

त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग

(Applications of Trigonometry)

12.1 प्रस्तावना

सामाजिक शास्त्र में आपने पढ़ा है कि विश्व में सबसे ऊँचे पहाड़ की चोटी माऊण्ट एवरेस्ट है और इसकी ऊँचाई 8848 मी. है।

आदिलाबाद जिले में 'कुण्डाला जलप्रपात' यह आंध्रप्रदेश में सबसे ऊँचा जल प्रपात है। इसकी ऊँचाई 147 फीट है।

क्या इन ऊँचाइयों को मापन टेप द्वारा मापा जा सकता है? ये ऊँचाइयाँ कैसी नापी जाती हैं? क्या आप आपकी पाठशाला भवन अथवा सबसे ऊँचे पेड़ जो आपकी पाठशाला में अथवा इसके पास है, उनकी ऊँचाई नाप सकते हैं?



कुछ उदाहरणों द्वारा हम ये समझेंगे। विजया एक खजूर के पेड़ की ऊँचाई जानना चाहती है। वह पेड़ के सबसे ऊपर के बिंदु का स्थान निर्धारित करने का प्रयत्न करती है। वह उसकी आँख और वह बिंदु को मिलाने वाली रेखा की कल्पना भी करती है।

यह रेखा 'दृष्टि रेखा' कहलाती है। वह अपने आँख से पेड़ तक, जमीन को समानान्तर, क्षैत्रिय रेखा की भी कल्पना करती है।

यहाँ, 'दृष्टिरेखा', 'क्षैतिज रेखा' और 'पेड़' द्वारा समकोण त्रिभुज बनता है।

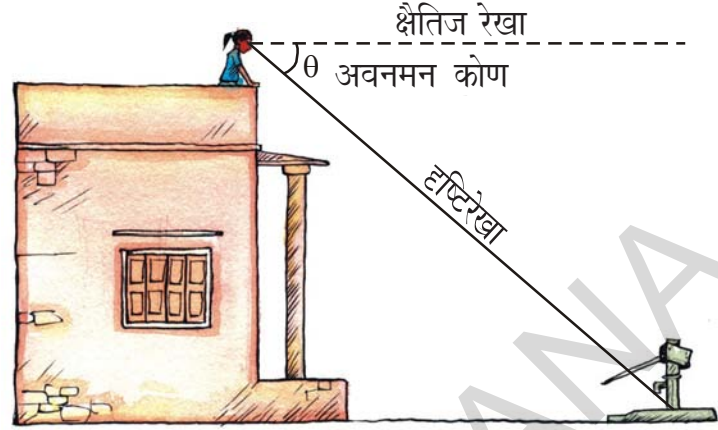
पेड़ की ऊँचाई जानने के लिए उसे इस त्रिभुज में कोण और भुजा जानने की आवश्यकता है।

दृष्टिरेखा, क्षैतिज रेखा के ऊपर रहती है और दृष्टिरेखा (line of sight) और क्षैतिज रेखा (horizontal line) के बीच का कोण उन्नत कोण (angle of elevation) कहलाता है।



मान लीजिए, आप अपने पाठशाला भवन के शीर्ष स्थान पर खड़े हैं। आप बोरवेल (bore well) से भवन जिस पर आप खड़े हो, तक दूरी ज्ञात करना चाहते हैं।

आपकी आँख से, बोरवेल के आधार की दृष्टिरेखा, आपकी आँख से क्षैतिज रेखा के नीचे रहती है।



यहाँ, दृष्टिरेखा और क्षैतिज रेखा के बीच का कोण 'अवनमन कोण' (angle of depression) कहलाता है।

सैकड़ों वर्षों से, भूमापन करने वाले सर्वेक्षक (surveyors) द्वारा त्रिकोणमिति का उपयोग किया जा रहा है। सर्वेक्षण की प्रक्रिया में उन्नयन कोण अथवा अवनमन कोण नापने के लिए 'थिऑडलाइट' (Theodolite) उपकरण का उपयोग करते हैं। 19 वीं शताब्दी में, ब्रिटिश इंडिया द्वारा "great trigonometric survey" परियोजना के सर्वेक्षण के समय में, विश्व में सबसे ऊँची पहाड़ की चोटी, हिमालय पर्वत पर पायी गई है। 160 कि.मी. दूरी से, 6 अलग-अलग स्टेशन से पर्वत की चोटी देखी गई और इसके ऊँचाई की गणना की गई। 1856 में इस चोटी का नाम 'सर जार्ज एवरेस्ट' के नाम पर रखा गया है जो इस योजना के अधिकारी थे और सर्वप्रथम इन्होंने विशाल थिऑडलाइट का उपयोग किया। ये थिऑडलाइट, देहरादून में सर्वे ऑफ इंडिया के संग्रहालय में देखने के लिए रखे हैं।

