर रहा है। वृत्त का केन्द्र O है। माना किसी क्षण पर कण P बिन्दु पर है, तथा इसका रेखीय वेग $\vec{v}$ तथा कोणीय वेग $\vec{\omega}$ है,

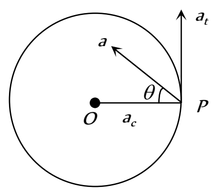
तब, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ...(i)

समय t के सापेक्ष दोनों ओर अवकलन करने पर

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \quad ...(ii)$$

यहाँ, $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\alpha}$, (परिणामी त्वरण)

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$



$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\alpha}$ (कोणीय त्वरण)

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$ ...(iii)

Fig : 3.38

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}$ (रेखीय वेग)

इस प्रकार P बिन्दु पर कण के परिणामी त्वरण के दो घटक होते हैं

(1) **स्पर्श रेखीय त्वरण** : $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

यह वृत्तीय मार्ग के समतल में स्थित बिन्दु P की स्पर्श रेखा के अनुदिश होता है।

दाँयें हाथ के नियम के अनुसार चूँकि $\vec{\alpha}$ तथा $\vec{r}$ परस्पर अभिलम्बवत् हैं, अतः स्पर्श रेखीय त्वरण का मान निम्न प्रकार से दिया जा सकता है।

$$|\vec{a}_t| = |\vec{\alpha} \times \vec{r}| = \alpha r \sin 90^o = \alpha r$$

(2) **अभिकेन्द्रीय (त्रिज्यीय) त्वरण** : $\vec{a}_c = \vec{\omega} \times \vec{v}$

यह बिन्दु P पर कण का अभिकेन्द्रीय त्वरण कहलाता है।

यह बिन्दु P पर कण की त्रिज्या के अनुदिश कार्य करता है।

दाँयें हाथ के नियम के अनुसार चूँकि $\vec{\omega}$ तथा $\vec{v}$ परस्पर अभिलम्बवत् हैं, अतः अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण निम्न प्रकार से दिया जा सकता है

$$|\vec{a}_c| = |\vec{\omega} \times \vec{v}| = \omega \upsilon \sin 90^o = \omega \upsilon = \omega(\omega r) = \omega^2 r = \upsilon^2 / r$$

Table 3.2 : स्पर्श रेखीय तथा अभिकेन्द्रीय त्वरण

अभिकेन्द्रीय त्वरण	स्पर्श रेखीय त्वरण	कुल त्वरण	गति का प्रकार
$a_c = 0$	$a_t = 0$	$a = 0$	एकसमान स्थानांतरीय (रेखीय) गति
$a_c = 0$	$a_t \neq 0$	$a = a_t$	त्वरित स्थानांतरीय

			(रेखीय) गति
$a_c \neq 0$	$a_t = 0$	$a = a_c$	एकसमान वृत्तीय गति
$a_c \neq 0$	$a_t \neq 0$	$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$	असमान वृत्तीय गति

Note : ❑ यहाँ a_t, $\vec{v}$ के परिमाण तथा $\vec{a_c}$, गति की दिशा को को निर्धारित करता है।

(3) **cy** : असमान वृत्तीय गति में, कण पर एक साथ दो बल कार्य करते हैं

अभिकेन्द्रीय बल : $F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$

स्पर्श रेखीय बल : $F_t = ma_t$

कुल बल : $F_{net} = ma = m\sqrt{a_c^2 + a_t^2}$

(i) असमान वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा क्योंकि $\vec{F_c} \perp \vec{v}$

(ii) असमान वृत्तीय गति में स्पर्श रेखीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य नहीं होगा क्योंकि $F_t \neq 0$

(iii) वृत्तीय गति में कुल बल द्वारा किये गए कार्य की दर = स्पर्श रेखीय बल द्वारा किये गए कार्य की दर

अर्थात् $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F_t} . \vec{v}$

वृत्तीय गति के समीकरण (Equations of Circular Motion)

त्वरित गति के लिए	अवमंदित गति के लिए
$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$	$\omega_2 = \omega_1 - \alpha t$
$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\theta = \omega_1 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\theta$	$\omega_2^2 = \omega_1^2 - 2\alpha\theta$
$\theta_n = \omega_1 + \frac{\alpha}{2}(2n-1)$	$\theta_n = \omega_1 - \frac{\alpha}{2}(2n-1)$

जहाँ

ω_1 = कण का प्रारम्भिक कोणीय वेग

ω_2 = कण का अंतिम कोणीय वेग

α = कण का कोणीय त्वरण

θ = t समय में कण द्वारा घूमा गया कोण

θ_n = nवें सैकण्ड में कण द्वारा घूमा गया कोण

ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति (Motion in vertical circle)

यह असमान वृत्तीय गति का एक उदाहरण है। इस गति में वस्तु पृथ्वी के गुरुत्व के प्रभाव में गति करती है। जब वस्तु वृत्त के निम्नतम बिन्दु से उच्चतम बिन्दु की ओर गति करती है, इसकी चाल घटती है, तथा उच्चतम बिन्दु पर यह न्यूनतम हो जाती है। वस्तु की कुल यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित रहती है, तथा गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा में व स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में परिवर्तित होती रहती है।

(1) **ऊर्ध्वाधर लूप के किसी बिन्दु पर वेग :** यदि निम्नतम बिन्दु पर वस्तु का प्रारम्भिक वेग u है, तब h ऊँचाई पर वस्तु का वेग दिया जाता है

$$v = \sqrt{u^2 - 2gh} = \sqrt{u^2 - 2gl(1-\cos\theta)}$$

[क्योंकि $h = l - l\cos\theta = l(1-\cos\theta)$]

जहाँ l डोरी की लम्बाई है।

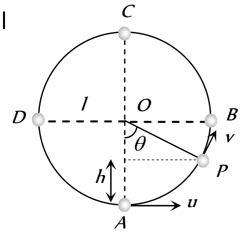


Fig : 3.39

(2) **ऊर्ध्वाधर लूप के किसी बिन्दु पर तनाव :** न्यूटन की गति के द्वितीय नियम से किसी बिन्दु P पर तनाव

केन्द्र की ओर कुल बल = अभिकेन्द्रीय बल

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{l}$$

अथवा $T = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{l}$

$$T = \frac{m}{l}[u^2 - gl(2 - 3\cos\theta)]$$

$[v = \sqrt{u^2 - 2gl(1-\cos\theta)}]$

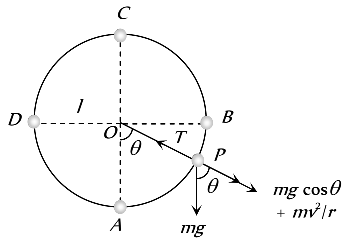


Fig : 3.40

Table 3.3 : ऊर्ध्वाधर लूप की विभिन्न स्थितियों में वेग तथा तनाव

स्थिति	कोण	वेग	तनाव
A	0°	u	$\frac{mu^2}{l} + mg$
B	90°	$\sqrt{u^2 - 2gl}$	$\frac{mu^2}{l} - 2mg$
C	180°	$\sqrt{u^2 - 4gl}$	$\frac{mu^2}{l} - 5mg$
D	270°	$\sqrt{u^2 - 2gl}$	$\frac{mu^2}{l} - 2mg$

सारणी से स्पष्ट है : $T_A > T_B > T_C$ तथा $T_B = T_D$

$T_A - T_B = 3mg$, , $T_A - T_C = 6mg$ तथा $T_B - T_C = 3mg$

Table 3.4 : ऊर्ध्वाधर गति की विभिन्न स्थितियाँ

निम्नतम बिन्दु पर वेग	स्थिति
$u_A > \sqrt{5gl}$	किसी भी बिन्दु पर डोरी का तनाव शून्य नहीं होगा तथा वस्तु वृत्तीय गति करती रहेगी।

$u_A = \sqrt{5gl}$	उच्चतम बिन्दु C पर तनाव शून्य होगा तथा वस्तु ठीक एक वृत्त पूर्ण करती है।
$\sqrt{2gl} < u_A < \sqrt{5gl}$	कण वृत्तीय गति नहीं करेगा। डोरी में तनाव B तथा C बिन्दुओं के बीच शून्य हेागा जबकि वेग धनात्मक रहेगा। कण वृत्तीय पथ को छोड़कर परवलयाकार मार्ग में गति करता है।
$u_A = \sqrt{2gl}$	B बिन्दु पर डोरी में तनाव तथा कण का वेग दोनों शून्य हो जाते हैं तथा कण अर्द्धवृत्ताकार पथ के अनुदिश दोलन करता है।
$u_A < \sqrt{2gl}$	कण का वेग A तथा B बिन्दुओं के बीच शून्य हो जाता है किन्तु तनाव शून्य नहीं होगा तथा कण A बिन्दु के परितः दोलन करता है।

Note : ❑ क्षैतिज वृत्त में गति करती हुई वस्तु की गतिज ऊर्जा संपूर्ण मार्ग में एकसमान रहती है, किन्तु ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति करती हुई वस्तु की गतिज ऊर्जा भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर भिन्न होती है।

❑ यदि m द्रव्यमान की किसी वस्तु को l लंबाई की डोरी से बाँधकर क्षैतिज वेग u से प्रक्षेपित किया जाता है, तब वह ऊँचाई, जहाँ पर वेग शून्य हो जाता है, $h = \frac{u^2}{2g}$ होती है।

वह ऊँचाई जहाँ तनाव शून्य हो जाता है, $h = \frac{u^2 + gl}{3g}$ होती है।

(3) **ऊर्ध्वाधर लूप की क्रांतिक स्थिति :** यदि बिन्दु C पर तनाव शून्य है, तब वस्तु ऊर्ध्वाधर वृत्त का ठीक एक चक्कर पूर्ण करती है। वस्तु की यह अवस्था क्रांतिक अवस्था कहलाती है। क्रांतिक अवस्था में वस्तु की चाल को क्रांतिक चाल कहा जाता है।

Table 3.3 से

$$T_c = \frac{mu^2}{l} - 5mg = 0$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{5gl}$$

इसका अर्थ है, कि ऊर्ध्वाधर वृत्त पूर्ण करने के लिए, वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर वस्तु का न्यूनतम वेग $\sqrt{5gl}$ होना चाहिये।

Table 3.5 : क्रांतिक स्थिति में ऊर्ध्वाधर वृत्त की विभिन्न स्थितियों में विभिन्न राशियों के मान

राशि	बिन्दु A	बिन्दु B	बिन्दु C	बिन्दु D	बिन्दु P
रेखीय वेग (v)	$\sqrt{5gl}$	$\sqrt{3gl}$	$\sqrt{gl}$	$\sqrt{3gl}$	$\sqrt{gl(3+2\cos\theta)}$
कोणीय वेग (ω)	$\sqrt{\frac{5g}{l}}$	$\sqrt{\frac{3g}{l}}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$	$\sqrt{\frac{3g}{l}}$	$\sqrt{\frac{g}{l}(3+2\cos\theta)}$
डोरी में तनाव (T)	6 mg	3 mg	0	3 mg	$3mg(1+\cos\theta)$
गतिज ऊर्जा (KE)	$\frac{5}{2}mgl$	$\frac{3}{2}mgl$	$\frac{1}{2}mgl$	$\frac{3}{2}mgl$	$\frac{mu^2}{l} - 5mg = 0$
स्थितिज ऊर्जा (PE)	0	mgl	2 mgl	mgl	$mgl(1-\cos\theta)$
कुल ऊर्जा (TE)	$\frac{5}{2}mgl$	$\frac{5}{2}mgl$	$\frac{5}{2}mgl$	$\frac{5}{2}mgl$	$\frac{5}{2}mgl$

(4) **घर्षणहीन अर्द्धगोले पर गुटके की गति :** m द्रव्यमान का एक छोटा गुटका अथवा पिण्ड r त्रिज्या के घर्षणहीन अर्द्धगोले के शीर्ष से नीचे की ओर फिसलता है। गुरुत्वीय बल का घटक ($mg\cos\theta$) गति हेतु आवश्यक अभिकेंद्रीय बल प्रदान करता है, किन्तु बिंदु B पर इसकी वृत्तीय गति समाप्त हो जाती है, तथा गुटका अर्द्धगोले की सतह से संपर्क छोड़ देता है।

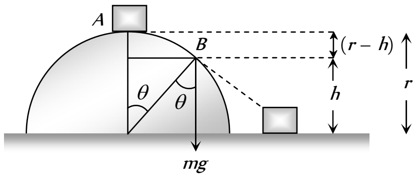


Fig : 3.41

बिन्दु B पर, बलों की साम्यावस्था में

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \quad \text{...(i)}$$

बिन्दु A तथा बिन्दु B पर, ऊर्जा संरक्षण के नियम से

बिन्दु A पर कुल ऊर्जा = बिन्दु B पर कुल ऊर्जा

$K.E._{(A)} + P.E._{(A)} = K.E._{(B)} + P.E._{(B)}$

$$0 + mgr = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \quad \Rightarrow v = \sqrt{2g(r-h)} \quad \text{...(ii)}$$

तथा दिये गये चित्र से, $h = r\cos\theta$ ...(iii)

समीकरण (ii) तथा (iii) से v तथा h के मान समीकरण (i) में रखने पर

$$mg\left(\frac{h}{r}\right) = \frac{m}{r}\left(\sqrt{2g(r-h)}\right)^2 \Rightarrow h = 2(r-h) \Rightarrow h = \frac{2}{3}r$$

अर्थात् पिण्ड, पृथ्वी से $\frac{2}{3}r$ की ऊँचाई पर गोले से संपर्क छोड़ता है।

ऊर्ध्वाधर से बनने वाला कोण, $\cos\theta = \frac{h}{r} = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$

शंक्वाकार लोलक (Conical Pendulum)

यह क्षैतिज समतल में एकसमान वृत्तीय गति का उदाहरण है।

एक m द्रव्यमान के गोलक को एक हल्की तथा अवितान्य डोरी से बाँधकर इसे r त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है। ऊर्ध्वाधर के चारों ओर यह नियत कोणीय वेग ω से घूमता है। डोरी ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती है, तथा एक शंकु की काल्पनिक सतह का निर्माण करती प्रतीत होती है। अतः इसे शंक्वाकार लोलक कहा जाता है।

लोलक पर कार्यरत् बल, तनाव बल तथा लोलक का भार है

चित्र से, $T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ ....(i)

तथा $T\cos\theta = mg$ ....(ii)

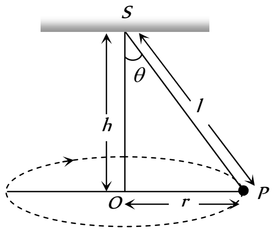


Fig : 3.42

(1) डोरी में तनाव : $T = mg\sqrt{1+\left(\frac{v^2}{rg}\right)^2}$

$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{mgl}{\sqrt{l^2 - r^2}}$ $\left[\cos\theta = \frac{h}{l} = \frac{\sqrt{l^2 - r^2}}{l}\right]$

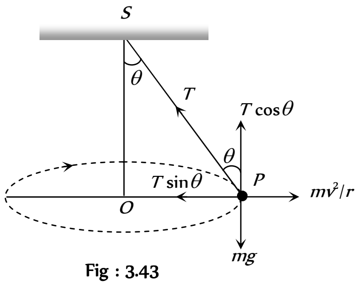


Fig : 3.43

(2) डोरी द्वारा ऊर्ध्वाधर से बनाया गया कोण : $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

(3) लोलक का रेखीय वेग : $v = \sqrt{gr\tan\theta}$

(4) लोलक का कोणीय वेग :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}\tan\theta} = \sqrt{\frac{g}{h}} = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$$

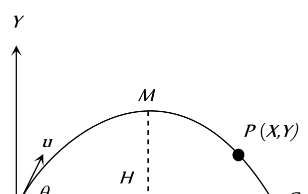
(5) चक्रण का आवर्तकाल :

$$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{l^2 - r^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\tan\theta}}$$

Tips & Tricks

✍ m द्रव्यमान के एक प्रक्षेप्य पर विचार करें, जो कि क्षैतिज से θ कोण पर u वेग से फेंका गया है। यह बिन्दु O से प्रक्षेपित किया गया है तथा बिन्दु G पर गिरता है। इसके द्वारा प्राप्त शीर्ष बिन्दु M है, तब (चित्र देखें)



(i) O से M तक जाते समय निम्न परिवर्तन होते हैं

(a) वेग में परिवर्तन $= u\sin\theta$

(b) चाल में परिवर्तन $= u(1-\cos\theta) = 2u\cos^2(\theta/2)$

(c) संवेग में परिवर्तन $= mu\sin\theta$

(d) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन (हानि) $= 1/2\, mu^2\sin^2\theta$

(e) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन (लाभ) $= 1/2\, mu^2\sin^2\theta$

(f) गति की दिशा में परिवर्तन $= \angle\theta$

(ii) जमीन पर आने के पश्चात् अर्थात् O से G तक जाने में निम्न परिवर्तन होते हैं

(a) चाल में परिवर्तन = शून्य

(b) वेग में परिवर्तन = $2u\sin\theta$

(c) संवेग में परिवर्तन = $2mu\sin\theta$

(d) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन = शून्य

(e) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = शून्य

(f) गति की दिशा में परिवर्तन = $\angle 2\theta$

✍ (i) प्रक्षेप्य गति में शीर्ष बिन्दु पर वेग का क्षैतिज घटक $v_x = u\cos\theta$ तथा वेग का ऊर्ध्वाधर घटक v_y शून्य होगा।

(ii) प्रक्षेप्य गति में शीर्ष बिन्दु पर कण का रेखीय संवेग $mv_x = mu\cos\theta$

(iii) प्रक्षेप्य गति में शीर्ष बिन्दु पर कण की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}mu^2\cos^2\theta.$

✍ प्रक्षेप्य गति में शीर्ष बिन्दु पर गुरुत्वीय त्वरण ऊर्ध्वाधर नीचे की दिशा में कार्यरत् होगा तथा प्रक्षेप्य के वेग के क्षैतिज घटक से यह 90° के कोण पर होगा।

✍ प्रक्षेप्य गति में शीर्ष बिन्दु पर क्षैतिज तल से θ कोण पर फेंके गये प्रक्षेप्य का संवेग $P\cos\theta$ तथा गतिज ऊर्जा = $(K.E.)\cos\theta$

✍ प्रक्षेप्य का पथ परवलयाकार होता है।

✍ किसी प्रक्षेप्य के लिए, उडड्यन काल तथा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई प्रक्षेपण वेग के ऊर्ध्वाधर घटक पर निर्भर करते हैं।

✍ प्रक्षेपण कोण $\theta = 45°$ के लिये, क्षैतिज परास अधिकतम होती है।

प्रक्षेप्य की अधिकतम परास : $R_{max} = \frac{u^2}{g}$

✍ जब परास अधिकतम हो, तो प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त ऊँचाई :

$H = \frac{u^2}{4g} = \frac{R_{max}}{4}$

जब परास अधिकतम हो, तो उडड्यन काल : $T = 2t = \frac{\sqrt{2}u}{g}$

✍ जब $\theta = 90°$ होता है तब प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त ऊँचाई अधिकतम होती है $H_{max} = \frac{u^2}{2g}$

यह अधिकतम परास की स्थिति में प्राप्त ऊँचाई से दो गुनी होती है।

✍ $\theta = 90°$ के लिये, उडड्यन काल भी अधिकतम होता है

$T_{max} = \frac{2u}{g}$

✍ प्रक्षेप्य का पथ एक सममित परवलय होगा, यदि संपूर्ण गति के दौरान g नियत रहे तथा प्रक्षेपण कोण (θ), 0°, 90° अथवा 180° न हो।

✍ यदि प्रक्षेपण वेग का मान n गुना कर दें तो अधिकतम ऊँचाई तथा परास, प्रारंभिक मान के n गुना तथा उडड्यन काल प्रारंभिक मान का n गुना हो जायेगा।

✍ यदि कण पर कार्यरत् बल हमेशा कण के वेग के लम्बवत् हैं तो कण का पथ एक वृत्त होगा। अभिकेन्द्रीय बल सदैव कण के वेग के लम्बवत् होता है।

✍ यदि वस्तु की वृत्तीय गति एक समान है, तो इसमें सिर्फ अभिकेन्द्रीय त्वरण होगा।

✍ यदि वस्तु की वृत्तीय गति असमान है, तो इसमें अभिकेन्द्रीय त्वरण तथा अनुप्रस्थ (Transverse) त्वरण दोनों होंगे।

✍ जब कण वृत्तीय पथ में नियत चाल से गति करता है तो कोणीय वेग भी नियत रहता है। परंतु रेखीय वेग, संवेग तथा अभिकेन्द्रीय त्वरण की दिशा परिवर्तित होती है, यद्यपि इनका परिमाण नियत रहता है।

✍ दृढ़ पिण्डों की एकसमान वृत्तीय गति में सभी कणों की कोणीय चाल समान होती है, परंतु उनकी रेखीय चाल कण द्वारा बनाये गये वृत्त की त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होती है $(v \propto r)$ ।

✍ जब कोई वस्तु घूर्णन करती है तो इसके सभी कण एक रेखा के परितः वृत्तीय गति करते हैं, जिसे घूर्णन अक्ष कहते हैं।

✍ घूर्णन करती हुई वस्तु के विभिन्न कणों द्वारा बनाये गये वृत्त का केन्द्र घूर्णन अक्ष पर स्थित होता है।

✍ अभिकेन्द्रीय बल $F = ma = m\omega^2 r$, जहाँ m = वस्तु का द्रव्यमान

✍ अभिकेन्द्रीय बल सदैव वृत्त के केन्द्र की ओर त्रिज्या के अनुदिश होता है।

✍ जब कोई वस्तु समान वेग से घूमती है तो इसके विभिन्न कणों का अभिकेन्द्रीय त्वरण त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होता है $(a_c \propto r)$ ।

✍ अभिकेन्द्रीय बल के बिना वृत्तीय गति संभव नहीं है।

✍ अभिकेन्द्रीय बल, यांत्रिक बल, विद्युत बल अथवा चुम्बकीय बल कुछ भी हो सकता है।

✍ ग्रह सूर्य के चारों ओर वृत्तीय मार्ग में परिक्रमा करते हैं। इस स्थिति में सूर्य तथा ग्रह के मध्य गुरुत्वाकर्षण बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

✍ पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण खिंचाव चन्द्रमा तथा कृत्रिम उपग्रहों को अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

✍ अभिकेन्द्रीय बल वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन नहीं कर सकता।

✍ एक समान वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण सदैव नियत रहता है परंतु दिशा निरंतर परिवर्तित होती है, हालांकि यह सदैव केन्द्र की ओर ही रहता है।

✍ अभिकेन्द्रीय बल के बराबर तथा विपरीत दिशा में एक छद्म बल कार्य करता है, जिसे हम अपकेन्द्रीय बल कहते हैं

✍ $\vec{\theta}, \vec{\omega}$ तथा $\vec{\alpha}$ की दिशा वृत्तीय पथ की अक्ष के अनुदिश होती है। उनकी दिशा दाँये हाथ की मुट्ठी के नियम से दी जाती है। इस नियम के अनुसार "यदि हम दायें हाथ की मुट्ठी में घूर्णन अक्ष को इस तरह पकड़ें कि उंगलियाँ घूर्णन की दिशा में बाहरी ओर हो तो तने हुये अँगूठे की दिशा $\vec{\theta}, \vec{\omega}$ तथा $\vec{\alpha}$ की दिशा होती है"।

✍ $\vec{\theta}, \vec{\omega}$ तथा $\vec{\alpha}$ को हम अक्षीय सदिश अथवा छद्म सदिश कहते हैं।

✍ वृत्तीय गति के लिये –

(i) $\vec{r} \perp \vec{v}$

(ii) $\vec{r}$, $\vec{a_c}$ के प्रति समांतर है

(iii) $\vec{a_c} \perp \vec{v}$

(iv) $\vec{a_c} \perp \vec{a_t}$

(v) $\vec{\theta}, \vec{\omega}, \vec{\alpha}$ लम्बवत् होते हैं $\vec{r}, \vec{a_c}, \vec{a_t}, \vec{v}$ के

(vi) $\vec{r}, \vec{a_c}, \vec{a_t}$ तथा $\vec{v}$ एक ही तल में स्थित होते हैं।

Ordinary Thinking

Objective Questions

एकसमान वृत्तीय गति

1. यदि एक वस्तु r त्रिज्या के वृत्त में अचर वेग v से गति कर रही है, तो इसका कोणीय वेग होगा [CPMT 1975; RPET 1999]

(a) v^2/r (b) vr

(c) v/r (d) r/v

2. दो रेसिंग कारें जिनके द्रव्यमान m_1 तथा m_2 हैं, क्रमशः r_1 तथा r_2 त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर गतिशील है। उनकी चालें इस प्रकार हैं कि वे समान समय t में एक चक्कर पूर्ण करती हैं। इनकी कोणीय चालों का अनुपात होगा [NCERT 1980; MNR 1995; CBSE PMT 1999; UPSEAT 2000]

(a) $m_1 : m_2$ (b) $r_1 : r_2$

(c) 1 : 1 (d) $m_1r_1 : m_2r_2$

3. एक साइकिल चालक 15 मील/घण्टे की चाल से वृत्तीय मार्ग पर मुड़ता है। यदि वह अपनी चाल दोगुनी कर दे, तो उसके फिसलने की संभावना होगी [CPMT 1974; AFMC 2003]

(a) दोगुनी (b) चार गुनी

(c) आधी (d) अपरिवर्तित

4. m द्रव्यमान की एक वस्तु r त्रिज्या के वृत्त में नियत चाल v से गति कर रही है। वस्तु पर आरोपित बल $\frac{mv^2}{r}$ है तथा यह वृत्त के केन्द्र की ओर लगता है। इस बल के द्वारा परिधि पर अर्द्ध-चक्र पूर्ण करने में किया गया कार्य होगा [NCERT 1977; RPET 1999]

(a) $\frac{mv^2}{r} \times \pi r$ (b) शून्य

(c) $\frac{mv^2}{r^2}$ (d) $\frac{\pi r^2}{mv^2}$

5. यदि एक कण वृत्तीय पथ पर इस प्रकार गति कर रहा है कि यह समान समय में समान कोण अंतरित करता है, तो इसका वेग सदिश [CPMT 1972, 74; JIPMER 1997]

(a) नियत रहता है

(b) परिमाण में बदल जाता है

(c) दिशा में बदल जाता है

(d) परिमाण तथा दिशा दोनों में बदल जाता है

6. m द्रव्यमान का एक पत्थर l लम्बाई के धागे से बाँधकर नियत चाल v से वृत्तीय पथ पर घुमाया जाता है यदि डोरी को छोड़ दें, तो पत्थर की गति होगी [NCERT 1977]

(a) त्रिज्यीय बाहर की ओर (b) त्रिज्यीय भीतर की ओर

(c) स्पर्शरेखीय बाहर की ओर (d) त्वरण $\frac{mv^2}{l}$ से

7. एक वस्तु नियत चाल से वृत्तीय पथ पर गति कर रही है, तो इसका [CPMT 1972]

(a) वेग अचर होगा

(b) त्वरण अचर होगा

(c) त्वरण का परिमाण अचर होगा

(d) त्वरण समय के साथ परिवर्तनशील है

8. एक मोटर-साइकिल चालक वृत्तीय पथ पर अचर चाल से गति कर रहा है, तब इसका [NCERT 1975]

(a) रेखीय वेग अचर होता है (b) त्वरण अचर होता है

(c) कोणीय वेग अचर होता है (d) बल अचर होता है

9. एक कण P, a त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर एक समान चाल v से गति करता है। C वृत्त का केन्द्र है तथा AB इसका व्यास है। B बिन्दु से जाते समय P का A तथा C बिन्दु के परितः कोणीय वेग का अनुपात होगा [NCERT 1982]

(a) 1 : 1 (b) 1 : 2

(c) 2 : 1 (d) 4 : 1

10. क्षैतिज सड़क पर चलती हुई एक कार मुड़ते समय बाहर की ओर फिसल जाती है [NCERT 1983]

(a) गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा

(b) अपर्याप्त अभिकेन्द्रीय बल के कारण

(c) टायर तथा सड़क के बीच लगने वाले लोटन घर्षण बल के कारण

(d) सड़क की अभिलम्ब प्रतिक्रिया द्वारा

11. समान द्रव्यमान के दो कण क्रमशः r_1 तथा r_2 त्रिज्याओं के वृत्ताकार पथों पर घूम रहे हैं। उनकी चालें समान हैं, उनके अभिकेन्द्रीय बलों का अनुपात होगा [NCERT 1984]

(a) $\frac{r_2}{r_1}$ (b) $\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

(c) $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ (d) $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

12. एक कण नियत कोणीय वेग से वृत्तीय पथ पर गति कर रहा है। गति के दौरान

(a) इसकी ऊर्जा संरक्षित रहती है

(b) इसका संवेग संरक्षित रहता है

(c) इसके ऊर्जा तथा संवेग दोनों संरक्षित रहते हैं

(d) दोनों में से कोई भी संरक्षित नहीं रहता है

13. डोरी से बाँधा गया पत्थर वृत्तीय पथ पर गति करता है। यदि डोरी काट दें तो पत्थर वृत्त से दूर चला जाता है क्योंकि

(a) पत्थर पर अपकेन्द्रीय बल लगता है

(b) पत्थर पर अभिकेन्द्रीय बल लगता है

(c) इसका जड़त्व इसे गतिशील रखता है

(d) अभिकेन्द्रीय बल की प्रतिक्रिया के फलस्वरूप

14. एक वस्तु अचर चाल से वृत्तीय पथ पर गति कर रही है। यदि इसकी गति की दिशा उलट दें किन्तु चाल स्थिर रखें, तो निम्न कथन/कथनों में सत्य कथन होगा

(a) अभिकेन्द्रीय बल का परिमाण स्थिर रहता है
(b) अभिकेन्द्रीय बल की दिशा विपरीत हो जाती है
(c) अभिकेन्द्रीय बल की दिशा में कोई परिवर्तन नहीं होता
(d) अभिकेन्द्रीय बल दोगुना हो जाता है

15. जब एक वस्तु अचर चाल से वृत्त के अनुदिश गमन करती है, तब [CBSE PMT 1994; Orissa PMT 2004]

