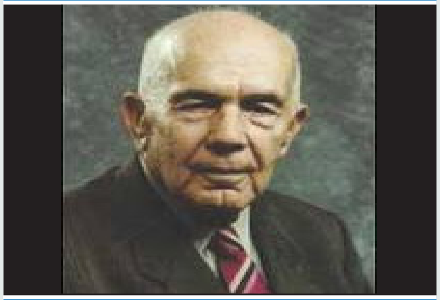
10

செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி



ஃபிராங்க் லாரன் ஹிட்ச்காக்
(1875-1957)

அறிமுகம்

செயல்முறை ஆராய்ச்சி (Operations Research) என்பது நிறுவனங்களில் ஏற்படும் பிர்ச்சனைகளை பகுப்பாய்வு செய்து உகந்த தீர்வினை முடிவெடுக்கும் திறனை அளிக்கும் வழிமுறைகளாகும். இது மேலாண்மை நிறுவனங்களில் பெரிதும் பயன்படுகிறது. செயல்முறை ஆராய்ச்சிகளில் உள்ள கணக்குகளில் போக்குவரத்து கணக்குகள் முக்கிய இடத்தைப் பெறுகின்றன.

போக்குவரத்து கணக்கு என்பது ஒரே மாதிரியான பொருள்களை உற்பத்தி செய்கின்ற தொழிற்சாலைகள் எனும் ஆதார இடங்களையும், உற்பத்தியான பொருள்களைத் தேவை அளிக்கக்கூடிய சேரும் இடங்களையும் இணைப்பதாகும். ஒவ்வொரு தொழிற்சாலைக்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட திறன் கட்டுப்பாடு மற்றும் ஒவ்வொரு சேரும் இடத்திற்கும் (விநியோகிப்பவர் / வாடிக்கையாளர்) ஒரு தேவைக் கட்டுப்பாடு இருக்கும் தொழிற்சாலையிலிருந்து (விநியோகிப்போர்/ வாடிக்கையாளருக்கு) அனுப்பக் கூடிய ஒரு அலகிற்கான போக்குவரத்துச் செலவு தெரிந்திருக்கும். இவற்றைப் பற்றி ஃபிராங்க் லாரன் ஹிட்ச்காக் என்ற அமெரிக்க கணிதவியல் மற்றும் இயற்பியலாளர் என்பரால் 1941–ஆம் ஆண்டு போக்குவரத்து கணக்குகளை உருவாக்கியுள்ளார் எனத் தெரியவருகிறது.

கற்றல் நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தைப் படித்த பின்பு பின்வரும் பாடக்கருத்துகளை மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ள இயலும்.

- போக்குவரத்து மற்றும் ஒதுக்கீடு கணக்குகளை அமைத்தல்
- போக்குவரத்து கணக்கிற்கும் ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கிற்கும் இடையேயான வித்தியாசத்தை காணல்.
- போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை உகந்த தீர்வை காணல்
- போக்குவரத்து கணக்கில், மாறுப்பட்ட மற்றும் மாறுப்பாடற்ற தீர்வுகளை அடையாளம் காணுதல்.
- ஹங்கேரி முறையில் ஒதுக்கீட்டு கணக்கின் தீர்வு காணல்
- உத்திகள் மற்றும் மூலஉத்தி முடிவுகளை வேறுபடுத்தல்.
- மீப்பெரு சிறுமம் மற்றும் மீச்சிறு பெருமம் முறையில் சிறந்த மாற்று முடிவுகளை தீர்மானித்தல்

Q73NVJ

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 249 3/5/2020 1:20:47 PM

10.1 போக்குவரத்து கணக்குகள் (Transportation Problem)

மொத்த போக்குவரத்துச் செலவை குறைக்கும் வகையில் ஒவ்வொரு ஆதியிலிருந்து ஒவ்வொரு சேரும் இடத்திற்கு அனுப்பக் கூடிய பொருள்களின் அளவை தீர்மானிப்பது நமது நோக்கமாகும்.

10.1.1 வரையறை மற்றும் அமைப்பு (Definition and formulation)

m தொழிற்சாலைகள் மற்றும் n சேரும் இடங்கள் உள்ளன எனக் கருதுக. i எனும் ஆதியின் அளிப்புகள் ai அலகுகள் என்க. j எனும் சேருமிடத்தின் தேவைகள் bj அலகுகள் என்க.

ஒரு அலகு பொருளை ஆதி i யிலிருந்து சேருமிடம் j வுக்கு கொண்டு செல்ல ஆகும் போக்குவரத்து செலவு c_{ij} என்க மற்றும் இதனுடைய எல்லா சேர்வுகள் (i,j) எனத் தெரியும். ஆதி i யிலிருந்து சேருமிடம் j க்கு கொண்டு செல்லும் பொருள்களின் அளவு x_{ij} என்க.

மொத்த போக்குவரத்து செலவு குறைக்கக் கூடிய (i,j) எனும் அனைத்து வழிகளிலும் கொண்டு செல்லும் பொருள்களின் அளவு x_{ij} –ஐ கணக்கிடுவதே நமது குறிக்கோள் ஆகும். ஆதியின் வளங்கள் அளவு மற்றும் சேருமிடத்தின் தேவைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும்.

மேற்கூறிய போக்குவரத்து கணக்கை கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிக்கலாம்.

மேற்கண்ட போக்குவரத்து கணக்குகளை நேரிய திட்டமிடல் கணக்கு வடிவில் கீழ்க்கண்ட வாறு எழுதலாம்.

$Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$ என்ற கட்டுப்பாடுகளுக்கிணங்க என்ற குறிக்கோள் சார்பின் சிறுமம் காணுதல்.

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i$, i=1,2,…….$m$ (அளிப்பு கட்டுப்பாடுகள்)

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j$, j=1,2,…….$n$ (தேவை கட்டுப்பாடுகள்)

$x_{ij}\geq 0$ for all i,j (குறை குறியற்ற நிபந்தனைகள்)

வரையறைகள்

ஏற்புடையத் தீர்வுகள்: கட்டுப்பாடுகளைப் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய குறை குறியற்ற $x_{ij}(i=1,2,..,m, j=1,2,\ldots n)$ இன் மதிப்புகள் போக்குவரத்து கணக்குகளின் ஏற்புடையத் தீர்வுகளாகும். $x_{ij}(i=1,2,..,m,\ j=1,2,\ldots n)$ இன் மதிப்புகள் போக்குவரத்து கணக்குகளின் ஏற்புடையத் தீர்வுகளாகும்.

அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வுகள் : m நிரைகள் மற்றும் n நிரல்கள் கொண்ட போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்வு $m+n$-1 ஒதுக்கீடுகளுக்கு மிகாமல் இருந்தால் அது அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு எனப்படும்.

உகந்த தீர்வு: மொத்த போக்குவரத்து செலவினைக் குறைக்கக் கூடிய ஏற்புடையத் தீர்வு என்பது உகந்த தீர்வு எனப்படும்.

சிதைவற்ற அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு: சிதைவற்ற அடிப்படை தீர்வு என்பது போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்வில் சரியாக $m+n$-1 ஒதுக்கீடுகள் ஒன்றை ஒன்று சாரா நிலையில் அமைந்ததாகும். இங்கு m, n என்பது முறையே நிரை மற்றும் நிரலைக் குறிக்கிறது.

		சேருமிடம்					
		1	2	3	…	n	அளிப்பு
ஆதிகள்	1	(x_{11}) C_{11}	(x_{12}) C_{12}	(x_{13}) C_{13}	…	(x_{1n}) C_{1n}	a_1
	2	(x_{21}) C_{21}	(x_{22}) C_{22}	(x_{23}) C_{23}	…	(x_{2n}) C_{2n}	a_2
	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	m	(x_{m1}) C_{m1}	(x_{m2}) C_{m2}	(x_{m3}) C_{m3}	…	(x_{mn}) C_{mn}	a_m
	தேவை	b_1	b_2	b_3	…	b_n	

அட்டவணை-10.1

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 250 3/5/2020 1:20:49 PM

சிதைந்த தீர்வு: போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்ப்பில் ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை $m+n-1$ க்கு குறைவாக இருந்தால் அது சிதைந்த தீர்வு எனப்படும். இங்கு m, n என்பது முறையே நிரை மற்றும் நிரலைக் குறிக்கிறது.

10.1.2 ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வைக் காணும் முறைகள் (Methods of finding initial Basic Feasible Solutions)

போக்குவரத்து கணக்குகளின் ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வுகளைக் காண பல முறைகள் இருந்தாலும், கீழ்க்கண்ட மூன்று முறைகளை எவ்வாறு காணலாம் என்பதை கற்போம். ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வைக் காண மொத்த அளிப்புகளும், மொத்த தேவைகளும் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

அதாவது, $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

முறை 1: வட மேற்கு மூலை முறை (North-West Corner Rule (NWC))

இம்முறையானது ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வுகள் காண்பதற்கான எளிய மற்றும் திறமையான முறையாகும். இந்த முறையில் தீர்வைக் காண பல்வேறு படிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

படி 1: போக்குவரத்து அட்டவணையை வட மேற்கு மூலையிலுள்ள சிற்றறை(cell) யைத் தேர்ந்தெடுத்து அங்கு சாத்தியமான அளவுகளை ஒதுக்கீடு செய்க. அதாவது, $x_{11} = \min(a_1,b_1)$ ன் சிறும மதிப்பு.

படி 2: தேவைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் $(b_1 < a_1)$, வலது புறத்தில் கிடைமட்டமாக இரண்டாவது நிரலுக்கு நகர்ந்து அங்குள்ள சிற்றறையில் அளவுகள் ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும். அதாவது, $x_{12} = \min(a_1 - x_{11}, b_2)$ ன் சிறும மதிப்பு.

அளிப்புகள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் $(b_1 > a_1)$, கீழே செங்குத்தாக இரண்டாவது நிரைக்கு நகர்ந்து அங்குள்ள சிற்றறையில் அளவுகள் ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும். அதாவது, $x_{21} = \min(a_2, b_1 - x_{11})$ன் சிறும மதிப்பு அளிப்புகள் மற்றும் தேவைகள் இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், மூலைவிட்டமாக அடுத்த சிற்றறைக்கு நகர்ந்து அங்கு அளவுகள் ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும். அதாவது $x_{21} = (a_1, b_2)$ இன் சிறும மதிப்பு.

படி 3: அனைத்து ஒதுக்கீடுகளையும் செய்து முடிக்கும் வரையில் இம்முறையைத் தொடர வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.1

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்பத் தீர்வைக் காண்க.

		சேருமிடம் A	B	C	அளிப்பு
ஆதிகள்	1	2	7	4	5
	2	3	3	1	8
	3	5	4	7	7
	4	1	6	2	14
தேவை		7	9	18	

தீர்வு:

இங்கு, மொத்த அளிப்புகள் = 5+8+7+14=34,

மொத்த தேவைகள் = 7+9+18=34

அதாவது, மொத்த அளிப்புகள் = மொத்த தேவைகள் கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

∴ எனவே, ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு உள்ளது.

மேலே கூறப்பட்ட அட்டவணையில் வடமேற்கு மூலையில் உள்ள சிற்றறை $(1, A)$ யைத் தேர்ந்தெடுத்து அதிகபட்ச சாத்தியமான ஒதுக்கீடுகளைச் செய்யவும்.

அதாவது (5,7) இன் சிறும மதிப்பு 5

	A	B	C	அளிப்பு (a_i)
1	(5) 2	7	4	5/0
2	3	3	1	8
3	5	4	7	7
4	1	6	2	14
தேவை (b_j)	7/2	9	18	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 251 3/5/2020 1:20:49 PM

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை,

	A	B	C	a_i
2	3	3	1	8
3	5	4	7	7
4	1	6	2	14
b_j	2	9	18	

தற்போது $(2, A)$ என்ற சிற்றறை வடமேற்கு மூலையில் உள்ளது.

அங்கு (8,2) இன் சிறும மதிப்பான 2 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

x_{12} = சிறும (2,8) = 2

	A	B	C	a_i
2	(2) 3	3	1	8/6
3	5	4	7	7
4	1	6	2	14
b_j	2/0	9	18	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை,

	B	C	a_i
2	3	1	6
3	4	7	7
4	6	2	14
b_j	9	18	

தற்போது $(2, B)$ என்ற சிற்றறை வடமேற்கு மூலையில் உள்ளது.

அங்கு (6,9)ன் சிறும மதிப்பான 6 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

x_{22} = சிறும (6,9) = 6

	B	C	a_i
2	(6) 3	1	6/0
3	4	7	7
4	6	2	14
b_j	9/3	18	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை,

	B	C	a_i
3	4	7	7
4	6	2	14
b_j	3	18	

தற்போது $(3,B)$ என்ற சிற்றறை வடமேற்கு மூலையில் உள்ளது.

அங்கு (7,3) ன் சிறும மதிப்பான 3 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

x_{32} = சிறும (7,3) = 3

	B	C	a_i
3	(3) 4	7	4
4	6	2	14
b_j	3/0	18	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை,

	C	a_i
3	7	7/4
4	2	14
b_j	18	

தற்போது (3,C) என்ற சிற்றறை வடமேற்கு மூலையில் உள்ளது.

அங்கு (4,18) -ன் சிறும மதிப்பான 4 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

x_{33} = சிறும (4,18) = 4

	C	a_i
3	(4) 7	4/0
4	2	14
b_j	18/14	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை மற்றும் இறுதி ஒதுக்கீடு, $x_{44} = 14$

	C	a_i
4	(14) 2	14/0
b_j	14/0	

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளைக் கொண்ட அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

	A	B	C	a_i
1	(5) 2	7	4	5
2	(2) 3	(6) 3	1	8
3	5	(3) 4	(4) 7	7
4	1	6	(14) 2	14
b_j	7	9	18	

போக்குவரத்து விவரம் $1\rightarrow A, 2\rightarrow A, 2\rightarrow B, 3\rightarrow B, 3\rightarrow C, 4\rightarrow C$

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$$= (5\times2) + (2\times3) + (6\times3) + (3\times4) + (4\times7) + (14\times2) = ₹\ 102$$

எடுத்துக்காட்டு 10.2

வடமேற்கு மூலை முறையைப் பயன்படுத்தி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கீன் அடிப்படைத் தீர்வைக் காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	இருப்பு
O_1	6	4	1	5	14
O_2	8	9	2	7	16
O_3	4	3	6	2	5
தேவை	6	10	15	4	35

இங்கு O_i மற்றும் D_j என்பன i ஆவது ஆதி மற்றும் j ஆவது சேருமிடம் முறையே ஆகும்.

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_1	D_2	D_3	D_4	இருப்பு (a_i)
O_1	6	4	1	5	14
O_2	8	9	2	7	16
O_3	4	3	6	2	5
தேவை (b_j)	6	10	15	4	35

அதாவது, மொத்த இருப்புகள் = மொத்த தேவைகள். எனவே கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

முதல் ஒதுக்கீடு :

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	4	1	5	14/8
O_2	8	9	2	7	16
O_3	4	3	6	2	5
b_j	6/0	10	15	4	35

இரண்டாம் ஒதுக்கீடு:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	(8) 4	1	5	14/8/0
O_2	8	9	2	7	16
O_3	4	3	6	2	5
b_j	6/0	10/2	15	4	35

மூன்றாவது ஒதுக்கீடு:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	(8) 4	1	5	14/8/0
O_2	8	(2) 9	2	7	16/14
O_3	4	3	6	2	5
b_j	6/0	10/2/0	15	4	35

நான்காம் ஒதுக்கீடு:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	(8) 4	1	5	14/8/0
O_2	8	(2) 9	(14) 2	7	16/14/0
O_3	4	3	6	2	5
b_j	6/0	10/2/0	15/1	4	35

ஐந்தாவது ஒதுக்கீடு:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	(8) 4	1	5	14/8/0
O_2	8	(2) 9	(14) 2	7	16/14/0
O_3	4	3	(1) 6	2	5/4
b_j	6/0	10/2/0	15/1/0	4	35

இறுதி ஒதுக்கீடு:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(6) 6	(8) 4	1	5	14/8/0
O_2	8	(2) 9	(14) 2	7	16/14/0
O_3	4	3	(1) 6	(4) 2	5/4/0
b_j	6/0	10/2/0	15/1/0	4/0	35

போக்குவரத்து விவரம் :$O_1 \rightarrow D_1$, $O_1 \rightarrow D_2$, $O_2 \rightarrow D_2$, $O_2 \rightarrow D_3$, $O_3 \rightarrow D_3$, $O_3 \rightarrow D_3$.

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$$= (6\times6)+(8\times4)+(2\times9)+(14\times2)+(1\times6) +(4\times2) = ₹128$$

முறை : 2 மீச்சிறு செலவு முறை (Least Cost Method (LCM))

வடமேற்கு மூலை முறையை விட மீச்சிறு செலவு முறையில் காணும் போக்குவரத்து கணக்கின் செலவு குறைவாக இருக்கும். இம்முறையிலான பல்வேறு படிகள் கீழே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன..

படி 1: போக்குவரத்து அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ள செலவுகளில் மீச்சிறு செலவுக் கொண்ட சிற்றறையை தேர்ந்தெடுக்க.

படி 2: தேர்ந்தெடுத்த சிற்றறையில் சாத்தியமான ஒதுக்கீடுகள் செய்யவும்.

படி 3: ஒதுக்கீடுகள் நிறைவுபெற்ற நிரை மற்றும் நிரல்களை நீக்குக.

படி 4: அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் செய்து முடிக்கும் வரை மேற்கண்ட மூன்று படிகளையும் தொடர வேண்டும்.

குறிப்பு

மீச்சிறு செலவு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சிற்றறைகள் ஒரே மீச்சிறு செலவைக் கொண்டிருந்தால் சிற்றறையை நமது விருப்பப்படி தேர்ந்தெடுத்து ஒதுக்கீடு செய்யவும். அவ்வாறு செய்யும் பட்சத்தில், வெவ்வேறான போக்குவரத்து செலவு கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.3

மீச்சிறு செலவு முறையை பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்துக் கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை தீர்வு காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு
O_1	1	2	3	4	6
O_2	4	3	2	5	8
O_3	5	2	2	1	10
தேவை	4	6	8	6	

இங்கு O_i மற்றும் D_j ஆகியவை முறையே i ஆவது ஆதி மற்றும் j ஆவது சேருமிடத்தைக் குறிக்கும்.

தீர்வு:

அதாவது, மொத்த இருப்புகள் = மொத்த தேவைகள். எனவே கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

கொடுக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு (a_i)
O_1	1	2	3	4	6
O_2	4	3	2	5	8
O_3	5	2	2	1	10
தேவை (b_j)	4	6	8	6	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 254 3/5/2020 1:20:50 PM

மீச்சிறுசெலவு 1 ஆனது சிற்றறைகள் (O_1, D_1), (O_3, D_4) –இல் உள்ளது.

நாம் சிற்றறை (O_1, D_1) தேர்ந்தேடுப்போம்.

(6,4) இன் சிறும மதிப்பு = 4 அலகுகளை இங்கு ஒதுக்கீடு செய்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(4) 1	2	3	4	6/2
O_2	4	3	2	5	8
O_3	5	2	2	1	10
b_j	4/0	6	8	6	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	2	3	4	2
O_2	3	2	5	8
O_3	2	2	1	10
b_j	6	8	6	

மீச்சிறுசெலவு 1 ஆனது சிற்றறை (O_3, D_4)–ல் உள்ளது.

(10,6) இன் சிறும மதிப்பு = 6 அலகுகளை இங்கு ஒதுக்கீடு செய்க.

	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	2	3	4	2
O_2	3	2	5	8
O_3	2	2	(6) 1	10/4
b_j	6	8	6/0	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	D_3	a_i
O_1	2	3	2
O_2	3	2	8
O_3	2	2	4
b_j	6	8	

மீச்சிறுசெலவு 2 ஆனது சிற்றறைகள் (O_1, D_2), (O_2, D_3), (O_3, D_2), (O_3, D_3)–ல் உள்ளது. நாம் சிற்றறை (O_1, D_2) தேர்ந்தேடுப்போம். (2,6) இன் சிறும மதிப்பு = 2 அலகுகளை இங்கு ஒதுக்கீடு செய்க.

