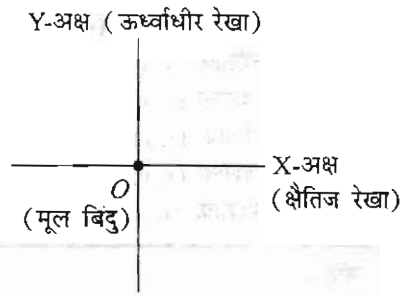
47 निर्देशांक ज्यामिति (CO-ORDINATE GEOMETRY)

किसी बिन्दु या रेखा की स्थिति को दो अंको द्वारा निर्देशित किया जाता है। इन दो अंको (3, 2) को निर्देशांक कहते है। पहला अंक '3' भुज और दूसरा अंक '2' कोटि कहलाता है।

- भुज
- कोटि

कार्तीय तल:-

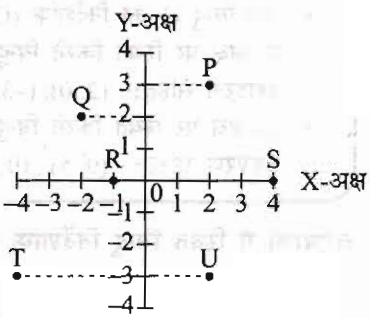
दो रेखाओं क्षैतिज और ऊर्ध्वाधीर के प्रतिच्छेदन से बने तल को कार्तीय तल कहते है। क्षैतिज तल 'X' – अक्ष तथा ऊर्ध्वाधीर तल Y – अक्ष को प्रदर्शित करता है। मूल बिन्दु (O) दोनों रेखाओं का प्रतिछेदन बिन्दु है। नीचे दिए गए चित्र में X– अक्ष क्षैतिज रेखा को तथा Y– अक्ष ऊर्ध्वाधीर रेखा को दर्शाता है और प्रतिच्छेद बिन्दु 'O' मूल बिन्दु है। इसलिए निर्मित तल को कार्तीय तल कहते है। कार्तीय तल में अनगिनित बिन्दु और रेखाएँ होती है।



भुज (Ascissa)

मूल बिन्दु (O) से X – अक्ष पर बाँयें या दायें ली गई दूरी को अथवा Y–अक्ष से दाँयें या बाँयें ली गई लम्बवत दूरी को भुज कहते है।

नीचे दिए चित्र बिन्दु P से बिन्दु 'U' तक भुज ज्ञात करे-



बिन्दु P का भुज = 2

बिन्दु Q का भुज = – 2

बिन्दु R का भुज = – 1

बिन्दु S का भुज = 4

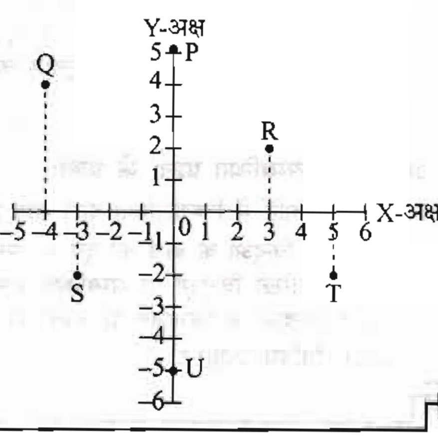
बिन्दु T का भुज = –4

बिन्दु U का भुज = 2

कोटि (Ordinate)

मूल बिन्दु 'O' से Y–अक्ष पर नीचे या ऊपर ली गई दूरी अथवा X–अक्ष के ऊपर या नीचे ली गई लम्बवत् दूरी को कोटि कहते है।

नीचे दिए चित्र में से बिन्दु P से बिन्दु U तक कोटि ज्ञात करें।



बिन्दु P का कोटि = 5

बिन्दु Q का कोटि = 4

बिन्दु R का कोटि = 2

बिन्दु S का कोटि = –2

बिन्दु T का कोटि = –2

बिन्दु U का कोटि = –5

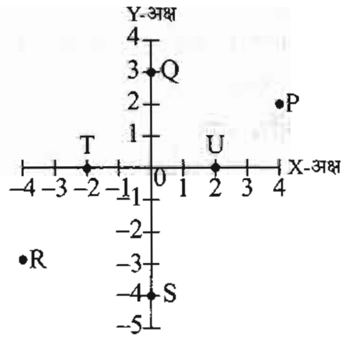
निर्देशांक ज्यामिति की चिह्न परिपाटी

X–अक्ष	Y–अक्ष
मूल बिन्दु (O) से दाँयें की दूरी धनात्मक (+) और बाँयें की दूरी ऋणात्मक (–) होती है।	मूल बिन्दु (O) से ऊपर की दूरी धनात्मक (+) और नीचे की दूरी ऋणात्मक (–) होती है।
मूल बिन्दु (O) से ऊपर की दूरी धनात्मक (+) और नीचे की दूरी ऋणात्मक (–) होती है।	मूल बिन्दु (O) से दाँयें की दूरी धनात्मक (+) और बाँयें की दूरी ऋणात्मक होती है।

बिन्दु का निर्देशांक

किसी बिन्दु या रेखा का निर्देशांक (भुज, कोटि) से बनता है जिसका संकेत (x, y) होता है।

नीचे दिए गए चित्र में से बिन्दु 'P' से बिन्दु 'U' तक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



बिन्दु P का निर्देशांक $(x, y) = (4, 2)$

बिन्दु Q का निर्देशांक $(x, y) = (0, 3)$

बिन्दु R का निर्देशांक $(x, y) = (-4, -3)$

बिन्दु S का निर्देशांक $(x, y) = (0, -4)$

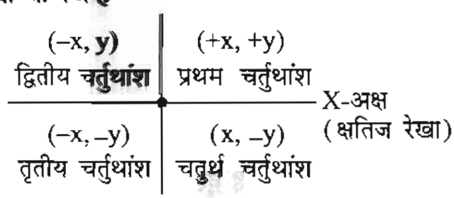
बिन्दु T का निर्देशांक $(x, y) = (-2, 0)$

बिन्दु U का निर्देशांक $(x, y) = (2, 0)$

नोट:-

- मूल बिन्दु O का निर्देशांक (O, O) होता है।
- X–अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का निर्देशांक (X,O) या (–X, O) होता है।
  उदाहरण सहित:- (2, 0); (–3, 0) आदि
- Y–अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का निर्देशांक (O, Y) या (O, –Y) होता है।
  उदाहरण सहित:- (0, 5) ; (0, –1) आदि

चतुर्थांशों में स्थित बिन्दु निर्देशांक के चिन्ह



y-अक्ष (अध्वधिर रेखा)

अध्याय पर सम्बन्धित प्रश्नों के प्रकार

निर्देशांक ज्यामिति में निम्नलिखित कुल सात प्रकार के प्रश्न पूछे जाते है-

(*i*) दो बिन्दुओं के बीच की दूरी पर सम्बन्धित प्रश्न
(*ii*) त्रिभुज या चतुर्भुज के क्षेत्रफल पर सम्बन्धित प्रश्न
(*iii*) समरेखी बिन्दुओं पर सम्बन्धित प्रश्न
(*iv*) त्रिभुजों के विभिन्न केन्द्रों पर सम्बन्धित प्रश्न
(*v*) बिन्दुओं के विभाजन पर सम्बन्धित प्रश्न
(*vi*) रेखा के समीकरण पर सम्बन्धित प्रश्न
(*vii*) विविध उदाहरण

सम्बन्धित उदाहरण

1. दो बिन्दुओं के बीच की दूरी पर सम्बन्धित प्रश्न

यदि बिन्दु A का निर्देशांक (x_1, y_1) तथा बिन्दु B का निर्देशांक (x_2, y_2) हो तो उनके बीच की दूरी AB ज्ञात की जा सकती है।

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ या } \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

वर्ग: वह चर्तुभुज जिसकी चारों भुजाएँ और दोनों विकर्ण भी बराबर हों तो उसे वर्ग कहते हैं।

समचतुर्भुज: वह चर्तुभुज जिसकी चारों भुजाएँ बराबर हो और दोनों विकर्ण बराबर न हों तो उसे समचतुर्भुज कहते है।

समान्तर चर्तुभुज: वह चर्तुभुज जिसकी आमने-सामने की भुजाएँ बराबर हों परन्तु दोनों विकर्ण बराबर न हों तो उसे समान्तर चतुर्भुज कहते है।

आयत: वह चर्तुभुज जिसकी सम्मुख भुजाएँ बराबर हों और दोनों विकर्ण भी बराबर हों तो उस चतुर्भुज को उसका आयत कहते है।

समबाहु त्रिभुज: वह त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाओं की लम्बाई समान हो तो उसे समबाहु त्रिभुज कहते है।

समद्विबाहु त्रिभुज: वह त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ समान लम्बाई की हों तो उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते है।

विषम बाहु: वह त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ असमान हों तो उसे विषम बाहु त्रिभुज कहते है।

समकोण त्रिभुज: वह त्रिभुज जिसकी दो भुजाओं के वर्गों का योग = तीसरी भुजा^{2} हो तो उसे समकोण त्रिभुज कहते है

2. क्षेत्रफल पर सम्बन्धित प्रश्न

(a) त्रिभुज का क्षेत्रफल किसी त्रिभुज के तीनों शीर्षों के निर्देशांक $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ तथा (x_3, y_3) हो, तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$

(b) किसी अन्य बहुभुज, चतुर्भुज, पंचभुज इत्यादि का क्षेत्रफल ज्ञात करना हो तो उसे त्रिभुजों में बाँटकर सभी त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करके उनका योग ज्ञात किया जाता है।

(c) वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करके πr^2 द्वारा उसका क्षेत्रफल ज्ञात किया जाता है।

(d) वर्ग या आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करना हो तो उनकी भुजाओं या विकर्ण की लम्बाई $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ से ज्ञात करके निम्नलिखित सूत्रों से क्षेत्रफल ज्ञात करते है- वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा^{2} वर्ग का क्षेत्रफल $= \frac{\text{विकर्ण}^2}{2}$ आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

3. समरेखी बिन्दुओं पर सम्बन्धित प्रश्न

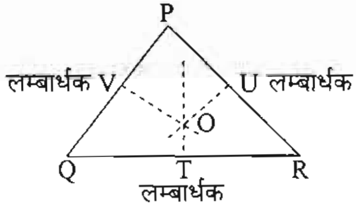
जिन दिए गए बिन्दुओं से एक सरल रेखा खींची जा सके, उन्हे समरेखी बिन्दु कहते हैं। दूसरे शब्दों में किसी सरल रेखा पर स्थित बिन्दु समरेखी बिन्दु कहलाते है। यदि 3 बिन्दु (x_1, y_1), (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) एक सीधी रेखा पर हो, तो उनसे निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य (0) होता है।

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

4. त्रिभुज के विभिन्न केन्द्रों पर सम्बन्धित प्रश्न

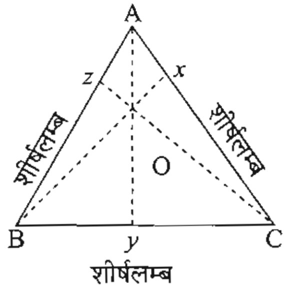
A. परिकेन्द्र

त्रिभुज की भुजाओं के लम्बार्धकों का प्रतिच्छेद बिन्दु परिकेन्द्र कहलाता है। चित्र में ΔPQR के लम्बार्धक O पर प्रतिच्छेदित कर रहे है। अत: बिन्दु O, ΔPQR का परिकेन्द्र है। यदि ΔPQR के तीनों शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात हो तो OP = OQ; OQ = OR और OR = OP को हल करके परिकेन्द्र O का निर्देशांक ज्ञात करते है।



B लम्बकेन्द्र

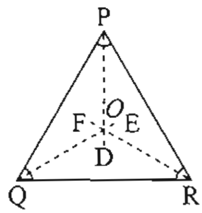
त्रिभुज के शीर्ष लम्बों का प्रतिच्छेद बिन्दु लम्ब केन्द्र कहलाता है। चित्र में Ay, Bx तथा Cz शीर्षलम्ब है। जो परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद कर रहे हैं। अत: बिन्दु O, ΔABC का लम्ब केन्द्र है। लम्बकेन्द्र का निर्देशांक ज्ञात करने के लिए किन्ही दो लम्ब केन्द्रों के समीकरणों को हल करते है। इससे a, b का जो मान प्राप्त होता है वह लम्बकेन्द्र का निर्देशांक (a, b) होता है।



