धारा
(Stream)

परिचय

आमतौर से नाव या तैराक की चाल शांत जल के संदर्भ में व्यक्त करते हैं। यदि नाव (या तैराक) धारा के विपरीत दिशा में जा रहा हो तो इसे 'प्रतिकूल-प्रवाह' (Upstream) कहते हैं, अन्यथा इसे 'अनुप्रवाह' (downstream) कहा जाता है।

यदि नाव या (तैराक) की चाल x हो और यदि धारा की चाल y हो तो प्रतिकूल-प्रवाह की स्थिति में आपेक्षिक चाल $= x - y$, तथा अनुप्रवाह की स्थिति में आपेक्षिक चाल $= x + y$.

प्रमेय: यदि शांत जल में मनुष्य की गति x कि.मी./घंटा हो तथा धारा की चाल y कि.मी./घंटा हो तो धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल $= x + y$

धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल $= x - y$.

इन्हें, जोड़ने, घटाने और 2 से भाग देने पर,

$x = \frac{1}{2}$ (धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल + धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल)

$y = \frac{1}{2}$ (धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल − धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल)

इसलिए हमारे पास निम्नलिखित दो तथ्य हैं:

i) शांत जल में व्यक्ति की चाल, धारा के अनुकूल एवं प्रतिकूल दिशाओं में उनकी चालों के योगफल का आधा होता है।

ii) धारा की गति, धारा के अनुकूल एवं प्रतिकूल दिशाओं में व्यक्ति की चालों के अंतर का आधा होता है।

उदा. 1: एक व्यक्ति धारा के विपरीत दिशा में 10 कि.मी./घंटा की रफ्तार से नाव चला सकता है तथा धारा की दिशा में उसकी गति 16 किलोमीटर/घंटा होती है। शांत जल में नाव की चाल एवं धारा की गति बताएँ ?

हल: शांत जल में गति $= \frac{1}{2}(10 + 16) = 13$ कि.मी./घंटा

धारा की गति $= \frac{1}{2}(16 - 10) = 3$ कि.मी./घंटा

उदा. 2: एक व्यक्ति धारा की दिशा में 30 किलोमीटर तैरता है और धारा के विपरीत दिशा में 18 कि.मी. तैरता है। प्रत्येक दूरी तय करने में उसे 3 घंटे लगते हैं। धारा की गति बताएँ।

हल: धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल $= \frac{30}{3}$ कि.मी./घंटा $= 10$ कि.मी./घंटा

धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = $\frac{18}{3}$ कि.मी./घंटा = 6 कि.मी./घंटा

$\therefore$ धारा की गति = $\frac{(10-6)}{2} = 2$ कि.मी./घंटा

उदा. 3: एक व्यक्ति शांत जल में 6 कि.मी./घंट की रफ्तार से एक नाव खे सकता है। धारा के विपरीत दिशा में उसे धारा की दिशा की अपेक्षा दुगुना समय लगता है। धारा की गति बताएँ।

हल: ***पहली विधि:***

मान लिया कि धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की गति = x कि.मी./घंटा

$\therefore$ धारा की दिशा में व्यक्ति की गति = 2x कि.मी./घंटा

$\therefore$ शांत जल में व्यक्ति की गति = $\frac{1}{2}(x+2x)$ कि.मी./घंटा

$\therefore \frac{3x}{2} = 6$ या, $x = 4$ कि.मी./घंटा

$\therefore$ धारा के विपरीत दिशा में मनुष्य की गति = 4 कि.मी./घंटा

तथा धारा की दिशा में मनुष्य की गति = 88 कि.मी./घंटा

$\therefore$ धारा का वेग = $\frac{1}{2}(8-4) = 2$ कि.मी./घंटा

दूसरी विधि:

