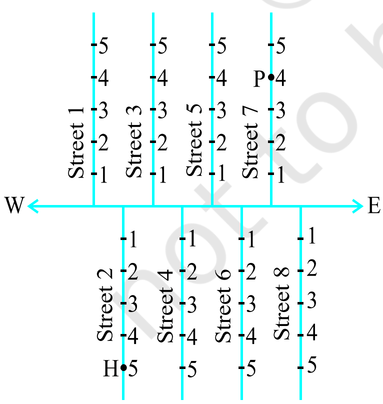
باب 3

مختص جیومیٹری (Coordinate Geometry)

3.1 تعارف: (Introduction)

آپ پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ کسی نقطہ کو عددی خط یعنی حقیقی عددی خط پر کس طرح تلاش (Locate) کیا جاتا ہے۔آپ بھی یہ جانتے ہیں کہ خط پر کسی نقطہ کے مقام کو کس طرح بیان کیا جاتا ہے،اب بھی بہت سی ایسی صورت حال ہیں جن میں ہمیں وہ نقطہ معلوم کرنا ہوتا ہے جس کے مقام کو ایک خط سے زیادہ کے حوالے سے بیان کیا جاسکے۔مثال کے طور پر مندرجہ ذیل صورت حال پر غور کیجیے۔



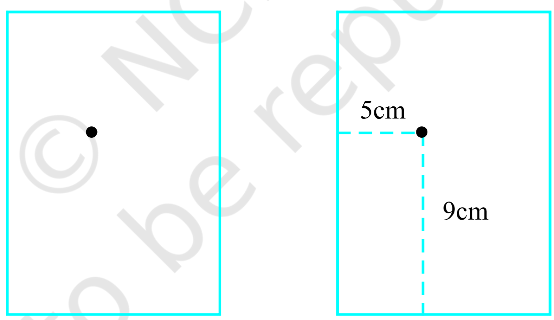
شکل 3.1

1. شکل 3.1 میں ایک سڑک مشرق سے مغرب سمت میں جاتی ہوئی اور گلیاں جن پر نمبر بھی پڑے ہیں مغرب سے مشرق کی سمت میں جاتی نظر آ رہی ہیں۔ مزید ہر ایک گلی میں مکانوں کے نمبر بھی پڑے ہیں۔ہم یہاں ایک دوست کے مکان کو دیکھنا چاہتے ہیں، کیا حوالہ کا صرف ایک نقطہ کافی ہے؟ مثال کے طور پر ہم صرف یہ جانتے ہیں کہ وہ گلی نمبر 2 میں رہتا ہے،تو کیا ہم اس کا مکان آسانی سے تلاش کرلیں گے؟ اتنی آسانی سے نہیں جب تک کے ہمارے پاس دو معلومات نہ ہوں جیسے گلی کا نمبر

© NCERT not to be republished

جس میں اس کا مکان واقع ہے اور مکان کا نمبر ا گر آپ ایسے مکان پر پہنچنا چاہتے ہیں جو گلی نمبر 2 میں ہو اور اس کا نمبر 5 ہو تب آپ پہلے گلی نمبر 2 کی شناخت کریں گے اور اس کے بعد مکان نمبر 5 کی۔ شکل 3.1 میں H اس مکان کے مقام کو ظاہر کرتا ہے، اسی طرح سے P اس مکان کو ظاہر کرتا ہے جو گلی نمبر 7 میں ہے اور اس کا نمبر 4 ہے۔

II. فرض کیجیے آپ کاغذ کی ایک شیٹ پر ایک نقطہ لگاتے ہیں [شکل (3.2(a]اگر ہم آپ سے پوچھیں کہ نقطہ کا کاغذ پر مقام کہاں ہے تو آپ اس کو کیسے بتائیں گے؟ شاید اس کا جواب اس طرح سے دیں۔ نقطہ شیٹ کے اوپری آدھے حصہ پر ہے یا یہ کاغذ کے بائیں کنارے پر واقع ہے یا یہ شیٹ کے بائیں طرف کے اوپری کونہ کے نزدیک ہے۔ کیا ان میں سے آپ کو کوئی بھی بیان نقطہ کی جگہ متعین کرتا ہے؟ نہیں لیکن اگر آپ کہتے ہیں کہ نقطہ کاغذ کے بائیں کنارے سے 5 سینٹی میٹر کی دوری پر ہے تو اس سے ہمیں کچھ اس کے مقام کے بارے میں پتہ چلتا ہے لیکن اس کا مقام پھر بھی متعین نہیں ہوتا۔ تھوڑا غور کرنے پر آپ اس قابل ہو جاتے ہیں کہ آپ کہہ سکیں کے نقطہ نچلے خط سے اوپر 9 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر ہے، اب ہم جانتے ہیں کہ صحیح معنوں میں نقطہ کس جگہ واقع ہے۔



(a) (b)

شکل 3.2

اس مقصد کے لیے ہم نقطہ کے مقام کا تعین دو متعین خطوط، کاغذ کا بائیں طرف کا کنارہ اور نچلہ کنارہ، سے مخصوص فاصلہ پر کرتے ہیں [شکل 3.2b] دوسرے لفظوں میں کسی نقطہ کا مقام معلوم کرنے کے لیے بھی دو قسم کی معلومات کا ہونا ضروری ہے۔

اب آپ کلاس روم کے درج ذیل مشغلہ کو جسے "Seating Plan" کہتے ہیں۔ کر کے دیکھیے۔

مشغلہ 1 (Seating Plan) : (بٹھانے کا منصوبہ)۔ اب تمام ڈیسک کو ایک ساتھ رکھ کر کلاس روم میں بیٹھنے کا منصوبہ بنائیے

© NCERT not to be republished

ہر ڈیسک ایک مربع کو ظاہر کرتا ہے۔ ہر ڈیسک پر قابض طالب علم کا نام جس کو وہ مربع ظاہر کرتا ہے۔ کلاس روم میں موجود ہر طالب علم کے مقام کو دو جداگانہ معلومات سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

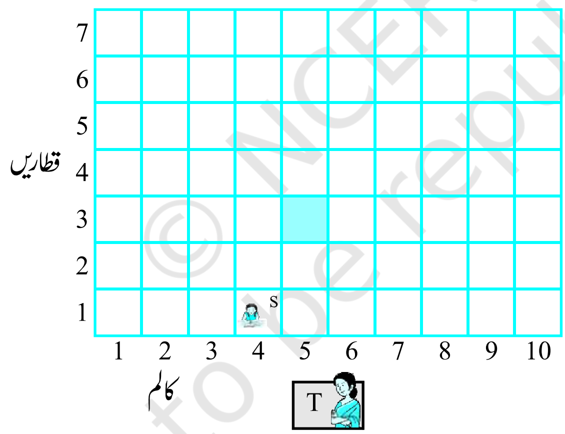
(i) وہ کالم جس میں وہ بیٹھتا یا بیٹھتی ہے،