C अन्त: केन्द्र

त्रिभुज के कोण अर्धकों का प्रतिच्छेद बिन्दु अन्त: केन्द्र कहलाता है। चित्र में ΔPQR के कोणों के अर्धक क्रमश: PD, QE तथा RF हैं जो परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेदित कर रहे है। अत: बिन्दु O, ΔPQR का अन्त: केन्द्र है। यदि Δ के तीनों शीर्षों का निर्देशांक $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ तथा (x_3, y_3) हो और भुजाओं की माप क्रमश: a, b, c हो तो त्रिभुज के अन्त: केन्द्र का सूत्र

$$\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{(a+b+c)}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{(a+b+c)}\right)$$ होगा।

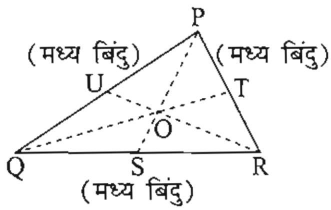


D. केन्द्रक या गुरुत्व केन्द्र

त्रिभुज की माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु केन्द्रक या गुरुत्व केन्द्र कहलाता है। चित्र में ΔPQR की माध्यिकाएं PS, QT तथा RU परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेदित कर रही है। अत: बिन्दु O, Δ PQR का केन्द्रक या गुरुत्व केन्द्र है।

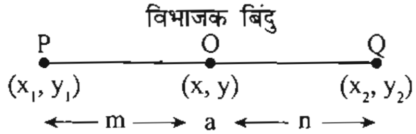
Δ PQR का शीर्ष P = $(x_1, y_1), Q = (x_2, y_2), R = (x_3, y_3)$ हो तो त्रिभुज का केन्द्रक O का निर्देशांक

$$(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$ होगा।



5. बिन्दुओं के विभाजन पर सम्बन्धित प्रश्न

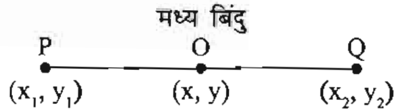
A. अन्त: विभाजन



किसी रेखा PQ को कोई बिन्दु 'O' (m, n) के अनुपात में विभाजित करता है यदि बिन्दु P (x_1, y_1) तथा Q (x_2, y_2) को मिलाने वाली रेखा PQ को कोई बिन्दु O, (m, n) के अनुपात में अन्त: विभाजित करे तो विभाजक बिन्दु O का निर्देशांक $(x, y) = \left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$ होगा।

B. मध्य विभाजन (मध्य बिन्दु)

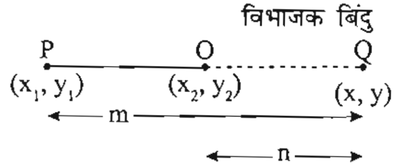
दो बिन्दुओं PQ के ठीक बीच में स्थित O बिन्दु उस रेखा को मध्य से विभाजित करता है। यदि बिन्दु P (x_1, y_1) तथा बिन्दु Q (x_2, y_2) का मध्य बिन्दु का निर्देशांक O (x, y) हो तो मध्य बिन्दु $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ होगा।



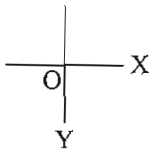
C. बाह्य विभाजन

किसी रेखा के बाहर स्थित बिन्दु उस रेखा को बाह्यत: विभाजित करता है। यदि $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ और बिन्दु P रेखा AB को बाह्यत: विभाजित करेगा।

तब बिन्दु P का निर्देशांक $(x, y) = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m - n}, \frac{my_2 - ny_1}{m - n}\right)$



6. रेखा के समीकरण पर सम्बन्धित प्रश्न

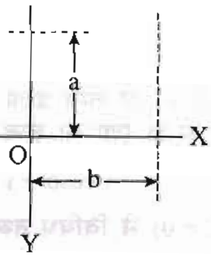


(a) x–अक्ष का समीकरण, y = 0

y–अक्ष का समीकरण, x = 0

(b) x–अक्ष के समान्तर और a इकाई दूरी पर स्थित रेखीय समीकरण, $y = a$

y–अक्ष के समान्तर और b इकाई दूरी पर स्थित रेखीय समीकरण, $x = b$



(c) रेखा के समीकरण के कुल चार आधारभूत सूत्र होते हैं।

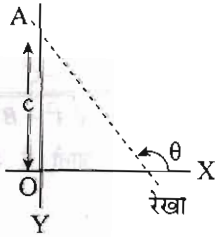
(i) प्रवणता रूप समीकरण $(y = mx + c)$

(ii) अन्त:खण्ड रूप समीकरण $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1\right)$

(iii) लम्ब रूप समीकरण $(x\cos\alpha + y\sin\alpha = P)$

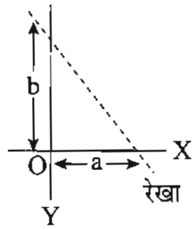
(iv) व्यापक रूपों के समीकरण $(Ax + By + C = 0)$

(i) रेखा का प्रवणता रूप समीकरण



यदि रेखा A, x–अक्ष की धन दिशा से θ का कोण बनाये और y–अक्ष पर c इकाई का अन्त: खण्ड काटे तो रेखा का प्रवणता रूप समीकरण निम्न होगा – $y = mx + c$ जहाँ m रेखा की प्रवणता है। और $m = \tan\theta$

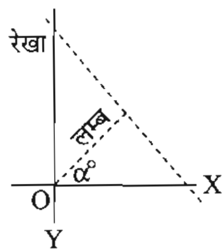
(ii) रेखा का अन्तः खण्ड रूप समीकरण



यदि कोई रेखा x–अक्ष पर a मात्रक और y–अक्ष पर b मात्रक का अन्तः खण्ड काटे तो रेखा का अन्तः खण्ड रूप समीकरण इस प्रकार होगा-

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

(iii) रेखा का लम्ब रूप समीकरण



यदि रेखा पर मूलबिन्दु (0, 0) से लम्ब डाला जाए और लम्ब का माप P इकाई हो तथा लम्ब का धन x–अक्ष से झुकाव α हो तो रेखा का लम्ब रूप समीकरण निम्नलिखित होगा-

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$$

व्यापक रूप समीकरण (Ax + By + C = 0) से विविध तथ्य ज्ञात करना

रेखा की प्रवणता $(m)=\frac{-A}{B}=\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$

x–अक्ष पर कटा अन्तः खण्ड $(a)=\frac{-C}{A}=-\frac{\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}}$

y–अक्ष पर कटा अन्तः खण्ड $(b)=\frac{-C}{B}=-\frac{\text{अचर पद}}{y \text{ का गुणांक}}$

$\cos\alpha=\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$, $\sin\alpha=\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$, $\tan\alpha=\frac{B}{A}$

रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब का माप $(P)=\frac{-C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

(A) यदि कोई रेखा बिन्दु A (x_1, y_1) से होकर जाती है और उसकी प्रवणता m हो तो रेखीय समीकरण $y-y_1=m(x-x_1)$ होगा।

(B) यदि काई रेखा दो बिन्दुओं A (x_1, y_1) तथा B (x_2, y_2) से होकर जाती है तो रेखा की प्रवणता $(m)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ या $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ होगी।

(C) यदि कोई रेखा दो बिन्दुओं A (x_1, y_1) तथा B (x_2, y_2) से होकर जाती है तो रेखीय समीकरण

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ होगा।

7. विविध उदाहरण

(A) दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करना - दी गई दोनों रेखाओं के समीकरणों को हल करके *x, y* का मान ज्ञात करते है। (x, y) के प्राप्त मान ही दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु होते हैं।

(B) दो समान्तर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात करना-

दो रेखाओं $Ax + By + C_1 = 0$, तथा $Ax + By + C_2$ के बीच की दूरी $\frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

(C) किसी बिन्दु की किसी रेखा से दूरी ज्ञात करना - यदि बिन्दु का निर्देशांक (x_1, y_1) तथा रेखीय समीकरण $Ax + By + C = 0$ हो तो बिन्दु से रेखा की लम्बवत् दूरी = बिन्दु से रेखा पर डाले गए लम्ब की लम्बाई $= \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

(D) दो रेखाओं के बीच का कोण - यदि दो रेखाओं की प्रवणताएं क्रमशः m_1 तथा m_2 हों और उनके बीच का कोण θ हो तो $\tan\theta = \pm\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

(E) $Ax + Bx + C = 0$ के समान्तर रेखीय समीकरण, $Ax + By = \lambda$

$Ax + By + C = 0$ के लम्बवत् रेखीय समीकरण, $Bx - Ay = \lambda$

(F) यदि दो रेखाएं समान्तर हों और उनकी प्रवणताएं m_1 तथा m_2 हों तो $m_1 = m_2$

यदि दो रेखाएं परस्पर लम्ब हों और उनकी प्रवणताएं m_1 तथा m_2 हों तो $m_1 . m_2 = -1$

उदाहरणार्थ हल प्रश्न

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: निम्नलिखित बिन्दुओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(a) (5, 5) (2, 2) (b) (6, –6), (2, 2) (c) (2, 4), (5, 3)

उत्तर: (a) (5, 5) (2, 2)

यहां $(x_1, y_1) = (5, 5)$ और $(x_2, y_2) = (2, 2)$

∴ दो बिन्दुओं के बीच की दूरी $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ इकाई

(b) (6, –6), (2, 2)

यहां $(x_1, y_1) = (6, -6)$ और $(x_2, y_2) = (2, 2)$

∴ दो बिन्दुओं के बीच की दूरी $d = \sqrt{(6-2)^2 + (-6-2)^2}$

$= \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ इकाई

(c) (2, 4), (5, 3)

यहां $(x_1, y_1) = (2, 4)$ और $(x_2, y_2) = (5, 3)$

$\therefore$ दो बिन्दुओं के बीच की दूरी $d = \sqrt{(2-5)^2 + (4-3)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 - (1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ इकाई

प्रश्न 2: एक रेखा AB की लम्बाई $3\sqrt{5}$ इकाई है। रेखा AB का बिन्दु A (4, 5) और बिन्दु 0B (x, 2) है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (4, 5)$; $(x_2, y_2) = (x, 2)$; $d = 3\sqrt{5}$ इकाई

$\therefore \quad d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$\Rightarrow \quad d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

$\Rightarrow \quad (3\sqrt{5})^2 = (4-x)^2 + (5-2)^2$

$\Rightarrow \quad 45 = (4-x)^2 + 9 \qquad \Rightarrow \quad (4-x)^2 = 36$

$\Rightarrow \quad 4 - x = 6 \qquad \Rightarrow \quad x = -2$

प्रश्न 3: X–अक्ष पर स्थित बिन्दु ज्ञात कीजिए। जो बिन्दुओं $(13, 2)$ और $(12, -3)$ से बना हो।

उत्तर: माना X–अक्ष पर स्थित बिन्दु $(x, 0)$ है।

$\therefore$ $(x, 0)$ से बिन्दु $(13, 2)$ तक की दूरी $= (x, 0)$ से बिन्दु $(12, -3)$ तक की दूरी

$\therefore \quad \sqrt{(x-13)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(x-12)^2 + (0-(-3)^2)}$

$\therefore \quad (x-13)^2 + (0-2)^2 = (x-12)^2 + (3)^2$

$\therefore \quad x^2 + 169 - 26x + 4 = x^2 + 144 - 24x + 9$

$\therefore \quad -26x + 24x = 153 - 173$

$\Rightarrow \quad -2x = -20 \Rightarrow x = 10$

$\therefore$ X–अक्ष पर स्थित वह बिन्दु $= (x, 0) = (10, 0)$

प्रश्न 4: बिन्दुओं $(2, 4), (6, 8)$ तथा $(2, 8)$ से बने त्रिभुज को प्रकृति ज्ञात करें।

उत्तर: माना P = (2, 4), Q = (6, 8) तथा R = (2, 8)

$\therefore$ भुजा PQ की लम्बाई $= \sqrt{(2-6)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$ इकाई

भुजा QR की लम्बाई $= \sqrt{(6-2)^2 + (8-8)^2} = \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$ इकाई

भुजा RP की लम्बाई $= \sqrt{(2-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{16} = 4$ इकाई

हमे ज्ञात है कि $PQ^2 = QR^2 + RP^2$

$\Rightarrow \quad QR^2 + RP^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ और $PQ^2 \Rightarrow (\sqrt{32})^2 = 32$

$\Rightarrow \quad PQ^2 = QR^2 + RP^2$

$\therefore$ Δ PQR एक समकोण त्रिभुज होगा।

प्रश्न 5: बिन्दुओं $(2, 0), (-6, -2), (-4, -4)$ तथा $(4, -2)$ से निर्मित चतुर्भुज की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

उत्तर: माना $P = (2, 0), Q = (-6, -2), R = (-4, -4), S = (4, -2)$

$\therefore$ भुजा PQ की लम्बाई $= \sqrt{\left(2-(-6)^2\right)+(0-2)^2} = \sqrt{8^2+(-2)^2} = \sqrt{68}$ इकाई