(a) इस पर कोई कार्य नहीं किया जाता
(b) इसमें कोई त्वरण उत्पन्न नहीं होता
(c) इस पर कोई बल नहीं लगता
(d) इसका वेग अचर रहता है

16. m द्रव्यमान की एक वस्तु एक समान कोणीय वेग से वृत्तीय पथ पर घूम रही है। वस्तु की गति के दौरान नियत रहता है [MP PET 2003]

(a) त्वरण (b) वेग
(c) संवेग (d) गतिज ऊर्जा

17. रेल्वे मोड़ पर बाहर की पटरी, अन्दर वाली पटरी से ऊँची होती है जिससे कि पटरियों द्वारा पहियों पर लगने वाला परिणामी बल

(a) क्षैतिज दिशा में भीतर की ओर बल का घटक होगा
(b) ऊर्ध्वाधर दिशा में होगा
(c) अभिकेन्द्रीय बल को संतुलित करेगा
(d) घट जायेगा

18. यदि ओवरब्रिज उत्तल की बजाय अवतल हो, तो निम्नतम बिन्दु पर सड़क पर लगने वाला प्रणोद बल (Thrust) होगा

(a) $mg + \frac{mv^2}{r}$ (b) $mg - \frac{mv^2}{r}$
(c) $\frac{m^2v^2g}{r}$ (d) $\frac{v^2g}{r}$

19. एक साइकिल चालक किसी मोड़ पर साइकिल मोड़ते समय भीतर की ओर झुकता है परन्तु उसी मोड़ पर जब एक मोटर-कार चलती है, तो इसमें बैठा यात्री बाहर की ओर झुकता है। इसका कारण है [NCERT 1972, CPMT 1974]

(a) साइकिल की तुलना में मोटर-कार भारी होती है
(b) मोटर-कार में चार पहिये होते हैं किन्तु साइकिल में केवल दो पहिये होते हैं
(c) दोनों की चाल में अन्तर होता है
(d) साइकिल चालक को अपकेन्द्रीय बल का प्रतिकार करना होता है परन्तु कार में बैठे यात्री पर यही बल बाहर की ओर लगता है

20. मुड़ते समय कार कभी-कभी पलट जाती है। जब यह पलटती है, [AFMC 1988; MP PMT 2003]

(a) सबसे पहले भीतरी पहिये जमीन को छोड़ते हैं
(b) सबसे पहले बाहरी पहिये जमीन को छोड़ते हैं
(c) दोनों पहिये एक साथ जमीन को छोड़ते हैं
(d) कोई भी पहिया जमीन को पहले छोड़ सकता है

21. टेकोमीटर (Techometer) वह युक्ति है, जिससे मापा जाता है [DPMT 1999]

(a) गुरुत्वीय खिंचाव (b) घूर्णन की चाल
(c) पृष्ठ तनाव (d) डोरी में तनाव

22. 10 kg तथा 5 kg की दो वस्तुयें क्रमशः R तथा r त्रिज्या के संकेन्द्रीय वृत्तों में समान आवर्तकाल से गति कर रही हैं। उनके अभिकेन्द्रीय त्वरण का अनुपात होगा [CBSE PMT 2001]

(a) R/r (b) r/R
(c) R^2/r^2 (d) r^2/R^2

23. घड़ी के मिनट वाले काँटे तथा घण्टे वाले काँटे की कोणीय चाल का अनुपात होता है [MH CET 2002]

(a) 1 : 12 (b) 6 : 1
(c) 12 : 1 (d) 1 : 6

24. एक कार उत्तर की ओर एकसमान वेग से जा रही है।यह कीचड़ के एक टुकड़े के ऊपर से गुजरती है जो टायर से चिपक जाता है। जैसे ही टुकड़ा जमीन छोड़कर ऊपर की ओर उठता है, इसके कणों की गति होगी

(a) ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर (b) ऊर्ध्वाधर भीतर की ओर
(c) उत्तर की ओर (d) दक्षिण की ओर

25. एक वायुयान 150 m/s की चाल से क्षैतिज लूप में गति करता है। वायुयान के पंखों का किनारों से झुकाव 12^o है। लूप की त्रिज्या है ($g = 10\ m/s^2$ एवं $\tan 12° = 0.212$) [Pb. PET 2001]

(a) 10.6 km (b) 9.6 km
(c) 7.4 km (d) 5.8 km

26. एक कण क्षैतिज वृत्त में अचर चाल से गति करता है, तो इसके लिये अचर होगा [MP PMT 1987; AFMC 1993; CPMT 1997; MP PET 2000]

(a) वेग (b) त्वरण
(c) गतिज ऊर्जा (d) विस्थापन

27. एक मोटर-साइकिल चालक एक समतल सड़क पर 72 किमी/घण्टा की चाल से जा रहा है। यह एक स्थान पर मुड़ता है जहाँ सड़क की वक्रता त्रिज्या 20 मीटर तथा $g = 10$ मीटर/सैकण्ड है। फिसलने से बचने के लिये उसको ऊर्ध्वाधर तल से निम्न में से किस कोण से अधिक कोण पर नहीं झुकना चाहिये

(a) $\theta = \tan^{-1} 6$ (b) $\theta = \tan^{-1} 2$
(c) $\theta = \tan^{-1} 25.92$ (d) $\theta = \tan^{-1} 4$

28. एक रेलगाड़ी उत्तर दिशा में जा रही है। एक स्थान पर यह उत्तर-पूर्व की ओर मुड़ जाती है, तो यहाँ हम देखते हैं कि [AIIMS 1980]

(a) बाहरी पटरी की वक्रता त्रिज्या भीतरी पटरी से अधिक है
(b) भीतरी पटरी की वक्रता त्रिज्या बाहरी पटरी से अधिक है
(c) किसी एक पटरी की वक्रता त्रिज्या अधिक है
(d) दोनों पटरियों की वक्रता त्रिज्यायें बराबर हैं

29. एक मिनट में 120 चक्कर लगाने वाले गतिपालक चक्र (fly wheel) की कोणीय चाल होगी [CBSE PMT 1995; AFMC 2002]

(a) $2\pi\ rad/s$ (b) $4\pi^2\ rad/s$

(c) $\pi\ rad/s$ (d) $4\pi\ rad/s$

30. एक कण नियत चाल से वृत्तीय पथ पर घूम रहा है, तो इसका त्वरण होगा [RPET 2003]

(a) शून्य (b) त्रिज्यीय बाहर की ओर

(c) त्रिज्यीय अन्दर की ओर (d) नियत

31. एक कार समान वेग v से एक वृत्तीय मार्ग पर मुड़ती है। यदि उसके भीतरी तथा बाहरी पहियों पर प्रतिक्रिया बल क्रमशः R_1 व R_2 हों, तो [MH CET 2001]

(a) $R_1 = R_2$ (b) $R_1 < R_2$

(c) $R_1 > R_2$ (d) $R_1 \ge R_2$

32. 100 ग्राम के एक पिण्ड को 2 मीटर लम्बी रस्सी के एक सिरे से बाँधकर क्षैतिज वृत्त में घुमाया जा रहा है जो अधिकतम प्रति मिनट 200 चक्कर लगाता है। रस्सी का दूसरा सिरा क्षैतिज वृत्त के केन्द्र पर स्थित है। रस्सी द्वारा अधिकतम वहन करने वाला तनाव होगा [MP PET 1993]

(a) 8.76 N (b) 8.94 N

(c) 89.42 N (d) 87.64 N

33. एक सड़क 10 m चौड़ी है, इसकी वक्रता त्रिज्या 50 m है। इसकी बाह्य कोर, अन्तः कोर से 1.5 m अधिक ऊँची है। यह सड़क अधिकतम किस वेग के लिए उपयुक्त होगी

(a) 2.5 *m/sec* (b) 4.5 *m/sec*

(c) 6.5 *m/sec* (d) 8.5 *m/sec*

34. यह माना जाता है कि कुछ न्यूट्रॉन तारे (बहुत घने तारे) 1 चक्कर/सैकण्ड से घूर्णन करते हैं। यदि इन तारों की त्रिज्या 20 km हो तो तारे की मध्य रेखा पर स्थित किसी वस्तु का त्वरण होगा

(a) $20 \times 10^8\ m/sec^2$ (b) $8 \times 10^5\ m/sec^2$

(c) $120 \times 10^5\ m/sec^2$ (d) $4 \times 10^8\ m/sec^2$

35. एक कण वृत्तीय गति कर रहा है। कण का त्वरण होगा [MNR 1986; UPSEAT 1999]

(a) वृत्त की परिधि के अनुदिश (b) स्पर्श रेखा के अनुदिश

(c) त्रिज्या के अनुदिश (d) शून्य

36. एक घड़ी में सैकण्ड की सुई की लम्बाई 1 सेमी है। इसकी नोंक के वेग में परिवर्तन 15 सैकण्ड में होगा [MP PMT 1987, 2003]

(a) शून्य (b) $\frac{\pi}{30\sqrt{2}} cm/sec$

(c) $\frac{\pi}{30} cm/sec$ (d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{30} cm/sec$

37. एक कण 25 सेमी त्रिज्या के वृत्त में 2 चक्कर/सैकण्ड की चाल से गति कर रहा है। कण का त्वरण m/s^2 में होगा [MNR 1991; UPSEAT 2000; DPMT 1999; RPET 2003; Pb. PET 2004]

(a) π^2 (b) $8\pi^2$

(c) $4\pi^2$ (d) $2\pi^2$

38. एक बिजली के पंखे की पंखुड़ियों की लम्बाई उसकी घूर्णी अक्ष से मापने पर 30 सेमी है। यदि पंखा 1200 *rpm* से घूम रहा है, तो पंखुड़ी की नोक का त्वरण होगा [CBSE PMT 1990]

(a) 1600 m/sec^2 (b) 4740 m/sec^2

(c) 2370 m/sec^2 (d) 5055 m/sec^2

39. किसी पिण्ड की एकसमान वृत्तीय गति को बनाये रखने के लिए आवश्यक बल होता है [EAMCET 1982; AFMC 2003]

(a) अभिकेन्द्रीय बल (b) अपकेन्द्रीय बल

(c) प्रतिरोध (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

40. दूध का मंथन करने पर क्रीम प्राप्त होती है। इसका कारण है [EAMCET 1981]

(a) गुरुत्वीय बल (b) अभिकेन्द्रीय बल

(c) अपकेन्द्रीय बल (d) घर्षण बल

41. m द्रव्यमान का एक कण r त्रिज्या के पथ पर एक समान वृत्तीय गति कर रहा है। यदि इसके रेखीय संवेग का परिमाण p हो तो कण पर कार्यरत् त्रैज्यीय बल होगा [MP PET 1994]

(a) pmr (b) $\frac{rm}{p}$

(c) $\frac{mp^2}{r}$ (d) $\frac{p^2}{rm}$

42. एक केन्द्रीय आकर्षण बल, जो दूरी r के व्युत्क्रमानुपाती है, के प्रभाव में एक कण वृत्तीय कक्षा में गतिमान है। कण की चाल होगी [CBSE PMT 1995]

(a) r^2 के समानुपाती (b) r से स्वतंत्र

(c) r के समानुपाती [NCERT 1982] (d) $\frac{1}{r}$ के समानुपाती

43. द्रव्यमान M व m को संयुक्त लम्बाई l की भार रहित डोरियों द्वारा एक ऊर्ध्वाधर अक्ष से जोड़कर एक क्षैतिज तल में नियत कोणीय वेग ω से घुमाया जाता है। यदि गति के दौरान डोरियों में तनाव समान हो, तो M की अक्ष से दूरी है [MP PET 1995]

(a) $\frac{Ml}{M+m}$ (b) $\frac{ml}{M+m}$

(c) $\frac{M+m}{M}l$ (d) $\frac{M+m}{m}l$

44. साइकिल पर बैठा एक लड़का 20 *m/sec* की चाल से पैडल मारता हुआ 20 मीटर त्रिज्या का वृत्त बनाता है। लड़के तथा साइकिल की कुल संहति 90 किलोग्राम है। गिरने से बचने के लिये उसके द्वारा ऊर्ध्वाधर दिशा के साथ बनाया गया कोण है ($g = 9.8$ मीटर/सैकण्ड) [MP PMT 1995]

(a) 60.25^o (b) 63.90^o

(c) 26.12^o (d) 30.00^o

45. एक कण जो कि एकसमान वृत्तीय गति कर रहा है, के लिए औसत त्वरण सदिश होगा [Haryana CEE 1996]

(a) परिमाण $\frac{v^2}{r}$ का नियत सदिश

(b) परिमाण $\frac{v^2}{r}$ का सदिश जिसकी दिशा वृत्तीय गति के तल के अभिलम्बवत् होगी

(c) तात्क्षणिक त्वरण सदिश के बराबर, जब कण गति प्रारम्भ करता है

(d) शून्य सदिश

46. राष्ट्रीय मार्ग पर सड़क के मोड़ की त्रिज्या R है। सड़क की चौड़ाई b है। इस पर v वेग से कार को सुरक्षित गुजरने के लिये सड़क के बाहरी किनारे को आन्तरिक किनारे से h ऊँचा उठाया जाता है। h का मान है [MP PMT 1996]

(a) $\frac{v^2b}{Rg}$ (b) $\frac{v}{Rgb}$

(c) $\frac{v^2R}{g}$ (d) $\frac{v^2b}{R}$

47. जब कोई कण एकसमान वृत्तीय गति करता है, तो उसमें होता है

(a) त्रिज्यीय वेग तथा त्रिज्यीय त्वरण

(b) स्पर्श रेखीय वेग तथा त्रिज्यीय त्वरण

(c) स्पर्श रेखीय वेग तथा स्पर्श रेखीय त्वरण

(d) त्रिज्यीय वेग तथा स्पर्श रेखीय त्वरण

48. एक मोटरसाइकिल एक R त्रिज्या के पुल पर जा रही है। चालक इसे नियत चाल से चलाता है। जब मोटरसाइकिल पुल पर ऊपर की ओर बढ़ रही है, इस पर अभिलम्ब बल [MP PET 1997]

(a) बढ़ता है (b) घटता है

(c) वही रहता है (d) घटता-बढ़ता रहता है

49. 2 kg द्रव्यमान के एक पिंड को एक रस्सी की सहायता से क्षैतिज वृत्त में 5 परिक्रमण प्रति मिनट की प्रारम्भिक चाल से घुमाया जाता है। वृत्त की त्रिज्या को स्थिर रखते हुए रस्सी पर तनाव दोगुना कर दिया जाता है। अब पिण्ड की चाल लगभग होगी [MP PMT/PET 1998; JIPMER 2000]

(a) 14 परिक्रमण प्रति मिनट (b) 10 परिक्रमण प्रति मिनट

(c) 2.25 परिक्रमण प्रति मिनट (d) 7 परिक्रमण प्रति मिनट

50. v चाल से r त्रिज्या के वृत्त में एकसमान गति, करते हुए m द्रव्यमान वाले पिंड पर लगने वाले अभिकेन्द्रीय बल का परिमाण होता है [AFMC 1998; MP PET 1999]

(a) mvr (b) mv^2/r

(c) v/r^2m (d) v/rm

51. किसी डोरी में यदि तनाव 10 न्यूटन से अधिक हो जाए तो डोरी टूट जाती है। 250 ग्राम के द्रव्यमान का एक पत्थर 10 सेमी लम्बी इस डोरी से बाँधकर क्षैतिज वृत्ताकार पथ में घुमाया जाता है। घूर्णन का अधिकतम कोणीय वेग हो सकता है [MP PMT 1999]

(a) 20 rad/s (b) 40 rad/s

(c) 100 rad/s (d) 200 rad/s

52. 500 किग्रा की एक कार 50 m त्रिज्या के वृत्त में 36 किलोमीटर/घंटे की रफ्तार से चक्कर लगा रही है, तो अभिकेन्द्रीय बल होगा [CBSE PMT 1999; KCET 2001 JIPMER 2001, 02]

(a) 250 N (b) 750 N

(c) 1000 N (d) 1200 N

53. 0.25 किग्रा द्रव्यमान की एक गेंद, जिसे 1.96 मी लम्बी डोरी के एक सिरे से जोड़ा गया है, एक क्षैतिज वृत्त मे गति कर रही है। यदि डोरी में तनाव 25 N से अधिक हो तो वह टूट जाती है। किस अधिकतम चाल से गेंद को घुमाया जा सकता है [CBSE PMT 1998]

(a) 14 m/s (b) 3 m/s

(c) 3.92 m/s (d) 5 m/s

54. 5 किग्रा द्रव्यमान की वस्तु 1 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग में 2 रेडियन/सैकण्ड के कोणीय वेग से घूम रही है, तो अभिकेन्द्रीय बल होगा [AIIMS 1998]

(a) 10 N (b) 20 N

(c) 30 N (d) 40 N

55. m द्रव्यमान का कण r त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में अभिकेन्द्रीय बल $\left(\frac{-k}{r^2}\right)$ द्वारा घूम रहा है। इसकी कुल ऊर्जा है [EAMCET (Med.) 1995; AMU (Engg.) 2001]

(a) $-\frac{k}{2r}$ (b) $-\frac{k}{r}$

(c) $-\frac{2k}{r}$ (d) $-\frac{4k}{r}$

56. 16 kg द्रव्यमान का एक पिण्ड, 144 मीटर लम्बी डोरी से बांधकर क्षैतिज वृत्त में घुमाया जा रहा है। डोरी अधिकतम 16 न्यूटन का तनाव सहन कर सकती है, वह अधिकतम वेग क्या होगा कि जिससे घुमाने पर रस्सी न टूटे [SCRA 1994]

(a) 20 ms^{-1} (b) 16 ms^{-1}

(c) 14 ms^{-1} (d) 12 ms^{-1}

57. 1000 मीटर त्रिज्या का वृत्ताकार मार्ग जिसका क्षैतिज से कोण 45° है, इस पर एक 2000 किग्रा की कार मुड़ रही है। इस कार हेतु अधिकतम सुरक्षित चाल कितनी होगी यदि सड़क तथा टायरों के मध्य घर्षण गुणांक 0.5 है [RPET 1997]

(a) 172 m/s (b) 124 m/s

(c) 99 m/s (d) 86 m/s

58. घड़ी के सैकण्ड वाले काँटे की लम्बाई 6 सेमी है। इसके सिरे पर स्थित बिन्दु की चाल तथा दो परस्पर लम्बवत् स्थितियों में इस बिन्दु के वेग में अन्तर का परिमाण क्रमशः होंगे [RPET 1997]

(a) 6.28 तथा 0 mm/s (b) 8.88 तथा 4.44 mm/s

(c) 8.88 तथा 6.28 mm/s (d) 6.28 तथा 8.88 mm/s

59. m द्रव्यमान का एक गोलाकार पिण्ड l लम्बाई की डोरी से बाँधकर क्षैतिज वृत्ताकार मार्ग पर v चाल से घुमाया जा रहा है। इसे पूर्ण क्षैतिज वृत्त में घुमाने हेतु किया गया कार्य होगा [CPMT 1993; JIPMER 2000]

(a) 0 (b) $\left(\frac{mv^2}{l}\right)2\pi l$

(c) $mg\,.\,2\pi l$ (d) $\left(\frac{mv^2}{l}\right)(l)$

60. एक पिण्ड 20 सेमी त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग में घुमाया जा रहा है इसका कोणीय वेग 10 रेडियन/सैकण्ड है। वृत्तीय मार्ग के किसी भी बिन्दु पर इसका रेखीय वेग होगा [CBSE PMT 1996]

(a) 10 m/s (b) 2 m/s

(c) 20 m/s (d) $\sqrt{2}$ m/s

61. एक कार 100 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर मुड़ रही है। यदि सड़क तथा टायर के बीच घर्षण गुणांक 0.2 हो तो कार का वह अधिकतम वेग कितना होगा जिससे कार बिना फिसले वृत्ताकार मार्ग पर मुड़ सके [CPMT 1996; Pb. PMT 2001]

(a) 0.14 m/s (b) 140 m/s

(c) 1.4 km/s (d) 14 m/s

62. एक कार उत्तलाकार पुल से गुजरते समय उस पर जो बल लगायेगी, वह होगा [AFMC 1997]

(a) $Mg+\frac{Mv^2}{r}$ (b) $\frac{Mv^2}{r}$

(c) Mg (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

63. यांत्रिक घड़ी के सैकण्ड वाले काँटे का कोणीय वेग होगा [RPMT 1999; CPMT 1997; BHU 2000; MH CET 2000, 01]

(a) $\frac{\pi}{30}$ rad/s (b) 2π rad/s

(c) π rad/s (d) $\frac{60}{\pi}$ rad/s

64. वृत्ताकार मार्ग पर प्रति मिनट 100 बार घूमने वाले कण का कोणीय वेग है [SCRA 1998; DPMT 2000]

(a) 1.66 rad/s (b) 10.47 rad/s

(c) 10.47 deg/s (d) 60 deg/s

65. 100 ग्राम द्रव्यमान का पिण्ड r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर नियत वेग से घूम रहा है। एक पूर्ण चक्कर में किया गया कार्य होगा [AFMC 1998]

(a) 100 rJ (b) $(r/100)J$

(c) $(100/r)J$ (d) शून्य

66. एक कण 1 मीटर त्रिज्या वाले वृत्त का एक चक्कर 10 सैकण्ड में लगाता है। गति के दौरान उसका औसत वेग है [JIPMER 1999]

(a) $0.2\pi\, m/s$ (b) $2\pi\, m/s$

(c) 2 m/s (d) शून्य

67. एक समतल वक्राकार मार्ग की त्रिज्या 60 मीटर है। यदि स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान 0.75 हो तो वह अधिकतम वेग जिससे एक कार मुड़ सके, होगा [JIPMER 1999]

(a) 2.1 m/s (b) 14 m/s

(c) 21 m/s (d) 7 m/s

68. एक पहिया 9.5 किलोमीटर की दूरी तय करने में 2000 चक्कर लगाता है। पहिए का व्यास है [RPMT 1999]

(a) 1.5 m (b) 1.5 cm

(c) 7.5 cm (d) 7.5 m

69. 0.4 मीटर त्रिज्या का एक साइकिल-पहिया एक चक्कर 1 सैकण्ड में पूरा करता है, तो साइकिल पर स्थित किसी बिन्दु का त्वरण होगा [MH CET 1999]

(a) 0.8 m/s (b) 0.4 m/s

(c) $1.6\pi^2\, m/s^2$ (d) $0.4\pi^2\, m/s^2$

70. अभिकेन्द्रीय त्वरण का सूत्र है [RPET 1999]

(a) v/r (b) vr

(c) vr (d) v/r

71. एक बेलनाकार पात्र आंशिक रूप से जल से भरा हुआ है। इसे इसकी ऊर्ध्वाधर केन्द्रीय अक्ष के परितः घुमाया जाता है। जल की सतह [RPET 2000]

(a) समान रूप से उठेगी (b) किनारों पर उठ जायेगी

(c) बीच में उठ जायेगी (d) समान रूप से गिरेगी

72. यदि एक कण नियत चाल से R त्रिज्या के वृत्त पर अर्धवृत्त के बराबर दूरी तय करता है तब [RPMT 2000]

(a) संवेग में परिवर्तन mvr है

(b) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन 1/2 mv

(c) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन mv

(d) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन शून्य है

73. एक हवाई जहाज 100 मीटर/सैकण्ड की एक समान चाल से 100 मीटर की त्रिज्या वाले वृत्ताकार पथ पर उड़ रहा है। हवाई जहाज की कोणीय चाल है [KCET 2000]

(a) 1 rad/sec (b) 2 rad/sec

(c) 3 rad/sec (d) 4 rad/sec

74. एक पिण्ड एक वृत्त पर नियत कोणीय वेग से गति कर रहा है। कोणीय त्वरण का परिमाण है [RPMT 2000]

(a) $r\omega$ (b) नियत

(c) शून्य (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

75. यदि $\vec{\omega}=3\hat{i}-4\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{r}=5\hat{i}-6\hat{j}+6\hat{k}$ हो तो कण का रेखीय वेग है [Pb. PMT 2000]

(a) $6\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ (b) $-18\hat{i}-13\hat{j}+2\hat{k}$

(c) $4\hat{i}-13\hat{j}+6\hat{k}$ (d) $6\hat{i}-2\hat{j}+8\hat{k}$

76. 50 सेमी लम्बी डोरी से एक पत्थर को बाँधकर क्षैतिज वृत्ताकार मार्ग में नियत चाल से घुमाया जाता है। यदि पत्थर 20 सैकण्ड में 10 चक्कर लगाता हो तो पत्थर का त्वरण है **[Pb. PMT 2000]**

(a) 493 *cm/s* (b) 720 *cm/s*

(c) 860 *cm/s* (d) 990 *cm/s*

77. 100 किलोग्राम की एक कार 9 मीटर/सैकण्ड के अधिकतम वेग से 30 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर गतिमान है सड़क तथा कार के बीच अधिकतम घर्षण बल है **[Pb. PMT 2000]**

(a) 1000 *N* (b) 706 *N*

(c) 270 *N* (d) 200 *N*

78. यदि कार के टायरों तथा सड़क के बीच घर्षण गुणांक 0.4 हो तो सड़क के 30 मीटर त्रिज्या वाले मोड़ पर कार की अधिकतम चाल होगी **[CBSE PMT 2000]**

(a) 10.84 *m/sec* (b) 9.84 *m/sec*

(c) 8.84 *m/sec* (d) 6.84 *m/sec*

79. एक पहिये का कोणीय वेग 70 रेडियन/सैकण्ड है। यदि पहिये की त्रिज्या 0.5 मीटर हो तो पहिये का रेखीय वेग है **[MH CET 2000]**

(a) 70 *m/s* (b) 35 *m/s*

(c) 30 *m/s* (d) 20 *m/s*

80. एक साइकिल सवार 34.3 मीटर परिधि के वृत्तीय पथ पर $\sqrt{22}$ सैकण्ड में घूमता है, तो उसके द्वारा ऊर्ध्वाधर के साथ बनाया गया कोण होगा **[MH CET 2000]**

(a) 45° (b) 40°

(c) 42° (d) 48°

81. *M* द्रव्यमान का कोई कण *R* त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में एक समान चाल *V* से गति कर रहा है। एक बिन्दु से प्रारंभ कर व्यास के विपरीत बिन्दु पर पहुँचने पर, इसकी **[CBSE PMT 1992]**

(a) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन $MV^2/4$ है

(b) संवेग परिवर्तित नहीं होता

(c) संवेग में परिवर्तन 2*MV* है

(d) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन MV^2 है

82. 0.1 किलोग्राम द्रव्यमान की एक गेंद को एक डोरी की सहायता से 1 मीटर त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में 10 चक्कर प्रति मिनट की दर से घुमाया जाता है। यदि त्रिज्या को नियत रखते हुये डोरी में तनाव को एक चौथाई कर दिया जाये तो गेंद की नई चाल होगी

[MP PMT 2001]

(a) 5 *r.p.m.* (b) 10 *r.p.m.*

(c) 20 *r.p.m.* (d) 14 *r.p.m.*

83. एक साइकिल सवार $20\sqrt{3}$ मीटर त्रिज्या वाली वृत्ताकार सड़क पर $14\sqrt{3}$ मीटर/सैकण्ड की चाल से बिना फिसले मुड़ जाता है, तब इसका ऊर्ध्वाधर से झुकाव है (g = 9.8 मीटर/सैकण्ड²)

[Kerala (Engg.) 2001]

(a) 30° (b) 90°

(c) 45° (d) 60°

84. यदि 4 मीटर त्रिज्या का एक साइकिल-पहिया एक चक्कर 2 सैकण्ड में पूरा करता हो तो साइकिल के पहिये पर स्थित किसी बिन्दु का त्वरण होगा **[Pb. PMT 2001]**

(a) $\pi^2 m/s^2$ (b) $2\pi^2 m/s^2$

(c) $4\pi^2 m/s^2$ (d) $8\pi m/s^2$

85. 10 किग्रा द्रव्यमान का एक गोला 0.3 मीटर लम्बे तार से जुड़ा है। इसका त्रोटन प्रतिबल 4.8×10^7 *N/m*² है। तार की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 10^{-6} मीटर² है। तो अधिकतम कोणीय वेग जिससे कि यह क्षैतिज वृत्त में घूम सके, होगा **[Pb. PMT 2001]**

(a) 8 *rad/sec* (b) 4 *rad/sec*

(c) 2 *rad/sec* (d) 1 *rad/sec*

86. एकसमान वृत्तीय गति में, वेग सदिश तथा त्वरण सदिश होते हैं

[DCE 2000, 01, 03]

(a) एक दूसरे के लम्बवत्

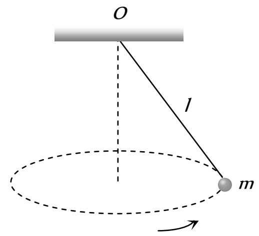
(b) एक ही दिशा में

(c) विपरीत दिशा में

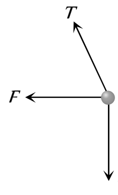
(d) एक-दूसरे से सम्बंधित नहीं होते हैं

87. *m* द्रव्यमान के एक कण को *l* लम्बाई की एक हल्की डोरी, जो कि *O* पर स्थिर रुप से जुड़ी है, की सहायता से नियत चाल से क्षैतिज वृत्त में चित्रानुसार घुमाया जा रहा है, तो द्रव्यमान के सापेक्ष स्थिर प्रेक्षक की दृष्टि में द्रव्यमान पर कार्यरत् बलों का चित्रण है

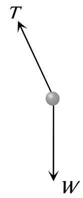
[AMU (Med.) 2001]



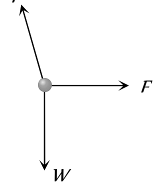
(a)



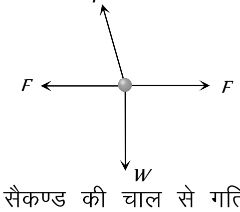
(b)



(c)



(d)



88. एक समतल सड़क पर 4.9 मीटर/सैकण्ड की चाल से गतिमान साइकिल सवार 4 मीटर त्रिज्या के तीक्ष्ण वृत्ताकार मोड़ पर मुड़ सकता है। तब साइकिल के टायरों तथा सड़क के बीच घर्षण गुणांक है **[AIIMS 1999; AFMC 2001]**