(ii) وہ قطار جس میں وہ بیٹھتا یا بیٹھتی ہے۔

اگر آپ اس ڈیسک پر بیٹھیں جو کہ پانچویں کالم میں تیسری قطار میں ہے۔ (شکل 3.3 میں شیڈ کیے گئے مربع سے دکھایا گیا ہے۔) آپ کے مقام کو ہم لکھ سکتے ہیں (5,3)، پہلے کالم کا نمبر اور پھر قطار کا نمبر لکھ کر۔ کیا یہ (3,5) کے مساوی ہے؟ اپنی کلاس کے دوسرے طلبا کا نام اور مقام لکھیے۔ مثال کے طور پر اگر سونیا چوتھے کالم اور پہلی قطار میں بیٹھی ہے تو لکھیے (5,1) استاد کا ڈیسک آپ کے منصوبہ میں شامل نہیں ہے۔ ہم استاد کو ایک مشاہدہ کرنے والے کی حیثیت سے دیکھتے ہیں۔

T استاد کے ڈیسک کو ظاہر کرتا ہے

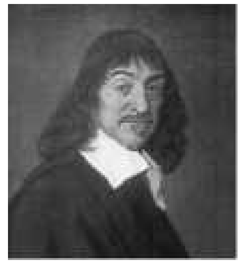
S سونیا کے ڈیسک کو ظاہر کرتا ہے



شکل 3.3

مذکورہ بالا بحث سے ہم یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ مستوی میں موجود کسی بھی شے کے مقام کو دو عمودی خطوط سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ نقطہ والی حالت میں ہمیں نچلے خط اور کاغذ کے بائیں کنارے سے فاصلہ مطلوب ہے۔ بٹھانے کے منصوبہ میں ہمیں کالم اور قطاروں کی تعداد مطلوب ہے۔ اس آسان سے خیال کے دور رس نتائج ہیں۔ جس کی وجہ سے ریاضی کی ایک بہت اہم شاخ مختص جیومیٹری کا انکشاف ہوا۔ اس باب میں ہمارا مقصد مختص جیومیٹری کے بنیادی تصورات سے متعارف کرانا ہے۔ اس کے بارے میں تفصیل سے آپ اگلی جماعتوں میں پڑھیں گے۔ مختص جیومیٹری کی شروعات ایک فرانسیسی فلسفی

اور ریاضی داں رینے ڈیکارٹ *(Rene Descartes)* نے کی۔


(1596-1650) رینے ڈیکارٹ
شکل 3.4

17 ویں صدی کا عظیم فرانسیسی ریاضی داں رینے ڈیکارٹ (Rene Descartes) اپنے بستر پر لیٹ کر غور وفکر کرنا پسند کرتا تھا۔ ایک دن جب وہ اپنے بستر پر لیٹا ہوا تھا تو اس نے مستوی میں نقطہ کے مقام کے مسئلہ کو حل کر لیا۔ اس کا طریقہ عرض البلد اور طول البلد (Lougetuds) کے قدیم خیال سے ہی نکالا گیا اس کی تعظیم کے لئے مستوی میں نقطہ کے مقام کو بیان کرنے کے نظام کو کارتیزی نظام *(Cartesian System)* سے بھی جانا جاتا ہے۔

مشق 3.1

1. آپ کے مطالعہ کی میز پر رکھے لیمپ کے مقام کو کسی ایک دوسرے شخص کو کیسے بتائیں گے

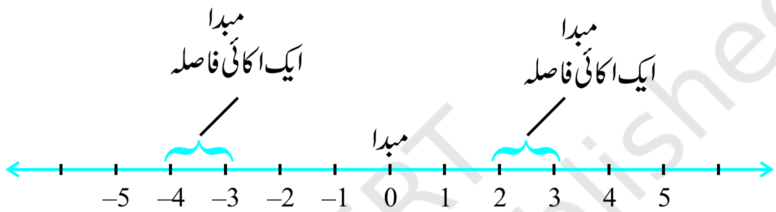
2. **(گلی کا منصوبہ Street Plan)** ایک شہر کی دو خاص سڑکیں جو شہر کے وسط میں ایک دوسرے کو کراس کرتی ہیں۔ یہ دو سڑکیں شمال- جنوب اور مشرق-مغرب سمت میں ہیں شہر کی باقی تمام گلیاں 2000 میٹر کے فاصلہ پر ان سڑکوں کے متوازن ہیں، ہر سمت میں تقریباً 5 سڑکیں ہیں انتقال 1cm=2000 کرتے ہوئے اپنی کاپی میں شہر کا ایک ماڈل بنایئے جس میں سڑکوں/گلیوں کو خطوط سے ظاہر کیجیے۔
سینٹی میٹر=200 میٹر کا استعمال

آپ کے ماڈل میں بہت سی گلیاں ایک دوسرے کو کراس (Cross) کرتی نظر آ رہی ہیں۔ ان پر کراس گلی دو گلیوں سے مل کر بنی ہوگی ایک جو شمال- جنوب سمت میں جا رہی ہے اور ایک مشرق-مغرب سمت میں، ہر ایک دوسرے کو کراس کرتی گلی کو ہم مندرجہ ذیل طریقہ سے بیان کر سکتے ہیں، اگر 2nd (دوسری) گلی شمال-جنوب سمت میں جا رہی ہے اور 5th (پانچویں) مشرق-مغرب سمت میں جا رہی ہے اور ایک دوسرے گلی Crossing پر ملتی ہیں تو ہم ان کراس ہوتی ہوئی گلیوں کو (2,5) سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس Convention کو استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

(i) کتنی کراس کرتی ہو گلیوں کو ہم (4,3) سے ظاہر کر سکتے ہیں
(ii) کتنی کراس کرتی ہوئی گلیوں کو ہم (3,4) سے ظاہر کر سکتے ہیں