भुजा QR की लम्बाई $= \sqrt{(-6-(-4))^2+\left(-2-(-4)^2\right)} = \sqrt{(-2)^2+(2)^2} = \sqrt{8}$ इकाई

भुजा RS की लम्बाई $= \sqrt{(-4-4)^2+\left(-4-(-2)^2\right)} = \sqrt{(-8)^2+(-2)^2} = \sqrt{68}$ इकाई

भुजा SP की लम्बाई $= \sqrt{(4-2)^2+(-2-0)^2} = \sqrt{(2)^2+(-2)^2} = \sqrt{8}$ इकाई

विकर्ण PR की लम्बाई $= \sqrt{\left(2-(-4)^2\right)+\left(0-(-4)^2\right)} = \sqrt{(6)^2+(4)^2} = \sqrt{52}$ इकाई

विकर्ण QS की लम्बाई $= \sqrt{(-6-4)^2+(-2+2)^2} = \sqrt{(10)^2+0^2} = 10$ इकाई

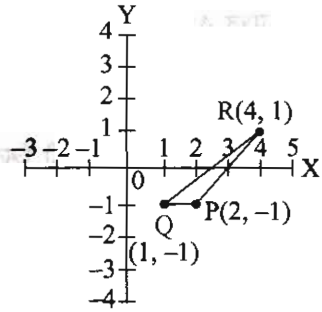
भुजा PQ = भुजा RS $= \sqrt{68}$ इकाई

भुजा QR = भुजा SP $= \sqrt{8}$ इकाई

परन्तु विकर्ण PR $\neq$ विकर्ण QS चतुर्भुज है।

त्रिभुज या चतुर्भुज के क्षेत्रफल पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: बिन्दुओं $(2, -1), (1, -1)$ तथा $(4, 1)$ से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर: $P = (x_1, y_1) = (2, -1)$

$Q = (x_2, y_2) = (1, -1)$

$R = (x_3, y_3) = (4, 1)$

$\because$ Δ PQR का क्षेत्रफल

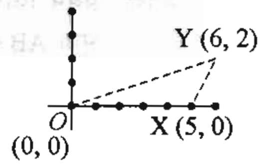
$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[2(-1-1)+1(1-(-1))+4(-1-(-1))\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[2(-2)+1(2)+4(0)\right]$$

$$\frac{1}{2}[4+2+0] = \frac{2}{2} = 1 \text{ वर्ग इकाई}$$

प्रश्न 2: मूल बिन्दु और $(5, 0)$ तथा $(6, 2)$ से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?



उत्तर: बिन्दु $(0, 0) = O = (x_1, y_1)$

बिन्दु $(5, 0) = X = (x_2, y_2)$

बिन्दु $(6, 2) = y = (x_3, y_3)$

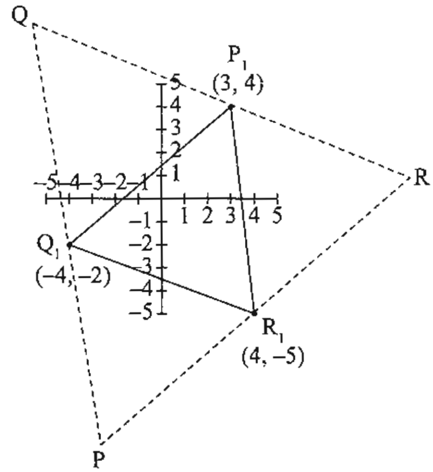
Δ OXY का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[0\times(0-2)+5(2-0)+6(0-0)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[0+5\times2+0\right] = \frac{1}{2}\times10 = 5 \text{ वर्ग इकाई}$$

प्रश्न 3: ΔPQR की भुजाओं के मध्यबिन्दु P_1, Q_1, R_1 क्रमशः (3, 4), (-4, -2) तथा (4, -5) हैं। ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर: $\therefore$ ΔPQR की भुजाओं के मध्यबिन्दु से बना $\Delta P_1Q_1R_1$ है। $\Delta P_1Q_1R_1$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\times\left[3\times(-2+5)+(-4)(-5-4)+4(4+5)\right]$$

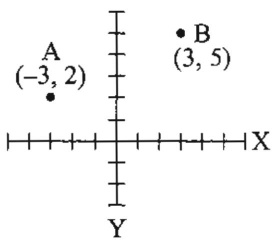
$$\frac{1}{2}\times\left[3\times3+(-4)(-9)+4(9)\right]$$

$$\frac{1}{2}[9+36+36] = \frac{81}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

किसी भी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर बराबर क्षेत्रफल वाले चार त्रिभुज बनते है।

$\therefore$ $P_1Q_1R_1$ का क्षेत्रफल $= 4\times\Delta P_1Q_1R_1$ का क्षेत्रफल $= 4\times\frac{81}{2} = 162$ वर्ग इकाई

प्रश्न 4: एक वृत्त का केन्द्र (–3, 2) है। यदि वृत्त पर कोई बिन्दु P(3, 5) स्थित हो तो वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?



उत्तर: वृत्त का केन्द्र (–3, 2) तथा P(3, 5) वृत्त पर स्थित बिन्दु है।

$\therefore$ वृत्त की त्रिज्या $= \sqrt{(-3-3)^2+(2-5)^2}$

$$r = \sqrt{(-6)^2+(-3)^2}$$

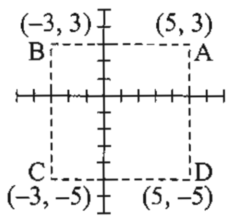
$$r = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

$$r = 3\sqrt{5} \text{ इकाई}$$

$\therefore$ वृत्त का क्षेत्रफल $\pi r^2 = \pi\times\left(3\sqrt{5}\right) = 45\pi$

प्रश्न 5: एक वर्ग ABCD के शीर्ष क्रमशः (5, 3), (–3, 3), (–3, –5) तथा (5,–5) है। वर्ग का क्षेत्रफल कितना होगा?

उत्तर: प्रथम विधि



भुजा AB की लम्बाई

$$\sqrt{(5+3)^2+(3-3)^2}$$

$$\sqrt{8^2+0^2} = \sqrt{64+0} = \sqrt{64} = 8 \text{ इकाई}$$

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा^{2} = 8^2 = 64 वर्ग इकाई

द्वितीय विधि

विकर्ण AC की लम्बाई $= \sqrt{(5+3)^2+(3+5)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128}$ इकाई

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल $= \dfrac{\text{विकर्ण}^2}{2} = \dfrac{(\sqrt{128})^2}{2} = \dfrac{128}{2} = 64$ वर्ग इकाई

समरेखा बिन्दुओं पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: दिए गए बिन्दु $(-6, 4), (3, a)$ तथा $(7, 4)$ समरेखी हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (-6, 4), (x_2, y_2) = (3, a), (x_3, y_3) = (7, 4)$

$\because \quad x(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$

$\therefore \quad -6(a-4) + 3(4-4) + 7(4-a) = 0$

$\therefore \quad -6a + 24 + 3\times 0 + 28 - 7a = 0$

$\therefore \quad -13a + 52 = 0 \Rightarrow a = \dfrac{52}{13} = 4$

प्रश्न 2: दिए गए तीन बिन्दु $(a, b), (2, -3), (4, -5)$ समरेखी है तो यह किस समीकरण को संतुष्ट करेंगे।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (a, b), (x_2, y_2) = (2, -3), (x_3, y_3) = (4, -5)$

$\therefore \quad x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$

$\therefore \quad a(-3+5) + 2(-5-b) + 4(b+3) = 0$

$\therefore \quad 2a - 10 - 2b + 4b + 12 = 0$

$\therefore \quad 2a + 2b + 2 = 0$

$\Rightarrow \quad a + b + 1 = 0$

त्रिभुजों के विभिन्न केन्द्रों पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: किसी दिए गए त्रिभुज के शीर्ष क्रमशः $(2, 4), (3, 5), (-3, 5)$ हो तो त्रिभुज का परिकेन्द्र का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: माना त्रिभुज का परिकेन्द्र O (a, b) है।

तब $OP = OQ \Rightarrow OP^2 = OQ^2$

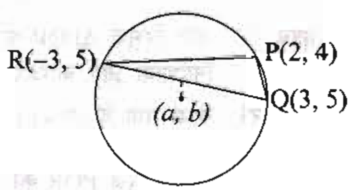
$\therefore \quad (a-2)^2 + (b-4)^2 = (a-3)^2 + (b-5)^2$

$\therefore \quad a^2 + 4 - 4a + b^2 + 16 - 8b = a^2 + 9 - 6a + b^2 + 25 - 10b$

$\therefore \quad -4a - 8b + 6a + 10b = -4 - 16 - 9 + 25$

$\therefore \quad 2a + 2b = 14$

$\Rightarrow \quad a + b = 7 \quad \ldots\ldots(i)$



पुनः: $OP = OR \Rightarrow OP^2 = OR^2$

$\therefore \quad (a-2)^2 + (b-4)^2 = (a+3)^2 + (b-5)^2$

$\therefore \quad a^2 + 4 - 4a + b^2 + 16 - 8b = a^2 + 9 + 6a + b^2 + 25 - 10b$

$\therefore \quad -4a - 8b - 6a + 10b = 34 - 20$

$\therefore \quad -10a + 2b = 14$

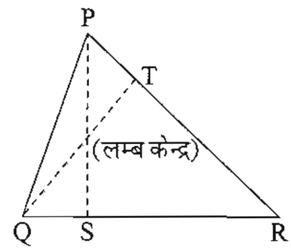
$\Rightarrow \quad -5a + b = 7$ ....(ii)

समीकरण (i) और समीकरण (ii) को हल करने पर- $a = 0, b = 7$

त्रिभुज PQR का परिकेन्द्र $= (a, b) = (0, 7)$

प्रश्न 2: त्रिभुज PQR के शीर्षलम्ब PS का समीकरण $5x + 7y = 5$ तथा शीर्षलम्ब QT का समीकरण $7x - 5y = 7$ हो तो त्रिभुज PQR का लम्ब केन्द्र ज्ञात कीलिए।

उत्तर: शीर्ष लम्ब PS का समीकरण और QR की क्रमशः समीकरण



$5x + 7y = 5$ .....(1)

$7x - 5y = 7$ ....(2)

समीकरण (1) को 5 से और समीकरण (2) को 7 से गुणा करने पर-

$25x + 35y = 25$ ......(3)

$49x - 35y = 49$ ......(4)

समीकरण (3) और समीकरण (4) का योग करने पर $74x = 74 \Rightarrow x = 1$

समीकरण (1) में $x = 1$ रखने पर $y = 0$

$\therefore$ त्रिभुज PQR का लम्ब केन्द्र $= (x, y) = (1, 0)$

प्रश्न 3: किसी त्रिभुज XYZ के शीर्ष क्रमशः (2, 0), (3, 0) तथा (6, 4) है। त्रिभुज XYZ के अन्तः केन्द्र का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: ΔXYZ में X = (2, 0), Y = (3, 0), Z = (6, 4)

$\therefore$ भुजा XY की लम्बाई $= \sqrt{(2-3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0} = 1$ इकाई

भुजा YZ की लम्बाई $= \sqrt{(3-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ इकाई

भुजा ZX की लम्बाई $= \sqrt{(6-2)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ इकाई

$\therefore$ ΔXYZ का अन्तः केन्द्र $= \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}\right)$

$$= \left(\frac{5\times 2 + 4\sqrt{2}\times 3 + 1\times 6}{5+1+4\sqrt{2}}, \frac{5\times 0 + 4\sqrt{2}\times 0 + 1\times 4}{5+1+4\sqrt{2}}\right)$$

$$= \left(\frac{10 + 12\sqrt{2} + 6}{12}, \frac{0+0+4}{6+4\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{16+12\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}, \frac{4}{6+4\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{8+6\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}, \frac{2}{3+2\sqrt{2}}\right)$$

प्रश्न 4: एक त्रिभुज ΔPQR के तीनो शीर्ष क्रमशः (3, –4), (9, 5) तथा (3, 5) हों तो ΔPQR के केन्द्रक का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: दिया गया है $P = (x_1, y_1) = (3, -4)$, $Q = (x_2, y_2) = (9, 5)$, $R = (x_3, y_3) = (3, 5)$

$\therefore$ त्रिभुज PQR का केन्द्रक $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

$$\left(\frac{3+9+3}{3}, \frac{-4+5+5}{3}\right) = \left(\frac{15}{3}, \frac{6}{3}\right) = (5, 2)$$