12.2 समस्याएँ हल करने के लिये आकृति बनाना

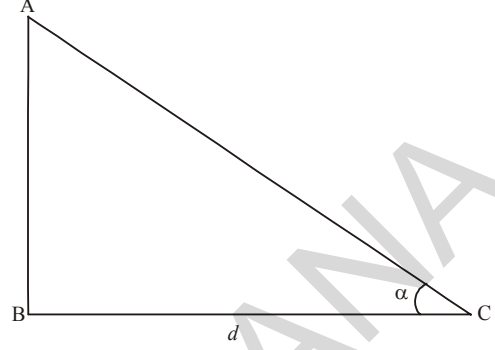
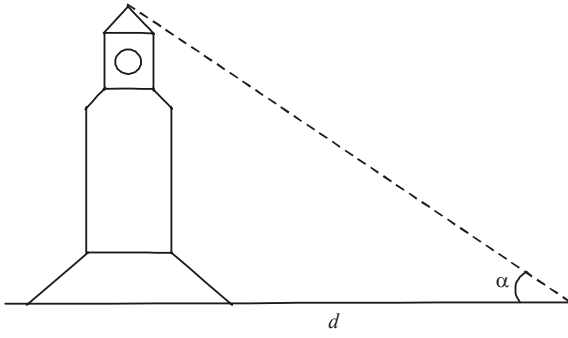
जब हम ऊँचाई और दूरी के प्रश्न हल करना चाहते हैं तो हम निम्नलिखित सूचियों को ध्यान में रखना चाहिए।

- (i) सभी वस्तुएँ जैसे मीनार, पेड़, भवन, जहाज, पर्वत, आदि को गणितीय उपयुक्तता के लिए 'रेखा' के रूप में लेना चाहिए।
- (ii) उन्नयन कोण अथवा अवनमन कोण, क्षैतिज रेखा के संदर्भ के साथ लेना चाहिए।
- (iii) निरीक्षक की ऊँचाई नगण्य (neglected) मानी जाती है, यदि वह प्रश्न में न दी गयी हो।

जब हम उन्नयन कोण अथवा अवनमन कोण पर ऊँचाई और दूरी ज्ञात करने का प्रयत्न करते हैं तो, हमें इसकी ज्यामितीय आकृति मन में स्पष्ट रूप से देखना चाहिए। हमें इसकी आकृति खींचना आवश्यक है और इन आकृतियों की सहायता से, हम समस्याओं को हल कर सकते हैं।

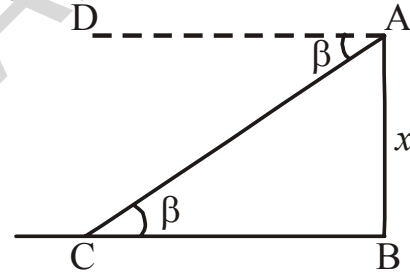
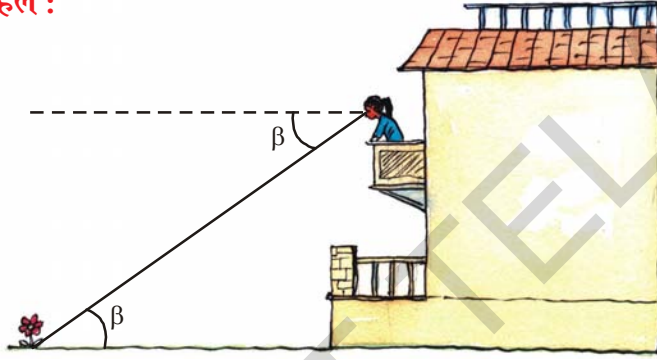
उदाहरण-1. निरीक्षक से d मी दूरी पर एक घंटाघर का आधार है और घंटाघर के सिरे का उन्नयन कोण α° पाया गया। इस डाटा (आंकड़ों) के लिए आकृति बनाइए।

हल: आकृतियाँ नीचे दिखाए अनुसार रहती है।



उदाहरण-2. रिन्की एक भवन के प्रथम मंजिल के बालकनी से, जमीन पर स्थित फूल को अवनमन कोण β° पर देखती है। भवन के प्रथम मंजिल की ऊँचाई x मी. है। इस डाटा के लिए आकृति बनाइए।