(a) 0.41 (b) 0.51

(c) 0.61 (d) 0.71

89. एक कार एक वृत्ताकार सड़क पर घूम रही है। यह केन्द्र पर समान समयान्तराल में समान कोण अंतरित करती है। कार के वेग के सम्बन्ध में कौनसा कथन सत्य है [BHU 2001]

(a) वेग का परिमाण नियत नहीं है

(b) वेग का परिमाण तथा दिशा दोनों परिवर्तित होती हैं

(c) वेग की दिशा वृत्त के केन्द्र की ओर होती है

(d) वेग का परिमाण नियत है, परन्तु दिशा परिवर्तित होती है

90. एक स्कूटर 100 मीटर त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर 10 मीटर/सैकण्ड के वेग से घूम रहा है। स्कूटर की कोणीय चाल होगी [Pb. PMT 2002]

(a) 0.01 *rad/s* (b) 0.1 *rad/s*

(c) 1 *rad/s* (d) 10 *rad/s*

91. m द्रव्यमान का एक कण, बल F के अन्तर्गत नियत चाल से r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर गति करता है। इसकी चाल है [MP PMT 2002]

(a) $\sqrt{\frac{rF}{m}}$ (b) $\sqrt{\frac{F}{r}}$

(c) $\sqrt{Fmr}$ (d) $\sqrt{\frac{F}{mr}}$

92. एक परमाणु में इलेक्ट्रॉन को नाभिक के चारों ओर घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल, नाभिक द्वारा इलेक्ट्रॉन पर आरोपित किस बल से प्राप्त होता है [MP PET 2002]

(a) नाभिकीय बल (b) गुरुत्वाकर्षण बल

(c) चुम्बकीय बल (d) स्थिर वैद्युत बल

93. एक कण नियत चाल v से r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर गति करता है तथा एक चक्कर T समय में पूर्ण करता है। कण का त्वरण है [Orissa JEE 2002]

(a) $2\pi v/T$ (b) $2\pi r/T$

(c) $2\pi r^2/T$ (d) $2\pi v^2/T$

94. 150 मीटर त्रिज्या तथा 0.6 घर्षण गुणांक वाले वक्राकार मार्ग को पार करते समय एक कार ड्रायवर को किस अधिकतम चाल (मीटर/सैकण्ड में) से कार को चलाना चाहिए जिससे कि वह फिसले नहीं [AIEEE 2002]

(a) 60 (b) 30

(c) 15 (d) 25

95. एक कार उच्च गति से जब एक मोड़ पर मुड़ती है, तो इस पर बाहर की ओर एक बल कार्य करता है। इसका कारण है [AFMC 2002]

(a) अभिकेन्द्रीय बल (b) अपकेन्द्रीय बल

(c) गुरुत्वाकर्षण बल (d) उपरोक्त सभी

96. एक मोटर-साइकिल चालक जब मुड़ता है, तो अपने वेग को दोगुना कर लेता है। तब उस पर बाहर की ओर लगने वाला बल हो जायेगा [AFMC 2002]

(a) दोगुना (b) आधा

(c) 4 गुना (d) $\frac{1}{4}$ गुना

97. सड़क तथा टायरों के बीच घर्षण गुणांक 0.25 है। वह अधिकतम चाल जिससे एक कार 40 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार मोड़ पर बिना फिसले मुड़ सके, होगी ($g = 10$ मीटर/सैकण्ड^2) [Kerala (Med.) 2002]

(a) 40 ms^{-1} (b) 20 ms^{-1}

(c) 15 ms^{-1} (d) 10 ms^{-1}

98. एक धावक 10 मीटर त्रिज्या वाले वृत्ताकार मार्ग का एक चक्कर 40 सैकण्ड में पूरा करता है। उसके द्वारा 2 मिनट 20 सैकण्ड में तय की गई दूरी है [Kerala (Med.) 2002]

(a) 70 *m* (b) 140 *m*

(c) 110 *m* (d) 220 *m*

99. एक प्रोटॉन, जिसका द्रव्यमान 1.6×10^{-27} किलोग्राम है 0.10 मीटर त्रिज्या वाली वृत्ताकार कक्षा में, घूम रहा है। इस पर कार्यरत अभिकेन्द्रीय बल 4×10^{-13} N है। तब प्रोटॉन के परिक्रमण की आवृति है [Kerala (Med.) 2002]

(a) 0.08×10^{8} चक्कर प्रति सैकण्ड

(b) 4×10^{8} चक्कर प्रति सैकण्ड

(c) 8×10^{8} चक्कर प्रति सैकण्ड

(d) 12×10^{8} चक्कर प्रति सैकण्ड

100. एक कण एकसमान वेग v से वृत्त में घूम रहा है। व्यास के एक सिरे से दूसरे सिरे तक गति के दौरान [Orissa JEE 2003]

(a) संवेग में परिवर्तन mv होता है

(b) संवेग में परिवर्तन $2mv$ होता है

(c) गतिज ऊर्जा में $(1/2)mv$ परिवर्तन होता है

(d) गतिज ऊर्जा में mv परिवर्तन होता है

101. किसी एकसमान वृत्तीय गति में [MP PMT 1994]

(a) कोणीय वेग तथा कोणीय संवेग दोनों ही परिवर्तित होते रहते हैं

(b) कोणीय वेग बदलता रहता है पर कोणीय संवेग नियत रहता है

(c) कोणीय वेग तथा कोणीय संवेग दोनों नियत रहते हैं

(d) कोणीय संवेग बदलता रहता है पर कोणीय वेग नियत रहता है

102. जब कोई वस्तु वृत्ताकार मार्ग में गति करती है, तब लगने वाले बल द्वारा कोई कार्य नहीं किया जाता है, क्योंकि [AIEEE 2004]

(a) वस्तु का विस्थापन शून्य है

(b) कोई परिणामी बल विद्यमान नहीं है

(c) बल तथा विस्थापन परस्पर लम्बवत् होते हैं

(d) बल हमेशा केन्द्र से दूर की ओर लगता है

103. नियत कोणीय वेग से वृत्ताकार मार्ग में गति करते किसी कण के सम्बंध में निम्न कथनों में से कौन सा कथन असत्य है [KCET 2004]

(a) वेग सदिश वृत्त के स्पर्शी होता है

(b) त्वरण सदिश वृत्त के स्पर्शी होता है

(c) त्वरण सदिश वृत्त के केन्द्र की ओर होता है

(d) त्वरण तथा वेग सदिश परस्पर लम्बवत् होते हैं

104. यदि a_r तथा a_t त्रिज्यीय तथा स्पर्शरेखीय त्वरण है, तब कण एक समान वृत्तीय गति करेगा यदि [CPMT 2004]

(a) $a_r = 0$ तथा $a_t = 0$ (b) $a_r = 0$ किंतु $a_t \neq 0$

(c) $a_r \neq 0$ किंतु $a_t = 0$ (d) $a_r \neq 0$ तथा $a_t \neq 0$

105. जेब में हाथ डाले हुआ एक व्यक्ति 10 *m/s* के वेग से 50 *m* त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर फिसल रहा है। ऊर्ध्वाधर से उसका झुकाव होगा

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

(c) $\tan^{-1}(1)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

106. यदि समान द्रव्यमान वाले दो कणों के मार्ग की वक्रता त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तो समान अभिकेन्द्रीय बल के लिये उनके वेगों का अनुपात होना चाहिये [Pb. PET 2000]

(a) 1 : 4 (b) 4 : 1

(c) $\sqrt{2} : 1$ (d) $1 : \sqrt{2}$

107. एक वस्तु 100 *m* त्रिज्या के वृत्त में 31.4 *m/s* की नियत चाल से गति कर रही है। एक पूर्ण चक्कर लगाने पर उसकी औसत चाल होगी

(a) शून्य (b) 31.4 *m/s*

(c) 3.14 *m/s* (d) $\sqrt{2} \times 31.4\ m/s$

108. 1 *kg* की एक वस्तु को धागे के एक सिरे से बाँधकर 0.1 *m* त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में 3 चक्कर प्रति सैकण्ड की चाल से घुमाया जाता है, यदि गुरुत्वीय प्रभाव को नगण्य मानें, तब रेखीय वेग, त्वरण तथा धागे में तनाव का मान क्रमशः है।[DPMT 2003]

(a) $1.88\ m/s,\ 35.5\ m/s^2,\ 35.5\ N$

(b) $2.88\ m/s,\ 45.5\ m/s^2,\ 45.5\ N$

(c) $3.88\ m/s,\ 55.5\ m/s^2,\ 55.5\ N$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

109. 160 *m* त्रिज्या वाले वक्र मार्ग पर 400 *m/s* चाल से गति करती हुई रेलगाड़ी का त्वरण होगा [Pb. PET 2003]

(a) $1\ km/s^2$ (b) $100\ m/s^2$

(c) $10\ m/s^2$ (d) $1\ m/s^2$

110. 800 *kg* द्रव्यमान की एक कार 40 *m* त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर गति कर रही है। यदि घर्षण गुणांक 0.5 हो, तब अधिकतम वेग, जिससे कार गति कर सकती है, होगा [MH CET 2004]

(a) 7 *m/s* (b) 14 *m/s*

(c) 8 *m/s* (d) 12 *m/s*

111. 500 *kg* की एक क्रेन 36 *km/hr* के वेग से 50 *m* त्रिज्या से मुड़ती है। अभिकेन्द्रीय बल होगा [Pb. PMT 2003]

(a) 1200 *N* (b) 1000 *N*

(c) 750 *N* (d) 250 *N*

112. समान द्रव्यमान की दो वस्तुऐं R_1 तथा R_2 त्रिज्या वाली वृत्ताकार कक्षा में समान आवर्तकाल से गति कर रहीं हैं। उनके अभिकेन्द्रीय बलों का अनुपात होगा [Kerala PMT 2004]

(a) $\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$ (b) $\frac{R_1}{R_2}$

(c) $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$ [Pb. PET 2000] (d) $\sqrt{R_1 R_2}$

113. एकसमान वृत्तीय गति में निम्न में से कौनसी भौतिक राशि नियत नहीं रहती [Kerala PMT 2004]

(a) चाल (b) संवेग

(c) गतिज ऊर्जा (d) द्रव्यमान

114. वृत्तीय गति करती हुई वस्तु की कक्षीय चाल v को दोगुना तथा कोणीय वेग ω को आधा करने पर अभिकेन्द्रीय त्वरण में क्या परिवर्तन होगा

(a) अभिकेन्द्रीय त्वरण अपरिवर्तित रहेगा

(b) अभिकेन्द्रीय त्वरण आधा हो जायेगा

(c) अभिकेन्द्रीय त्वरण दोगुना हो जायेगा

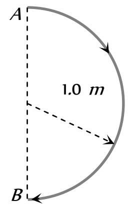
(d) अभिकेन्द्रीय त्वरण चार गुना हो जायेगा [DCE 2004]

115. एक द्रव्यमान घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखा है तथा इसे एक डोरी से बाँधा गया है। इसे एक डोरी से बाँधकर निश्चित केन्द्र के परितः अचर कोणीय वेग ω_0 से घुमाया जाता है। यदि कोणीय वेग तथा डोरी की लम्बाई दोगुनी कर दें, तो डोरी में तनाव क्या होगा जबकि डोरी का प्रारम्भिक तनाव $= T_0$ है [AIIMS 1985]

(a) T_0 (b) $T_0/2$

(c) $4T_0$ (d) $8T_0$

116. एक कण बिन्दु-*A* से 1.0 *m* त्रिज्या के अर्धवृत्त पर चलता हुआ, 1.0 *sec* में बिन्दु-*B* पर पहुँचता है। तब उसके औसत वेग का मान होगा



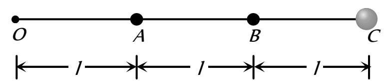
(a) $3.14\ m/s$

(b) $2.0\ m/s$

(c) $1.0\ m/s$

(d) शून्य

117. तीन एक समान कण किसी डोरी द्वारा चित्रानुसार आपस में जुड़े हैं। सभी तीनों कण क्षैतिज तल में गति कर रहे हैं यदि बाह्यतम कण का वेग v हो तो डोरी के तीनों भागों में तनावों का अनुपात है [UPSEAT 2003]



(a) 3 : 5 : 7 (b) 3 : 4 : 5

(c) 7 : 11 : 6 (d) 3 : 5 : 6

118. एक कण नियत चाल v से R त्रिज्या के वृत्त में गति कर रहा है, यदि त्रिज्या को दोगुना कर दिया जाये, तब चाल वही बनाये रखने के लिये आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल होगा [BCECE 2005]

(a) दोगुना (b) आधा

(c) चार गुना (d) अपरिवर्तित

119. एक पत्थर $1m$ लम्बे धागे के सिरे से बाँधकर क्षैतिज वृत्त में नियत चाल से घुमाया जाता है। यदि पत्थर 44 सैकण्ड में 22 चक्कर पूर्ण करता है, पत्थर के त्वरण का परिमाण तथा दिशा होगी [CBSE PMT 2005]

(a) $\frac{\pi^2}{4} ms^{-2}$ तथा दिशा त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र की ओर

(b) $\pi^2 ms^{-2}$ तथा दिशा त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र से दूर

(c) $\pi^2 ms^{-2}$ तथा दिशा त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र की ओर

(d) $\pi^2 ms^{-2}$ तथा दिशा वृत्त की स्पर्शरेखा के अनुदिश

120. एक कण 0.5 *m/s* के चाल से शंक्वाकार फनेल में, जिसकी आन्तरिक सतह घर्षण रहित है, क्षैतिज वृत्त में गति करता है। फनेल के शीर्ष से वृत्त के तल की ऊँचाई क्या होगी [J & K CET 2005]

(a) 0.25 *cm* (b) 2 *cm*

(c) 4 *cm* (d) 2.5 *cm*

121. पृथ्वी का कोणीय वेग होता है [Orissa JEE 2005]

(a) $\frac{2\pi}{86400} rad/\sec$ (b) $\frac{2\pi}{3600} rad/\sec$

(c) $\frac{2\pi}{24} rad/\sec$ (d) $\frac{2\pi}{6400} rad/\sec$

122. यदि किसी विरामघड़ी की सैकण्ड वाली सुई की लम्बाई 3 *cm* है, तब सुई के सिरे का कोणीय वेग तथा रेखीय वेग होगा [Kerala (Engg.) 2005]

(a) 0.2047 *rad/sec.*, 0.0314 *m/sec*

(b) 0.2547 *rad/sec.*, 0.314 *m/sec*

(c) 0.1472 *rad/sec.*, 0.06314 *m/sec*

(d) 0.1047 *rad/sec.*, 0.00314 *m/sec*

असमान वृत्तीय गति

1. सर्कस का स्टंटमेन ऊर्ध्व तल में *R* त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर मोटर-साइकिल चलाता है। पथ के उच्चतम बिन्दु पर इसका न्यूनतम वेग होगा [CPMT 1979; JIPMER 1997; RPET 1999]

(a) $\sqrt{2gR}$ (b) $2gR$

(c) $\sqrt{3gR}$ (d) $\sqrt{gR}$

2. डोरी के एक सिरे से बँधा हुआ *m* द्रव्यमान का एक पिण्ड *R* त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में घूम रहा है। वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर पिण्ड के क्रांतिक वेग (जिससे कम मान पर शीर्ष बिन्दु पर पहुँचने से पहले डोरी ढीली हो जायेगी) का मान होगा [DCE 1999, 2001]

(a) Rg (b) $(Rg)^2$

(c) R/g (d) $\sqrt{Rg}$

3. एक गोला *l* लम्बाई के धागे से लटका हुआ है। इसे कितना न्यूनतम वेग प्रदान किया जावे कि यह लटकन बिन्दु की ऊँचाई तक पहुँच जावे [ISM Dhanbad 1994]

(a) gl (b) $2gl$

(c) $\sqrt{gl}$ (d) $\sqrt{2gl}$

4. एक बोतल को गर्दन तक सोड़ावाटर से भरकर एक उर्ध्वाधर वृत्तीय मार्ग में तेजी से घुमाया जाता है। बोतल के किस भाग में बुलबुले इकट्ठे हो जाते हैं

(a) तली के समीप

(b) बोतल के बीचों-बीच

(c) गर्दन के समीप

(d) बोतल के सम्पूर्ण आयतन में बुलबुले समान रूप से वितरित रहते हैं

5. 1.6 मीटर लम्बी डोरी से बँधी जल से भरी बाल्टी को ऊर्ध्वाधर वृत्त में अचर चाल से घुमाया जाता है। इसका न्यूनतम वेग कितना होना चाहिये कि पथ के शीर्ष बिन्दु पर बाल्टी से पानी नीचे न गिरे $(g = 10\, ms^{-2})$ [AIIMS 1987]

(a) 4 *m/sec* (b) 6.25 *m/sec*

(c) 16 *m/sec* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

6. एक पहिये को इसकी अक्ष के परितः एकसमान कोणीय त्वरण दिया जाता है। इसका प्रारम्भिक कोणीय वेग शून्य है। पहले दो सैकण्ड में यह θ_1 कोण से घूम जाता है तथा अगले 2 सैकण्ड में यह θ_2 कोण से घूमता है, तो $\frac{\theta_2}{\theta_1}$ अनुपात है [AIIMS 1985]

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 5

7. एक किलोग्राम द्रव्यमान का एक पत्थर 1 मीटर लम्बी डोरी से बाँधकर ऊर्ध्वाधर तल में अचर चाल $4\, m/s$ से घुमाया जाता है डोरी में तनाव 6 न्यूटन है जबकि पत्थर होगा ($g = 10\, m/sec^2$) [AIIMS 1982]

(a) वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर (b) न्यूनतम बिन्दु पर

(c) आधा नीचे (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

8. पानी से भरी एक बोतल ऊर्ध्वाधर वृत्त में, जिसकी त्रिज्या 4 मीटर है, घुमायी जाती है। यदि बोतल से पानी नहीं गिरता तो उसका परिक्रमणकाल होगा [CPMT 1985; RPET 1995; UPSEAT 2002; MH CET 2002]

(a) 1 *sec* (b) 10 *sec*

(c) 8 *sec* (d) 4 *sec*

9. दो किग्रा द्रव्यमान का एक पत्थर 1 मीटर लम्बी डोरी से बाँधकर ऊर्ध्वाधर वृत्त में नियत चाल से घुमाया जाता है। पत्थर की चाल 4 मीटर/सैकण्ड है। किस स्थिति में डोरी में तनाव 52 न्यूटन होगा [AIIMS 1982]

(a) वृत्त के शीर्ष बिन्दु पर (b) वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर

(c) आधा नीचे की ओर (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

10. एक पिण्ड घर्षण रहित मार्ग पर फिसलता है जो व्यास *D* के वृत्तीय लूप पर समाप्त होता है, तो *D* के पदों में पिण्ड की न्यूनतम ऊँचाई क्या होगी जिससे कि पिण्ड इस लूप को ठीक पूर्ण करता है।

(a) $h = \frac{5D}{2}$ (b) $h = \frac{5D}{4}$

(c) $h = \frac{3D}{4}$ (d) $h = \frac{D}{4}$

11. एक कार 500 मीटर त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर 30 *m/sec* की चाल से चल रही है। इसकी चाल 2*m/s* की दर से बढ़ रही है, तो कार का त्वरण होगा

[MP PMT 2003; Roorkee 1982; RPET 1996; MH CET 2002]

(a) $2m/\sec^2$ (b) $2.7m/\sec^2$
(c) $1.8m/\sec^2$ (d) $9.8\,m/\sec^2$

12. *l* लम्बाई के लोलक के धागे को ऊर्ध्वाधर से 90° के कोण पर ले जाकर छोड़ा जाता है। लोलक की माध्य स्थिति में तनाव को सन्तुलित करने के लिए धागे का न्यूनतम प्राबल्य होगा

[MP PMT 1986]

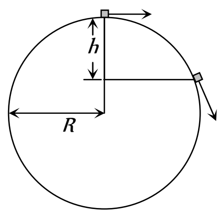
(a) mg (b) $3mg$
(c) $5\,mg$ (d) $6\,mg$

13. एक भारहीन रस्सी 30 *N* तक का तनाव सहन कर सकती है। 0.5 किग्रा का एक पत्थर इससे बाँधकर 2 मी त्रिज्या वाले वृत्ताकार पथ में ऊर्ध्वाधर तल में घुमाया जाता है। यदि $g = 10\ m/s^2$ हो, तो पत्थर का अधिकतम कोणीय वेग होगा [MP PMT 1994]

(a) $5\ rad/s$ (b) $\sqrt{30}\ rad/s$
(c) $\sqrt{60}\ rad/s$ (d) $10\ rad/s$

14. एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के शीर्ष बिन्दु पर विराम अवस्था में एक कण रखा हुआ है। इसे थोड़ा सा विस्थापित किया जाता है। यदि कण वृत्त को शीर्ष बिन्दु से *h* दूरी नीचे पहुँचकर छोड़ देता है, तो

(a) $h = R$
(b) $h = \frac{R}{3}$
(c) $h = \frac{R}{2}$
(d) $h = \frac{2R}{3}$



15. एक भारी द्रव्यमान को एक पतले तार से जोड़कर एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। तार के टूटने की सबसे अधिक सम्भावना होगी [MP PET 1997]

(a) जब द्रव्यमान वृत्त के सबसे ऊँचे बिन्दु पर है
(b) जब द्रव्यमान वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु पर है
(c) जब तार क्षैतिज है
(d) जब तार ऊपर की ओर ऊर्ध्वाधर दिशा से $\cos^{-1}(1/3)$ का कोण बनाता है

16. एक भार रहित रस्सी 3.7 *kg wt* तक का तनाव सहन कर सकती है। 500 ग्राम का एक पत्थर इससे बाँधकर इसे 4 मीटर त्रिज्या वाले वृत्ताकार पथ में ऊर्ध्वाधर तल में घुमाया जाता है। यदि $g = 10ms^{-2}$ हो तो पत्थर का अधिकतम कोणीय वेग होगा

[MP PMT/PET 1998]

(a) 4 रेडियन प्रति सैकण्ड (b) 16 रेडियन प्रति सैकण्ड
(c) $\sqrt{21}$ रेडियन प्रति सैकण्ड (d) 2 रेडियन प्रति सैकण्ड

17. *l* त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में उच्चतम बिन्दु की स्थिति पर डोरी में तनाव शून्य होने के लिये, निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग होना चाहिये [CPMT 1999; MH CET 2004]

(a) $\sqrt{gl}$ (b) $\sqrt{3gl}$
(c) $\sqrt{5gl}$ (d) $\sqrt{7gl}$

18. वृत्ताकार मार्ग में घूमने वाले कण के लिये विस्थापन का समीकरण $\theta = 2t^3 + 0.5$ है। जहाँ θ रेडियन में तथा t सैकण्ड में है। तब गति आरम्भ से 2 सैकण्ड पश्चात् कण का कोणीय वेग होगा

[AIIMS 1998]

(a) 8 *rad/sec* (b) 12 *rad/sec*
(c) 24 *rad/sec* (d) 36 *rad/sec*

19. *m* द्रव्यमान का एक पिण्ड, *a* लम्बाई की डोरी के एक सिरे से बांधकर लटकाया गया है जबकि दूसरा सिरा स्थिर है। द्रव्यमान को इतना क्षैतिज वेग प्रदान किया जाता है कि इसके द्वारा ऊर्ध्वाधर से 60° कोण बनाया जाता है। तब माध्य स्थिति में डोरी का तनाव क्या होगा [ISM Dhanbad 1994]

(a) $2\,mg$ (b) mg
(c) $3mg$ (d) $\sqrt{3}mg$

20. *r* त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में, मार्ग के किस बिन्दु पर डोरी में तनाव शून्य होगा यदि ऊर्ध्वाधर वृत्त में ठीक एक चक्कर पूर्ण करता है

[EAMCET 1994]

(a) उच्चतम बिन्दु पर
(b) निम्नतम बिन्दु पर
(c) किसी भी बिन्दु पर
(d) *r* त्रिज्या के वृत्त के केन्द्र से क्षैतिज में स्थित बिन्दु पर

21. ऊर्ध्वाधर वृत्त में घूमने वाले *m* द्रव्यमान के पिण्ड के कारण डोरी के निम्नतम बिन्दु पर तनाव होगा

[EAMCET (Engg.) 1995; AIIMS 2001]

(a) $\frac{mv^2}{r}$ (b) $\frac{mv^2}{r} - mg$
(c) $\frac{mv^2}{r} + mg$ (d) mg

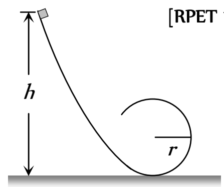
22. किसी खोखले गोले की त्रिज्या 6.4 मीटर है। इस गोले में ऊर्ध्वाधर गति करने वाले मोटर साइकिल सवार का निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग क्या होगा, जिससे वह अपना ऊर्ध्वाधर वृत्त पूरा कर सके [RPET 1997]

(a) 17.7 *m/s* (b) 10.2 *m/s*
(c) 12.4 *m/s* (d) 16.0 *m/s*

23. *h* ऊँचाई से छोड़ा गया एक गुटका चित्र में दर्शाये गये पथ का अनुसरण करता है। यदि वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या *r* हो तो ऊर्ध्वाधर वृत्त पूर्ण होने के लिये कौन सा सम्बन्ध सही होगा

[RPET 1997]

(a) $h < 5r/2$
(b) $h > 5r/2$
(c) $h = 5r/2$
(d) $h \geq 5r/2$



24. 2 मीटर लम्बी डोरी से लटके हुए लोलक को ऊर्ध्वाधर से 60° कोण से विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। जब यह अपने मार्ग के निम्नतम बिन्दु से गुजरता है, उस समय इसका वेग है

[JIPMER 1999]

(a) $\sqrt{2}\ m/s$ (b) $\sqrt{9.8}\ m/s$
(c) 4.43 *m/s* (d) $1/\sqrt{2}\ m/s$

25. एक पंखा 600 चक्कर प्रति मिनट लगा रहा है। कुछ समय पश्चात् यह 1200 चक्कर प्रति मिनट लगाता है। तब इसके कोणीय वेग में वृद्धि है [BHU 1999]

(a) $10\pi\, rad/\sec$ (b) $20\pi\, rad/\sec$

(c) $40\pi\, rad/\sec$ (d) $60\pi\, rad/\sec$

26. एक कण को 20 सेमी लम्बी डोरी से बाँधकर ऊर्ध्वाधर तल में वृत्ताकार मार्ग में घुमाया जाता है। जब कण की उच्चतम स्थिति पर डोरी में तनाव शून्य है, तब डोरी का कोणीय वेग होगा [RPMT 1999]

(a) $5\, rad/sec$ (b) $2\, rad/sec$

(c) $7.5\, rad/sec$ (d) $7\, rad/sec$

27. एक पत्थर को धागे से बाँधकर ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। इसको घुमाने के लिए आवश्यक न्यूनतम वेग [CBSE PMT 1999]

(a) पत्थर के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है

(b) धागे की लम्बाई पर निर्भर नहीं करता है

(c) पत्थर का द्रव्यमान बढ़ाने पर घटता है

(d) धागे की लम्बाई बढ़ाने पर घटता है

28. असमान त्वरित वृत्तीय गति में किसी कण के लिये [AMU (Med.) 2000]

(a) वेग त्रिज्यीय है तथा त्वरण केवल अनुप्रस्थ है

(b) वेग अनुप्रस्थ है तथा त्वरण केवल त्रिज्यीय है

(c) वेग त्रिज्यीय है तथा त्वरण के त्रिज्यीय व अनुप्रस्थ दोनों घटक है

(d) वेग अनुप्रस्थ है तथा त्वरण के त्रिज्यीय व अनुप्रस्थ दोनों घटक है

29. एक लड़ाकू विमान 'r' त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में घूम रहा है। वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर इसका न्यूनतम वेग होगा [MP PET 2000]

(a) $\sqrt{3gr}$ (b) $\sqrt{2gr}$

(c) $\sqrt{gr}$ (d) $\sqrt{gr/2}$

30. एक गेंद, घर्षणहीन अर्द्धगोलाकार प्याले में इसके निम्नतम बिन्दु A के परितः दोलन करती है। यदि यह बिन्दु A के दोनों ओर 20 सेमी ऊँचाई तक उठती है, तब बिन्दु A पर इसकी चाल होनी चाहिए (g = 10 मीटर/सैकण्ड^2 तथा गेंद का द्रव्यमान = 5 ग्राम) [JIPMER 2000]

(a) 0.2 m/s (b) 2 m/s

(c) 4 m/s (d) 4.5 ms^{-1}

31. m द्रव्यमान के एक पत्थर को एक डोरी की सहायता से r त्रिज्या वाले ऊर्ध्वाधर वृत्त में n चक्कर/मिनट की दर से घुमाया जाता है। पत्थर की निम्नतम स्थिति में डोरी में कुल तनाव है [Kerala (Engg.) 2001]

(a) mg (b) $m(g+\pi n r^2)$

(c) $m(g+\pi n r)$ (d) $m\{g+(\pi^2 n^2 r)/900\}$

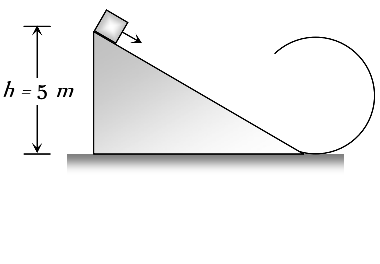
32. चित्रानुसार यदि एक पिण्ड 5 मीटर की ऊँचाई से गिरकर एक वृत्तीय लूप पूर्ण करता है तब इस लूप की त्रिज्या है [RPET 2001]

(a) 4 m

(b) 3 m

(c) 2.5 m

(d) 2 m



33. घूर्णन करने वाली टेबिल पर एक सिक्का जब उसके केन्द्र से 9 सेमी की दूरी पर रखा जाता है, तो वह फिसलने लगता है। यदि घूर्णन-टेबिल का कोणीय वेग तीन गुना कर दिया जाये तो वह केन्द्र से कितनी दूर रखने पर फिसलने लगेगा [CPMT 2001]