बिन्दुओं के विभाजन पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: बिन्दुओं (6, 9) तथा (6, 3) का अन्त: विभाजित करने वाले बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। यदि विभाजन का अनुपात 1 : 2 हों।

उत्तर: दिया गया है $(x_1, y_1) = (6,\ 9), (x_2, y_2) = (6, 3), \mathrm{m : n} = 1 : 2$

अन्त: विभाजक बिन्दु $= \left(\dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \dfrac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$

$= \left(\dfrac{1\times 6 + 2\times 6}{1+2}, \dfrac{1\times 3 + 2\times 9}{1+2}\right)$

$(x, y) = \left(\dfrac{6+12}{3}, \dfrac{3+18}{3}\right) = \left(\dfrac{18}{3}, \dfrac{21}{3}\right) = (6,\ 7)$

प्रश्न 2: रेखा PQ के दोनों अन्त्य बिन्दु क्रमश: (2, 3) तथा (4, 1) है। रेखा PQ के मध्य बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: बिन्दु $P = (x_1, y_1)$ (2, 3)बिन्दु $Q = (x_2, y_2) = (4, 1)$

$\therefore$ PQ का मध्य बिन्दु $(x, y) = \left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$= \left(\dfrac{2+4}{2}, \dfrac{3+1}{2}\right) = \left(\dfrac{6}{2}, \dfrac{4}{2}\right) = (3,\ 2)$

प्रश्न 3: दो बिन्दुओं (3, –4) तथा (–5, 6) को मिलाने वाली रेखा को 4 : 3 के अनुपात में बाह्यत: विभाजित करने वाले बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (3, -4), (x_2,\ y_2) = (-5, 6), \mathrm{m : n} = 4 : 3$

$\therefore$ बाह्यत: विभाजक बिन्दु $(x,\ y) = \left(\dfrac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \dfrac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$

$= \left(\dfrac{4\times -5 - 3\times 3}{4-3}, \dfrac{4\times 6 - 3\times -4}{4-3}\right)$

$= \left(\dfrac{-20-9}{1}, \dfrac{24+12}{1}\right) = (-29, 36)$

प्रश्न 4: बिन्दुओं (2, 4) तथा (1, –4) को मिलाने वाली रेखा को y–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा?

उत्तर: दिया गया है $(x_1, y_1) = (2, 4), (x_2, y_2) = (1, -4)$

माना y–अक्ष पर स्थित विभाजक बिन्दु (o, b) है। जो रेखा को m : n के अनुपात में विभाजित करता है।

$\therefore$ विभाजक बिन्दु का भुज $(x) = \dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}$

$\therefore \quad 0 = \dfrac{m\times 1 + n\times 2}{m+n} \Rightarrow m + 2n = 0$

$\therefore \quad m = -2n \Rightarrow \dfrac{m}{n} = \dfrac{-2}{1}$

$\therefore \quad m : n = -(2 : 1) = 2 : 1$ बाह्यत:

रेखीय समीकरण पर सम्बन्धित प्रश्न

प्रश्न 1: एक रेखा AB, x–अक्ष के साथ 150° का कोण बनाती है और y–अक्ष पर –2 इकाई का अन्त: खण्ड काटती है। रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

उत्तर: c = –2 इकाई, θ = 150°

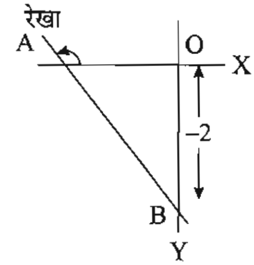
$\therefore$ प्रवणता (m) = $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ रेखीय समीकरण $\Rightarrow y = mx + c$

$\Rightarrow \quad y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 2$

$\Rightarrow \quad x + \sqrt{3}y = -2 \Rightarrow x + \sqrt{3}y + 2 = 0$

(व्यापक रूप Ax + By + C = 0)



प्रश्न 2: रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो x–अक्ष की धन की दिशा से 135° का कोण बनाती है और y–अक्ष पर 5 इकाई का अन्त: खण्ड काटती है।

उत्तर: c = 5 इकाई, θ = 135°

$\therefore$ प्रवणता (m) = $\tan 135^\circ = -1$

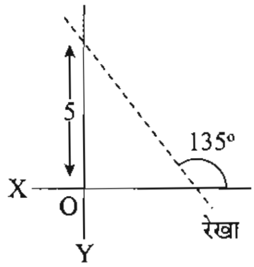
$\therefore$ रेखीय समीकरण $y = mx + c$

$\therefore \quad -1x + 5$

$\therefore \quad y = -x + 5$

$\therefore \Rightarrow \quad x + y - 5 = 0$

(व्यापक रूप Ax + By + C = 0)



प्रश्न 3: एक रेखा x–अक्ष पर 2 इकाई और y–अक्ष पर 5 इकाई का अन्त: खण्ड काटती है। रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

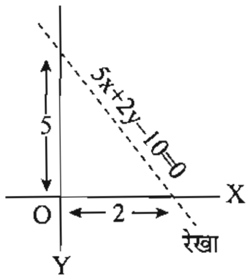
उत्तर: $a = 2$ इकाई, $b = 5$ इकाई

$\therefore$ रेखीय समीकरण, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$\therefore \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1$

$\therefore \quad \frac{5x + 2y}{10} = 1$

$\therefore \quad 5x + 2y - 10 = 0$



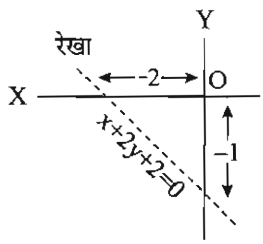
प्रश्न 4: रेखीय समीकरण ज्ञात करे जो अक्षों पर क्रमश: –2 इकाई और –1 इकाई का अन्त: खण्ड काटती है।

उत्तर: a = –2 इकाई, b = –1 इकाई

$\therefore$ रेखीय समीकरण, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

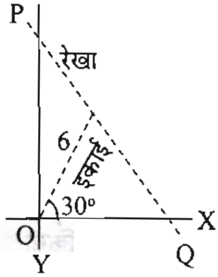
$\therefore \quad \frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} = 1 \qquad \therefore \quad \frac{-x - 2y}{2} = 1$

$\therefore \quad -x - 2y = 2 \qquad \therefore \quad x + 2y + 2 = 0$



प्रश्न 5: रेखा PQ पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप 6 इकाई और लम्ब का धन x–अक्ष से झुकाव 30° हो तो रेखीय समीकरण ज्ञात करे?

उत्तर: $\alpha = 30°, P = 6$ इकाई



∴ रेखीय लम्ब रूप समीकरण, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

∴ $x\cos 30° + y\sin 30° = 6$

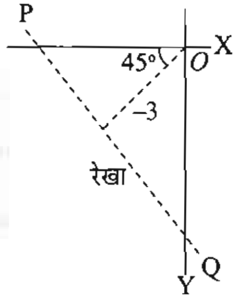
∴ $x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + y \times \frac{1}{2} = 6$

∴ $\frac{\sqrt{3}x + y}{2} = 6$

∴ $\sqrt{3}x + y = 12 \Rightarrow \sqrt{3}x + y - 12 = 0$

प्रश्न 6: रेखीय समीकरण क्या होगा, जिस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप –3 इकाई और लम्ब का धन x–अक्ष से झुकाव 45° हो।

उत्तर: $\alpha = 45°, P = -3$ इकाई



∴ रेखा का लम्ब रूप समीकरण, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

∴ $x\cos 45° + y\sin 45° = -3$

∴ $x \times -\frac{1}{\sqrt{2}} + y \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -3$

∴ $\frac{x+y}{\sqrt{2}} = -3$

$x + y = -3\sqrt{2}$

∴ $x + y = 3\sqrt{2} = 0$

प्रश्न 7: बिन्दुओं (3, 2) तथा (4, –3) से होकर जाने वाली रेखीय प्रवणता ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (3, 2)$ तथा $(x_2, y_2) = (4, -3)$

∴ रेखीय प्रवणता $(m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-2}{4-3} = \frac{-5}{1} = -5$

प्रश्न 8: कोई रेखा $(-2, 2)$ से होकर जाती है और उसकी प्रवणता –1 है तो रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (-2, 2)$ तथा प्रवणता $(m) = -1$

∴ रेखीय समीकरण ⇒ $y - y_1 = m(x - x_1)$

⇒ $y - 2 = -2(x+1)$

⇒ $y - 2 = -2x - 2$

⇒ $y + 2x = 0$

⇒ $2x + y = 0$

प्रश्न 9: $(-4, -6)$ तथा $(4, 6)$ से गुजरने वाली रेखीय समीकरण क्या होगा।

उत्तर: $(x_1, y_1) = (-4 - 6), (x_2, y_2) = (4, 6)$

∴ रेखीय समीकरण ⇒ $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$\Rightarrow \quad (y+6)=\frac{6+6}{4+4}(x+4)$

$\Rightarrow \quad y+6=\frac{12}{8}(x+4)$

$\Rightarrow \quad y+6=\frac{3}{2}(x+4)$

$\Rightarrow \quad 2y+12=3x+12$

$\Rightarrow \quad 3x-2y=0$

प्रश्न 10: किसी रेखीय समीकरण $3x+2y-6=0$ है। निम्नलिखित तथ्य ज्ञात कीजिए।

(a) रेखा द्वारा अक्षों पर कटे अन्तः खण्डों की माप।

(b) रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब का धन x–अक्ष झुकाव।

(c) रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप।

(d) रेखा की प्रवणता।

उत्तर: **समीकरण** $3x+2y-6$ का व्यापक समीकरण Ax + By + C = 0 से तुलना करने पर A = 3, B = 2, अचर पद C = –6

(a) x–अक्ष पर कटा अन्तः खण्ड $(a)=\frac{-C}{A}=\frac{(-)(-6)}{3}=2$ इकाई

y–अक्ष पर कटा अन्तः खण्ड $(b)=\frac{-C}{B}=\frac{(-)(-6)}{2}=3$ इकाई

(b) रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब का झुकाव α हो तो, $\tan\alpha=\frac{B}{A}=\frac{-2}{3}\Rightarrow\alpha=\tan^{-1}=\frac{2}{3}$

(c) रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप (P)

$=\frac{-C}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{-(-6)}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{6}{\sqrt{9+4}}=\frac{6}{\sqrt{13}}$ इकाई

(d) रेखीय प्रवणता $=\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}=\frac{-A}{B}=-\frac{3}{2}$

विविध उदाहरण

प्रश्न 1: दो रेखाओं $6x+8y+20=0$ तथा $6x+8y+10=0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर: रेखीय समीकरण से $c_1=20;\ c_2=10,\ A=6,\ B=8$

$\therefore$ रेखाओं के बीच की दूरी $\frac{c_1-c_2}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{20-10}{\sqrt{6^2+8^2}}=\frac{10}{\sqrt{100}}=\frac{10}{10}=1$ इकाई

प्रश्न 2: बिन्दु (5, 3) से रेखा $3x+4y+13=0$ की लाम्बिक दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $(x_1,\ y_1)=(5,\ 3),\ Ax+By+C=0\Rightarrow 3x+4y+13=0$

$\therefore$ लाम्बिक दूरी $=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{3\times4+4\times3+13}{\sqrt{3^3+4^2}}=\frac{15+12+13}{\sqrt{9+16}}$

$=\frac{40}{\sqrt{25}}=\frac{40}{5}=8$ इकाई

प्रश्न 3: दो रेखाओं $3x+y+15=0$ तथा $x+y+9=0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करें।

उत्तर: $3x+y+15=0$ ……………………(i)

$x+y+9=0$ ……………………(ii)

समीकरण (i) में से समीकरण (ii) को घटाने पर- $2x+6=0 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3$

समीकरण (i) में x का मान रखने पर,

$\therefore$ दोनो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु $=(x, y)=(-3, -6)$

प्रश्न 4: $4x+3y+12=0$ के समान्तर रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(3, 4)$ से होकर जाती है।

उत्तर: $4x+3y+12=0$ के समान्तर रेखीय समीकरण,

$4x+3y=\lambda$ ……………………(i)

समीकरण (i) को $(3, 4)$ से सन्तुष्ट कराने पर-

$4\times3+3\times4=\lambda \Rightarrow \lambda=12+12=24$

$\therefore$ समीकरण (i) में λ का मान रखने पर- $4x+3y=24$

प्रश्न 5: रेखाओं $2x-3y+1=0$ तथा $4x+y-1=0$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