हल :

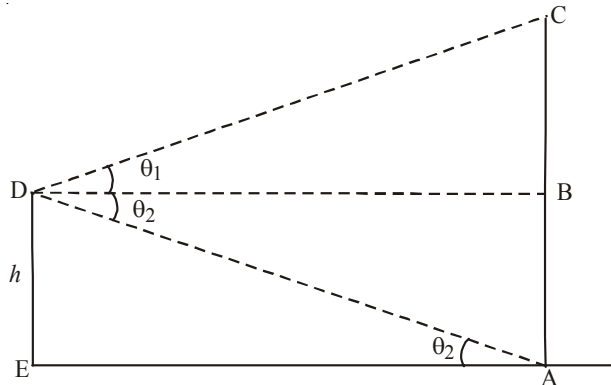
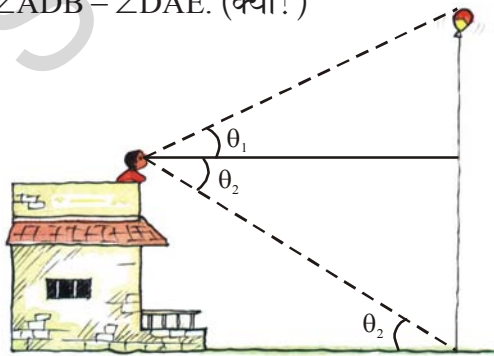


यहाँ $\angle DAC = \angle BCA = \beta$ (क्यों?)

उदाहरण-3. एक बड़ा गुब्बारा, रस्सी से बंधा हुआ है और वह हवा में उड़ रहा है। एक मनुष्य जो भवन के शीर्षस्थान पर है, इसे उन्नयन कोण θ_1 पर रस्सी का आधार अवनमन कोण θ_2 पर देखता है। भवन की ऊँचाई h फीट है। इस डाटा के लिए आकृति बनाइए।

हल : हम देख सकते हैं कि

$\angle ADB = \angle DAE$. (क्यों?)





यह कीजिए।

- निम्न स्थितियों के लिये आकृति बनाइए।
 - एक व्यक्ति, उन्नयन कोण α पर पतंग उड़ा रहा है। उसके हाथ से पतंग तक धागे की लंबाई ' l ' है।
 - नदी के एक किनारे पर h ऊँचाई का पेड़ है। इसके शीर्ष से एक व्यक्ति नदी के दोनों किनारों को अवनमन कोण θ_1 और θ_2 ($\theta_1 < \theta_2$) पर देखता है। नदी की चौड़ाई ' d ' है।



सोचिए - चर्चा कीजिए।

- आप एक भवन के आधार से, आपकी पाठशाला भवन जो d मीटर दूरी पर स्थित है, उसके सिरे को उन्नयन कोण α पर देख रहे हो।
भवन की ऊँचाई ज्ञात करने के लिए आप कौन सा त्रिकोणमितीय अनुपात उपयोग में लाना, चाहते हैं?
- एक सीढ़ी जो x मी. लम्बी है, जमीन से θ कोण बनाती हुई, दीवार के सहारे टिकी हुई है। दीवार पर कौनसे बिन्दु पर सीढ़ी स्पर्श कर रही है, उस बिन्दु की ऊँचाई ज्ञात करने के लिए आप कौन से त्रिकोणमितीय अनुपात का उपयोग करेंगे?

अब तक, दी गई स्थितियों के अनुसार आकृति कैसे बनाते हैं, इसकी चर्चा हमने की। अब, हम ऊँचाई और दूरी कैसे ज्ञात करते हैं इसकी चर्चा करेंगे।

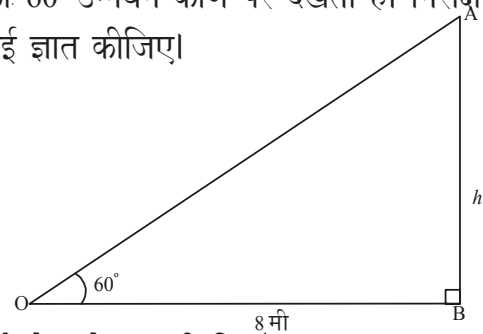
उदाहरण-4. एक बालक बिजली के स्तम्भ के शीर्ष को 60° उन्नयन कोण पर देखता है। निरीक्षण बिंदु, स्तम्भ के आधार से 8 मी. दूर है। स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : आकृति से, त्रिभुज OAB में

$$OB = 8 \text{ मी.}$$

$$\angle AOB = 60^\circ$$

$$\text{माना कि स्तम्भ की ऊँचाई} = AB = h \text{ मी.}$$



(ΔOAB में, कोण $\angle AOB$ की आसन्न भुजा हम जानते हैं। और इसकी विपरीत भुजा ज्ञात करना हमें आवश्यक है। इसलिए हमें प्रश्न को हल करने के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात “tan” का उपयोग अवश्य करना होगा।)