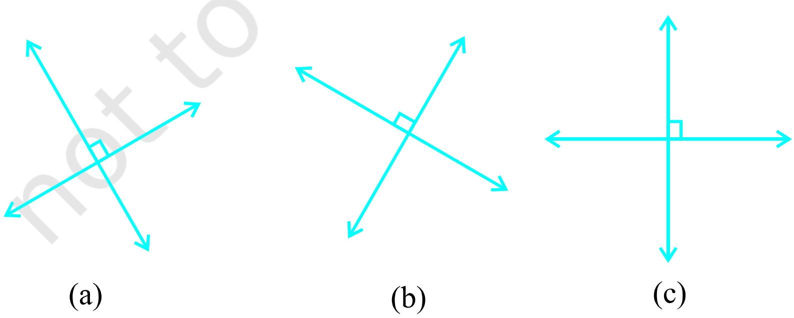
3.2 کارتیزی نظام (Cartesian System)

عددی نظام کے باب میں آپ عددی خط کے بارے میں پڑھ چکے ہیں، عددی خط پر فاصلہ ایک متعین نقطہ سے مساوی اکائیوں میں ایک سمت میں مثبت اور دوسرے میں منفی طور پر مارک کئے گئے ہیں، وہ نقطہ جہاں سے فاصلوں کو مارک کیا گیا ہے مبدا (origin) کہلاتا ہے۔ ہم عددی خط پر برابر فاصلوں کے مارک لگا کر، اس کا استعمال اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے کرتے ہیں اگر ایک اکائی فاصلہ عدد، 1 کو ظاہر کرتا ہے تو 3 اکائی فاصلہ عدد 3 کو ظاہر کرتا ہے۔ 0 مبدا کو ظاہر کرتا ہے۔ مبدا سے مثبت سمت میں r فاصلہ پر موجود نقطہ کو کو عدد r سے ظاہر کرتے ہیں۔ عددی خط پر مختلف اعداد کی مقام شکل 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.4

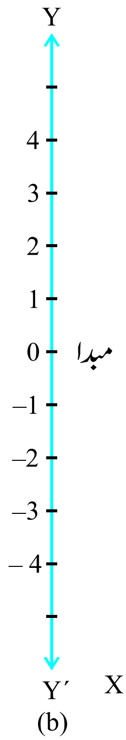
Descrates نے مستوی میں ایسے دو خطوط کو ایک دوسرے پر عمودی طور پر رکھنے کی ایجاد کی اور ان خطوط کے حوالہ سے نقطوں کے مقام کو واضح کیا۔ عمودی خطوط کسی بھی سمت میں ہو سکتے ہیں۔ جیسا کہ شکل 3.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اس باب میں جب ہم مستوی میں کسی نقطہ کے مقام کو متعین کرنے کے لیے یہ دو خطوط چنتے ہیں تو ایک لائن عرض ہوتی ہے اور دوسری عمودی جیسا کہ شکل (c)3.6 میں دکھایا گیا ہے۔

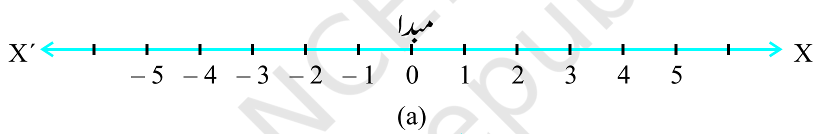


شکل 3.6

© NCERT not to be republished

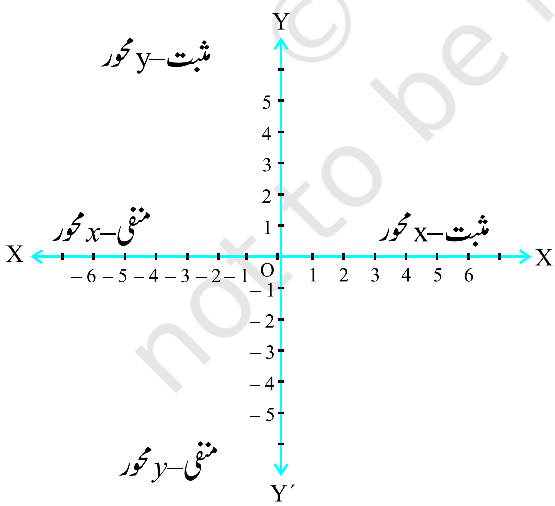
ان خطوط کا حصول مندرجہ ذیل طریقہ سے ہوتا ہے: دو عددی خطوط لیجئے اور ان کو Y,Y اور X,X کو عرضی طور پر رکھیے (جیسا کہ شکل 3.7(a) میں دکھایا گیا ہے) اور اس پر اسی طرح عدد لکھیے جیسے عددی خط پر لکھتے ہیں۔ ایسا ہی ہم Y,Y کے ساتھ کرتے ہیں فرق یہ ہے کہ یہ عمودی (افقی) ہوتی ہے۔ عرضی نہیں۔ (شکل 3.7(b))





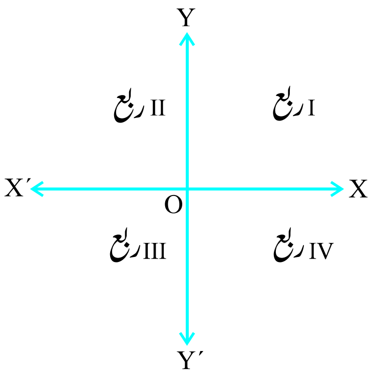
شکل 3.7

دونوں خطوط کو اس طرح رکھیں کہ دونوں ایک دوسرے کو نقطہ 0 یا مبدا پر قطع کر دیں [شکل 3.8] عرضی خط X،X,X محور کہلاتا ہے۔ اور عمودی خط Y،Y,Y, محور کہلاتا ہے۔ وہ نقطہ جہاں یہ خطوط ایک دوسرے کو کراس کرتے ہیں مبدا کہلاتا ہے جسے ہم O سے ظاہر کرتے ہیں۔ کیونکہ مثبت اعداد OX اور OY پر واقع ہیں اس لیے OX اور OY بالترتیب X محور کی اور Y محور کی مثبت سمتیں کہلاتی ہیں۔ اسی طرح سے OX، اور OY بالترتیب X محور اور Y محور کی منفی سمتیں کہلاتی ہیں۔