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	D_3	a_i
O_1	(2) 2	3	2/0
O_2	3	2	8
O_3	2	2	4
b_j	6/4	8	

⟶

	D_2	D_3	a_i
O_2	3	2	8
O_3	2	2	4
bj	4	8	

மீச்சிறுசெலவு 2 ஆனது சிற்றறைகள் (O_2, D_3), (O_3, D_2), (O_3, D_3) –ல் உள்ளது.

நாம் சிற்றறை (O_2, D_3) தேர்ந்தெடுப்போம். (8,8) இன் சிறும மதிப்பு = 8 அலகுகளை இங்கு ஒதுக்கீடு செய்க.

	D_2	D_3	a_i
O_2	3	(8) 2	8/0
O_3	2	2	4
b_j	4	8/0	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	a_i
O_3	2	4
b_j	4	

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை மற்றும் இறுதி ஒதுக்கீடு

	D_2	a_i
O_3	(4) 2	4/0
b_j	4/0	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 255 3/5/2020 1:20:50 PM

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் ஒரே அட்டவணையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	(4) 1	(2) 2	3	4	6/2/0
O_2	4	3	(8) 2	5	8/0
O_3	5	(4) 2	2	(6) 1	10/4/0
b_j	4/0	6/4/0	8/0	6/0	

போக்குவரத்து விவரம்

$O_1 \rightarrow D_1,\ O_1 \rightarrow D_2,\ O_2 \rightarrow D_3,\ O_3 \rightarrow D_2,\ O_3 \rightarrow D_4$

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$= (4\times1)+(2\times2)+(8\times2)+(4\times2)+(6\times1)$

$= 4+4+16+8+6$

$=$ ₹ 38.

எடுத்துக்காட்டு 10.4

ஒவ்வொரு தொழிற்சாலையிலிருந்தும் ஒவ்வொரு சேருமிடத்திற்கும் எவ்வளவு அலகு பொருள்களைக் கொண்டுசெல்ல முடியும் என்பதை மீறுச்சிறு செலவு முறையில் காண்க.

சேருமிடம்

		C	H	K	P	இருப்பு
தொழிற்சாலை	T	6	8	8	5	30
	B	5	11	9	7	40
	M	8	9	7	13	50
	தேவை	35	28	32	25	

ஓர் அலகு, பொருளைக் கொண்டு செல்ல ஆகும் செலவு ரூபாயில் தரப்பட்டுள்ளது.

தீர்வு:

அதாவது, மொத்த இருப்புகள் = மொத்த தேவைகள். எனவே கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

கொடுக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

சேருமிடம்

		C	H	K	P	இருப்பு (a_i)
தொழிற்சாலை	T	6	8	8	5	30
	B	5	11	9	7	40
	M	8	9	7	13	50
	தேவை (b_j)	35	28	32	25	

முதல் ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	8	8	(25) 5	30/5
B	5	11	9	7	40
M	8	9	7	13	50
b_j	35	28	32	25/0	

இரண்டாவது ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	8	8	(25) 5	30/5
B	(35) 5	11	9	7	40/5
M	8	9	7	13	50
b_j	35/0	28	32	25/0	

மூன்றாவது ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	8	8	(25) 5	30/5
B	(35) 5	11	9	7	40/5
M	8	9	(32) 7	13	50/18
b_j	35/0	28	32/0	25/0	

நான்காவது ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	(5) 8	8	(25) 5	30/5/0
B	(35) 5	11	9	7	40/5
M	8	9	(32) 7	13	50/18
b_j	35/0	28/23	32/0	25/0	

ஐந்தாவது ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	(5) 8	8	(25) 5	30/5/0
B	(35) 5	11	9	7	40/5
M	8	(18) 9	(32) 7	13	50/18/0
b_j	35/0	28/23/5	32/0	25/0	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 256 3/5/2020 1:20:50 PM

இறுதி ஒதுக்கீடு:

	C	H	K	P	a_i
T	6	(5) 8	8	(25) 5	30/5/0
B	(35) 5	(5) 11	9	7	40/5/0
M	8	(18) 9	(32) 7	13	50/18/0
b_j	35/0	28/23/5/0	32/0	25/0	

போக்குவரத்து விவரம்

$T\rightarrow H, T\rightarrow P, B\rightarrow C, B\rightarrow H, M\rightarrow H, M\rightarrow K$

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$= (5\times8) + (25\times5) + (35\times5) + (5\times11) + (18\times9) + (32\times7)$

$= 40+125+175+55+162+224$

$=$ ₹ 781

வோகலின் தோராய முறை (Vogel's Approximation Method(VAM))

வோகலின் தோராய முறையில் காணும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படைத்தீர்வு ஏறக்குறைய உகந்த தீர்வுக்கு அருகில் இருக்கும். எனவே மற்ற இரண்டு முறைகளை விட இம்முறையில் தீர்வு காண்பது சிறந்தாகும். இம்முறையில் உள்ளடக்கிய பல்வேறு படிகள் கீழே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

படி 1: ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலில் காணப்படும் இரு வெவ்வேறான சிறிய எண்களின் வித்தியாசத்தைக் (Penalty) கண்டுபிடித்து அதற்குரிய நிரை மற்றும் நிரலுக்கு நேராக எழுதவும்.

படி 2: அதிக வித்தியாசம் கொண்ட நிரை அல்லது நிரலைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்

படி 3: தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட நிரை அல்லது நிரலில் உள்ள சிற்றறைகளில் மிகச்சிறிய மதிப்பு கொண்ட சிற்றறையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். அங்கு எவ்வளவு ஒதுக்கீடு செய்ய முடியுமோ அவ்வளவு ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும்.

படி 4: அனைத்துஒதுக்கீடுகளுக்கும்,நிறைவடைந்த நிரை அல்லது நிரலை நீக்குக.

படி 5: நீக்கிய நிரை அல்லது நிரல் இல்லாத குறைக்கப்பட்ட புதிய போக்குவரத்து அட்டவணையை எழுதுக.

படி 6: அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் செய்து முடிக்கும் வரை மேற்கண்டபடிகளைத் தொடரவும்.

குறிப்பு

நிரை அல்லது நிரலில் உள்ள இரு வெவ்வேறான சிறிய எண்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு அந்த நிரை அல்லது நிரலின் வித்தியாசம் (Penalty) எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.5

வோகலின் தோராய முறையைக் கொண்டு கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்து கணக்கின் அடிப்படை ஆரம்பத் தீர்வை காண்க.

விநியோக மையம் இருப்பு a_i

		D_1	D_2	D_3	D_4	
ஆதி	S_1	11	13	17	14	250
	S_2	16	18	14	10	300
	S_3	21	24	13	10	400
தேவை b_j		200	225	275	250	

தீர்வு:

இங்கு $\sum a_i = \sum b_j = 950$

அதாவது, மொத்த இருப்புகள் = மொத்த தேவைகள் . எனவே கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

முதலில் ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலில் காணப்படும் அடுத்தடுத்த இரண்டு சிறிய எண்களின் வித்தியாசத்தை கண்டுபிடித்து அதற்குறிய நிரை மற்றும் நிரலுக்கு நேராக அடைப்புக்குறிக்குள் எழுதவும்.

	D_1	D_2	D_3	D_4	இருப்பு a_i	நிரை வித்தியாசம்
S_1	(200) 11	13	17	14	250/50	2
S_2	16	18	14	10	300	4
S_3	21	24	13	10	400	3
b_j	200/0	225	275	250		
நிரல் வித்தியாசம்	(5)	5	1	4		

அதிக வித்தியாசமான 5–ஆனது நிரல் D_1 மற்றும் D_2.–க்கு நேராக உள்ளது.இங்கு நமது விருப்படி D_1 தேர்ந்தெடுக்கவும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட D_1 நிரலில்குறைந்த செலவு கொண்ட சிற்றறை (S_1, D_1) தேர்ந்தெடுத்து அங்கு அதிக பட்சமாக அதாவது (250,200) –ன் சிறும மதிப்பான 200 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	D_3	D_4	a_i	நிரை வித்தியாசம்
S_1	(50) 13	17	14	50/0	1
S_2	18	14	10	300	4
S_3	24	13	10	400	3
b_j	225/175	275	250		
நிரல் வித்தியாசம்	(5)	1	4		

வித்தியாசமான 5–ஆனது நிரல் D_2.–க்கு நேராக உள்ளது. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட D_2 நிரலில்குறைந்த செலவு கொண்ட சிற்றறை (S_1, D_2) தேர்ந்தெடுத்து அங்கு அதிக பட்சமாக அதாவது (50,175) –ன் சிறும மதிப்பான 50 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_2	D_3	D_4	a_i	நிரை வித்தியாசம்
S_2	(175) 18	14	10	300/125	4
S_3	24	13	10	400	3
b_j	175/0	275	250		
நிரல் வித்தியாசம்	(6)	1	—		

வித்தியாசமான 6–ஆனது நிரல் D_2–க்கு நேராக உள்ளது. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட D_2. நிரலில்குறைந்த செலவு கொண்ட சிற்றறை (S_2, D_2) தேர்ந்தெடுத்து அங்கு அதிக பட்சமாக அதாவது (300, 175) –ன் சிறும மதிப்பான 175 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை

	D_3	D_4	a_i	நிரை வித்தியாசம்
S_2	14	(125) 10	125/0	(4)
S_3	13	10	400	3
b_j	275	250/125		
நிரல் வித்தியாசம்	1	—		

வித்தியாசமான 4–ஆனது நிரை S_2 நேராக உள்ளது. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட S_2 நிரையில் குறைந்த செலவு கொண்ட சிற்றறை (S_2, D_4) தேர்ந்தெடுத்து அங்கு அதிக பட்சமாக அதாவது (125,250) இன் சிறும மதிப்பான 125 அலகுகளை ஒதுக்கீடு செய்யவும்.

குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணை மற்றும் ஒதுக்கீடுகள்

	D_3	D_4	a_i	நிரை வித்தியாசம்
S_3	13	10	400	(3)
b_j	275	125		
நிரல் வித்தியாசம்	—	—		

	D_3	D_4	a_i
S_3	(275) 13	(125) 10	400/275/0
b_j	275/0	125/0	

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் ஒரே அட்டவணையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
S_1	(200) 11	(50) 13	17	14	250
மொத்த செலவு S_2	16	(175) 18	14	(125) 10	300 போக்குவரத்து
S_3	21	24	(275) 13	(125) 10	400
b_j	200	225	275	250	

போக்குவரத்து விபரம் :

$S_1 \to D_1, S_1 \to D_2, S_2 \to D_2, S_2 \to D_4, S_3 \to D_3, S_3 \to D_4$

போக்குவரத்து செலவு

$$= (200\times 11) + (50\times 13) + (175\times 18) + (125\times 10) + (275\times 13) + (125\times 10)$$

$= ₹\ 12{,}075$

எடுத்துக்காட்டு 10.6

வோகலின் தோராய முறையை கொண்டு கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்து கணக்கின் அடிப்படை ஆரம்பத் தீர்வை காண்க.

கிடங்குகள்	கடைகள் I	II	III	IV	இருப்பு (a_i)
A	5	1	3	3	34
B	3	3	5	4	15
C	6	4	4	3	12
D	4	1	4	5	19
தேவை (b_j)	21	25	17	17	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 258 3/5/2020 1:20:51 PM

தீர்வு:

இங்கு $\sum a_i = \sum b_j = 80$

அதாவது, மொத்த இருப்புகள் = மொத்த தேவைகள். எனவே கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.

முதல் ஒதுக்கீடு :

	I	II	III	IV	இருப்பு a_i	நிரை வித்தியாசம்
A	5	1	3	3	34	2
B	3	3	5	4	15	1
C	6	4	4	3	12	1
D	4	(19) 1	4	5	19/0	(3)
தேவை b_j	21	25/6	17	17		
நிரல் வித்தியாசம்	1	2	1	1		

இரண்டாவது ஒதுக்கீடு:

	I	II	III	IV	a_i	நிரை வித்தியாசம்
A	5	(6) 1	3	3	34/28	(2)
B	3	3	5	4	15	1
C	6	4	4	3	12	1
b_j	21	6/0	17	17		
நிரல் வித்தியாசம்	2	2	1	1		

மூன்றாவது ஒதுக்கீடு :

	I	III	IV	a_i	நிரை வித்தியாசம்
A	5	(17) 3	3	28/11	(2)
B	3	5	4	15	1
C	6	4	3	12	1
b_j	21	17/0	17		
நிரல் வித்தியாசம்	2	1	1		

நான்காவது ஒதுக்கீடு :

	I	IV	a_i	நிரை வித்தியாசம்
A	5	3	11	2
B	3	4	15	1
C	6	(12) 3	12/0	(3)
b_j	21	17/5		
நிரல் வித்தியாசம்	2	1		

ஐந்தாவது ஒதுக்கீடு :

	I	IV	a_i	நிரை வித்தியாசம்
A	5	(5) 3	11/6	(2)
B	3	4	15	1
b_j	21	5/0		
நிரல் வித்தியாசம்	2	1		

ஆறாவது ஒதுக்கீடு :

	I		நிரை வித்தியாசம்
A	(6) 5	6/0	—
B	(15) 3	15/0	—
	21/0		
நிரல் வித்தியாசம்	(2)		

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் ஒரே அட்டவணையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

	I	II	III	IV	a_i
A	(6) 5	(6) 1	(17) 3	(5) 3	34
B	(15) 3	3	5	4	15
C	6	4	4	(12) 3	12
D	4	(19) 1	4	5	19
b_j	21	25	17	17	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 259 3/5/2020 1:20:52 PM

போக்குவரத்து விவரம்

$A \rightarrow I, A \rightarrow II, A \rightarrow III, A \rightarrow IV, B \rightarrow I, C \rightarrow IV, D \rightarrow II$

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$$= (6\times5)+(6+1)+(17\times3)+(5\times3)$$

$$(15\times3)+(12\times3)+(19\times1)$$

$$=30+6+51+15+45+36+19$$

$$= ₹\ 202$$

பயிற்சி 10.1

1. போக்குவரத்து கணக்குகள் என்றால் என்ன?
2. போக்குவரத்து கணக்கின் கணித வடிவத்தை எழுதுக.
3. போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்வு மற்றும் சிதைவற்ற தீர்வு என்றால் என்ன ?
4. சமநிலை போக்குவரத்து கணக்கு என்பதன் பொருள் யாது?
5. வடமேற்கு மூலை முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு
O_1	5	3	6	2	19
O_2	4	7	9	1	37
O_3	3	4	7	5	34
தேவை	16	18	31	25	

6. வடமேற்கு மூலை முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

	பெங்களூரு	நாசிக்	போபால்	டில்லி	இருப்பு
சென்னை	6	8	8	5	30
மதுரை	5	11	9	7	40
திருச்சி	8	9	7	13	50
தேவை (அலகுகள்/ நாள்)	35	28	32	25	

7. மீச்சிறு செலவு முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படைத் தீர்வைக் காண்க.

	D_1	D_2	D_3	அளிப்பு
O_1	9	8	5	25
O_2	6	8	4	35
O_3	7	6	9	40
தேவை	30	25	45	

8. வோகலின் தோராய முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு
O_1	2	3	11	7	6
O_2	1	0	6	1	1
O_3	5	8	15	9	10
தேவை	7	5	3	2	

9. வோகலின் தோராய முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	இருப்பு
O_1	5	8	3	6	30
O_2	4	5	7	4	50
O_3	6	2	4	6	20
தேவை	30	40	20	10	

10. வடமேற்கு மூலை முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

		தொட்டி					அளிப்பு
		A	B	C	D	E	
ஆதி	P	2	11	10	3	7	4
	Q	1	4	7	2	1	8
	R	3	9	4	8	12	9
தேவை		3	3	4	5	6	

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 260 3/5/2020 1:20:52 PM

11. கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படைத் தீர்வை கீழ்க்கண்ட முறைகளில் காண்க:

	I	II	III	அளிப்பு
A	1	2	6	7
B	0	4	2	12
C	3	1	5	11
தேவை	10	10	10	

(i) வடமேற்கு மூலை முறை
(ii) மீச்சிறு செலவு முறை
(iii) வோகலின் தோராய முறை

12. வடமேற்கு மூலை முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமானத் தீர்வை காண்க.

	D	E	F	C	அளிப்பு
A	11	13	17	14	250
B	16	18	14	10	300
C	21	24	13	10	400
தேவை	200	225	275	250	

10.2 ஒதுக்கீட்டுக் கணக்குகள் (Assignment Problems)

அறிமுகம்

ஒதுக்கீட்டு கணக்கு என்பது போக்குவரத்து கணக்கின் ஒரு தனிப்பட்ட கணக்காகும். ஒதுக்கீட்டு கணக்கு தீர்ப்பதில் மற்ற முறைகளை விட குன் (Kuhn, 1956) ஃபிளட் (Flood, 1956) ஆகியோர் கண்டுபிடித்த முறையானது நேரத்தைக் குறைவாகப் பயன்படுத்துகிறது. ஹங்கேரியன் கணிதவியலாளர்கள் கோனிக் (Koneig, 1950) மற்றும் ஈஜ்வரி (Egervary, 1953) இந்த முறையை நியாயப்படுத்தினார்கள். ஆதலால் இந்த முறை ஹங்கேரியன் முறை என்று பெயரிடப்பட்டது.

'm' வேலைகள் மற்றும் 'n' இயந்திரங்கள் (மனிதர்கள்) இருப்பதாக எடுத்துக் கொள்வோம். வேலைகளின் எண்ணிக்கையும் இயந்திரங்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்க வேண்டும். ஒரு இயந்திரத்திற்கு ஒரு வேலை என்ற அடிப்படையில் ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும். i என்ற வேலையை j என்ற இயந்திரத்திற்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்டால் ஆகும் செலவு C_{ij} $(i = 1,2,\ldots,m$ and $j = 1,2,\ldots,n)$. நமது நோக்கமானது மொத்த ஒதுக்கீட்டு செலவை குறைக்குமாறு ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் ஒரே ஒரு வேலையை மட்டும் ஒதுக்கீடு செய்வதாகும்.

ஒதுக்கீட்டு கணக்கு என்பது போக்குவரத்து கணக்கின் ஒரு தனிப்பட்ட கணக்காகும். இங்கு ஆதிகள் வேலைகளையும் சேருமிடம் இயந்திரங்களையும் குறிக்கும். ஒவ்வொரு ஆதிக்கும் வழங்கல் அளவு ஒரு அலகு. அதேபோல, ஒவ்வொரு சேருமிடத்திற்கும் தேவை ஒரு அலகு மட்டுமே.

10.2.1 ஒதுக்கீட்டு கணக்கின் கணித வடிவம்:

n வேலைகளை n இயந்திரங்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்வதாக கொள்வோம் (ஒரு இயந்திரத்திற்கு ஒரு வேலை). C_{ij} என்பது i –வது வேலையை j –வது இயந்திரத்திற்கு ஒதுக்கீடு செய்ய ஆகும் செலவு என்க.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & i\text{-வது வேலையை } j\text{-வது இயந்திரத்திற்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்டால்} \\ 0, & i\text{-வது வேலையை } j\text{-வது இயந்திரத்திற்கு ஒதுக்கீடு செய்யவில்லையெனில்} \end{cases}$$

இயந்திரங்கள்

வேலைகள்	1	2	…	n	அளிப்பு
1	(x_{11}) C_{11}	(x_{12}) C_{12}	…	(x_{1n}) C_{1n}	1
2	(x_{21}) C_{21}	(x_{22}) C_{22}	…	(x_{2n}) C_{2n}	1
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
m	(x_{ij}) C_{n1}	(x_{ij}) C_{n2}	…	(x_{ij}) C_{nn}	1
தேவை	1	1	…	1	

எந்த ஒரு சிற்றறையிலாவது x_{ij} விடுபட்டு இருந்தால் அங்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்படவில்லை என்பதாகும். அதாவது, $x_{ij} = 0$.