उत्तर: $2x-3y+1=0 \Rightarrow m_1=\dfrac{-A}{B}=\dfrac{-2}{-3}=\dfrac{2}{3}$

$4x+y-1=0 \Rightarrow m_2=\dfrac{-A}{B}=\dfrac{-4}{1}=-4$

$$\therefore \quad \tan\theta=\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}=\frac{\frac{2}{3}+4}{1+\left(\frac{2}{3}\times(-4)\right)}=\frac{\frac{14}{3}}{1-\frac{8}{3}}=\frac{\frac{14}{3}}{\frac{-5}{3}}$$

$$\therefore \quad \tan\theta=\frac{-14}{5} \Rightarrow \theta=\tan^{-1}=\frac{-14}{5}$$

प्रश्न 7: रेखा $Ax+By+C=0$ तथा $6x+4y+9=0$ परस्पर हों तो रेखा $Ax+By+C=0$ की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

उत्तर: माना रेखा $Ax+By+C=0$ की प्रवणता m_1 है।

रेखा $6x+4y+9=0$ की प्रवणता $m_2=\dfrac{-6}{4}=\dfrac{-3}{2}$

$\therefore \quad m_1=m_2=\dfrac{-3}{2}$

$\therefore$ रेखा $Ax+By+C=0$ की प्रवणता $=\dfrac{-3}{2}$

प्रश्नमाला 1A

1. ऋजु रेखा $5x+12y=56$ के अक्षों के बीच के अंश की लम्बाई है:
(*a*) 14 इकाई (*b*) 15 इकाई (*c*) 13 इकाई (*d*) 17 इकाई

2. उस त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात करे जिस में x-अक्ष वाली भुजा को आधार मान लिया जाए और $3x+y=6$ तथा $x-y+2=0$ समीकरणों की रेखाओं से एक त्रिभुज बनाया गया है।
(*a*) 2 इकाई (*b*) 3 इकाई (*c*) $\sqrt{5}$ इकाई (*d*) 1 इकाई

3. $b=|a|-4$ द्वारा निर्देशांक अक्षों के साथ आवद्ध प्रदेश का क्षेत्रफल है:
(*a*) 32 वर्ग इकाई (*b*) 18 वर्ग इकाई (*c*) 24 वर्ग इकाई (*d*) 16 वर्ग इकाई

4. दो रेखाओं $2x+3y=12$ तथा $3x+4y=10$ और x-अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना होगा?
(*a*) $\frac{58}{3}$ वर्ग इकाई (*b*) $\frac{64}{3}$ वर्ग इकाई (*c*) $\frac{71}{3}$ वर्ग इकाई (*d*) 16 वर्ग इकाई

5. समबाहु Δ का शीर्ष (5, -1) और आधार रेखा $x+y=3$ हैं। तो समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा:
(*a*) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ वर्ग इकाई (*b*) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ वर्ग इकाई (*c*) $\frac{2}{3}$ वर्ग इकाई (*d*) $\frac{3}{4}$ वर्ग इकाई

6. यदि बिन्दुओं A $(2, -2)$ तथा B $(x, 3)$ को मिलने वाली रेखा पर बिन्दु $(4, 5)$ स्थित हो तो x का मान ज्ञात करे?
(*a*) $\frac{24}{7}$ (*b*) $\frac{13}{5}$ (*c*) $\frac{5}{13}$ (*d*) $\frac{7}{24}$

7. xy–तल में, बिन्दु A $(4, 0)$ तथा B (3, 2) है। तद्नुसार AB त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल का मान कितना होगा?
(*a*) 9π (*b*) 5π (*c*) 16π (*d*) 8π

8. किसी त्रिभुज के शीर्ष क्रमशः $(6, 1)$, $(2, 4)$ तथा (a, b) है। त्रिभुज का केन्द्रक $(8, 4)$ हो तो त्रिभुज का तीसरा शीर्ष (a, b) ज्ञात कीजिए।
(*a*) (16, 1) (*b*) (1, 7) (*c*) (16, 7) (*d*) (7, 16)

9. बिन्दुओं (0, 0), (5, 0) तथा (5, 4) से निर्मित त्रिभुज का लाम्बिक केन्द्र है-
(*a*) (3, 4) (*b*) (4, 3) (*c*) (5, 0) (*d*) (0, 0)

10. बिन्दुओं (x, y) तथा (y, x) को मिलाने वाली रेखा y–अक्ष से किस अनुपात में विभाजित होगी?
(*a*) $x : y$ बाह्यत: (*b*) $y : x$ बाह्यत: (*c*) $x^2 : y^2$ बाह्यत: (*d*) $y^2 : x^2$ बाह्यत:

11. बिन्दुओं (5, 6) तथा (6, 5) को मिलाने वाली रेखा y–अक्ष से किस अनुपात में विभाजित होती है?
(*a*) 6 : 5 अन्त: (*b*) 6 : 5 बाह्यत: (*c*) 5 : 6 अन्त: (*d*) 5 : 6 बाह्यत:

12. बिन्दुओं A $(5, 10)$ तथा B $(5, -7)$ को मिलाने वाली रेखा AB, X – अक्ष से किस अनुपात में विभाजित होती है?
(*a*) 9:7 (*b*) 7:9 (*c*) 7:10 (*d*) 10:7

13. $x+3y=-1$ तथा $5x-3y=7$ समीकरणों वाली दो सरल रेखाएँ 'O' बिन्दु पर एक दूसरे को काटती हैं। तद्नुसार उस 'O' बिन्दु के निर्देशांक क्या होगे?
(*a*) $\left(1, -\frac{1}{3}\right)$ (*b*) $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ (*c*) $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ (*d*) $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$

14. बिन्दु (3, 2) से होकर जाने वाली तथा $4x+5y=20$ के समान्तर रेखा द्वारा X–अक्ष पर कटा अन्त: खण्ड है-

(*a*) $\frac{6}{5}$ (*b*) $\frac{5}{6}$ (*c*) $\frac{11}{2}$ (*d*) $\frac{9}{2}$

15. xy – निर्देशांक पद्धति में, यदि (a, b) तथा $a+5, b+P$, उस सरल रेखा पर स्थित दो बिन्दु हों, जिसका समीकरण $x = 5y - 9$ है, तो P किसके बराबर होगा?

(*a*) $\frac{5}{2}$ (*b*) 1 (*c*) 6 (*d*) 5

16. रेखाओं $8x + 6y = 9 = 0$ तथा $8x + 6y - 21 = 0$ के बीच की दूरी है:

(*a*) 5 इकाई (*b*) 4 इकाई (*c*) 2 इकाई (*d*) 3 इकाई

17. बिन्दु (1, 4) से होकर जाने वाली तथा $2x + 9y - 14$ लम्ब रेखा द्वारा Y–अक्ष पर कटा अन्त: खण्ड ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{5}{7}$ इकाई (*b*) $-\frac{9}{5}$ इकाई (*c*) $\frac{-1}{2}$ इकाई (*d*) $\frac{1}{3}$ इकाई

18. मूल बिन्दु (0, 0) तथा x = 6 और y = 8 के बिन्दु के बीच की दूरी कितनी होगी?

(*a*) 14 इकाई (*b*) 12 इकाई (*c*) 10 इकाई (*d*) 9 इकाई

19. यदि दो बिदुओं $(0, -6)$ तथा $(x, 0)$ के बीच की दूरी 10 इकाई हो, तो x किसके बराबर होगा?

(*a*) ±9 (*b*) ±12 (*c*) 8 (*d*) ±8

20. $4x - 5y + 20 = 0$ सरल रेखा और निर्देशांक अक्षों के आलेख से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

(*a*) 10 वर्ग इकाई (*b*) 12 वर्ग इकाई (*c*) 3 वर्ग इकाई (*d*) 6 वर्ग इकाई

21. समीकरणों $x = 5$, $y = 6$ और $6x + 5y = 30$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात है-

(*a*) 12 (*b*) 10 (*c*) 15 (*d*) 21

22. तीन बिन्दु $(a, b), (4, 5)$ तथा $(3, 6)$ एक सरल रेखा बनाते हैं तो निम्न में से कौन सी समीकरण ठीक है?

(*a*) $2a + b = 8$ (*b*) $2a - b = 4$ (*c*) $a - b = 6$ (*d*) $a + b = 9$

23. यदि बिन्दु $(2, -3), (3, -1)$ तथा (x, y) समरेखा है तो समीकरण ज्ञात करें।

(*a*) $x + y + 2 = 0$ (*b*) $x + y + 5 = 0$ (*c*) $4x - y - 7 = 0$ (*d*) $2x - y + 6 = 0$

24. उस समबाहु त्रिभुज का लम्बिक केन्द्र ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष क्रमश: $(2, 2), (-2, -2)$ तथा $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ है-

(*a*) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{1}$ (*b*) $\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}\right)$ (*c*) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (*d*) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

25. x–अक्ष, y–अक्ष और $2x + 3y = 6$ से बने त्रिभुज की परिवृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

(*a*) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ इकाई (*b*) **11.8 इकाई** (*c*) $\sqrt{3}$ इकाई (*d*) 14 इकाई

26. तीन बिन्दुओं (2, 3), (4, 5) तथा (6, 4) से बने त्रिभुज के केन्द्रक से तीसरे शीर्ष की दूरी ज्ञात करें।

(*a*) 2 इकाई (*b*) $2\sqrt{5}$ इकाई (*c*) 3 इकाई (*d*) $3\sqrt{2}$ इकाई

27. किसी समकोण त्रिभुज की परस्पर लम्बवत् भुजाओं के समीकरण क्रमश: $2x - 3y + 13 = 0$ तथा $3x - 2y + 7 = 0$ है। त्रिभुज का लम्ब केन्द्र है:

(*a*) (3, 1) (*b*) (2, 5) (*c*) (1, 5) (*d*) (5, 1)

28. बिन्दुओं (3, -6) तथा (-4, 8) का मिलाने वाली रेखा को x–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है?
(*a*) 1 : 3 अन्त: (*b*) 5 : 4 अन्त: (*c*) 1 : 2 अन्त: (*d*) 3 : 4 अन्त:

29. बिन्दुओं (-3, 2) तथा (2, -3) से बनी रेखा x–अक्ष द्वारा किस अनुपात में विभाजित होगी?
(*a*) 3 : 2 (*b*) 2 : 3 (*c*) 1 : 2 (*d*) 3 : 1

30. $x+3y=5$ और $4x-3y=1$ ग्राफ के Y–अक्ष को दो बिन्दुओं पर मिलते हैं जिनकी बीच की दूरी ज्ञात करे?
(*a*) 3 इकाई (*b*) 4 इकाई (*c*) 1 इकाई (*d*) 2 इकाई

31. a का मान, जिसके लिए $(a-1)x+3y-5=0$ और $(3-a)x-4y+2=0$ के ग्राफ समान्तर है:
(*a*) 1 (*b*) -5 (*c*) 3 (*d*) -1

32. P के सभी मानों के लिए रेखा $(4x+y-9)+A(3x-2y-4)=0$ एक स्थिर बिन्दु से होकर जाती है। बिन्दु का निर्देशांक है:
(*a*) (2, 1) (*b*) (1, 2) (*c*) (3, 2) (*d*) (4, 3)

33. यदि $3x+2y-a=0$ मूल बिन्दु से गुजरती हो, तो a का मान क्या होगा?
(*a*) -2 (*b*) 0 (*c*) 3 (*d*) -1

34. सरल रेखा $a+b=\sqrt{3}$ पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब का पाद है:
(*a*) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ (*b*) $(1, 1)$ (*c*) $(0, 0)$ (*d*) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

35. रेखाओं $ax+by+c=0$; $ax-by+c=0$; $ax+by-c=0$ और $ax-by-c=0$ दाँए बनी आकृति का क्षेत्रफल क्या है?
(*a*) $\frac{c^2}{ab}$ (*b*) $\frac{2c^2}{ab}$ (*c*) $\frac{c^2}{2ab}$ (*d*) $\frac{c^2}{4ab}$

36. यदि एक रेखा, रेखा $5x-y=0$ पर लंब है और निर्देशक अक्षा के साथ 5 वर्ग इकाई क्षेत्रफल का एक त्रिभुज बनाती है तो इस रेखीय समीकरण क्या है?
(*a*) $x+5y\pm5\sqrt{2}=0$ (*b*) $x-5y\pm5\sqrt{2}=0$
(*c*) $5x+y\pm5\sqrt{2}=0$ (*d*) $5x-y\pm5\sqrt{2}=0$

37. रेखा $3x+4y-24=0$, $x-$अक्ष को A पर तथा $y-$अक्ष को B पर काटती है, तो त्रिभुज OAB का परिकेन्द्र, जहां O मूल बिन्दु है। क्या है?
(*a*) (2, 3) (*b*) (3, 3) (*c*) (4, 3) (*d*) उपर्युक्त में से कोई नहीं

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 1A)