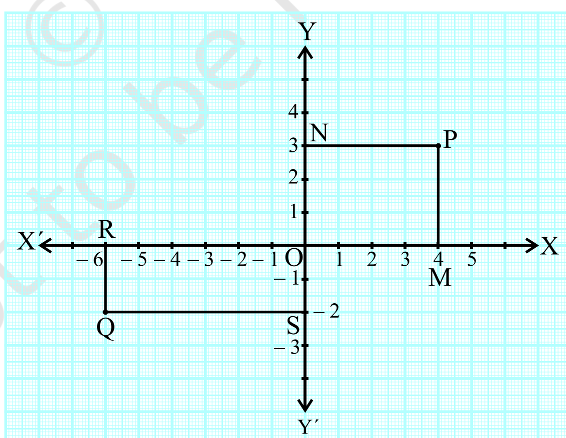
شکل 3.8

اب مشاہدہ کرتے ہیں کہ دونوں محور مستوی کو 4 حصوں میں بانٹتے ہیں، یہ چاروں حصہ ربع (Quadrant) (ایک چوتھائی حصہ) کہلاتے ہیں جبکہ ان کو نمبر 0X سے اینٹی کلاک وائز سمت میں نمبر I, II, III اور IV دیئے جاتے ہیں۔ (شکل 3.9 دیکھئے)۔ اس طرح سے مستوی دونوں محوروں اور ربعات پر مشتمل ہے، ہم اس مستوی کو کارتیزی مستوی کہتے ہیں، یا مختص مستوی یا XY مستوی، اور محوروں کو مختص محور کہتے ہیں۔



شکل 3.9

اب ہم دیکھتے ہیں کہ یہ نظام ریاضی میں کیوں بنیادی حیثیت رکھتا ہے اور یہ کس طرح مفید ہے مندرجہ ذیل شکل پر غور کیجیے جہاں محور ایک گراف پیپر پر بنائے گئے ہیں اور محوروں سے نقاط P اور Q کے فاصلوں پر غور کیجیے۔ اس کے لئے ہم بالترتیب X اور Y محور پر عمود PM اور PN کھینچتے ہیں، اسی طرح سے ہم عمود QR اور QS کھینچتے ہیں جیسا کہ شکل 3.10 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.10

آپ پاتے ہیں:

(i) Y –محور سے نقطہ P کا عمودی فاصلہ جو x-محور کے ساتھ مثبت سمت میں ناپا گیا ہے وہ ہے۔ 4=PN=OM اکائیاں ہے۔

(ii) X- محور سے نقطہ P کا عمودی فاصلہ جو Y- محور کے ساتھ مثبت سمت میں ناپا گیا ہے وہ ہے۔ 3=ON=PM اکائیاں

(iii) Y- محور سے نقطہ Q کا عمودی فاصلہ جو X- محور کے ساتھ منفی سمت میں ناپا گیا ہے وہ ہے۔ 6=OR=SQ اکائیاں

(iv) x- محور سے نقطہ Q کا عمودی فاصلہ جو Y- محور کے ساتھ منفی سمت میں ناپا گیا ہے وہ ہے۔ اکائی OS=RQ=2

اب ان فاصلوں کو استعمال کرتے ہوئے ہم نقطوں کے مقام کو کس طرح بیان کر سکتے ہیں کہ کوئی شک کی گنجائش نہ ہو؟

ہم نقطہ کے مختصات کو مندرجہ ذیل طریقہ سے لکھتے ہیں

(i) کسی نقطہ کا X- مختص اس کا Y- محور سے عمودی فاصلہ جو Y- محور کے ساتھ ناپا گیا ہو (مثبت X- محور کے مثبت سمت میں دور منفی X- محور کی منفی سمت میں، یعنی نقطہ P کے لئے یہ 4+ اور Q کے لئے یہ 6– ہے۔ X- مختص کو ہم عرضی مختص بھی کہتے ہیں۔

(ii) کسی نقطہ کا Y- مختص اس کا محور سے عمودی فاصلہ جو Y- محور کے ساتھ ناپا گیا ہو (مثبت Y- محور کی مثبت سمت میں اور منفی Y- محور کی منفی سمت میں)۔ نقطہ P کے لئے یہ 3+ ہے اور Q کے لئے یہ 2– ہے۔ Y- مختص کو ہم طولی مختص بھی کہتے ہیں۔

(iii) ایک مختص مستولی میں کسی نقطہ کے مختصات کو بیان کرنے کے لیے X- مختص پہلے لکھا جاتا ہے۔ اور Y- مختص بعد میں۔ ہم ان مختصات کو بریکٹ () میں لکھتے ہیں۔

اس طرح سے P کے مختصات ہیں (4,3) اور 8 کے مختصات ہیں۔ (–6,–2)

نوٹ کیجیے کہ مختصات مستوی میں کسی نقطہ کو یکتا طور پر ظاہر کرتے ہیں یعنی (3,4) اور (4,3) ایک جیسے نہیں ہیں۔

مثال نمبر 1: شکل 3.10 کو دیکھئے اور مندرجہ ذیل بیانات کو مکمل کیجیے:

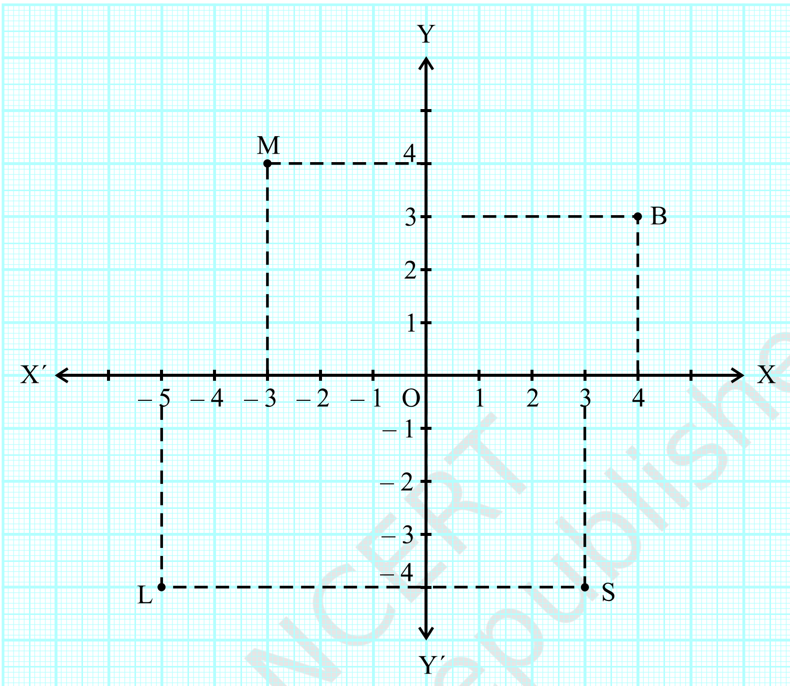
(i) نقطہ B کا عرضی مختص اور طولی مختص بالترتیب........ اور........ ہیں۔ اس لیے B کے مختصات........ ہیں۔