(a) 27 cm (b) 9 cm

(c) 3 cm (d) 1 cm

34. जब एक पंखे को बन्द किया जाता है, तो 36 चक्करों के बाद इसका कोणीय वेग 50% कम हो जाता है। विरामावस्था में आने से पहले यह कितने चक्कर और पूर्ण करेगा (यदि एकसमान कोणीय मंदन हो) [KCET 2001]

(a) 18 (b) 12

(c) 36 (d) 48

35. एक वस्तु किसी ऊर्ध्ववृत्त के उच्चतम बिन्दु को क्रान्तिक वेग से पार करती है। डोरी की क्षैतिज अवस्था में इसका अभिकेन्द्रीय त्वरण होगा [MH CET 2002]

(a) 6 g (b) 3 g

(c) 2 g (d) g

36. एक सरल लोलक ऊर्ध्वाधर तल में दोलन करता है। जब यह मध्यमान स्थिति से गुजरता है, तब धागे में तनाव, गोलक के भार का तीन गुना है। ऊर्ध्वाधर से लोलक के धागे का अधिकतम विस्थापन होगा [Orissa JEE 2002]

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

37. एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त में गतिमान है। जब यह ऊर्ध्वाधर से (निम्नतम स्थिति में) 30° तथा 60° की कोणीय स्थिति से गुजरता है तब धागे में तनाव क्रमशः T_1 तथा T_2 है। तब [Orissa JEE 2002]

(a) $T_1 = T_2$

(b) $T_2 > T_1$

(c) $T_1 > T_2$

(d) धागे में तनाव सदैव नियत रहता है

38. एक कण 42 मीटर व्यास के गोले के उच्चतम बिन्दु पर विरामावस्था में रखा है। जब इसे हल्का सा विक्षेपित करते हैं तो यह नीचे फिसलता है। आधार से कितनी ऊँचाई h, पर कण गोले को छोड़ देगा [BHU 2003]

(a) 14 m (b) 28 m

(c) 35 m (d) 7 m

39. किसी क्षण 't' पर एक गतिमान कण के निर्देशांक $x = \alpha t^3$ तथा $y = \beta t^3$ द्वारा दिये जाते हैं। समय 't' पर कण का वेग है [AIEEE 2003]

(a) $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ (b) $3t\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

(c) $3t^2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ (d) $t^2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

40. एक छोटी चकती R त्रिज्या के अर्द्धगोले के शीर्ष पर रखी है। इसे कितना न्यूनतम क्षैतिज वेग दिया जाये कि यह अर्द्धगोले को छोड़ दे और उस पर नीचे न फिसले (यहाँ घर्षण नहीं हैं) [CPMT 1991]

(a) $v=\sqrt{2gR}$ (b) $v=\sqrt{gR}$

(c) $v=\dfrac{g}{R}$ (d) $v=\sqrt{g^2R}$

41. एक 0.4 *kg* द्रव्यमान की वस्तु को ऊर्ध्वाधर वृत्त में 2 चक्कर प्रति सैकण्ड की दर से घुमाया जाता है। यदि वृत्त की त्रिज्या 2 मीटर हो, तो जब वस्तु वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर है, तब धागे में तनाव होगा [CBSE PMT 1999]

(a) 41.56 *N* (b) 89.86 *N*

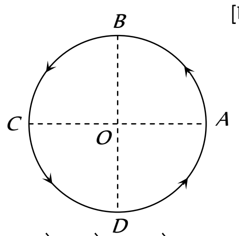
(c) 109.86 *N* (d) 115.86 *N*

42. पानी से भरी हुई एक बाल्टी को 2*m* त्रिज्या के एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। घूर्णन का वह अधिकतम आवर्तकाल ताकि पानी बाल्टी से न गिरे, होगा [AFMC 2004]

(a) 1 *sec* (b) 2 *sec*

(c) 3 *sec* (d) 4 *sec*

43. *m* द्रव्यमान की कोई वस्तु चित्रानुसार *r* त्रिज्या के वृत्त में एक समान चाल *v* से घूम रही है। *A* से *B* तक जाने में वस्तु के वेग में परिवर्तन होगा [DPMT 2004]



(a) $v\sqrt{2}$

(b) $v/\sqrt{2}$

(c) v

(d) शून्य

44. 2.5 *m* त्रिज्या के वृत्त में नियत वेग से घुमाये जा रहे धागे के अधिकतम व न्यूनतम तनावों का अनुपात 5 : 3 है, तब इसका वेग है [Pb. PET 2003]

(a) $\sqrt{98}\ m/s$ (b) $7\ m/s$

(c) $\sqrt{490}\ m/s$ (d) $\sqrt{4.9}$

45. वृत्तीय गति करते हुये कण का अभिकेन्द्रीय त्वरण होता है

(a) स्पर्श रेखीय त्वरण से कम

(b) स्पर्श रेखीय त्वरण के तुल्य

(c) स्पर्श रेखीय त्वरण से अधिक

(d) स्पर्श रेखीय त्वरण से कम अथवा उससे अधिक

46. एक कण वृत्तीय मार्ग में अवमंदित चाल से गति कर रहा है निम्न कथनों में से सत्य कथन है [IIT JEE 2005]

(a) कोणीय संवेग नियत रहता है

(b) त्वरण ($\vec{a}$) की दिशा केन्द्र की ओर है

(c) कण घटती हुई त्रिज्या के साथ सर्पिलाकार मार्ग में गति करता है

(d) कोणीय संवेग की दिशा नियत रहती है

47. 1 *kg* द्रव्यमान की एक वस्तु 1*m* त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्तीय मार्ग में गति कर रही है। उच्चतम् तथा निम्नतम् बिन्दुओं पर उनकी गतिज ऊर्जा के बीच का अन्तर है

(a) 20 *J* (b) 10 *J*

(c) $4\sqrt{5}\ J$ (d) $10(\sqrt{5}-1)\ J$

48. वृत्तीय गति करती हुई किसी वस्तु का कोणीय विस्थापन समय के साथ $\theta = \theta_0 + \theta_1 t + \theta_2 t^2$ के अनुसार परिवर्तित होती है। वस्तु का कोणीय संवेग है [Orissa JEE 2005]

(a) θ_1 (b) θ_2

(c) $2\theta_1$ (d) $2\theta_2$

क्षैतिज प्रक्षेप्य गति

1. क्षैतिज तल पर एक बन्दूक की अधिकतम परास 16 किमी. है। यदि $g = 10\, m/s^2$ है, तो गोली का प्रक्षेपण वेग क्या होना चाहिये [KCET 1999; BHU 2003]

(a) 200 *m/s* (b) 400 *m/s*

(c) 100 *m/s* (d) 50 *m/s*

2. रेलगाड़ी की खिड़की से एक पत्थर छोड़ा जाता है। यदि रेलगाड़ी क्षैतिज सीधी पटरियों पर जा रही है, तो पत्थर का पथ जमीन पर टकराते समय होगा [NCERT 1972; AFMC 1996; BHU 2000]

(a) ऋजुरेखीय (b) वृत्तीय

(c) परवलयाकार (d) अतिपरवलयाकार

3. समान ऊँचाई से एक गोली क्षैतिज दिशा में दागी जाती है तथा दूसरी गोली ठीक नीचे की ओर छोड़ दी जाती है। ये जमीन से टकरायेंगी

(a) एक के बाद एक

(b) एक साथ

(c) यह प्रेक्षक पर निर्भर करता है

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

4. एक हवाई जहाज अचर क्षैतिज वेग 600 किमी/घण्टा से 6 किमी की ऊँचाई पर एक बिन्दु की ओर उड़ रहा है जो पृथ्वी पर स्थित एक लक्ष्य के ठीक ऊपर है। एक सही समय पर, पायलट एक गेंद छोड़ता है जो लक्ष्य से टकराती है। गेंद गिरती हुई प्रतीत होगी [MP PET 1993]

(a) हवाई जहाज में बैठे पायलट को परवलयाकार पथ में

(b) लक्ष्य के नजदीक पृथ्वी पर स्थित किसी प्रेक्षक को ऊर्ध्वाधर सीधी रेखा में आती हुयी

(c) लक्ष्य के नजदीक पृथ्वी पर स्थित किसी प्रेक्षक को परवलयाकार पथ में

(d) हवाई जहाज में बैठे पायलट को टेढ़े-मेढ़े पथ पर

5. क्षैतिज दिशा में नियत वेग से गतिशील हवाई जहाज से एक बम छोड़ा जाता है। यदि वायु का घर्षण प्रभावी माना जाए तब बम [EAMCET (Med.) 1995; AFMC 1999]

(a) पृथ्वी पर हवाई जहाज के ठीक नीचे गिरेगा

(b) पृथ्वी पर हवाई जहाज के पीछे गिरेगा

(c) पृथ्वी पर हवाई जहाज के आगे गिरेगा

(d) हवाई जहाज के साथ उड़ता रहेगा

6. एक व्यक्ति एक समान वेग से गतिशील ट्रेन के दरवाजे से एक सिक्का ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकता है, उस व्यक्ति के लिए सिक्के का पथ होगा [RPET 1997]

(a) परवलय

(b) किसी कोण पर झुकी सरल रेखा

(c) ऊर्ध्वाधर सरल रेखा

(d) क्षैतिज सरल रेखा

7. एक हवाई जहाज 600 किमी/घंटा के क्षैतिज वेग से, पृथ्वी से 1960 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है। जब यह पृथ्वी पर स्थित बिन्दु *A* के ठीक ऊपर है, तब इससे एक बम छोड़ा जाता है। यह बम पृथ्वी पर *B* बिन्दु पर गिरता है। पृथ्वी पर *A* व *B* बिन्दुओं की बीच की दूरी होगी [CPMT 1996; JIPMER 2001, 02]

(a) 1200 *m* (b) 0.33 *km*

(c) 3.33 *km* (d) 33 *km*

8. एक गेंद किसी क्षैतिज मेज के एक सिरे से 4 मीटर/सैकण्ड के वेग से लुढ़काई जा रही है। यह 0.4 सैकण्ड पश्चात् जमीन से टकराती है, तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है [AMU (Med.) 1999]

(a) यह मेज के सिरे से 1.6 *m* की क्षैतिज दूरी पर जमीन से टकराती है

(b) यह 4 मीटर/सैकण्ड के वेग से जमीन पर टकराती है

(c) मेज की ऊँचाई 0.8 मीटर है

(d) यह जमीन से क्षैतिज के साथ 60° का कोण बनाते हुये टकराती है

9. एक हवाई जहाज पृथ्वी तल से 490 मीटर की ऊँचाई पर 100 मीटर/सैकण्ड की चाल से उड़ रहा है। यह एक गुटके को छोड़ता है, तो यह पृथ्वी तल पर कितनी दूर जाकर गिरेगा [RPMT 2000]

(a) 0.1 *km* (b) 1 *km*

(c) 2 *km* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

10. एक वस्तु 5 मीटर ऊँचाई वाले स्तम्भ से क्षैतिज दिशा में फेंकी जाती है। यह पृथ्वी तल पर स्तम्भ पाद से 10 मीटर की दूरी पर जाकर गिरती है। वस्तु का प्रारम्भिक वेग है (g = 10 मीटर/सैकण्ड²) [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) 2.5 ms^{-1} (b) 5 ms^{-1}

(c) 10 ms^{-1} (d) 20 ms^{-1}

11. एक हवाई जहाज क्षैतिज दिशा में 720 किमी/घण्टा की चाल से गति करते हुए एक भोजन का पैकिट गिराता है इस समय इसकी पृथ्वी तल से ऊँचाई 396.9 मीटर है। भोजन के पैकिट को पृथ्वी तक पहुँचने में लगा समय एवं इसकी क्षैतिज परास है (g = 9.8 मीटर/सैकण्ड²) [AFMC 2001]

(a) 3 *sec* तथा 2000 *m* (b) 5 *sec* तथा 500 *m*

(c) 8 *sec* तथा 1500 *m* (d) 9 *sec* तथा 1800 *m*

12. एक कण *A* को किसी ऊँचाई से गिराया जाता है एवं उसी ऊँचाई से अन्य कण *B* को 5 मीटर/सैकण्ड के वेग से क्षैतिज दिशा में फेंका जाता है। तब सत्य कथन है [CBSE PMT 2002; Orissa JEE 2003]

(a) दोनों कण एक ही समय पर पृथ्वी तल पर पहुँचेंगे

(b) दोनों कण एक ही चाल से पृथ्वी तल पर पहुँचेंगे

(c) कण *A*, कण *B* की तुलना में पृथ्वी तल पर पहले पहुँचेगा

(d) कण *B*, कण *A* की तुलना में पृथ्वी तल पर पहले पहुँचेगा

13. एक कण किसी समतल में नियत त्वरण से किन्तु प्रारंभिक वेग की दिशा से भिन्न दिशा में गति करता है। कण का बिन्दुपथ होगा [MP PMT 2004; CPMT 1982]

(a) एक सीधी रेखा (b) वृत्त की चाप

(c) एक परवलय (d) एक दीर्घवृत्त

14. 80 *m* ऊँचाई पर एक वायुयान 150 *m/s* वेग से गति कर रहा है। वायुयान से एक बम गिराया जाता है। लक्ष्य से कितनी दूर बम को गिराया जाये, जिससे यह लक्ष्य पर गिर सके (दिया है $g = 10\ m/s^2$) [BCECE 2004]

(a) 605.3 *m* (b) 600 *m*

(c) 80 *m* (d) 230 *m*

15. एक लड़ाकू विमान 500 *m/s* की चाल से क्षैतिज गति कर रहा है, तथा इससे एक बम गिराया जाता है, जो कि जमीन पर 10 sec में टकराता है। वह कोण, जिस पर बम जमीन से टकराता है होगा ($g = 10\ m/s^2$) [MH CET 2003]

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

(c) $\tan^{-1}(1)$ (d) $\tan^{-1}(5)$

16. सभी दिशाओं में *v* वेग से कई गोलियाँ दागीं जाती हैं। पृथ्वी तल पर वह अधिकतम क्षेत्रफल क्या होगा जिस पर ये गोलियाँ फैल जायेंगी

(a) $\pi\frac{v^2}{g}$ (b) $\pi\frac{v^4}{g^2}$

(c) $\pi^2\frac{v^4}{g^2}$ (d) $\pi^2\frac{v^2}{g^2}$

तिर्यक प्रक्षेप्य गति

1. एक प्रक्षेप्य *u* वेग से, क्षैतिज के साथ θ कोण बनाते हुये प्रक्षेपित किया जाता है तथा इसकी परास R है। यदि प्रारम्भिक वेग को दोगुना कर दिया जावे तथा प्रक्षेपण कोण θ ही रहे, तो अब परास होगी

(a) $2R$ (b) $R/2$

(c) R (d) $4R$

2. यदि एक प्रक्षेप्य का प्रारम्भिक वेग दोगुना कर दिया जावे तथा प्रक्षेपण कोण वही रहे, तो उसकी महत्तम ऊँचाई

(a) अपरिवर्तित रहती है (b) दोगुनी हो जाती है

(c) चार गुनी हो जाती है (d) आधी हो जाती है

3. गुरुत्व के अधीन मुक्त प्रक्षेप्य गति में

(a) कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है

(b) संवेग संरक्षित रहता है

(c) ऊर्जा एवं संवेग दोनों ही संरक्षित रहते हैं

(d) कोई भी संरक्षित नही रहता

4. 45° के प्रक्षेपण कोण के लिये किसी दिये गये वेग से प्रक्षेपित वस्तु की परास अधिकतम होती है। यह परास न्यूनतम होगी यदि प्रक्षेपण कोण है

(a) 90^o (b) 180^o

(c) 60^o (d) 75^o

5. वह प्रक्षेपण कोण जिसके लिए प्रक्षेप्य की क्षैतिज परास तथा अधिकतम ऊँचाई बराबर होगी, है [Haryana CEE 1996; Pb. PET 2001; BCECE 2003]

(a) 45^o

(b) $\theta = \tan^{-1}(0.25)$

(c) $\theta = \tan^{-1} 4$ अथवा $(\theta = 76°)$

(d) 60^o

6. एक गेंद ऊपर की ओर फेंकी जाती है और यह परवलयाकार पथ पर गमन करते हुये पृथ्वी पर लौट आती है। निम्न में से कौन अचर रहेगा [BHU 1999; AMU (Engg.) 2000; DPMT 2001]

(a) गेंद की गतिज ऊर्जा (b) गेंद की चाल

(c) वेग का क्षैतिज घटक (d) वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

7. किसी प्रक्षेप्य के परवलयाकार पथ के उच्चतम बिन्दु पर इसके वेग एवं त्वरण की दिशायें होंगी

(a) परस्पर लम्बवत् (b) परस्पर समांतर

(c) परस्पर 45° के कोण पर (d) परस्पर के प्रति समांतर

8. एक वस्तु क्षैतिज से 45° का कोण बनाते हुये प्रक्षेपित की जाती है, तो वस्तु की क्षैतिज परास होगी [MP PMT 1985]

(a) ऊर्ध्वाधर ऊँचाई के बराबर (b) ऊर्ध्वाधर ऊँचाई से दोगुनी

(c) ऊर्ध्वाधर ऊँचाई से तीन गुनी (d) ऊर्ध्वाधर ऊँचाई की चार गुनी

9. किसी प्रक्षेप्य की ऊँचाई y एवं क्षैतिज दूरी x, किसी ग्रह पर जहाँ वायु नहीं है, $y = 8t - 5t^2$ मीटर एवं $x = 6t$ मीटर द्वारा दी जाती हैं, जहाँ t समय है। वह वेग जिससे प्रक्षेप्य को प्रक्षेपित किया गया है, होगा [CPMT 1981; MP PET 1997]

(a) 8 *m/sec* (b) 6 *m/sec*

(c) 10 *m/sec* (d) आँकड़ें अपर्याप्त हैं

10. उपरोक्त प्रश्न में क्षैतिज से प्रक्षेपण कोण का मान होगा [CPMT 1981]

(a) $\tan^{-1}(3/4)$ (b) $\tan^{-1}(4/3)$

(c) $\sin^{-1}(3/4)$ (d) आंकड़े अपर्याप्त हैं

11. उपरोक्त दोनों प्रश्नों में गुरुत्वीय त्वरण का मान है [CPMT 1981]

(a) $10\, m/\sec^2$ (b) $5 m/\sec^2$

(c) $20\ m/\sec^2$ (d) $2.5\ m/\sec^2$

12. जब एक कण 15° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है, तो इसकी क्षैतिज परास 1.5 किमी है। यदि इसे 45° के कोण पर प्रक्षेपित करें, तो क्षैतिज परास होगी [CPMT 1982]

(a) 1.5 *km* (b) 3.0 *km*

(c) 6.0 *km* (d) 0.75 *km*

13. एक क्रिकेट खिलाड़ी क्षैतिज से 60° के कोण पर एक गेंद को 25 मी/सै के वेग से मारता है खिलाड़ी से 50 मी दूर खड़े दूसरे खिलाड़ी तक पहुँचने में गेंद जमीन से कितनी ऊँची उठी होगी (यह माना गया है कि गेंद को जमीन के काफी निकट से मारा जाता है) [BVP 2003]

(a) 8.2 *m* (b) 9.0 *m*

(c) 11.6 *m* (d) 12.7 *m*

14. जमीन से एक पत्थर को 25 मी/सै के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। दो सैकण्ड पश्चात् यह पत्थर 5 मीटर ऊँची दीवार को ठीक पार कर जाता है। पत्थर का प्रक्षेपण कोण होगा ($g = 10$ मी/सै²)

(a) 30^o (b) 45^o

(c) 50.2^o (d) 60^o

15. गैलीलियो के नियम अनुसार, यदि किसी पिण्ड को कोण $(45 + \theta)$ तथा $(45 - \theta)$ पर प्रक्षेपित किया जाये, तो इनके द्वारा तय की गयी क्षैतिज परासों का अनुपात होगा (यदि $\theta \le 45°$) [MP PET 1993]

(a) 2 : 1 (b) 1 : 2

(c) 1 : 1 (d) 2 : 3

16. एक प्रक्षेप्य को v वेग से ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है, जिसकी पृथ्वी पर परास (Range) 'R' है। समान वेग v व कोण θ के लिए चन्द्रमा पर इसकी परास होगी

(a) $R/6$ (b) $6R$

(c) $R/36$ (d) $36R$

17. एक आदमी एक पत्थर को अधिकतम h ऊँचाई तक फेंक सकता है, तो वह पत्थर को अधिकतम कितनी दूरी तक फेंक सकता है

(a) $\frac{h}{2}$ (b) h

(c) $2h$ (d) $3h$

18. किसी प्रक्षेप्य की क्षैतिज परास उसकी महत्तम ऊँचाई की चार गुनी है। प्रक्षेपण कोण का मान है [MP PET 1994; CBSE PMT 2000; RPET 2001]

(a) 90^o (b) 60^o

(c) 45^o (d) 30^o

19. एक गेंद जिसकी गतिज ऊर्जा E है, क्षैतिज से 45° पर फेंकी जाती है। इसकी उड़ान के दौरान उच्चतम बिन्दु पर गतिज ऊर्जा होगी [MP PMT 1994; CBSE PMT 1997, 2001; AIEEE 2002; Pb. PMT 2004; Orissa PMT 2004]

(a) शून्य (b) $\frac{E}{2}$

(c) $\frac{E}{\sqrt{2}}$ (d) E

20. द्रव्यमान m का एक कण वेग v से क्षैतिज से 45° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। जब कण अधिकतम ऊँचाई पर हो, तब प्रक्षेपण बिन्दु के परितः कण के कोणीय संवेग का परिमाण होगा (जहाँ g = गुरुत्वीय त्वरण) [MP PMT 1994; MP PET 2001; Pb. PET 2004]

(a) शून्य (b) $mv^3/(4\sqrt{2}g)$

(c) $mv^3/(\sqrt{2}g)$ (d) $mv^2/2g$

21. एक कण जब शीर्ष बिंदु पर पहुँचता है, तो वह क्षैतिज परास की आधी दूरी तय करता है। विस्थापन-समय ग्राफ पर, इसके संगत बिन्दु पर होता है [AIIMS 1995]

(a) ऋणात्मक प्रवणता एवं शून्य वक्रता

(b) शून्य प्रवणता एवं ऋणात्मक वक्रता

(c) शून्य प्रवणता एवं धनात्मक वक्रता,

(d) धनात्मक प्रवणता एवं शून्य वक्रता

22. किसी प्रक्षेप्य के मार्ग के शिखर पर त्वरण होता है

[Manipal MEE 1995]

(a) अधिकतम (b) न्यूनतम

(c) शून्य (d) g

23. जब किसी वस्तु को क्षैतिज तल से कोण θ पर u वेग से प्रक्षेपित किया जाता है, तो उसके द्वारा क्षैतिज दिशा में तय की गयी अधिकतम दूरी होगी [MP PMT 1996; RPET 2001]

(a) $\frac{u^2 \sin\theta}{g}$ (b) $\frac{u^2 \sin 2\theta}{2g}$

(c) $\frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ (d) $\frac{u^2 \cos 2\theta}{g}$

24. एक फुटबाल का खिलाड़ी गेंद को क्षैतिज से 30° कोण पर 50 मीटर/सैकण्ड के वेग से उछालता है, तो गेंद कितने समय तक हवा में रहती है ($g = 10$ मीटर/सैकण्ड²)

(a) 2.5 *sec* (b) 1.25 *sec*

(c) 5 *sec* (d) 0.625 *sec*

25. 0.5 किग्रा द्रव्यमान का एक पिण्ड क्षैतिज से 30° के कोण पर 98 मी/सैकण्ड की चाल से गुरुत्वीय बल के अन्तर्गत फेंका जाता है। पिण्ड के संवेग में परिवर्तन होगा [MP PET 1997]

(a) $24.5\ N\text{–}s$ (b) $49.0\ N\text{–}s$

(c) $98.0\ N\text{–}s$ (d) $50.0\ N\text{–}s$

26. एक वस्तु को किसी कोण पर इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि उसकी क्षैतिज परास, अधिकतम ऊँचाई की तीन गुनी है। वस्तु का क्षैतिज से प्रक्षेपण कोण होगा [AIIMS 1998; DPMT 2000]

(a) $25^o 8'$ (b) $33^o 7'$

(c) $42^o 8'$ (d) $53^o 8'$

27. एक बन्दूक को इस प्रकार लक्ष्य किया गया है कि बैरल (barrel) तथा लक्ष्य एक सरल रेखा में है। लक्ष्य को अचानक छोड़ दिया जाए तो वह गुरुत्वाधीन नीचे गिरने लगता है, उसी क्षण बन्दूक से गोली दागी जाती है, तब गोली [EAMCET 1994]

(a) लक्ष्य के ऊपर से गुजरेगी

(b) लक्ष्य के नीचे से गुजरेगी

(c) लक्ष्य को भेद देगी

(d) लक्ष्य को निश्चित रूप से नहीं भेद सकती

28. दो वस्तुओं के समान वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। यदि एक वस्तु को क्षैतिज से 30° के कोण पर तथा अन्य को क्षैतिज से 60° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है, तो उनकी अधिकतम ऊँचाईयों का अनुपात होगा

[AIIMS 2001; EAMCET (Med.) 1995; Pb. PMT 2000]

(a) 3 : 1 (b) 1 : 3

(c) 1 : 2 (d) 2 : 1

29. किसी बन्दूक से V वेग से छोड़ी गई गोली की क्षैतिज परास R है तब बन्दूक का क्षैतिज से कोण होगा [AMU 1995]

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{V^2}{Rg}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{gR}{V^2}\right)$

(c) $\frac{1}{2}\left(\frac{V^2}{Rg}\right)$ (d) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{gR}{V^2}\right)$

30. किसी प्रक्षेप्य उड्डयन काल 10 सैकण्ड तथा क्षैतिज परास 500 मीटर है। प्रक्षेप्य की अधिकतम ऊँचाई होगी [RPMT 1997]

(a) 125 *m* (b) 50 *m*

(c) 100 *m* (d) 150 *m*

31. एक पिण्ड *A* जिसका द्रव्यमान *M* है, वेग *v* से क्षैतिज से 30° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है अन्य पिण्ड जिसका द्रव्यमान पहले पिण्ड के समान है, समान वेग से क्षैतिज से 60° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। *A* तथा *B* की क्षैतिज परासों का अनुपात होगा [CBSE PMT 1992]

(a) 1 : 3 (b) 1 : 1

(c) $1:\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{3}:1$

32. एक गोली बन्दूक से 500 मी/सैकण्ड के वेग से 15° प्रक्षेपण कोण पर छोड़ी जाती है। यदि $g = 10$ मी/सैकण्ड² हो तो क्षैतिज परास है [CPMT 1997]

(a) $25 \times 10^3 m$ (b) $12.5 \times 10^3 m$

(c) $50 \times 10^2 m$ (d) $25 \times 10^2 m$

33. एक लड़के द्वारा फेंकी गई गेंद उसी तल में कुछ दूरी पर खड़े अन्य लड़के द्वारा 2 सैकण्ड में पकड़ ली जाती है। यदि प्रक्षेपण कोण 30° है, तब प्रक्षेपण वेग होगा [JIPMER 1999]

(a) 19.6 *m/s* (b) 9.8 *m/s*

(c) 14.7 *m/s* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

34. जब एक कण को किसी प्रारम्भिक वेग से प्रक्षेपित किया जाता है, तो यह 50 मीटर की दूरी तय करता है। उसी तल में जब इसे दोगुने वेग से प्रक्षेपित किया जाये तो इसके द्वारा तय की गई दूरी होगी [RPMT 2000]

(a) 100 *m* (b) 150 *m*

(c) 200 *m* (d) 250 *m*

35. एक गेंद क्षैतिज से 60° का कोण बनाते हुये फेंकी जाती है। यह पृथ्वी तल पर 90 मीटर की दूरी पर गिरती है। यदि गेंद को समान प्रारंभिक वेग से 30° का कोण बनाते हुये फेंका जाये तो यह पृथ्वी तल पर कितनी दूरी पर जाकर गिरेगी [BHU 2000]

(a) 30 *m* (b) 60 *m*

(c) 90 *m* (d) 120 *m*

36. चार पिण्डों *P, Q, R* एवं *S* को एक समान वेग से क्षैतिज से क्रमशः 15°, 30°, 45° एवं 60° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। वह पिण्ड जिसकी सबसे कम परास है, होगा [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) *P* (b) *Q*

(c) *R* (d) *S*

37. एक प्रक्षेप्य के लिए, अधिकतम ऊँचाई एवं उड्डयन काल के वर्ग का अनुपात है ($g = 10\ ms^{-2}$) [EAMCET (Med.) 2000]

(a) 5 : 4 (b) 5 : 2

(c) 5 : 1 (d) 10 : 1

38. एक पत्थर को क्षैतिज से θ कोण पर u वेग से प्रक्षेपित करने पर यह अधिकतम ऊँचाई H_1 तक पहुँचता है। जब इसे क्षैतिज से $\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ कोण पर u वेग से प्रक्षेपित किया जाता है, तो यह अधिकतम ऊँचाई H_2 तक पहुँचता है। क्षैतिज परास R, H_1 एवं H_2 में सम्बन्ध है [EAMCET 2000]

(a) $R=4\sqrt{H_1H_2}$ (b) $R=4(H_1-H_2)$

(c) $R=4(H_1+H_2)$ (d) $R=\frac{H_1^2}{H_2^2}$

39. एक पिण्ड को क्षैतिज से 45° के कोण पर 20 मीटर/सैकण्ड के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। प्रक्षेप्य पथ का समीकरण $h=Ax-Bx^2$ है, जहाँ h-ऊँचाई, x-क्षैतिज दूरी तथा A और B नियतांक है। A और B का अनुपात होगा $(g=10\,ms^{-2})$ [EAMCET 2001]

(a) 1 : 5 (b) 5 : 1

(c) 1 : 40 (d) 40 : 1

40. निम्नलिखित में से कौन से कारक किसी खिलाड़ी के द्वारा लम्बी कूद के दौरान तय की गई क्षैतिज दूरी को प्रभावित करेंगे [AMU (Engg.) 2001]

