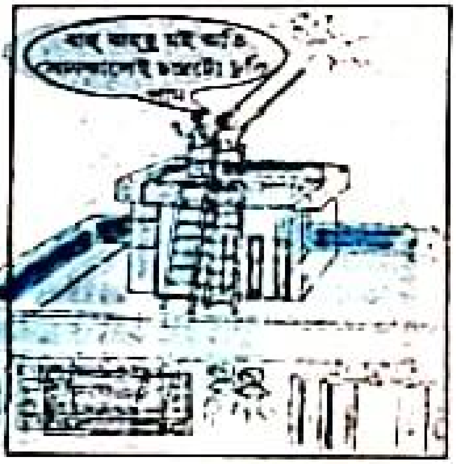
ত্রিভুজ
(Triangles)

ষষ্ঠ অধ্যায়

6.1. অৱতাৰণা (Introduction)

বিভিন্ন ত্রিভুজ আৰু এইসমূহৰ ধৰ্ম সম্পৰ্কে তোমালোক পূৰ্বৰ শ্ৰেণীবিলাকতেই সুপৰিচিত। নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে ত্রিভুজৰ সৰ্বসমতা সম্পৰ্কে বিস্তাৰিতভাৱে অধ্যয়ন কৰিছা। মনত পেলোৱা যে দুটা নক্সা বা চিত্ৰ সৰ্বসম বুলি কোৱা হ'ব যদিহে সিহঁত একে আকৃতি আৰু একে আকাৰৰ হয়। এই অধ্যায়ত আমি সেই চিত্ৰবিলাকৰ বিষয়েহে অধ্যয়ন কৰিম যিবিলাকৰ আকৃতি একে, কিন্তু আকাৰ একে হোৱাটো প্ৰয়োজনীয় নহয়। দুটা চিত্ৰৰ যদি আকৃতি একে (কিন্তু আকাৰ একে হোৱাটো প্ৰয়োজনীয় নহয়) তেনেহ'লে সিহঁতক সদৃশ চিত্ৰ (*similar figures*) বুলি কোৱা হয়। বিশেষকৈ, আমি ত্রিভুজৰ সাদৃশ্য সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিম আৰু এই জ্ঞান প্ৰয়োগ কৰি আগতে শিকি অহা পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যৰ এটা সৰল প্ৰমাণ আগবঢ়াম।

তোমালোকে বাৰু অনুমান কৰিব পাৰানে কেনেকৈনো পৰ্বতবিলাকৰ উচ্চতা (ধৰা মাউণ্ট এভাৰেষ্ট) বা বহু আঁতৰত থকা বস্তুৰ (ধৰা চন্দ্ৰ) দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰে?



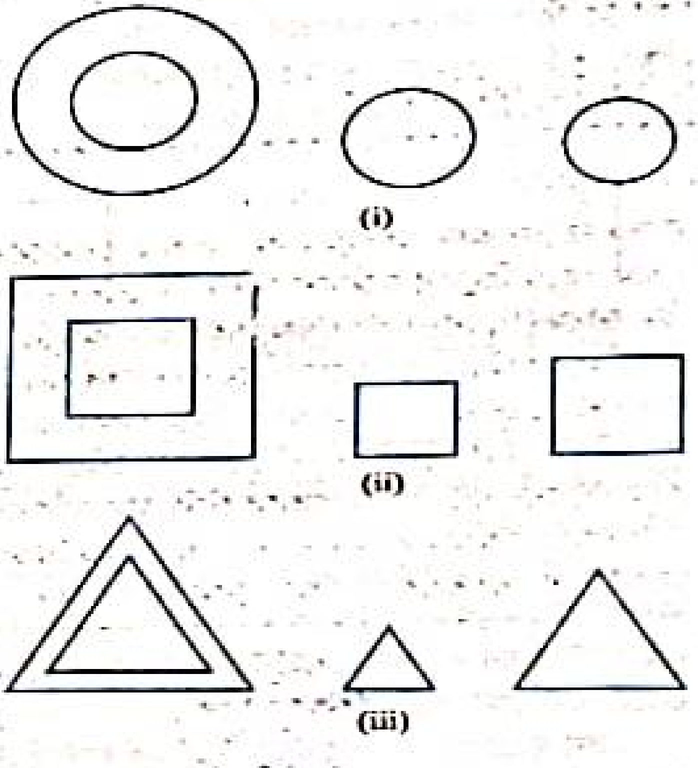
তোমালোকে ভাবা নেকি যে জোখ লোৱা ফিটাৰে এইবিলাক পোনপটে জোখে? দৰাচলতে, এই ধৰণৰ উচ্চতা আৰু দূৰত্ববিলাক পৰোক্ষ জোখ-মাপৰ ধাৰণাৰে উলিওৱা হয়, যিটো চিত্ৰৰ সাদৃশ্যৰ ধৰ্মৰ ওপৰত প্ৰতিষ্ঠিত (উদাহৰণ 7 আৰু অনুশীলনী 6.3ৰ Q.15 চোৱা। লগতে এই কিতাপৰ অষ্টম আৰু নৱম অধ্যায় চোৱা।)

6.2 সদৃশ চিত্ৰ (Similar Figures)

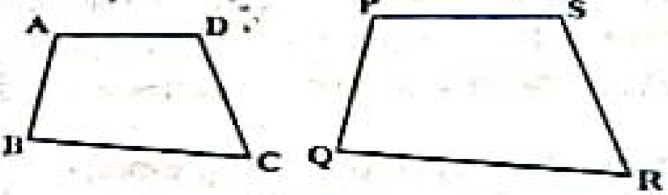
নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে দেখিছা যে একে ব্যাসাৰ্ধৰ সকলোবোৰ বৃত্ত, একে দৈৰ্ঘ্যৰ বাহুৰ সকলোবোৰ বৰ্গ আৰু একে দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু থকা সকলোবোৰ সমবাহু ত্ৰিভুজ সৰ্বসম।

যিকোনো দুটা (বা তাতকৈ বেছি) বৃত্ত লোৱা। [চিত্ৰ 6.1 (i) চোৱা]। ইহঁত সৰ্বসম হয়নে? যিহেতু ইহঁতৰ সকলোৰে ব্যাসাৰ্ধ একে নহয়, গতিকে ইহঁত ইটোৰ লগত সিটো সদৃশ নহয়। মন কৰিবা যে ইহঁতৰ কিছুমান সৰ্বসম হয় আৰু কিছুমান নহয়। কিন্তু ইহঁতৰ সকলোৰে আকৃতি একে। ইহঁত সকলোবোৰ সদৃশ। দুটা সদৃশ চিত্ৰৰ আকৃতি একে, কিন্তু আকাৰ একে হোৱাটো প্ৰয়োজনীয় নহয়। সেইকাৰণে, সকলোবোৰ বৃত্তই সদৃশ। দুটা (বা ততোধিক) বৰ্গৰ ক্ষেত্ৰত অথবা দুটা (বা ততোধিক) সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত এই কথাটো কেনে ধৰণৰ [চিত্ৰ 6.1ৰ (ii) আৰু (iii) চোৱা]? বৃত্তৰ ক্ষেত্ৰত লক্ষ্য কৰাৰ দৰে ইয়াতো কব পাৰি যে, সকলোবোৰ বৰ্গই সদৃশ আৰু সেইদৰে সকলোবোৰ সমবাহু ত্ৰিভুজেই সদৃশ।

ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা কব পাৰো যে সকলোবোৰ সৰ্বসম চিত্ৰই সদৃশ, কিন্তু



চিত্ৰ 6.1

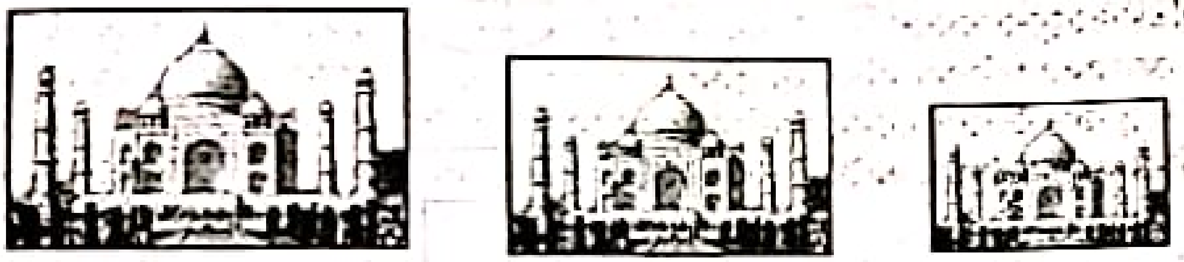


চিত্ৰ 6.2

সদৃশ চিত্ৰবোৰ সৰ্বসম নহ'বও পাৰে।

এটা বৃত্ত আৰু এটা বৰ্গ সদৃশ হ'ব পাৰেনে? এটা ত্ৰিভুজ আৰু এটা বৰ্গ সদৃশ হ'ব পাৰেনে? চিত্ৰবোৰলৈ মন কৰিলেই এই প্ৰশ্নবিলাকৰ উত্তৰ দিব পাৰি (চিত্ৰ 6.1 চোৱা)। স্পষ্টভাৱে এই চিত্ৰবোৰ সদৃশ নহয়। (কিয়?)

ABCD আৰু PQRS এই চতুৰ্ভুজ দুটাৰ বিষয়ে তোমালোকে কি ক'বা (চিত্ৰ 6.2 চোৱা)? ইহঁত সদৃশ হয়নে? দেখাত ইহঁতক সদৃশ যেনেই লাগে, কিন্তু আমি নিশ্চিত নহয়। সেই কাৰণে আমাক চিত্ৰৰ সাদৃশ্য সম্পৰ্কে কেতবোৰ সংজ্ঞা লাগে আৰু এই সংজ্ঞাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি কিছুমান নিয়মৰ প্ৰয়োজন যাতে দুটা চিত্ৰ সদৃশ হয়নে নহয় ক'ব পৰা যায়। এই কাৰণে চিত্ৰ 6.3 ত দিয়া ফটোবিলাক মন কৰো আঁহা।



চিত্ৰ 6.3

তোমালোকে তৎক্ষণাৎ ক'ব পাৰিবা যে এই ফটোবিলাক একেটা কীৰ্তিস্তম্ভৰে (তাজমহল)। কিন্তু ইহঁতৰ আকাৰ বেলেগে বেলেগ। তোমালোকে ক'বানে যে এই ফটো তিনিখন সদৃশ। নিশ্চয় হয়, ইহঁত সদৃশ।

এতিয়া তোমালোকে একেজন মানুহৰে একে আকাৰৰ দুখন ফটো সম্পৰ্কত কি ক'বা যদিহে এখন ফটো মানুহজনৰ 10 বছৰ বয়সত আৰু আনখন মানুহজনৰ 40 বছৰ বয়সত তোলা হৈছিল? এই ফটো দুখন সদৃশনে? এই ফটো দুখনৰ আকাৰ একে যদিও কিন্তু আকৃতি নিশ্চয় একে নহয়। সেয়ে এই দুখন সদৃশ নহয়।

এজন ফটোগ্ৰাফাৰে একেখন নিগেটিভৰ পৰা বেলেগ বেলেগে আকাৰৰ ফটো প্ৰিন্ট কৰোঁতে কি কৰে? তোমালোকে নিশ্চয় 'ষ্টাম্প চাইজ', 'পাছপৰ্ট চাইজ' আৰু 'পষ্টকাৰ্ড চাইজ' ফটোৰ বিষয়ে শুনিছা। সাধাৰণতে ফটোগ্ৰাফাৰ গৰাকীয়ে প্ৰথমতে এখন সৰু আকাৰৰ ধৰা 35mm, ফিল্মত ফটোখন তোলে। তাৰ পিছত তেওঁ ইয়াকে 45mm বা 55mm আকাৰলৈ ডাঙৰ কৰে। গতিকে, যদি তোমালোকে সৰু ফটোখনৰ এডাল ৰেখাখণ্ড লোৱা, তেনেহ'লে ডাঙৰ ফটোখনত এই ৰেখাখণ্ডৰ অনুৰূপ ৰেখাখণ্ডডাল প্ৰথমডালৰ $\frac{45}{35}\left(\text{বা } \frac{55}{35}\right)$ গুণ হ'ব। ইয়াৰ প্ৰকৃত অৰ্থ হ'ল যে ফটোখনৰ সকলোবোৰ ৰেখাখণ্ড 35:45 (বা 35:55) অনুপাতত ডাঙৰ কৰা (এনলাৰ্জ কৰা)

হয়। ইয়াকে এইদৰেও ক'ব পাৰি যে ডাঙৰ ফটোখনৰ সকলোবোৰ ৰেখাখণ্ড 45:35 (বা 55:35) অনুপাতত হ্ৰাস কৰা হয়। তদুপৰি তোমালোকে যদি বেলেগ আকাৰৰ দুয়োখন ফটোৰে পৰস্পৰ এযোৰ ৰেখাখণ্ড মাজৰ হেলন (বা কোণ) লোৱা, তেন্তে তোমালোকে দেখিবা যে এই হেলনবোৰ (বা কোণবোৰ) সদায় সমান। এয়েই হৈছে দুটা চিত্ৰৰ, বিশেষতঃ দুটা বহুভুজৰ, সাদৃশ্যৰ মূল কথা। আমি কওঁ যে—

সমসংখ্যক বাহুৰ দুটা বহুভুজ সদৃশ হ'ব যদিহে—

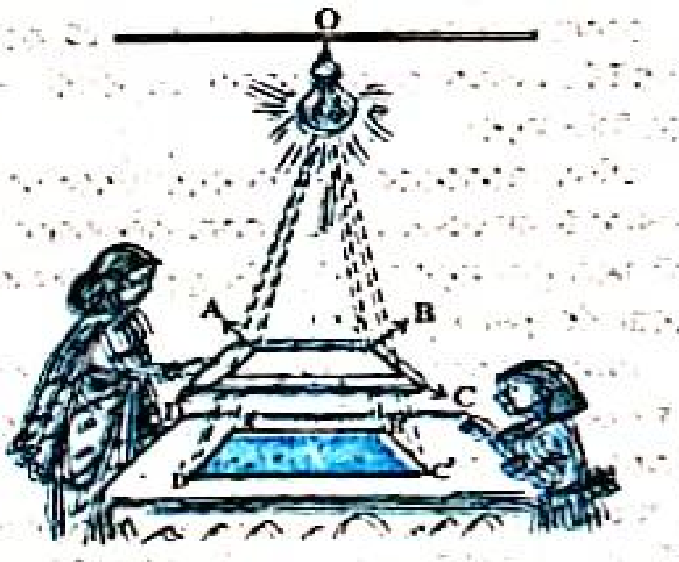
(*i*) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান আৰু

(*ii*) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত (বা সমানুপাতত) থাকে।

মন কৰিবা যে অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ একে অনুপাতটোক বহুভুজবিলাকৰ ক্ষেত্ৰত স্কেল গুণনীয়ক বা প্ৰতিনিধিত্বমূলক ভগ্নাংশ (*scale factor* বা *Representative Fraction*) বুলি উল্লেখ কৰা হয়। তোমালোকে নিশ্চয় শুনিছা যে পৃথিবীৰ মানচিত্ৰ (অৰ্থাৎ গোলকীয় মানচিত্ৰ) বা অট্টালিকা নিৰ্মাণৰ ব্লু প্ৰিণ্ট উপযোগী স্কেল গুণনীয়ক আৰু কিছুমান নিৰ্দিষ্ট পৰম্পৰা মানি তৈয়াৰ কৰা হয়।

চিত্ৰৰ সাদৃশ্যৰ বিষয়ে অধিক স্পষ্টকৈ বুজিবৰ কাৰণে আমি তলত দিয়া কাৰ্যৰ বিধিটো কৰি চাওঁ আহা :