எந்த சிற்றறையில் x_{ij} இடம் பெற்றிருக்கும் அங்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்டிருக்கிறது என்பதாகும். அதாவது, $x_{ij} = 1$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 261 3/5/2020 1:20:52 PM

ஒதுக்கீடு கணக்கை நேரிய திட்டமிடல் கணக்காக கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\, x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ j = 1, 2, ...n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = 1, 2, ...n$$

மற்றும் $x_{ij} = 0$ (அல்லது) 1 அனைத்து (i, j) என்ற கட்டுபாடுகளுக்கினங்க

10.2.2 ஒதுக்கீடு கணக்கின் தீர்வைக் காணும் வழிமுறைகள் (ஹங்கேரியன் முறை) (Solution of assignment problems (Hungarian Method))

கொடுக்கப்பட்ட அணி சதுர அணியாக இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு இல்லையெனில் தகுந்த ஒப்புக்கான நிரல் அல்லது நிரையை சேர்த்து சதுர அணியாக மாற்ற வேண்டும். அவ்வாறு சேர்க்கப்படும் நிரல் அல்லது நிரையில் உள்ள சிற்றறைகளில் செலவு 0 என்க.

படி : 1 ஒவ்வொரு நிரையின் மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரையின் எல்லா மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

படி : 2 படி (1)–ல் கிடைத்த அணியில் ஒவ்வொரு மீச்சிறு மதிப்பையும் அந்தந்த நிரலின் அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

படி : 3 ஒவ்வொரு நிரல் மற்றும் நிரையில் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூஜ்யமாவது இருக்கிறதா என்பதை சரிபார்க்க.

(i) ஒவ்வொரு நிரையாக ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளதா என சோதிக்கவும். அந்த பூஜ்யத்தை சுற்றி ☐,வரைக. அந்த சிற்றறையின் நிரலிலுள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் $(\times)$ அடித்துவிடுக.

(ii) மேற்கண்ட முறையை ஒவ்வொரு நிரலுக்கும் செய்யவும். அதாவது, ஒவ்வொரு நிரலாக ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளதா என சோதிக்கவும். அந்த பூஜ்யத்தை சுற்றி ☐ வரைக. அந்த சிற்றறையின் நிரையிலுள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் $(\times)$ அடித்துவிடுக

படி 4 : ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலிரும் ஒரே ஒரு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்டிருந்தால், அது உகந்த தீர்வாகும்.

குறிப்பு

(1) ஒரு நிரை(நிரல்)–ல் உள்ள அனைத்து எண்களுடனும் ஒரு எண்ணைக் கூட்டினாலும் கழித்தாலும் ஒதுக்கீடு கணக்கின் உகந்த தீர்வு மாறாது.

(2) $C_{ij} > 0$ எனில், $\sum C_{ij}\, x_{ij} = 0$ என்பது x_{ij} ஆல் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் அது உகந்த தீர்வாகும்.

உங்களுக்கு தெரியுமா?

ஒதுக்கீடு கணக்குகளுக்கான உகந்த ஒதுக்கீடு முறையை ஹங்கேரியன் முறை நமக்கு அளிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 10.7

கீழ்க்கண்ட ஒதுக்கீட்டு கணக்கை தீர்க்க. சிற்றறைகளிலுள்ள மதிப்பானது A, B, C மற்றும் D என்ற வேலைகளை I, II, III, IV என்ற இயந்திரங்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்ய ஆகும் செலவு.

இயந்திரங்கள்

		I	II	III	IV
வேலைகள்	A	10	12	19	11
	B	5	10	7	8
	C	12	14	13	11
	D	8	15	11	9

தீர்வு:

இங்கு நிரல்களின் எண்ணிக்கையும், நிரைகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாக உள்ளன. எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமசீரான ஒதுக்கீடு கணக்காகும்.

தற்போது அதன் தீர்வைக் காணலாம்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 262 3/5/2020 1:20:54 PM

படி 1: ஒவ்வொரு நிரையில் உள்ள மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரையில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

	I	II	III	IV
A	0	2	9	1
B	0	5	2	3
C	1	3	2	0
D	0	7	3	1

ஒவ்வொரு நிரல் மற்றும் நிரையில் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூஜ்யமாவது இருக்கிறதா என்பதை பார்க்க. இல்லையெனில் படி 2 க்கு செல்க.

படி 2: படி (1)–ல் கிடைத்த அணியில், ஒவ்வொரு நிரலில் உள்ள மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரலில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

	I	II	III	IV
A	0	0	7	1
B	0	3	0	3
C	1	1	0	0
D	0	5	1	1

ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலிலும் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளதால் ஒதுக்கிடுகளை செய்யலாம்.

படி 3 (ஒதுக்கீடு):

ஒவ்வொரு நிரையாக ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளதா என சோதிக்கவும். முதல் மூன்று நிரை களிலும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. நிரை *D*–ல் ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளது. அந்த பூஜ்யத்தை □ ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரலிலுள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் × ஆல் குறியிடுக.

	I	II	III	IV
A	~~0~~	0	7	1
B	~~0~~	3	0	3
C	1	1	0	0
D	$\boxed{0}$	5	1	2

படி 4: ஒவ்வொரு நிரலாக ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளதா என சோதிக்கவும். நிரல் I–ல் ஏற்கனவேஒதுக்கீடுசெய்யப்பட்டுள்ளதால் நிரல் II–க்குச் செல்லவும். அங்கு ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளது. அந்த பூஜ்யத்தை □ –ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரையில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் × ஆல் குறியிடுக..

	I	II	III	IV
A	~~0~~	$\boxed{0}$	7	1
B	~~0~~	3	0	3
C	1	1	0	0
D	$\boxed{0}$	5	1	2

நிரல் III –ல் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. நிரல் IV–ல் ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளதால் , அந்த பூஜ்யத்தை □ ஆல் குறியிடுக.. □ குறியிட்ட நிரையில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் × ஆல் குறியிடுக.

	I	II	III	IV
A	~~0~~	$\boxed{0}$	7	1
B	~~0~~	3	0	3
C	1	1	~~0~~	$\boxed{0}$
D	$\boxed{0}$	5	1	2

படி 5: மீண்டும் ஒவ்வொரு நிரையாக மேற்கண்ட முறையை தொடரவும். நிரை *A*–ல் ஏற்கனவே ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்டுள்ளது. நிரை *B* –ல் ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளது. அந்த பூஜ்யத்தை □ –ஆல் குறியிடுக □ குறியிட்ட நிரையில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் × ஆல் குறியிடுக.

	I	II	III	IV
A	~~0~~	$\boxed{0}$	7	1
B	~~0~~	3	$\boxed{0}$	3
C	1	1	~~0~~	$\boxed{0}$
D	$\boxed{0}$	5	1	2

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் செய்யப்பட்டுள்ளன. உகந்த ஒதுக்கீடு மற்றும் மொத்த செலவு (சிறுமசெலவு):

வேலைகள்	**இயந்திரங்கள்**	**செலவு**
A	II	12
B	III	7
C	IV	11
D	I	8
மொத்த செலவு		38

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 263 3/5/2020 1:20:55 PM

உகந்த ஒதுக்கீடு செலவு (சிறும செலவு) = ₹ 38

எடுத்துக்காட்டு 10.8

5 வேலைகளை 5 நபர்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்யும் கணக்கைக் கருத்தில் கொள்க.

ஒதுக்கீடு செலவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. உகந்த ஒதுக்கீடு மற்றும் மொத்த சிறும செலவைக் காண்க.

வேலை

நபர்		1	2	3	4	5
	A	8	4	2	6	1
	B	0	9	5	5	4
	C	3	8	9	2	6
	D	4	3	1	0	3
	E	9	5	8	9	5

தீர்வு:

இங்கு நிரல்களின் எண்ணிக்கையும் நிரைகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாக உள்ளன. எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது சமச்சீரான ஒதுக்கீடு கணக்காகும். தற்போது அதன் தீர்வைக் காணலாம்.

படி 1: ஒவ்வொரு நிரையில் உள்ள மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரையில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

வேலை

நபர்		1	2	3	4	5
	A	7	3	1	5	0
	B	0	9	5	5	4
	C	1	6	7	0	4
	D	4	3	1	0	3
	E	4	0	3	4	0

ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலிலும் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூஜ்ஜியமாவது உள்ளதா என்பதை சோதிக்க. அவ்வாறு இல்லையெனில் படி 2 –க்கு செல்லவும்.

படி 2: படி (1)–ல் கிடைத்த அணியில், ஒவ்வொரு நிரலில் உள்ள மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரலில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

வேலை

நபர்		1	2	3	4	5
	A	7	3	0	5	0
	B	0	9	4	5	4
	C	1	6	6	0	4
	D	4	3	0	0	3
	E	4	0	2	4	0

ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலிலும் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளதால் ஒதுக்கிடுகளைச் செய்யலாம்.

படி 3 (ஒதுக்கீடு): (Assignment):

ஒவ்வொரு நிரையாக ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளதா என சோதிக்கவும். முதல் நிரை *A*–ல் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. நிரை *B*–ல் ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளது. அந்த பூஜ்யத்தை □–ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரலில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் ×–ஆல் குறியிடுக.

வேலை

நபர்		1	2	3	4	5
	A	7	3	0	5	0
	B	[0]	9	4	5	4
	C	1	6	6	0	4
	D	4	3	0	0	3
	E	4	0	2	4	0

நிரை *C*–ல் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. அந்த பூஜ்யத்தை □–ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரலில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் ×–ஆல் குறியிடுக.

வேலை

		1	2	3	4	5
நபர்	*A*	7	3	0	5	0
	B	[0]	9	4	5	4
	C	1	6	6	[0]	4
	D	4	3	0	~~0~~	3
	E	4	0	2	4	0

நிரை *D*–ல் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. அந்த பூஜ்யத்தை □–ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரலில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் ×–ஆல் குறியிடுக.

வேலை

		1	2	3	4	5
நபர்	*A*	7	3	~~0~~	5	0
	B	[0]	9	4	5	4
	C	1	6	6	[0]	4
	D	4	3	[0]	~~0~~	3
	E	4	0	2	4	0

நிரை *E*–ல் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன. எனவே அடுத்து நாம் நிரலில் ஒதுக்கீடு செய்யலாம். நிரல் 1 ஒதுக்கீடு உள்ளது. நிரல் இரண்டில் ஒரே ஒரு பூச்சியம் உள்ளதால். அந்த பூஜ்யத்தை □–ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரலில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் ×–ஆல் குறியிடுக.

வேலை

		1	2	3	4	5
நபர்	*A*	7	3	~~0~~	5	0
	B	[0]	9	4	5	4
	C	1	6	6	[0]	4
	D	4	3	[0]	~~0~~	3
	E	4	[0]	2	4	~~0~~

நிரல் 3 மற்றும் நிரல் 4–கில் ஒதுக்கீடு உள்ளது. எனவே 5–வது நிரலில் ஒரே ஒரு பூஜ்யம் உள்ளது. அந்த பூஜ்யத்தை □–ஆல் குறியிடுக. □ குறியிட்ட நிரையில் உள்ள மற்ற அனைத்து பூஜ்யங்களையும் ×–ஆல் குறியிடுக.

வேலை

		1	2	3	4	5
நபர்	*A*	7	3	~~0~~	5	[0]
	B	[0]	9	4	5	4
	C	1	6	6	[0]	4
	D	4	3	[0]	~~0~~	3
	E	4	[0]	2	4	~~0~~

அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் செய்யப்பட்டுள்ளன.

உகந்த ஒதுக்கீடு மற்றும் மொத்த சிறும செலவு:

நபர்	வேலை	செலவு
A	5	1
B	1	0
C	4	2
D	3	1
E	2	5
மொத்த செலவு		9

உகந்த ஒதுக்கீடு மொத்த செலவு (சிறும செலவு) = ₹ 9

எடுத்துக்காட்டு 10.9

கீழ்க்கண்ட ஒதுக்கீடுகணக்கினை தீர்க்க.

நபர்

		1	2	3
வேலை	*P*	9	26	15
	Q	13	27	6
	R	35	20	15
	S	18	30	20

தீர்வு:

நிரைகளின் எண்ணிக்கையைவிட நிரல்களின் எண்ணிக்கை குறைவாக உள்ளதால், கொடுக்கப் பட்ட கணக்கானது சமசீரற்ற ஒதுக்கீடு கணக்காகும். இதனை சமச்சீராக மாற்ற எல்லா மதிப்புகளும் பூச்சியமுள்ள ஒப்புக்கான நிரலை உருவாக்கவும். மாற்றியமைக்கப்பட்ட ஒதுக்கீடு கணக்கானது

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 265 3/5/2020 1:20:56 PM

நபர்

வேலை		1	2	3	d
	P	9	26	15	0
	Q	13	27	6	0
	R	35	20	15	0
	S	18	30	20	0

இங்கு 3 வேலையாட்களுக்கு 3 வேலைகளை ஒதுக்கவேண்டும்.

படி 1: ஒவ்வொரு நிரையிலும் பூச்சியம் இருப்பதால் படி 1 தேவையில்லை.

படி 2 : ஒவ்வொரு நிரலில் உள்ள மீச்சிறு மதிப்பை அந்த நிரலில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் கழிக்க வேண்டும்.

நபர்

வேலை		1	2	3	d
	P	0	6	9	0
	Q	4	7	0	0
	R	26	0	9	0
	S	9	10	14	0

படி 3 ஒதுக்கீடு (Assignment) :

நபர்

வேலை		1	2	3	d
	P	[0]	6	9	~~0~~
	Q	4	7	[0]	~~0~~
	R	26	[0]	9	~~0~~
	S	9	10	14	[0]

ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலில் சரியாக ஒரே ஒரு ஒதுக்கீடு உள்ளது. அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் செய்யப்பட்டுள்ளன. மூன்று நபர்களுக்கும் வேலைகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன. S என்ற வேலைக்கு எந்த நபரும் ஒதுக்கப்படவில்லை.

வேலை	நபர்	செலவு
P	1	9
Q	3	6
R	2	20
S	d	0
மொத்த செலவு		35

உகந்த ஒதுக்கீடு செலவு(சிறும செலவு) = ₹ 35

பயிற்சி 10.2

1. ஒதுக்கீடு கணக்கு என்றால் என்ன?
2. ஒதுக்கீடு கணக்கின் கணித வடிவம் தருக.
3. ஒதுக்கீடு கணக்கிற்கும், போக்குவரத்து கணக்கிற்கும் இடையேயான வேறுபாடு என்ன?
4. A, B, C மூன்று வேலைகள் U, V, W என்ற இயந்திரங்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு இயந்திரமும் ஒவ்வொரு வேலையை முடிக்க ஆகும் செலவு அணியானது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மொத்த செலவை குறைக்குமாறு உகந்த ஒதுக்கீடுகளை காண்க.

இயந்திரம்

வேலை		U	V	W
	A	17	25	31
	B	10	25	16
	C	12	14	11

(ஒரு அலகுக்கான செலவு ₹–ல்)

5. ஒரு கணினி மையத்தில் மூன்று திட்டமிடும் நிபுணர்கள் உள்ளனர். அந்த மையத்தில் மூன்று பயன்பாட்டு திட்டங்கள் ஏற்படுத்தப் படவேண்டும். மையத்தின் தலைவர் திட்டங்களை கவனமாக பரிசீலித்து, மூன்று திட்டமிடல் நிபுணர்கள் எடுத்துக் கொள்ளும் கணினி நேரத்தை மதிப்பீடு செய்கிறார்.

திட்டங்கள்

திட்டநிபுணர்		P	Q	R
	1	120	100	80
	2	80	90	110
	3	110	140	120

மொத்த கணினி நேரத்தை குறைக்குமாறு திட்டங்களுக்கான திட்டநிபுணர்களை ஒதுக்கீடு செய்க.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 266 3/5/2020 1:20:56 PM

6. ஒரு பல்பொருள் அங்காடியின் தலைவரின் கீழ் பணிபுரியும் நான்கு பணியாளர்கள் நான்கு வேலைகளை செய்ய வேண்டும். ஒவ்வொரு பணியாளரும் ஒவ்வொரு வேலையையும் முடிக்கும் வேலைத்திறனில் மாறுபட்டுள்ளனர். ஒவ்வொரு பணியாளரும் ஒவ்வொரு வேலையையும் முடிக்க ஆகும் நேரம் (மணியில்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

வேலை

பணியாளர்கள்	1	2	3	4
P	8	26	17	11
Q	13	28	4	26
R	38	19	18	15
S	9	26	24	10

மொத்த நேரத்தை குறைக்குமாறு ஒவ்வொரு பணியாளருக்கும் எவ்வாறு பணிகளை ஒதுக்க வேண்டும்.

7. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் செலவு அணிக்கான உகந்த தீர்வை காண்க.

இடம்

விற்பனையாளர்	1	2	3	4
P	11	17	8	16
Q	9	7	12	6
R	13	16	15	12
S	14	10	12	11

8. A, B, C, D, E மற்றும் F என்ற திறந்தவெளி இடங்களுக்கு 1, 2, 3, மற்றும் 4 ஆகிய நான்கு வண்டிகள் சென்று நிறுத்த இடங்களை ஒதுக்கவேண்டும். நான்கு வண்டிகள் கொண்டு சென்று நிறுத்த ஆகும் பயண செய்த தூரம் குறைக்குமாறு ஒதுக்கீடு செய்க. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணியானது தூரத்தை குறிக்கிறது.

	1	2	3	4
A	4	7	3	7
B	8	2	5	5
C	4	9	6	9
D	7	5	4	8
E	6	3	5	4
F	6	8	7	3

10.3 தீர்மானக் கோட்பாடு (Decision Theory)

அறிமுகம்

தீர்மானக் கோட்பாட்டின் முதன்மையான தொடர்பானது மக்கள் மற்றும் அமைப்புகள் மேற்கொள்ளப்படும் தீர்வுகளுக்கு உதவி புரிதலாகும். இது தீர்வுகளுக்கான முக்கிய முடிவுகளை மேற்கொள்ள பொருள் தருகின்ற கருத்து உணர்வுகளை திரட்டித் தருகிறது. தீர்மானித்தல் என்பது எதனை குறிப்பிடுகிறது எனில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூழ்நிலையில் பல்வேறான செயற்பாங்குகளில் சிறந்ததொரு செயற்பாங்கினை தேர்வு செய்வதாகும்.

திட்டமிடுதல், அமைப்புகள், வழிகாட்டுதல், உத்திர விடுதல் மற்றும் கட்டுப்படுத்துதல் என பல்வேறான தோற்றங்களை மேலாண்மையாளர்கள் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். பலவிதமான செயற் பாங்குகளைச் செயல்படுத்தும் போது மேலாண்மை யாளர்கள் பல்வேறான சூழ்நிலைகளை எதிர் கொண்டு அவற்றில் சிறந்த ஒன்றைத் தேர்வு செய்தல் வேண்டும். இவ்வாறு சிறந்த ஒன்றைத் தேர்வு செய்தல் என்பதை தொழில் நுட்ப சொல்லால் கூறும் பொழுது தீர்மானம் மேற்கொள்வது அல்லது தீர்மானம் எடுத்துக் கொள்வது எனப்படும். தீர்மானம் மேற்கொள்வது என்பது "பல்வேறான செயற்பாங்குகளின் தொகுதியிலிருந்து சிறந்த செயற்பாங்கை தேர்வு செய்வதாகும்" என வரையறுக்கப்படுகிறது. அவ்வாறு தேர்வு செய்யப் பட்ட செயற்பாங்கு தீர்மானம் மேற்கொள்பவரின் நோக்கங்களைத் திருப்தி செய்வதாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.'

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 267 3/5/2020 1:20:56 PM

சிறந்த செயற்பாங்கினைத் தேர்வு செய்வதற்கு புள்ளியியல் அறிவு உத்திமுறை உதவி புரிகின்றது. ஐயப்பாட்டு நிலையில் உகந்ததொரு தீர்வினை தேர்வு செய்ய புள்ளியியல் தீர்மானக் கோட்பாடு வழிகாட்டுகிறது. இத்தகைய சூழ்நிலையில் நிகழ்தகவுக் கொள்கை இன்றியமையாத பங்கு வைக்கின்றது. ஐயப்பாட்டு நிலை மற்றும் இடையூறு உள்ள நிலையில் தீர்மானக் கோட்பாடு நிலைக்கு நிகழ்தகவு கொள்கை மிக அதிக அளவில் அடிக்கடி பயன்படுகிறது.