(a) कूदने से पहले चाल तथा उसका भार

(b) कूदने की दिशा तथा प्रारम्भिक चाल

(c) बल, जिससे कि वह जमीन को दबाता है तथा उसकी चाल

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

41. एक गेंद किसी खिलाड़ी द्वारा फेंकने पर दूसरे खिलाड़ी तक 2 सैकण्ड में पहुँचती है, तो प्रक्षेपण बिन्दु के ऊपर गेंद द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई होगी लगभग [Pb. PMT 2002]

(a) 10 m (b) 7.5 m

(c) 5 m (d) 2.5 m

42. प्रक्षेप्य गति में उच्चतम बिन्दु पर वेग है [AIEEE 2002]

(a) $\frac{u\cos\theta}{2}$ (b) $u\cos\theta$

(c) $\frac{u\sin\theta}{2}$ (d) उपरोक्त में से कोई नही

43. दो पिण्ड एकसमान वेग से क्रमशः 30° एवं 60° के कोण पर प्रक्षेपित किये जाते हैं, तब [CBSE PMT 2000; JIPMER 2002]

(a) उनकी परास समान है

(b) उनकी ऊचाँईया समान हैं

(c) उनके उड्डयन काल समान हैं

(d) उपरोक्त सभी

44. एक वस्तु क्षैतिज से 30° के कोण पर 9.8 मीटर/सैकण्ड के वेग से प्रक्षेपित की जाती है। यह कितने समय बाद पृथ्वी तल से टकरायेगी [KCET 2001; JIPMER 2001, 02]

(a) 1.5 s (b) 1 s

(c) 3 s (d) 2 s

45. एक प्रक्षेप्य की गति का समीकरण x = 36t मीटर और $2y=96\,t-9.8\,t^2$ मीटर द्वारा व्यक्त किया गया है। प्रक्षेपण कोण है [EAMCET 2003]

(a) $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ (b) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ (d) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

46. एक दिये हुये वेग के लिये, किसी प्रक्षेप्य की दो प्रक्षेपण कोणों पर क्षैतिज परास R समान है। यदि इन दो स्थितियों में उड्डयन काल t_1 व t_2 है तब [KCET 2003; AIEEE 2004]

(a) $t_1t_2 \propto R^2$ (b) $t_1t_2 \propto R$

(c) $t_1t_2 \propto \frac{1}{R}$ (d) $t_1t_2 \propto \frac{1}{R^2}$

47. m द्रव्यमान की किसी वस्तु को क्षैतिज के साथ θ कोण बनाते हुये ऊपर की ओर v वेग से फेंका जा रहा है, तो ऊपर जाने पर t सैकण्ड पश्चात् वस्तु का वेग होगा [AMU (Engg.) 1999]

(a) $\sqrt{(v\cos\theta)^2+(v\sin\theta)^2}$

(b) $\sqrt{(v\cos\theta-v\sin\theta)^2-gt}$

(c) $\sqrt{v^2+g^2t^2-(2v\sin\theta)gt}$

(d) $\sqrt{v^2+g^2t^2-(2v\cos\theta)gt}$

48. एक क्रिकेटर किसी गेंद को अधिकतम 100 मीटर की क्षैतिज दूरी तक फेंक सकता है। समान प्रयास से वह गेंद को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकता है। गेंद द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई है [UPSEAT 2002]

(a) 100 m (b) 80 m

(c) 60 m (d) 50 m

49. एक क्रिकेटर एक गेंद को अधिकतम 100 मीटर की क्षैतिज दूरी तक फेंक सकता है। गेंद का प्रक्षेपण वेग (लगभग) होगा [Kerala (Med.) 2002]

(a) 30 ms^{-1} (b) 42 ms^{-1}

(c) 32 ms^{-1} (d) 35 ms^{-1}

50. एक गेंद को $30°$ उन्नयन कोण पर V_o वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। निम्न में से सत्य कथन छांटिये [MP PMT 2004]

(a) प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर गतिज ऊर्जा शून्य होगी

(b) संवेग का ऊर्ध्वाधर घटक संरक्षित रहता है

(c) संवेग का क्षैतिज घटक संरक्षित रहता है

(d) प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होगी

51. वायु प्रतिरोध को नगण्य मानने पर प्रक्षेप्य का उड्डयन काल किसके द्वारा ज्ञात किया जाता है [J & K CET 2004]

(a) $U_{\text{ऊर्ध्वाधर}}$

(b) $U_{\text{क्षैतिज}}$

(c) $U=U^2_{\text{ऊर्ध्वाधर}}+U^2_{\text{क्षैतिज}}$

(d) $U=U(U^2_{\text{ऊर्ध्वाधर}}+U^2_{\text{क्षैतिज}})^{1/2}$

52. किसी बिन्दु से एक गेंद प्रक्षेपण कोण θ तथा चाल v_o से फेंकी जाती है। उसी बिन्दु से तथा ठीक उसी क्षण एक व्यक्ति गेंद को पकड़ने के लिये $v_o/2$ के नियत वेग से दौड़ना शुरु करता है।

क्या व्यक्ति गेंद को पकड़ सकेगा ? यदि हाँ, तो प्रक्षेपण कोण का मान क्या होगा [AIEEE 2004]

(a) हाँ, 60^o (b) हाँ, 30^o

(c) नहीं (d) हाँ, 45^o

53. क्षैतिज से θ कोण पर फेंके गए एक पत्थर की अधिकतम ऊँचाई H है। तब पत्थर का उड्डयन काल होगा [BCECE 2004]

(a) $\sqrt{\frac{2H}{g}}$ (b) $2\sqrt{\frac{2H}{g}}$

(c) $\frac{2\sqrt{2H\sin\theta}}{g}$ (d) $\frac{\sqrt{2H\sin\theta}}{g}$

54. किसी प्रक्षेप्य की क्षैतिज परास इसकी अधिकतम ऊँचाई की $4\sqrt{3}$ गुनी है। इसके प्रक्षेपण कोण का मान है [J & K CET 2004; DPMT 2003]

(a) 45^o (b) 60^o

(c) 90^o (d) 30^o

55. एक गेंद किसी मीनार के शिखर से क्षैतिज से 30^o कोण पर $50\ ms^{-1}$ के वेग से ऊपर की ओर फेंकी जाती है। मीनार की ऊँचाई 70 m है। गेंद फेंकने के कितने क्षणों पश्चात् गेंद जमीन पर पहुँचेगी [DPMT 2004]

(a) 2 s (b) 5 s

(c) 7 s (d) 9 s

56. दो वस्तुओं को क्षैतिज से क्रमशः 45° तथा 60° कोणों पर ऊपर की ओर फेंका जाता है। यदि दोनों वस्तुओं द्वारा प्राप्त ऊर्ध्वाधर ऊँचाई समान हो, तब उनके प्रारंभिक वेगों का अनुपात होगा [DPMT 2005]

(a) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

57. प्रक्षेप्य गति के किस बिन्दु पर त्वरण तथा वेग परस्पर लम्बवत् होते हैं [Orissa JEE 2005]

(a) प्रक्षेपण बिन्दु पर

(b) वह बिन्दु जहाँ पर प्रक्षेप्य पहुँचता है

(c) उच्चतम बिन्दु पर

(d) प्रक्षेपण बिन्दु तथा उच्चतम बिन्दु के बीच कहीं भी

58. किसी वस्तु को क्षैतिज से 45° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है वस्तु की क्षैतिज परास तथा अधिकतम ऊँचाई का अनुपात होगा [Kerala PET 2005]

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1

(c) 1 : 4 (d) 4 : 1

59. किसी प्रक्षेप्य की अधिकतम क्षैतिज परास 400 m है। इसके द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई का मान होगा [AFMC 2005]

(a) 100 m (b) 200 m

(c) 400 m (d) 800 m

Critical Thinking

Objective Questions

1. एक कण पर एक नियत परिमाण का बल, जो कि हमेशा कण के वेग के लम्बवत् रहता है, लगता है। कण की गति समतल में होती है। इसका अर्थ है कि [IIT 1987]

(a) वेग नियत है (b) त्वरण नियत है

(c) गतिज ऊर्जा नियत है (d) इसकी गति वृत्तीय है

2. एक L लम्बाई की नलिका में M द्रव्यमान का असम्पीड्य द्रव भरा है तथा नली दोनों सिरों पर बन्द है। अब नली को इसके एक सिरे के सापेक्ष क्षैतिज तल में एकसमान कोणीय वेग ω से घुमाया जाता हैं, तो द्रव द्वारा दूसरे सिरे पर आरोपित बल होगा [IIT 1992]

(a) $\frac{ML\omega^2}{2}$ (b) $ML\omega^2$

(c) $\frac{ML\omega^2}{4}$ (d) $\frac{ML^2\omega^2}{2}$

3. R त्रिज्या के वृत्तीय मार्ग पर गति करते हुए कण की गतिज ऊर्जा K, इसके द्वारा तय की गई दूरी s पर $K = as^2$ के अनुसार निर्भर करती है, जहाँ a अचर है। कण पर कार्य करने वाला बल है

[MNR 1992; JIPMER 2001, 02; AMU (Engg.) 1999]

(a) $2a\frac{s^2}{R}$ (b) $2as\left(1+\frac{s^2}{R^2}\right)^{1/2}$

(c) $2as$ (d) $2a\frac{R^2}{s}$

4. एक कार 10 मीटर त्रिज्या के वृत्तीय क्षैतिज मार्ग पर समान चाल 10 मीटर/सैकण्ड से गति कर रही है। कार की छत से 1 m की दृढ़ छड़ से एक लोलक लटका है, तो पथ से छड़ द्वारा बनाया गया कोण है [IIT 1992]

(a) शून्य (b) 30^o

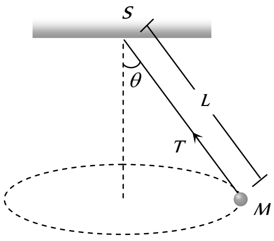
(c) 45^o (d) 60^o

5. m द्रव्यमान का एक कण r त्रिज्या के वृत्तीय पथ में इस प्रकार घूम रहा है कि इसका अभिकेन्द्रीय त्वरण a_c समय के साथ निम्न प्रकार परिवर्तनशील है $a_c = k^2rt^2$, जहाँ k नियतांक है। इस पर कार्यरत बलों द्वारा कण को दी गयी शक्ति है [IIT 1994]

(a) $2\pi mk^2r^2t$ (b) mk^2r^2t

(c) $\frac{mk^4r^2t^5}{3}$ (d) शून्य

6. L लम्बाई की एक डोरी एक सिरे पर बँधी हुई है एवं इसके दूसरे सिरे पर M द्रव्यमान लटका है। डोरी स्थिर सिरे से गुजरने वाले ऊर्ध्वाधर अक्ष के परितः (चित्रानुसार) $2/\pi$ चक्कर प्रति सैकण्ड पूर्ण करती है। डोरी में तनाव है [BHU 2002; DPMT 2004]



(a) ML

(b) 2 ML

(c) 4 ML

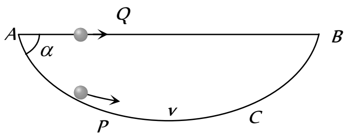
(d) 16 ML

7. किसी ऊर्ध्वाधर तल में, एक 1kg द्रव्यमान के पत्थर अवितान्य व हल्की, डोरी जिसकी लम्बाई $L = 10/3\,m$ है, से बाँधकर वृत्तीय मार्ग में घुमाया जा रहा है। डोरी के अधिकतम तनाव तथा न्यूनतम तनाव का अनुपात 4 है एवं g का मान $10\,m/s^2$ लिया गया है, तो पत्थर की वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर चाल है [CBSE PMT 1990]

(a) $20\,m/\sec$ (b) $10\sqrt{3}\,m/\sec$

(c) $5\sqrt{2}\,m/\sec$ (d) $10\,m/\sec$

8. एक कण P घर्षण विहीन अर्द्धगोले में फिसल रहा है। $t = 0$ पर यह बिन्दु A से गुजरता है तथा इस समय इसके वेग का क्षैतिज घटक v है। समान द्रव्यमान के अन्य कण Q को $t = 0$ पर बिन्दु A से क्षैतिज डोरी AB के अनुदिश v वेग से प्रक्षेपित किया जाता है (चित्रानुसार) Q तथा डोरी के मध्य कोई घर्षण नहीं है यदि P तथा Q कणों को B बिन्दु तक पहुँचने में लगे समय क्रमशः t_P तथा t_Q हों तो [IIT 1993]



(a) $t_P < t_Q$

(b) $t_P = t_Q$

(c) $t_P > t_Q$

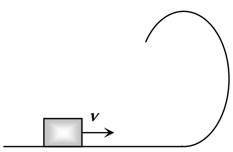
(d) उपरोक्त सभी

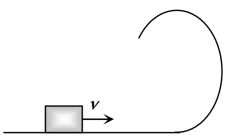
9. एक लम्बी एवं क्षैतिज छड़ पर एक मोती रखा है जो इसकी लम्बाई के अनुदिश फिसल सकता है, प्रारम्भ में यह मोती छड़ के एक सिरे A से L दूरी पर स्थित है। छड़ को एक समान कोणीय त्वरण α से सिरे A के परितः कोणीय गति प्रदान की जाती है। यदि छड़ एवं मोती के बीच घर्षण गुणांक μ है एवं गुरुत्व नगण्य है, तब कितने समय पश्चात् मोती फिसलने लगेगा [IIT-JEE Screening 2000]

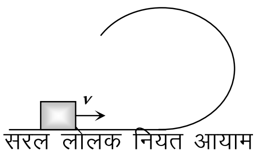
(a) $\sqrt{\frac{\mu}{\alpha}}$ (b) $\frac{\mu}{\sqrt{\alpha}}$

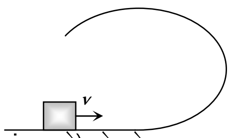
(c) $\frac{1}{\sqrt{\mu\alpha}}$ (d) नगण्य

10. एक छोटे गुटके को चित्र में दिखाए गये चार मार्गों के अनुदिश दागा जाता है। प्रत्येक मार्ग समान ऊँचाई तक उठा हुआ है। सभी स्थितियों में, मार्ग में प्रवेश करते समय गुटके का वेग समान है। किस स्थिति में मार्ग के उच्चतम बिन्दु पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया अधिकतम है [IIT-JEE Screening 2001]

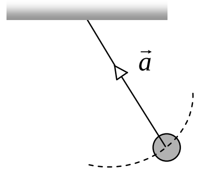
(a)


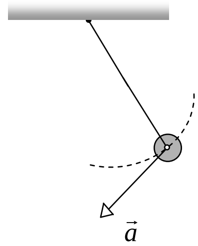
(b)


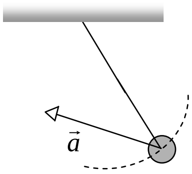
(c)


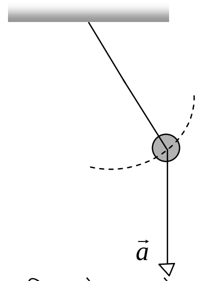
(d)


11. एक सरल लोलक नियत आयाम (बिना मंदन के) से दोलन कर रहा है जब गोलक का विस्थापन, इसके अधिकतम मान से कम है उस स्थिति में इसका त्वरण सदिश $\vec{a}$ सही रूप से दिखाया गया है [IIT-JEE Screening 2002]

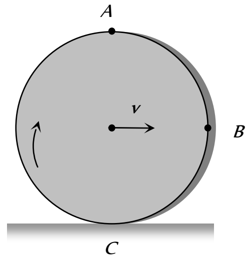
(a)


(b)


(c)


(d)


12. एक ठोस चकती किसी क्षैतिज पथ पर स्थिर वेग υ से दक्षिणावर्त बिना फिसले लुढ़क रही है। किसी स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष बिन्दु A, B और C के वेगों के परिमाण क्रमशः है [UPSEAT 2002]



(a) υ, υ तथा υ

(b) $2\upsilon, \sqrt{2}\upsilon$ तथा शून्य

(c) $2\upsilon, 2\upsilon$ तथा शून्य

(d) $2\upsilon, \sqrt{2}\upsilon$ तथा $\sqrt{2}\upsilon$

13. L लम्बाई की रस्सी के एक सिरे पर पत्थर बाँधकर इसे ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है, रस्सी का दूसरा सिरा वृत्त के केन्द्र पर है। वृत्ताकार मार्ग के निम्नतम बिन्दु पर पत्थर का वेग u हो, तो उस स्थिति पर इसके वेग में परिवर्तन का परिमाण, जबकि रस्सी क्षैतिज अवस्था में है, होगा [IIT 1998; CBSE PMT 2004]

(a) $\sqrt{u^2 - 2gL}$ (b) $\sqrt{2gL}$

(c) $\sqrt{u^2 - gl}$ (d) $\sqrt{2(u^2 - gL)}$

14. v वेग से जाती हुई कार का ड्राइवर अपने सामने d दूरी पर स्थित चौड़ी दीवार देखता है, उसे [IIT 1977]

(a) तेजी से ब्रेक लगाना चाहिये (b) कार मोड़ देना चाहिये

(c) (a) एवं (b)दोनों (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

15. चार व्यक्ति K, L, M तथा N प्रारम्भ में d लम्बाई की भुजा के वर्ग के चारों कोनों पर खड़े है। प्रत्येक व्यक्ति इस प्रकार चलना प्रारम्भ करता है कि K हमेशा L की ओर, L, M की ओर

M, N की ओर तथा N, K की ओर मुँह किये हुये रहते हैं। चारों व्यक्ति कितने समय पश्चात् मिलेंगे [IIT 1984]

(a) $\frac{d}{v}$ *sec* (b) $\frac{\sqrt{2d}}{v}$ *sec*

(c) $\frac{d}{\sqrt{2v}}$ *sec* (d) $\frac{d}{2v}$ *sec*

16. समतल में गति करते किसी कण के निर्देशांक $x(t) = a\cos(pt)$ तथा $y(t) = b\sin(pt)$ से प्रदर्शित है, जहाँ $a, b(< a)$ तथा p उचित विमाओं वाले धनात्मक स्थिरांक हैं। तब [IIT-JEE 1999]

(a) कण का बिन्दु पथ एक दीर्घवृत्त होता है

(b) कण के वेग तथा त्वरण क्षण $t = \pi/(2p)$ पर लम्बवत् होते हैं

(c) कण के त्वरण की दिशा हमेशा फोकस की ओर होती है

(d) समयांतराल $t = 0$ से $t = \pi/(2p)$ में कण द्वारा तय की गई दूरी a है

17. एक कण 5 m/s के वेग से पूर्व की ओर गतिशील है। 10 *sec* पश्चात् वेग में परिवर्तन 5 m/s उत्तर की ओर हो जाता है। इस समय में औसत त्वरण होगा

[IIT 1982; AFMC 1999; Pb PET 2000; JIPMER 2001, 02]

(a) शून्य

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}\ m/s^2$ उत्तर-पश्चिम की ओर

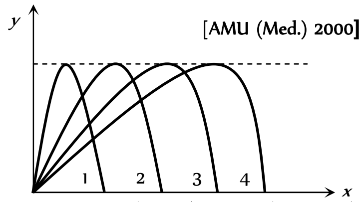
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}\ m/s^2$ उत्तर-पूर्व की ओर

(d) $\frac{1}{2}\ m/s^2$ उत्तर-पश्चिम की ओर

GQ Graphical Questions

1. किसी फुटबाल को ठोकर मारने पर उसके द्वारा तय किये गये चार तरह के मार्गो को चित्र में दर्शाया गया है। वायु प्रतिरोध को नगण्य मान लिया जाये तो अधिकतम से प्रारंभ करने पर, प्रारम्भिक क्षैतिज वेग घटक के लिये मार्गों का क्रम होगा

[AMU (Med.) 2000]



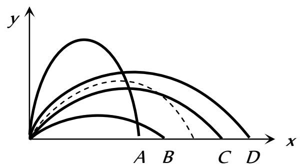
(a) 1, 2, 3, 4

(b) 2, 3, 4, 1

(c) 3, 4, 1, 2

(d) 4, 3, 2, 1

2. वायु प्रतिरोध को नगण्य मानकर किसी प्रक्षेप्य के पथ को चित्र में बिन्दुकित (Dotted) रेखा से दर्शाया गया है। यदि वायु प्रतिरोध को नगण्य न माना जाये तो चित्र में प्रदर्शित कौन सा अन्य मार्ग प्रक्षेप्य पथ को इंगित करेगा



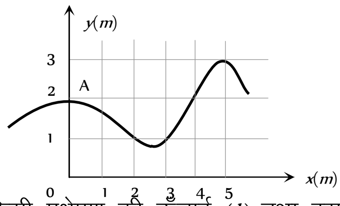
(a) B

(b) A

(c) D

(d) C

3. किसी बड़े व खुले हुए स्थान पर किसी कण का यात्रा पथ चित्र में प्रदर्शित है। कण की स्थिति A के निर्देशांक (0,2) हैं। उस अन्य बिन्दु के निर्देशांक, जहाँ पर तात्क्षणिक वेग व औसत वेग समान हैं, होंगे



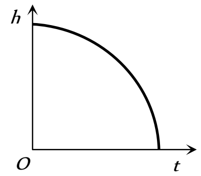
(a) (1, 4)

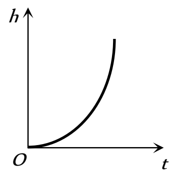
(b) (5, 3)

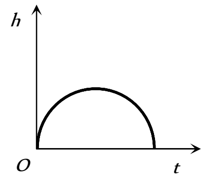
(c) (3, 4)

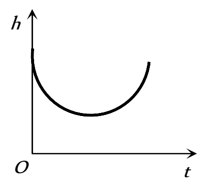
(d) (4, 1)

4. निम्न में से कौनसा ग्राफ किसी प्रक्षेपण की ऊँचाई (h) तथा इसमें लगे समय (t) के बीच के संबंध को व्यक्त करता है, जब प्रक्षेप्य को जमीन से प्रक्षेपित किया जाता हैं

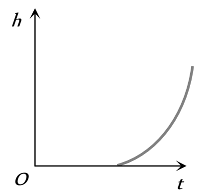
(a) 

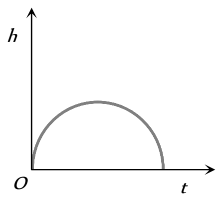
(b) 

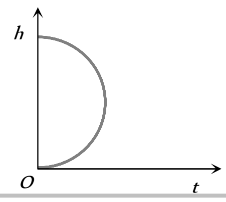
(c) 

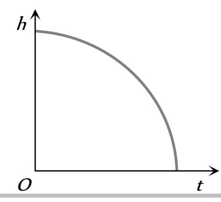
(d) 

5. किसी मीनार से किसी प्रक्षेप्य को क्षैतिज दिशा में प्रक्षेपित करने पर उसका ऊँचाई-समय $(h-t)$ ग्राफ निम्न में से कौन सा है

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

AR Assertion & Reason

For AIIMS Aspirants

निम्नलिखित प्रश्नों में प्रक्कथन (Assertion) के वक्तव्य के पश्चात कारण (Reason) का वक्तव्य है।

(a) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं और कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण देता है

(b) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं किन्तु कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण नही देता है

(c) प्रक्कथन सही है किन्तु कारण गलत है

(d) प्रक्कथन और कारण दोनों गलत हैं

(e) प्रक्कथन गलत है किन्तु कारण सही है

1. प्रक्कथन : प्रक्षेप्य गति में उच्चतम बिन्दु पर तात्क्षणिक वेग तथा त्वरण के बीच का कोण 180° होता है।
कारण : उच्चतम बिन्दु पर प्रक्षेप्य का वेग केवल क्षैतिज दिशा में होता है।

2. प्रक्कथन : विभिन्न द्रव्यमानों के दो कण समान वेग से तथा समान कोणों पर प्रक्षेपित किये जाते हैं। दोनों कणों द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई समान होगी।
कारण : किसी प्रक्षेप्य की अधिकतम ऊँचाई उसके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती।

3. प्रक्कथन : किसी प्रक्षेप्य की अधिकतम क्षैतिज परास वेग के वर्ग के समानुपाती होती है।
कारण : प्रक्षेप्य की अधिकतम क्षैतिज परास उसके द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई के तुल्य होती है

4. प्रक्कथन : क्षैतिज परास प्रक्षेपण कोण θ तथा $(90 - \theta)$ पर समान होती है।
कारण : क्षैतिज परास प्रक्षेपण कोण से स्वतंत्र होती है।

5. प्रक्कथन : प्रक्षेपण कोण $\tan^{-1}(4)$ के लिये प्रक्षेप्य की क्षैतिज परास तथा अधिकतम ऊँचाई समान होती है।
कारण : प्रक्षेप्य की अधिकतम परास वेग के वर्ग के समानुपाती तथा गुरुत्वीय त्वरण के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

6. प्रक्कथन : प्रक्षेप्य का पथ y में द्विघातीय तथा x में रैखिक होता है।
कारण : प्रक्षेप्य पथ का y घटक, x-घटक से स्वतंत्र होता है।

7. प्रक्कथन : भाला फेंक प्रतिस्पर्धा में खिलाड़ी भाले को 45° से थोड़े अधिक कोण पर फेंकते हैं।
कारण : अधिकतम परास प्रक्षेपण कोण पर निर्भर नहीं करती।

8. प्रक्कथन : जब किसी वस्तु को समान ऊँचाई से क्षैतिज दिशा मे फेंका अथवा गिराया जाता है, तो यह पृथ्वी पर समान समय में पहुँचती है।
कारण : क्षैतिज वेग, उर्ध्वाधर दिशा पर कोई प्रभाव नहीं डालता।

9. प्रक्कथन : जब किसी वस्तु के प्रक्षेपण वेग को n गुना किया जाता है, इसका उड्डयन काल भी n गुना हो जाता है।
कारण : प्रक्षेप्य की परास वस्तु के प्रारंभिक वेग पर निर्भर नहीं करती।

10. प्रक्कथन : जब प्रक्षेप्य को अधिकतम परास के लिये प्रक्षेपित किया जाता है, तब प्रक्षेप्य द्वारा तय की गई ऊँचाई, परास का पच्चीस प्रतिशत होती है।
कारण : ऊँचाई प्रक्षेप्य के प्रारंभिक वेग पर निर्भर नहीं करती।

11. प्रक्कथन : जब प्रक्षेप्य की परास अधिकतम होती है, इसके प्रक्षेपण कोण 45° अथवा 135° होते हैं।
कारण : यदि θ = 45° अथवा 135° हो, परास का मान समान रहता है, तथा केवल चिन्ह में अन्तर आता है।

12. प्रक्कथन : किसी लक्ष्य को भेदने के लिये, व्यक्ति को राइफल की दिशा लक्ष्य की दिशा में रखना चाहिये।
कारण : गोली की क्षैतिज परास क्षैतिज से बने प्रक्षेपण कोण पर निर्भर करती है।

13. प्रक्कथन : जब कोई कण एक समान चाल से वृत्ताकार गति करता है, उसका वेग तथा त्वरण दोनों परिवर्तित होते हैं।
कारण : वृत्तीय गति में वस्तु का अभिकेन्द्रीय त्वरण वस्तु के कोणीय वेग पर निर्भर करता है।

14. प्रक्कथन : मोड़ पर मुड़ने के लिये अभिकेन्द्रीय बल का मान सीमांत घर्षण बल से कम होना चाहिये
कारण : टायर तथा सड़क के बीच का घर्षण बल, आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

15. प्रक्कथन : जब कोई वाहन सड़क के मोड़ पर मुड़ता है, तब यह लगभग वृत्तीय मार्ग में गति करता है।
कारण : वृत्तीय गति में, वाहन का वेग समान रहता है।

16. प्रक्कथन : जैसे ही घर्षण बल बढ़ता है, समतल सड़क पर मुड़ने के लिये आवश्यक सुरक्षित वेग सीमा का मान भी बढ़ता है।
कारण : सड़क को उठाव देने से सीमान्त वेग का मान बढ़ जाता है।

17. प्रक्कथन : यदि वस्तु की चाल नियत रहे तो वस्तु का मार्ग वृत्ताकार अथवा सीधी रेखा के अतिरिक्त अन्य नहीं हो सकता है।
कारण : वस्तु की त्वरित गति में, नियत चाल होना सम्भव नहीं है।

18. प्रक्कथन : वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।
कारण : वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय बल विस्थापन के लम्बवत् होता है।

19. प्रक्कथन : वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय तथा अपकेन्द्रीय बल परस्पर विपरीत दिशाओं में होते हैं तथा एक दूसरे को संतुलित करते हैं।
कारण : अभिकेन्द्रीय तथा अपकेन्द्रीय बल एक ही समय में प्रभावशील नहीं होते।

20. प्रक्कथन : यदि वस्तु की चाल तथा वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या दोनों को दोगुना कर दिया जाये, तब अभिकेन्द्रीय बल का मान भी दोगुना हो जाता है
कारण : अभिकेन्द्रीय बल वस्तु की चाल तथा वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या, दोनों के समानुपाती होता है।

21. प्रक्कथन : जब कोई स्वचलित वाहन वक्रीय मोड़ पर बहुत तेजी से मुड़ता है, इसके आंतरिक पहिये पहले जमीन से उठ जाते है।
कारण : सुरक्षित मुड़ने के लिये वाहन का वेग अधिकतम सुरक्षित वेग के मान से कम होना चाहिये।

22. प्रक्कथन : साइकिल सवार के सुरक्षित मोड़ के लिये न तो वेग बहुत अधिक होना चाहिये और न ही मोड़ तीक्ष्ण होना चाहिये।
कारण : उर्ध्वाधर से बना झुकाव कोण, वेग बढ़ने पर घटता है।

23. प्रक्कथन : सड़कों को उचित झुकाव नहीं देने से टायरों को नुकसान पहुँचता है।

कारण : टायर तथा सड़क के बीच उत्पन्न घर्षण बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है

24. प्रक्कथन : दूध को मथने पर क्रीम दूध से अलग हो जाती है ऐसा गुरुत्वाकार्षण बल के कारण होता है।

कारण : वृत्तीय गति में गुरुत्वाकर्षण बल अभिकेन्द्रीय बल के बराबर होता है।

25. प्रक्कथन : दो एक जैसी रेलगाड़ियाँ भूमध्य रेखा के अनुदिश एक समान चाल से किन्तु विपरीत दिशा में जा रही हैं। उनके द्वारा पटरियों पर समान दाब आरोपित किया जाता है।