কাৰ্যবিধি- 1 : তোমাৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ চিলিঙৰ পৰা এটা লাইটৰ বাল্ব ওলোমাই দিয়া (ধৰা O বিন্দুৰ পৰা) আৰু ইয়াৰ ঠিক তলতে এখন টেবুল থোৱা। এতিয়া এটা বহুভুজ, ধৰা এটা চতুৰ্ভুজ ABCD, সমান ডাঠৰ কলা এচটাৰ পৰা কাটি লোৱা হ'ল আৰু এই খনক ভূমিৰ সমান্তৰালকৈ টেবুল আৰু বাল্বটোৰ মাজত ধৰা হ'ল। এনে অৱস্থাত ABCD ৰ এটা ছাঁ টেবুলৰ ওপৰত পৰিব। এই ছাঁটোৰ বাহিৰটো A'B'C'D' হিচাপে চিহ্নিত কৰা (চিত্ৰ 6.4 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.4

মন কৰা যে A'B'C'D' চতুৰ্ভুজটো ABCD চতুৰ্ভুজৰ বৰ্ধিতৰূপ বা বিবৰ্ধন। এইটো পোহৰৰ ৰশ্মি সৰলৰেখাত গতি কৰা ধৰ্মৰ বাবে ঘটিছে। তোমালোকে এইটোও মন কৰিব পাৰা যে A' বিন্দুটো OA ৰশ্মিৰ ওপৰত, B' বিন্দুটো OB ৰশ্মিৰ ওপৰত, C' বিন্দুটো OC ৰশ্মিৰ ওপৰত আৰু D' বিন্দুটো OD ৰশ্মিৰ ওপৰত আছে। গতিকে A'B'C'D' আৰু ABCDৰ আকৃতি একেই, কিন্তু আকাৰ বেলেগ।

গতিকে, A'B'C'D' চতুৰ্ভুজটো ABCD চতুৰ্ভুজটোৰ সৈতে সদৃশ। আমি এইদৰেও ক'ব পাৰো যে ABCD চতুৰ্ভুজটো A'B'C'D' চতুৰ্ভুজটোৰ সৈতে সদৃশ।

ইয়াত তোমালোকে এইটোও মন কৰিছা নিশ্চয় যে এটা চতুৰ্ভুজৰ এটা শীৰ্ষৰ লগত আনটো চতুৰ্ভুজৰ অনুৰূপ শীৰ্ষটো সম্পৰ্কিত অৰ্থাৎ A' ৰ লগত A, B' ৰ লগত B, C' ৰ লগত C আৰু D' ৰ লগত D সম্পৰ্কিত। এই সম্পৰ্কক প্ৰতীকৰ সহায়ত এইদৰে দেখুওৱা হয়, যেনে : A' ↔ A, B' ↔ B, C' ↔ C আৰু D' ↔ D। প্ৰকৃতপক্ষে যদি দুয়োটা চতুৰ্ভুজৰ কোণ আৰু বাহুবিলাকৰ জোখ লোৱা হয় তেন্তে তোমালোকে দেখুৱাব পাৰিবা যে

(i) $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, $\angle D = \angle D'$ আৰু

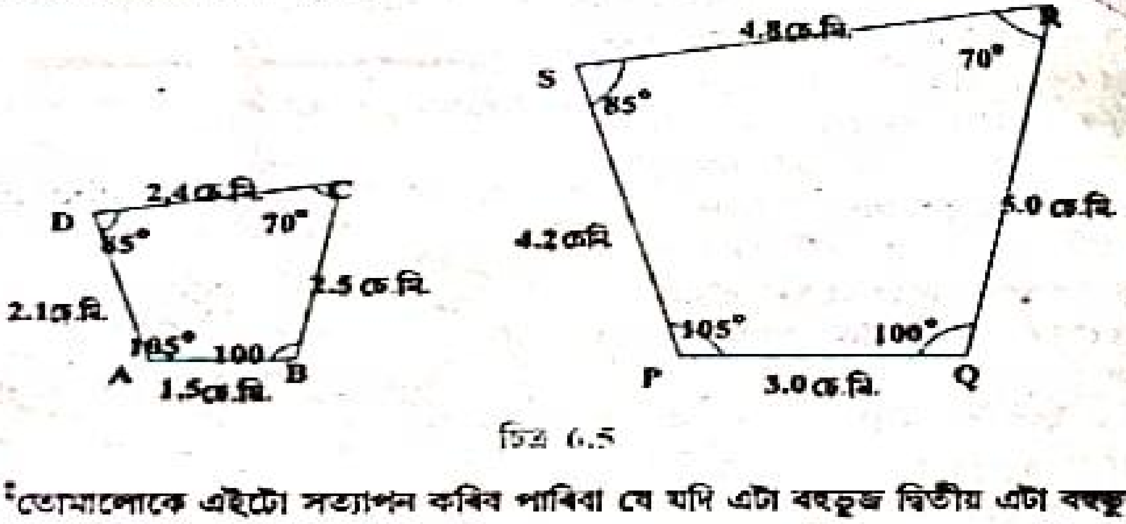
(ii) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'}$.

ইয়াদ্বাৰা এইটো পুনৰ নিশ্চিত হ'ল যে সমসংখ্যক বাহুৰ দুটা বহুভুজ সদৃশ হ'ব যদিহে

(*i*) দুয়োটাৰে অনুৰূপ কোণবিলাক সমান আৰু

(*ii*) অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত (বা সমানুপাতত) থাকে।

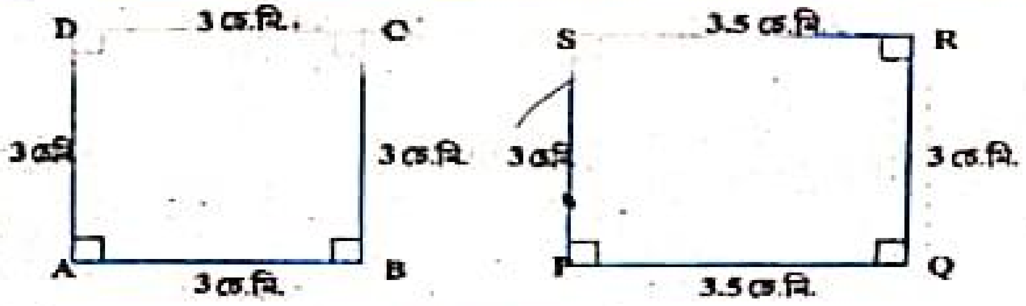
ওপৰৰ এই কথাখিনিৰ ভিত্তিত তোমালোকে সহজে ক'ব পাৰিবা যে চিত্ৰ 6.5 ত দিয়া ABCD আৰু PQRS চতুৰ্ভুজ দুটা সদৃশ।



চিত্ৰ 6.5

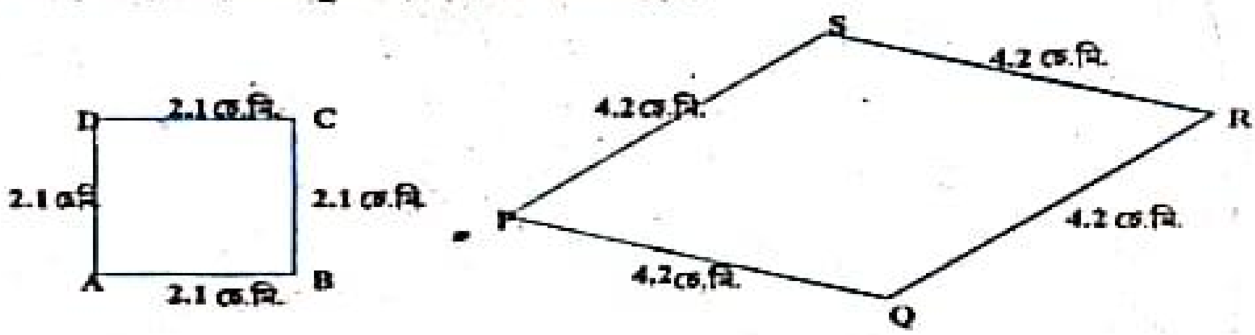
মন্তব্য : তোমালোকে এইটো সত্যাপন কৰিব পাৰিবা যে যদি এটা বহুভুজ দ্বিতীয় এটা বহুভুজৰ সদৃশ আৰু এই দ্বিতীয় বহুভুজটো তৃতীয় এটা বহুভুজৰ সদৃশ তেনেহ'লে প্ৰথম বহুভুজটো তৃতীয় বহুভুজৰ সদৃশ হ'ব।

তোমালোকে মন কৰিছা নিশ্চয় যে চিত্ৰ 6.6 ত দিয়া চতুৰ্ভুজ দুটাৰ (এটা বৰ্গ আৰু আনটো আয়ত) অনুৰূপ কোণ বিলাক সমান। কিন্তু সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহু বিলাক একে অনুপাতত নাই।



চিত্ৰ 6.6

সেইকাৰণে, এই চতুৰ্ভুজ দুটা সদৃশ নহয়। একেদৰে তোমালোকে মন কৰিছা নিশ্চয় যে চিত্ৰ 6.7 ত দিয়া চতুৰ্ভুজ দুটাৰ (এটা বৰ্গ আৰু আনটো ৰম্বাচ) অনুৰূপ বাহুবিলাক একে অনুপাতত আছে, কিন্তু সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান নহয়।



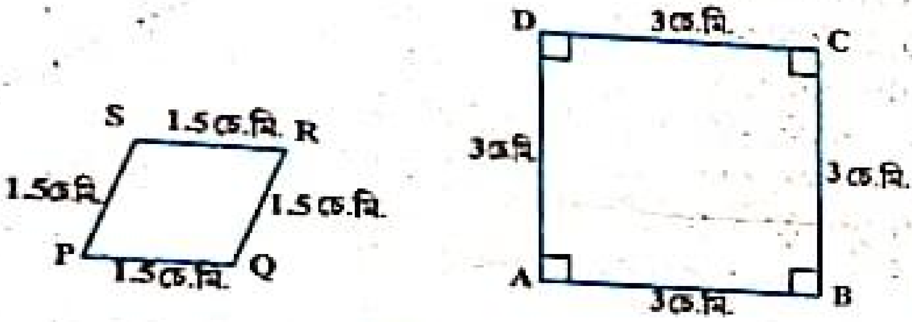
চিত্ৰ 6.7

গতিকে ইয়াৰপৰা বুজা গ'ল যে ওপৰত দিয়া বহুভুজৰ সাদৃশ্য সম্পৰ্কীয় চৰ্ত (*i*) আৰু (*ii*) ৰ যিকোনো এটা হ'লেই বহুভুজ দুটা সদৃশ হ'বৰ বাবে যথেষ্ট নহয়।

অনুশীলনী : 6.1

1. কাষৰ বন্ধনীত দিয়া শুদ্ধ শব্দৰ সহায়ত খালী ঠাই পূৰ কৰা—
   - (i) সকলোবোৰ বৃত্তই ______. (সৰ্বসম, সদৃশ)
   - (ii) সকলোবোৰ বৰ্গই ______. (সদৃশ, সৰ্বসম)
   - (iii) সকলো ______ ত্ৰিভুজ সদৃশ (সমদ্বিবাহু, সমবাহু)
   - (iv) সমসংখ্যক বাহু থকা দুটা বহুভুজ সদৃশ হ'ব যদিহে (a) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবিলাক ______ আৰু (b) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহু বিলাক ______. (সমান, সমানুপাতিক)

2. তলত উল্লেখ কৰা বিলাকৰ দুটা ভিন্ন উদাহৰণ দিয়া :
   (i) এযোৰ সদৃশ চিত্ৰৰ
   (ii) এযোৰ অসদৃশ চিত্ৰৰ
3. তলত দিয়া চতুৰ্ভুজ দুটা সদৃশ হয়নে নহয় উল্লেখ কৰা—



চিত্ৰ 6.8

6.3. ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্য (Similarity of Triangles)

দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্য সম্পৰ্কে তোমালোকে কি ক'বা?

তোমালোকে মনত পেলোৱা যে ত্ৰিভুজো হৈছে এটা বহুভুজ। গতিকে তোমালোকে দুটা ত্ৰিভুজ সদৃশ হ'বৰ কাৰণে একে কেইটা চৰ্তকেই উল্লেখ কৰিব পাৰিবা অৰ্থাৎ, দুটা ত্ৰিভুজ সদৃশ হ'ব, যদিহে—

(*i*) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান আৰু

(*ii*) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত (বা সমানুপাতত) থাকে।

মনত ৰাখিবা যে যদি দুটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ কোণবিলাক সমান তেন্তে সিহঁতক সমান কোণী (বা সমকৌণীক) ত্ৰিভুজ (*equiangular triangles*) বোলে। বিখ্যাত গ্ৰীক গণিতজ্ঞ থেলছে দুটা সমানকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ সত্য উল্লেখ কৰিছিল। এইটো হ'ল

দুটা সমানকোণী ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা অনুৰূপ বাহুৰ অনুপাত সদায় একে।

কোৱা হয় যে তেওঁ ইয়াৰ বাবে এটা উপপাদ্যৰ ফলাফল ব্যৱহাৰ কৰিছিল যিটোক মৌলিক সমানুপাতিকতা উপপাদ্য (*Basic Proportionality Theorem*) বোলা হয়। ইয়াক

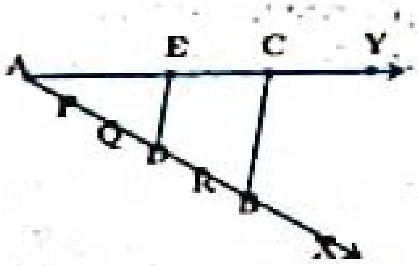
Thales
(640 – 546 B.C.)

আজি কালি থেলছ্ উপপাদ্য (*Thales Theorem*) বুলি জনা যায়।

'মৌলিক সমানুপাতিকতা উপপাদ্য'টো বুজিবৰ কাৰণে তলত দিয়া কাৰ্য্যবিধিটো কৰো আঁহ্য।

কাৰ্য্যবিধি – 2 : এটা কোণ XAY অংকন কৰা আৰু ইয়াৰ এটা বাহু AX ৰ ওপৰত কেইটামান বিন্দু (ধৰা 5 টা বিন্দু) P, Q, D, R আৰু B লোৱা যাতে AP = PQ = QD = DR = RB হয়।

এতিয়া B বিন্দুয়েদি AY ৰেখাক ছেদ কৰাকৈ C বিন্দুলৈ যিকোনো এডাল ৰেখা অংকন কৰা (চিত্ৰ 6.9 চোৱা।) আকৌ D বিন্দুৰেদি BCৰ সমান্তৰালকৈ ACৰ E বিন্দুত ছেদ কৰাকৈ এডাল ৰেখা টানা। আমাৰ অংকনৰ পৰা বাৰু তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছানে

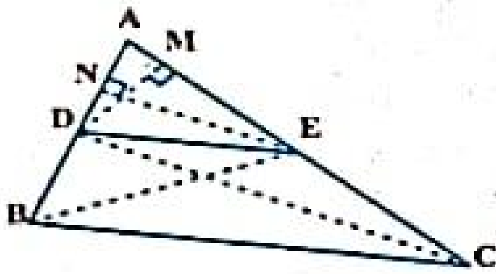


চিত্ৰ 6.9

যে $\frac{AD}{DB}=\frac{3}{2}$? তোমালোকে AE আৰু EC ৰ জোখ লোৱা। $\frac{AE}{EC}$ নো কিমান? মন কৰিবা যে $\frac{AE}{EC}$ৰ মানো $\frac{3}{2}$ৰ সমান। গতিকে ΔABCৰ পৰা তোমালোকে দেখিবা যে DE ∥ BC আৰু $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$। এইটো বাৰু বাস্তৱিক কোনো কাৰণ নথকাকৈ ঘটা ঘটনানে? নহয়, ই তলৰ উপপাদ্যটোৰ কাৰণেহে ঘটিছে (উপপাদ্যটো মৌলিক সমানুপাতিকতা উপপাদ্য হিচাপে জনাজাত)

উপপাদ্য 6.1 : যদি এডাল ৰেখা কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ সমান্তৰালকৈ টনা হয় আৰু ৰেখাডালে আন দুটা বাহুক দুটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুত ছেদ কৰে তেনেহ'লে সেই বাহু দুটা একে অনুপাতত বিভক্ত হ'ব।

প্ৰমাণ : আমাক ABC এটা ত্ৰিভুজ দিয়া আছে আৰু ইয়াৰ BC ৰেখাৰ সমান্তৰালকৈ টনা ৰেখাডালে আন দুটা বাহু AB আৰু AC ক ক্ৰমে D আৰু E বিন্দুত ছেদ কৰিছে। (চিত্ৰ 6.10 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.10