புள்ளியியல் தீர்மானக் கோட்பாடானது காரண காரியத் தொடர்புடைய பிரச்சினை அமைப்புகளை செயற்பாங்கின் மாற்று நடவடிக்கை, சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகள், நிகழக்கூடிய விளைவுகள் மற்றும் ஒவ்வொரு விளைவுக்கான நிகழக் கூடிய அளித்தல்களையும் வெளிப்படுத்துகிறது. தற்பொழுது பிரச்சினைக்கான தீர்வினை தீர்மானக் கோட்பாடு அணுகு முறையில் தீர்வு காண அதன் தொடர்புடைய கருத்துக்களை விளக்குவோம்.

10.3.1 பொருள்

முடிவு எடுப்பவர் : முடிவு எடுப்பவர் என்பது ஒரு தனி நபரோ அல்லது ஒரு குழுவிலுள்ள நபர்களோ, கிடைக்கக் கூடிய செயற்பாங்கு நடவடிக்கைகளில் தகுந்ததொரு செயற்பாங்கு நடவடிக்கையை தேர்ந்தெடுப்பதற்கு பொறுப்பான வரை குறிப்பது ஆகும்.

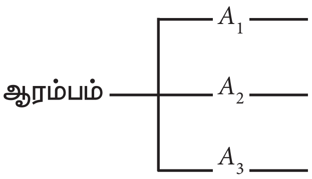
செயற்பாங்கு (அல்லது செயற்பாங்கின் நடவடிக்கைகள்) : பிரச்சினைகளுக்கு தீர்மானக் கோட்பாட்டின் பங்கானது, மாற்று நடவடிக்கை களைக் கொண்ட செயற்பாங்குகளிலிருந்து ஒரு செயற்பாங்கினைத் தேர்வு செய்தலாகும். இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட செயற்பாங்குகளைக் கொண்ட பிரச்சனை சூழ்நிலையில் தீர்மானக் கோட்பாட்டைக் கொண்டு ஒரு செயற்பாங்கு நடவடிக்கையை தேர்வு செய்ய அவசியமாகிறது. $a_1, a_2, a_3, \ldots$ எனக் கொண்டுள்ள செயற்பாங்குகள் அல்லது செயல்கள் என எடுத்துக் கொண்டால், அனைத்து செயற்பாங்குகளின் மொத்தமானது 'செயற்பாங்குவெளி' (Action space) எனவும், இதனை A என குறிப்பிடப்படுகிறது. மூன்று செயற்பாங்குகள்e $a_1, a_2, a_3, \ldots$ எனில் A = செயற்பாங்குவெளி $= a_1, a_2, a_3)$ அல்லது $A = (A_1, A_2, A_3)$. செயற்பாங்குவெளி அல்லது செயற்பாங்குகளைக் கீழ்க்கண்ட அணி வாயிலாக நிரையாகவோ அல்லது நிரல்களாகவோ தெரிவு செய்யலாம்.

செயற்பாங்கு
A_1
A_2
$\ldots$
A_n

(அ)

செயற்பாங்கு	A_1	A_2	$\ldots$	A_n

செயற்பாங்கு அல்லது செயற்பாங்குகளை ஒரு மர வடிவ விளக்கப்படம் மூலமாகவும் காண்பிக்கலாம்.



நிகழ்ச்சிகள் (அல்லது சூழ்நிலைகளின் நிலைப்பாடு):

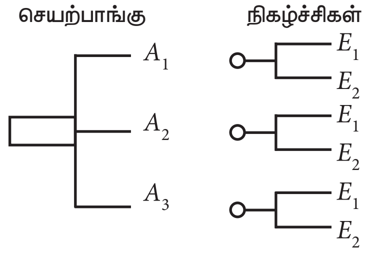
தீர்மானித்தலின் முடிவு எடுப்பவரின் கட்டுப் பாட்டிற்கு வெளியே உள்ள பொழுது கொடுக்கப் பட்டுள்ள செயற்பாங்கு எந்த அளவு வெற்றி அடைந்துள்ளது என்பதை நிர்ணயம் செய்ய நிகழ்கின்ற நிகழ்ச்சிகள் அடையாளம் காண்பிக் கின்றது. இத்தகைய நிகழ்ச்சிகளை சூழ்நிலைகளின் நிலைப்பாடு அல்லது விளைவுகள் என அழைக்கின்றோம். ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளுக்கு நிர்ணயிக்கப்பட்ட கால அளவில் சந்தையில் தேவையின் அளவை நிகழ்ச்சி அல்லது சூழ்நிலையின் நிலைப்பாட்டிற்கு ஓர் எடுத்துக் காட்டாகும்.

ஒரு கணத்தின் வாயிலாக சூழ்நிலைகளின் நிலைப்பாட்டைக் கீழ்க்கண்ட ஏதேனும் ஒரு முறையில் தெரிவு செய்யலாம்.

$S = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ அல்லது $E = \{E_1, E_2, \ldots, E_n\}$ அல்லது $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$

எடுத்துக்காட்டாக ஒரு சந்தையில் சலவைத்தூள் விற்பனைக்கு வருகையில் அதனை அதிகப்படியான அளவில் விரும்புகின்றவர் களின் விளைவுகள் செல்லாதது (விளைவு θ_1) அல்லது வெளிப்பாடு வாடிக்கையாளர்கள் கவனத்திற்கு (விளைவு θ_2) அல்லது ஒரு சிறிய விகிதாச்சாரா வாடிக்கையாளர்களால் விரும்பப் படுவது அதனை 25% என்போம். (விளைவு θ_3)

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 268 3/5/2020 1:20:57 PM



ஆகவே $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$. மர வடிவ விளக்கப்படத்தில் செயற்பாங்குகளுக்கு அடுத்த இடத்தில் குறிக்கப்படுகிறது. ஏற்படுகின்ற நிகழ்ச்சிகள் மூலம் மற்றொரு செயற்பாங்கு நமக்குக் கிடைப்பதை கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

இதனை அணி வாயிலாக, இரு வழிகளில், ஏதேனும் ஒரு வழியில் தெரிவு செய்யலாம்.

சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகள் → செயற்பாடுகள் ↓	S_1	S_2
A_1 A_2		

அல்லது

செயற்பாடுகள் → சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகள் ↓	$A_1 A_2, \ldots A_n$
S_1 S_2	

அளித்தல்கள் (Pay-off): அளித்தல் என்பது ஒவ்வொரு சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகளின் செயற்பாங்கு சேர்வுகளின் முடிவானது ஒவ்வொரு சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகளின் விளைவு மற்றும் கணநேரமே நிலைக்கின்ற ஒவ்வொரு விளைவின் ஆதாயம் அல்லது இழப்பு ஆகும். இதை எண் அளவையில் குறிப்பிடப்பட வேண்டும் எனக் குறிக்கின்றது.

அளித்தல்கள் பண சேமிப்பு அல்லது நேர சேமிப்பு எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது. பொதுவாக மாற்று நடவடிக்கைகள் மற்றும் n சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகள் இருக்குமானால் அதன் விளைவுகளானது $k \times n$ எண்ணிக்கை அல்லது அளித்தல்கள் ஆகும். இத்தகைய $k{\times}n$ அளித்தல்களை, மிக வசதியாக $k \times n$ அளித்தல்கள் அட்டவணையாகத் தெரிவு செய்யலாம்.

சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடுகள்	தீர்மானத்தின் மாற்ற நடவடிக்கை			
	A_1	A_2	....	A_k
E_1	a_{11}	a_{12}	....	a_{1k}
E_2	a_{21}	a_{22}	....	a_{2k}
.	.	.	....	.
.	. .	. .	....	. .
E_n	a_{n1}	a_{n2}	....	a_{nk}

மேற்கண்ட அளித்தல் அட்டவணையை அளித்தல் அணி எனக்கூறலாம். இங்கு a_{ij} என்பது j வது மாற்று உத்தியை தேர்வு செய்யும் பொழுது i வது நிகழ்வின் நிபந்தனை வெளிப்பாடாகும்.

10.3.2 சூழ்நிலை – நிச்சயமான சூழ்நிலை மற்றும் நிச்சமற்ற சூழ்நிலை (Situations- Certainty and uncertainty)

தீர்மானம் மேற்கொள்வதின் வகைகள் : கிடைக்கக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டும் மற்றும் தீர்மானத்தின் சூழ்நிலைக்கு ஏற்றவாறும் தீர்மானம் மேற்கொள்ளப் படுகிறது. இரண்டு வகையான சூழ்நிலைகளில் தீர்மானம் மேற்கொள்ளப்படுகிறது. நிச்சயமான நிலை, நிச்சயமற்ற நிலை

நிச்சயமான சூழ்நிலையில் தீர்மானம் மேற்கொள்வது: இங்கு தீர்மானம் மேற் கொள்பவருக்கு தான் தேர்வு செய்யும் தீர்மானங் களுக்கு அதனால் ஏற்படும் விளைவுகளை பற்றிய முழுமையான தகவல்களை நிச்சயமாக தெரிந்திருப்பார். இத்தகைய தீர்மான அமைப்பில் ஒரே ஒரு சூழ்நிலையின் நிலைப்பாடு மட்டுமே நிகழக்கூடும் என அனுமானிக்கப்படுகிறது.

நிச்சயமற்ற நிலையில் தீர்மானம் எடுத்தல் (நிகழ்தகவு கொடுக்கப்படாமல் இருக்கையில்): நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் நிச்சயமற்ற நிலையில் அளித்தல்கள் மட்டுமே தெரியும் மற்றும் ஒவ்வொரு சூழ்நிலைப்பாட்டின் நிகழ்தகவுத் தன்மை தெரிவதில்லை. இத்தகைய சூழ்நிலை ஒரு புதிய பொருளை சந்தையில் அறிமுகப்படுத்தும் பொழுது அல்லது புதியதாக தொழிற்சாலையிலுள்ள ஒரு இயந்திரத் தொகுதியை நிறுவும் பொழுது ஏற்படலாம். நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் பல வகையான தீர்மானித்தல் அளவைகள் கீழ்க்கண்டவாறு நமக்கு கிடைக்கின்றது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 269 3/5/2020 1:20:57 PM

10.3.3 மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மதிப்பு மற்றும் மீப்பெருவின் மீச்சிறு மதிப்பு (Maximin and Minimax strategy)

மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மதிப்பு (Maximin criteria)

இந்த தீர்மான அளவையானது எடுக்கப்பட்ட செயற்பாங்கின் நடவடிக்கையில் நிகழக் கூடிய அளித்தல்களின் மீப்பெரு மதிப்புகளில் மீச்சிறு மதிப்பாகும். இத்தீர்மான அளவை மாற்று உத்திகளால் நிகழக் கூடிய மிகக் குறைந்த மதிப்பு குறிக்கின்றது. அதனால் இதனை பாதகமான தீர்மான அளவை எனவும் கூறப்படுகிறது. இதன் செயல் முறையானது

(i) ஒவ்வொரு மாற்று நடவடிக்கைக்கும் குறைந்த பட்ச விளைவை தீர்மானிக்க வேண்டும்.

(ii) இவற்றில் சிறந்தொரு தொடர்புடைய மாற்று நடவடிக்கையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

மீப்பெரு மதிப்பின் மீச்சிறு மதிப்பு (Minimax criteria)

இந்த தீர்மான அளவையானது எடுக்கப்பட்ட செயற்பாங்கின் நடவடிக்கையில் நிகழக் கூடிய அளித்தல்களில் மீச்சிறு மதிப்புகளில் மீப்பெரு மதிப்பாகும். இத்தீர்மான அளவை மாற்று உத்திகளால் நிகழக் கூடிய மிக அதிக மதிப்பு குறிக்கின்றது. இதன் செயல் முறையானது

(i) ஒவ்வொரு செயற்பாட்டிற்கும் (உத்திக்கும்) அதிக பட்ச மதிப்பை கண்டறிக.

(ii) இவைகளில் மிகச்சிறிய மதிப்பைக் கொண்ட செயற்பாட்டை (மாறுபட்ட) தேர்வு செய்க.

எடுத்துக்காட்டு 10.10

கீழ்க்கண்ட அளித்தல் (இலாபம்) அணியை கருதுக.

செயற்பாடு	சூழ்நிலை (S_1)	(S_2)	(S_3)	(S_4)
A_1	5	10	18	25
A_2	8	7	8	23
A_3	21	18	12	21
A_4	30	22	19	15

சூழ்நிலைப்பாட்டின் நிகழ்வுகளுக்கு மீச்சிறுவின் மீப்பெரு விதியின்படி சிறந்த செயல்பாட்டை காண்க.

தீர்வு:

செயற்பாடு	சூழ்நிலை				மீச்சிறுமதிப்பு
	(S_1)	(S_2)	(S_3)	(S_4)	
A_1	5	10	18	25	5
A_2	8	7	8	23	7
A_3	21	18	12	21	12
A_4	30	22	19	15	15

(5,7,12,15) –இன் மீப்பெரு மதிப்பு = 15 எனவே சிறந்த செயல்பாடு A4 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.11

ஒரு வியாபாரி மூன்று மாற்று நடவடிக்கைகளைத் தேர்வு செய்வதற்கான வாய்ப்பு உள்ளது. ஒவ்வொரு மாற்று நடவடிக்கைக்கும் இயலக் கூடிய நான்கு நிகழ்வுகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு செயல்–நிகழ்வு சேர்க்கைக்கான நிபந்தனை பங்களிப்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாற்று நடவடிக்கை	அளித்தல்கள் – நிபந்தனை நிகழ்வுகள்			
	A	B	C	D
X	8	0	–10	6
Y	–4	12	18	–2
Z	14	6	0	8

வியாபாரி மீச்சிறுவின் மீப்பெரு கோட்பாட்டினை பின்பற்றுகிறார் எனில் அவர் எந்த மாற்று நடவடிக்கையை தேர்ந்தெடுக்கிறார் என்பதை கண்டுப்பிடிக்கவும்.

தீர்வு:

மாற்று நடவடிக்கை	அளித்தல்கள் – நிபந்தனை நிகழ்வுகள்				மீச்சிறு அளித்தல் கட்டுபாடு
	A	B	C	D	
X	8	0	–10	6	–10
Y	–4	12	18	-2	–4
Z	14	6	0	8	**0**

(–10,–4, 0) இன் மீப்பெரு மதிப்பு = 0. எனவே Z என்ற மாற்று நடவடிக்கையை வியாபாரி தேர்ந்தெடுப்பார்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 270 3/5/2020 1:20:57 PM

எடுத்துக்காட்டு 10.12

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளித்தல் கட்டுபாடு அணி

மாற்று நடவடிக்கை	அளித்தல்கள் – நிபந்தனை நிகழ்வுகள்			
	A_1	A_2	A_3	A_4
E_1	7	12	20	27
E_2	10	9	10	25
E_3	23	20	14	23
E_4	32	24	21	17

மீப்பெருவின் மீச்சிறு விதிப்படி சிறந்த மாற்று நடவடிக்கையை காண்க.

தீர்வு:

மாற்று நடவடிக்கை	அளித்தல்கள் – நிபந்தனை நிகழ்வுகள்				மீப்பெரு அளித்தல் கட்டுபாடு
	A_1	A_2	A_3	A_4	
E_1	7	12	20	27	27
E_2	10	9	10	25	25
E_3	23	20	14	23	23
E_4	32	24	21	17	32

(27, 25, 23, 32) இன் மீச்சிறு மதிப்பு = 23. எனவே $E3$ என்பது சிறந்த மாற்று நடவடிக்கையாகும்.

பயிற்சி 10.3

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணிக்கான உகந்த வியூகத்தை (i) மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மற்றும் (ii) மீப்பெருவின் மீச்சிறு ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி காண்க.

வியூகம்	சூழ்நிலைகளின் நிலைப்பாடுகள்	
	E_1	E_2
S_1	40	60
S_2	10	–20
S_3	–40	150

2. ஒரு விவசாயி தனது 100 ஏக்கர் பண்ணையில் மூன்று வகையான பயிர்களைப் பயிரிடத் திட்டமிட்டுள்ளார். இலாபமானது மழை மற்றும் பருவ நிலையைச் சார்ந்திருக்கும். அந்த விவசாயி மழை அளவை அதிகம், சராசரி மற்றும் குறைவு என மூன்று வகையாக வகைப் படுத்துகிறார். ஒவ்வொரு வகையான பயிரிலும் அவர் எதிர்பார்க்கும் இலாபம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மழையளவு	மதிப்பிடப்பட்ட விற்பனை (அலகுகளில்)		
	பயிர் A	பயிர் B	பயிர் C
அதிகம்	8000	3500	5000
சராசரி	4500	4500	5000
குறைவு	2000	5000	4000

எந்த வகையான பயிரை அவர் பயிரிடுவார் என்பதை முடிவு செய்ய (i) மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மற்றும் (ii) மீப்பெருவின் மீச்சிறு ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி காண்க.

3. ஹிந்துஸ்தான் நிறுவனத்தின் ஆராய்ச்சி துறை மூன்று வகையான ஷாம்புகளை அறிமுகபடுத்த சந்தைப்படுத்தும் துறைக்கு நிதி ஒதுக்க பரித்துரைக்கிறது. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெவ்வேறான விற்பனை நிலையில் எதிர்பார்க்கப்படும் அளித்தல்களுக்கு ஏற்ப சாம்புகளை சந்தைப்படுத்துகிறது.

ஷாம்புகளின் வகைகள்	மதிப்பிடப்பட்ட விற்பனை (அலகுகளில்)		
	15000	10000	5000
முட்டை ஷாம்பு	30	10	10
கிளினிக் ஷாம்பு	40	15	5
டீலக்ஸ் ஷாம்பு	55	20	3

சந்ததைப்படுத்தும் மேலாளரின் முடிவு என்ன என்பதை (i) மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மற்றும் (ii) மீப்பெருவின் மீச்சிறு ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி காண்க.

4. கொடுக்கப்பட்ட அளித்தல் அணியின் உகந்த தீர்வை (i) மீச்சிறுவின் மீப்பெரு மற்றும் (ii) மீப்பெருவின் மீச்சிறு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி காண்க.