(ii) نقطہ M کے X اور Y مختصات بالترتیب.......... اور.......... ہیں اس لیے M کے مختصات.......... ہیں۔

(iii) نقطہ L کے X اور Y مختصات بالترتیب........ اور........ ہیں اس لیے L کے مختصات........ ہیں۔

(iv) نقطہ S کے X اور Y مختصات بالترتیب.......... اور.......... ہیں اس لیے S کے مختصات.......... ہیں۔

© NCERT not to be republished



شکل 3.11

حل:(i) کیونکہ نقطہ B کا Y– محور سے فاصلہ 4 اکائیاں ہے۔اس لیے نقطہ B کا X مختص یا عرضی مختص 4 ہے۔نقطہ B کا X محور سے فاصلہ 3 اکائیاں ہے۔اس لیے Y نقطہ B کا مختص یا طول مختص 3 ہے۔اس طرح سے B کے مختصات (4,3) ہیں۔

جیسا کہ (i) میں کہا گیا ہے۔

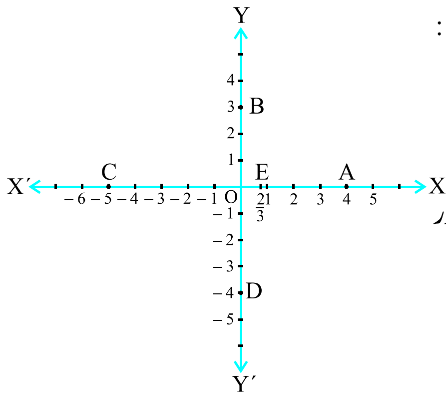
(ii) نقطہ M کے X اور Y– مختصات بالترتیب 3– اور 4 ہیں۔اس لیے نقطہ M کے مختصات (3,4–) ہیں۔

(iii) نقطہ L کے X اور Y– مختصات بالترتیب 5– اور 4 ہیں۔اس لیے نقطہ L کے مختصات ہیں (4–,5–)

(iv) نقطہ S کے X اور Y– مختص بالترتیب 3 اور 4– ہیں اس لیے نقطہ S کے مختصات (4–,3) ہیں۔

© NCERT not to be republished

مثال 2: شکل 3.12 میں دکھائے گئے محوروں پر نقاط کے مختصات لکھیے:



شکل 3.12

حل: آپ دیکھ سکتے ہیں کہ

(i) نقطہ A، Y- محور سے 4+ اکائیاں فاصلہ پر ہے اور X- محور سے O فاصلہ پر: اس لئے A کا X- مختص 4 ہے اور Y- مختص 0 اس طرح سے A کے مختصات ہیں (4,0)

(ii) B کے مختصات (0,3) ہیں کیوں؟

(iii) C کے مختصات (5,0−) ہیں، کیوں؟

(iv) D کے مختصات (0,−4) ہیں، کیوں؟

(v) E کے مختصات $\left(\frac{2}{3},0\right)$ ہیں، کیوں؟

کیونکہ X- محور پر ہر نقطہ کا X- محور سے فاصلہ سفر ہوتا ہے اس لئے X- محور پر ہر نقطہ کا Y- مختص صفر ہوتا ہے اس لئے کسی بھی نقطہ کے X- محور پر مختصات ہمیشہ X,O شکل کے ہونگے۔ جہاں X نقطہ کا Y- محور سے فاصلہ ہے۔ اسی طرح سے Y- محور پر کسی نقطہ کے مختصات ہمیشہ (O,Y) کی شکل کے ہونگے جہاں X,Y- محور سے اس نقطہ کا فاصلہ ہے۔ کیوں؟

مبدا O کے کیا مختصات ہیں؟ اس کا دونوں محوروں سے فاصلہ صفر ہے اس لئے اس کے عرضی مختص اور طولی مختص دونوں صفر ہونگے اس لئے مبدا کے مختصات (O,O) ہیں

مذکورہ بالا مثالوں میں آپ نے کسی نقطہ کے مختصات کی علامتیں اور اس ربع کے درمیان جس میں یہ نقطہ واقع ہے ایک تعلق کا مشاہدہ کیا ہوگا۔

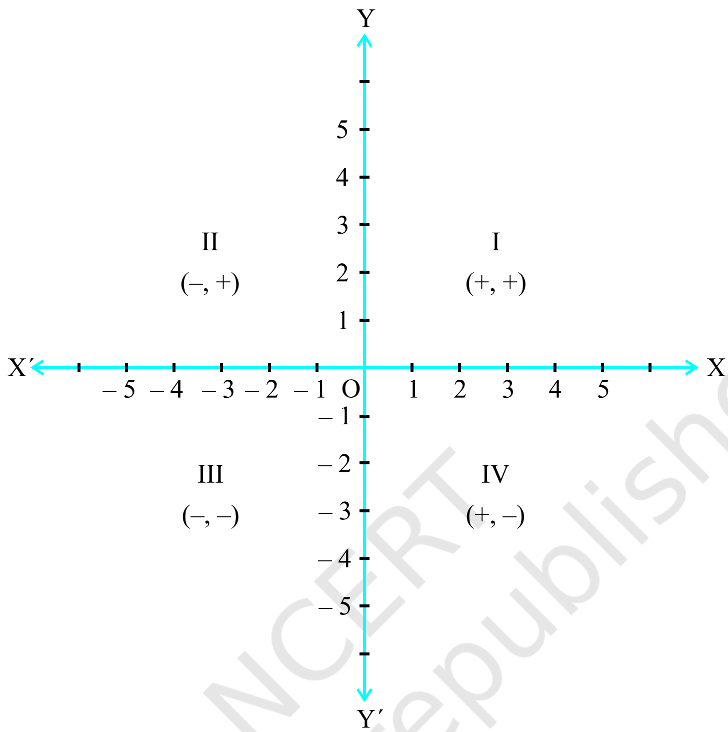
(i) اگر نقطہ پہلے ربع میں یعنی I میں ہے تب نقطہ کی شکل ہوگی (+,+) کیونکہ I ربع مثبت X- اور مثبت Y- محور سے گھرا ہوا ہے۔

(ii) اگر نقطہ دوسرے II ربع میں ہے تب نقطہ کی شکل ہوگی (+,—) کیونکہ II ربع منفی X- محور اور مثبت Y- محور سے گھرا ہوا ہے۔

(iii) اگر نقطہ III ربع میں ہے تب نقطہ کی شکل (−,−) ہوگی کیونکہ III ربع میں منفی X– محور اور منفی Y- محور سے گھرا ہوا ہے۔