এতিয়া আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

এতিয়া BE আৰু CD সংযোগ কৰা হ'ল আৰু DM ⊥ AC আৰু EN ⊥ AB টনা হ'ল।

এতিয়া, ΔADE ৰ কালি = ($\frac{1}{2}$ ভূমি × প্ৰস্থ) = $\frac{1}{2}$ AD × EN

মনত পেলোৱা যে নৱম শ্ৰেণীত ΔADE ৰ কালিক ar(ADE)ৰে বুজোৱা হৈছিল।

গতিকে, $ar(ADE) = \frac{1}{2} AD \times EN$

একেদৰে, $ar(BDE) = \frac{1}{2} DB \times EN$, $ar(ADE) = \frac{1}{2} AE \times DM$ আৰু

$ar(DEC) = \frac{1}{2} EC \times DM.$

গতিকে, $$\frac{ar(ADE)}{ar(BDE)} = \frac{\frac{1}{2} AD \times EN}{\frac{1}{2} DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \quad ..... (1)$$

আৰু $$\frac{ar(ADE)}{ar(DEC)} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DM}{\frac{1}{2} EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \quad ..... (2)$$

মন কৰা যে ΔBDE আৰু DEC একে ভূমি DE ৰ ওপৰত আছে আৰু লগতে BC আৰু DE সমান্তৰাল ৰেখা দুডালৰ মাজত অৱস্থিত।

গতিকে, $ar(BDE) = ar(DEC)$ ..... (3)

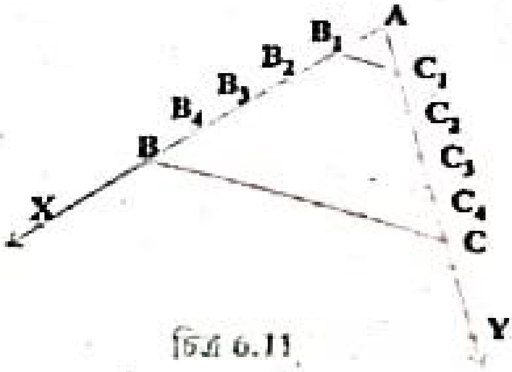
গতিকে, (1), (2) আৰু (3) ৰ পৰা আমি পাওঁ যে

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \qquad \blacksquare$$

এই উপপাদ্যটোৰ বিপৰীতটো সত্য হয়নে? (বিপৰীতৰ অৰ্থৰ বাবে তোমালোকে পৰিশিষ্ট 1 চোৱা)। এইটো পৰীক্ষা কৰি চাবৰ বাবে আমি তলৰ কাৰ্যাবিধিটো কৰি চাওঁ আহা।

কাৰ্যাবিধি - 3 : তোমালোকৰ বহীত XAY কোণ এটা আঁকা আৰু ইয়াৰ AX ৰশ্মিৰ ওপৰত B_1, B_2, B_3, B_4 আৰু B বিন্দুকেইটা দাগ দিয়া যাতে $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B$.

একেদৰে, AY ৰশ্মিৰ ওপৰত C_1, C_2, C_3, C_4 আৰু C বিন্দুকেইটা দাগ দিয়া যাতে $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C$ হয়। এতিয়া B_1C_1 আৰু BC সংযোগ কৰা। (চিত্ৰ 6.11চোৱা)।



চিত্ৰ 6.11

মন কৰিবা যে, $\frac{AB_1}{B_1B} = \frac{AC_1}{C_1C}$ (প্ৰতিটোৱেই $\frac{1}{4}$ ৰ সমান)

তোমালোকে এইটোও দেখিছা যে B_1C_1 আৰু BC পৰস্পৰ সমান্তৰাল,

অৰ্থাৎ, $B_1C_1 \parallel BC$ ..... (1)

একেদৰে B_2C_2, B_3C_3 আৰু B_4C_4 সংযোগ কৰিলে দেখিবা যে

$\frac{AB_2}{B_2B} = \frac{AC_2}{C_2C}\left(=\frac{2}{3}\right)$ আৰু $B_2C_2 \parallel BC$ ..... (2)

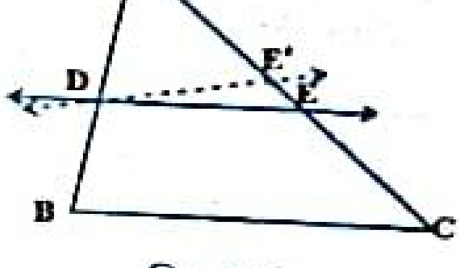
$\frac{AB_3}{B_3B} = \frac{AC_3}{C_3C}\left(=\frac{3}{2}\right)$ আৰু $B_3C_3 \parallel BC$ ..... (3)

$\frac{AB_4}{B_4B} = \frac{AC_4}{C_4C}\left(=\frac{4}{1}\right)$ আৰু $B_4C_4 \parallel BC$ ..... (4)

(1), (2), (3) আৰু (4)ৰ পৰা দেখা পোৱা যাব যে যদি এডাল ৰেখাই এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুক একে অনুপাতত ভাগ কৰে তেন্তে সেই ৰেখাডাল তৃতীয় বাহুটোৰ সমান্তৰাল হয়।

তোমালোকে বেলেগ বেলেগ মাপৰ XAY কোণ লৈ আৰু AX আৰু AY বাহুত যিকোনো সংখ্যক সমান খণ্ডক লৈ এই কাৰ্য্যটো কেইবাবাৰো কৰি চাব পাৰা। প্ৰতিবাৰতেই তোমালোকে ফলাফল একেই পাবা। গতিকে আমি তলৰ উপপাদ্যটো পালো আৰু এইটোৱেই উপপাদ্য 6.1ৰ বিপৰীত উপপাদ্য।

উপপাদ্য 6.2 : যদি এডাল ৰেখাই এটা ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহু একে অনুপাতত ভাগ কৰে তেনেহ'লে সেই ৰেখাডাল তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল।



চিত্ৰ 6.12

এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিবলৈ এডাল ৰেখা DE এনেভাৱে লোৱা হ'ল যাতে $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ আৰু ধৰি লোৱা যে DE, BC ৰ সমান্তৰাল নহয়। (চিত্ৰ 6.12 চোৱা)।

যদি DE, BC ৰ সমান্তৰাল নহয় তেন্তে DE' ৰেখাডাল BC ৰ সমান্তৰালকৈ টানা।

গতিকে, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE'}{E'C}$ (কিয়?)

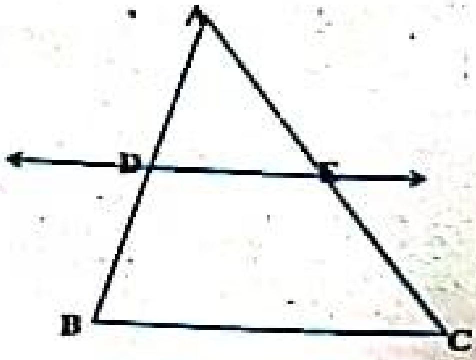
সেইবাবে, $\frac{AE}{EC} = \frac{AE'}{E'C}$ (কিয়?)

ওপৰৰ দুয়োপক্ষতে 1 যোগ কৰিলে তোমালোকে দেখা পাবা যে E আৰু E′ মিলি যাব। (কিয়?)

ওপৰত দিয়া উপপাদ্যবিলাকৰ ব্যৱহাৰ বুজিবৰ কাৰণে এতিয়া আমি কিছুমান উদাহৰণ লম।

উদাহৰণ 1 : যদি এডাল ৰেখাই ΔABC ৰ AB আৰু AC বাহুক ক্ৰমে D আৰু E বিন্দুত ছেদ কৰে আৰু ৰেখাডাল BCৰ সমান্তৰাল, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (চিত্ৰ 6.13 চোৱা)।

সমাধান : $DE \parallel BC$ (দিয়া আছে)



চিত্ৰ 6.13

সেয়ে, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (উপপাদ্য 6.1)

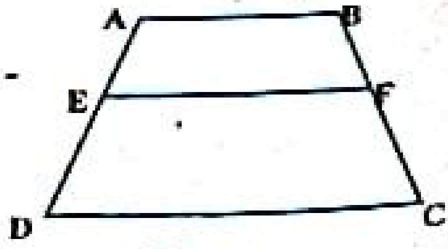
বা, $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

বা, $\frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

গতিকে, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

উদাহৰণ 2 : ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ । ইয়াৰ অসমান্তৰাল বাহু AD আৰু BC ৰ ওপৰত ক্ৰমে E আৰু F দুটা বিন্দু এনেদৰে লোৱা হ'ল যাতে EF আৰু AB সমান্তৰাল। (চিত্ৰ 6.14 চোৱা)। দেখুওৱা যে $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$



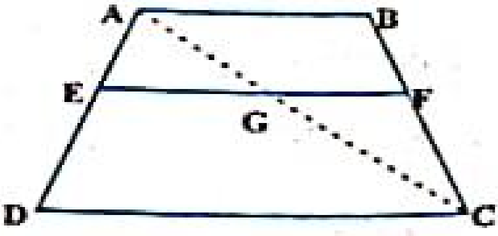
চিত্ৰ 6.14

সমাধান : AC সংযোগ কৰা হ'ল যাতে ৰেখাডালে EF ক G বিন্দুত ছেদ কৰে। (চিত্ৰ 6.15 চোৱা)

$AB \parallel DC$ আৰু $EF \parallel AB$ (দিয়া আছে)

সেয়ে, $EF \parallel DC$ (কোনো ৰেখাৰ সমান্তৰালকৈ থকা ৰেখাবিলাক পৰস্পৰ সমান্তৰাল)

এতিয়া, ΔADC ৰ পৰা $EG \parallel DC$ (যিহেতু $EF \parallel DC$)



চিত্ৰ 6.15

সেয়ে, $\frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC}$ (উপপাদ্য 6.1) ..... (1)

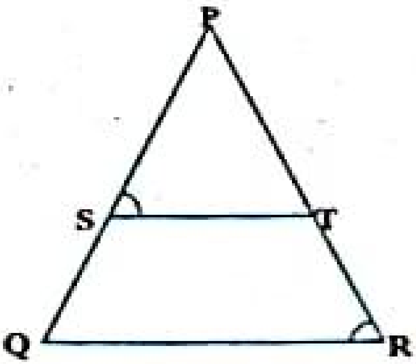
একেদৰে, ΔCAB ৰ পৰা, $\frac{CG}{AG} = \frac{CF}{BF}$

অৰ্থাৎ $\frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC}$ ..... (2)

গতিকে, (1) আৰু (2) ৰ পৰা পাওঁ—

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

উদাহৰণ 3 : চিত্ৰ 6.16 ত, $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ আৰু $\angle PST = \angle PRQ$. প্ৰমাণ কৰা যে PQR এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।



চিত্ৰ 6.16

সমাধান : দিয়া আছে যে, $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$.

সেয়ে, ST ∥ QR (উপপাদ্য 6.2)

এতেকে, $\angle PST = \angle PQR$ (অনুৰূপ কোণ) ... (1)

আকৌ দিয়া আছে যে, $\angle PST = \angle PRQ$ ... (2)

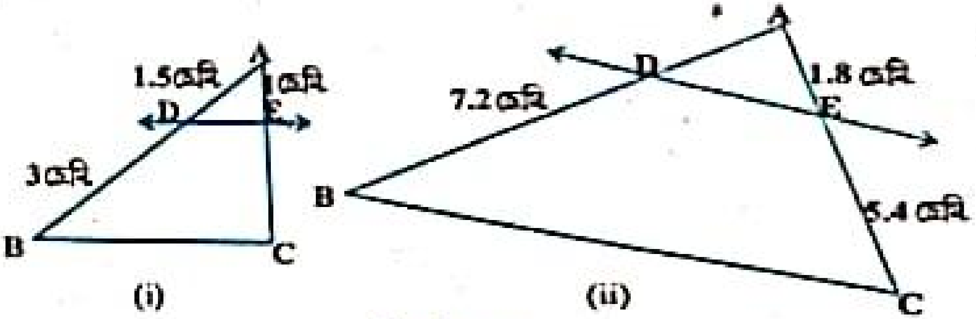
সেয়ে, $\angle PRQ = \angle PQR$ [(1) আৰু (2) ৰ পৰা]

গতিকে, PQ = PR (সমান কোণৰ বিপৰীত বাহু)

অৰ্থাৎ, PQR এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।

অনুশীলনী : 6.2

1. চিত্ৰ 6.17ৰ (i) আৰু (ii)ত, DE ∥ BC. এতিয়া (i) ৰ পৰা EC আৰু (ii) ৰ পৰা AD উলিওৱা।



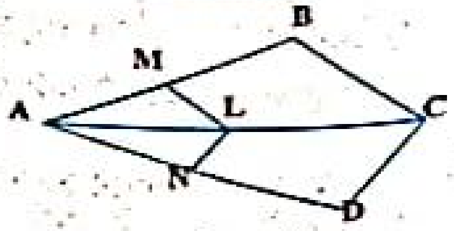
চিত্ৰ 6.17

2. ΔPQR ৰ PQ আৰু PR বাহুৰ ওপৰত ক্ৰমে E আৰু F দুটা বিন্দু। তলৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $EF \parallel QR$ হয়নে উল্লেখ কৰা

(i) PE = 3.9 cm, EQ = 3 cm, PF = 3.6 cm আৰু FR = 2.4 cm

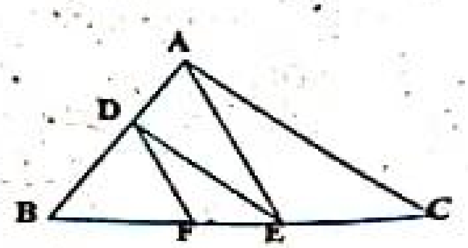
(ii) PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm আৰু RF = 9 cm

(iii) PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm আৰু PF = 0.36 cm



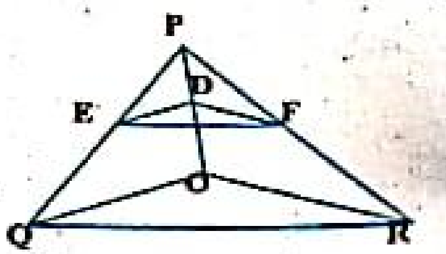
চিত্ৰ 6.18

3. চিত্ৰ 6.18ত, যদি $LM \parallel CB$ আৰু $LN \parallel CD$, প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$.



চিত্ৰ 6.19

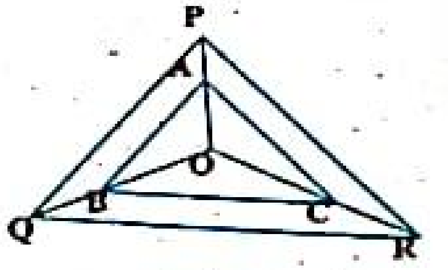
4. চিত্ৰ 6.19ত, $DE \parallel AC$ আৰু $DF \parallel AE$. প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$.



চিত্ৰ 6.20

5. চিত্ৰ 6.20ত, $DE \parallel OQ$ আৰু $DF \parallel OR$। দেখুওৱা যে $EF \parallel QR$.

6. চিত্ৰ 6.21ত, A, B আৰু C বিন্দু তিনিটা ক্ৰমে OP, OQ আৰু OR ৰ ওপৰত আছে যাতে $AB \parallel PQ$ আৰু $AC \parallel PR$. দেখুওৱা যে, $BC \parallel QR$.