செயற்பாங்கு	சூழ்நிலைகளின் நிலைப்பாடுகள்			
	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	14	9	10	5
A_2	11	10	8	7
A_3	9	10	10	11
A_4	8	10	11	13

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 271 3/5/2020 1:20:57 PM

பயிற்சி 10.4

ஏற்புடைய விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. போக்குவரத்து கணக்கு எப்பொழுது சமநிலை யற்றது?
   (a) மொத்த வழங்கல் ≠ மொத்த தேவை
   (b) மொத்த வழங்கல் = மொத்த தேவை
   (c) $m = n$
   (d) $m+n-1$

2. சீரற்ற தீர்வில் ஒதுக்கீட்டு அறைகளின் எண்ணிக்கை ஆனது.
   (a) $m+n-1$ –க்கு சமம்
   (b) $m+n+1$–க்கு சமம்
   (c) $m+n-1$–க்கு சமமற்றது
   (d) $m+n+1$–க்கு சமமற்றது

3. சீரான தீர்வில் ஒதுக்கீட்டு அறைகளின் எண்ணிக்கை ஆனது
   (a) $m+n-1$–க்கு சமம்
   (b) $m+n+1$ –க்கு சமமற்றது
   (c) $m+n-1$ –ஐ விட சிறியது
   (d) $m+n+1$ –ஐ விட பெரியது

4. வோகலின் தோராய முறையில் உள்ள பெனாலிட்டி என்பது அந்த நிரை/நிரலுள்ள எதன் வித்தியாசத்தை குறிக்கிறது.
   (a) மிகப்பெரிய இரண்டு எண்கள்
   (b) மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய எண்கள்
   (c) மிகச்சிறிய இரண்டு எண்கள்
   (d) இவற்றில் ஏதுவுமில்லை

5. ஒதுக்கீடு கணக்கில் எந்த ஒரு நிரை மற்றும் நிரலிலும் அடிப்படை ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை
   (a) ஒன்றும் மட்டும்
   (b) ஒன்றிக்கு மேல்
   (c) ஒன்றைவிட குறைவாக
   (d) இவற்றில் ஏதுவுமில்லை

6. வடமேற்கு மூலை என்பதனை குறிப்பது ________
   a) மேல் இடது மூலை
   (b) மேல் வலது மூலை
   (c) கீழ் வலது மூலை
   (d) கீழ் இடது மூலை

7. சில நேரங்களில் _________________ முறையானது போக்குவரத்து கணக்கின் உகந்த தீர்வாக அமையும்
   (a)வடமேற்கு மூலை முறை
   (b) மீச்சிறு மதிப்பு முறை
   (c) வோகலின் தோராய முறை
   (d) நிரையின் சிறும முறை

8. ஒதுக்கீட்டு கணக்கில் தீர்மான மாறி x_{ij} மதிப்பு __________.
   (a) 1
   (b) 0
   (c) 1 அல்லது 0
   (d) மேற்கூறிய எதுவுமில்லை

9. ஒதுக்கீடு கணக்கில் வழங்கல் மற்றும் சேருமிடம் சமமாக இல்லாவிட்டால் அவை
   (a) சமமானது (b) சமச்சீரற்றது
   (c) சமச்சீர்ரானது (d) சமநிலையற்றது

10. ஒதுக்கீடு கணக்கில் ஒப்புக்கான நிரை அல்லது ஒப்புக்கான நிரல் உருவாக்கு வதற்கான நோக்கம்
    (a) தீர்வை சீர்குலைப்பதிலிருந்து தடுக்கிறது
    (b) மொத்த செயல்கள் மற்றும் மொத்த வளங்களை சமப்படுத்த
    (c) ஒப்புக்கான பிரச்சினையை பிரதிநிதிப் படுத்துவதற்கான ஒரு வழிமுறையை வழங்குகிறது
    (d) மேலே கூறிய அனைத்தும்

11. ஒரு ஒதுக்கீடு கணக்கின் தீர்வானது உகந்த தீர்வாக இருக்க
    (a) ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலில் ஒதுக்கீடு இல்லை
    (b) ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலானது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஒதுக்கீடு
    (c) ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலானது ஒன்றுக்கு குறைவான ஒதுக்கீடு
    (d) ஒவ்வொரு நிரை மற்றும் நிரலில் ஒரே ஒரு ஒதுக்கீடு

12. மூன்று வேலைகள் மற்றும் நான்கு வேலையாட்கள் உள்ளடக்கிய ஒதுக்கீட்டு கணக்கில் சாத்தியமான ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை
    (a) 4 (b) 3 (c) 7 (d) 12

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 272 3/5/2020 1:20:57 PM

13. தீர்மான கோட்பாடு எதன் தொடர்புடையது
   (a) கிடைக்ககூடிய தகவல்களின் அளவு
   (b) நம்பகத்தன்மை கொண்ட தீர்மானத்தை அளவீடு செய்வது
   (c) வரிசைத் தொடர் பிரச்சினைகளுக்கு உகந்த தீர்மானங்களை தேர்ந்தெடுப்பது
   (d) மேற்கூறிய அனைத்தும்

14. சூழ்நிலைகளில் தீர்மானம் மேற்கொள்வதின் வகை.
   (a) நிச்சயமான
   (b) நிச்சயமற்ற
   (c) இடர்பாடு
   (d) மேலே கூறிய அனைத்தும்

இதர கணக்குகள்

1. S_1, S_2, S_3, S_4 என்ற நான்கு தொழிற்சாலைகளிலிருந்து $D1$, $D2$, $D3$ என்ற கிடங்களுக்கு அனுப்படும் பொருள்களுக்கான செலவு, அளிப்பு மற்றும் தேவை விவரங்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

	D_1	D_2	D_3	அளிப்பு
S_1	2	7	14	5
S_2	3	3	1	8
S_3	5	4	7	7
S_4	1	6	2	14
தேவை	7	9	18	

ஆரம்பத் தீர்வினை வடமேற்கு மூலை முறையை பயன்படுத்தி காண்க. இந்த தீர்வுக்கான மொத்த செலவையும் காண்க.

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடைப்படை ஏற்புடைய தீர்வினை (அ) மீச்சிறு செலவு முறை (ஆ) வோகலின் தோராயா முறையில் காண்க.

சேருமிடம்

	D_1	D_2	D_3	D_4	கிடைக்க பெறுவது
O_1	5	8	3	6	30
O_2	4	5	7	4	50
O_3	6	2	4	6	20
தேவை	30	40	20	10	

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடைய தீர்வினை அ) வடமேற்கு மூலை விதி முறை (ஆ) மீச்சிறு செலவு முறை ஆகியவற்றில் காண்க.

சேருமிடம்

வளங்கள்		D_1	D_2	D_3	அளிப்பு
	S_1	9	8	5	25
	S_2	6	8	4	35
	S_3	7	6	9	40
	தேவை	30	25	45	

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து கணக்கில் ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடைய தீர்வினை வோகலின் தோராய முறையில் காண்க.

சேருமிடம்

ஆரம்பிக்கு மிடம்		D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு
	O_1	2	3	11	7	6
	O_2	1	0	6	1	1
	O_3	5	8	15	9	10
	தேவை	7	5	3	2	

5. ஒரு வாடகை மகிழுந்து நிறுவனம் ஒரு மகிழுந்து நிறுத்த a, b, c, d மற்றும் e என்ற பணிமனைகள் உள்ளன. A, B, C, D மற்றும் E என்ற ஐந்து வளாகங்களில் உள்ள வடிக்கையாளர்கள் ஒவ்வொருக்கும் ஒரு மகிழுந்து தேவைப்படுகிறது. கீழே உள்ள தொலைவு அணியானது பணிமனை (ஆரம்பிக்குமிடம்) மற்றும் வளாகங்கள் (சென்றடையுமிடம்) ஆகியவற்றின் தொலைவு கொடுக்கப்படடுள்ளது.

	a	b	c	d	e
A	160	130	175	190	200
B	135	120	130	160	175
C	140	110	155	170	185
D	50	50	80	80	110
E	55	35	70	80	105

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 273 3/5/2020 1:20:58 PM

பயணதூரத்தைக் குறைக்கும் வகையில் வடிகையாளர்களுக்கு மகிழுந்துகளை எவ்வாறு ஒதுக்கவேண்டும்.

6. வாடகை டிரக் சேவை நிறுவனமானது நகரங்கள் 1,2,3,4,5 மற்றும் 6 என்ற நகரங்களில் தேவைக்கு அதிகமாக ஒரு டிரக் உள்ளது. மேலும் 7,8,9,10,11 மற்றும் 12 என்ற நகரங்களில் ஒரு டிரக் பற்றாக்குறை உள்ளது. டிரக் அதிகமாக உள்ள நகரங்களிலிருந்து பற்றாக்குறை உள்ள நகரங்களுக்கிடையான தொலைவு (கிலோ மீட்டரில்) கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

வரை

இருந்து	7	8	9	10	11	12
1	31	62	29	42	15	41
2	12	19	39	55	71	40
3	17	29	50	41	22	22
4	35	40	38	42	27	33
5	19	30	29	16	20	33
6	72	30	30	50	41	20

பயணத்தின் மொத்த தூரத்தைக் குறைக்குமாறு டிரக் எவ்வாறு பிரிக்கப்படவேண்டும்

7. ஒரு நபர் பங்கு, பத்திரங்கள், மற்றும் கடன் பத்திரங்கள் ஆகிய மாற்று முதலீட்டுத் திட்டங்களில் ஏதேனும் ஒன்றில் முதலீடு செய்ய விரும்புகிறார். மூன்று சாத்தியமான பொருளாதார நிலைமைகளில் அடிப்படையில் பணம் செலுத்தும் அணி பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாற்று	பொருளாதார நிலைமைகள்		
	அதிக வளர்ச்சி (₹)	இயல்பான வளர்ச்சி (₹)	மெதுவான வளர்ச்சி (₹)
பங்குகள்	10000	7000	3000
பத்திரங்கள்	8000	6000	1000
கடன் பத்திரங்கள்	6000	6000	6000

பின்வரும் அளவுகோல்களைப் பயன்படுத்தி சிறந்த முதலீடு திட்டத்தைத் தீர்மானிக்க.

(i) சிறுமத்தில் பெருமம்

(ii) பெருமத்தில் சிறுமம்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 274 3/5/2020 1:20:58 PM

தொகுப்புரை

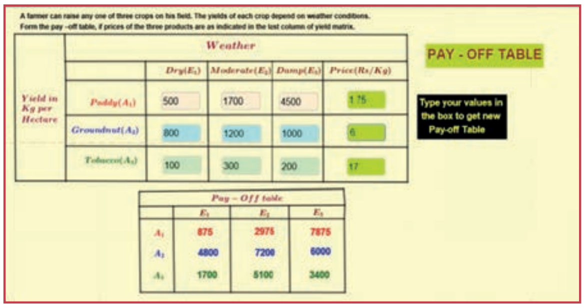
- ஒரு போக்குவரத்து கணக்கில் மொத்த அளிப்புகளும், மொத்த தேவைகளும் சமமாக இருந்தால் அது சமநிலை போக்குவரத்து கணக்காகும்.அவ்வாறு இல்லையெனில் அது சமநிலையற்ற போக்குவரத்து கணக்காகும்.
- **ஏற்புடையத் தீர்வுகள்**: கட்டுப்பாடுகளை பூர்த்தி செய்யக்கூடிய குறை குறியற்ற $x_{ij}(i=1,2,..,m, j=1,2,\ldots n)$ ன் மதிப்புகள் போக்குவரத்து கணக்குகளின் ஏற்புடையத் தீர்வுகளாகும்.
- **அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு**: m நிரைகள் மற்றும் n நிரல்கள் கொண்ட போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்வு $m+n-1$ ஒதுக்கீடுகளுக்கு மிகாமல் இருந்தால் அது அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு எனப்படும்.
- **உகந்த தீர்வு**: மொத்த போக்குவரத்து செலவினை குறைக்கக் கூடிய ஏற்புடையத் தீர்வு என்பது உகந்த தீர்வு எனப்படும்.
- **சிதைவற்ற அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு:** சிதைவற்ற அடிப்படை தீர்வு என்பது போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்வில் சரியாக ஒதுக்கீடுகள் ஒன்றை ஒன்று சாரா நிலையில் அமைந்ததாகும்.
- **சிதைந்த தீர்வு:** போக்குவரத்து கணக்கின் ஏற்புடையத் தீர்ப்பில் ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை m+n–1க்கு குறைவாக இருந்தால் அது சிதைந்த தீர்வு எனப்படும்
- ஒதுக்கீட்டு கணக்கில் நிரைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் நிரல்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்கவேண்டும்.
- ஒரு நிரை(நிரல்)–ல் உள்ள அனைத்து எண்களுடனும் ஒரு எண்ணைக் கூட்டினாலும் கழித்தாலும் ஒதுக்கீடு கணக்கின் உகந்த தீர்வு மாறாது.
- $C_{ij} > 0$ எனில், $\sum C_{ij}\, x_{ij} = 0$ என்பது (x_{ij}) ஆல் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் அது உகந்த தீர்வாகும்.

கலைச்சொற்கள் (GLOSSARY)

ஆரம்ப அடிப்படை ஏற்புடையத் தீர்வு	Initial basic feasible solution
இழப்பு ஈட்டியப்பு	Pay off
உகந்த தீர்வு	Optimum solution
உத்தி	Strategy
ஏற்புடையத் தீர்வு	Feasible solution
ஒதுக்கீடு கணக்குகள்	Assignment problems
குறைந்த விலை முறை	Least cost method
சிதைந்த	Degenerate
சிதைவற்ற	Non–degenerate
சேருமிடம்	Destination
தோராயமாக	Approximation
போக்குவரத்து செலவு	Transportation cost
போக்குவரத்து கணக்குகள்	Transportation problems
முடிவு கோட்பாடுகள்	Decision theory
வட மேற்கு மூலை முறை	North West–Conner method

இணையச் செயல்பாடு

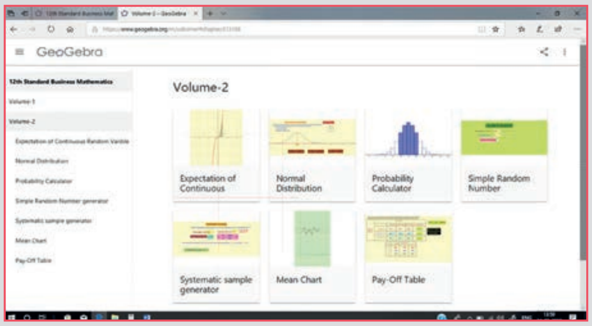
எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு



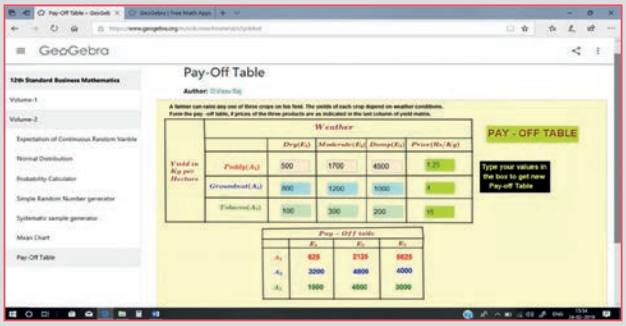
படி - 1 : கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இச்செயல்பட்டிற்கான இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்க. பின்பு "12th Standard Business Mathematics and statistics" என்னும் திரையில் "Volume–2" யை தெரிவு செய்யவும்.

படி - 2 : "Pay–Off Table " என்னும் பயிற்சித்தாளினை தெரிவு செய்துகொள்ளவும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெட்டியில் தரவுகளை பதிவு செய்யவும். Pay–Off Table ஒன்று உருவாகும் அதனை கணக்கீடு செய்து கிடைக்கப்பெறும் விடையினை சரிபார்த்துக்கொள்ளவும்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி : **https://ggbm.at/uzkcrnwr**

அல்லது விரைவுக் குறியீடு **(QR Code)**

B247_12_BUS_MAT_TM

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 10.indd 276 3/5/2020 1:20:59 PM

விடைகள்

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

பயிற்சி 1.1

1.(i) $\rho(A)=2$ (ii) $\rho(A)=2$ (iii) $\rho(A)=1$ (iv) $\rho(A)=3$

(v) $\rho(A)=2$ (vi) $\rho(A)=2$ (vii) $\rho(A)=3$ (viii) $\rho(A)=2$

2. $\rho(AB)=2, \rho(BA)=2$
3. $x=1, y=3, z=5$
4. $x=\frac{1}{11}(7-16k),\ y=\frac{1}{11}(3+k),\ z=k$
5. $x=2,\ y=1,\ z=0$
6. $\lambda=\frac{-7}{2}$
7. $x=1000,\ y=2000,\ z=500$
8. $x=1000,\ y=2200,\ z=1800$

பயிற்சி 1.2

1.(i) $x=8,\ y=-3$ (ii) $x=1, y=4$ (iii) $\{x, y, z\}=\{2, -1, 0\}$

(iv) $\{x, y, z\}=\{1, 2, 3\}$ (v) $\{x, y, z\}=\left\{-1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

2. தொழிலாளருக்கான ஒரு அலகு செலவு ₹10 முதலீட்டிற்கான ஒரு அலகு செலவு ₹ 16
3. $4\frac{3}{4}\%$ -ல் முதலீடு செய்யப்பட்ட தொகை ₹ 7,300

   $6\frac{1}{2}\%$-ல் முதலீடு செய்யப்பட்ட தொகை ₹ 1,300
4. குதிரை சவாரிக்கான மணிநேர வாடகை ₹100 மற்றும்

   கிவாட் பைக் சவாரிக்கான மணி நேர வாடகை ₹120
5. $\{x, y, z\}=\{2,3,1\}$
6. 2% -ல் முதலீடு செய்யப்பட்டத் தொகை ₹250

   3% -ல் முதலீடு செய்யப்பட்டத் தொகை ₹4,000

   6% -ல் முதலீடு செய்யப்பட்டத் தொகை ₹4,250

பயிற்சி 1.3

1. 36% 2.(i) 54% , 46% (ii) 50%
3. A= 56.25%, B = 43.75%
4. A = 33%, B = 67%

பயிற்சி 1.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
(d)	(b)	(a)	(c)	(d)	(b)	(b)	(b)	(a)	(c)	(c)	(b)	(c)
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
(b)	(c)	(c)	(b)	(b)	(a)	(a)	(b)	(c)	(d)	(c)	(a)	

இதர கணக்குகள்

1. $\rho(A)=2$ 2. $\rho(A)=3$ 3. $\rho(A)=3$

4.கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமை அற்றது மேலும் தீர்வு கிடையாது.

5. $k = 8$.

6. $k = 0$ தவிர k-ன் மற்ற மதிப்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு அற்றது.

7. $x=1,\ y=2$ மற்றும் $z = 2$

8. ஒரு கிலா கோதுமையின் விலை ₹30, ஒரு கிலோ சர்க்கரையின் விலை ₹40 மற்றும் ஒரு கிலோ அரிசியின் விலை ₹50.

9. A,B மற்றும் C ஆகியவற்றிற்கான தரகு வீதங்கள் முறையே ₹2, ₹4 மற்றும் ₹11 ஆகும்.

10. 39%

2. தொகை நுண்கணிதம் – I

பயிற்சி: 2.1

1. $\frac{2}{9}(3x+5)^{\frac{3}{2}}+c$ 2. $\frac{81x^5}{5}-\frac{16}{3x^3}-72x+c$ 3. $6x-\frac{13x^2}{2}-\frac{5x^3}{3}+c$

4. $\frac{2x^{\frac{9}{2}}}{9}-\frac{4x^{\frac{5}{2}}}{5}+2x^{\frac{3}{2}}+c$ 5. $\frac{(4x+7)^{\frac{3}{2}}}{3}-\frac{(4x+7)^{\frac{1}{2}}}{2}+c$

6. $\frac{1}{3}\left[(x+1)^{\frac{3}{2}}-(x-1)^{\frac{3}{2}}\right]+c$ 7. $b=\frac{13}{2}, c=-2, f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{13}{2}x-2$

8. $c=-20, f(x)=2x^4-x^2-20$

பயிற்சி: 2.2

1. $x^2+\frac{1}{2}\log|x|-2x+c$ 2. $\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+2\log|x-1|+c$

3. $\frac{x^3}{3}-x^2+4x-8\log|x+2|+c$ 4. $\frac{x^3}{3}-x^2+3x-4\log|x+5|+c$

5. $11\log|x-3|-8\log|x-2|+c$ 6. $\log|x+1|+3\log|x-3|+\frac{2}{(x+1)}+c$

7. $\log\left|x^3 - x^2 + 5x - 5\right| + c$

8. $c = \frac{\pi}{4}, f(x) = \log|x| + \frac{\pi}{4}$

பயிற்சி: 2.3

1. $\frac{a^x}{\log a} + a^a x - \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
2. $\frac{1}{a^x \log a} - \frac{1}{b^x \log b} + c$
3. $e^x + e^{2x} + \frac{e^{3x}}{3} + c$
4. $\frac{e^{2x}}{2} + \frac{e^{-4x}}{4} + c$
5. $\frac{e^{4x}}{4} + c$
6. $e^{\left(x+\frac{1}{x}\right)} + c$
7. $-\frac{1}{\log x} + c$
8. $c = 1, f(x) = e^x + 1$

பயிற்சி: 2.4

1. $2\sin x + 3\cos x + 4\tan x + 5\cot x + c$
2. $-\frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{12}\cos 3x + c$
3. $\tan x + c$
4. $\tan x - \cot x + c$
5. $-[\sin x + \cos x] + c$

பயிற்சி: 2.5

1. $-e^{-x}(x+1) + c$
2. $e^{3x}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{3} + \frac{2x}{9} - \frac{2}{27}\right] + c$
3. $x(\log x - 1) + c$
4. $\frac{x^2}{2}\left[\log x - \frac{1}{2}\right] + c$
5. $\frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\log x - \frac{1}{n+1}\right) + c$
6. $\frac{e^{x^2}}{2}\left(x^4 - 2x^2 + 2\right) + c$

பயிற்சி: 2.6

1. $\log\left|x^2 + 5x - 7\right| + c$
2. $\frac{1}{4}\log\left|x^4 + 1\right| + c$
3. $\frac{1}{2}\log\left|e^{2x} - 2\right| + c$
4. $\frac{(\log x)^4}{4} + c$
5. $2\sqrt{3x^2 + 7x - 1} + c$
6. $\frac{4}{3}\left(x^2 + x + 1\right)^{\frac{3}{2}} + c$
7. $\frac{1}{54}\left(1 + x^9\right)^6 + c$
8. $\frac{1}{e}\log\left|x^e + e^x\right| + c$
9. $\log\left|\log x\right| + c$
10. $\frac{1}{10}\log\left|\frac{x^2 - 2}{2x^2 + 1}\right| + c$
11. $xe^x\left[\log\left(xe^x\right) - 1\right] + c$
12. $\log|x| - \frac{1}{2}\log\left|x^2 + 1\right| + c$
13. $\frac{e^x}{x^2} + c$
14. $\frac{e^x}{(x+1)^2} + c$
15. $\frac{e^{3x}}{9x} + c$