कारण : एक समान वृत्तीय गति मे त्वरण का परिमाण नियत रहता है, किन्तु दिशा निरंतर परिवर्तित होती रहती है।

26. प्रक्कथन : एक सिक्के को सिक्का घुमाने वाली मशीन की टेबिल पर रखा गया है। मोटर को चालू करने पर सिक्का घूमती हुई टेबिल के अनुदिश घूमने लगता है।

कारण : घूमती हुई टेबिल सिक्के को आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करती है।

Answers

एकसमान वृत्तीय गति

1	c	2	c	3	b	4	b	5	c
6	c	7	c	8	c	9	b	10	b
11	a	12	a	13	c	14	ac	15	a
16	d	17	a	18	a	19	d	20	a
21	b	22	a	23	c	24	d	25	a
26	c	27	b	28	a	29	d	30	c
31	b	32	d	33	d	34	b	35	c
36	d	37	c	38	b	39	a	40	c
41	d	42	b	43	b	44	b	45	d
46	a	47	b	48	a	49	d	50	b
51	a	52	c	53	a	54	b	55	a
56	d	57	a	58	d	59	a	60	b
61	d	62	d	63	a	64	b	65	d
66	d	67	c	68	a	69	c	70	a
71	b	72	d	73	a	74	c	75	b
76	a	77	c	78	a	79	b	80	a
81	c	82	a	83	d	84	c	85	b
86	a	87	c	88	c	89	d	90	b
91	a	92	d	93	a	94	b	95	b
96	c	97	d	98	d	99	a	100	b
101	c	102	c	103	b	104	c	105	d
106	d	107	b	108	a	109	a	110	b
111	b	112	b	113	b	114	a	115	d
116	b	117	d	118	b	119	c	120	d
121	a	122	d						

असमान वृत्तीय गति

1	d	2	d	3	d	4	c	5	a
6	c	7	a	8	d	9	b	10	b
11	b	12	b	13	a	14	b	15	b
16	a	17	c	18	c	19	a	20	a
21	c	22	a	23	d	24	c	25	b
26	d	27	a	28	d	29	c	30	b
31	d	32	d	33	d	34	b	35	b
36	d	37	c	38	c	39	c	40	b
41	d	42	c	43	a	44	a	45	d
46	d	47	a	48	d				

क्षैतिज प्रक्षेप्य गति

1	b	2	c	3	b	4	c	5	b
6	c	7	c	8	ac	9	b	10	c
11	d	12	a	13	c	14	a	15	a
16	b								

तिर्यक प्रक्षेप्य गति

1	d	2	c	3	a	4	a	5	c
6	c	7	a	8	d	9	c	10	b
11	a	12	b	13	a	14	a	15	c
16	b	17	c	18	c	19	b	20	b
21	b	22	d	23	c	24	c	25	b
26	d	27	c	28	b	29	d	30	a
31	b	32	b	33	a	34	c	35	c
36	a	37	a	38	a	39	d	40	b
41	c	42	b	43	a	44	b	45	a
46	b	47	c	48	d	49	c	50	c
51	a	52	a	53	b	54	d	55	c
56	c	57	c	58	d	59	b		

Critical Thinking Questions

1	cd	2	a	3	b	4	c	5	b
6	d	7	d	8	a	9	a	10	a
11	c	12	b	13	d	14	a	15	a
16	ab	17	b						

ग्राफीय प्रश्न

1	d	2	a	3	b	4	c	5	d

प्रक्कथन एवं कारण

1	e	2	a	3	c	4	c	5	b
6	d	7	d	8	a	9	c	10	c
11	a	12	e	13	b	14	a	15	c
16	b	17	d	18	a	19	d	20	c
21	b	22	c	23	a	24	d	25	e
26	d								

Answers and Solutions

एकसमान वृत्तीय गति

1. (c) $v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$ = नियत [चूँकि v तथा r नियत हैं]

2. (c) चूँकि आवर्तकाल समान हैं। अतः कोणीय चालों का अनुपात समान होगा, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

3. (b) $F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow F \propto v^2$, यदि v का मान दो गुना होता है, तो F (पलटने की प्रवृत्ति) का मान चार गुना हो जायेगा।

4. (b) अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य हमेशा शून्य होता है

5. (c) यह हमेशा वृत्त की स्पर्श रेखा की दिशा में रहता है।

6. (c) पत्थर अपने जड़त्व के कारण तात्क्षणिक वेग की दिशा में चला जायेगा।

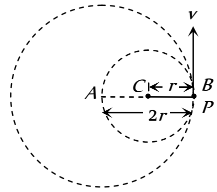
7. (c) अभिकेन्द्रीय त्वरण $= \frac{v^2}{r}$ = नियत [दिशा परिवर्तित होती रहती है।

8. (c) रेखीय वेग, त्वरण तथा बल की दिशा परिवर्तित होती है।

9. (b) कण P का बिन्दु A के परितः कोणीय वेग

$$\omega_A = \frac{v}{r_{AB}} = \frac{v}{2r}$$

कण P का बिन्दु C के परितः कोणीय वेग



$$\omega_C = \frac{v}{r_{BC}} = \frac{v}{r}$$

अनुपात $\frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{v/2r}{v/r} = \frac{1}{2}$

10. (b)

11. (a) $F = \frac{mv^2}{r}$, यदि m तथा v नियतांक हैं तो $F \propto \frac{1}{r}$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

12. (a) एक समान वृत्तीय गति में (नियत कोणीय वेग) गतिज ऊर्जा नियत रहती है परन्तु कण के वेग में परिवर्तन के कारण संवेग बदलता है।

13. (c)

14. (a,c) अभिकेन्द्रीय बल $= \frac{mv^2}{r}$ तथा यह सदैव वृत्त के केंद्र की ओर रहता है। घूर्णन की दिशा, अभिकेन्द्रीय बल के परिमाण एवं इसकी दिशा पर, कोई प्रभाव नहीं डालती।

15. (a) वृत्तीय गति में जब चाल नियत है, इसका अर्थ है अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है।

16. (d)

17. (a) भीतर की दिशा में यह क्षैतिज घटक आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करेगा।

18. (a) अवतल पुल के निम्नतम बिन्दु पर लगने वाला प्रणोद (thrust)

$$= mg + \frac{mv^2}{r}$$

19. (d)

20. (a) क्योंकि भीतरी पहियों पर प्रतिक्रिया घटती है तथा शून्य हो जाती है इसलिये यह पहले जमीन को छोड़ते हैं।

21. (b)

22. (a) $\frac{a_R}{a_r} = \frac{\omega_R^2 \times R}{\omega_r^2 \times r} = \frac{T_r^2}{T_R^2} \times \frac{R}{r} = \frac{R}{r}$ [चूँकि $T_r = T_R$]

23. (c) $\omega_{min} = \frac{2\pi}{60}\frac{Rad}{min}$ तथा $\omega_{hr} = \frac{2\pi}{12 \times 60}\frac{Rad}{min}$

$$\therefore \frac{\omega_{min}}{\omega_{hr}} = \frac{2\pi/60}{2\pi/12 \times 60}$$

24. (d) वृत्तीय गति करता हुआ कण स्पर्श रेखीय दिशा में चला जायेगा।

25. (a) झुकाव कोण, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$$\Rightarrow \tan 12° = \frac{(150)^2}{r \times 10} \Rightarrow r = 10.6 \times 10^3\, m = 10.6\, km$$

26. (c) K.E. $=\frac{1}{2}mv^2$, जो कि अदिश है इसलिये यह नियत रहेगी।

27. (b) $v = 72\ km/hour = 20\ m/\sec$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{20\times 20}{20\times 10}\right) = \tan^{-1}(2)$$

28. (a)

29. (d) $120\ rev/\min = 120\times\frac{2\pi}{60}rad/\sec = 4\pi\ rad/\sec$

30. (c) एकसमान वृत्तीय गति में, दिशा में परिवर्तन के कारण त्वरण होता है तथा यह त्रिज्या के अनुदिश केन्द्र की ओर होता है।

31. (b) भीतरी पहिये पर प्रतिक्रिया $R_1 = \frac{1}{2}M\left[g - \frac{v^2h}{ra}\right]$

बाहरी पहिये पर प्रतिक्रिया $R_2 = \frac{1}{2}M\left[g + \frac{v^2h}{ra}\right]$

जहाँ r = वृत्तीय पथ की त्रिज्या, $2a$ = दोनों पहियो के बीच की दूरी तथा h = कार के गुरुत्व केन्द्र की ऊँचाई

32. (d) अधिकतम तनाव $= m\omega^2 r = m\times 4\pi^2\times n^2\times r$

मान प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है

$T = 87.64\ N$

33. (d) $\frac{v^2}{rg} = \frac{h}{l} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{rgh}{l}} = \sqrt{\frac{50\times 1.5\times 9.8}{10}} = 8.57\ m/s$

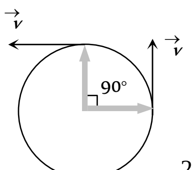
34. (b) $a = \omega^2 r = 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2\times 1^2\times 20\times 10^3$

$\therefore a = 8\times 10^5\ m/sec^2$

35. (c)

36. (d) 15 सैकण्ड में सैकण्ड की सुई 90° से घूम जायेगी

वेग में परिवर्तन $|\overrightarrow{\Delta v}| = 2v\sin(\theta/2)$



$= 2(r\omega)\sin(90°/2) = 2\times 1\times\frac{2\pi}{T}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{4\pi}{60\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{30}\frac{cm}{\sec}$ [चूँकि $T = 60\ sec$]

37. (c) चूँकि $n = 2$, $\omega = 2\pi\times 2 = 4\pi\ rad/s^2$

इसलिये त्वरण $= \omega^2 r = (4\pi)^2\times\frac{25}{100}m/s^2 = 4\pi^2$

38. (b) $\omega^2 r = 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2\left(\frac{1200}{60}\right)^3\times 30 = 4740\ m/s^2$

39. (a)

40. (c) क्रीम के कण हल्के होते हैं इसलिये वे वृत्तीय पथ के केन्द्र के पास एकत्रित हो जाते हैं।

41. (d) त्रिज्यीय बल $= \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{mr}$ [चूँकि $p = mv$]

42. (b) $\frac{mv^2}{r}\propto\frac{K}{r} \Rightarrow v\propto r^{o}$

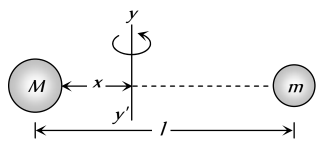
अर्थात् कण की चाल r पर निर्भर नहीं है

43. (b) यदि दोनों द्रव्यमान yy' अक्ष के परितः चक्कर लगा रहे हैं तथा दोनों धागों में तनाव समान है, तो,

$M\omega^2 x = m\omega^2(l-x)$

$\Rightarrow Mx = m(l-x)$

$\Rightarrow x = \frac{ml}{M+m}$



44. (b) $\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{400}{20\times 9.8} \Rightarrow \theta = 63.9°$

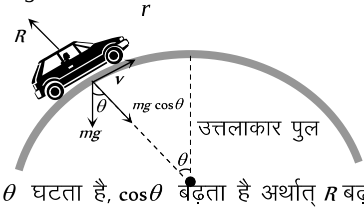
45. (d) पूर्ण चक्कर में वेग में परिवर्तन शून्य होता है इसलिये औसत त्वरण शून्य होगा

46. (a) हम जानते हैं कि $\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$ तथा $\tan\theta = \frac{h}{b}$

अतः $\frac{h}{b} = \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow h = \frac{v^2 b}{Rg}$

47. (b)

48. (a) $R = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}$



जब θ घटता है, $\cos\theta$ बढ़ता है अर्थात् R बढ़ता है।

49. (d) डोरी में तनाव $T = m\omega^2 r = 4\pi^2 n^2 mr$

$\therefore T\propto n^2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow n_2 = 5\sqrt{\frac{2T}{T}} = 7\ rpm$

50. (b)

51. (a) $T = m\omega^2 r \Rightarrow 10 = 0.25\times\omega^2\times 0.1 \Rightarrow \omega = 20\ rad/s$

52. (c) $v = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s}\ \therefore F = \frac{mv^2}{r} = \frac{500\times 100}{50} = 1000\ N$

53. (a) $T = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 25 = \frac{0.25\times v^2}{1.96} \Rightarrow v = 14\ m/s$

54. (b) अभिकेन्द्रीय बल $= mr\omega^2 = 5\times 1\times(2)^2 = 20\ N$

55. (a) $\frac{mv^2}{r} = \frac{k}{r^2} \Rightarrow mv^2 = \frac{k}{r}\ \therefore$ गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{k}{2r}$

स्थितिज ऊर्जा $= \int F\,dr = \int\frac{k}{r^2}dr = -\frac{k}{r}$

$\therefore$ कुल ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा $= \frac{k}{2r} - \frac{k}{r} = -\frac{k}{2r}$

56. (d) अधिकतम तनाव $= \frac{mv^2}{r} = 16\,N$

$\Rightarrow\frac{16\times v^2}{144} = 16 \Rightarrow v = 12\ m/s$

57. (a) उठे हुये घर्षण युक्त मार्ग पर अधिकतम वेग

$v^2 = gr\left(\frac{\mu + \tan\theta}{1 - \mu \tan\theta}\right)$

$\Rightarrow v^2 = 9.8 \times 1000 \times \left(\frac{0.5+1}{1-0.5\times 1}\right) \Rightarrow v = 172\ m/s$

58. (d) $v = r\omega = \frac{r \times 2\pi}{T} = \frac{0.06 \times 2\pi}{60} = 6.28\ mm/s$

वेग में परिवर्तन का परिमाण $= |\vec{v}_2 - \vec{v}_1|$

$= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 8.88\ mm/s$

(क्योंकि $v_1 = v_2 = 6.28\ mm/s$)

59. (a) एकसमान वृत्तीय गति में अभिकेन्द्रीय बल द्वारा किया गया कार्य हमेशा शून्य होता है।

60. (b) $v = r\omega = 20 \times 10\ cm/s = 2\ m/s$

61. (d) $v_{\max} = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.2 \times 100 \times 9.8} = 14\ m/s$

62. (d) $F = mg - \frac{mv^2}{r}$

63. (a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30} rad/s$

64. (b) $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi \times 100}{60} = 10.47\ rad/s$

65. (d) वृत्तीय गति में किया गया कार्य हमेशा शून्य होता है।

66. (d) पूर्ण चक्कर में कुल विस्थापन शून्य है इसलिये औसत वेग शून्य होगा।

67. (c) $v_{\max} = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.75 \times 60 \times 9.8} = 21\ m/s$

68. (a) 'n' चक्कर में चली गयी दूरी $= n\, 2\pi r = n\pi D$

$\Rightarrow 2000\, \pi D = 9500$ [चूँकि $n = 2000$, दूरी $= 9500\ m$]

$\Rightarrow D = \frac{9500}{2000 \times \pi} = 1.5\, m$

69. (c) अभिकेन्द्रीय त्वरण $= 4\pi n r = 4\pi \times (1) \times 0.4 = 1.6\pi$

70. (a)

71. (b) अपकेन्द्रीय बल के कारण

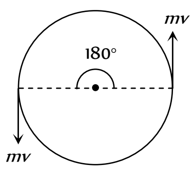
72. (d) चूँकि संवेग सदिश राशि है

$\therefore$ संवेग में परिवर्तन

$\Delta P = 2mv \sin(\theta/2)$

$= 2mv \sin(90) = 2mv$

परन्तु गतिज ऊर्जा हमेशा नियत रहती है, इसलिये गतिज ऊर्जा में परिवर्तन शून्य होगा।



73. (a) $\omega = \frac{v}{r} = \frac{100}{100} = 1\, rad/s$

74. (c) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$ (चूँकि $\omega =$ नियतांक)

75. (b) $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 6 \end{vmatrix} = -18\hat{i} - 13\hat{j} + 2\hat{k}$

76. (a) $a = 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 50 = 493\ cm/s^2$

77. (c) अधिकतम घर्षण बल = अभिकेन्द्रीय बल

$\frac{mv^2}{r} = \frac{100 \times (9)^2}{30} = 270\ N$

78. (a) $v = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.4 \times 30 \times 9.8} = 10.84\ m/s$

79. (b) $v = r\omega = 0.5 \times 70 = 35\ m/s$

80. (a) $2\pi r = 34.3 \Rightarrow r = \frac{34.3}{2\pi}$ तथा $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi r}{\sqrt{22}}$

झुकाव कोण $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right) = 45°$

81. (c)

82. (a) $T = m\omega^2 r \Rightarrow \omega \propto \sqrt{T}\ \therefore \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{2} = 5\, rpm$

83. (d) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{(14\sqrt{3})^2}{20\sqrt{3} \times 9.8}\right] = \tan^{-1}[\sqrt{3}] = 60°$

84. (c) अभिकेन्द्रीय त्वरण $= 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 4 = 4\pi^2$

85. (b) अभिकेन्द्रीय बल = त्रोटन बल

$\Rightarrow m\omega^2 r =$ त्रोटन दाब $\times$ अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

$\Rightarrow m\omega^2 r = p \times A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{p \times A}{mr}} = \sqrt{\frac{4.8 \times 10^7 \times 10^{-6}}{10 \times 0.3}}$

$\therefore \omega = 4\ rad/\sec$

86. (a) क्योंकि वेग हमेशा स्पर्श रेखीय एवं अभिकेन्द्रीय त्वरण हमेशा त्रिज्यीय रेखीय दिशा में होता है।

87. (c) $T =$ तनाव, $W =$ भार तथा $F =$ अपकेन्द्रीय बल

88. (c) $\mu = \frac{v^2}{rg} = \frac{(4.9)^2}{4 \times 9.8} = 0.61$

89. (d) चूँकि वस्तु समान समय अन्तराल में समान कोण अंतरित करती है। अतः इसका कोणीय वेग अर्थात् रेखीय वेग का परिमाण नियत होगा।

90. (b) $\omega = \frac{v}{r} = \frac{10}{100} = 0.1\, rad/s$

91. (a) $F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{rF}{m}}$

92. (d) स्थिर वैद्युत बल इलेक्ट्रॉन की वृत्तीय गति के लिये आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

93. (a) त्वरण $= \omega^2 r = \frac{v^2}{r} = \omega v = \frac{2\pi}{T} v$

94. (b) $v = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.6 \times 150 \times 10} = 30\ m/s$

95. (b)

96. (c) $F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow F \propto v^2$ अर्थात् बल चार गुना हो जायेगा।

97. (d) $v = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.25 \times 40 \times 10} = 10\ m/s$

98. (d) आवर्तकाल = 40 *sec*

चक्करों की संख्या $= \frac{\text{कुल समय}}{\text{आवर्त काल}} = \frac{140\ \text{sec}}{40\ \text{sec}} = 3.5$ चक्कर

इसलिये, दूरी $= 3.5 \times 2\pi R = 3.5 \times 2\pi \times 10 = 220\ m$

99. (a) $m4\pi^2 n^2 r = 4 \times 10^{-13} \Rightarrow n = 0.08 \times 10^8$ चक्कर / सैकण्ड

100. (b) संवेग $2mv$ से परिवर्तित हो जायेगा परन्तु गतिज ऊर्जा समान रहेगी।

101. (c) $L = I\omega$, एक समान वृत्तीय गति में ω=नियत $\Rightarrow$ L = नियत

102. (c) $\because\ W = FS\cos\theta\ \therefore\ \theta = 90°$

103. (b)

104. (c) एकसमान वृत्तीय गति में स्पर्श रेखीय त्वरण शून्य होता है परन्तु त्रिज्यीय रेखीय त्वरण का परिमाण नियत रहता है।

105. (d) ऊर्ध्वाधर से व्यक्ति का झुकाव

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(10)^2}{50 \times 10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1/5)$

106. (d) अभिकेन्द्रीय बल, $F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv^2}{F}$

$\therefore\ r \propto v^2$ अथवा $v \propto \sqrt{r}$ (यदि m तथा F नियत हैं)

$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

107. (b) चूँकि वृत्तीय गति के दौरान चाल नियत होती है अतः वस्तु की औसत चाल इसकी तात्क्षणिक चाल के बराबर होगी।

108. (a) रेखीय वेग, $v = \omega r = 2\pi nr$

$= 2 \times 3.14 \times 3 \times 0.1 = 1.88\ m/s$

त्वरण, $a = \omega^2 r = (6\pi)^2 \times 0.1 = 35.5\ m/s^2$

डोरी में तनाव, $T = m\omega^2 r = 1 \times (6\pi)^2 \times 0.1 = 35.5\ N$

109. (a) $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(400)^2}{160} = 10^3\ m/s^2 = 1\ km/s^2$

110. (b) $v_{max.} = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.5 \times 40 \times 9.8} = 14\ m/s$

111. (b) $F = \frac{mv^2}{r} = \frac{500 \times 100}{50} = 10^3\ N$

112. (b) $F = m\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)R$ यदि द्रव्यमान एवं आवर्तकाल समान हैं, तब

$F \propto R\ \therefore\ F_1/F_2 = R_1/R_2$

113. (b) यह एक सदिश राशि है

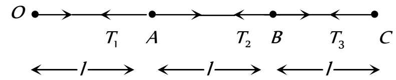
114. (a) $a = \frac{v^2}{r} = v\omega \Rightarrow a' = (2v)\left(\frac{\omega}{2}\right) = a$ अर्थात् नियत रहेगा।

115. (d) डोरी में तनाव $T_0 = mR\omega_0^2$

दूसरी स्थिति में $T = m(2R)(4\omega_0^2) = 8mR\omega_0^2 = 8T_0$

116. (b) औसत वेग $= \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{2m}{1s} = 2ms^{-1}$

117. (d) माना ω गति की कोणीय चाल है।



$T_3 = m\omega^2 3l$

$T_2 - T_3 = m\omega^2 2l \Rightarrow T_2 = m\omega^2 5l$

$T_1 - T_2 = m\omega^2 l \Rightarrow T_1 = m\omega^2 6l$

$T_3 : T_2 : T_1 = 3 : 5 : 6$

118. (b) $F = \frac{mv^2}{r}$, समान द्रव्यमान व समान चाल के लिये यदि त्रिज्या को दोगुना कर दें तो बल का मान आधा हो जायेगा।

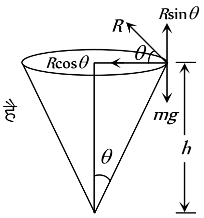
119. (c) $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2\left(\frac{22}{44}\right)^2 \times 1 = \pi^2\ m/s^2$

तथा इसकी दिशा सदैव त्रिज्या के अनुदिश तथा केन्द्र की ओर होती है।

120. (d) कण वृत्तीय पथ में गति कर रहा है

चित्र के अनुसार, $mg = R\sin\theta$ ...(i)

$\frac{mv^2}{r} = R\cos\theta$ ...(ii)



समीकरण (i) तथा (ii) से हमें प्राप्त होता है

$\tan\theta = \frac{rg}{v^2}$ परन्तु $\tan\theta = \frac{r}{h}$

$\therefore h = \frac{v^2}{g} = \frac{(0.5)^2}{10} = 0.025\ m = 2.5\ cm$

121. (a) कोणीय वेग $= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} rad/hr = \frac{2\pi}{86400} rad/s$

122. (d) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = 0.1047\ rad/s$

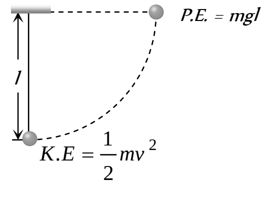
तथा $v = \omega r = 0.1047 \times 3 \times 10^{-2} = 0.00314\ m/s$

असमान वृत्तीय गति

1. (d) ऊर्ध्वाधर वृत्तीय पथ के उच्चतम बिन्दु पर न्यूनतम चाल $v = \sqrt{gR}$

2. (d) उच्चतम बिन्दु पर $\frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR}$

3. (d) निम्नतम बिन्दु पर गोले को दी गयी गतिज ऊर्जा = निलंबन की ऊँचाई पर गोले की स्थितिज ऊर्जा



$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgl$

$\therefore v = \sqrt{2gl}$

4. (c) क्योंकि बुलबुलों द्वारा महसूस किया गया अपकेन्द्रीय बल कम होता है।

5. (a) उच्चतम बिन्दु पर क्रान्तिक वेग $= \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 1.6} = 4 m/s$

6. (c) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}at^2$ सूत्र का प्रयोग करने पर

$\theta_1 = \frac{1}{2}(\alpha)(2)^2 = 2\alpha$ ...(i) (चूँकि $\omega_0 = 0, t = 2\, sec$)

अब $t = 4\, sec$, $\omega_0 = 0$ के लिये समान समीकरण का प्रयोग करने पर

$\theta_1 + \theta_2 = \frac{1}{2}\alpha(4)^2 = 8\alpha$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से , $\theta_1 = 2\alpha$ तथा $\theta_2 = 6\alpha \Rightarrow \frac{\theta_2}{\theta_1} = 3$

7. (a) $mg = 1 \times 10 = 10\, N$, $\frac{mv^2}{r} = \frac{1 \times (4)^2}{1} = 16$

वृत्त के शीर्ष बिन्दु पर तनाव $= \frac{mv^2}{r} - mg = 6\, N$

वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर तनाव $= \frac{mv^2}{r} + mg = 26\, N$

8. (d) उच्चतम बिन्दु पर क्रान्तिक स्थिति के लिये $\omega = \sqrt{g/R}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{R/g} = 2 \times 3.14\sqrt{4/9.8} = 4$ sec

9. (b) $mg = 20\, N$ तथा $\frac{mv^2}{r} = \frac{2 \times (4)^2}{1} = 32\, N$

अतः यह स्पष्ट है कि वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर तनाव 52 N होगा। क्योंकि हम जानते हैं कि $T_{\text{निम्नतम बिन्दु पर}} = mg + \frac{mv^2}{r}$

10. (b) $h = \frac{5}{2}R = \frac{5}{2}\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{5D}{4}$

11. (b) असमान वृत्तीय गति में कुल त्वरण,

$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = \sqrt{(2)^2 + \left(\frac{900}{500}\right)^2} = 2.7\, m/s^2$

$a_t =$ स्पर्श रेखीय त्वरण

$a_c =$ अभिकेन्द्रीय त्वरण $= \frac{v^2}{r}$

12. (b) $T = mg + \frac{mv^2}{l} = mg + 2mg = 3mg$

जहाँ $v = \sqrt{2gl}$, $\frac{1}{2}mv^2 = mgl$ से

13. (a) $T_{\text{अधिकतम}} = m\omega^2_{\text{अधिकतम}}r + mg \Rightarrow \frac{T_{\text{अधिकतम}}}{m} = \omega^2 r + g$

$\Rightarrow \frac{30}{0.5} - 10 = \omega^2_{\text{अधिकतम}}r$

$\Rightarrow \omega_{\text{अधिकतम}} = \sqrt{\frac{50}{r}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5\, rad/s$

14. (b)

15. (b) क्योंकि यहाँ तनाव अधिकतम है।

16. (a) अधिकतम तनाव जो डोरी सहन कर सकती है

$= 3.7\, kgwt = 37 N$

ऊर्ध्वाधर लूप के निम्नतम बिन्दु पर तनाव $= mg + m\omega^2 r$

$=$

$0.5 \times 10 + 0.5 \times \omega^2 \times 4 = 5 + 2\omega^2$

$\therefore 37 = 5 + 2\omega \Rightarrow \omega = 4$ rad/s

17. (c)

18. (c) $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^3 + 0.5) = 6t^2$

$t = 2\, s$ पर $\omega = 6 \times (2)^2 = 24\, rad/s$

19. (a) जब वस्तु को p स्थिति (ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर झुकी हुई) से छोड़ा जाता है तब माध्य स्थिति पर वेग $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}$

$\therefore$ निम्नतम बिन्दु पर तनाव $= mg + \frac{mv^2}{l}$

$= mg + \frac{m}{l}[2gl(1 - \cos 60)] = mg + mg = 2mg$

20. (a)

21. (c) तनाव = अपकेन्द्रीय बल + भार $= \frac{mv^2}{r} + mg$

22. (a) $v_{\min} = \sqrt{5\, gr} = 17.7\, m/\sec$

23. (d)

24. (c) $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2(1 - \cos 60°)} = 4.43\, m/s$

25. (b) कोणीय वेग में वृद्धि $\omega = 2\pi(n_2 - n_1)$

$\omega = 2\pi(1200 - 600)\frac{rad}{min} = \frac{2\pi \times 600}{60}\frac{rad}{s} = 20\pi\frac{rad}{s}$

26. (d) $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.2}} = 7\, rad/s$

27. (a)

28. (d) असमान वृत्तीय गति में कण में अभिकेन्द्रीय तथा स्पर्श रेखीय त्वरण दोनों होंगे।

29. (c)

30. (b) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.2} = 2\, m/s$

31. (d) $T = mg + m\omega^2 r = m\{g + 4\pi^2 n^2 r\}$

$= m\left\{g + \left(4\pi^2\left(\frac{n}{60}\right)^2 r\right)\right\} = m\left\{g + \left(\frac{\pi^2 n^2 r}{900}\right)\right\}$

32. (d) $h = \frac{5}{2}r \Rightarrow r = \frac{2}{5} \times h = \frac{2}{5} \times 5 = 2\, m$

33. (d) दी हुई स्थिति में, घर्षण आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करेगा जो कि नियत है, अर्थात् $m\omega r$=नियत

$\Rightarrow r \propto \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow r_2 = r_1\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = 9\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1\, cm$

34. (b) समीकरण $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\alpha\theta$ से,

$$\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 = \omega_0^2 - 2\alpha(2\pi n) \Rightarrow \alpha = \frac{3}{4}\frac{\omega_0^2}{4\pi \times 36}, \ (n = 36) \quad ..(i)$$

माना कि पंखा प्रारम्भ से विराम अवस्था तक आने में n' चक्कर पूरे करता है।

$$0 = \omega_0^2 - 2\alpha(2\pi n') \Rightarrow n' = \frac{\omega_0^2}{4\alpha\pi}$$

α का मान समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$$n' = \frac{\omega_0^2}{4\pi}\frac{4 \times 4\pi \times 36}{3\omega_0^2} = 48 \text{ चक्कर}$$