(iv) اگر نقطہ IV ربع میں ہے تب نقطہ کی شکل (+) ہوگی کیونکہ IV ربع مثبت X- محور اور منفی Y- محور سے گھرا ہوا ہے۔
(شکل 3.13 کو دیکھئے)

© NCERT not to be republished



شکل 3.13

© NCERT not to be republished

ریمارک: کسی مستوی میں نقطہ کے مقام کو بیان کرنے کا نظام جس کا ہم نے ابھی مطالعہ کیا ہے ایک رواج (Convention) ہے، جس کو تمام دنیا میں قبول کیا گیا ہے۔ یہ نظام مثال کے طور پر ایسا بھی ہوسکتا ہے جس میں طولی مختص پہلے اور عرضی مختص بعد میں ہو۔ لیکن تمام دنیا میں یہی نظام رائج ہے جس کو ہم نے ابھی پڑھا ہے۔

مشق 3.2

1. مندرجہ ذیل ہر ایک سوال کے جواب لکھئے:

(i) کسی کارتیزی مستوی میں کسی نقطہ کے مقام کو تعین کرنے والے عرضی اور طولی خطوط کے نام کیا ہیں؟

(ii) مستوی میں ان دونوں خطوں سے بنے ہر حصہ کا نام کیا ہے؟

(iii) اس نقطہ کا نام کیا ہے جہاں یہ خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

.2 شکل 3.13 کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل جواب لکھیے :

(i) B کے مختصات

(ii) C کے مختصات

(iii) وہ نقطہ جو مختصات (–3,–4) کو ظاہر کرتا ہے۔

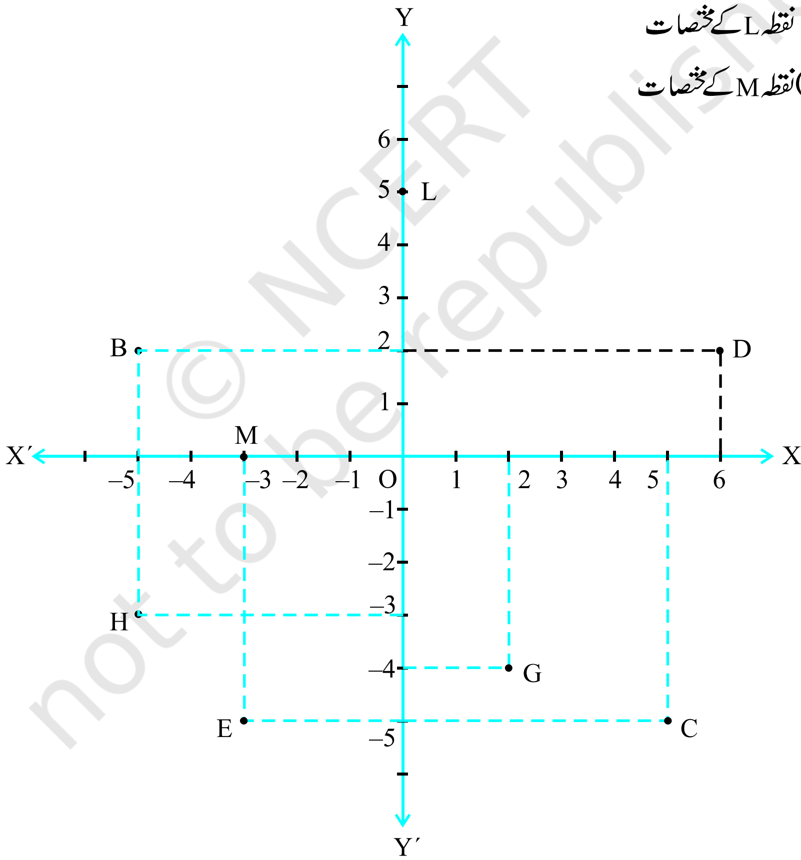
(iv) وہ نقطہ جو مختصات (2,–4) کو ظاہر کرتا ہے۔

(v) نقطہ D کا عرضی مختص

(vi) نقطہ H کا طولی مختص

(vii) نقطہ L کے مختصات

(viii) نقطہ M کے مختصات



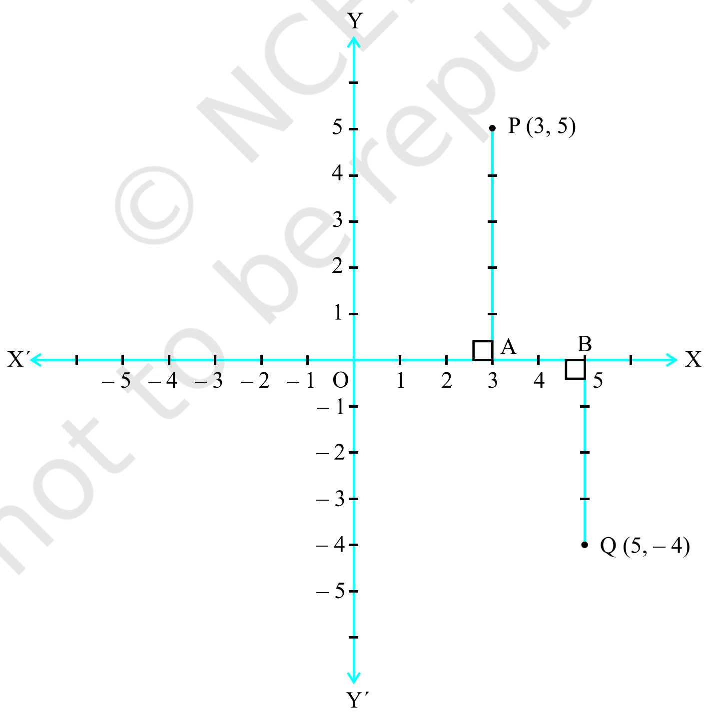
شکل 3.14

© NCERT not to be republished

3.3 مستوی میں اس نقطہ کو پلاٹ کرنا جس کے مختصات دئے گئے ہوں۔
(To Plot a Point in the Plane if its Coordinates are Given)

اب تک تو ہم نے آپ کے لیے نقاط بنائے اور آپ سے ان کے مختصات کے بارے میں پوچھا اب ہم آپ کو دکھائیں گے کہ ہم ان نقاط کو مستوی میں کس طرح رکھیں گے اگر ہمیں ان کے مختصات معلوم ہوں۔ اس عمل کو ہم نقاط کو پلاٹ کرنا کہتے ہیں۔