பயிற்சி 2.7

1. $\frac{1}{24}\log\left|\frac{3 + 4x}{3 - 4x}\right| + c$
2. $\frac{1}{10}\log\left|\frac{9 + x}{1 - x}\right| + c$
3. $\frac{1}{6\sqrt{2}}\log\left|\frac{\sqrt{2}x - 3}{\sqrt{2}x + 3}\right| + c$
4. $\frac{1}{3}\log\left|\frac{x - 2}{x + 1}\right| + c$
5. $\log\left|\frac{x + 1}{x + 2}\right| + c$
6. $\frac{1}{10}\log\left|\frac{x - 1}{x + 4}\right| + c$

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 279 3/5/2020 1:28:15 PM

7. $\frac{1}{6}\log\left|\frac{e^x-3}{e^x+3}\right|+c$ 8. $\frac{1}{3}\log\left|3x+\sqrt{9x^2-7}\right|+c$ 9. $\log\left|(x+3)+\sqrt{x^2+6x+13}\right|+c$

10. $\log\left|\left(x-\frac{3}{2}\right)+\sqrt{x^2-3x+2}\right|+c$ 11. $\frac{1}{4}\log\left|x^4+\sqrt{x^8-1}\right|+c$

12. $\frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)}{2}\sqrt{1+x+x^2}+\frac{3}{8}\log\left|\left(x+\frac{1}{2}\right)+\sqrt{1+x+x^2}\right|+c$

13. $\frac{x}{2}\sqrt{x^2-2}-\log\left|x+\sqrt{x^2-2}\right|+c$ 14. $\frac{1}{4}\left[2x\sqrt{4x^2-5}-5\log\left|2x+\sqrt{4x^2-5}\right|\right]+c$

15. $\left(\frac{x+1}{2}\right)\sqrt{2x^2+4x+1}-\frac{\sqrt{2}}{4}\log\left|\sqrt{2}(x+1)+\sqrt{2x^2+4x+1}\right|+c$

16. $\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}\sqrt{x^2-1}+\frac{1}{2}\log\left|x+\sqrt{x^2-1}\right|+c$

பயிற்சி 2.8

I:1. $\frac{1}{2}\left[e^2-1\right]$ 2. $\frac{1}{6}$ 3. $\frac{1}{2}\log\left[\frac{5}{2}\right]$ 4. $\log\left[\frac{1+e^3}{2}\right]$

5. $\frac{1}{2}\left[e-1\right]$ 6. $\frac{3}{8}$ 7. $\log\left[\frac{11}{5}\right]$ 8. 2 9. $\frac{1}{2}\left[2\log 2-1\right]$

II:1. 37 2. 4 3. 1 4. $c=4$

பயிற்சி 2.9

1. 0 2. $\frac{\pi}{2}$ 3. 0 4. $\frac{\pi}{4}$ 5. 0 6. $\frac{16}{5}$

பயிற்சி 2.10

1.(i) 6 (ii) $\frac{105\sqrt{\pi}}{16}$ (iii) $\frac{6!}{m^7}$ (iv) $\frac{3}{128}$ (v) $\left(2^6\right)5!$ 2. $\frac{1}{4}$

பயிற்சி 2.11

1. $\frac{9}{2}$ 2. 4 3. 14 4. $\frac{1}{3}$

பயிற்சி 2.12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(b)	(c)	(a)	(a)	(a)	(b)	(b)	(a)	(d)	(c)	(b)	(b)	(b)	(b)	(c)
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
(d)	(c)	(c)	(b)	(a)	(b)	(b)	(c)	(a)	(a)	(a)	(b)	(d)	(b)	(c)

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 280 3/5/2020 1:28:21 PM

இதர கணக்குகள்

1. $\frac{2}{15}\left[(x+2)^{\frac{3}{2}}+(x+3)^{\frac{3}{2}}\right]+c$ 2. $\frac{1}{5}\log\left|\frac{2+x}{1-2x}\right|+c$ 3. $\frac{1}{4}\log\left|\frac{e^x+1}{e^x+5}\right|+c$

4. $\frac{x}{2}\sqrt{2x^2-3}-\frac{3\sqrt{2}}{4}\log\left|\sqrt{2}x+\sqrt{2x^2-3}\right|+c$

5. $\frac{(3x+2)}{6}\sqrt{9x^2+12x+3}-\frac{1}{6}\log\left|(3x+2)+\sqrt{9x^2+12x+3}\right|+c$

6. $\frac{1}{3}\left[(x+1)^3\log x-\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-3x-\log|x|\right]+c$

7. $x\log\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+\sqrt{x^2-1}+c$ 8. 0   9. $\frac{1}{4}\left[\frac{e^4-5}{e^2}\right]$ 10. $\frac{14}{15}$

3. தொகை நுண்கணிதம் – II

பயிற்சி 3.1

1. 5 ச.அலகுகள்   2. 2 ச.அலகுகள்   3. $\frac{8a^2}{3}$ ச.அலகுகள்   4. $\frac{3}{2}$ ச.அலகுகள்

5. $\frac{17}{2}$ ச.அலகுகள்   6. $\frac{8}{3}$ ச.அலகுகள்   7. $\frac{32}{3}$ ச.அலகுகள்

பயிற்சி 3.2

1. ₹28,000   2. $y=\left(\frac{2x-1}{3x+2}\right)$ 3. $P=8-2x,\ R=8x-2x^2$

4. ₹4,419   5. ₹5,680

6. மொத்த செலவுச் சார்பு: $C=100x-5x^2+\frac{0.1x^3}{3}+500$,

   சராசரி செலவுச் சார்பு: $AC=100x-5x+\frac{x^2}{30}+\frac{500}{x}$

7. மொத்த செலவுச் சார்பு: $C=\frac{1500}{7}x^{\frac{7}{5}}$, சராசரி செலவுச் சார்பு: $AC=\frac{1500}{7}x^{\frac{2}{5}}$

8. செலவுச் சார்பு: $C=2\sqrt{ax+b}-2\sqrt{b}$ 9. ₹14,133.33

10. மொத்த வருவாய்: R = ₹5,95,000   11. தேவைச் சார்பு: $P=9-\frac{4x^2}{3}$

13. தேவைச் சார்பு: $P=20e^{-\frac{x}{10}}$ 14. வருவாய் சார்பு: $R=13x-0.065x^2-120$

15. வருவாய் சார்பு: $R=1500x-2x^2-x^3$, சராசரி வருவாய் சார்பு: $P=1500-2x-x^2$

16. வருவாய் சார்பு: $R=10x+\frac{3x^2}{2}-\frac{x^3}{3}$, தேவை சார்பு: $P=10+\frac{3x}{2}-\frac{x^2}{3}$

17. மொத்த செலவுச் சார்பு: $C = 4000\sqrt{7x+4}+18000$,

சராசரி செலவு: $AC = \frac{4000}{x}\sqrt{7x+4}+\frac{18000}{x}$

18. மொத்த செலவுச் சார்பு: $C = \frac{x^2}{4}+5000$ 19.வருவாய் சார்பு: $R = 20x - \frac{5x^2}{2}+x^3$

20. தேவை சார்பு: $P = 14-3x+3x^2$

பயிற்சி 3.3

1. C.S.= 400 அலகுகள் 2. C.S.=378 அலகுகள் 3. C.S.=562.50 அலகுகள்

4. $C.S=\frac{1}{2}\left[1\text{-}\log_e 2\right]$ அலகுகள் 5. $P.S=\frac{25}{2}$ அலகுகள் 6. P.S=237.3 அலகுகள்

7. $C.S = 36\log\frac{3}{2}-12$ அலகுகள் 8. $\frac{32000}{3}$ அலகுகள்

9. $C.S = (8\log 2 - 4)$ அலகுகள் , $P.S=\frac{1}{4}$ அலகுகள்

10. $C.S=\frac{1024}{3}$ அலகுகள், P.S = 64 அலகுகள் 11.C.S=24 அலகுகள், P.S=16 அலகுகள்

பயிற்சி 3.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
(c)	(b)	(a)	(c)	(a)	(a)	(d)	(c)	(b)	(a)	(a)	(a)	(b)
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
(c)	(c)	(b)	(a)	(b)	(a)	(c)	(a)	(c)	(a)	(b)	(c)	

இதர கணக்குகள்

1. ₹1,900 2. C= ₹3,125 4. $R = 6x - x^3 - \frac{x^4}{4}$, $p = 6 - x^2 - \frac{x^3}{4}$

5. இலாபச் சார்பு: $P = 10x - \frac{x^2}{40} - 100$.

6. $C.S = \frac{40}{9}$ அலகுகள் , $P.S = \frac{32}{9}$ அலகுகள் 7. 52,770 அலகுகள்

8. $P = 11 - \frac{x^3}{3}$ 9. $\frac{76}{3}$ ச.அலகுகள் 10. $\frac{1}{5}\left[(2)^{\frac{5}{3}}-1\right]$ ச.அலகுகள்

4. வகைக் கெழுச் சமன்பாடுகள்

பயிற்சி 4.1

1.(i) (1 , 1) (ii) (3 , 1) (iii) (2 , 2) (iv) (3 , 1)

(v) (3 , 3) (vi) (2 , 1) (vii) (1 , 4).

2.(i) $y = x\frac{dy}{dx}+\frac{dy}{dx}-\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 4xy\frac{dy}{dx}+8y^2=0$ (iii) $y + x\frac{dy}{dx} = 0$

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 282 3/5/2020 1:28:32 PM

2.(iv) $x + y\dfrac{dy}{dx} = 0$ 3. $r^2\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = \left[1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]^3$ 4. $y = x\dfrac{dy}{dx}$

5. $2a\dfrac{d^2y}{dx^2}+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^3 = 0$ 6. $y^2 = x^2 + 2xy\dfrac{dy}{dx}$ 7. $y = 2x\dfrac{dy}{dx} + y\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$

பயிற்சி 4.2

1.(i) $e^{-y} + ax + c = 0$ (ii) $\log x + \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{y^2}{2} + \dfrac{y^3}{3} + c$ 2. $\log x - x = \log y + c$

3.(i) $x = cy$ (ii) $\log(1+y) = -e^x + c$ 4. $(1+\sin x) = c(1+\cos y)$

5. $(x-1)(y+1) = c$ 6.(i) $\log y = \dfrac{-\cos 2x}{2} + c$ (ii) $\dfrac{e^{ax}}{a} = \dfrac{-e^{by}}{b} + c$

7. $(y-b)^2 = (x-a)^2 + b^2 - a^2$

பயிற்சி 4.3

1. $x = ce^{\frac{y}{x}}$ 2. $x + y = ke^{\frac{-2x}{x+y}}$ 3. $y + \sqrt{x^2+y^2} = x^2c$

4. $3y^2 - 4yx + 3x^2 = x^3c$ 5. $\left(xy - y^2\right)x = c$ 6. $y\sqrt{y^2 - x^2} = 2\sqrt{3}\,x^5$ 7. $y = ce^{\frac{x^2}{2y^2}}$

பயிற்சி 4.4

1. $\dfrac{y}{x} = x + c$ 2. $ye^{\sin x} = e^{\sin x}(\sin x - 1) + c$ 3. $x^2y = \dfrac{x^6}{6} + c$

4. $y\left(1+x^3\right) = x + \dfrac{x^3}{3} + c$ 5. $xy = e^x\left(x^2 - 2x + 2\right) + c$ 6. $y\sec x = \dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{\sin 2x}{2}\right) + c$

7. $y\sec^2 x = \sec x - 2$ 8. $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c$ 9. ₹ 2,22,550

பயிற்சி 4.5

1. $y = Ae^{2x} + Be^{4x}$ 2. $y = (Ax+B)e^{2x}$ 3. $y = e^{-x}(A\cos\sqrt{2}\,x + B\sin\sqrt{2}\,x)$

4. $y = (Ax+B)e^{kx}$ 5. $y = \dfrac{e^{-3x}}{12} + \dfrac{e^{5x}}{20}$ 6. $y = Ae^{\frac{1}{2}x} + Be^{\frac{-3}{2}x} + \dfrac{e^{2x}}{21}$

7. $y = A\cos 4x + B\sin 4x$ 8. $y = e^x - \dfrac{3}{2}e^{2x} + \dfrac{e^{3x}}{2}$

9. $y = Ae^{-3x} + Be^{2x} + \dfrac{e^{3x}}{6} - \dfrac{x}{5}e^{-3x}$ 10. $y = (Ax + B)e^{5x} + 2x^2e^{5x} + \frac{1}{5}$

11. $y = Ae^{\frac{-3}{2}x} + Be^{\frac{-5}{2}x} + xe^{-\frac{3}{2}x}$ 12. $y = Ae^{2x} + Be^{\frac{-7}{3}x} + xe^{2x}$ 13. $p = Ae^{-4t} + Be^{2t} + 2$

பயிற்சி 4.6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
(a)	(d)	(a)	(b)	(a)	(a)	(d)	(c)	(a)	(c)	(b)	(a)	(b)
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
(c)	(d)	(a)	(d)	(a)	(b)	(d)	(a)	(a)	(d)	(c)	(a)	

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 283 3/5/2020 1:28:43 PM

இதர கணக்குகள்

1. $p = Ae^{-4t} + Be^{2t} + 3$
2. $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$
3. $e^x\left(x^2 - 2x + 2\right) + \log y = c$
4. $x\left(1 + \dfrac{3y^2}{x^2}\right)^{\frac{1}{3}} = c$
5. $yx^2 = \dfrac{x^6}{6} + c$
6. $cm^2 = 2(m+6)$
7. $6y = \left(e^2 + e\right)e^x - \left(e^2 + e + 1\right)e^{2x} + e^{4x}$
8. $ye^{\sin x} = 2e^{\sin x} + c$
9. $\log y = \dfrac{x^3}{3y^2} + c$
10. $\log|1 + y| = x + \dfrac{x^2}{2} + c$

5. எண்ணியியல் முறைகள்

பயிற்சி 5.1

1. $\log\left(1 + \dfrac{h}{x}\right)$

2.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
0	-1					
		1				
1	0		4			
		5		6		
2	5		10		0	
		15		6		0
3	20		16		0	
		31		6		
4	51		22			
		53				
5	104					

5. $\dfrac{-2}{(x+1)(x+2)(x+3)}$
6. 31
7. 445 இலட்சங்கள்
8. 3 மற்றும் 24

பயிற்சி 5.2

1. 6.8
2. ₹ 2,900
3. $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 6x + 1$
4. 36.784 (இலட்சங்கள்)
5. 197
6. 15.45
7. 286.96
8. 27.992
9. 108.75 (ஆயிரம் டன்கள்)
10. 41 நபர்கள்
11. 476.25 இலட்சங்கள்
12. 53

பயிற்சி 5.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
(a)	(c)	(a)	(c)	(d)	(a)	(c)	(c)	(c)	(c)	(a)	(c)	(b)	(b)

இதர கணக்குகள்

3. $f(x) = x^2 - 3x + 1$
4. 14.25, 23.5
5. 128.5
6. 189.79, 286.96
7. 5281, 6504
9. $y = \dfrac{2}{3}x^4 - 8x^3 + \dfrac{100}{3}x^2 - 56x + 31$
10. $y = x^3 - 8x^2 + 19x - 12$

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 284 3/5/2020 1:28:47 PM

6. சமவாய்ப்பு மாறி மற்றும் கணக்கியல் எதிர்பார்த்தல்

பயிற்சி 6.1

1.

$P(X \le k)$	0.3	0.5	0.9	1

2. $$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 3 \\ P_X(3) = 0.3 & , 3 \le x < 5 \\ P_X(3) + P_X(5) = 0.5 & , 5 \le x < 8 \\ P_X(3) + P_X(5) + P_X(8) = 0.8 & , 8 \le x < 10 \\ 1 & , x \ge 10 \end{cases}$$

5.

$X = x_1$	0	1	2
$P(X = x_1)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

6. (i) 1/10, (ii) 81/100, 19/100, 8/10 (iii) 4

7. குறிப்பு : $\int_{-3}^{3} f(x)dx = \int_{-3}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{3} f(x)dx$

8. $(i)\, k = \frac{1}{16}, (ii)\; f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^3, 1 < x \le 3$ 9. $A = \frac{1}{5}, (i)\frac{1}{e^2}, (ii)\frac{e-1}{e}, (iii)\frac{e-1}{e^2}$

10. (a) ஆம், $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \le x < 1 \\ 0, & 1 \le x < 2 \\ \frac{1}{4}, & 2 \le x < 4 \\ 0, & x \ge 4 \end{cases}$ b(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{4}$

பயிற்சி 6.2

1. 3.5 2. 1.8 3. 0.78 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}$ 6. ₹ 60

12. எதிர்பார்த்தல்: ₹ 200; மாறுபாடு: ₹ 21, 60,000; திட்ட விலக்கம்: ₹ 1,469.69

13. 30 (அல்லது 30,000 மைல்கள்) 14. எதிர்பார்த்தல்: 1; மாறுபாடு : 9 15. 20

பயிற்சி 6.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(c)	(d)	(b)	(c)	(b)	(c)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(a)	(c)	(c)	(a)
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
(b)	(b)	(a)	(d)	(b)	(b)	(c)	(c)	(a)	(b)	(c)	(b)	(b)	(b)	(b)

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 285 3/5/2020 1:28:51 PM

இதர கணக்குகள்

1. (i) ½ (ii) ¼ (iii) ½ (iv) ¾

2. (a) (i) 13/24 (ii) 0

(b) F ஆனது படிச்சார்பு இல்லை என்பதால் X என்பது சமவாய்ப்பு மாறியாக இருக்ககாது.