चक्करों की संख्या = 48 – 36 = 12

35. (b) $v = \sqrt{3gr}$ तथा $a = \frac{v^2}{r} = \frac{3gr}{r} = 3g$

36. (d) माध्य स्थिति पर तनाव, $mg + \frac{mv^2}{r} = 3mg$

$$v = \sqrt{2gl} \quad ...(i)$$

तथा यदि वस्तु को ऊर्ध्वाधर से θ कोण विस्थापित कर दें तो

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} \quad ...(ii)$$

(i) तथा (ii) की तुलना करने पर $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 90°$

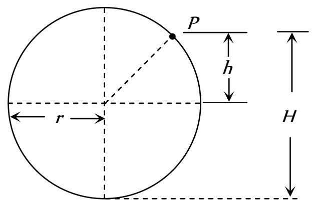
37. (c) तनाव, $T = \frac{mv^2}{r} + mg\cos\theta$

$\theta = 30°$ के लिये, $T_1 = \frac{mv^2}{r} + mg\cos 30°$

$\theta = 60°$ के लिये $T_2 = \frac{mv^2}{r} + mg\cos 60° \Rightarrow T_1 > T_2$

38. (c) चूँकि हम जानते हैं कि अर्धगोले पर गतिशील कण गोले को ऊँचाई $h = 2r/3$ पर छोड़ता है

$h = \frac{2}{3} \times 21 = 14\ m$



परन्तु तल से ऊँचाई

$H = h + r = 14 + 21 = 35\ m$

39. (c) $x = \alpha t^3$ तथा $y = \beta t^3$ (दिया गया है)

$v_x = \frac{dx}{dt} = 3\alpha t^2$ तथा $v_y = \frac{dy}{dt} = 3\beta t^2$

परिणामी वेग $= v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3t^2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

40. (b)

41. (d) वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर तनाव, $T = m\omega^2 r - mg$

$$T = 0.4 \times 4\pi^2 n^2 \times 2 - 0.4 \times 9.8 = 115.86\ N$$

42. (c) न्यूनतम कोणीय वेग $\omega_{\text{न्यूनतम}} = \sqrt{g/R}$

$$\therefore T_{\text{अधिकतम}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{न्यूनतम}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = = 2\pi\sqrt{\frac{2}{10}} = 2\sqrt{2} \cong 3s$$

43. (a) $|\vec{\Delta v}| = 2v\sin(\theta/2) = 2v\sin\left(\frac{90}{2}\right) = 2v\sin 45 = v\sqrt{2}$

44. (a) इस प्रश्न में यह माना गया है, कि कण यद्यपि ऊर्ध्वाधर वृत्त में घूम रहा है परन्तु इसकी चाल नियत रहती है।

निम्नतम बिन्दु पर तनाव $T_{\text{अधिकतम}} = \frac{mv^2}{r} + mg$

उच्चतम बिन्दु पर तनाव $T_{\text{न्यूनतम}} = \frac{mv^2}{r} - mg$

$$\frac{T_{\text{अधिकतम}}}{T_{\text{न्यूनतम}}} = \frac{\frac{mv^2}{r} + mg}{\frac{mv^2}{r} - mg} = \frac{5}{3}$$

इसे हल करने पर हमें प्राप्त होता है

$v = \sqrt{4gr} = \sqrt{4 \times 9.8 \times 2.5} = \sqrt{98}\ m/s$

45. (d) अभिकेन्द्रीय त्वरण एवं स्पर्श रेखीय त्वरण में कोई सम्बन्ध नहीं है। वृत्तीय गति के लिये अभिकेन्द्रीय त्वरण अनिवार्य रुप से होना चाहिये जब कि स्पर्श रेखीय त्वरण शून्य भी हो सकता है।

46. (d) कोणीय संवेग एक अक्षीय सदिश है। यह हमेशा एक निश्चित दिशा में रहता है, (घूर्णन तल के लम्बवत् भीतर की ओर अथवा बाहर की ओर), यदि घूर्णन की दिशा समान हों

47. (a) गतिज ऊर्जा में अन्तर = $2mg\,r = 2 \times 1 \times 10 \times 1 = 20\,J$

48. (d) कोणीय त्वरण $= \frac{d^2\theta}{dt^2} = 2\theta$

क्षैतिज प्रक्षेप्य गति

1. (b) $R_{\max} = \frac{u^2}{g} = 16 \times 10^3 \Rightarrow u = 400\ m/s$

2. (c) क्षैतिज दिशा में नियत वेग एवं ऊर्ध्वाधर नीचे की दिशा में नियत गुरुत्व बल के कारण पत्थर परवलयाकार पथ में गति करता हुआ जमीन से टकरायेगा।

3. (b) क्योंकि दोनों गोलियों के वेगों के ऊर्ध्वाधर घटक समान हैं व शून्य हैं तथा $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

4. (c) पायलट को गेंद सीधी रेखा में गिरती हुयी दिखायी देगी क्योंकि निर्देश फ्रेम भी समान क्षैतिज वेग से गति कर रही है। परन्तु विरामावस्था में स्थित प्रेक्षक को गेंद परवलयाकार पथ में गिरती हुयी दिखाई देगी।

5. (b) वायु के प्रतिरोध के कारण, इसका क्षैतिज वेग घट जायेगा इसलिये यह हवाई जहाज से पीछे जमीन पर गिरेगा।

6. (c) क्योंकि सिक्के एवं प्रेक्षक दोनों के लिये क्षैतिज वेग समान है इसलिये सापेक्षिक क्षैतिज विस्थापन शून्य होगा।

7. (c) बम का क्षैतिज विस्थापन

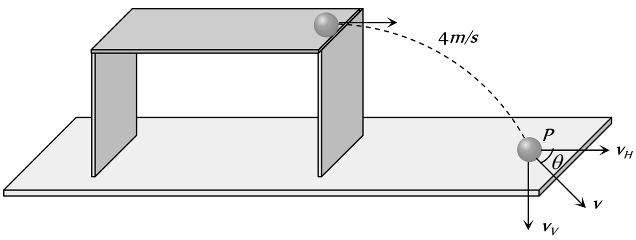
AB = क्षैतिज वेग× समय

$$AB = u \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 600 \times \frac{5}{18} \times \sqrt{\frac{2 \times 1960}{9.8}} = 3.33\ Km$$

8. (a,c) बिन्दु P पर गेंद के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

$v_V = 0 + gt = 10 \times 0.4 = 4\ m/s$

वेग का क्षैतिज घटक = प्रारम्भिक वेग $\Rightarrow v_H = 4\ m/s$



इसलिये वह चाल जिससे यह जमीन पर टकरायेगी

$v = \sqrt{v_H^2 + v_V^2} = 4\sqrt{2}\ m/s$

तथा $\tan\theta = \frac{v_V}{v_H} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \theta = 45°$

अर्थात् गेंद क्षैतिज से $45°$ के कोण पर जमीन से टकरायेगी।

मेज की ऊँचाई $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.4)^2 = 0.8\ m$

गेंद द्वारा मेज के सिरे से चली गयी क्षैतिज दूरी

$h = ut = 4 \times 0.4 = 1.6\ m$

9. (b) $S = u \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 100 \times \sqrt{\frac{2 \times 490}{9.8}} = 1000\ m = 1\ km$

10. (c) $S = u \times \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 10 = u\sqrt{2 \times \frac{5}{10}} \Rightarrow u = 10\ m/s$

11. (d) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 396.9}{9.8}} \simeq 9\ \sec$ तथा $u = 720\ km/hr = 200\ m/s$

$\therefore R = u \times t = 200 \times 9 = 1800\ m$

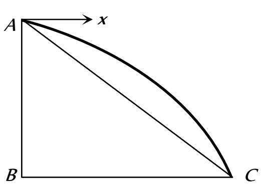
12. (a) दोनों स्थितियों के लिये $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ = नियत

क्योंकि दोनों कणों के लिये नीचे की ओर वेग के ऊर्ध्वाधर घटक शून्य होंगे।

13. (c)

14. (a) बम द्वारा चली गयी क्षैतिज दूरी

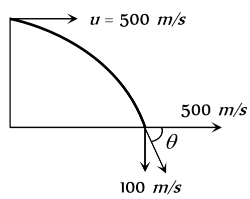
$BC = v_H \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 150\sqrt{\frac{2 \times 80}{10}} = 660\ m$



$\therefore$ लक्ष्य की उस बिन्दु से दूरी जहाँ से बम को गिराया जाता है

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(80)^2 + (600)^2} = 605.3\ m$

15. (a) वेग का क्षैतिज घटक $v = 500\ m/s$



तथा जमीन पर टकराते समय वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

$v_y = 0 + 10 \times 10 = 100\ m/s$

$\therefore$ वह कोण जिसके साथ यह जमीन से टकरायेगा

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{100}{500}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

16. (b) वह क्षेत्रफल जिसमें गोलियां फैलेंगी = πr^2

अधिकतम क्षेत्रफल के लिये, $r = R_{\max} = \frac{v^2}{g}$ [जब $\theta = 45°$]

अधिकतम क्षेत्रफल $\pi R_{\max}^2 = \pi\left(\frac{v^2}{g}\right)^2 = \frac{\pi v^4}{g^2}$

तिर्यक प्रक्षेप्य गति

1. (d) $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \therefore R \propto u^2$, यदि प्रारम्भिक वेग का मान दोगुना कर दें तो परास का मान चार गुना हो जायेगा।

2. (c) $H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \Rightarrow H \propto u^2$, यदि प्रारम्भिक वेग का मान दोगुना कर दें तो प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई का मान चार गुना हो जायेगा।

3. (a) गुरुत्व द्वारा लगाया गया बाह्य बल पूरी गति के दौरान उपस्थित रहता है, इसलिये संवेग संरक्षित नहीं रहेगा।

4. (a) परास $= \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$; जब $\theta = 90°$, $R = 0$ अर्थात् वस्तु गुरुत्व के प्रभाव में एक विमीय गति करने के पश्चात् प्रक्षेपण बिन्दु पर आकर गिरेगी।

5. (c) $R = 4H\cot\theta$

जब $R = H$ तब $\cot\theta = 1/4 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(4)$

6. (c) क्योंकि क्षैतिज गति के दौरान कोई त्वरक बल अथवा मंदक बल उपस्थित नहीं है।

7. (a) वेग की दिशा हमेशा पथ के स्पर्श रेखीय रहती है, इसलिये पथ के उच्चतम बिन्दु पर भी वेग की दिशा यही रहेगी अर्थात क्षैतिज दिशा में रहेगी एवं गुरुत्वीय त्वरण हमेशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर रहता है अर्थात् $\vec{v}$ तथा $\vec{g}$ की दिशा एक दूसरे के लम्बवत् रहती है।

8. (d) $R = 4H\cot\theta$ यदि $\theta = 45°$ तब $R = 4H\cot(45°) = 4H$

9. (c) $v_y = \frac{dy}{dt} = 8 - 10t$, $v_x = \frac{dx}{dt} = 6$

प्रक्षेपण के समय अर्थात् $v_y = \frac{dy}{dt} = 8$ तथा $v_x = 6$

$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ m/s$

10. (b) प्रक्षेपण कोण निम्न सूत्र से दिया जाता है

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

11. (a) $a_x = \frac{d}{dt}(v_x) = 0$, $a_y = \frac{d}{dt}(v_y) = -10\ m/s^2$

$\therefore$ कुल त्वरण $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + 10^2} = 10 m/s$

12. (b) $R_{15^\circ} = \dfrac{u^2 \sin(2 \times 15^\circ)}{g} = \dfrac{u^2}{2g} = 1.5\, km$

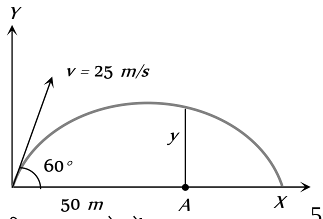
$R_{45^\circ} = \dfrac{u^2 \sin(2 \times 45^\circ)}{g} = \dfrac{u^2}{g} = 1.5 \times 2 = 3\, km$

13. (a) वेग का क्षैतिज घटक

$v_x = 25 \cos 60^\circ = 12.5\, m/s$

वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

$v_y = 25 \sin 60^\circ = 12.5\sqrt{3}\, m/s$



50 m दूरी तय करने में लगा समय $t = \dfrac{50}{12.5} = 4 \sec$

ऊर्ध्वाधर ऊँचाई निम्न सूत्र से दी जायेगी

$y = v_y t - \dfrac{1}{2} g t^2 = 12.5\sqrt{3} \times 4 - \dfrac{1}{2} \times 9.8 \times 16 = 8.2\, m$

14. (a) ऊपर की दिशा में ऊर्ध्वाधर गति के लिये, $h = ut - \dfrac{1}{2} g t^2$

$5 = (25 \sin\theta) \times 2 - \dfrac{1}{2} \times 10 \times (2)^2$

$\Rightarrow 25 = 50 \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$

15. (c) $(45^\circ - \theta)$ कोण के लिये, $R = \dfrac{u^2 \sin(90^\circ - 2\theta)}{g} = \dfrac{u^2 \cos 2\theta}{g}$

$(45^\circ + \theta)$ कोण के लिये, $R = \dfrac{u^2 \sin(90^\circ + 2\theta)}{g} = \dfrac{u^2 \cos 2\theta}{g}$

16. (b) परास $R = \dfrac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

चूँकि चन्द्रमा पर $g_m = \dfrac{g}{6}$, अतः $R_m = 6R$

17. (c) अधिकतम ऊँचाई के लिये $\theta = 90^\circ$

$H_{\max} = \dfrac{u^2 \sin^2(90^\circ)}{2g} = \dfrac{u^2}{2g} = h$ (दिया गया है)

$R_{\max} = \dfrac{u^2 \sin^2 2(45^\circ)}{g} = \dfrac{u^2}{g} = 2h$

18. (c) $R = 4H \cot\theta$, यदि $R = 4H$ तब $\cot\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$

19. (b) $E' = E \cos^2\theta = E \cos^2(45^\circ) = \dfrac{E}{2}$

20. (b)

21. (b)

22. (d) संपूर्ण प्रक्षेप्य गति के दौरान त्वरण हमेशा नियत रहता है तथा g के बराबर होता है।

23. (c)

24. (c) उड्डयन काल $= \dfrac{2u \sin\theta}{g} = \dfrac{2 \times 50 \times \sin 30}{10} = 5s$

25. (b) संवेग में परिवर्तन $= 2mu \sin\theta$

$= 2 \times 0.5 \times 98 \times \sin 30 = 45\, N\text{-}s$

26. (d) $R = 4H \cot\theta$, यदि $R = 3H$ तब $\cot\theta = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \theta = 53^\circ 8'$

27. (c) क्योंकि गोली तथा लक्ष्य दोनों का ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर विस्थापन समान है।

28. (b) चूँकि $H = \dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$

$\therefore \dfrac{H_1}{H_2} = \dfrac{\sin^2\theta_1}{\sin\theta_2} = \dfrac{\sin^2 30^\circ}{\sin^2 60^\circ} = \dfrac{1/4}{3/4} = \dfrac{1}{3}$

29. (d) $R = \dfrac{v^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow \theta = \dfrac{1}{2} \sin^{-1}\left(\dfrac{gR}{v^2}\right)$

30. (a) $T = \dfrac{2u \sin\theta}{g} = 10 \sec \Rightarrow u \sin\theta = 50\, m/s$

$\therefore H = \dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g} = \dfrac{(u \sin\theta)^2}{2g} = \dfrac{50 \times 50}{2 \times 10} = 125\, m$

31. (b) पूरक कोणों के लिये परास समान होती है।

32. (b) $R = \dfrac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \dfrac{(500)^2 \times \sin 30^\circ}{10} = 12.5 \times 10^3\, m$

33. (a) $T = \dfrac{2u \sin\theta}{g} \Rightarrow u = \dfrac{T \times g}{2 \sin\theta} = \dfrac{2 \times 9.8}{2 \times \sin 30} = 19.6\, m/s$

34. (c) $R = \dfrac{u^2 \sin 2\theta}{g} = R \propto u^2$, इसलिये यदि प्रक्षेपण वेग दो गुना कर दिया जाये तो परास का मान चार गुना हो जायेगा।

अर्थात् $4 \times 50 = 200\, m$

35. (c) पूरक कोणों के लिये परास समान होती है।

36. (a) जब प्रक्षेपण कोण का मान 45° से बहुत अधिक होगा उसके लिये परास न्यूनतम होगी।

37. (a) $H = \dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$ तथा $T = \dfrac{2u \sin\theta}{g}$

इसलिये $\dfrac{H}{T^2} = \dfrac{u^2 \sin^2\theta / 2g}{4u^2 \sin^2\theta / g^2} = \dfrac{g}{8} = \dfrac{5}{4}$

38. (a) $H_1 = \dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$ तथा $H_2 = \dfrac{u^2 \sin^2(90 - \theta)}{2g} = \dfrac{u^2 \cos^2\theta}{2g}$

$H_1 H_2 = \dfrac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \times \dfrac{u^2 \cos^2\theta}{2g} = \dfrac{(u^2 \sin 2\theta)^2}{16 g^2} = \dfrac{R^2}{16}$

$\therefore R = 4\sqrt{H_1 H_2}$

39. (d) प्रक्षेप्य गति का मानक समीकरण

$y = x \tan\theta - \dfrac{g x^2}{2u^2 \cos^2\theta}$

दिये गये समीकरण से तुलना करने पर

$A = \tan\theta$ तथा $B = \dfrac{g}{2u^2\cos^2\theta}$

इसलिये $\dfrac{A}{B} = \dfrac{\tan\theta \times 2u^2\cos^2\theta}{g} = 40$

(चूँकि $\theta = 45°, u = 20\ m/s, g = 10\ m/s^2$)

40. (b) परास $= \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g}$ अतः यह स्पष्ट है कि परास प्रारम्भिक चाल व दिशा (कोण) के समानुपाती होती है।

41. (c) $\dfrac{2u\sin\theta}{g} = 2\sec \Rightarrow u\sin\theta = 10$

$\therefore\ H = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \dfrac{100}{2g} = 5m$

42. (b) शीर्ष बिन्दु पर वेग का सिर्फ क्षैतिज घटक $(u\cos\theta)$ होता है।

43. (a) पूरक कोणों के लिये परास समान होती है।

44. (b) $T = \dfrac{2u\sin\theta}{g} = \dfrac{2\times 9.8\times\sin 30}{9.8} = 1\,s$

45. (a) $x = 36t \therefore\ v_x = \dfrac{dx}{dt} = 36\,m/s$

$y = 48t - 4.9t^2 \therefore\ v_y = 48 - 9.8t$

$t = 0$ पर $v_x = 36$ तथा $v_y = 48\,m/s$

इसलिये प्रक्षेपण कोण $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right)$

अथवा $\theta = \sin^{-1}(4/5)$

46. (b) समान परास के लिये प्रक्षेपण कोण (θ) तथा $(90-\theta)$ होना चाहिये

इसलिये, उड्डयन काल $t_1 = \dfrac{2u\sin\theta}{g}$ तथा

$t_2 = \dfrac{2u\sin(90-\theta)}{g} = \dfrac{2u\cos\theta}{g}$

गुणा करने पर $= t_1t_2 = \dfrac{4u^2\sin\theta\cos\theta}{g^2}$

$t_1t_2 = \dfrac{2}{g}\dfrac{(u^2\sin 2\theta)}{g} = \dfrac{2R}{g} \Rightarrow t_1t_2 \propto R$

47. (c) t सैकण्ड पश्चात् द्रव्यमान का तात्क्षणिक वेग होगा $v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

जहाँ $v_x = v\cos\theta =$ वेग का क्षैतिज घटक

$v_y = v\sin\theta - gt =$ वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

$v_t = \sqrt{(v\cos\theta)^2 + (v\sin\theta - gt)^2}$

$v_t = \sqrt{v^2 + g^2t^2 - 2v\sin\theta\, gt}$

48. (d) अधिकतम परास $= \dfrac{u^2}{g} = 100\ m$

अधिकतम ऊँचाई $= \dfrac{u^2}{2g} = \dfrac{100}{2} = 50\ m$

49. (c) $R_{\max} = \dfrac{u^2}{g} = 100 \Rightarrow u = 10\sqrt{10} = 32\ m/s$

50. (c) चूँकि वेग का क्षैतिज घटक नियत (अचर) है अतः संवेग भी नियत रहेगा।

51. (a) उड्डयन काल $= \dfrac{2u\sin\theta}{g} = \dfrac{2u_y}{g} = \dfrac{2\times u_{\text{ऊर्ध्वाधर}}}{g}$

52. (a) व्यक्ति गेंद को पकड़ लेगा यदि व्यक्ति का वेग गेंद के वेग के क्षैतिज घटक के बराबर हो।

$\dfrac{v_0}{2} = v_0\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60°$

53. (b) $H = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$ तथा $T = \dfrac{2u\sin\theta}{g} \Rightarrow T^2 = \dfrac{4u^2\sin^2\theta}{g^2}$

$\therefore\ \dfrac{T^2}{H} = \dfrac{8}{g} \Rightarrow T = \sqrt{\dfrac{8H}{g}} = 2\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

54. (d) $R = 4H\cot\theta$, यदि $R = 4\sqrt{3}H$ तब $\cot\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 30°$

55. (c) प्रक्षेपण वेग का ऊर्ध्वाधर घटक होगा

$= -50\sin 30° = -25\,m/s$

यदि जमीन तक पहुँचने में लिया गया समय t हो, तो

$h = ut + \dfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 70 = -25t + \dfrac{1}{2}\times 10t^2$

$\Rightarrow 70 = -25t + 5t^2 \Rightarrow t^2 - 5t - 14 = 0 \Rightarrow t = -2s$ तथा $7s$

चूँकि, $t = -2\ s$ अमान्य है अतः, $t = 7\ s$

56. (c) $H_{\max} = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$

प्रश्नानुसार $\dfrac{u_1^2\sin^2 45°}{2g} = \dfrac{u_2^2\sin^2 60°}{2g}$

$\Rightarrow \dfrac{u_1^2}{u_2^2} = \dfrac{\sin^2 60°}{\sin^2 45°} \Rightarrow \dfrac{u_1}{u_2} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{1/\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}.$

57. (c)

58. (d) $R = 4H\cot\theta$, यदि $\theta = 45°$ तब $R = 4H \Rightarrow \dfrac{R}{H} = \dfrac{4}{1}$

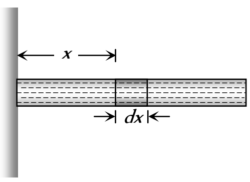
59. (b) $R_{\max} = \dfrac{u^2}{g} = 400\,m$ ($\theta = 45°$ के लिये)

$H_{\max} = \dfrac{u^2}{2g} = \dfrac{400}{2} = 200\,m$ ($\theta = 90°$ के लिये)

Critical Thinking Questions

1. (c,d) दी हुयी परिस्थिति में कण एक समान वृत्तीय गति करता है तथा एक समान वृत्तीय गति के लिये वेग सदिश व त्वरण सदिश निरंतर बदलते हैं परन्तु गतिज ऊर्जा का मान प्रत्येक बिन्दु पर नियत रहता है।

2. (a) $dM = \left(\dfrac{M}{L}\right)dx$



'dM द्रव्यमान पर लगने वाला बल

$dF = (dM)\omega^2 x$

समाकलन करने पर हम संपूर्ण द्रव द्वारा आरोपित बल प्राप्त कर सकते हैं

$\Rightarrow F = \int_0^L \dfrac{M}{L}\omega^2 x\,dx = \dfrac{1}{2}M\omega^2 L$

3. (b) प्रश्नानुसार $\dfrac{1}{2}mv^2 = as^2 \Rightarrow v = s\sqrt{\dfrac{2a}{m}}$

इसलिये $a_R = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{2as^2}{mR}$ ...(i)

इसी तरह $a_t = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{ds} \cdot \dfrac{ds}{dt} = v\dfrac{dv}{ds}$ ...(ii)

(श्रृंखला नियम से)

समीकरण (i) अर्थात् $v = s\sqrt{\dfrac{2a}{m}}$ का प्रयोग समीकरण (ii) में करने पर हमें प्राप्त होता है

$$a_t = \left[s\sqrt{\frac{2a}{m}}\right]\left[\sqrt{\frac{2a}{m}}\right] = \frac{2as}{m} \quad ...(iii)$$

अतः $a = \sqrt{a_R^2 + a_t^2} = \sqrt{\left[\dfrac{2as^2}{mR}\right]^2 + \left[\dfrac{2as}{m}\right]^2}$

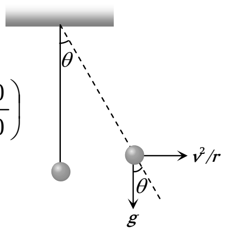
$= \dfrac{2as}{m}\sqrt{1 + [s/R]^2}$

$\therefore\ F = ma = 2as\sqrt{1 + [s/R]^2}$

4. (c) $\tan\theta = \dfrac{v^2/r}{g} = \dfrac{v^2}{rg}$

$\therefore\ \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{v^2}{rg}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{10 \times 10}{10 \times 10}\right)$

$\therefore\ \theta = \tan^{-1}(1) = 45°$



5. (b) यहाँ पर स्पर्श रेखीय त्वरण भी उपस्थित रहेगा जिसके लिये शक्ति की आवश्यकता होती है।

दिया गया है $a_C = k^2rt^2$ तथा $a_C = \dfrac{v^2}{r} \Rightarrow \dfrac{v^2}{r} = k^2rt^2$

अथवा $v^2 = k^2r^2t^2$ अथवा $v = krt$

स्पर्श रेखीय त्वरण $a = \dfrac{dv}{dt} = kr$

बल $F = m \times a = mkr$

इसलिये शक्ति $P = F \times v = mkr \times krt = mk^2r^2t$

6. (d) $T\sin\theta = M\omega^2 R$ ...(i)

$T\sin\theta = M\omega^2 L\sin\theta$ ...(ii)

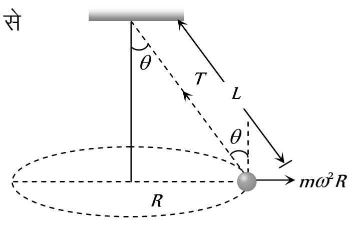
समीकरण (i) तथा (ii) से

$T = M\omega^2 L$

$= M\,4\pi^2 n^2 L$

$= M\,4\pi^2\left(\dfrac{2}{\pi}\right)^2 L$

$= 16\ ML$



7. (d) ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति करती हुयी डोरी में अधिकतम तनाव T_B निचले बिन्दु पर तथा न्यूनतम तनाव T_T शीर्ष बिन्दु पर होता है।

$\therefore\ T_B = \dfrac{mv_B^2}{L} + mg$ तथा $T_T = \dfrac{mv_T^2}{L} - mg$

$\therefore\ \dfrac{T_B}{T_T} = \dfrac{\dfrac{mv_B^2}{L} + mg}{\dfrac{mv_T^2}{L} - mg} = \dfrac{4}{1}$ अथवा $\dfrac{v_B^2 + gL}{v_T^2 - gL} = \dfrac{4}{1}$

अथवा $v_B^2 + gL = 4v_T^2 - 4gL$ परन्तु $v_B^2 = v_T^2 + 4gL$

$\therefore\ v_T^2 + 4gL + gL = 4v_T^2 - 4gL \Rightarrow 3v_T^2 = 9gL$

$\therefore\ v_T^2 = 3 \times g \times L = 3 \times 10 \times \dfrac{10}{3}$ अथवा $v_T = 10\ m/sec$

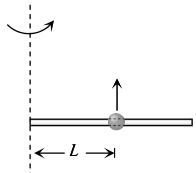
8. (a) कण P के लिये, A तथा C के बीच की गति त्वरित गति जबकि C तथा B के बीच की गति मंदित गति होगी। परन्तु हर स्थिति में इसके वेग का क्षैतिज घटक v से अधिक अथवा v के बराबर होगा। दूसरी ओर कण Q के लिये इसका मान हमेशा v के बराबर रहेगा। दोनों कणों के लिये क्षैतिज विस्थापन समान है, इसलिये $t_P < t_Q$

9. (a) माना कि कण (मोती) t समय पश्चात् फिसलना प्रारम्भ कर देता है।

क्रांतिक स्थिति में, घर्षण बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करेगा

$m\omega^2 L = \mu R = \mu m \times a_t = \mu Lm\alpha$

$\Rightarrow m(\alpha t)^2 L = \mu mL\alpha \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{\mu}{\alpha}}$



(चूँकि $\omega = \alpha t$)

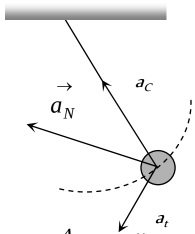
10. (a) उच्चतम बिन्दु पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया

$R = \dfrac{mv^2}{r} - mg$

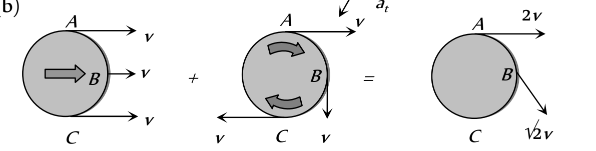
यहाँ पर प्रतिक्रिया पथ की वक्रता त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती है तथा त्रिज्या दर्शाये गये पथ (a) के लिये न्यूनतम है।

11. (c) a_c = अभिकेन्द्रीय त्वरण, a_t = स्पर्श रेखीय त्वरण

a_N = कुल त्वरण = a_c तथा a_t का परिणामी



12. (b)



पूर्ण स्थानान्तरीय गति + पूर्ण घूर्णी गति = बिना फिसले घूर्णन गति

13. (d) $\dfrac{1}{2}mu^2 - \dfrac{1}{2}mv^2 = mgL$

$\Rightarrow v = \sqrt{u^2 - 2gL}$

$|\vec{v} - \vec{u}| = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{u^2 + u^2 - 2gL} = \sqrt{2(u^2 - gL)}$

14. (a) जब चालक ब्रेक लगाता है तथा कार मंदक बल F के प्रभाव में विरामावस्था में आने से पूर्व x दूरी तय करती है, तब