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{OB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{8}$$

$$h = 8\sqrt{3} \text{ मी.}$$

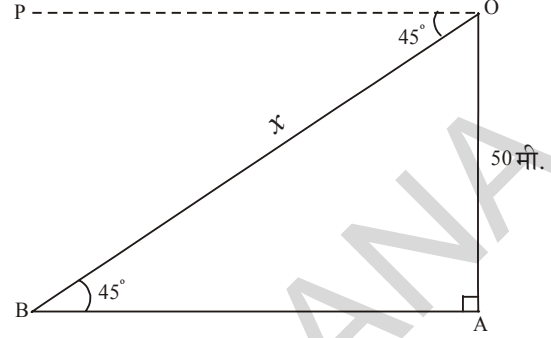
उदाहरण -5. राजेन्द्र हेलीकाप्टर से जमीन पर खड़े एक व्यक्ति को 45° अवनमन कोण से देखता है। यदि हेलीकाप्टर जमीन से 50 मी. ऊँचाई पर उड़ता है तो, राजेन्द्र से उस व्यक्ति की दूरी क्या होगी?

हल: आकृति से, त्रिभुज OAB में,

$$OA = 50 \text{ मी.}$$

$$\angle POB = \angle ABO = 45^\circ \text{ (क्यों?)}$$

$$OB = \text{राजेन्द्र से व्यक्ति की दूरी} = x.$$



(हम जानते हैं कि त्रिभुज OAB में, कर्ण OB ज्ञात करना आवश्यक है और $\angle OBA$ की विपरीत भुजा हमें ज्ञात है।)

$$\sin 45^\circ = \frac{OA}{OB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{50}{x}$$

$$x = 50\sqrt{2} \text{ मी.}$$

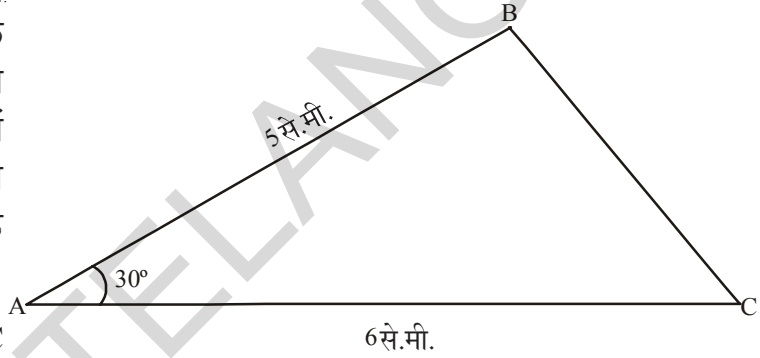
(व्यक्ति से राजेन्द्र की दूरी $50\sqrt{2}$ मी. है।)



अभ्यास - 12.1

1. एक मीनार जमीन पर उर्ध्वाधर है। मीनार के आधार से 15 मी दूरी पर स्थित बिंदु से, मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 45° है। मीनार की ऊँचाई क्या होगी?
2. एक पेड़ आँधी के कारण टूटता है और टूटे हुए पेड़ का शीर्ष जमीन पर 30° का कोण बनाते हुए स्पर्श करता है। जमीन पर पेड़ का आधार और इसके शीर्ष के बीच की दूरी 6 मी. है। नीचे गिरने से पहले पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
3. एक ठेकेदार बगीचे में बच्चों को खेलने के लिए एक सरकन (slider) स्थिर करना चाहता है। वह इसे 2 मी ऊँचाई पर और जमीन से 30° का कोण बनाते हुए स्थिर करना चाहता है। सरकन की लम्बाई कितनी होगी?
4. सुबह 7 बजे 15 मी. ऊँचे स्तम्भ की छाया की लम्बाई $15\sqrt{3}$ मी. रहती है। तो इस समय सूर्य-किरणों का जमीन के साथ उन्नयन कोण कितना होगा?
5. आप तीन रस्सियों के सहारे एक 10 मी. ऊँचे स्तम्भ की स्थापना करना चाहते हो। प्रत्येक रस्सी द्वारा स्तम्भ के साथ 30° का कोण बनना चाहिए तो रस्सी की लम्बाई क्या होगी?