यहाँ, धारा के विपरीत दिशा में गति + धारा की दिशा में गति

= 2 × शांत जल में गति

= $2 \times 6 = 12$ कि.मी./घंटा

प्रतिकूल प्रवाह : अनुप्रवाह = 1 : 2

$\therefore$ 12 को 1 : 2 के अनुपात में विभाजित करने पर,

प्रतिकूल-प्रवाह = 4 कि.मी./घंटा

अनुप्रवाह = 8 कि.मी./घंटा

$\therefore$ प्रवाह की गति = $\left(\frac{8-4}{2} = \right)2$ कि.मी./घंटा

तीसरी विधि (संक्षिप्त विधि):

मान लिया कि धारा की गति = x कि.मी./घंटा

तब, $6 + x = 2(6 - x)$

या, $3x = 6 \quad \therefore x = \frac{6}{3} = 2$ कि.मी./घंटा

प्रमेय: एक व्यक्ति शांत जल में x कि.मी./घंटा की रफ्तार से नाव खे सकता है। यदि प्रवाह की गति y कि.मी./घंटा हो और उसे गंतव्य स्थान पहुँचकर वापस लौटने में z घंटे लगते हों तो दोनों

स्थानों के बीच की दूरी = $\frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$.

प्रमाण: धारा के विपरीत दिशा में मनुष्य का वेग = (x – y) कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में मनुष्य का वेग = (x + y) कि.मी./घंटा

मान लिया कि अभीष्ट दूरी A कि.मी. है तो,

$$\frac{A}{(x-y)} + \frac{A}{(x+y)} = z$$

या, $$\frac{A(x+y+x-y)}{(x-y)(x+y)} = z$$

या, $$\frac{2Ax}{x^2 - y^2} = z$$

या, $$A = \frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$

∴ अभीष्ट दूरी = $$\frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$

उदा. 4: एक व्यक्ति शांत जल में 6 किलोमीटर/घंटा की रफ्तार से नाव खे सकता है। यदि धारा की गति 1.2 किलोमीटर/घंटा हो तो उसे गंतव्य तक पहुँचने एवं वापस लौटने में 1 घंटा लगता है। गंतव्य की दूरी बताएँ।

हल: धारा की दिशा में मनुष्य की गति = (6 + 1.2) = 7.2 कि.मी./घंटा

धारा के विारीत दिशा में मनुष्य की गति = (6 – 1.2) कि.मी./घंटा = 4.8 कि.मी./घंटा.

मान लिया कि अभीष्ट दूरी = x किलोमीटर

$$\therefore \frac{x}{7.2} + \frac{x}{4.8} = 1 \text{ या, } 4.8x + 7.2x = 7.2 \times 4.8$$

$$\Rightarrow x = \frac{7.2 \times 4.8}{12} = 2.88 \text{ कि.मी.}$$

सूत्र से (By Direct Formula):

अभीष्ट दूरी = $$\frac{1 \times [6^2 - (1.2)^2]}{2 \times 6}$$

$$= \frac{36 - 1.44}{12} = 3 - 0.12$$

= 2.88 कि.मी.

उदा. 5: एक व्यक्ति शांत जल में 7 कि.मी./घंटा की रफ्तार से नाव खे सकता है। यदि धारा की गति 3 कि.मी./घंटा हो तो उसे गंतव्य तक पहुँचकर वापस लौटने में 7 घंटे लग जाते हैं। गंतव्य कितनी दूर स्थित है?

हल: सूत्र से, दूरी = $7\times\frac{(7)^2-(3)^2}{2\times7}=20$ कि.मी.

उदा. 6: यदि धारा की गति 2 कि.मी./घंटा हो तो एक मोटरबोट को 10 कि.मी. धारा के विपरीत दिशा में जाने एवं पुन: वापस लौटने में कुल मिलाकर 55 मिनट लगते हैं। शांत जल में मोटरबोट की चाल बताएँ।