1 (*c*)	**2** (*b*)	**3** (*d*)	**4** (*b*)	**5** (*b*)	**6** (*a*)	**7** (*b*)	**8** (*c*)	**9** (*c*)	**10** (*a*)
11 (*d*)	**12** (*d*)	**13** (*a*)	**14** (*c*)	**15** (*b*)	**16** (*d*)	**17** (*c*)	**18** (*c*)	**19** (*d*)	**20** (*a*)
21 (*c*)	**22** (*d*)	**23** (*c*)	**24** (*d*)	**25** (*a*)	**26** (*a*)	**27** (*c*)	**28** (*d*)	**29** (*b*)	**30** (*d*)
31 (*b*)	**32** (*a*)	**33** (*b*)	**34** (*d*)	**35** (*b*)	**36** (*a*)	**37** (*c*)			

दिये गए प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 1A

1. समीकरण $5x+12y=56$

$x=0$ रखने पर $y=5$

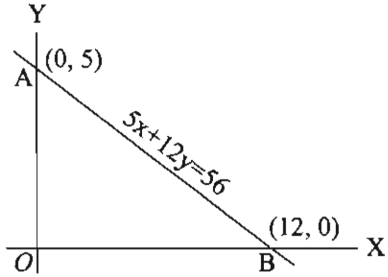
$\therefore$ बिन्दु A का निर्देशांक $=(0,\ 5)$

समीकरण $5x+12y=56$

$y=0$ रखने पर, $x=12$

$\therefore$ बिन्दु B का निर्देशांक $=(12,\ 0)$

$\therefore$ बिन्दु A से B तक की दूरी,



$$AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$$=\sqrt{(0-12)^2+(5-0)^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13 \text{ इकाई}$$

2. X–अक्ष का समीकरण,

$y=0$ ....(1)

$3x+y=6$ ....(2)

$x-y=-2$ ....(3)

समीकरण (2) में $y=0$ रखने पर, $x=2$

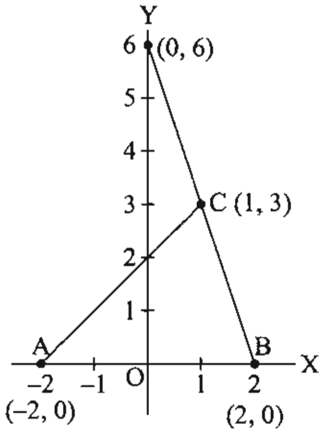
$\therefore$ बिन्दु B का निर्देशांक $=(2,\ 0)$

समीकरण (2) और समीकरण (3) को हल करने पर, $x=1,\ y=3$

$\therefore$ बिन्दु C का निर्देशांक $(1,\ 3)$

समीकरण (3) में $y=0$ रखने पर, $x=-2$

$\therefore$ बिन्दु A का निर्देशांक $=(-2,\ 0)$



$\therefore$ ΔABC का क्षेत्रफल

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]=\frac{\textbf{आधार} \times \textbf{ऊँचाई}}{\textbf{2}}$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}[-2\times(0-3)+2\times(3-0)+1\times(0-0)]=\frac{AB\times h}{2}$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}[6+6+0]=\frac{AB\times h}{2}$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\times 12=\frac{AB\times h}{2}\Rightarrow 12=4\times h$

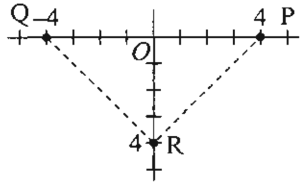
$\Rightarrow$ ऊँचाई $=3$ इकाई

3. $b=|a|-4\Rightarrow b=\pm a-4$

अत: $b=a-4$

और $b=-a-4$

अत: $b=|a|-4$ तथा अक्षों से चित्रानुसार ΔPQR बनेगा।



जहां $PQ = 4 + 4 = 8$ इकाई

और ऊँचाई $OR = 4$ इकाई

$\therefore$ Δ PQR का क्षे. $= \dfrac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{2}$

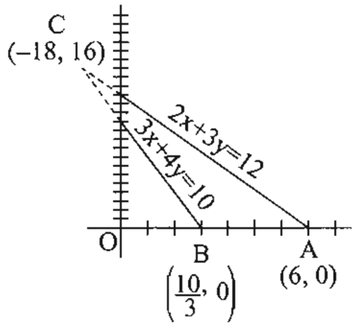
$= \dfrac{4 \times 8}{2} = 16$ वर्ग इकाई

4. $2x + 3y = 12$ ....(i)

$3x + 4y = 10$ ....(ii)

अक्ष का समीकरण,

$y = 0$ ....(iii)



रेखा (i) और (ii) को हल करने पर, $x = -18$, $y = 16$

$\therefore$ रेखा (i) और (ii) का प्रतिच्छेद बिन्दु $C = -18, 16$

रेखा (ii) और (iii) को हल करने पर, $x = \dfrac{10}{3}$ और $y = 0$

रेखा (iii) और रेखा (i) का प्रतिच्छेद बिन्दु और $y = 0$

$\therefore$ रेखा (iii) और रेखा (i) का प्रतिच्छेद बिन्दु $B = (6,\ 0)$

$\therefore$ ΔABC का क्षे.

$= \dfrac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$

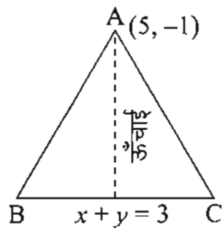
$= \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{10}{3}(0-16) + 6(16-0) + -18(0-0)\right]$

$\dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{160}{3} + 96\right] = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{-160+288}{3}\right]$

$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{128}{3} = \dfrac{64}{3}$ वर्ग इकाई

5. दिया गया है आधार BC का समीकरण $x + y = 3 \Rightarrow x + y - 3 = 0$

अब बिन्दु (5 -1) से रेखा $x + y - 3 = 0$ पर डाले गये



लम्ब की लम्बाई $= \dfrac{5 \times 1 + (-1) \times 1 - 3}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$

$= \dfrac{5 - 1 - 3}{\sqrt{2}} = \dfrac{+1}{\sqrt{2}}$ इकाई

$\because$ समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times$ भुजा

$\therefore$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times$ भुजा

$\Rightarrow$ भुजा $= \dfrac{2}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ समबाहु Δ का क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ भुजा^{2} $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$

$= \frac{\sqrt{3} \times 2}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ वर्ग इकाई

6. $(x_1, y_1) = (2, -2), (x_2 - y_2) = (x, 3)$, $(x_3, y_3) = (4, 5)$

$\because$ तीनों बिन्दु समरेखी हैं।

$\therefore \quad x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3, y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$

$\therefore \quad 2(3-5) + x(5-(-2)) + 4(-2-3) = 0$

$\therefore \quad 2(-2) + x(7) + 4(-5) = 0$

$\therefore \quad -4 + 7x - 20 = 0 \Rightarrow 7x - 24 = 0 \Rightarrow x = \frac{24}{7}$

7. $A = (4, 0), B = (3, 2)$

$\therefore$ त्रिज्या $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-2)^2}$

$r = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ इकाई

$\therefore$ वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \pi(\sqrt{5})^2 = 5\pi$ वर्ग इकाई

8. $(x_1, y_1) = (6, 1)$, $(x_2, y_2) = (2, 4)$, $(x_3, y_2) = (a, b)$ केन्द्रक $= (8, 4)$

$\because$ केन्द्रक का भुज $= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

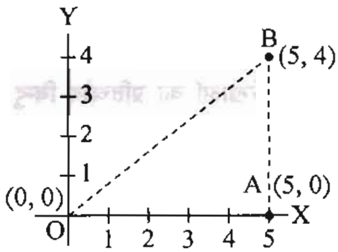
$\therefore \quad 8 = \frac{6 + 2 + a}{3} \Rightarrow 24 = 8 + a \Rightarrow a = 16$

और केन्द्रक की कोटि $= \frac{(y_1 + y_2 + y_3)}{3}$

$\therefore \quad 4 = \frac{1 + 4 + b}{3} \Rightarrow 12 = 5 + b \Rightarrow b = 7$

$\therefore$ तीसरा शीर्ष $(x, y) = (16, 7)$

9. तीन बिन्दुओं (0, 0) (5, 0) तथा (5, 4) से समकोण त्रिभुज बनता होता है जिसका $\angle A = 90°$ और समकोण त्रिभुज का लाम्बिक केन्द्र समकोण वाला शीर्ष होता है। अतः ΔOAB का लाम्बिक केन्द्र = (5, 0)



10. $(x_1, y_1) = (x, y), (x_2, y_2) = (y, x)$

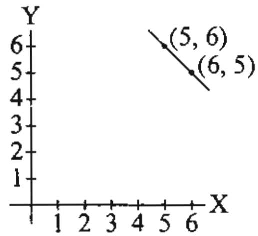
Y – अक्ष पर विभाजक बिन्दु = $(0, y)$

$\therefore$ विभाजक बिन्दु का भुज $= \dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}$

$\therefore \quad 0 = \dfrac{m \times y + n \times x}{m+n} \Rightarrow my + nx = 0$

$\therefore \quad my = -nx \Rightarrow \dfrac{m}{n} = \dfrac{-x}{y} \Rightarrow m : n = x : y$ बाह्यत:

11. $(x_1, y_1) = (5, 6), (x_2, y_2) = (6, 5)$



विभाजक बिन्दु $= (0, y)$

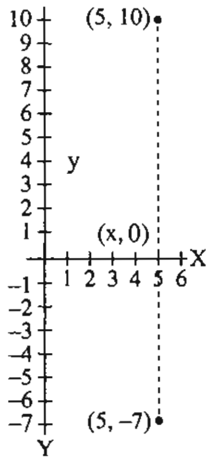
विभाजक बिन्दु का भुज $= \dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}$

$\therefore \quad 0 = \dfrac{m \times 6 + n \times 5}{m+n} \Rightarrow 6m + 5n = 0$

$\therefore \quad 6m = -5n \Rightarrow \dfrac{m}{n} = \dfrac{-5}{6}$

$\therefore \quad m : n = -(5:6) = 5:6$ बाह्यत:

12. $(x_1, y_1) = (5, 10), (x, y) = (5, -7)$



X - अक्ष पर विभाजक बिन्दु $= (x, 0)$

$\therefore$ विभाजक बिन्दु की कोटि $= \dfrac{my_2 + ny_1}{m+n}$

$\therefore 0 = \dfrac{m \times -7 + n \times 10}{m+n} = -7m + 10n = 0 \Rightarrow 7m = 10n$

$\therefore \quad \dfrac{m}{n} = \dfrac{10}{7}$

$\therefore \quad m : n = 10 : 7$ अन्त:

13. दिया गया है

$x + 3y = -1$ ....(i)

$5x - 3y = 7$ ....(ii)

समीकरण (i) और समीकरण (ii) को जोड़ने पर, $6x = 6$

$\Rightarrow \quad x = 1$

समीकरण (1) में $x = 1$ रखने पर, $y = \dfrac{-1}{3}$

$\therefore$ बिन्दु P का निर्देशांक = दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु = $\left(1, -\dfrac{1}{3}\right)$

14. रेखा $4x + 5y = 20$ के समानन्तर रेखीय समीकरण-

$4x + 5y = \lambda$ ....(i)

समीकरण (i) को (3, 2) से सन्तुष्ट कराने पर,

$4\times3+5\times2=\lambda \Rightarrow \lambda=12+10=22 \Rightarrow \lambda=22$

$4x+5y=22 \Rightarrow \frac{4x}{22}+\frac{5y}{22}=1$

$\therefore \frac{x}{\left(\frac{11}{2}\right)}+\frac{y}{\left(\frac{22}{5}\right)}=1$

$\therefore$ X- अक्ष पर कटा अन्त: खण्ड = $\frac{11}{2}$ इकाई

15. $\because$ (a,b) रेखा $x=5y-9$ पर स्थित है। $\therefore$ (a,b) समीकरण $x=5y-9$ को संतुष्ट करेगा।

$\therefore$ $a=5b-9$

इसी प्रकार $(a+5, b+p)$ भी समीकरण $x=5y-9$ को संतुष्ट करेगा।

$\therefore$ $a+5=5(b+p)-9 \Rightarrow a+5=5b+5p-9$

$\Rightarrow$ $5b-9+5=5b+5p-9$

$\Rightarrow 5p=5 \Rightarrow P=1$

16. $8x+6y+9=0$ तथा $8x+6y-21=0$ के बीच की दूरी

$\frac{9-(-21)}{\sqrt{8^2+6^2}}=\frac{30}{\sqrt{64+36}}=\frac{30}{\sqrt{100}}=\frac{30}{10}=$ 3 इकाई