6. मान लीजिए कि एक 6 मी ऊँची इमारत के शीर्ष स्थान से जमीन पर 60° का अवनमन कोण बनाते हुए एक निशाने पर तीर छोड़ रहे हैं। आपसे निशाने (target) की दूरी क्या होगी?
7. एक बिजली मिसत्री (इलेक्ट्रीशियन) एक 9 मी. ऊँचे स्तम्भ पर बिजली आपूर्ति के लिए, मरम्मत करना चाहता है। मरम्मत करने के लिए उसे स्तम्भ के सिरे से 1.8 मी. नीचे तक पहुँचना आवश्यक है। इसके लिए उपयोग में आने वाली सीढ़ी की लम्बाई कितनी होनी चाहिए, यदि वह जमीन के साथ 60° का कोण बनाते हुए सीढ़ी पर चढ़ता है तो स्तम्भ के आधार और सीढ़ी के आधार के बीच दूरी क्या होगी?
8. एक नाव को नदी पार करना है। वह नदी के प्रवाह के कारण किनारे के साथ 60° कोण बनाते हुए, नदी के किनारे पर पहुँचने के लिए 600 मी. की दूरी तय करता है तो नदी की चौड़ाई क्या होगी?
9. एक निरीक्षक की ऊँचाई 1.8 मी. है, वह खजूर के पेड़ से 13.2 मी. की दूरी पर खड़ा है। उसकी आँखों से पेड़ की ऊँचाई का उन्नयन कोण 45° है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
10. दी गयी आकृति में, AC = 6 से.मी., AB = 5 से.मी. और $\angle BAC = 30^\circ$ । त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

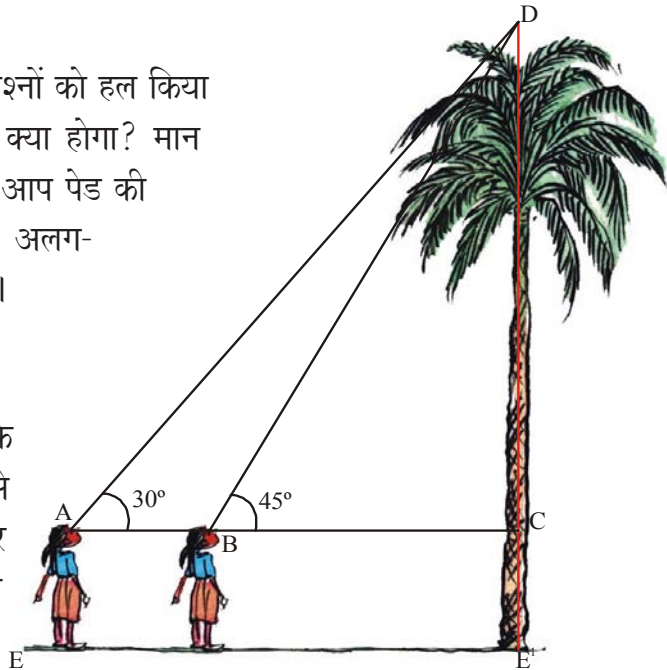


12.3 दो त्रिभुजों के लिए हल

हमने एक त्रिभुज पर आधारित प्रश्नों को हल किया है? यदि दो त्रिभुज हों तो उसका हल क्या होगा? मान लीजिए, पेड़ के एक ओर खड़े हो और आप पेड़ की ऊँचाई जानना चाहते हैं तथा पेड़ को अलग-अलग निरीक्षण-बिंदु से देखना चाहते हैं।

ऐसा आप कैसे कर सकते हैं?

मान लीजिए, आप एक खजूर के वृक्ष के सिरे को 45° उन्नयन कोण से देख रहे हैं। जब आप वृक्ष से 11 मी. दूर जाकर, वृक्ष के सिरे को देखेंगे तो उन्नयन कोण 30° बनता है।



अब हम यह देखेंगे कि पेड़ की ऊँचाई कैसे ज्ञात की जाती है।

आकृति से, हमें पता चलता है कि

$$AB = 11 \text{ मी.}$$

$$\angle CAD = 30^\circ$$

$$\angle CBD = 45^\circ$$

माना कि खजूर के पेड़ की ऊँचाई $CD = h$ मी.