চিত্ৰ 6.21

7. উপপাদ্য 6.1ৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ মধ্যবিন্দুৰে যোৱাকৈ টনা ৰেখাডাল যদি আন এটা বাহুৰ সমান্তৰাল হয়, তেনেহ'লে ৰেখাডালে তৃতীয় বাহুটোক দ্বিখণ্ডিত কৰিব। (মনত পেলোৱা, এইটো তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত প্ৰমাণ কৰিছিলা)

8. উপপাদ্য 6.2ৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাডাল তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল। (মনত পেলোৱা, এইটো তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত কৰিছা)

9. ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ আৰু ইয়াৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ O বিন্দুত ছেদিত হয়। দেখুওৱা যে $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

10. ABCD চতুৰ্ভুজটোৰ কৰ্ণদুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত এনেভাৱে ছেদ কৰে যে $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$। দেখুওৱা যে ABCD এটা ট্ৰেপিজিয়াম।

6.4. ত্ৰিভুজৰ সদৃশতাৰ চৰ্ত (Criteria for Similarity of Triangles)

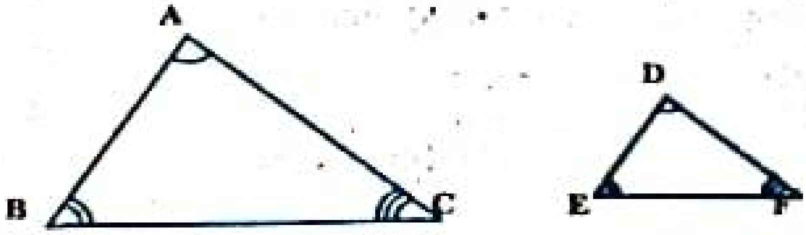
আগৰ অনুচ্ছেদত আমি কৈছিলো যে দুটা ত্ৰিভুজ সদৃশ হ'ব যদিহে

(i) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণ বিলাক সমান

(ii) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত (বা সমানুপাতত) থাকে। অৰ্থাৎ, যদি ΔABC আৰু ΔDEF ৰ

(i) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ আৰু

(ii) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$, তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ (চিত্ৰ 6.22 চোৱা)



চিত্ৰ 6.22

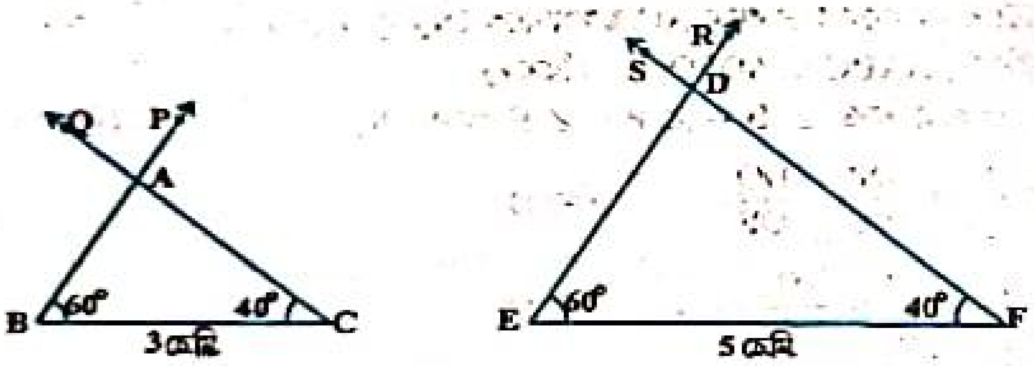
ইয়াত দেখিছা যে A ৰ লগত D সম্পৰ্কিত, B ৰ লগত E আৰু C ৰ লগত F সম্পৰ্কিত। প্ৰতীকৰ সহায়ত এই ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ হ'লে '$\Delta ABC \sim \Delta DEF$' বুলি লিখো আৰু ইয়াক "$\Delta ABC$ similar to ΔDEF" বুলি পঢ়া হয়। 'similar to' ৰ বাবে '$\sim$' প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰা হয়। মনত পেলোৱা যে নৱম শ্ৰেণীত "congruent to" ৰ বাবে '$\equiv$' প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰা হৈছিল।

> মনত ৰাখিবা যে দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হওতে লিখাৰ দৰে দুটা ত্ৰিভুজ সদৃশ হওঁতেও শীৰ্ষবিন্দুৰ শুদ্ধ সম্পৰ্ক দেখুৱাইহে প্ৰতীকত প্ৰকাশ কৰিব লাগে। উদাহৰণস্বৰূপে চিত্ৰ 6.22 ৰ ABC আৰু DEF ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত আমি $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ বা $\Delta ABC \sim \Delta FED$ বুলি লিখিব নোৱাৰো। আমি $\Delta BAC \sim \Delta EDF$ বুলি লিখিব পাৰো।

এতিয়া স্বাভাৱিকতে এটা প্ৰশ্ন উদ্ভৱ হয় : দুটা ত্ৰিভুজৰ, ধৰা ABC আৰু DEFৰ সাদৃশ্যৰ বাবে আমি সদায় সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণৰ সমতা ($\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$) আৰু অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ অনুপাতৰ সমতা $\left(\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}\right)$ নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব নেকি? ইয়াকে

পৰীক্ষা কৰি চোৱা যাওক। তোমালোকৰ মনত থাকিব পাৰে যে, নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে দুটা ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা চাবৰ বাবে ত্ৰিভুজদুটাৰ মাত্ৰ তিনিযোৰ অনুৰূপ অংশৰ (parts বা elements) মাজত কিছুমান চৰ্ত উলিয়াইছিলা। ইয়াতো আমি যত্ন কৰি চাওঁ যে অনুৰূপ অংশৰ 6 যোৰ নলৈ তাতকৈ কম সংখ্যক অনুৰূপ অংশৰ যোৰৰ মাজৰ সম্বন্ধৰ দ্বাৰা দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্য চাবলৈ কোনো চৰ্ত উলিয়াব পৰা যাব নে নেযায়। ইয়াৰ বাবে তলৰ কাৰ্যবিধিটো কৰো আহা।

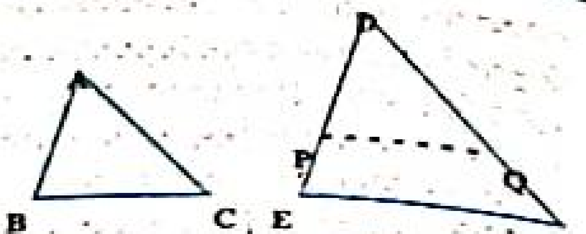
কাৰ্যবিধি - 4 : দুটা ভিন্ন দৈৰ্ঘ্যৰ, ধৰা 3cm আৰু 5cm, দুডাল ৰেখাখণ্ড BC আৰু EF টনা হ'ল। এতিয়া B আৰু C বিন্দুত কোনো জোখৰ, ধৰা 60° আৰু 40°, দুটা কোণ ক্ৰমে PBC আৰু QCB অংকন কৰা হ'ল। সেইদৰে E আৰু F বিন্দুত 60° আৰু 40° জোখৰ দুটা কোণ ক্ৰমে REF আৰু SFE অংকন কৰা হ'ল। (চিত্ৰ 6.23 চোৱা)



চিত্ৰ 6.23

ধৰাহ'ল BP আৰু CQ ৰশ্মি দুটাই A বিন্দুত আৰু ER আৰু FS ৰশ্মি দুটাই D বিন্দুত কটাকটি কৰে। ABC আৰু DEF ত্ৰিভুজ দুটাত দেখিছা যে ∠ B = ∠ E, ∠ C = ∠ F আৰু ∠ A = ∠ D। অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজ দুটাৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান। সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ বিষয়ে কি কবা? মন কৰা যে $\frac{BC}{EF} = \frac{3}{5} = 0.6$. । $\frac{AB}{DE}$ আৰু $\frac{CA}{FD}$ কিমান? AB, DE, CA আৰু FD ৰ জোখ লৈ পাবা যে $\frac{AB}{DE}$ আৰু $\frac{CA}{FD}$ ৰ মান 0.6 ৰ সমান (বা 0.6ৰ প্ৰায় সমান। কাৰণ ইয়াত জোখ লওঁতে সামান্য প্ৰমাদ ঘটিব পাৰে)। গতিকে $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ । তোমালোকে অনুৰূপ কোণবিলাক সমান কৈ বেলেগ বেলেগ যোৰৰ ত্ৰিভুজলৈ এই কাৰ্য্যটো কৰি চাব পাৰা। প্ৰতিবাৰতে তোমালোকে পাবা যে, সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহু বিলাকৰ অনুপাত সমান (বা সমানুপাতিক)। এই কাৰ্যবিধিৰ পৰা দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ চৰ্তটো পোৱা যায়।

উপপাদ্য 6.3 : যদি দুটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ কোণবিলাক সমান তেন্তে সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ অনুপাত সমান (বা সমানুপাতিক) আৰু সেয়ে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ।



চিত্ৰ 6.24

এই চৰ্তটোক দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ AAA চৰ্ত (কোণ কোণ কোণ চৰ্ত) বুলি কোৱা হয়।

এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিবৰ বাবে ABC আৰু DEF দুটা ত্ৰিভুজ লোৱা হ'ল যাৰ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ আৰু $\angle C = \angle F$ (চিত্ৰ 6.24 চোৱা)

AB ৰ সমানকৈ DP আৰু AC ৰ সমানকৈ DQ কাটি লোৱা হ'ল। PQ সংযোগ কৰা হ'ল।

গতিকে, $\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (কিয়?)

ইয়াৰ পৰা পাওঁ, $\angle B = \angle P = \angle E$ আৰু $PQ \parallel EF$ (কিয়?)

সেইবাবে, $\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ (কিয়?)

অৰ্থাৎ, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (কিয়?)

একেদৰে, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ আৰু সেইবাবে $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$.

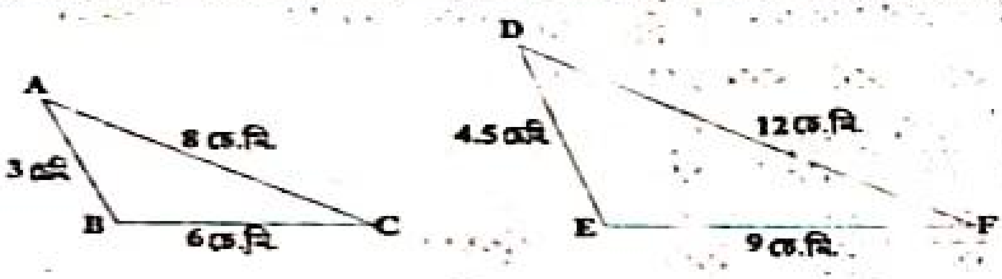
মন্তব্য : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ একানিক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ সৈতে সমান তেন্তে যিকোনো ত্ৰিভুজৰ কোণবিলাকৰ সমষ্টিৰ ধৰ্মৰ পৰা পোৱা যায় যে ত্ৰিভুজ দুটাৰ তৃতীয় কোণ দুটাও সমান হ'ব। সেই কাৰণে AAA সাদৃশ্য চৰ্তটো তলত দিয়াৰ দৰে লব পাৰি :

'যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ ক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ সমান তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ।'

ইয়াকে দুটা ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত AA সাদৃশ্য চৰ্ত বুলি কব পৰা যায়।

তোমালোকে ওপৰৰ আলোচনাত দেখিছা যে যদি এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণ ক্ৰম অনুসৰি আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমান তেনেহ'লে সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহু বিলাক সমানুপাতিক (অৰ্থাৎ সমান অনুপাতত থাকে)। এই উক্তিটোৰ বিপৰীতটো কি হ'ব? বিপৰীতটো সত্য নে নে? অন্য ধৰণেৰে কবলৈ হ'ল, এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুতিনিটা যদি ক্ৰম অনুসৰি আন এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ সমানুপাতিক, তেন্তে এইটো সত্য নে যে সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবিলাক সমান? এটা কাৰ্য্যবিধিৰ সহায়ত এইটো কৰি চোৱা যাওক।

কাৰ্যবিধি 5 : ABC আৰু DEF ত্ৰিভুজ দুটা এনেকৈ অঁকা যাতে AB = 3 cm, BC = 6 cm, CA = 8 cm, DE = 4.5 cm, EF = 9 cm আৰু FD = 12 cm (চিত্ৰ 6.25ত চোৱা)।



চিত্ৰ 6.25

গতিকে, তোমালোকে পাবা, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ (প্ৰতিটো $\frac{2}{3}$ ৰ সমান)।

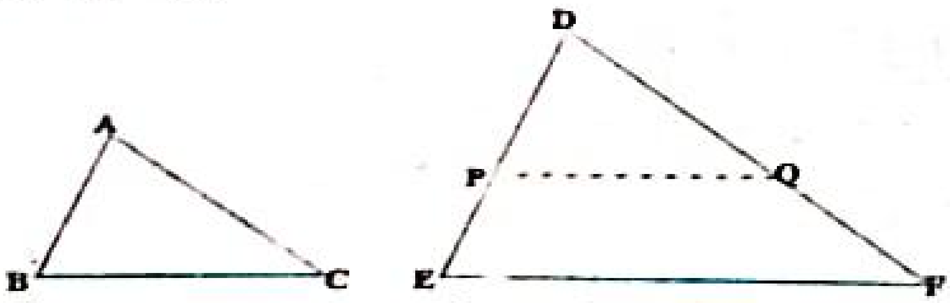
এতিয়া, ∠A, ∠B, ∠C, ∠D, ∠E আৰু ∠F ৰ জোখ লোৱা। তোমালোকে দেখা পাবা যে ∠A = ∠D, ∠B = ∠E আৰু ∠C = ∠F, অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজ দুটাৰ অনুৰূপ কোণবিলাক সমান।

তোমালোকে এনেধৰণৰ বহু ত্ৰিভুজ আঁকি লৈ (সিহঁতৰ বাহুবোৰৰ অনুপাত একে ৰাখি) এই কাৰ্যটো কেইবাবাৰো কৰি চাব পাৰা। প্ৰতিবাৰেই তোমালোকে দেখা পাবা যে সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবিলাক সমান। এইটো তলত উল্লেখ কৰা দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ চৰ্তৰ বাবে হয়।

উপপাদ্য 6.4 : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুবিলাক আন এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুবিলাকৰ সমানুপাতিক (অৰ্থাৎ একে অনুপাতত থাকে) তেন্তে সিহঁত দুটাৰ অনুৰূপ কোণ বিলাক সমান আৰু সেয়ে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ।

এই চৰ্তটোক দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ SSS (বাহু - বাহু - বাহু) সাদৃশ্য চৰ্ত বুলি কোৱা হয়।

এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিবৰ কাৰণে দুটা ত্ৰিভুজ ABC আৰু DEF এনেদৰে লোৱা হ'ল যাতে $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ (< 1) (চিত্ৰ 6.26 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.26

AB ৰ সমানকৈ DP আৰু AC ৰ সমানকৈ DQ অংকন কৰা হ'ল আৰু PQ সংযোগ কৰা হ'ল।

এতিয়া দেখুৱাব পৰা যায় যে $\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ আৰু PQ ∥ EF (কিয়?)

সেয়ে, ∠P = ∠E আৰু ∠Q = ∠F.

গতিকে, $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$

সেয়ে, $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{BC}{EF}$ (কিয়?)

গতিকে, BC = PQ (কিয়?)

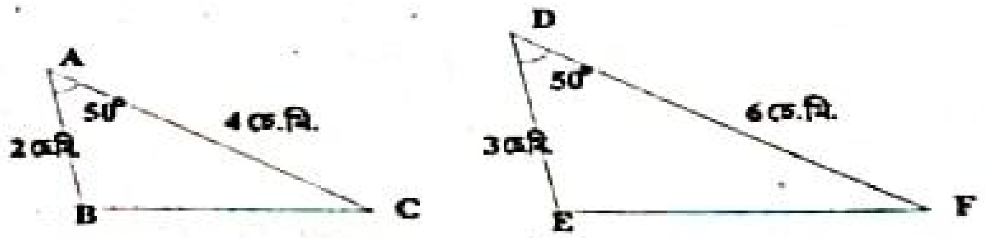
এতেকে, Δ ABC ≅ Δ DPQ (কিয়?)

সেয়ে, ∠ A = ∠ D, ∠ B = ∠ E আৰু ∠ C = ∠ F (কিয়?)