हल: उपर्युक्त सूत्र का उपयोग करने पर,

$$10 = \frac{55}{60}\times\frac{(x)^2-(2)^2}{2x}$$

या, $1200x=55(x^2-4)$

या, $11x^2-240x-44=0$

$\therefore (x-22)(11x+2)=0$

ऋणात्मक मान को छोड़ देने पर

$\therefore x=22$ कि.मी./घंटा

उदा. 7: एक व्यक्ति धारा के विपरीत दिशा में 30 किलोमीटर एवं धारा की दिशा में 44 किलोमीटर की दूरी कुल मिलाकर 10 घंटे में तय कर सकता है। वह धारा के विपरीत दिशा में 40 किलोमीटर एवं धारा की दिशा में 55 किलोमीटर की दूरी 13 घंटे में तय कर सकता है। ध ारा की गति एवं शांत जल में व्यक्ति की गति बताएँ।

हल: मान लिया कि धारा के विपरीत दिशा में गति = x कि.मी./घंटा

तथा धारा की दिशा में गति = y कि.मी./घंटा

तब, $\frac{30}{x}+\frac{44}{y}=10$

एवं $\frac{40}{x}+\frac{55}{y}=13$

या, $30u+44v=10$

एवं, $40u+55v=13$

जहाँ, $u=\frac{1}{x}$ एवं $v=\frac{1}{y}$

दोनों समीकरणों को हल करने पर,

$u=\frac{1}{5}$ एवं $v=\frac{1}{11}$

$\therefore x=5$ एवं $y=11$

$\therefore$ शांत जल में व्यक्ति की चाल = $\frac{5+11}{2} = 8$ कि.मी./घंटा

धारा की गति = $\frac{11-5}{2} = 3$ कि.मी./घंटा

***द्रुत विधि* (Quicker Method):**

दी गई राशियों को निम्नलिखित क्रम में सजाएँ:

प्रतिकूल-प्रवाह	अनुप्रवाह	समय
30	44	10
40	55	13

धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = $\frac{30 \times 55 - 40 \times 44}{55 \times 10 - 44 \times 13}$

= $\frac{-110}{-22} = 5$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल = $\frac{30 \times 55 - 40 \times 40}{30 \times 13 - 40 \times 10}$

= $\frac{-110}{-10} = 11$ कि.मी./घंटा

$\therefore$ व्यक्ति की चाल = $\frac{5+11}{2} = 8$ कि.मी./घंटा

तथा धारा की गति = $\frac{11-5}{2} = 3$ कि.मी./घंटा

नोट: उपर्युक्त दोनों सूत्रों के हरों में क्या फर्क है ? धारा के विपरीत दिशा के संदर्भ में हम धारा की दिशा में गति एवं समय के मानों का प्रयोग करते हैं, जबकि अनुप्रवाह में गति के संदर्भ में धारा के विपरीत दिशा में चाल तथा समय के मानों का प्रयोग किया जाता है।
दोनों सूत्रों के अंश (Numerator) एक जैसे होते हैं।

उदा. 8: एक नाव 6 घंटे में धारा के विपरीत दिशा में 24 किलोमीटर एवं धारा की दिशा में 36 किलोमीटर की दूरी तय करता है, जबकि धारा के विपरीत दिशा में 36 किलोमीटर तथा धारा की दिशा में 24 किलोमीटर की दूरी तय करने में कुल मिलाकर 6.5 घंटे लगते हैं। धारा की गति बताएँ।

हल: ***द्रुत विधि (उदा.–7 में प्रयुक्त) से,***

प्रतिकूल-प्रवाह	अनुप्रवाह	समय
24	36	6
36	24	6.5

प्रतिकूल-प्रवाह में नाव की गति $= \dfrac{24\times24-36\times36}{24\times6-36\times6.5}$

$= \dfrac{-720}{-90} = 8$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में नाव की चाल $= \dfrac{24\times24-36\times36}{24\times6.5-36\times6}$

$= \dfrac{-720}{-60} = 12$ किलोमीटर/घंटा

धारा की चाल $= \dfrac{12-8}{2} = 2$ कि.मी./घंटा

प्रमेय: कोई व्यक्ति धारा की दिशा की ओर स्थित अपने गंतव्य तक x घंटे में पहुँचता है तथा y घंटे में पुन: वापस लौट आता है। यदि धारा की गति z कि.मी./घंटा हो तो शांत जल में व्यक्ति की चाल $= \dfrac{z(x+y)}{y-x}$ कि.मी./घंटा।