और BC की लम्बाई $= x$

$$AC = 11 + x$$

त्रिभुज BDC से

$$\tan 45^\circ = \frac{DC}{BC}$$

$$1 = \frac{h}{x} \Rightarrow x = h \quad \dots(1)$$

त्रिभुज ADC से, $\tan 30^\circ = \frac{DC}{AC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{11+x}$$

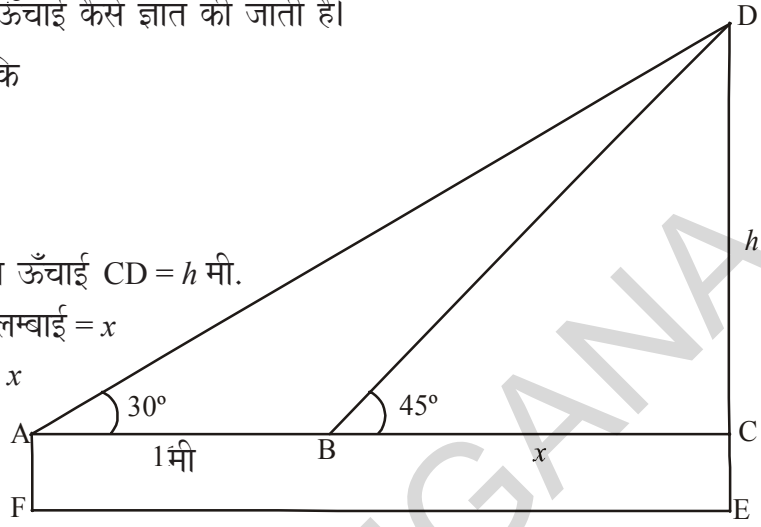
$$h = \frac{11+x}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{11}{\sqrt{3}} + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$h - \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sqrt{3}}$$

$$h \frac{(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{11}{(\sqrt{3}-1)} \text{ मीटर}$$



टिप्पणी: खजूर के पेड़ की कुल ऊँचाई $CD + CE$ है जहाँ $CE = AF$, जो इस लड़की की ऊँचाई है।

उदाहरण-6. एक 30 मीटर ऊँचे मंदिर के दोनों ओर दो व्यक्ति खड़े हैं और देखते हैं कि मंदिर के सिरे का उन्नयन कोण (angle of elevation) क्रमशः 30° और 60° है। तो उन दो व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : मंदिर की ऊँचाई $BD = 30$ मी.

पहले व्यक्ति का उन्नयन कोण $\angle BAD = 60^\circ$

माना कि प्रथम व्यक्ति और मंदिर के बीच की दूरी, $AD = x$ और

दूसरे व्यक्ति और मंदिर के बीच की दूरी, $CD = d$

$\triangle BAD$ से

$$\tan 30^\circ = \frac{BD}{AB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{30}{x}$$

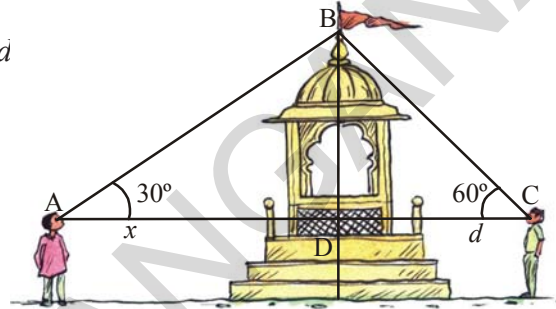
$$x = 30\sqrt{3} \dots\dots (1)$$

$\triangle BCD$ से

$$\tan 60^\circ = \frac{BD}{d}$$

$$\sqrt{3} = \frac{30}{d}$$

$$d = \frac{30}{\sqrt{3}} \dots\dots (2)$$



(1) और (2) से दो व्यक्तियों के बीच की दूरी $= BC + BA = x + d$

$$= 30\sqrt{3} + \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30 \times 4}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

उदाहरण-7. एक राजमार्ग सड़क (high way), एक मीनार के आधार की ओर जाती है। मीनार के सिरे पर खड़ा रामय्या एक कार को अवनमन कोण (angle of depression) से देखता है। कार एक समान वेग से मीनार के आधार की ओर आ रही है। 6 सेकेंड पश्चात कार का अवनमन कोण 60° पाया गया। इस बिंदु से कार द्वारा मीनार के आधार तक पहुँचने के लिए लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि 6 सेकेंड में कार द्वारा तय की गई दूरी $= AB = x$ मी.

मीनार की ऊँचाई

$CD = h$ मी.