মন্তব্য : তোমালোকৰ নিশ্চয় মনত আছে যে দুটা চৰ্তৰ, যথা— (i) অনুৰূপ কোণবিলাক সমান আৰু (ii) অনুৰূপ বাহুবিলাক একে অনুপাতত থকা, এই চৰ্তদুটাৰ যিকোনো এটা হ'লেই দুটা বহুভুজ সদৃশ হ'বৰ বাবে যথেষ্ট নহয়। সেয়ে হলেও, উপপাদ্য 6.3 আৰু 6.4 ৰ ভিত্তিত তোমালোকে কব পাৰা যে দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ বাবে, এই দুয়োটা চৰ্তই পৰীক্ষা কৰাৰ প্ৰয়োজন নাই। কাৰণ ইয়াৰ এটাই আনটো সূচায়।

নৱম শ্ৰেণীত পঢ়া দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হোৱাৰ বিভিন্ন চৰ্তবোৰ মনত পেলোৱা। তোমালোকে মন কৰিছা নিশ্চয় যে SSS সাদৃশ্য ধৰ্মটোক SSS সৰ্বসম ধৰ্মৰ লগত তুলনা কৰিব পাৰি। ই আমাক SAS সৰ্বসম চৰ্তৰ লগত তুলনা কৰিব পৰাকৈ এটা সাদৃশ্য ধৰ্ম বিচাৰিবৰ বাবে প্ৰেৰণা যোগাইছে। সেয়ে এটা কাৰ্যবিধি কৰি চাওঁ আহা।

কাৰ্যবিধি 6 : ABC আৰু DEF দুটা ত্ৰিভুজ অঁকা হ'ল যাতে AB = 2 cm, ∠ A = 50°, AC = 4 cm, DE = 3 cm, ∠ D = 50° আৰু DF = 6 cm (চিত্ৰ 6.27 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.27

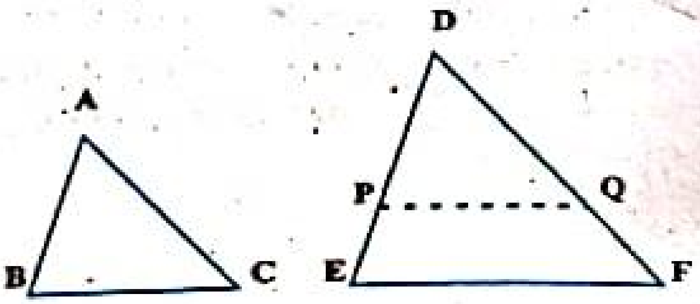
হয়াত মন কৰিছা নিশ্চয় যে $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (প্ৰতিটোৱেই $\frac{2}{3}$ ৰ সমান) আৰু ∠A (AB আৰু AC বাহুৰ মাজৰ কোণ) = ∠D (DE আৰু DF বাহুৰ মাজৰ কোণ) অৰ্থাৎ এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ আনটো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ লগত সমান আৰু এই কোণ কেইটা গঠন কৰা বাহুবিলাক একে অনুপাতত (সমানুপাতিক) আছে। এতিয়া ∠B, ∠C, ∠ E আৰু ∠ F জোখা হ'ল।

তোমালোকে পাবা যে, ∠B = ∠E আৰু ∠C = ∠F। অৰ্থাৎ, ∠A = ∠D, ∠B = ∠E আৰু ∠C = ∠F। গতিকে সাদৃশ্য চৰ্ত AAA মতে ΔABC ~ ΔDEF। তোমালোকে এনে ধৰণৰ বিভিন্ন ত্ৰিভুজৰ যোৰ লৈ যাতে এটাৰ এটা কোণ আনটোৰ এটা কোণৰ সমান হয় আৰু কোণ গঠন কৰা বাহুবিলাক একে অনুপাতত থাকে এই কাৰ্য্যটো কেইবাবাৰো কৰি চাব পাবা। প্ৰতিবাৰতেই তোমালোকে পাবা যে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ। ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ তলত দিয়া চৰ্তটোৰ বাবে এইটো হয়।

উপপাদ্য 6.5 : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ আন এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ সমান হয় আৰু সেই কোণকেইটা গঠন কৰা বাহুকেইটা সমানুপাতিক তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ।

এই ধৰ্মটোক দুটা ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্যৰ SAS (বাহু - কোণ - বাহু) সাদৃশ্য চৰ্ত বোলে।

আগৰ নিচিনাকৈ এইটো প্ৰমাণ কৰিব পাৰিবা। ABC আৰু DEF দুটা ত্ৰিভুজ লোৱা যাতে $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (< 1) আৰু ∠A = ∠D (চিত্ৰ 6.28 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.28

এতিয়া AB ৰ সমানকৈ DP আৰু AC ৰ সমানকৈ DQ কাটি লোৱা আৰু PQ সংযোগ কৰা।

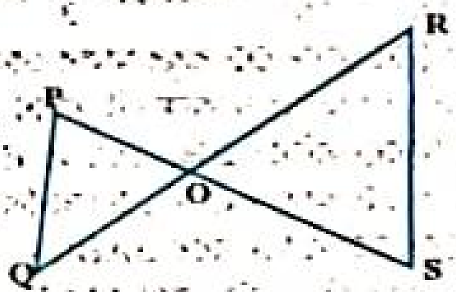
এতিয়া, PQ ∥ EF আৰু ΔABC ≅ ΔDPQ (কেনেকৈ?)

গতিকে, ∠A = ∠D, ∠B = ∠P আৰু ∠C = ∠Q

গতিকে, ΔABC ~ ΔDEF (কিয়?)

এতিয়া এই চৰ্তবিলাকৰ ব্যৱহাৰ দেখুৱাবৰ কাৰণে কিছুমান উদাহৰণ ল'ম।

উদাহৰণ 4 : চিত্ৰ 6.29ত, যদি PQ ∥ RS হয় তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $\Delta POQ \sim \Delta SOR$



চিত্ৰ 6.29

সমাধান : PQ ∥ RS (দিয়া আছে)

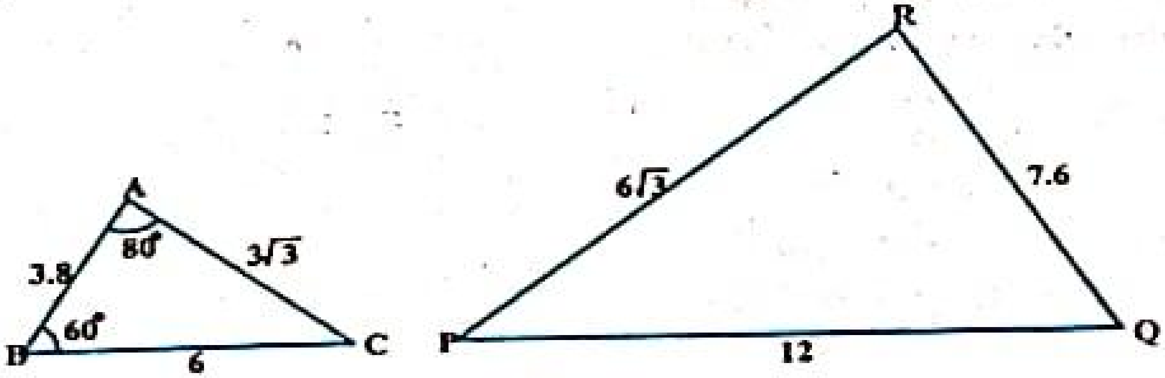
সেয়ে $\angle P = \angle S$ (একান্তৰ কোণ)

আৰু $\angle Q = \angle R$

তদুপৰি, $\angle POQ = \angle SOR$ (বিপ্ৰতীপ কোণ)

গতিকে, $\Delta POQ \sim \Delta SOR$ (AAA সাদৃশ্য চৰ্ত)

উদাহৰণ 5 : চিত্ৰ 6.30 চোৱা আৰু তাৰ সহায়ত $\angle P$ নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 6.30

সমাধান : ΔABC আৰু ΔPQR ৰ পৰা, $\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}$, $\frac{BC}{QP} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ আৰু

$\frac{CA}{PR} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$.

অৰ্থাৎ $\frac{AB}{RQ}=\frac{BC}{QP}=\frac{CA}{PR}$, গতিকে $\Delta ABC \sim \Delta RQP$ (SSS সাদৃশ্য চৰ্ত)

গতিকে, $\angle C = \angle P$ (সদৃশ ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ কোণ)

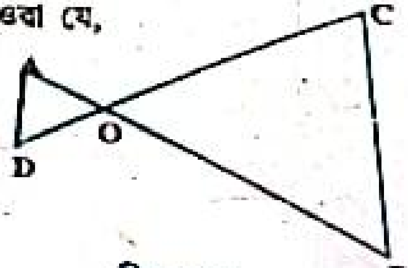
কিন্তু, $\angle C = 180° - \angle A - \angle B$ (ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি ধৰ্ম)

$= 180° - 80° - 60° = 40°$

গতিকে, $\angle P = 40°$

উদাহৰণ - 6 : চিত্ৰ 6.31ত, OA.OB = OC.OD। দেখুওৱা যে,

$\angle A = \angle C$ আৰু $\angle B = \angle D$



চিত্ৰ 6.31

সমাধান : OA.OB = OC.OD (দিয়া আছে)

গতিকে, $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ .... (1)

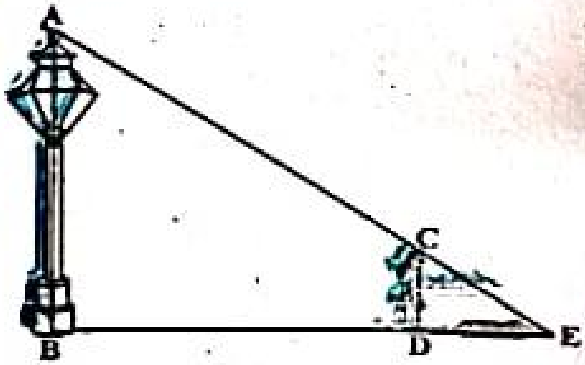
তদুপৰি আমি পাওঁ,

$\angle AOD = \angle COB$ (বিপ্ৰতীপ কোণ) .... (2)

গতিকে (1) আৰু (2)ৰ পৰা $\Delta AOD \sim \Delta COB$ (SAS সাদৃশ্য চৰ্ত)

গতিকে, $\angle A = \angle C$ আৰু $\angle D = \angle B$ (সদৃশ ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ কোণ)

উদাহৰণ 7 : 90 cm ওখ এজনী ছোৱালী এটা লাইটৰ খুটাৰ গুৰিৰ পৰা 1.2 m/s. দ্ৰুতিত খোজ কাঢ়ি আঁতৰি গৈ আছে। যদি লাইটটো ভূমিৰ পৰা 3.6 m ওখত আছে তেন্তে 4 ছেকেণ্ড পিছত তাইৰ ছাঁটোৰ দীঘ উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.32

সমাধান : ধৰা হ'ল লাইটৰ খুটাটো AB আৰু 4 ছেকেণ্ড পিছত ছোৱালীজনী লাইটৰ খুটাটোৰ পৰা আঁতৰি গৈ পোৱা অৱস্থান CD (চিত্ৰ 6.32 চোৱা)।

চিত্ৰৰ পৰা তোমালোকে দেখিছা যে ছোৱালীজনীৰ ছাঁটো DE। ধৰা হ'ল DE = x মিটাৰ।

এতিয়া, BD = 1.2 m × 4 = 4.8 m.

মনকৰা যে, ΔABE আৰু ΔCDE,ৰ পৰা, $\angle B = \angle D$ (ইয়াৰ প্ৰতিটোৱেই 90° কাৰণ ছোৱালীজনী আৰু লাইটৰ খুটাটো ভূমিত উলম্বভাৱে আছে।) আৰু $\angle E = \angle E$ (একেকোণ) সেয়ে $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ (AA সাদৃশ্য চৰ্ত)

গতিকে, $\frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$

অৰ্থাৎ, $\frac{4.8 + x}{x} = \frac{3.6}{0.9}$ $\quad (90 \text{ cm} = \frac{90}{100} \text{ m} = 0.9 \text{ m})$

অৰ্থাৎ, $4.8 + x = 4x$

অৰ্থাৎ, $3x = 4.8$

অৰ্থাৎ, $x = 1.6$

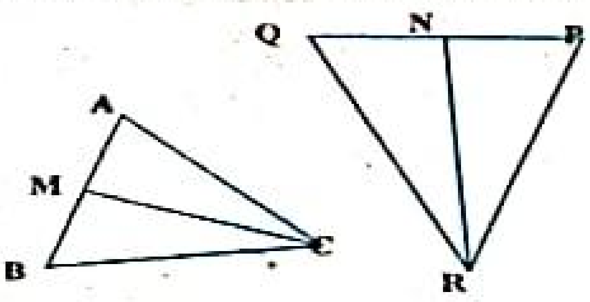
গতিকে, 4 ছেকেণ্ড যোৱাৰ পিছত ছোৱালীজনীৰ ছাঁৰ দীঘ হয় 1.6 মি.

উদাহৰণ 8 চিত্ৰ 6.33ত, CM আৰু RN ক্ৰমে ΔABC আৰু ΔPQR ৰ মধ্যমা। যদি ΔABC ~ ΔPQR, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

(i) $\Delta AMC \sim \Delta PNR$

(ii) $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$

(iii) $\Delta CMB \sim \Delta RNQ$



চিত্ৰ 6.33

সমাধান : (i) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (দিয়া আছে)

গতিকে, $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ ..... (1)

আৰু $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ আৰু

$\angle C = \angle R$ ..... (2)

কিন্তু $AB = 2AM$ আৰু $PQ = 2PN$ (যিহেতু CM আৰু RN মধ্যমা)

গতিকে, (1) ৰ পৰা, $\frac{2AM}{2PN} = \frac{CA}{RP}$

অৰ্থাৎ, $\frac{AM}{PN} = \frac{CA}{RP}$ ..... (3)

তদুপৰি, $\angle MAC = \angle NPR$ [(2) ৰ পৰা] ..... (4)

গতিকে, (3) আৰু (4) ৰ পৰা

$\Delta AMC \sim \Delta PNR$ (SAS সাদৃশ্য চৰ্ত) ..... (5)

(ii) ইয়াত $\frac{CM}{RN} = \frac{CA}{RP}$, (5)ৰ পৰা ..... (6)

কিন্তু $\frac{CA}{RP} = \frac{AB}{PQ}$ [(1) ৰ পৰা] ..... (7)

গতিকে, $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$ [(6) আৰু (7) ৰ পৰা] ..... (8)

(iii) আকৌ, $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ [(1) ৰ পৰা]

গতিকে, $\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR}$ [(8)ৰ পৰা] ..... (9)

তদুপৰি, $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ} = \frac{2\,BM}{2\,QN}$,

অৰ্থাৎ, $\frac{CM}{RN} = \frac{BM}{QN}$ .....(10)

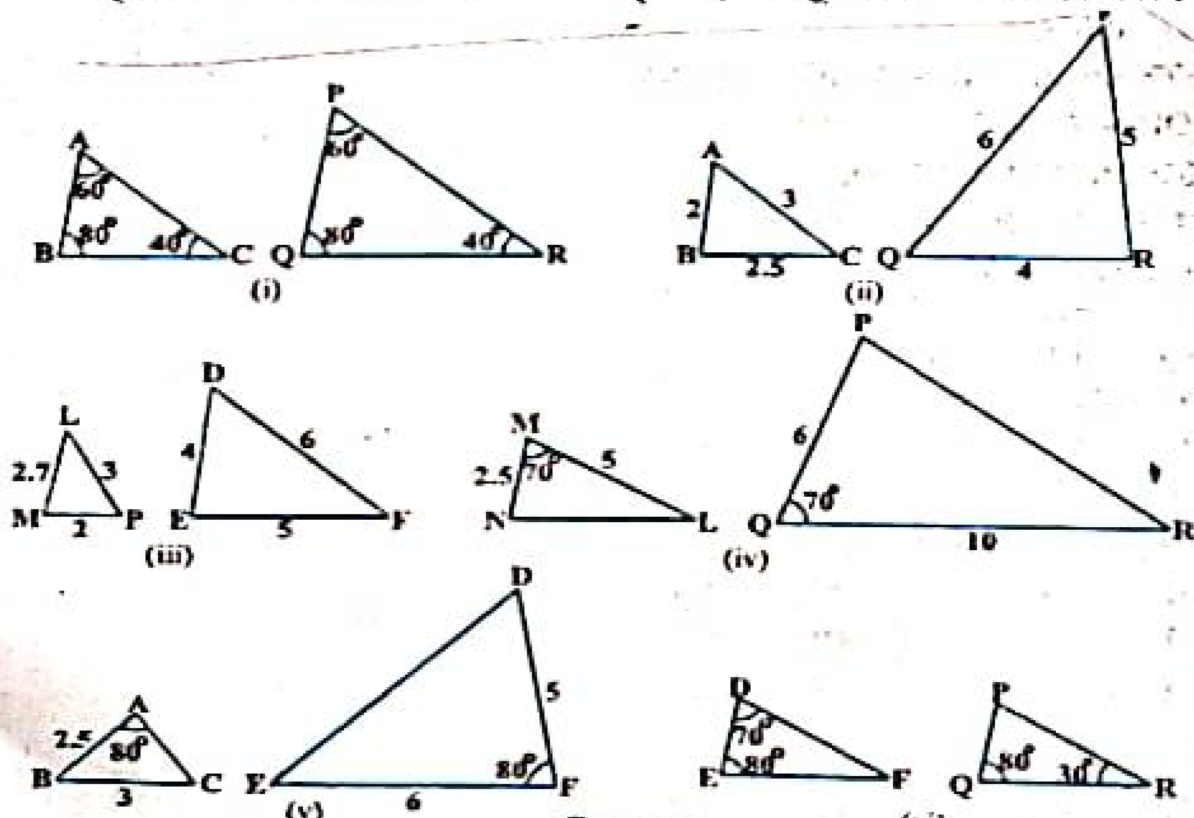
অৰ্থাৎ, $\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR} = \frac{BM}{QN}$ [(9) আৰু (10) ৰ পৰা]