17. $2x+9y-14=0$ पर लम्ब रेखीय समीकरण - $9x-2y=\lambda$

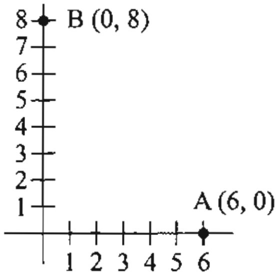
समीकरण (1) को (1, 4) से सन्तुष्ट कराने पर, $9\times1-2\times4=\lambda \Rightarrow \lambda=1$

$\therefore$ लम्ब रेखीय समीकरण - $9x-2y=1$

$\Rightarrow$ $\frac{x}{\left(\frac{1}{9}\right)}+\frac{y}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=1$

$\therefore$ Y - अक्ष पर कटा अन्त: खण्ड $=-\frac{1}{2}$ इकाई

18. मूल बिन्दु $O=(0, 0)$



$x=6$ का निर्देशांक $A=(6, 0)$

$y=8$ का निर्देशांक $B=(0, 8)$

$\therefore$ बिन्दुओं A और B के बीच की दूरी,

$AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$=\sqrt{(6-0)^2+(0-8)^2}$

$=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ इकाई

19. दिया गया है $(x_1, y_1)=(0, -6)$ तथा $(x_2, y_2)=(x, 0)$, $d=10$ इकाई

$\because$ दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) के बीच की दूरी d हो तो-

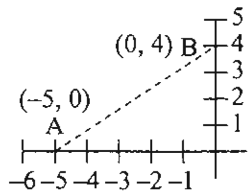
$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$\therefore \quad 10=\sqrt{(0-x)^2+(-6-0)^2}=\sqrt{x^2+36}$

$100=x^2+36 \Rightarrow x^2=100-36=64$

$\Rightarrow \quad x=\pm 8$

20. रेखीय समीकरण , $4x-5y+20=0$ है



$\therefore \quad 4x-5y=-20 \quad \Rightarrow \frac{4x}{-20}-\frac{5y}{-20}=\frac{-20}{-20}$

$\therefore \quad \frac{x}{-5}+\frac{y}{4}=1$

त्रिभुज OAC का क्षेत्रफल

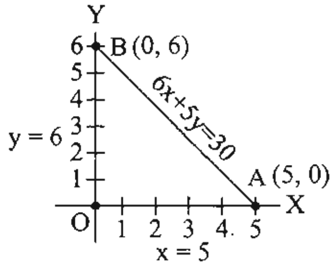
क्षेत्रफल $=\frac{OA\times OB}{2}=\frac{5\times 4}{2}=10$ वर्ग इकाई

21. दिया गया है

$x=5$

$y=6$

$6x+5y=30$



उपर्युक्त तीनों रेखाओं से समकोण ΔOAB बनेगा।

$\therefore \quad \Delta$ OAB का क्षे. $=\frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{2}$

$=\frac{6\times 5}{2}=15$ वर्ग इकाई

22. $(x_1,y_1)=(a,b),(x_2,y_2)=(4,5),(x_3,y_3)=(3,\ 6)$

$\because$ तीनों बिन्दु समरेखीय हैं।

$\therefore \quad x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)=0$

$a(5-6)+4(6-b)+3(b-5)=0$

$a\times(-1)+24-4b+3b-15=0$

$-a-b+9=0$

$a+b-9=0 \Rightarrow a+b=9$

23. $(x_1,y_1)=(2,-3),(x_2,y_2)=(3,-1),(x_3,y_3)=(x,y)$

तीनो बिन्दु समरेखीय है

$\therefore \quad x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)=0$

$2(-1-y)+3(y-(-3))+x(-3-1)=0$

$-2-2y+3y+9-4x=0$

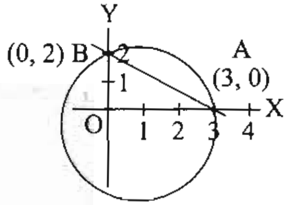
$\Rightarrow -4x+y+7=0 \Rightarrow 4x-y-7=0$

24. समबाहु त्रिभुज का लाम्बिक केन्द्र $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

∴ लाम्बिक केन्द्र = $=\frac{\left(2+(-2)+(-\sqrt{2})\right)}{3}, \frac{2+(-2)+\sqrt{2}}{3}$

$\left(\frac{2-2-\sqrt{2}}{3}, \frac{2-2+\sqrt{2}}{3}\right) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

25. ∵ X– अक्ष, Y- अक्ष और रेखा $2x+3y=6$ से एक समकोण ΔAOB बनेगा जिसका कर्ण AB है, जहाँ



$A=(3,0)$ और $B=(0,2)$

कर्ण AB की लम्बाई = $\sqrt{(3-0)^2+(0-2)^2}$

$\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$ इकाई

∵ समकोण त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या कर्ण की आधी होती है।

∴ परिवृत्त की त्रिज्या = $\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{13}}{2}$ इकाई

26. बिन्दुओं (2, 3); (4, 5) तथा (6, 4) से बने त्रिभुज का

केन्द्रक $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)=\left(\frac{2+4+6}{3}, \frac{3+5+4}{3}\right)=\left(\frac{12}{3}, \frac{12}{3}\right)=(4,4)$

∴ केन्द्रक (4, 4) से तीसरे शीर्ष (6, 4) की दूरी = $\sqrt{(4-6)^2+(4-4)^2}$

$\sqrt{(-2)^2+O^2}=\sqrt{4}$ = 2 इकाई

27. दिया गया है समकोण त्रिभुज के आधार का समीकरण और लम्ब का समीकरण क्रमशः

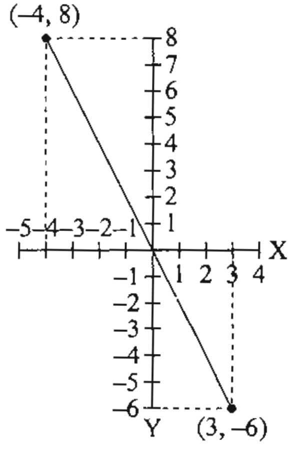
$2x-3y+18=0$ ....(1)

$3x-2y+7=0$ ....(2)

समकोण (1) और समीकरण (2) को हल करने पर, $x=1, y=5$

∴ समकोण त्रिभुज का लम्ब केन्द्र = (1, 5)

28. $(x_1, y_1)=(3, 6)$



$(x_2, y_2)=(-4,8)$

विभाजक बिन्दु $=(x,0)$

विभाजक बिन्दु का कोटि $=\frac{my_2+ny_1}{m+n}$

$\therefore 0=\frac{m\times 8\times n\times -6}{m+n}$

∴ $8m-6n=0 \Rightarrow 8m=6n$

∴ $\frac{m}{n}=\frac{6}{8} \Rightarrow m:n=3:4$ अन्तः

29. $(x_1, y_1) = (-3, 2),\ (x_2, y_2) = (2, -3)$

X–अक्ष पर विभाजक बिन्दु = $(x, 0)$

विभाजक बिन्दु का कोटि $= \dfrac{my_2 + ny_1}{m+n}$

$\therefore \quad 0 = \dfrac{m \times -3 + n \times 2}{m+n}$

$\therefore \quad -3m + 2n = 0 \Rightarrow 3m = 2n$

$\therefore \quad \dfrac{m}{n} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow m : n = 2 : 3$ अन्त:

30. दिया गया है

$Y-$अक्ष का समीकरण,

$x = 0$ ....(i)

$x + 3y = 5$ ....(ii)

$4x - 3y = 1$ ....(ii)

समीकरण (ii) में $x = 0$ रखने पर तथा $y = \dfrac{5}{3}$ रखने पर

$\therefore$ Y–अक्ष और रेखा (ii) का प्रतिच्छेद बिन्दु = $\left(0, \dfrac{5}{3}\right)$

समीकरण (iii) में $x = 0$ रखने पर $y = -\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ $Y-$अक्ष और रेखा (iii) का प्रतिच्छेद बिन्दु $= \left(0, \dfrac{-1}{3}\right)$

$\therefore$ $\left(0, \dfrac{5}{3}\right)$ तथा $\left(0, \dfrac{-1}{2}\right)$ के बीच की दूरी $= \sqrt{(0-0)^2 + \left(\dfrac{5}{3} + \dfrac{1}{3}\right)^2}$

$= \sqrt{0 + (2)^2} = 2$ इकाई

31. यदि दो रेखाएं $A_1x + B_1yC_1 = 0$ और $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ परस्पर समान्तर हों तो $\dfrac{A_1}{B_1} = \dfrac{A_2}{B_2}$

$\because \quad (a-1)x + 3y - 5 = 0$ और $(3-a)x - 4y + 2 = 0$ परस्पर समान्तर हैं।

$\therefore \quad \dfrac{(a-1)}{3} = \dfrac{(3-a)}{-4} \Rightarrow -4(a-1) = 3(3-a)$

$-4a + 4 = 9 - 3a$

$\Rightarrow -4a + 3a = 5$

$\Rightarrow -a = 5 \Rightarrow a = -5$

32. $(4x + y - 9) + A(3x - 2y - 4) = 0$

$4x + y - 9 = 0$ और $3x - 2y - 4 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु (x, y) होगा

अब $4x + y - 9 = 0$ और $3x - 2y - 4 = 0 \Rightarrow 4x + y = 9$ ....(i)

$3x - 2y = 4$ ....(ii)

समीकरण (i) और (ii) हल करने पर $x = 2;\ y = 1$

$\therefore$ स्थिर बिन्दु का निर्देशांक = $(x, y) = (2, 1)$

33. मूल बिन्दु से गुजरने वाली रेखीय समीकरण $Ax+By=0$ होता है।
$3x+2y-a=0$ मूल बिन्दु से गुजरती है।
$\therefore \quad a=0$

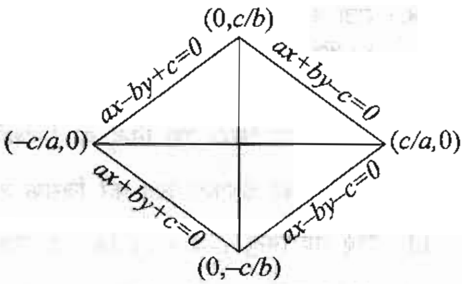
34. सरल रेखा $a+b=\sqrt{3}$ पर लम्ब रेखीय समीकरण- $a-b=\lambda \qquad (1)$
समीकरण (1) में (0, 0) भरने पर
$0-0=\lambda \Rightarrow \lambda=0$
$\therefore$ लम्ब रेखीय समीकरण- $a-b=0$

समीकरण $a+b=\sqrt{3}$ तथा $a-b=0$ को हल करने पर, $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}, y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ लम्ब का पाद $=(x,y)=\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}},\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

35. माना दी गई रेखाएँ PQ, QR, RS और SP है

$\left(0,-\dfrac{c}{b}\right)$



चतुर्भुज P Q R S का क्षेत्रफल = त्रिभुज PSR का क्षेत्रफल + त्रिभुज P Q R का क्षेत्रफल

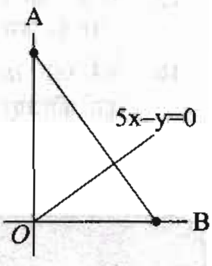
$=\left[\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2c}{c}\times\dfrac{c}{b}\right]+\left[\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2c}{b}\times\dfrac{c}{a}\right]$

$=\dfrac{c^2}{ab}+\dfrac{c^2}{ab}=\dfrac{2c^2}{ab}$

36. माना रेखा AB, रेखा $5x-y=0$ पर लंब है

रेखा AB की समीकरण $y=-\dfrac{x}{5}+c$

$x-$अक्ष पर बिन्दु $A(0,c)$ और (5 c, 0) रेखा AB को काटते है।



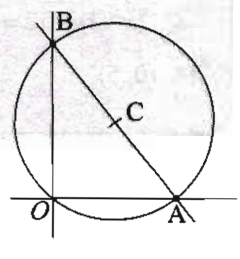
त्रिभुज OBA का क्षेत्रफल $5=\dfrac{1}{2}\times 5c\times c$

$5=\dfrac{5c^2}{2}\Rightarrow c^2=2\Rightarrow c=\pm\sqrt{2}$

वांछित समीकरण $y=-\dfrac{x}{5}\pm\sqrt{2} \Rightarrow 5y=-x\pm 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \quad x+5y\pm 5\sqrt{2}=0$

37. रेखा $3x+4y-24=0$ दी गई है
बिन्दु A (8, 0) x- अक्ष पर और बिन्दु B(0,6) y- अक्ष पर काटती है। $\angle O=90^\circ$
AOB एक अर्ध वृत्त है और AB एक व्यास है