कार द्वारा तय की गई शेष दूरी

$BC = d$ मी.

और $AC = AB + BC = (x + d)$ मी.

$\angle ADP = \angle DAP = 30^\circ$ (क्यों?)

$\angle BDP = \angle DBP = 60^\circ$ (क्यों?)

$\triangle BCD$ से

$$\tan 60^\circ = \frac{CD}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{d}$$

$$h = \sqrt{3}d \quad \dots(1)$$

$\triangle ACD$ से

$$\tan 30^\circ = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{(x+d)}$$

$$h = \frac{(x+d)}{\sqrt{3}} \quad \dots(2)$$

(1) और (2) से

$$\frac{x+d}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}d$$

$$x+d = 3d$$

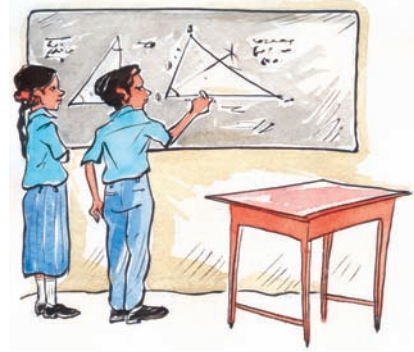
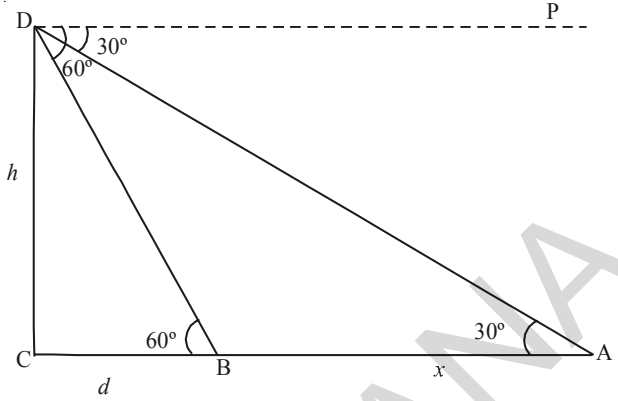
$$x = 2d$$

$$d = \frac{x}{2}$$

‘x’ मी. दूरी तय करने के लिये लगा समय = 6 सेकण्ड

‘d’ मी. दूरी तय करने के लिये लगा समय,

$$\text{i.e., } \frac{x}{2} \text{ मी.} = 3 \text{ सेकण्ड}$$



अभ्यास - 12.2

1. एक TV टावर, रास्ते के एक ओर उर्ध्वाधर दिशा में स्थित है। टावर के विपरीत दिशा में, रास्ते के दूसरी ओर स्थित किसी बिंदु से, मीनार के सिरे का उन्नयन कोण 60° है। इन बिंदुओं से 10 मी. दूरी पर स्थित किसी दूसरे बिंदु से, जो टावर का आधार और प्रथम बिंदु को मिलाने वाली रेखा पर है, टावर के सिरे का उन्नयन कोण 30° है। टावर की ऊँचाई और रास्ते की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

2. एक 30 मी. ऊँचे मंदिर के शिखर को, एक 1.5 मी. ऊँचाई का लड़का कुछ दूरी पर स्थित बिंदु से देख रहा है। उसकी आँख से मंदिर के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° तक बढ़ता है। जैसे वह मंदिर की ओर चलता है। उसने मंदिर की ओर कितनी दूरी तय ज्ञात कीजिए।
3. 2 मी. ऊँचे चबूतरे पर एक पुतला (statue) रखा है। जमीन पर स्थित किसी चबूतरे के सिरे का उन्नयन कोण 60° है और इसी बिंदु से, चबूतरे के सिरे का उन्नयन कोण 45° है। पुतले की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
4. किसी भवन के सिरे से, सेल टावर के सिरे का उन्नयन कोण 60° है और इसके आधार से अवनमन कोण 45° है। यदि टावर से भवन की दूरी 7 मी. हो तो टावर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
5. एक 18 मी. लम्बी तार, बिजली के स्तंभ के साथ जमीन से उन्नयन कोण 30° बनाती हुई, बांधी गई थी। तार की लम्बाई की अधिकता के कारण, वह काटी गई और जमीन से 60° उन्नयन कोण बनाती हुई बांधी गई। तार कितनी लम्बाई से काटी गयी?
6. एक मीनार के आधार से, किसी भवन के सिरे का उन्नयन कोण 30° है और भवन के आधार से मीनार के सिरे का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार की ऊँचाई 30 मी. हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
7. समान ऊँचाई के दो स्तंभ, मार्ग के दोनों ओर एक दूसरे के विपरीत दिशा में हैं। मार्ग 120 फीट चौड़ा है। मार्ग पर इनके बीच स्थित किसी बिंदु से स्तंभों के सिरे के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। स्तंभ की ऊँचाई और बिंदु से स्तंभों की दूरियाँ ज्ञात कीजिए।
8. दो बिंदु जो 4 मी. और 9 मी. की दूरी पर जहाँ से टावर के शिखर का उन्नत कोण एक दूसरे के पूरक हो तो टावर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
9. जमीन पर स्थित बिंदु A से जेट हवाई जहाज का उन्नयन कोण 60° है। 15 सेकण्ड उड़ान के पश्चात्, उन्नयन कोण 30° में बदलता है। यदि हवाई जहाज $1500\sqrt{3}$ मीटर ऊँचाई से उड़ान भरता है तो हवाई जहाज का वेग ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$)
10. एक भवन के आधार से एक मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। और मीनार के आधार से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 60° बनता है। मीनार और भवन की ऊँचाइयों का अनुपात क्या होगा?