مان لیتے ہیں کہ کسی نقطہ کے مختصات (3,5) ہیں۔ اس نقطہ کو ہمیں مختص مستوی میں پلاٹ کرنا ہے۔ ہم مختص محور کھینچتے ہیں اور اپنی اکائیاں چنتے ہیں جیسے اسم ہر محور پر ایک اکائی کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ (3,5) کے مختصات ہم کو بتاتے ہیں کہ Y- محور سے اس نقطہ کا فاصلہ X- محور کے ساتھ ساتھ 3 اکائیاں ہے اور X- محور سے اس نقطہ کا فاصلہ Y- محور کے ساتھ ساتھ 5 اکائیاں ہیں۔ مبدا O سے شروع کرتے ہوئے ہم مثبت X- محور پر 3 اکائیاں گنتے ہیں اور متعلقہ نقطہ A کا مارک کرتے ہیں۔ اب A سے شروع کرتے ہیں ہم Y- محور کو مثبت نمبر میں 5 گنتے ہیں اور متعلقہ نقطہ کو P مارک کرتے ہی (شکل 3.14 دیکھتے) آپ دیکھتے ہیں کہ نقطہ P کا Y- محور سے فاصلہ 3 اکائیاں اور X- محور سے 5 اکائیاں ہے۔ اس طرح سے P اس نقطہ کا مقام ہے۔



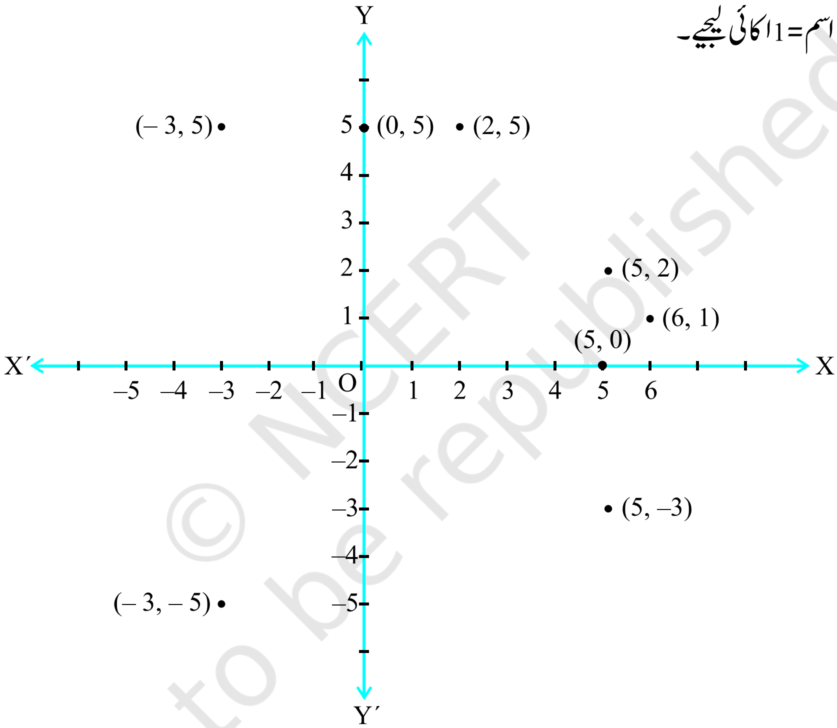
شکل 3.15

نوٹ کیجئے کہ P پہلے ربع میں واقع ہے۔ کیونکہ P کے دونوں مختص مثبت ہیں۔اسی طرح سے آپ مختص مستوی میں نقطہ Q(5,4) کو پلاٹ کرسکتے ہیں۔ Y محور سے نقطہ Q کا فاصلہ Y-محور کی منفی سمت میں 4 اکائیاں ہے۔کیونکہ اس کا Y- مختص –4 ہے (شکل 3.14 دیکھئے) نقطہ Q IV ربع میں واقع ہے۔کیوں؟

مثال 3: کارتیزی مستوی میں ان نقاط (5,–3)، (–3,–5)، (–3,5)، (5,2)، (2,5)، (0,5)، (5,0) اور (6,1) کو پلاٹ کیجیے۔

حل : 1cm ا اکائی کیجئے، ہم X- محور اور Y- بتاتے ہیں، ان نقاط کا مقام شکل 3.15 میں نقطہ کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔

ا سم = 1 اکائی لیجیے۔



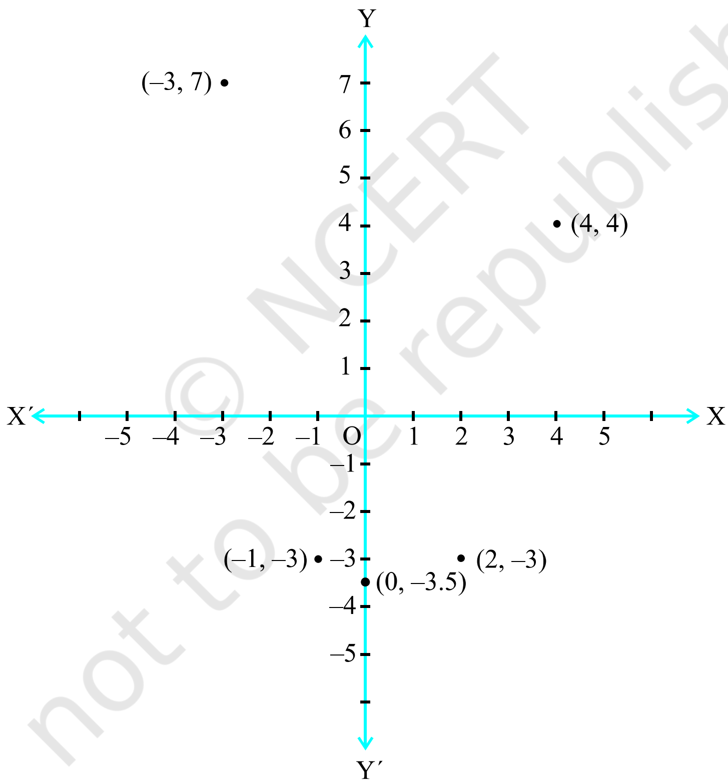
شکل 3.16

نوٹ: مندرجہ بالا مثال میں آپ دیکھتے ہیں کہ (5,0) اور (0,5) ایک ہی مقام پر واقع نہیں ہیں، اسی طرح (5,2) اور (2,5) کے مقام بھی مختلف ہیں مزید (-3,5) اور (5,-3) بھی مختلف مقام پر ہیں، ایسی بہت سی مثالیں لیکر آپ کو پتہ چلتا ہے کہ اگر $x \neq y$ نہیں ہے تب کارتیزی مستوی میں (x,y) کا مقام (y,x) کے مقام سے مختلف ہوگا۔اس کا مطلب یہ ہے کہ (x,y) میں x اور y کی ترتیب اہم ہے۔ اس لئے (x,y) ایک مرتب جوڑا کہلاتا ہے۔ (y,x) مرتب جوڑا $\neq$ (x,y) مرتب جوڑا اگر $x \neq y$ مزید $(x, y) = (y, x)$ اگر $x = y$ ہو۔