वृत्त के परिकेन्द्र $\left(\dfrac{8+0}{2}\right),\left(\dfrac{0+6}{2}\right)=(4,3)$

प्रश्नमाला 1B

1. एक रेखा PQ का बिन्दु $P = (3, -4)$ तथा बिन्दु $Q = (5, y)$ है और रेखा PQ की लम्बाई $2\sqrt{2}$ इकाई हो तो y का मान ज्ञात कीजिए।
2. समकोण ΔMNO का $\angle O$ समकोण है और बिन्दु $M = (-2, 0)$, बिन्दु $N = (3, -2)$, बिन्दु $O = (8, -3)$ है तो त्रिभुज MNO का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
3. दिए गए तीन बिन्दु $(a, b), (4, 2), (-4, 3)$ तो a, b में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।
4. बिन्दुओं $(-3, 4)$ तथा $(6, 3)$ को X–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है।
5. उस रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो x– अक्ष के साथ 45° का कोण बनाती है और y–अक्ष पर 8 इकाई का अन्तः खण्ड काटती है।
6. कोई रेखा x–अक्ष और y–अक्ष पर क्रमशः –6 इकाई और 4 इकाई का अन्तः खण्ड काटती है। रेखीय समीकरण ज्ञात करे?
7. यदि रेखा AB, x–अक्ष पर 4 इकाई और y–अक्ष पर –2 इकाई का अन्तः खण्ड काटे, तो उसका समीकरण ज्ञात करें।
8. रेखा की समीकरण ज्ञात करे जिस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप –3 इकाई और लम्ब का धन x–अक्ष से झुकाव 150° है।
9. $7x + 4y + 28 = 0$ पर लम्ब रेखीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(3, 1)$ से होकर जाती है।
10. Y–अक्ष पर स्थित उस बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। जो बिन्दुओं $(1, 4)$ तथा $(3, 6)$ सें बना हो।
11. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करे जिसके शीर्ष क्रमशः $(6, 3), (2, 6), (-6, 3)$ तथा $(-5, -3)$ है।
12. दिए गए बिन्दु $(-4, -2), (6, -2)$ तथा $(7, b)$ यदि एक सरल रेखा पर है तो b का मान ज्ञात कीजिए।
13. दो बिन्दुओं A (5, 4) तथा B (5, 3) है। रेखा AB को बिन्दु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $AC = \frac{3}{2}$ BC तो बिन्दु C का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
14. उस रेखीय समीकरण क्या होगा, जो x–अक्ष की धन दिशा से 60° का कोण बनाये और y–अक्ष पर –5 इकाई का अन्तः खण्ड काटे।
15. किसी रेखा PQ पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की माप 4 इकाई और लम्ब का धन x–अक्ष से झुकाव 120° है। उस रेखीय समीकरण क्या होगा?
16. यदि रेखा $ax + by + c = 0$ तथा $5x + 6y + 19 = 0$ परस्पर लम्ब हों तो रेखा $ax + by + c = 0$ की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 1B)

1. $y = -6$ **2.** $2\frac{1}{2}$ **3.** 20 **4.** 4:3 **5.** $x - y + 8 = 0$

6. $2x - 3y + 12 = 0$ **7.** $x - 2y - 4 = 0$ **8.** $\sqrt{3}x - y - 6 = 0$ **9.** $4x - 7y = 5$

10. (0, 5) **11.** 54 वर्ग इकाई **12.** –2 **13.** (5, 1) **14.** 0 **15.** 0 **16.** $= \frac{6}{5}$

दिये गए प्रश्नों के हल | प्रश्नमाला 1B

1. $(x_1, y_1) = (3, -4)$; $(x_2, y_2) = (5, y)$; $d = 2\sqrt{2}$ इकाई

$\therefore \quad d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$\Rightarrow \quad d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \qquad \Rightarrow \quad (2\sqrt{2})^2 = (3-5)^2 + (-4-y)^2$

$\Rightarrow \quad 8 = (-2)^2 + (-4-y)^2 \qquad \Rightarrow \quad (-4- \quad) = 4$

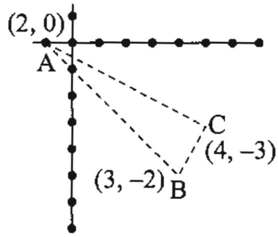
$\Rightarrow \quad (-4-y) = 2 \qquad \Rightarrow \quad -y = 2+4 = 6$

$\Rightarrow \quad y = -6$

2. $M = (-2, 0) = (x_1, y_1)$

$N = (3, -2) = (x_2, y_2)$

$O = (8, -3) = (x_3, y_3)$



प्रथम विधि

$\therefore$ Δ MNO का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[-2 \times (-2+3) + 3(-3-0) + 8(0+2)]$

$= \frac{1}{2}[-2 \times 1 + 3 \times (-3) \times 8(2)]$

$= \frac{1}{2}[-2-9+16] = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई

3. $(x_1, y_1) = (a, b), (x_2, y_2) = (4, 2), (x_3, y_3) = (-4, 3)$

$\therefore \quad x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$

$\therefore \quad a(2-3) + 4(3-b) + -4(b-2) = 0$

$\therefore \quad -a + 12 - 4b - 4b + 8 = 0$

$\therefore \quad -a - 8b + 20 = 0$

$\therefore \quad -(a+8b) = -(20) \Rightarrow a + 8b = 20$

4. दिया गया है $(x_1, y_1) = (-3, 4), (x_2, y_2) = (6, 3)$

माना X–अक्ष पर स्थित विभाजक बिन्दु $(a, 0)$ है। जो रेखा को m : n के अनुपात में विभाजित करता है।

अब विभाजन की कोटि $(y) = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

$\therefore \quad 0 = \frac{m \times 3 + n \times 4}{m+n} \Rightarrow 3m + 4n = 0$

$\therefore \quad 3m = -4n \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{-4}{3}$

$\therefore$ m : n = –(4 : 3) = 4 : 3 बाह्यत:

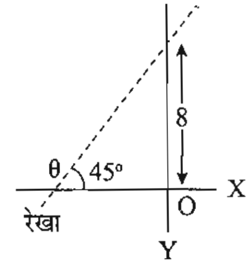
5. c = 8 इकाई, θ = 45°

∴ प्रवणता (m) = tan 45° = 1

∴ रेखीय समीकरण $y = mx + c$

$y = 1\times x + 8 \Rightarrow y = x + 8$

∴ $x - y + 8 = 0$



6. a = –6 इकाई, b = 4 इकाई

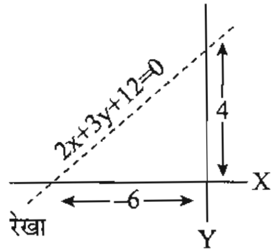
∴ रेखीय समीकरण, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

∴ $\frac{x}{-6}+\frac{y}{4}=1$

∴ $\frac{-2x+3y}{12}=1$

∴ $-2x+3y=12$

∴ $2x-3y+12=0$



7. a = 4 इकाई, b = –2 इकाई

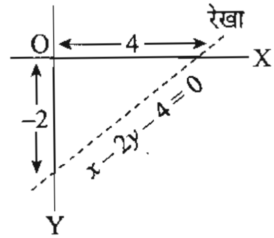
∴ रेखीय समीकरण, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

∴ $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}=1$

∴ $\frac{x-2y}{4}=1$

∴ $x-2y=4$

∴ $x-2y-4=0$



8. α = 150°, P = –3 इकाई

∴ रेखा का लम्ब रूप समीकरण,

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

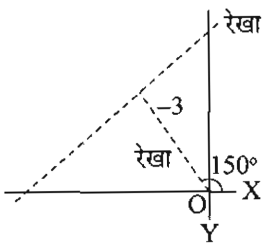
∴ $x\cos 150° + y\sin 150° = -3$

∴ $x\times -\frac{-\sqrt{3}}{2} + y\times\frac{1}{2} = -3$

∴ $-\frac{\sqrt{3}x}{2}+\frac{y}{2}=-3$

∴ $-\sqrt{3}x + y = -6$

∴ $\sqrt{3}x - y - 6 = 0$



9. $7x+4y+28=0$ पर लम्ब रेखीय समीकरण,

$4x-7y=\lambda$ ....(i)

समीकरण (i) को $(3, 1)$ से सन्तुष्ट कराने पर-

$4\times 3-7\times 1=5$

समीकरण (i) में λ का मान रखने पर-

$4x-7y=5$

10. माना y–अक्ष पर स्थित बिन्दु $(0, y)$ है।

$\therefore$ $(0, y)$ से बिन्दु $(1, 4)$ तक की दूरी $=(0, y)$ से बिन्दु $(3, 6)$ तक की दूरी

$\therefore \sqrt{(0-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(0-3)^2+(y-6)^2}$

$\therefore (-1)^2+(y-2)^2 = (-3)^2+(y-6)^2$

$\therefore 1+y^2+4-4y=9+y^2+36-12y$

$\therefore -4y+12y=-5+45 \Rightarrow 8y=40 \Rightarrow y=5$

$\therefore$ y–अक्ष पर स्थित बिन्दु $=(0, y)=(0, 5)$

11. चतुर्भज PQRS में P (6, 3), Q (2, 6), R = (–6, 3) तथा S = (–5, –3)। विकर्ण PR की रचना करने पर दो त्रिभुज PQR और RSP बनते है।

$\therefore$ PQR का क्षेत्रफल

$=\frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[6(6-3)+2(3-3)+(-6)(3-6)\right]$

$\frac{1}{2}\left[6\times3+2\times0+(-6)(-3)\right]$

$\frac{1}{2}[18+0+18]=\frac{1}{2}\times36=18$ वर्ग इकाई

Δ RSP का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\left[-6(-3-3)^{+}-5(3-3)+6(3-(-3))\right]$

$\frac{1}{2}\left[(-6\times-6)+5(0)+6(6)\right]=\frac{1}{2}[36-0+36]$

$=\frac{1}{2}\times72=36$ वर्ग इकाई

$\therefore$ PQRS का क्षेत्रफल – Δ PQR का क्षेत्रफल + ΔRSP का क्षेत्रफल = 18 + 36 = 54 वर्ग इकाई

12. $(x_1, y_1)=(-4, -2), (x_2, y_2)=(6, -2), (x_3, y_3)=(7, b)$

$\therefore x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)=0$

$\therefore -4(-2-b)+6(b+2)+7(-2+2)=0$

$\therefore 8+4b+6b+12+7\times0=0$

$\therefore 10b+20=0$

$\Rightarrow b=\frac{-20}{10}=-2$

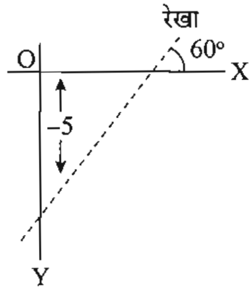
13. $\because AC=\frac{3}{2}BC \Rightarrow \frac{AC}{BC} \Rightarrow m:n=3:2$

बिन्दु C रेखा AB को बाह्यत: विभाजित करता है।

$\therefore$ बिन्दु C का निर्देशांक $=\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$

$=\left(\frac{3\times5-2\times5}{3-2}, \frac{3\times3-2\times4}{3-2}\right) = \left(\frac{15-10}{1}, \frac{9-8}{1}\right)=(5, 1)$

14. c = –5 इकाई, $\theta = 60^\circ$



∴ प्रवणता (m) = $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

∴ रेखीय समीकरण y = mx + c

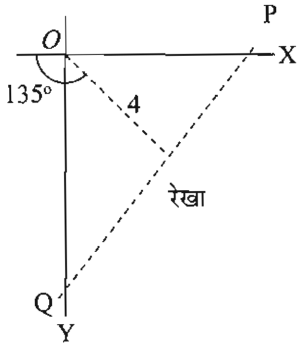
∴ $y = \sqrt{3} \times x + (-5)$

$\Rightarrow \sqrt{3}x - y - 5 = 0$

15. $\alpha = 120^\circ$, P = 4 इकाई

∴ रेखीय लम्ब रूप समीकरण,

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$



∴ $x\cos 120^\circ + y\sin 120^\circ = 4$

$$x \times -\frac{1}{2} + y \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \Rightarrow \frac{-x + \sqrt{3}y}{2} = 4$$

$$-x + \sqrt{3}y = 8 \Rightarrow x - \sqrt{3}y + 8 = 0$$

16. माना रेखा $ax + by + c = 0$ की प्रवणता m_1 है।

रेखा $5x + 6y + 19 = 0$ की प्रवणता $= \frac{-5}{6}$

$\because m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow m_1 \times \left(\frac{-5}{6}\right) = -1$

∴ $m_1 = -1 \times \frac{-6}{5} = \frac{6}{5}$