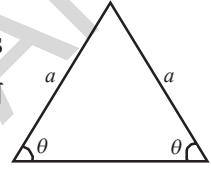


वैकल्पिक अभ्यास

[यह अभ्यास परीक्षा के लिए नहीं है]

1. एक 1.2 मी. लम्बी लड़की जमीन से 88.2 मी ऊँचाई पर हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। तो लड़की के आँखों के साथ गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° रहता है। कुछ समय पश्चात् उन्नयन कोण 30° होता है। उस अंतराल में गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

2. तीन नाव A, B, C से लाइट हाऊस के शिखर का उन्नयन कोण क्रमशः $a, 2a, 3a$ है। यदि A तथा B के बीच की दूरी x मी. हो तो लाइट हाऊस की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
3. एक अलमारी का अंतःभाग घनाभ (cuboidical) के आकार में है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई $1 : \sqrt{2} : 1$ अनुपात में है। अधिकतम लम्बाई की छड़ी अलमारी के भीतर रखी गयी है तो इस छड़ी द्वारा बनने वाला कोण कितना होगा?
4. लोहे के गोले जिनका आयतन 232842 से.मी.³ है। उन्हें पिघलाकर शंकु आकार में बदला गया जिसका शिर्ष कोण 120° हो तो उसकी ऊँचाई तथा आधार ज्ञात कीजिए?
5. सिद्ध कीजिए कि एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $A = a^2 \sin \theta \cos \theta$ जहाँ a समान भुजाओं में से एक भुजा की लम्बाई है और θ समान कोणों में से एक कोण का माप है।
6. समकोणीय वृत्ताकार बेलनकार ऊँचाई ' h ' त्रिज्या ' r ', वाला टावर जमीन पर खड़ा है। मानलो बिन्दु ' p ' जमीन पर क्षैतिज रेखा में है। तथा ABC शिखर का अर्धवृत्तीय कोना है। उस पर p का निकटतम बिन्दु B है बिन्दु A तथा B पर कोण क्रम 45° और 60° हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{h}{r} = \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$.



हमने क्या चर्चा की :

इस अध्याय में, हमने निम्न बातों को पढ़ा।

1. (i) दृष्टि रेखा (line of sight) यह निरीक्षक के आँख से, उससे देखी जाने वाली वस्तु पर स्थित बिंदु तक खींची गई रेखा होती है।
 (ii) अवलोकन की गई वस्तु का उन्नयन कोण, यह दृष्टिरेखा द्वारा क्षैतिज के साथ बना हुआ कोण है जब वस्तु क्षैतिज सतह से ऊपर रहती है, अर्थात् वह स्थिति जब हम वस्तु देखने के लिए अपना सिर ऊँचा करते हैं।
 (iii) अवलोकन की गई वस्तु का अवनमन कोण, यह दृष्टिरेखा द्वारा क्षैतिज के साथ बना हुआ कोण है जब वस्तु क्षैतिज सतह से नीचे रहती है, अर्थात् वह स्थिति जब हम वस्तु देखने के लिए अपना सिर नीचे झुकाते हैं।
2. किसी वस्तु की ऊँचाई अथवा लंबाई एवं दो वस्तुओं के बीच की दूरी का निर्धारण त्रिकोणमितीय अनुपातों द्वारा कर सकते हैं।