مثال 4: مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کو کارتیزی مستوی میں نقاط کے طور پر پلاٹ کیجیے محوروں پر 1cm=1 اکائی کا پیمانہ استعمال کیجیے۔

x	–3	0	–1	4	2
y	7	–3.5	–3	4	–3

حل: جدول میں دیئے گئے اعداد کے جوڑوں کو ہم نقاط (–3,2), (0,–3.5), (–1,–3), (4,4) اور (2,–3) سے ظاہر کرتے ہیں، ان نقاط کا مقام ڈاٹ کے ذریعہ شکل 3.17 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.17

مشغلہ 2: دو لوگوں کا ایک کھیل (ضروری اشیاء دو کاؤنٹر یا دو سکے، گراف پیپر دو مختلف رنگوں کے پانسہ جیسے لال اور ہرا)

© NCERT not to be republished

ہر ایک کاؤنٹر یا سکہ کو(0,0) پر رکھیے۔ ہر ایک کھلاڑی ایک ساتھ دو پانسہ پھینکتا ہے۔ جب پہلا کھلاڑی پانسہ پھینکتا ہے تو مان لیجئے اگر لال پانسہ 3 اور ہرا 1 دکھاتا ہے۔تو وہ اپنے سکہ کو (3,1) بڑھاتا ہے۔ اسی طرح سے جب دوسرا کھلاڑی پانسہ پھینکتا ہے لال پانسہ میں 2 اور ہرے پانسہ میں 4 دکھاتا ہے۔تو وہ سکہ کو(2,4) بڑھاتا ہے۔دوسری مرتبہ پھینکنے میں اگر پہلا کھلاڑی لال میں 1 اور ہرے میں 4 پھینکے تو وہ اپنا سکہ (3,1) سے (3 +1, 1 + 4) تک آگے بڑھاتا ہے یعنی (3,1) کے x- مختص میں 1 اور y- مختص میں 4 جمع کرتے ہیں۔

اس کھیل کا مطلب ہے (10, 10) تک پہلے پہنچنا جب کہ نہ تو عرضی اور نہ ہی طول مختص 10 سے زیادہ ہو۔ ایک سکہ دوسرے سکہ کے مقام سے کبھی منطبق نہ ہو۔ مثال کے طور پر اگر کسی کھلاڑی کا سکہ ایسے نقطہ پر آگے بڑھتا ہے جو دوسرے کھلاڑی کے سکہ سے پہلے ہی گھرا ہوا ہے۔تب دوسرے کھلاڑی کا سکہ (0,0) ہو جائیگا۔ اگر (overshooting) کے بغیر آگے بڑھنا ممکن نہیں تب کھلاڑی اپنی باری کھو دیگا۔ آپ اس کھیل کو بہت سے دوستوں کے ساتھ مل کر کھیل سکتے ہیں۔

ریمارک: کارتیزی مستوی میں نقاط کو پلاٹ کرنے کا موازنہ ہم مختلف صورت حال میں گراف کھینچ کر کر سکتے ہیں جیسے وقت۔ فاصلہ گراف، ضلع۔احاطہ گراف وغیرہ جن کے بارے میں آپ نے پچھلی جماعتوں میں پڑھا ہے۔ایسی صورت حال میں ہم محوروں کو x اور y محور کے بدلے محور t–محور d–s محور s–یا محور p–وغیرہ سے پکارتے ہیں۔

مشق 3.3:

1. کون سے ربع اور کون سے محور پر نقاط (4, 2–), (1–,3), (0,1–), (1,2) اور (5–,3–) واقع ہیں۔ کارتیزی مستوی میں ان کو پلاٹ کر کے اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔

2. مندرجہ ذیل جدول میں دئے گئے نقاط کو (x,y) کو مستوی میں پلاٹ کیجئے۔محوروں پر مناسب اکائیاں لیجیے:

x	–2	–1	0	1	3
y	8	7	–1.25	3	–1

3.4 خلاصہ (Summary)

اس سبق میں آپ نے مندرجہ ذیل نقاط کا مطالعہ کیا۔

1. کسی شہ یا نقطہ کا مستوی میں مقام معلوم کرنے کے لیے ہمیں عمودی خطوط درکار ہیں۔ ایک عرضی اور ایک طولی۔

2. مستوی ایک کارتیزی یا مختص مستوی کہلاتی ہے اور خطوط مختص محور کہلاتے ہیں۔

3. عرض خط (افقی) x- محور اور عمودی خط y- محور کہلاتا ہے۔

4. مختص محور مستوی کو چار حصوں میں بانٹتے ہیں ہر حصہ ربع کہلاتا ہے۔

5. محوروں کا نقطہ تقاطع مبدا کہلاتا ہے۔

6. کسی نقطہ کا y- محور سے فاصلہ پر مختص کہلاتا ہے یا عرضی مختص اور y- محور سے کسی نقطہ کا فاصلہ طولی مختص یا y- مختص کہلاتا ہے۔

7. اگر کسی نقطہ کا عرضی مختص x اور طولی مختص y ہو تو (x, y) اس نقطہ کے مختصات کہلاتے ہیں۔

8. x محور پر کسی نقطہ کے مختصات $(x,0)$ اور y- محور پر کسی نقطہ کے مختصات $(0,y)$ ہوتے ہیں۔

9. مبدا کے مختصات $(0,0)$ ہوتے ہیں۔

10. کسی نقطہ کے $(+,+)$ کے مختصات I ربع میں $(-,+)$ شکل کے II ربع، $(-,-)$ شکل کے مختصات III ربع اور $(+,-1)$ کے مختصات IV ربع ہوتے ہیں۔ جہاں + مثبت حقیقی عدد کو اور – منفی عدد کو ظاہر کرتے ہیں۔

11. اگر $x \neq y$ تب $(x, y) \neq (y, x)$ اور (y, x)، (x, y) اگر $x = y$۔

© NCERT not to be republished