গতিকে, $\Delta\ CMB \sim \Delta\ RNQ$ (SSS সাদৃশ্য চৰ্ত)

[টোকা : (i)টো প্ৰমাণ কৰাৰ দৰে একেপদ্ধতিৰে তোমালোকে (iii) টো নিজে কৰিব পাৰিবা]

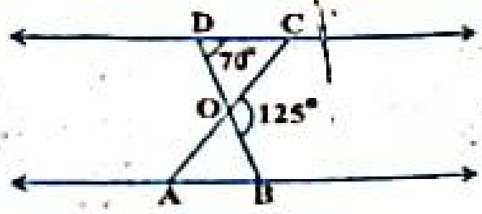
অনুশীলনী : 6.3

1. চিত্ৰ 6.34 ত দিয়া ত্ৰিভুজবিলাকৰ কোণবিলাক যোৰ সদৃশ উল্লেখ কৰা। উত্তৰটো দিয়াৰ ক্ষেত্ৰত কি সাদৃশ্য চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰিলা লিখা আৰু সদৃশ হোৱা ত্ৰিভুজবিলাক প্ৰতীকেৰে প্ৰকাশ কৰা।



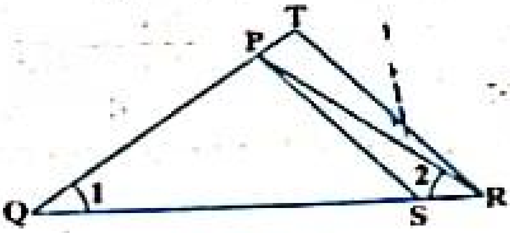
চিত্ৰ 6.34

2. চিত্ৰ 6.35 ত, $\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 125°$ আৰু $\angle CDO = 70°$। $\angle DOC$, $\angle DCO$ আৰু $\angle OAB$ নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 6.35

3. ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ আৰু AC আৰু BD কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত ছেদ কৰে। দুটা ত্ৰিভুজৰ কোনো সাদৃশ্য চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা যে $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$।

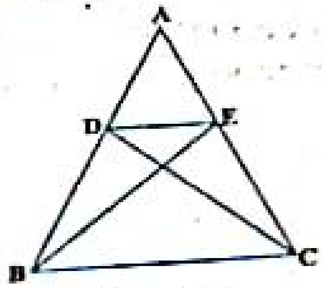


চিত্ৰ 6.36

4. চিত্ৰ 6.36ত, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ আৰু $\angle 1 = \angle 2$. দেখুওৱা যে $\Delta PQS \sim \Delta TQR$।

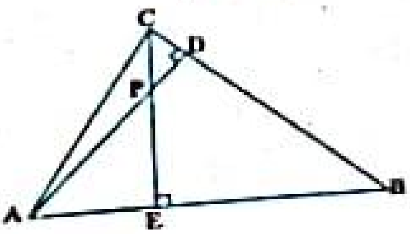
5. ΔPQRৰ PR আৰু QR বাহুৰ ওপৰত S আৰু T দুটা বিন্দু যাতে $\angle P = \angle RTS$. দেখুওৱা যে $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$.

6. চিত্ৰ 6.37ত যদি $\Delta ABE \cong \Delta ACD$, দেখুওৱা যে $\Delta ADE \sim \Delta ABC$।



চিত্ৰ 6.37

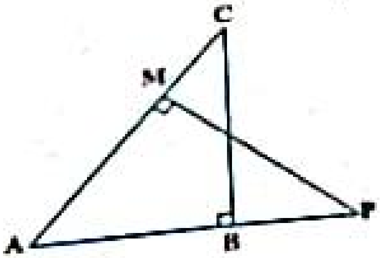
7. চিত্ৰ 6.38ত ΔABC ৰ AD আৰু CE উন্নতি দুডালে পৰস্পৰক P বিন্দুত ছেদ কৰে। দেখুওৱা যে
   (i) $\Delta AEP \sim \Delta CDP$
   (ii) $\Delta ABD \sim \Delta CBE$
   (iii) $\Delta AEP \sim \Delta ADB$
   (iv) $\Delta PDC \sim \Delta BEC$



চিত্ৰ 6.38

8. ABCD সামান্তৰিকৰ AD বাহুৰ বৰ্ধিত অংশত E টা বিন্দু আৰু BE ৰেখাই CD ক F বিন্দুত ছেদ কৰে। দেখুওৱা যে $\Delta ABE \sim \Delta CFB$।

9. 6.39 চিত্ৰত ABC আৰু AMP দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ। ইহঁতৰ সমকোণ দুটা ক্ৰমে B আৰু M। প্ৰমাণ কৰা যে
   (i) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$
   (ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$



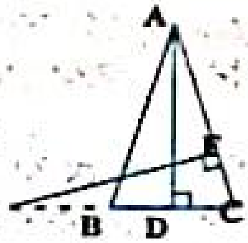
চিত্ৰ 6.39

10. ΔABC আৰু $\angle EFG$ ৰ AB আৰু FE বাহুত ক্ৰমে D আৰু H দুটা বিন্দু। CD আৰু GH ক্ৰমে $\angle ACB$ আৰু $\angle EGF$ৰ সমদ্বিখণ্ডক।
যদি $\Delta ABC \sim \Delta FEG$, দেখুওৱা যে

(i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

(ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

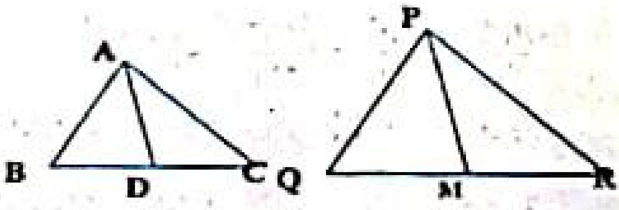
(iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$



চিত্ৰ 6.40

11. চিত্ৰ 6.40ত, ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ $AB = AC$ আৰু CB ৰ বৰ্ধিত অংশত E এটা বিন্দু। যদি $AD \perp BC$ আৰু $EF \perp AC$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $\Delta ABD \sim \Delta ECF$.

12. ABC ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু AB আৰু BC আৰু মধ্যমা AD ৰ লগত PQR ত্ৰিভুজৰ ক্ৰমে দুটা বাহু PQ আৰু QR আৰু মধ্যমা PM সমানুপাতিক। (চিত্ৰ 6.41 চোৱা)। দেখুওৱা যে $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.



চিত্ৰ 6.41

13. ABC ত্ৰিভুজৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু আৰু $\angle ADC = \angle BAC$. দেখুওৱা যে $CA^2 = CB.CD$.

14. ত্ৰিভুজ ABC ৰ দুটা বাহু AB আৰু AC আৰু মধ্যমা AD আন এটা ত্ৰিভুজ PQR ৰ ক্ৰমে দুটা বাহু PQ আৰু PR আৰু মধ্যমা PM ৰ লগত সমানুপাতিক। দেখুওৱা যে $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.

15. 6 m ওখ এটা উলম্ব খুটাৰ ভূমিত হোৱা ছাঁৰ দীঘ 4 m আৰু একে সময়তে এটা টাৱাৰৰ ছাঁৰ দীঘ 28 m। টাৱাৰটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

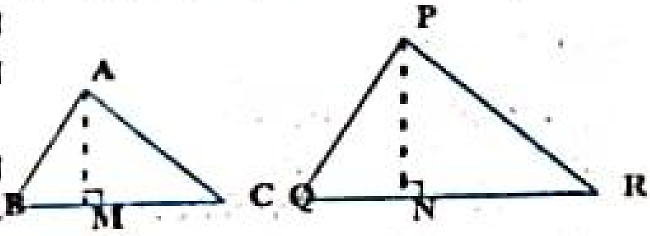
16. ABC আৰু PQR ত্ৰিভুজ দুটাৰ মধ্যমা ক্ৰমে AD আৰু PM। যদি $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$

6.5. সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালি (Areas of Similar Triangles)

তোমালোকে ইতিমধ্যে শিকিছা যে দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ অনুপাত একে। সদৃশ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালিৰ অনুপাত আৰু সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুৰ অনুপাতৰ মাজত কিবা সম্পৰ্ক আছে বুলি তোমালোকে ভাবানে? তোমালোকে জানা যে কালিৰ জোখ বৰ্গ এককত লোৱা হয়। গতিকে

তোমালোকে এই অনুপাত অনুৰূপ বাহুৰ অনুপাতৰ বৰ্গ হ'ব পাৰে বুলি আশা কৰিব পাৰা। প্ৰকৃততে এইটো সঁচা আৰু আমি তাকে তলৰ উপপাদ্যটোত প্ৰমাণ কৰিম।

উপপাদ্য 6.6 : দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত সিঁহতৰ অনুৰূপ বাহুৰ অনুপাতৰ বৰ্গৰ সমান।



চিত্ৰ 6.42

প্ৰমাণ : দিয়া আছে যে ABC আৰু PQR দুটা ত্ৰিভুজ আৰু সিহঁত সদৃশ, অৰ্থাৎ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (চিত্ৰ 6.42 চোৱা)।

আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে

$$\frac{ar(ABC)}{ar(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$$

ত্ৰিভুজৰ কালি উলিয়াবৰ বাবে আমি AM আৰু PN উন্নতি দুটা টানিলো।

এতিয়া, $ar(ABC) = \frac{1}{2} BC \times AM$ আৰু $ar(PQR) = \frac{1}{2} QR \times PN$

সেয়ে, $\frac{ar(ABC)}{ar(PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$

$= \frac{BC \times AM}{QR \times PN}$ ..... (1)

এতিয়া, ΔABM আৰু ΔPQNত,

$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

আৰু $\angle M = \angle N$ (প্ৰতিটোৱেই 90° ৰ সমান)

সেয়ে, $\Delta ABM \sim \Delta PQN$ (AA সাদৃশ্য চৰ্ত)

এতেকে, $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ ..... (2)

তদুপৰি, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (দিয়া আছে)

সেয়ে, $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ ..... (3)

এতেকে, $\frac{ar(ABC)}{ar(PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AM}{PN}$ [(1) আৰু (3)ৰ পৰা]

$= \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ}$ [(2)ৰ পৰা]

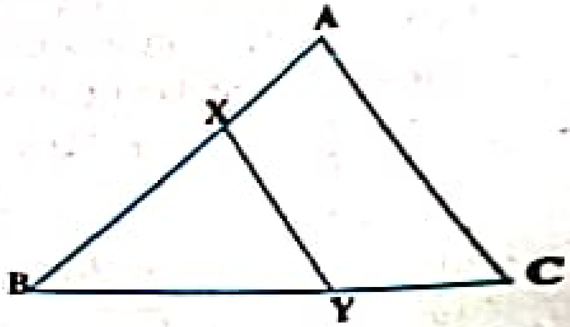
$= \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$

এতিয়া (3)ৰ সহায়ত আমি পাওঁ

$$\frac{ar(ABC)}{ar(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$$ ■

এই উপপাদ্যটোৰ ব্যৱহাৰৰ ব্যাখ্যা কৰিবৰ বাবে এটা উদাহৰণ লোৱা হ'ল।

উদাহৰণ 9 : চিত্ৰ 6.43ত, ΔABC ৰ XY ৰেখাখণ্ডটো AC বাহুৰ সমান্তৰাল আৰু ই ত্ৰিভুজটোৰ সমান কালিৰ দুটা অংশত বিভক্ত কৰিছে। $\frac{AX}{AB}$ অনুপাতটো উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.43

সমাধান : ইয়াত, XY ‖ AC (দিয়া আছে)

গতিকে, ∠BXY = ∠A

আৰু ∠BYX = ∠C (অনুৰূপ কোণ)

সেইকাৰণে, ΔABC ~ ΔXBY (AA সাদৃশ্য চৰ্ত)

গতিকে, $\frac{ar(ABC)}{ar(XBY)} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2$ (উপপাদ্য 6.6) ..... (1)

অনুপৰি, ar(ABC) = 2 ar(XBY) (দিয়া আছে)

সেয়ে, $\frac{ar(ABC)}{ar(XBY)} = \frac{2}{1}$ ..... (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা, $\left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = \frac{2}{1}$,

অৰ্থাৎ, $\frac{AB}{XB} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

বা, $\frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

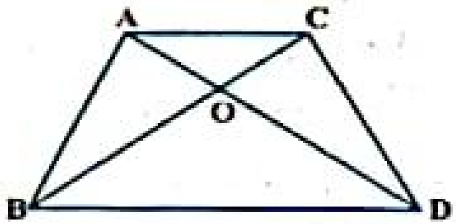
বা, $1-\frac{XB}{AB}=1-\frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\frac{AB-XB}{AB}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$,

অৰ্থাৎ, $\frac{AX}{AB}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

অনুশীলনী 6.4

1. ধৰা $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ আৰু সিহঁতৰ কালি ক্ৰমে 64 cm^2 আৰু 121 cm^2। যদি EF = 15.4 cm, BC উলিওৱা।
2. ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ AB || DC আৰু কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত ছেদ কৰে। যদি AB = 2 CD, AOB আৰু COD ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত উলিওৱা।
3. চিত্ৰ 6.44ত, একে ভূমি BC ৰ ওপৰত ABC আৰু DBC দুটা ত্ৰিভুজ। যদি AD য়ে BCক O বিন্দুত ছেদ কৰে তেন্তে দেখুওৱা যে, $\frac{ar(ABC)}{ar(DBC)}=\frac{AO}{DO}$



চিত্ৰ 6.44

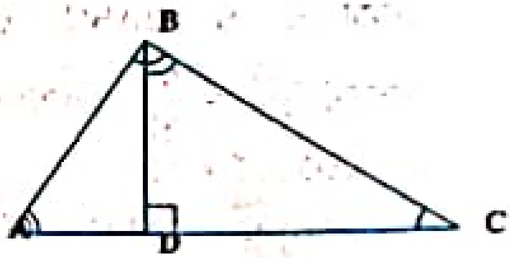
4. যদি দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালি সমান, প্ৰমাণ কৰা যে সিহঁত সৰ্বসম।
5. ΔABCৰ AB, BC আৰু CA বাহুৰ মধ্যবিন্দু ক্ৰমে D, E আৰু F। ΔDEF আৰু ΔABCৰ কালিৰ অনুপাত উলিওৱা।
6. প্ৰমাণ কৰা যে দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত সিহঁতৰ অনুৰূপ মধ্যমা দুডালৰ অনুপাতৰ বৰ্গৰ সমান।
7. প্ৰমাণ কৰা যে এটা বৰ্গৰ এটা বাহুৰ ওপৰত গঠিত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ কালি বৰ্গটোৰ এটা কৰ্ণৰ ওপৰত গঠিত সমবাহু ত্ৰিভুজটোৰ কালিৰ আধা।

শুদ্ধ উত্তৰটোত চিন দিয়া আৰু যুক্তি দিয়া

8. ABC আৰু BDE দুটা সমবাহু ত্ৰিভুজ আৰু BC বাহুৰ মধ্যবিন্দু D। ABC আৰু BDE ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালিৰ অনুপাত হ'ব
   (A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 4 : 1 (D) 1 : 4
9. দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ অনুপাত 4 : 9। এই ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালিৰ অনুপাত হ'ল
   (A) 2 : 3 (B) 4 : 9 (C) 81 : 16 (D) 16 : 81

6.6. পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য (Pythagoras Theorem)

তোমালোকে ইতিমধ্যে আগৰ শ্ৰেণীত পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য পাই আহিছা। তোমালোকে কিছুমান কাৰ্য্য বিধিৰ সহায়ত উপপাদ্যটোৰ সত্যাসত্য পৰীক্ষা কৰিছিলা আৰু কিছুমান বিশেষ প্ৰশ্নৰ সমাধান উলিয়াওঁতে উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰিছিলা। তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত উপপাদ্যটোৰ এটা প্ৰমাণো পাইছিলা। এতিয়া আমি ত্ৰিভুজৰ সাদৃশ্য ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিম। এইটো প্ৰমাণ কৰিবলৈ যাওঁতে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বিপৰীত শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা অতিভুজ ডাললৈ টনা লম্বই গঠন কৰা ত্ৰিভুজ দুটাৰ সাদৃশ্য সম্পৰ্কীয় এটা ফলাফল ইয়াত ব্যৱহাৰ কৰিম।



চিত্ৰ 6.45

এতিয়া ধৰা হ'ল ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু B ইয়াৰ সমকোণ। ধৰা হ'ল AC অতিভুজৰ ওপৰত BD লম্ব (চিত্ৰ 6.45 চোৱা)।

তোমালোকে মন কৰিছা নিশ্চয় যে ΔADB আৰু ΔABCত $\angle A = \angle A$

আৰু $\angle ADB = \angle ABC$ (কিয়?)