3. $\frac{1}{4};\frac{1}{2}$ 4. (a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{7}{9}$ 5. (i) $\frac{3}{5},\frac{6}{5}$ (ii) $\frac{2}{25}$ 7. 1 9. $\frac{3}{4},\frac{27}{80}$ 10. $\frac{1}{2}$

7. நிகழ்தகவு பரவல்கள்

பயிற்சி: 7.1

6. (a) 0.059 (b) 0.2642 (c) 0.0133 (d) சராசரி = 1 மற்றும் மாறுபாடு = 0.95

7. (i) 0.01008 (ii) 0.000262 (iii) 0.09935 8. 0.375 9. 0.65536

10. (i) 0.3969 (ii) 0.45212 (iii) 0.9797

11. 5 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சோதனைகள் 12. 0.7530

13. (i) 703 (ii) 516 (iii) 656 14. (i) 0.0634 (ii) 0.0634 (iii) 0.9729

15. 25/216 16. $\binom{25}{x}\left(\frac{1}{5}\right)^{x}\left(\frac{4}{5}\right)^{(25-x)}$ 17. $\frac{3}{4^{14}}$ 18. 0.2626 19. 0.8743

20. (i) $\frac{80}{243}$ (ii) $\frac{192}{243}$

பயிற்சி: 7.2

6. 0.2352 7. 0.0025 8. (i) 0.2231 (ii) 0.1912

9. (i)0.08208 (ii) 0.2138 (iii) 0.1089

10. (i) 2 நாள்கள் (ii) 91 நாள்கள் (iiii) 43 நாள்கள்

11. 0.0265 12. (i) 0.1353 (ii) 0.3235

பயிற்சி: 7.3

5. (i) 67 (ii) 134 (iii) 1637 6 (i) சராசரி = 60.48 (ii) திட்டவிலக்கம் = 19.78

7. (i) 0.9772 (ii) 0.49865 8. (a) 46 (b) 46 (c) 342

9. 0.719 10. (i) 0.2420 (ii) 0.8413

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 286 3/5/2020 1:28:56 PM

பயிற்சி 7.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
(b)	(c)	(c)	(c)	(c)	(a)	(b)	(a)	(c)	(d)	(a)	(a)	(d)	(b)
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
(d)	(b)	(d)	(d)	(d)	(d)	(a)	(a)	(b)	(b)	(a)	(c)	(d)	(d)

இதர கணக்குகள்

1. (i) 0.89131 (ii) 0.34173 2. 0.03295 3. 0.98981

4. 0.0067379 அல்லது 6.7379×10^{-3} 5. 80.33%

6. a) 0.4013 (b) 0.3413 7. a) 30.85% b) 37.20% c) 10.56%

8. a) 0.9938 (b) 0.9878 (c) 0.3944 9. 0.2119 10. 7

8. கூறெடுப்பு முறைகளும் புள்ளியியல் அனுமானித்தலும்

பயிற்சி 8.1

17. 0.008 18. 0.9487 19. 0.2739 20. 0.025

பயிற்சி 8.2

14. $|z| = 1.667$ 15. 1.2308 16. $|z| = 5$ 17. 3.536

பயிற்சி 8.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(a)	(b)	(a)	(b)	(b)	(a)	(c)	(b)	(c)	(a)
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(a)	(a)	(a)	(d)	(b)	(b)	(a)	(c)	(a)	(c)

இதர கணக்குகள்

5. 0.015 6. (a) (66.86, 68.04) (b) (66.67,68.22) 7. $|z| = 2.67$

9. பயன்பாட்டுப் புள்ளியியல்

பயிற்சி 9.1

13. பருவகால குறியீடுகள்

	I	II	III	IV
மொத்தம்	18.6	20.8	18.8	20.8
சராசரி	3.72	4.16	3.76	4.16
பருவகால குறியீடுகள்	94.1772	105.3165	95.1899	105.3165

மொத்த சராசரி = 3.95

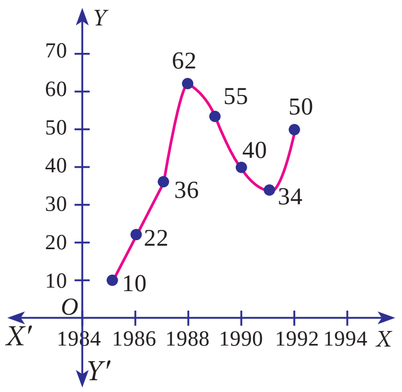
14. மூன்று ஆண்டு காலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரி

ஆண்டு	1987	1988	1989	1990	1991	1992
மூன்று ஆண்டு நகரும் கூடுதல்	46410	52010	63040	79470	94050	102450
மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரி	15470	17336.666	21013.333	26490	31350	34150

15. ஐந்து ஆண்டு காலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரி

ஆண்டு	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
ஐந்து ஆண்டு நகரும் கூடுதல்	619	617	624	621	615	619	613	606
ஐந்து ஆண்டு நகரும் சராசரி	123.8	123.4	124.8	124.2	123	123.8	122.6	121.2

16. போக்குக்கோட்டின் வரைபட முறை



17. $a = 169.428$; $b = 3.285$; $Y = 169.428 + 3.285\,X$

18. $a = 54$; $b = 5.4$; $Y = 54 + 5.4\,X$

$X = 2000$ எனில், $\hat{Y} = 54 + 5.4\,(2000\text{-}2002) = 43.2$

$X = 2001$ எனில், $\hat{Y} = 54 + 5.4\,(2001\text{-}2002) = 48.6$

$X = 2002$ எனில், $\hat{Y} = 54 + 5.4\,(2002\text{-}2002) = 54$

$X = 2003$ எனில், $\hat{Y} = 54 + 5.4\,(2003\text{-}2002) = 59.4$

$X = 2004$ எனில், $\hat{Y} = 54 + 5.4\,(2004\text{-}2002) = 64.8$

19. பகுதி சராசரி I = 276.666

பகுதி சராசரி II = 213.333

20. மாதாந்திர சராசரி குறியீடுகள்

	ஜனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்
மாதாந்திர மொத்தம்	53	61	54	43	42	51	62	54	52	51	49	53
மாதாந்திர சராசரி	17.7	20.3	18	14.3	14	17	20.7	18	17.3	17	16.3	17.7
பருவகால குறியீட்டு	101.7	116.7	103.4	82.2	80.5	97.7	119.0	103.4	99.4	97.7	93.7	101.7

மொத்த சராசரி = 17.4

21. பருவ கால குறியீடுகள்

	I	II	III	IV
மொத்தம்	372	358	362	364
சராசரி	74.4	71.6	72.4	72.8
பருவகால குறியீடுகள்	102.19	98.35	99.45	100

மொத்த சராசரி = 72.8

22. $a = 48.8$; $b = 2$; $Y = 48.8 + 2X$

$X = 1992$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1992-1994) = 44.8$

$X = 1993$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1993-1994) = 46.8$

$X = 1994$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1994-1994) = 48.8$

$X = 1995$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1995-1994) = 50.8$

$X = 1996$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1996-1994) = 52.8$

$X = 1997$ எனில், $\hat{Y} = 48.8 + 2\,(1997-1994) = 54.8$

பயிற்சி 9.2

14. லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண் = 144.8   பாசி குறியீட்டு எண் = 144.4

15. லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண் = 164.5   பாசி குறியீட்டு எண் = 162.4

16. லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண் = 106.6   பாசி குறியீட்டு எண் = 106.8

ஃபிஷர் குறியீட்டு எண்= 106.7

17. ஃபிஷர் குறியீட்டு எண் = 138.5   காலமாற்றுச் சோதனை= 1

காரணி மாற்றுச் சோதனை = $\dfrac{1880}{1560}$

18. ஃபிஷர் குறியீட்டு எண் = 83.6

19. ஃபிஷர் குறியீட்டு எண் = 122.314 காலமாற்றுச் சோதனை = 1

20. வாழ்க்கைத் தர குறியீட்டு எண் =2662.38

21. வாழ்க்கைத் தர குறியீட்டு எண் = 117.31

22. வாழ்க்கைத் தர குறியீட்டு எண் = 130.6192

பயிற்சி 9.3

14.	$\overline{\overline{X}}$ = 16.2,	UCL = 20.49,	CL = 16.2,	LCL = 11.91
	$\overline{R}$ = 7.4,	UCL = 15.65,	CL = 7.4,	LCL = 0
15.	$\overline{\overline{X}}$ = 46.2,	UCL = 50.14,	CL = 46.2,	LCL = 42.26
	$\overline{R}$ = 6.8,	UCL = 14.38,	CL = 6.8,	LCL = 0
16.	$\overline{\overline{X}}$ = 37.7,	UCL = 48.14,	CL = 37.7,	LCL = 27.26
	$\overline{R}$ = 18,	UCL = 38.07,	CL = 18,	LCL = 0
17.	$\overline{\overline{X}}$ = 10.66,	UCL = 14.31,	CL = 10.66,	LCL = 7.006
	$\overline{R}$ = 6.3,	UCL = 13.32,	CL = 6.3,	LCL = 0
18.	$\overline{\overline{X}}$ = 12.5,	UCL = 12.71,	CL = 12.5,	LCL = 12.28
	$\overline{R}$ = 0.37,	UCL = 0.78,	CL = 0.37,	LCL = 0
19.	$\overline{\overline{X}}$ = 30.1,	UCL = 44.75,	CL = 30.1,	LCL = 15.45
	$\overline{R}$ = 20.1,	UCL = 45.87,	CL = 20.1,	LCL = 0
20.	$\overline{\overline{X}}$ = 13.25,	UCL = 15.53,	CL = 13.25,	LCL = 10.97
	$\overline{R}$ = 3.12,	UCL = 7.12,	CL = 3.12,	LCL = 0
21.	$\overline{\overline{X}}$ = 41,	UCL = 43.31,	CL = 41,	LCL = 38.7
	$\overline{R}$ = 4,	UCL = 8.46,	CL = 4,	LCL = 0

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 290 3/5/2020 1:28:56 PM

பயிற்சி 9.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
(d)	(b)	(d)	(d)	(c)	(a)	(c)	(b)	(b)	(b)	(a)	(d)	(c)
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
(d)	(c)	(b)	(c)	(c)	(a)	(d)	(c)	(b)	(a)	(c)	(d)	

இதர கணக்குகள்

1. மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரி 148, 149.33, 152.33, 168.33, 253.33, 261.33, 281.67, 302.67, 327.

2. நான்கு ஆண்டு நகரும் சராசரி
708.75, 729.25, 748.25, 768.25, 784.5

3. Y = 55.975+ 0.825X

4. லாஸ்பியர்= 49.9 பாசி = 50.32 பிஷர் = 50.09

5. பிஷர் =139.8

6. நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண் = 118.77

7. வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டுஎண் CLI = 126·10, 2011ஆம் ஆண்டை 2010 ஆண்டுடன் ஒப்பிடுகையில், வாழ்க்கை குறியீட்டு எண் 26.10% ஆக அதிகரித்துள்ளது.

8. சராசரி வரைபட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 47.56
CL = 51.2
UCL = 54.84

வீச்சு விளக்கப்பட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 0
CL = 6.3
UCL = 13.32

9. சராசரி வரைபட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 1120.83
CL = 1367.5
UCL = 1614.17

வீச்சு விளக்கப்பட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 0
CL = 427.5
UCL = 904.16

10. சராசரி வரைபட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 4.774
CL = 4.982
UCL = 5.19

வீச்சு விளக்கப்பட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்
LCL = 0
CL = 0.36
UCL = 0.7614

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 291 3/5/2020 1:28:56 PM

10. செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி

பயிற்சி 10.1

5. $x_{11} = 16,\ x_{12} = 3, x_{22} = 15,\ x_{23} = 22, x_{33} = 9,\ x_{34} = 25$

   மொத்த செலவு = ₹ 580

6. $x_{11} = 30,\ x_{21} = 5, x_{22} = 28,\ x_{23} = 7,\ x_{33} = 25,\ x_{34} = 25$

   மொத்த செலவு = ₹ 1,076

7. $x_{11} = 15,\ x_{13} = 10, x_{23} = 35,\ x_{31} = 15,\ x_{32} = 25,$

   மொத்த செலவு = ₹ 580

8. $x_{11} = 1,\ x_{12} = 5, x_{24} = 1,\ x_{31} = 6,\ x_{33} = 3,\ x_{34} = 1,$

   மொத்த செலவு = ₹ 102

9. $x_{11} = 10,\ x_{13} = 20, x_{21} = 20,\ x_{22} = 20,\ x_{24} = 10,\ x_{32} = 20$

   மொத்த செலவு = ₹ 370

10. $x_{11} = 3,\ x_{12} = 1, x_{22} = 2,\ x_{23} = 4,\ x_{24} = 2,\ x_{34} = 3, x_{35} = 6$

    மொத்த செலவு = ₹ 153

11. (i) $x_{11} = 7,\ x_{21} = 3, x_{22} = 9,\ x_{32} = 1,\ x_{33} = 10,$

    மொத்த செலவு = ₹ 94

    (ii) $x_{13} = 7,\ x_{21} = 10, x_{23} = 2,\ x_{32} = 10,\ x_{33} = 1,$

    மொத்த செலவு = ₹ 61

    (iii) $x_{11} = 7,\ x_{21} = 2, x_{23} = 10,\ x_{31} = 1,\ x_{32} = 10,$

    மொத்த செலவு = ₹ 40

12. $x_{11} = 200, x_{21} = 50, x_{22} = 175, x_{23} = 125, x_{32} = 150, x_{33} = 250$

    மொத்த செலவு = ₹ 12,200

பயிற்சி 10.2

4. 46 5. 280 6. 41 மணிகள் 7. 37 8. 12

பயிற்சி 10.3

1. (i) S_1 (ii) S_2 2. (a) பயிர் C (b) பயிர் B மற்றும் பயிர் C

3. (i) முட்டை ஷாம்பு (ii) முட்டை ஷாம்பு 4. (i) A_3 (ii) A_2 மற்றும் A_3

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 292 3/5/2020 1:29:00 PM

பயிற்சி 10.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
(a)	(a)	(c)	(c)	(a)	(a)	(c)	(c)	(d)	(b)	(d)	(b)	(d)	(d)

இதர கணக்குகள்

1. $x_{11} = 5\ x_{21} = 2, x_{22} = 6,\ x_{32} = 3,\ x_{33} = 4, x_{43} = 14$

   மொத்த செலவு = ₹ 102

2. (a) $x_{12} = 10\ x_{13} = 20, x_{21} = 30,\ x_{22} = 20,\ x_{24} = 10\ , x_{32} = 20$

   (b) $x_{11} = 10\ x_{13} = 20, x_{21} = 20,\ x_{22} = 20,\ x_{24} = 10\ , x_{32} = 20$

   மொத்த செலவு = ₹ 370

3. $x_{11} = 15\ x_{13} = 10, x_{23} = 35,\ x_{31} = 15,\ x_{32} = 25\ , x_{32} = 20$

   மொத்த செலவு = ₹ 560

4. $x_{12} = 1\ x_{12} = 5, x_{24} = 1,\ x_{31} = 6,\ x_{33} = 3\ , x_{34} = 1$

   மொத்த செலவு = ₹ 102

5. $A \to e,\ B \to c,\ C \to b,\ D \to a, E \to d$

   குறைந்தபட்சம் தொலைவு =570 மைல்கள்

6. $1 \to 11,\ 2 \to 8,\ 3 \to 7,\ 4 \to 9, 5 \to 10, 6 \to 12$

   குறைந்தபட்சம் தொலைவு=125 கி.மீ

7. (i) கடன்பத்திரங்கள் : 6000

   (ii) பங்குகள் : 1000

XII Std - Business Maths & Stat TM Answers.indd 293 3/5/2020 1:29:03 PM

மடக்கை அட்டவணை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 294 2/23/2020 3:53:23 PM

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 295 2/23/2020 3:53:23 PM

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 296 2/23/2020 3:53:24 PM

எதிர் மடக்கை அட்டவணை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 297 2/23/2020 3:53:24 PM

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.00000000	2.71828183	7.38905610	20.08553692	54.59815003	148.41315910	403.42879349	1096.63315843	2980.95798704	8103.08392758
0.01	1.01005017	2.74560102	7.46331735	20.28739993	55.14687056	149.90473615	407.48332027	1107.65450490	3010.91711288	8184.52127494
0.02	1.02020134	2.77319476	7.53832493	20.49129168	55.70110583	151.41130379	411.57859573	1118.78661775	3041.17733294	8266.77708126
0.03	1.03045453	2.80106583	7.61408636	20.69723259	56.26091125	152.93301270	415.71502938	1130.03061019	3071.74167327	8349.85957218
0.04	1.04081077	2.82921701	7.69060920	20.90524324	56.82634281	154.47001503	419.89303489	1141.38760663	3102.61319033	8433.77705601
0.05	1.05127110	2.85765112	7.76790111	21.11534442	57.39745705	156.02246449	424.11303004	1152.85874278	3133.79497129	8518.53792457
0.06	1.06183655	2.88637099	7.84596981	21.32755716	57.97431108	157.59051632	428.37543686	1164.44516577	3165.29013436	8604.15065402
0.07	1.07250818	2.91537950	7.92482312	21.54190268	58.55696259	159.17432734	432.68068157	1176.14803425	3197.10182908	8690.62380571
0.08	1.08328707	2.94467955	8.00446891	21.75840240	59.14546985	160.77405593	437.02919472	1187.96851851	3229.23323664	8777.96602703
0.09	1.09417428	2.97427407	8.08491516	21.97707798	59.73989170	162.38986205	441.42141115	1199.90780061	3261.68757023	8866.18605226
0.10	1.10517092	3.00416602	8.16616991	22.19795128	60.34028760	164.02190730	445.85777008	1211.96707449	3294.46807528	8955.29270348
0.11	1.11627807	3.03435839	8.24824128	22.42104440	60.94671757	165.67035487	450.33871517	1224.14754609	3327.57802989	9045.29489144
0.12	1.12749685	3.06485420	8.33113749	22.64637964	61.55924226	167.33536962	454.86469450	1236.45043347	3361.02074508	9136.20161642
0.13	1.13882838	3.09565650	8.41486681	22.87397954	62.17792293	169.01711804	459.43616068	1248.87696691	3394.79956514	9228.02196918
0.14	1.15027380	3.12676837	8.49943763	23.10386686	62.80282145	170.71576832	464.05357086	1261.42838910	3428.91786799	9320.76513183
0.15	1.16183424	3.15819291	8.58485840	23.33606458	63.43400030	172.43149032	468.71738678	1274.10595517	3463.37906548	9414.44037876
0.16	1.17351087	3.18993328	8.67113766	23.57059593	64.07152260	174.16445561	473.42807483	1286.91093291	3498.18660376	9509.05707757
0.17	1.18530485	3.22199264	8.75828404	23.80748436	64.71545211	175.91483748	478.18610609	1299.84460280	3533.34396362	9604.62469001
0.18	1.19721736	3.25437420	8.84630626	24.04675355	65.36585321	177.68281099	482.99195635	1312.90825825	3568.85466082	9701.15277293
0.19	1.20924960	3.28708121	8.93521311	24.28842744	66.02279096	179.46855293	487.84610621	1326.10320561	3604.72224646	9798.65097920
0.20	1.22140276	3.32011692	9.02501350	24.53253020	66.68633104	181.27224188	492.74904109	1339.43076439	3640.95030733	9897.12905874
0.21	1.23367806	3.35348465	9.11571639	24.77908622	67.35653981	183.09405819	497.70125129	1352.89226737	3677.54246627	9996.59685944
0.22	1.24607673	3.38718773	9.20733087	25.02812018	68.03348429	184.93418407	502.70323202	1366.48906071	3714.50238251	10097.06432815
0.23	1.25860001	3.42122954	9.29986608	25.27965697	68.71723217	186.79280352	507.75548350	1380.22250409	3751.83375209	10198.54151171
0.24	1.27124915	3.45561346	9.39333129	25.53372175	69.40785184	188.67010241	512.85851094	1394.09397087	3789.54030817	10301.03855791
0.25	1.28402542	3.49034296	9.48773584	25.79033992	70.10541235	190.56626846	518.01282467	1408.10484820	3827.62582144	10404.56571656
0.26	1.29693009	3.52542149	9.58308917	26.04953714	70.80998345	192.48149130	523.21894011	1422.25653720	3866.09410048	10509.13334045
0.27	1.30996445	3.56085256	9.67940081	26.31133934	71.52163562	194.41596245	528.47737788	1436.55045304	3904.94899215	10614.75188643
0.28	1.32312981	3.59663973	9.77668041	26.57577270	72.24044001	196.36987535	533.78866383	1450.98802511	3944.19438198	10721.43191645
0.29	1.33642749	3.63278656	9.87493768	26.84286366	72.96646850	198.34342541	539.15332908	1465.57069720	3983.83419453	10829.18409859
0.30	1.34985881	3.66929667	9.97418245	27.11263892	73.69979370	200.33680997	544.57191013	1480.29992758	4023.87239382	10938.01920817
0.31	1.36342511	3.70617371	10.07442466	27.38512547	74.44048894	202.35022839	550.04494881	1495.17718919	4064.31298371	11047.94812878
0.32	1.37712776	3.74342138	10.17567431	27.66035056	75.18862829	204.38388199	555.57299245	1510.20396976	4105.16000827	11158.98185341
0.33	1.39096813	3.78104339	10.27794153	27.93834170	75.94428657	206.43797416	561.15659385	1525.38177199	4146.41755226	11271.13148552
0.34	1.40494759	3.81904351	10.38123656	28.21912671	76.70753934	208.51271029	566.79631138	1540.71211367	4188.08974147	11384.40824018
0.35	1.41906755	3.85742553	10.48556972	28.50273364	77.47846293	210.60829787	572.49270901	1556.19652784	4230.18074313	11498.82344515
0.36	1.43332941	3.89619330	10.59095145	28.78919088	78.25713442	212.72494645	578.24635639	1571.83656296	4272.69476640	11614.38854204
0.37	1.44773461	3.93535070	10.69739228	29.07852706	79.04363170	214.86286770	584.05782889	1587.63378304	4315.63606270	11731.11508747
0.38	1.46228459	3.97490163	10.80490286	29.37077111	79.83803341	217.02227542	589.92770766	1603.58976783	4359.00892620	11849.01475419
0.39	1.47698079	4.01485005	10.91349394	29.66595227	80.64041898	219.20338555	595.85657969	1619.70611293	4402.81769423	11968.09933225
0.40	1.49182470	4.05519997	11.02317638	29.96410005	81.45086866	221.40641620	601.84503787	1635.98443000	4447.06674770	12088.38073022
0.41	1.50681779	4.09595540	11.13396115	30.26524426	82.26946350	223.63158768	607.89368106	1652.42634686	4491.76051155	12209.87097633
0.42	1.52196156	4.13712044	11.24585931	30.56941502	83.09628536	225.87912250	614.00311413	1669.03350774	4536.90345519	12332.58221972
0.43	1.53725752	4.17869919	11.35888208	30.87664275	83.93141691	228.14924542	620.17394801	1685.80757337	4582.50009296	12456.52673161
0.44	1.55270722	4.22069582	11.47304074	31.18695817	84.77494167	230.44218346	626.40679981	1702.75022115	4628.55498456	12581.71690655
0.45	1.56831219	4.26311452	11.58834672	31.50039231	85.62694400	232.75816591	632.70229281	1719.86314538	4675.07273551	12708.16526367
0.46	1.58407398	4.30595953	11.70481154	31.81697651	86.48750910	235.09742437	639.06105657	1737.14805735	4722.05799763	12835.88444790
0.47	1.59999419	4.34923514	11.82244685	32.13674244	87.35672301	237.46019276	645.48372697	1754.60668558	4769.51546949	12964.88723127
0.48	1.61607440	4.39294568	11.94126442	32.45972208	88.23467268	239.84670737	651.97094627	1772.24077593	4817.44989687	13095.18651418
0.49	1.63231622	4.43709552	12.06127612	32.78594771	89.12144588	242.25720686	658.52336322	1790.05209184	4865.86607325	13226.79532664
0.50	1.64872127	4.48168907	12.18249396	33.11545196	90.01713130	244.69193226	665.14163304	1808.04241446	4914.76884030	13359.72682966