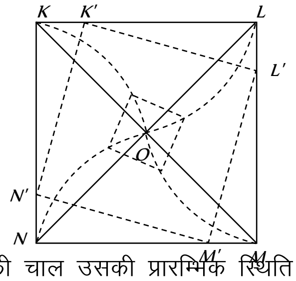
$\dfrac{1}{2}mv^2 = Fx \Rightarrow x = \dfrac{mv^2}{2F}$

परन्तु जब वह मुड़ता है तब, $\dfrac{mv^2}{r} = F \Rightarrow r = \dfrac{mv^2}{F}$

यह स्पष्ट है कि $x = r/2$

अर्थात् समान मंदक बल के लिये, कार को ब्रेक लगाकर कम दूरी में रोका जा सकता है। यह मंदक बल सामान्यतः घर्षण बल होता है।

15. (a) सममिती से यह स्पष्ट है कि किसी भी क्षण पर चारों व्यक्ति एक वर्ग के कोनों पर होंगे, जिसकी भुजा धीरे–धीरे घटती जायेगी (चित्रानुसार) तथा इस तरह अंत में वे वर्ग के केन्द्र O पर मिलेंगे।



प्रत्येक व्यक्ति की चाल उसकी प्रारम्भिक स्थिति तथा बिन्दु O को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होगी, तथा यह $v\cos 45 = v/\sqrt{2}$ होगी

चूँकि प्रत्येक व्यक्ति का विस्थापन $d\cos 45 = d/\sqrt{2}$ है

अतः सभी व्यक्ति t समय के पश्चात् वर्ग के केन्द्र O पर मिलेंगे $\therefore\ t = \dfrac{d/\sqrt{2}}{v/\sqrt{2}} = \dfrac{d}{v}$

16. (a,b) $x = a\cos(pt)$ तथा $y = b\sin(pt)$ (दिया गया है)

$\therefore\ \cos pt = \dfrac{x}{a}$ तथा $\sin pt = \dfrac{y}{b}$

वर्ग करने व जोड़ने पर

$$\cos^2(pt) + \sin^2(pt) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

अतः कण का पथ दीर्घ वृत्त होगा।

x तथा y का समय t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(a\cos(pt)) = -ap\sin(pt)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(b\sin(pt)) = bp\cos(pt)$$

$$\therefore\ \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = -ap\sin(pt)\hat{i} + bp\cos(pt)\hat{j}$$

त्वरण $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d}{dt}[-ap\sin(pt)\hat{i} + bp\cos(pt)\hat{j}]$

$$\vec{a} = -ap^2\cos(pt)\,\hat{i} - bp^2\sin(pt)\hat{j}$$

$t = \dfrac{\pi}{2p}$ पर वेग

$$\vec{v} = -ap\sin p\left(\frac{\pi}{2p}\right)\hat{i} + bp\cos p\left(\frac{\pi}{2p}\right)\hat{j} = -ap\,\hat{i}$$

$t = \dfrac{\pi}{2p}$ पर त्वरण

$$\vec{a} = ap^2\cos p\left(\frac{\pi}{2p}\right)\hat{i} - bp^2\sin p\left(\frac{\pi}{2p}\right)\hat{j} = -bp^2\hat{j}$$

चूँकि $\vec{v}\,.\,\vec{a} = 0$

अतः $t = \dfrac{\pi}{2p}$ पर वेग तथा त्वरण एक दूसरे के लम्बवत् हैं।

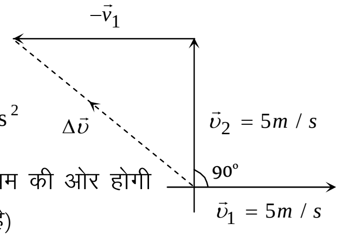
17. (b) $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\upsilon_1\upsilon_2\ \cos 90^o}$

$= \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$

औसत त्वरण

$= \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{5\sqrt{2}}{10} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\ \text{m/s}^2$

जिसकी दिशा उत्तर–पश्चिम की ओर होगी (जैसा कि चित्र से स्पष्ट है)



ग्राफीय प्रश्न

1. (d) $R = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g} = \dfrac{2u_x v_y}{g}$

$\therefore$ परास $\propto$ प्रारंभिक क्षैतिज वेग (u)

दर्शाये गये पथ 4 में परास अधिकतम है इसलिये इस पथ में फुटबाल का क्षैतिज वेग अधिकतम होगा।

2. (a) यदि वायु प्रतिरोध प्रभावी हो, तो प्रक्षेप्य की परास तथा अधिकतम ऊँचाई दोनों घट जायेंगी।

3. (b)

4. (c)

5. (d)

प्रक्कथन एवं कारण

1. (e) गति के शीर्ष बिन्दु पर वेग का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य हो जाता है। इसलिये यहाँ सिर्फ क्षैतिज वेग उपस्थित होगा जो कि गुरुत्वीय त्वरण के लम्बवत् होगा।

2. (a) $H = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$ अर्थात् अधिकतम ऊँचाई प्रक्षेप्य के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती।

3. (c) $R = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g}$ $\therefore$ जब $\theta = 45°$, $R_{\max} = \dfrac{u^2}{g} \Rightarrow R_{\max} \propto u^2$

ऊँचाई $H = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g} \Rightarrow H_{\max} = \dfrac{u^2}{2g}$ जब $\theta = 90°$

यह स्पष्ट है कि $H_{\max} = \dfrac{R_{\max}}{2}$

4. (c) क्षैतिज परास प्रक्षेपण कोण पर निर्भर करती है तथा पूरक कोणों अर्थात् θ व $(90 - \theta)$ के लिये यह समान होती है।

5. (b) हम जानते हैं कि $R = 4H\cot\theta$

यदि $R = H$ तब $\cot\theta = \left(\dfrac{1}{4}\right)$ अथवा $\tan\ \theta = (4)$

तथा $R = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g} \Rightarrow R \propto \dfrac{u^2}{g}$

6. (d) $y = x\tan\theta - \dfrac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta}$

7. (d) यदि कोई वस्तु पृथ्वी सतह से कुछ ऊँचे स्थान से प्रक्षेपित की जाती है, तो अधिकतम परास प्राप्त करने के लिये प्रक्षेपण कोण का मान 45^o से थोड़ा कम होना चाहिये।

8. (a) दोनों वस्तुऐं (पृथ्वी) जमीन पर पहुँचने में समान समय लेंगी क्योंकि दोनों वस्तुओं के लिये नीचे की ओर वेग के ऊर्ध्वाधर घटक शून्य होंगे तथा नीचे आने में लिया गया समय $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ है। ऊर्ध्वाधर दिशा में गति पर क्षैतिज वेग का कोई प्रभाव नहीं होगा।

9. (c) $T \propto u$ तथा $R \propto u^2$
यदि प्रक्षेपण वेग का मान n गुना कर दें तो वस्तु का उड्डयन काल n गुना व इसकी परास का मान n गुना हो जायेगा।

10. (c) जब $\theta = 45°$ होगा तब परास अधिकतम होगी तथा इस स्थिति में $R = 4H \Rightarrow H = R/4$ (हमेशा)

क्योंकि $R = 4H \cot\theta$ तथा $\theta = 45°$

इसलिये अधिकतम ऊँचाई, अधिकतम परास का 25% होगी।
यह वस्तु के प्रक्षेपण वेग पर निर्भर नहीं करेगी।

11. (a) परास, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

जब $\theta = 45^o$, $R_{\text{अधिकतम}} = \frac{u^2}{g}\sin 90^o = \frac{u^2}{g}$

जब $\theta = 135^o$, $R_{\text{अधिकतम}} = \frac{u^2}{g}\sin 270^o = \frac{-u^2}{g}$

ऋणात्मक चिन्ह विपरीत दिशा को दर्शाता है

12. (e) चूँकि गोली का गुरुत्व के कारण ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर विस्थापन $\left(y = \frac{1}{2}gt^2\right)$ होगा अतः व्यक्ति को निशाना (बंदूक की दिशा) लक्ष्य से कुछ ऊपर लगाना चाहिये।

13. (b) एक समान वृत्तीय गति में वेग व त्वरण का परिमाण नियत रहता है परन्तु गति की दिशा में परिवर्तन के कारण, वेग व त्वरण की दिशा में परिवर्तन होगा। अभिकेन्द्रीय त्वरण निम्न सूत्र से दिया जाता है $a = \omega^2 r$

14. (a) वस्तु अभिकेन्द्रीय बल के कारण वृत्तीय मार्ग में घूमती है। किसी भी यातायात वाहन के लिये अभिकेन्द्रीय बल घर्षण बल द्वारा प्रदान किया जाता है। अतः यदि घर्षण बल μmg का मान अभिकेन्द्रीय बल से कम हो, तो वाहन के लिये मुड़ना संभव नहीं होगा तथा वाहन पलट जायेगा।

अतः वाहन के सुरक्षित रुप से मुड़ने के लिये $\mu mg \geq \frac{mv^2}{r}$

15. (c) वृत्तीय गति में वृत्तीय पथ के केन्द्र की ओर लगने वाला घर्षण बल वाहनों को अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है तथा उन्हें पलटने से बचाता है। गति की दिशा में परिवर्तन के कारण, वृत्तीय गति में वेग परिवर्तित होता है।

16. (b) बिना उठाव वाले मार्ग पर, घर्षण आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है $\frac{mv^2}{r} = \mu mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu rg}$

अर्थात् घर्षण में वृद्धि के साथ-साथ, सुरक्षित वेग सीमा भी बढ़ती है।
जब मार्ग को θ कोण से उठाया जाता है तब इसका सीमांत वेग निम्न प्रकार से दिया जाता है $v = \sqrt{\frac{rg(\tan\theta + \mu)}{1 - \mu\tan\theta}}$

अर्थात् सीमांत वेग मार्ग के उठाव के साथ बढता है।

17. (d) यदि वस्तु की चाल नियत हो, तो सभी वक्राकार पथ संभव हैं। एक समान वृत्तीय गति में वस्तु की चाल नियत होती है परन्तु इसकी दिशा बदलती रहती है। जिसके कारण इसमें अशून्य त्वरण होता है।

18. (a) हम जानते हैं कि $W = Fs\cos\theta$

वृत्तीय गति में यदि $\theta = 90^o$ हो, तो $W = 0$

19. (d) वृत्तीय गति के दौरान, वस्तु के अंदर सीधी रेखा में गति करने की नियत प्रवृत्ति होती है।
वस्तु की यह प्रवृत्ति अपकेन्द्रीय नामक बल को जन्म देती है। अपकेन्द्रीय बल गतिशील वस्तु पर नहीं लगता है, गतिशील वस्तु पर लगने वाला बल केवल अभिकेन्द्रीय बल होता है। अपकेन्द्रीय बल, अभिकेन्द्रीय बल के स्रोत पर लगता है जो इसे पथ के केन्द्र से त्रैज्यीय बाहर की ओर विस्थापित करता है।

20. (c) अभिकेन्द्रीय बल निम्न सूत्र से परिभाषित किया जाता है,

$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow F \propto \frac{v^2}{r}$

यदि v तथा r दोनों का मान दो गुना कर दें तो F का मान भी दोगुना हो जायेगा।

21. (b) जब वाहन वृत्तीय पथ में गति करता है तब इसके भीतरी तथा बाहरी पहियों पर प्रतिक्रिया अलग-अलग होती है।

$R_{\text{भीतरी}} = \frac{M}{2}\left[g - \frac{v^2h}{ra}\right]$ तथा $R_{\text{बाहरी}} = \frac{M}{2}\left[g + \frac{v^2h}{ra}\right]$

क्रांतिक स्थिति में, $v_{\text{सुरक्षित}} = \sqrt{\frac{gra}{h}}$

यदि v इस क्रांतिक मान के बराबर अथवा अधिक है, तो भीतरी पहियों पर प्रतिक्रिया शून्य हो जाती है तथा यह जमीन को पहले छोड़ते हैं।

22. (c) सुरक्षित मोड़ के लिये, $\tan\theta \geq \frac{v^2}{rg}$

यहाँ से स्पष्ट है कि सुरक्षित रुप से मुड़ने के लिये v का मान कम तथा r का मान अधिक होना चाहिये। ऊर्ध्वाधर से झुकाव कोण भी वेग के मान में वृद्धि के साथ-साथ बढ़ता है।

23. (a) जब मार्ग उचित रुप से उठा हुआ नहीं होता है, तब वाहन के टायर तथा मार्ग के बीच लगने वाला घर्षण बल आंशिक रुप से आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है। जिसके कारण वाहनों के टायर घिस जाते हैं।

24. (d) जब दूध को पात्र में भरकर मथा जाता है तब इस पर बाहर की ओर अपकेन्द्रीय बल कार्य करता है, जिसके कारण क्रीम के कण दूध से पृथक हो जाते हैं।

25. (e) पृथ्वी की अपनी अक्ष पर घूर्णन गति के कारण, दोनों रेलगाडियों की पृथ्वी के सापेक्ष चाल भी अलग-अलग होगी तथा उन पर लगने वाला अभिकेन्द्रीय बल भी भिन्न होगा।

इसी तरह दोनों रेलगाड़ियों का प्रभावी भार $mg - \frac{mv^2}{r}$ तथा $mg + \frac{mv^2}{r}$ भिन्न होगा। इसलिये दोनों रेलगाड़ियाँ पटरी पर भिन्न-भिन्न दाब आरोपित करेंगी।

26. (d) घूमने वाली मेज की एक निश्चित चाल सीमा के अंदर, सिक्के तथा मेज के बीच लगने वाला घर्षण बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करेगा। परन्तु मेज की चाल और अधिक बढ़ाने पर घर्षण आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान नहीं कर पायेगा तथा सिक्का स्पर्श रेखीय दिशा में उड़ जायेगा।

द्वि-विमीय गति

SET Self Evaluation Test - 3

1. सड़कें वक्र पथ पर उठी हुई होती हैं जिससे

(a) गतिशील वाहन बाहर की तरफ न फिसलें

(b) वाहन एवं सड़क के बीच का घर्षण बल कम हो जाये

(c) टायरों का घिसना एवं फटना रोका जा सके

(d) वाहन का भार कम किया जा सके

2. एकसमान वृत्तीय गति में

(a) वेग एवं त्वरण दोनों अचर होते हैं

(b) त्वरण एवं चाल अचर होते हैं किन्तु वेग परिवर्तित होता है

(c) वेग एवं त्वरण दोनों परिवर्तित होते हैं

(d) त्वरण एवं चाल दोनों अचर रहते हैं

3. वृत्तीय पथ पर गतिशील वस्तु की बिना फिसले गति करने की आवश्यक शर्त क्या है, (यदि घर्षण गुणांक μ है)

(a) $\frac{mv^2}{r} \le \mu mg$ (b) $\frac{mv^2}{r} \ge \mu mg$

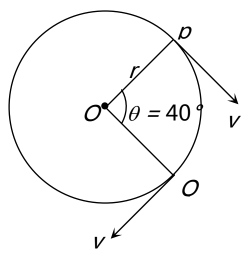
(c) $\frac{v}{r} = \mu g$ (d) $\frac{mv^2}{r} = \mu mg$

4. एक कार एकसमान चाल से समतल सड़क पर जा रही है। कार के भीतर हीलियम गैस से भरा गुब्बारा धागे से बाँधकर तली में बाँध दिया जाता है। धागा ऊर्ध्वाधर रहता है। अब कार चाल को नियत रखते हुऐ बायीं ओर मुड़ जाती है, तो गुब्बारा कार में

(a) ऊर्ध्वाधर ही रहेगा (b) वक्र पथ पर फट जावेगा

(c) दायीं ओर जायेगा (d) बायीं ओर जायेगा

5. एक कण r त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर एकसमान वेग v से गतिमान है। P से Q तक जाने में वेग में कण का परिवर्तन होगा। $(\angle POQ = 40°)$



(a) $2v\cos 40^o$

(b) $2v\sin 40^o$

(c) $2v\sin 20^o$

(d) $2v\cos 20^o$

6. एक पिण्ड r त्रिज्या के वृत्त में एक समान चाल v से चक्कर लगा रहा है, तो स्पर्श रेखीय त्वरण होगा

(a) $\frac{v}{r}$ (b) $\frac{v^2}{r}$

(c) शून्य (d) $\frac{v}{r^2}$

7. एक कण क्षैतिज तल में एकसमान वृत्तीय गति करता है। वृत्त की त्रिज्या 20 सेमी है। यदि कण पर लगने वाला अभिकेन्द्रीय बल 10 न्यूटन हो, तो उसकी गतिज ऊर्जा है

(a) 0.1 J (b) 0.2 J

(c) 2.0 J (d) 1.0 J

8. m द्रव्यमान का एक पिण्ड l लम्बाई की एक डोरी से बाँधकर ऊर्ध्वाधर तल में घुमाया जाता है। इसे निम्नतम बिन्दु पर कितना न्यूनतम क्षैतिज वेग दिया जाये कि यह एक चक्कर पूर्ण कर ले जबकि निलंबन बिन्दु ऊर्ध्वाधर वृत्त का केन्द्र है

(a) $v = \sqrt{2lg}$ (b) $v = \sqrt{3lg}$

(c) $v = \sqrt{4lg}$ (d) $v = \sqrt{5lg}$

9. एक कण किसी दी गई त्रिज्या R के वृत्तीय पथ पर नियत कोणीय वेग से गति करता है तथा इस पर अभिकेन्द्रीय बल F क्रियाशील रहता है। यदि कोणीय वेग को दोगुना कर दिया जाये और त्रिज्या वही रहे, तो नया बल होगा

(a) $2F$ (b) F^2

(c) $4F$ (d) $F/2$

10. प्रश्न 9 में, यदि कोणीय वेग वही रहे किन्तु त्रिज्या आधी कर दें, तो नया बल होगा

(a) $2F$ (b) F^2

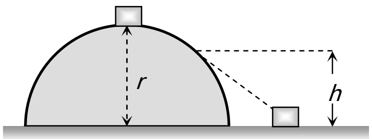
(c) $F/2$ (d) $F/4$

11. प्रश्न 9 में, यदि अभिकेन्द्रीय बल F को नियत रखें परन्तु कोणीय वेग को दोगुना कर दें, तो पथ की नई त्रिज्या होगी (वास्तविक त्रिज्या R है)

(a) $2R$ (b) $R/2$

(c) $R/4$ (d) $4R$

12. एक छोटी वस्तु जिसका द्रव्यमान m है, r त्रिज्या के अर्द्धगोले के शिखर से फिसल रही है। वस्तु एवं अर्द्ध-गोले के बीच कोई घर्षण बल नहीं लग रहा है। वह ऊँचाई, जहाँ पर वस्तु का अर्द्धगोले की सतह से सम्पर्क टूट जाता है, होगी



(a) $\frac{3}{2}r$ (b) $\frac{2}{3}r$

(c) $\frac{2}{3}r$ (d) $\frac{v^2}{2g}$

13. r मीटर लम्बाई की डोरी से बँधा हुआ $m kg$ द्रव्यमान का एक पिण्ड उर्ध्वाधर वृत्त में गति कर रहा है। वृत्त के शीर्ष एवं निम्नतम बिन्दु पर गतिज ऊर्जाओं का अन्तर होगा

(a) $\frac{mg}{r}$ (b) $\frac{2mg}{r}$

(c) $2mgr$ (d) mgr

14. एक कार r त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर रेखीय वेग v से गति कर रही है। यदि इसकी चाल a मीटर/सैकण्ड^2 के त्वरण से बढ़ रही है, तो परिणामी त्वरण का मान होगा

(a) $\sqrt{\left\{\frac{v^2}{r^2}-a^2\right\}}$ (b) $\sqrt{\left\{\frac{v^4}{r^2}+a^2\right\}}$

(c) $\sqrt{\left\{\frac{v^4}{r^2}-a^2\right\}}$ (d) $\sqrt{\left\{\frac{v^2}{r^2}+a^2\right\}}$

15. एक गेंद, जिसका द्रव्यमान 0.1 किग्रा है, एक डोरी से लटकी हुयी है। उसे 60° के कोण तक विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। जब गेंद अपनी मध्यमान स्थिति पर आती है, तो डोरी में तनाव होगा

(a) 19.6 *N* (b) 1.96 *N*

(c) 9.8 *N* (d) शून्य

16. एक हवाई जहाज क्षैतिज दिशा में 8.0×10^3 मीटर की ऊँचाई पर 200 मी/सै के वेग से उड़ रहा है। इससे एक लक्ष्य पर बम गिराना है। लक्ष्य से कितनी क्षैतिज दूरी पर बम को छोड़ना चाहिये

(a) 7.234 *km* (b) 8.081 *km*

(c) 8.714 *km* (d) 9.124 *km*

17. एक वस्तु को कुछ ऊँचाई से 20 मीटर प्रति सैकण्ड के क्षैतिज वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। 5 सैकण्ड के पश्चात् उसका वेग होगा ($g=10$ मीटर/सैकण्ड^2)

(a) 54 *m/sec* (b) 20 *m/sec*

(c) 50 *m/sec* (d) 70 *m/sec*

18. h ऊँचाई के मकान की छत पर खड़ा व्यक्ति एक कण ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर तथा दूसरा कण क्षैतिज दिशा में समान वेग u से फेंकता है। पृथ्वी की सतह पर पहुँचने पर कणों के वेगों का अनुपात होगा

(a) $\sqrt{2gh+u^2}:u$ (b) $1:2$

(c) $1:1$ (d) $\sqrt{2gh+u^2}:\sqrt{2gh}$

19. एक प्रक्षेप्य क्षैतिज से 30° का कोण बनाते हुये फेंका जाता है एवं इसकी परास R है। यदि उसी वेग से इसे 60° के कोण पर प्रक्षेपित करें, तो परास होगी

(a) R (b) $2R$

(c) $R/2$ (d) R^2

20. प्रक्षेप्य के उच्चतम बिन्दु पर उसकी

(a) गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है

(b) स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होती है

(c) गतिज ऊर्जा न्यूनतम होती है

(d) कुल ऊर्जा अधिकतम होती है

21. एक क्रिकेट की गेंद क्षैतिज से 30° का कोण बनाते हुये गतिज ऊर्जा K से फेंकी जाती है। इसकी उच्चतम बिन्दु पर गतिज ऊर्जा होगी

(a) शून्य (b) $K/4$

(c) $K/2$ (d) $3K/4$

22. एक तोप क्षैतिज तल पर रखी है और θ कोण बनाते हुये v_0 वेग से एक गोले को प्रक्षेपित करती है। तोप से D दूरी पर एक ऊर्ध्वाधर चट्टान है। तल से कितनी ऊँचाई पर गोला चट्टान से टकरायेगा

(a) $D\sin\theta - \frac{gD^2}{2v_0^2\sin^2\theta}$ (b) $D\cos\theta - \frac{gD^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$

(c) $D\tan\theta - \frac{gD^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$ (d) $D\tan\theta - \frac{gD^2}{2v_0^2\sin^2\theta}$

23. 50 मी/सै के वेग से एक पत्थर को 30° के कोण पर प्रक्षेपित किया गया है। 3 सैकण्ड पश्चात् यह एक दीवार को पार कर जाता है। दीवार से कितनी दूरी पर पत्थर जमीन से टकरायेगा ($g = 10$ मी/सै^{2})

(a) 90.2 m (b) 89.6 m

(c) 86.6 m (d) 70.2 m

24. m द्रव्यमान की एक गेंद पृथ्वी से 45° के कोण पर वेग v से फेंकी जाती है। यदि वायु प्रतिरोध नगण्य हो, तो पृथ्वी पर टकराते समय इसके संवेग में कुल परिवर्तन होगा

(a) $2mv$ (b) $\sqrt{2}\,mv$

(c) mv (d) $mv/\sqrt{2}$

25. एक m द्रव्यमान की गेंद को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है तथा दूसरी $2m$ द्रव्यमान की गेंद को ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। दोनों गेंदें हवा में समान समय के लिए रहती हैं, तो गेंदों द्वारा प्राप्त ऊँचाईयों का अनुपात है

(a) 2 : 1 (b) $1 : \cos\theta$

(c) 1 : 1 (d) $\cos\theta : 1$

26. एक कण को v वेग से इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि क्षैतिज तल पर उसकी परास, उसके द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई की दोगुनी है, कण की परास है (जबकि g गुरुत्वीय त्वरण है)

(a) $\frac{4v^2}{5g}$ (b) $\frac{4g}{5v^2}$

(c) $\frac{v^2}{g}$ (d) $\frac{4v^2}{\sqrt{5}g}$

Answers and Solutions

(SET -3)

1. (a) ऐसा करने से वाहन के भार का घटक आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है।

2. (c) यद्यपि दोनों का परिमाण नियत रहता है परन्तु उनकी दिशा परिवर्तित होती है।

3. (a) घर्षण बल का मान आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल से अधिक अथवा उसके बराबर होना चाहिये अर्थात् $\mu mg \geq \frac{mv^2}{r}$

4. (d) गुब्बारे के बाहरी ओर हवा अधिक भारी है इसलिये इसमें दायीं ओर जाने की प्रवृत्ति अधिक होगी और यह गुब्बारे को बायीं ओर बनाये रखेगी। (यहाँ यह मान लिया गया है कार वायुरोधी (air proof) है)

5. (c) वेग में परिवर्तन = $2v\sin(\theta/2) = 2v\sin 20°$

6. (c) एक समान वृत्तीय गति में सिर्फ अभिकेन्द्रीय त्वरण कार्य करता है।

7. (d) $\frac{mv^2}{r} = 10 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 10 \times \frac{r}{2} = 1\,J$

8. (d) ऊर्ध्वाधर तल में चक्कर पूरा करने के लिये निम्नतम बिन्दु पर वस्तु का वेग $\sqrt{5gl}$ होना चाहिये।

9. (c) $F = m\omega^2 R \;\therefore\; F \propto \omega^2$ (m तथा R नियत है)
यदि कोणीय वेग का मान दोगुना कर दें, तो बल का मान चार गुना हो जायेगा।

10. (c) $F = m\omega^2 R \;\therefore\; F \propto R$ (m तथा ω नियत है)
यदि पथ की त्रिज्या का मान आधा कर दें तो बल का मान भी आधा हो जायेगा।

11. (c) $F = m\omega^2 R \;\therefore\; R \propto \frac{1}{\omega^2}$ (m तथा F नियत है)
यदि ω को दोगुना कर दें तो त्रिज्या का मान 1/4 गुना हो जायेगा अर्थात् $R/4$

12. (b)

13. (c) गतिज ऊर्जा में अन्तर = स्थितिज ऊर्जा में अन्तर = $2mgr$

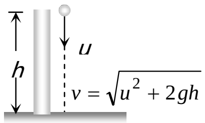
14. (b) $a_{\text{परिणामी}} = \sqrt{a^2_{\text{त्रिज्य रेखीय}} + a^2_{\text{स्पर्श रेखीय}}} = \sqrt{\frac{v^4}{r^2} + a^2}$

15. (b) $T = mg + \frac{mv^2}{l} = mg + \frac{m}{l}[2gl(1-\cos\theta)]$
$= mg + 2mg(1-\cos 60°) = 2mg = 2 \times 0.1 \times 9.8 = 1.96\,N$

16. (b) बम के द्वारा तय की गयी क्षैतिज दूरी $S = u \times t$
$= 200 \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 200 \times \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 10^3}{9.8}} = 8.081\,km$

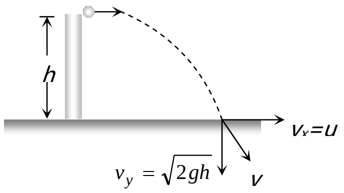
17. (a) क्षैतिज वेग $v_x = 20\,m/s$
ऊर्ध्वाधर वेग $v_y = u + gt = 0 + 10 \times 5 = 50\,m/\text{sec}$
कुल वेग $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(20)^2 + (50)^2} = 54\,m/s$

18. (c) जब कण को ऊर्ध्वाधर नीचे की दिशा में u वेग से फेंका जाता है तो जमीन पर पहुँचते समय कण का अंतिम वेग होगा



$v^2=u^2+2gh \therefore v=\sqrt{u^2+2gh}$

दूसरे कण को समान वेग से क्षैतिज दिशा में फेंका जाता है*** तो जमीन पर पहुँचते समय कण का वेग होगा



वेग का क्षैतिज घटक $v_x=u$

$\therefore$ परिणामी वेग $v=\sqrt{u^2+2gh}$

दोनों कणों के लिये जमीन पर पहुँचते समय अंतिम वेग समान होंगे।

19. (a) पूरक कोणों के लिये क्षैतिज परास समान होती है।

20. (c) पथ के उच्चतम बिन्दु पर, स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होती है, इसलिये गतिज ऊर्जा न्यूनतम होगी।

21. (d) उच्चतम बिन्दु पर गतिज ऊर्जा

$$K'=K\cos^2\theta=K\cos^2 30=K\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3K}{4}$$

22. (c) क्षैतिज दिशा के साथ किसी कोण पर फेंके गये प्रक्षेप्य की गति का समीकरण

$$y=x\tan\theta-\frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta}$$

$x=D$ व $u=v_0$ रखने पर

$$h=D\tan\theta-\frac{gD^2}{2u_0^2\cos^2\theta}$$

23. (c) उड्डयन काल $=\frac{2u\sin\theta}{g}=\frac{2\times 50\times 1}{2\times 10}=5\,s$

दीवार को पार करने में लगा समय = 3 *sec* (दिया है)

दीवार को पार करने के बाद हवा में लगा समय = (5 – 3) = 2 *sec*

$\therefore$ दीवार पार करने के पश्चात् तय की गयी दूरी $=(u\cos\theta)t$

$$=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=86.6\,m$$

24. (b) संवेग में परिवर्तन= $2mv\sin\theta=2mv\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}mv$

25. (c) चूँकि दोनों गेंदें समान समय अंतराल के लिये हवा में रहती हैं अतः दोनो गेंदों के वेग के ऊर्ध्वाधर घटक भी समान होंगे।

26. (a) $R=2H$ दिया गया है

हम जानते हैं कि $R=4H\cot\theta \Rightarrow \cot\theta=\frac{1}{2}$

चित्रानुसार, त्रिभुज से हम कह सकते हैं कि $\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ प्रक्षेप्य की परास $R=\frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}$

$$=\frac{2v^2}{g}\times\frac{2}{\sqrt{5}}\times\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{4v^2}{5g}$$