সেয়ে, $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (কেনেকৈ?) .....(1)

একেদৰে, $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (কেনেকৈ?) ..... (2)

সেয়ে (1) আৰু (2) ৰ পৰা পাওঁ যে BD অতিভুজৰ দুয়োফালে গঠন হোৱা ত্ৰিভুজ দুটা ΔABCৰ সদৃশ।

তদুপৰি, যিহেতু $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ আৰু $\Delta BDC \sim \Delta ABC$

গতিকে, $\Delta ADB \sim \Delta BDC$ (6.2 অনুচ্ছেদৰ মন্তব্যৰ পৰা)

ওপৰৰ আলোচনাটোৰ পৰা তলৰ উপপাদ্যটো পোৱা যায়।

উপপাদ্য 6.7 : যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সমকোণ থকা শীৰ্ষবিন্দুটোৰ পৰা অতিভুজলৈ এডাল লম্ব টনা হয়, তেনেহ'লে লম্বডালৰ দুয়োফালে গঠিত ত্ৰিভুজ দুটাৰ প্ৰতিটোৱেই গোটেই ত্ৰিভুজটোৰ সৈতে সদৃশ আৰু সিহঁত দুটাও পৰস্পৰ সদৃশ।

পাইথাগোৰাচ
(569 – 479 B.C.)

এতিয়া পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য প্ৰমাণ কৰিবলৈ এই উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰিম।

উপপাদ্য 6.8 : এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ আন দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।

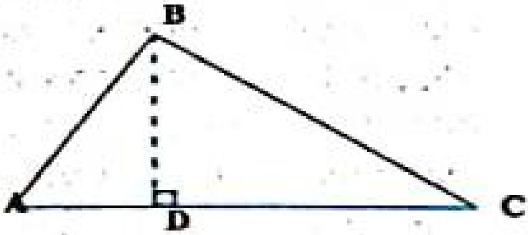
প্ৰমাণ : আমাক এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ABC দিয়া আছে যাৰ B কোণটো সমকোণ। আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $AC^2 = AB^2 + BC^2$

AC ৰ ওপৰত BD লম্ব টনা হ'ল। (চিত্ৰ 6.46 চোৱা)

এতিয়া, $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (উপপাদ্য 6.7)

গতিকে, $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (বাহুবোৰ সমানুপাতিক)

বা $AD.AC = AB^2$ ...... (1)



চিত্ৰ 6.46

তদুপৰি, $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (উপপাদ্য 6.7)

গতিকে, $\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$

বা, $CD \,.\, AC = BC^2$ .... (2)

(1) আৰু (2) যোগ কৰাত,

$AD.AC + CD.AC = AB^2 + BC^2$

বা, $AC(AD + CD) = AB^2 + BC^2$

বা, $AC.AC = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ■

ওপৰৰ এই উপপাদ্যটো ইয়াৰ আগতে প্ৰাচীন ভাৰতীয় বৌধায়ন (প্ৰায় 800 B.C.) নামৰ এগৰাকী গণিতজ্ঞই তলত দিয়াৰ দৰে আগবঢ়াইছিল :

"এটা আয়তৰ কৰ্ণই যিমান কালি উৎপন্ন কৰে সেই একে কালিয়েই ইয়াৰ দুয়োটা বাহুৱে (অৰ্থাৎ দীঘ আৰু প্ৰস্থ) উৎপন্ন কৰে।

এই কাৰণে এই উপপাদ্যটোক কেতিয়াবা বৌধায়নৰ উপপাদ্য (*Baudhayan Theorem*) বুলিও কোৱা হয়।

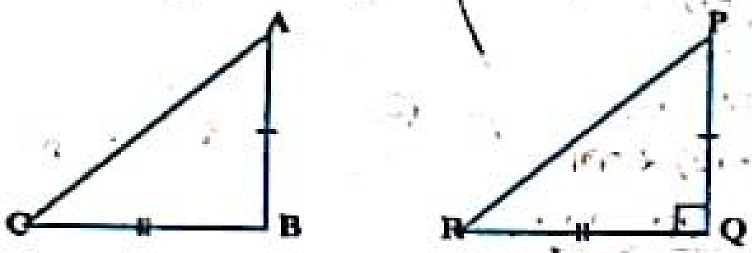
পাইথাগোৰাচৰ বিপৰীত উপপাদ্যটো কি হ'ব? তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত ইতিমধ্যে সত্যাপন কৰি পাইছা যে এইটোও সত্য। ইয়াকে আমি এটা উপপাদ্যৰ আৰ্হিত প্ৰমাণ কৰিম।

উপপাদ্য 6.9 : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গ সেই ত্ৰিভুজটোৰ আন দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান হয় তেন্তে প্ৰথম বাহুটোৰ বিপৰীত কোণটো এটা সমকোণ।

প্ৰমাণ : ইয়াত আমাক এটা ত্ৰিভুজ ABC দিয়া আছে যাৰ $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $\angle B = 90°$.

ইয়াকে কৰিবলৈ প্ৰথমে আমি এটা ত্ৰিভুজ PQR অংকন কৰিলো যাৰ Q কোণ সমকোণ আৰু যাতে PQ = AB আৰু QR = BC (চিত্ৰ 6.47 চোৱা)।



চিত্ৰ 6.47

এতিয়া, Δ PQR ৰ পৰা, আমি পাওঁ,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ (পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য কাৰণ $\angle Q = 90°$)

বা, $PR^2 = AB^2 + BC^2$ (অংকন মতে) ..... (1)

কিন্তু $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (দিয়া আছে) ..... (2)

গতিকে, AC = PR [(1) আৰু (2)ৰ পৰা] ..... (3)

এতিয়া, ΔABC আৰু ΔPQRত

AB = PQ (অংকন মতে)

BC = QR (অংকন মতে)

AC = PR [ওপৰৰ (3) ত দেখুওৱা হৈছে]

সেয়ে, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ (SSS সৰ্বসম চৰ্ত)

এতেকে, $\angle B = \angle Q$ (CPCT)

কিন্তু, $\angle Q = 90°$ (অংকন মতে)

সেয়ে, $\angle B = 90°$ ■

টোকা : এই উপপাদ্যটোৰ আন এটা প্ৰমাণৰ বাবে পৰিশিষ্ট 1 চোৱা। এই উপপাদ্যবিলাকৰ ব্যৱহাৰৰ ব্যাখ্যা দিবৰ কাৰণে এতিয়া আমি কিছুমান উদাহৰণ কৰিম।

উদাহৰণ 10 : চিত্ৰ 6.48ত, $\angle ACB = 90°$ আৰু $CD \perp AB$. প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$.

সমাধান : $\Delta ACD \sim \Delta ABC$ (উপপাদ্য 6.7)

সেয়ে, $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

বা, $AC^2 = AB \cdot AD$ ..... (1)

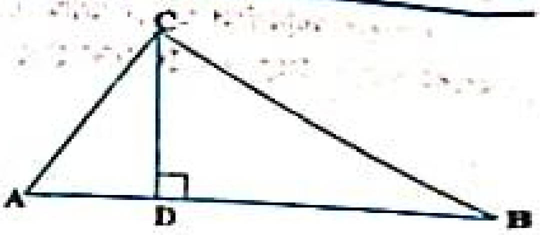
একেদৰে, $\Delta BCD \sim \Delta BAC$ (উপপাদ্য 6.7)

সেয়ে, $\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BC}$

বা, $BC^2 = BA \cdot BD$ ..... (2)

গতিকে, (1) আৰু (2) ৰ পৰা

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BA \cdot BD}{AB \cdot AD} = \frac{BD}{AD}$$



চিত্ৰ 6.48

উদাহৰণ 11 : এডাল জখলা এখন বেৰত এনেভাৱে থোৱা হ'ল যে ইয়াৰ গুৰিটো (foot) বেৰখনৰ পৰা 2.5m আঁতৰত আছে আৰু ইয়াৰ আগটোৱে (top) ভূমিৰ পৰা 6m ওপৰত থকা খিৰিকী এখন স্পৰ্শ কৰি থাকে। জখলাডালৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰাহ'ল জখলাডাল AB আৰু CA বেৰখনত খিৰিকিখন A (চিত্ৰ 6.49 চোৱা)।

তেনুপৰি, $BC = 2.5m$ আৰু $CA = 6m$

পাইথাগোৰাচৰ সূত্ৰৰ পৰা পাওঁ যে

$AB^2 = BC^2 + CA^2$

$= (2.5)^2 + (6)^2$

$= 42.25$

সেয়ে, $AB = 6.5$

গতিকে, জখলাডালৰ দীঘ 6.5 মিটাৰ।

চিত্ৰ 6.49

উদাহৰণ 12 : চিত্ৰ 6.50ত যদি $AD \perp BC$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান : ΔADCৰ পৰা, আমি পাওঁ

$AC^2 = AD^2 + CD^2$ (পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য) (1)

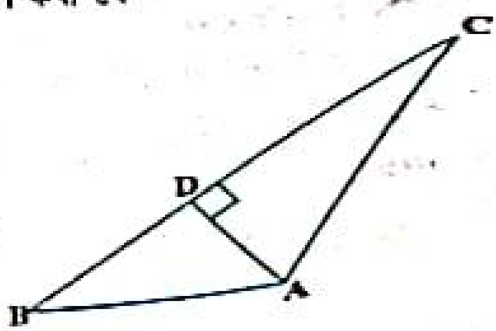
ΔADBৰ পৰা পাওঁ,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ (পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য) (2)

(2)ৰ পৰা (1) বিয়োগ কৰিলে,

$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

বা, $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$



চিত্ৰ 6.50

চিত্ৰ 6.51

উদাহৰণ 13 : ΔABCৰ A কোণটো সমকোণ আৰু ইয়াৰ দুডাল মধ্যমা BL আৰু CM। প্ৰমাণ কৰা যে, $4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$.

সমাধান : ΔABC ৰ BL আৰু CM মধ্যমা আৰু $\angle A = 90^\circ$ (চিত্ৰ 6.51 চোৱা)।

ΔABC ৰ পৰা

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ ..... (1)

(পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য)

ΔABL ৰ পৰা, $BL^2 = AL^2 + AB^2$

বা, $BL^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + AB^2$, (AC ৰ মধ্যবিন্দু L)

বা, $BL^2 = \frac{AC^2}{4} + AB^2$

বা, $4\,BL^2 = AC^2 + 4\,AB^2$ ..... (2)

$\Delta\, CMA$ ৰ পৰা, $CM^2 = AC^2 + AM^2$

বা, $CM^2 = AC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ (ABৰ মধ্যবিন্দু M)

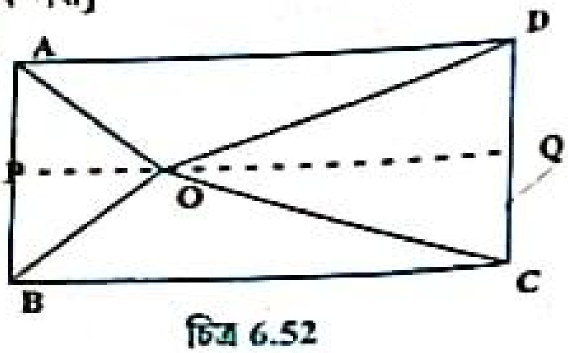
বা, $CM^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

বা, $4CM^2 = 4AC^2 + AB^2$ ..... (3)

(2) আৰু (3) যোগ কৰি পাওঁ

$4(BL^2 + CM^2) = 5(AC^2 + AB^2)$

অৰ্থাৎ, $4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$ [(1)অৰ পৰা]



চিত্ৰ 6.52

উদাহৰণ 14 : ABCD আয়ত এটাৰ O যিকোনো অন্তস্থ বিন্দু (চিত্ৰ 6.52 চোৱা)। প্ৰমাণ কৰা যে $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$.

সমাধান : O ৰ মাজেদি যোৱাকৈ PQ ক BC ৰ সমান্তৰালকৈ অঁকা হ'ল যাতে P বিন্দুটো AB ৰ আৰু Q বিন্দু DC ৰ ওপৰত থাকে।

এতিয়া, PQ ∥BC

এতেকে, PQ ⊥ AB আৰু PQ ⊥ DC ($\angle B = 90^\circ$ আৰু $\angle C = 90^\circ$)

গতিকে, $\angle BPQ = 90^\circ$ আৰু $\angle CQP = 90^\circ$

সেইবাবে, BPQC আৰু APQD দুয়োটাই আয়ত।

এতিয়া, ΔOPB ৰ পৰা

$$OB^2 = BP^2 + OP^2 \quad ..... (1)$$

একেদৰে, ΔOQDৰ পৰা

$$OD^2 = OQ^2 + DQ^2 \quad ..... (2)$$

ΔOQCৰ পৰা,

$$OC^2 = OQ^2 + CQ^2 \quad ..... (3)$$

আৰু Δ OAPৰ পৰা

$$OA^2 = AP^2 + OP^2 \quad ..... (4)$$

(1) আৰু (2) যোগ কৰিলে,

$$OB^2 + OD^2 = BP^2 + OP^2 + OQ^2 + DQ^2$$

$$= CQ^2 + OP^2 + OQ^2 + AP^2 \quad (\because BP = CQ \text{ আৰু } DQ = AP)$$

$$= CQ^2 + OQ^2 + OP^2 + AP^2$$

$$= OC^2 + OA^2 \quad [(3) \text{ আৰু } (4) \text{ ৰ পৰা}]$$

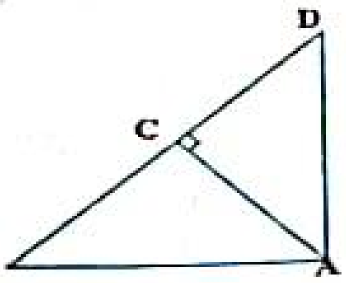
অনুশীলনী 6.5

1. ত্ৰিভুজৰ কিছুমান বাহুৰ দীঘ তলত দিয়া হ'ল। ইয়াৰে কোনবিলাক সমকোণী ত্ৰিভুজ উলিওৱা। সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত অতিভুজডালৰ দীঘ লিখা।
   (i) 7 cm, 24 cm, 25 cm
   (ii) 3 cm, 8 cm, 6 cm
   (iii) 50 cm, 80 cm, 100 cm
   (iv) 13 cm, 12 cm, 5 cm

2. PQR ত্ৰিভুজৰ P কোণ সমকোণ আৰু QRৰ ওপৰত M এটা বিন্দু। যদি $PM \perp QR$, দেখুওৱা যে $PM^2 = QM.MR$

3. চিত্ৰ 6.53ত, ABD এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ যাৰ A কোণটো সমকোণ আৰু $AC \perp BD$. দেখুওৱা যে
   (i) $AB^2 = BC \cdot BD$
   (ii) $AC^2 = BC \cdot DC$
   (iii) $AD^2 = BD \cdot CD$

4. ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ যাৰ C কোণ সমকোণ। প্ৰমাণ কৰা যে $AB^2 = 2AC^2$.