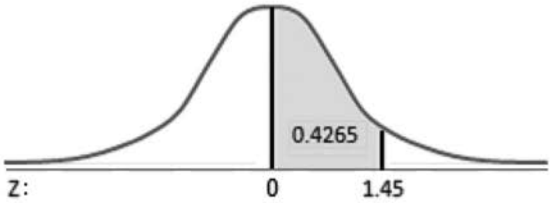
XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 298 2/23/2020 3:53:24 PM

அடுக்குச்சார்புக்கான அட்டவணை

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.51	1.66529119	4.52673079	12.30493006	33.44826778	90.92181851	247.15112707	671.82641759	1826.21354282	4964.16308832	13493.99431650
0.52	1.68202765	4.57222520	12.42859666	33.78442846	91.83559798	249.63503719	678.57838534	1844.56729405	5014.05375679	13629.61121401
0.53	1.69893231	4.61817682	12.55350614	34.12396761	92.75856108	252.14391102	685.39821149	1863.10550356	5064.44583482	13766.59108401
0.54	1.71600686	4.66459027	12.67967097	34.46691919	93.69080012	254.67799946	692.28657804	1881.83002516	5115.34436165	13904.94762458
0.55	1.73325302	4.71147018	12.80710378	34.81331749	94.63240831	257.23755591	699.24417382	1900.74273134	5166.75442718	14044.69467150
0.56	1.75067250	4.75882125	12.93581732	35.16319715	95.58347983	259.82283632	706.27169460	1919.84551337	5218.68117245	14185.84619960
0.57	1.76826705	4.80664819	13.06582444	35.51659315	96.54410977	262.43409924	713.36984313	1939.14028156	5271.12979019	14328.41632413
0.58	1.78603843	4.85495581	13.19713816	35.87354085	97.51439421	265.07160579	720.53932925	1958.62896539	5324.10552531	14472.41930224
0.59	1.80398842	4.90374893	13.32977160	36.23407593	98.49443016	267.73561971	727.78086990	1978.31351375	5377.61367541	14617.86953434
0.60	1.82211880	4.95303242	13.46373804	36.59823444	99.48431564	270.42640743	735.09518924	1998.19589510	5431.65959136	14764.78156558
0.61	1.84043140	5.00281123	13.59905085	36.96605281	100.48414964	273.14423800	742.48301872	2018.27809772	5486.24867780	14913.17008727
0.62	1.85892804	5.05309032	13.73572359	37.33756782	101.49403213	275.88938323	749.94509711	2038.56212982	5541.38639368	15063.04993840
0.63	1.87761058	5.10387472	13.87376990	37.71281662	102.51406411	278.66211763	757.48217064	2059.05001984	5597.07825281	15214.43610708
0.64	1.89648088	5.15516951	14.01320361	38.09183673	103.54434758	281.46271848	765.09499302	2079.74381657	5653.32982444	15367.34373205
0.65	1.91554083	5.20697983	14.15403865	38.47466605	104.58498558	284.29146582	772.78432554	2100.64558942	5710.14673375	15521.78810420
0.66	1.93479233	5.25931084	14.29628910	38.86134287	105.63608216	287.14864256	780.55093713	2121.75742858	5767.53466250	15677.78466809
0.67	1.95423732	5.31216780	14.43996919	39.25190586	106.69774243	290.03453439	788.39560446	2143.08144525	5825.49934952	15835.34902351
0.68	1.97387773	5.36555597	14.58509330	39.64639407	107.77007257	292.94942992	796.31911202	2164.61977185	5884.04659134	15994.49692704
0.69	1.99371553	5.41948071	14.73167592	40.04484696	108.85317981	295.89362064	804.32225214	2186.37456223	5943.18224271	16155.24429358
0.70	2.01375271	5.47394739	14.87973172	40.44730436	109.94717245	298.86740097	812.40582517	2208.34799189	6002.91221726	16317.60719802
0.71	2.03399126	5.52896148	15.02927551	40.85380653	111.05215991	301.87106828	820.57063945	2230.54225819	6063.24248804	16481.60187677
0.72	2.05443321	5.58452846	15.18032224	41.26439411	112.16825267	304.90492296	828.81751148	2252.95958057	6124.17908811	16647.24472945
0.73	2.07508061	5.64065391	15.33288702	41.67910816	113.29556235	307.96926838	837.14726595	2275.60220079	6185.72811120	16814.55232047
0.74	2.09593551	5.69734342	15.48698510	42.09799016	114.43420168	311.06441098	845.56073585	2298.47238312	6247.89571226	16983.54138073
0.75	2.11700002	5.75460268	15.64263188	42.52108200	115.58428453	314.19066029	854.05876253	2321.57241461	6310.68810809	17154.22880929
0.76	2.13827622	5.81243739	15.79984295	42.94842598	116.74592590	317.34832892	862.64219579	2344.90460528	6374.11157799	17326.63167502
0.77	2.15976625	5.87085336	15.95863401	43.38006484	117.91924196	320.53773265	871.31189399	2368.47128836	6438.17246436	17500.76721836
0.78	2.18147227	5.92985642	16.11902095	43.81604174	119.10435004	323.75919042	880.06872411	2392.27482054	6502.87717335	17676.65285301
0.79	2.20339643	5.98945247	16.28101980	44.25640028	120.30136866	327.01302438	888.91356183	2416.31758219	6568.23217547	17854.30616767
0.80	2.22554093	6.04964746	16.44464677	44.70118449	121.51041752	330.29955991	897.84729165	2440.60197762	6634.24400628	18033.74492783
0.81	2.24790799	6.11044743	16.60991822	45.15043887	122.73161752	333.61912567	906.87080695	2465.13043529	6700.91926702	18214.98707751
0.82	2.27049984	6.17185845	16.77685067	45.60420832	123.96509078	336.97205363	915.98501008	2489.90540804	6768.26462527	18398.05074107
0.83	2.29331874	6.23388666	16.94546082	46.06253823	125.21096065	340.35867907	925.19081248	2514.92937342	6836.28681562	18582.95422504
0.84	2.31636698	6.29653826	17.11576554	46.52547444	126.46935173	343.77934066	934.48913473	2540.20483383	6904.99264036	18769.71601992
0.85	2.33964685	6.35981952	17.28778184	46.99306323	127.74038985	347.23438048	943.88090667	2565.73431683	6974.38897011	18958.35480204
0.86	2.36316069	6.42373677	17.46152694	47.46535137	129.02420211	350.72414402	953.36706749	2591.52037541	7044.48274457	19148.88943544
0.87	2.38691085	6.48829640	17.63701820	47.94238608	130.32091690	354.24898027	962.94856581	2617.56558819	7115.28097317	19341.33897375
0.88	2.41089971	6.55350486	17.81427318	48.42421507	131.63066389	357.80924171	972.62635979	2643.87255970	7186.79073580	19535.72266207
0.89	2.43512965	6.61936868	17.99330960	48.91088652	132.95357405	361.40528437	982.40141722	2670.44392068	7259.01918349	19732.05993893
0.90	2.45960311	6.68589444	18.17414537	49.40244911	134.28977968	365.03746787	992.27471561	2697.28232827	7331.97353916	19930.37043823
0.91	2.48432253	6.75308880	18.35679857	49.89895197	135.63941441	368.70615541	1002.24724229	2724.39046634	7405.66109828	20130.67399118
0.92	2.50929039	6.82095847	18.54128746	50.40044478	137.00261319	372.41171388	1012.31999453	2751.77104573	7480.08922969	20332.99062831
0.93	2.53450918	6.88951024	18.72763050	50.90697767	138.37951234	376.15451382	1022.49397962	2779.42680452	7555.26537625	20537.34058145
0.94	2.55998142	6.95875097	18.91584631	51.41860130	139.77024956	379.93492954	1032.77021496	2807.36050830	7631.19705565	20743.74428576
0.95	2.58570966	7.02868758	19.10595373	51.93536683	141.17496392	383.75333906	1043.14972818	2835.57495047	7707.89186111	20952.22238178
0.96	2.61169647	7.09932707	19.29797176	52.45732595	142.59379590	387.61012424	1053.63355724	2864.07295251	7785.35746218	21162.79571750
0.97	2.63794446	7.17067649	19.49191960	52.98453084	144.02688737	391.50567075	1064.22275054	2892.85736422	7863.60160548	21375.48535043
0.98	2.66445624	7.24274299	19.68781664	53.51703423	145.47438165	395.44036816	1074.91836700	2921.93106408	7942.63211550	21590.31254971
0.99	2.69123447	7.31553376	19.88568249	54.05488936	146.93642350	399.41460993	1085.72147619	2951.29695948	8022.45689535	21807.29879823

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 299
2/23/2020 3:53:25 PM

இந்த அட்டவணையானது $Z = 0$ மற்றும் Z ன் எந்த மதிப்பிற்கும் இடையிலான பரப்பினை நிகழ்தகவு மதிப்பாக தருகிறது.
எடுத்துக்காட்டாக, $Z = 1.45$ எனில், பரப்பானது 0.4265 ஆகும்.



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

XII Std - Business Maths & Stat TM Log Table.indd 300 2/23/2020 3:53:25 PM

துணை நூற்பட்டியல்

1. Introduction to Matrices, S.P. Gupta , S. Chand & Company
2. Matrices, Shanthi Narayanan, S. Chand & Company
3. Matrices and Determinants, P.N. Arora, S. Chand & Company
4. Stochastic Processes, J. Medhi, New Age International Publishers
5. A Text Book on differential Calculus – S.K. Goyal - Jai Prakash Nath Publications.
6. A Text Book on Integral Calculus – S.K. Goyal - Jai Prakash Nath Publications.
7. Mathematics for Economics – Mehta, Madnani – Sultan Chand & Sons.
8. Differential and Integral Calculus - N.P. Iskunov - Mir Publishers, Moscow.
9. Differential and Integral Calculus - Schamum's Outline Series - Frank Ayres.
10. Calculus - S. Narayanan, T.K. Manicavachagon Pillay - S. Viswanathan - Printers and Publishers Pvt. Ltd.
11. Differential Equations and Its Applications - S. Narayanan, T.K. Manicavachagon Pillay
12. Calculus (Volume I & II) - Tom. M. Apostol - John Wiley Publications.
13. Numerical Methods- P. Kandasamy, K. Thilagvathy, K. Gunavathi- S. Chand & Company.
14. Finite Differences and Numerical Analysis - H.C. Saxena, S. Chand & Company.
15. Applied Statistics by A. Chandrasekaran and A. Latha.
16. Basic Statistics : B.L. Agarwal, New Age International Publishers.
17. Business Statistics Problems and Solutions: J.K. Sharma, Vikas Publishing House Pvt. Ltd.
18. Comprehensive Statistical Methods: P.N. Arora, Sumeet Arora and S. Arora.
19. Elements of Statistical Methods by P.N. Arora, Sumeet Arora.
20. Fundamentals of Statistics: S.C. Gupta, Himalaya Publishing House.
21. Fundamentals of Applied Statistics: S.C. Gupta and V.K. Kapoor, Sultan Chand & Sons.
22. Goon, A.M. Gupta M.K. and Das Gupta B. (1977) An Outline of Statistical Theory, Vol I, 6/e, World Press, Calcutta.

XII Std - Business Maths & Stat TM Books for Ref.indd 301 3/5/2020 1:32:50 PM

துணை நூற்பட்டியல்

23. Gupta S.C, Kapoor V.K (2009) Fundamentals of Mathematical Statistics. Sultan Chand & Sons, New Delhi.

24. Handbook of Basic Statistical Concepts for Scientists and Pharmacists by Shubha Rani.

25. Hogg. R.V. Craig. A.T. (1978): Introduction to Mathematical Statistics, McGraw Hill Publishing Co. Inc. New York.

26. Introduction to Statistical Quality Control: Douglas C. Montgomery, Wiley Publications.

27. Mood A. M, Graybill F.A, Boes D.C. (1983) Introduction to the Theory of Statistics. Third Edition, McGraw - Hill International Book Company.

28. Sanjay Arora and Bansilal (1989): New Mathematical Statistics, Satyaprakashan, New Delhi.

29. Statistical Methods: S.P. Gupta, Sultan Chand & Sons.

30. Statistical Quality Control: Douglas C. Montgomery, Wiley Publications.

31. Statistical Quality Control: M. Mahajan, Dhanpat Rai & Co Publications.

32. Statistics Theory and Practice: R.S.N. Pillai and Bagavathi: S. Chand.

33. Operations Research, Dr. S.P. Gupta, P.K. Gupta, Dr. Manmohan, Sultan Chand & Sons.

34. Operations Research, A. Ravindran, James J. Solberg, Willey Student Edition.

35. Operations Research, Frederick S. Hilton, Gerald J. Lieberman, Mc Graw Hill Education.

36. Operations Research – Dr. S.J. Venkatesan, Sri Krishna Publications, Chennai.

37. Business Mathematics and Statistics, HSC First Year, Tamil Nadu Text Book Corporation.

38. Mathematics, HSC First & Second Year, Tamil Nadu Text Book Corporation.

39. Statistics - HSC First & Second Year – Tamil Nadu Text Book Corporation.

XII Std - Business Maths & Stat TM Books for Ref.indd 302 3/5/2020 1:32:50 PM

வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் – மேல்நிலை இரண்டாமாண்டு
வல்லுநர்கள், மேலாய்வாளர்கள் மற்றும் நூலாசிரியர்கள் பெயர் பட்டியல்

பாடத் தயாரிப்புக்குழு தலைவர்

திரு. ந. இரமேஷ்
இணைப் பேராசிரியர் (ஓய்வு), கணிதத்துறை,
அரசு கலைக் கல்லூரி (ஆண்கள்),
நந்தனம், சென்னை.

மேலாய்வாளர்கள்

முனைவர் மா.ரெ. சீனிவாசன்
பேராசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர்
புள்ளியியல் துறை, சென்னை பல்கலைக் கழகம்,
சென்னை.

முனைவர் தெ. அறிவுடைநம்பி
பேராசிரியர், கணிதத்துறை,
அண்ணா பல்கலைக் கழகம்,
சென்னை.

பாடப் பொருள் வல்லுநர்கள்

முனைவர் வேணு பிரகாஷ்
இணைப் பேராசிரியர் மற்றும் துறை தலைவர்,
புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி , சென்னை.

முனைவர் இரா. திருமலைச்சாமி
இணைப் பேராசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர்
கணிதத்துறை, அரசு கலைக் கல்லூரி (ஆண்கள்),
நந்தனம், சென்னை.

முனைவர் ச. ஜெ. வெங்கடேசன்
இணைப் பேராசிரியர்,
கணிதத்துறை, அரசு கலைக் கல்லூரி (ஆண்கள்),
நந்தனம், சென்னை.

திருமதி கி. கோகிலா
உதவி பேராசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர்
புள்ளியியல் துறை,
டாக்டர் அம்பேத்கர் அரசினர் கலைக் கல்லூரி,
வியாசர்பாடி, சென்னை.

முனைவர் நா. சுந்தரம்
உதவி பேராசிரியர்,
புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி , சென்னை.

முனைவர் லோ. பாரி தயாள்
உதவி பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை
சென்னை கிருத்துவக் கல்லூரி,
தாம்பரம், சென்னை.

திருமதி மே. திலகம்
உதவிப் பேராசிரியர் ,
புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

பாடக்குழு பொறுப்பாளர்

திரு. இரவிக்குமார் ஆறுமுகம்
முதல்வர்
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,
மாயனூர், கரூர் மாவட்டம்.

பாட நூல் ஒருங்கிணைப்பாளர்

திரு. பாபு சுப்பிரமணியன்
உதவி பேராசிரியர்
மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் நிறுவனம்,
சென்னை.

நூலாசிரியர்கள்

திரு. இரா. வில்லவன்கோதை
தலைமை ஆசிரியர், அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி,
கொருக்கை, நாகப்பட்டினம் மாவட்டம்.

திரு. தி.பி. சுவாமி நாதன்
முதுகலை கணித ஆசிரியர்,
மறைமலை அடிகளார் அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
பல்லாவரம், சென்னை.

திரு. ஹரி. வெங்கடேஷ்
முதுகலை கணித ஆசிரியர்,
சர் இராமசாமி முதலியார் மேல்நிலைப்பள்ளி,
அம்பத்தூர், சென்னை.

திருமதி சி. பகவதி
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்,
ஸ்ரீ அகோபில மடம் ஓரியண்டல் மேல்நிலைப் பள்ளி,
மேற்கு மாம்பலம், சென்னை.

திரு. எஸ்.எப். சுலைமான்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்,
மறைமலை அடிகளார் அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
பல்லாவரம், சென்னை.

திரு. வீ. கலைச்செல்வன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, திருநின்றவூர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

திரு. த. ராஜ சேகர்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்,
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
குரோம் பேட்டை, காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

திருமதி அ. சுகன்யா,
முதுகலை கணித ஆசிரியர், அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி,
கோவிலம் பாக்கம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

திரு. வெ. கணேசன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்,
நேரு அரசினர் ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி,
நங்கைநல்லூர், சென்னை.

திரு. ம.கோ. திரிலோகசந்திரன்
முதுகலை கணித ஆசிரியர், அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
மெய்யூர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

ICT ஒருங்கிணைப்பாளர்

தா. வாசுராஜ்
முதுகலை கணித ஆசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர்
கே. ஆர். எம்.பொதுப் பள்ளி, செம்மியம், சென்னை.

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக்குழு

இரா. ஜெகநாதன், இ.நி.ஆ., ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, கணேசபுரம், போளூர்,
திருவண்ணாமலை மாவட்டம். .

மு. சரவணன், ப.ஆ, அ.ம.மே.நி.பள்ளி, புதுப்பாளையம்,
வாழப்பாடி, சேலம்.

ம. முருகேசன், ப.ஆ, ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,
பெத்தவேளாண்கோட்டகம், முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்.

புத்தக வடிவமைப்பாளர்

ஜாய் கிரா..பிக்ஸ், சென்னை.

அட்டை வடிவமைப்பாளர்

கதிர் ஆறுமுகம்.

In-House QC

ராஜேஷ் தங்கப்பன், ஜெரால்டு வில்சன்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

ரமேஷ் முனிசாமி

தட்டச்சு

கே. நாகவேலு

இந்நூல் 80ஜி.எஸ்.எம். எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

XII Std - Business Maths & Stat TM Books for Ref.indd 303 3/5/2020 1:32:50 PM

குறிப்புகள்

XII Std - Business Maths & Stat TM Books for Ref.indd 304 3/5/2020 1:32:50 PM

குறிப்புகள்

XII Std - Business Maths & Stat TM Books for Ref.indd 305 3/5/2020 1:32:50 PM

குறிப்புகள்