চিত্ৰ 6.53

5. ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ AC = BC. যদি $AB^2 = 2AC^2$, প্ৰমাণ কৰা যে ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ।

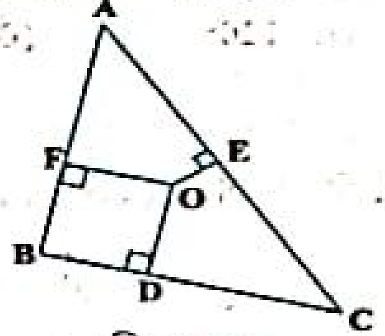
6. এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ABC ৰ বাহুৰ দীঘ $2a$। ইয়াৰ প্ৰতিটো উন্নতিৰ দীঘ উলিওৱা।

7. প্ৰমাণ কৰা যে এটা ৰম্বাচৰ বাহুবিলাকৰ বৰ্গৰ যোগফল তাৰ কৰ্ণ দুডালৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।

8. চিত্ৰ 6.54ত, ABC ত্ৰিভুজৰ O এটা অন্তঃস্থ বিন্দু আৰু $OD \perp BC$, $OE \perp AC$ আৰু $OF \perp AB$. দেখুওৱা যে

(i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$,

(ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$.



চিত্ৰ 6.54

9. 10m দীঘল জখলা এডালে ভূমিৰ পৰা 8m ওপৰত থকা খিৰিকি এখন চুকি পায়। বেৰখনৰ পৰা জখলা ডালৰ গুৰিটোৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

10. 24 মিটাৰ দীঘল এডাল ভাৰ উত্তোলন কৰা জৰী (তাঁৰ) 18 মিটাৰ ওখ উলম্ব খুটা এটাত বান্ধি থোৱা আছে আৰু আনটো মূৰত এটা গধুৰ বস্তু বান্ধি থোৱা আছে। খুটাটোৰ গুৰিৰ পৰা তাঁৰডালে কিমান ওপৰলৈ গধুৰ বস্তুটো দাঙি নিলে তাঁৰডাল টনটনীয়া (taut) হ'ব?

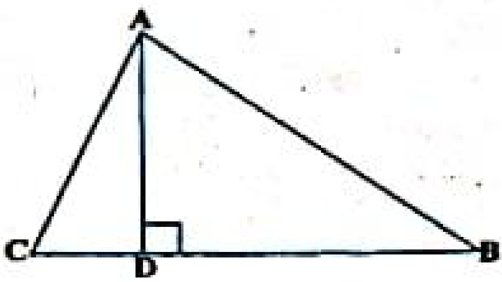
11. এখন উৰাজাহাজ এয়াৰ প'ৰ্টৰ পৰা উৰা মাৰিলে আৰু ঘণ্টাত 1000 km দ্ৰুতিত উত্তৰ দিশে গতি কৰিলে। একে সময়তে, আন এখন উৰাজাহাজ একেটা এয়াৰপ'ৰ্টৰ পৰা পশ্চিম দিশে ঘণ্টাত 1200 km দ্ৰুতিত উৰা মাৰিলে। $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টাৰ পিচত দুয়োখন উৰাজাহাজৰ মাজত দূৰত্ব কিমান হ'ব?

12. এখন সমতলত দুটা স্তম্ভ, এটা 6m আৰু 11m ওখ, থিয় হৈ আছে। যদি স্তম্ভ দুটাৰ গুৰি দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব 12m, তেন্তে সিহঁতৰ আগ দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব কিমান?

13. ABC ত্ৰিভুজৰ C কোণ সমকোণ আৰু CA আৰু CB বাহু দুটাত D আৰু E দুটা বিন্দু। প্ৰমাণ কৰা যে $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$।

14. ΔABC ৰ A বিন্দুৰ পৰা BC ৰ ওপৰত টনা লম্বই BC ক D বিন্দুত এনেদৰে ছেদ কৰে যে DB = 3CD (চিত্ৰ 6.55 চোৱা)। প্ৰমাণ কৰা যে $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$।

15. ABC সমবাহু ত্ৰিভুজৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু যাতে $BD = \frac{1}{3}BC$। প্ৰমাণ কৰা যে $9AD^2 = 7AB^2$।



চিত্ৰ 6.55

16. প্ৰমাণ কৰা যে, এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গৰ তিনিগুণ তাৰ এডাল উন্নতিৰ বৰ্গৰ চাৰিগুণৰ সমান।

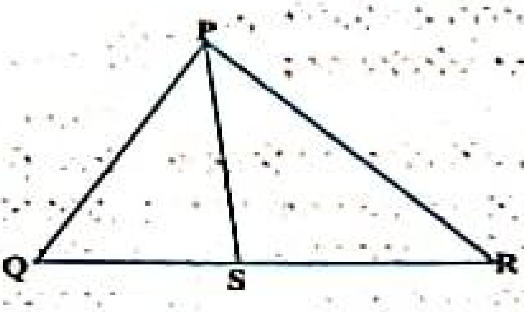
17. শুদ্ধ উত্তৰটোত চিন দিয়া আৰু যুক্তি প্ৰদৰ্শন কৰা

ΔABC ৰ $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AC = 12$ cm আৰু $BC = 6$ cm. এতিয়া B কোণ হ'ব

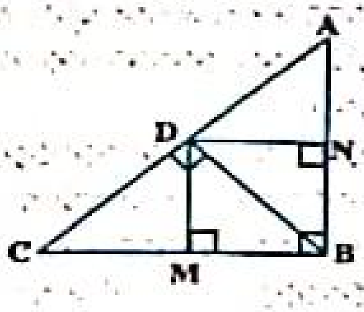
(A) 120° (B) 60° (C) 90° (D) 45°

অনুশীলনী 6.6 (ঐচ্ছিক)*

1. চিত্ৰ 6.56ত, $\angle QPR$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক PS। প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$



চিত্ৰ 6.56

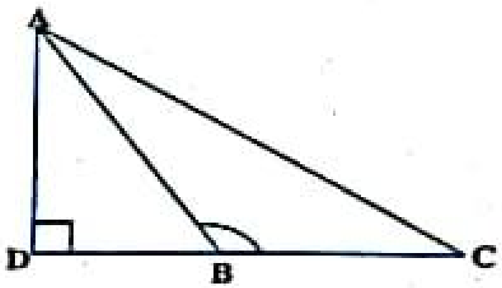


চিত্ৰ 6.57

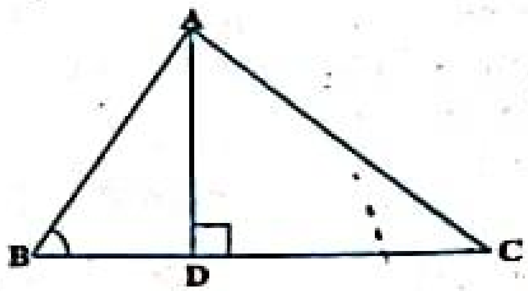
2. চিত্ৰ 6.57ত, ΔABCৰ AC অতিভুজৰ ওপৰত D এটা বিন্দু। যদি $BD \perp AC$, $DM \perp BC$ আৰু $DN \perp AB$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

(i) $DM^2 = DN.MC$ (ii) $DN^2 = DM.AN$

3. চিত্ৰ 6.58 ত, ABC এটা ত্ৰিভুজ যাৰ $\angle ABC > 90°$ আৰু $AD \perp CB$ (বৰ্ধিত)। প্ৰমাণ কৰা যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$।



চিত্ৰ 6.58



চিত্ৰ 6.59

* এই অনুশীলনীবোৰ পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নহয়।

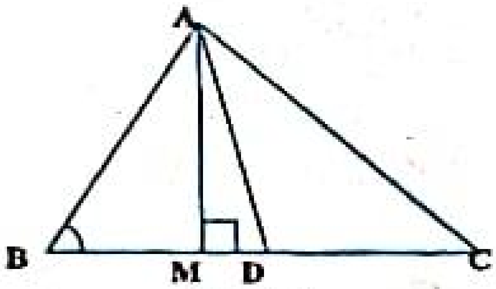
4. চিত্ৰ 6.59ত, ABC এটা ত্ৰিভুজ যাৰ $\angle ABC < 90°$ আৰু $AD \perp BC$. প্ৰমাণ কৰা যে $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$।

5. চিত্ৰ 6.60ত, ABC ত্ৰিভুজৰ AD এডাল মধ্যমা আৰু $AM \perp BC$। প্ৰমাণ কৰা যে

(i) $AC^2 = AD^2 + BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

(ii) $AB^2 = AD^2 - BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

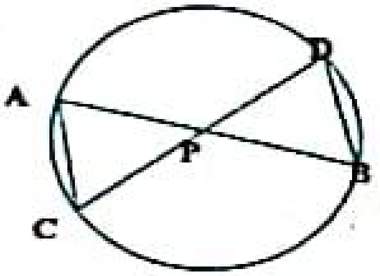
(iii) $AC^2 + AB^2 = 2\ AD^2 + \frac{1}{2}\ BC^2$



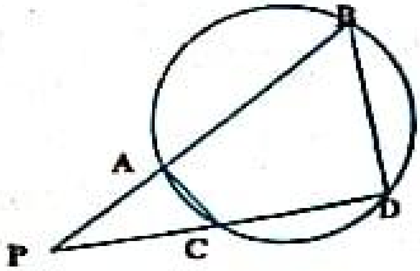
চিত্ৰ 6.60

6. প্ৰমাণ কৰা যে এটা সামান্তৰিকৰ কৰ্ণ দুডালৰ বৰ্গৰ যোগফল তাৰ বাহুকেইডালৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।

7. চিত্ৰ 6.61ত, AB আৰু CD জ্যা দুডালে পৰস্পৰক P বিন্দুত ছেদ কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে,
(i) $\Delta APC \sim \Delta DPB$ (ii) $AP\ .\ PB = CP\ .\ DP$



চিত্ৰ 6.61



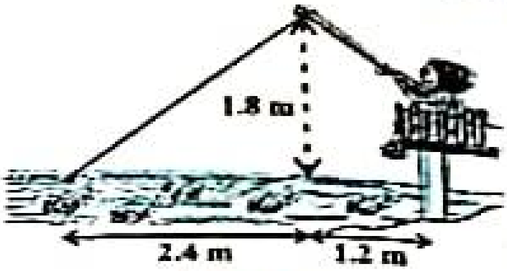
চিত্ৰ 6.62

8. চিত্ৰ 6.62ত, এটা বৃত্তৰ AB আৰু CD জ্যা দুডালে পৰস্পৰক P বিন্দুত (যেতিয়া বঢ়াই দিয়া হয়) বৃত্তটোৰ বাহিৰত ছেদ কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে
(i) $\Delta PAC \sim \Delta PDB$
(ii) $PA.PB = PC.PD$

9. চিত্ৰ 6.63ত, $\Delta\ ABC$ ৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু যাতে $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$। প্ৰমাণ কৰা যে AD ৰেখাডাল $\angle BAC$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক।

চিত্ৰ 6.63

10. নাজিমাই এটা জুবিত বৰশী বাই আছে। তাইৰ বৰশীৰ ছিপটোৰ আগটো পানীৰ উপৰিভাগৰ পৰা 1.8m ওপৰত আছে। বৰশীৰ পুঙা (fly)টো বৰশীৰ সূতাডালৰ আনটো মূৰত লাগি আছে আৰু ই এনেভাৱে পানীত ওপঙি আছে যে ইয়াৰ দূৰত্ব তাইৰ পৰা 3.6m আঁতৰত আৰু বৰশীৰ ছিপটোৰ আগটোৰ ঠিক তলতে থকা পানীৰ ওপৰৰ বিন্দু এটাৰ পৰা 2.4m আঁতৰত। যদি ধৰা হয় যে বৰশীৰ সূতাডাল (ছিপটোৰ আগৰ পৰা পুঙাটোলৈকে) টানটনীয়া (অৰ্থাৎ ঢিলা নথকা) হৈ আছে, তেন্তে সূতাডালৰ কিমানখিনি ওলাই আছে (চিত্ৰ 6.64 চোৱা)? যদি তাই সূতাডাল প্ৰতি ছেকেণ্ডত 5 cm কৈ টানি থাকে তেন্তে 12 ছেকেণ্ড পিছত পুঙাটোৰ অনুভূমিক দূৰত্ব তাইৰ পৰা কিমান হ'ব?



চিত্ৰ 6.64

6.7. সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলত দিয়া কথাখিনি শিকিলা :

1. দুটা নক্সা (বা চিত্ৰ) যদি একে আকৃতিৰ হয়, কিন্তু আকাৰ একে হোৱাৰ প্ৰয়োজন নাই, তেন্তে সিহঁতক সদৃশ চিত্ৰ বুলি কোৱা হয়।
2. সকলোবোৰ সৰ্বসম চিত্ৰ সদৃশ কিন্তু বিপৰীতটো সত্য নহয়।
3. দুটা সমসংখ্যক বাহুৰে বহুভুজ সদৃশ হ'ব যদিহে (i) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান আৰু (ii) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবোৰৰ অনুপাত একে (অৰ্থাৎ সমানুপাতিক)।
4. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ সমান্তৰালকৈ টনা ৰেখা এডালে আন দুটা বাহুক দুটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুত ছেদ কৰে, তেনেহ'লে সেই বাহুদুটা একে অনুপাতত বিভক্ত হয়।
5. যদি এডাল ৰেখাই এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুক একে অনুপাতত বিভক্ত কৰে তেনেহ'লে ৰেখাডাল তৃতীয় বাহুটোৰ সমান্তৰাল।
6. যদি দুটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান তেন্তে সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত থাকে আৰু এই কাৰণে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ (AAA সাদৃশ্য চৰ্ত)।
7. যদি দুটা ত্ৰিভুজৰ, এটাৰ দুটা কোণ আনটোৰ দুটা অনুৰূপ কোণৰ সমান হয়, তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ (AA সাদৃশ্য চৰ্ত)।
8. যদি দুটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ একে অনুপাতত থাকে তেন্তে সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান হ'ব আৰু তেতিয়া ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ হ'ব (SSS সাদৃশ্য চৰ্ত)।

9. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ আন এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ সমান হয় আৰু এই কোণ বিলাক গঠন কৰা বাহু বিলাক একে অনুপাতত থাকে (সমানুপাতিক) তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ। (SAS সাদৃশ্য চৰ্ত)।

10. দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত ত্ৰিভুজ দুটাৰ অনুৰূপ বাহুবিলাকৰ অনুপাতৰ বৰ্গৰ সমান।

11. যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সমকোণ থকা শীৰ্ষবিন্দুটোৰ পৰা অতিভুজলৈ এডাল লম্ব টনা হয় তেনেহ'লে লম্বডালৰ দুয়োফালে গঠিত ত্ৰিভুজ দুটাৰ প্ৰতিটোৱে গোটেই ত্ৰিভুজটোৰ সৈতে সদৃশ আৰু সিহঁত দুটাও পৰস্পৰ সদৃশ।

12. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ আন দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান। (পাইথাগোৰাচৰ উপপাদ্য)।

13. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গ আন দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান তেন্তে প্ৰথম বাহুটোৰ বিপৰীত কোণটো সমকোণ।

পঢ়ুৱৈলে এটি টোকা (A Note To The Reader)

যদি দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এটা ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু আনটো ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহুৰ সমানুপাতিক তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ। ইয়াকে RHS সাদৃশ্য চৰ্ত বোলে।

এই চৰ্তটো যদি অষ্টম অধ্যায়ৰ উদাহৰণ 2ত ব্যৱহাৰ কৰা হয় তেন্তে প্ৰমাণটো সহজ হ'ব।