प्रमाण: मान लिया कि शांत जल में व्यक्ति की चाल = m किलोमीटर/घंटा

धारा के विपरीत दिशा में उसकी चाल = (m − z) कि.मी./घंटा

तथा, धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल = (m + z) कि.मी./घंटा

दिया गया है कि धारा के विपरीत दिशा एवं धारा की दिशा में तय की गई दूरियाँ बराबर हैं।

$\therefore x(m+z) = y(m-z)$

या, $m(y-x) = z(x+y)$

$\therefore m = \dfrac{z(x+y)}{y-x}$ कि.मी./घंटा

उदा. 9: रमेश धारा की दिशा में कोई दूरी 6 घंटे में तय कर सकता है। पर उसे उतनी ही दूरी वापस लौटने में 9 घंटे लग जाते हैं। यदि धारा की गति 3 कि.मी./घंटा हो तो शांत जल में रमेश की चाल बताएँ।

हल: उपर्युक्त सूत्र के प्रयोग से,

शांत जल में रमेश की चाल $= \dfrac{13(9+6)}{9-6} = 15$ कि.मी./घंटा

नोट: ***उपप्रमेय:*** यदि उपर्युक्त स्थिति में शांत जल में मनुष्य की चाल z कि.मी./घंटा हो और हमें धारा की गति मालूम करनी हो तो सूत्र है: $\dfrac{z(y-x)}{x+y}$ कि.मी./घंटा

उदा. 10: यदि उदा.-9 में, शांत जल में रमेश की चाल 12 कि.मी./घंटा दी गई हो तो, धारा की गति ज्ञात करें।

हल: ***उपप्रमेय में दिए गए सूत्र से,***

धारा की गति = $\frac{12(9-6)}{9+6}$ = 2.4 कि.मी./घंटा

उदा. 11: एक व्यक्ति के द्वारा किसी निश्चित दूरी को तय करने में प्रतिकूल-प्रवाह में लिया गया समय अनुप्रवाह में लिए गए समय का 2.25 गुना है। यदि धारा की चाल 7 कि.मी./घंटा है तो नाव की चाल ज्ञात करें।

हल: माना कि दूरी 'd' है तथा नाव एवं धारा की चाल क्रमशः x तथा y है।

प्रतिकूल-प्रवाह में लिया गया समय $=\frac{d}{x-y}$

अनुप्रवाह में लिया गया समय $=\frac{d}{x+y}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{\frac{d}{x-y}}{\frac{d}{x+y}}=2.75=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{x-y}=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 4x+4y=9x-9y$$

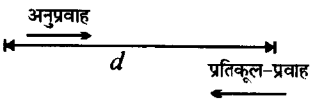
$$\Rightarrow 13y=5x$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{13}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7}=\frac{13}{5}\Rightarrow x=\frac{91}{5}=18.2 \text{ कि.मी./घंटा}$$

***द्रुत विधि* (Quicker Method):**

अगर प्रतिकूल-प्रवाह में तथा अनुप्रवाह में किसी दूरी 'd' को तय करने में किसी नाव द्वारा लिया गया समय दिया हो तो नाव एवं धारा की चाल का अनुपात निकालना।



माना कि दूरी 'd' है तथा नाव एवं धारा की चालें क्रमशः x तथा y हैं।

प्रतिकूल-प्रवाह में लिया गया समय $=t_{up}$

अनुप्रवाह में लिया गया समय $= t_{dn}$

प्रतिकूल-प्रवाह $= \dfrac{d}{t_{up}}$

अनुप्रवाह $= \dfrac{d}{t_{dn}}$

नाव की चाल $= x = \dfrac{1}{2}$ (प्रतिकूल-प्रवाह + अनुप्रवाह)

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{d}{t_{up}} + \frac{d}{t_{dn}}\right) = \frac{d}{2}\left(\frac{t_{up} + t_{dn}}{t_{up}.t_{dn}}\right)$$

धारा की चाल $= y = \dfrac{1}{2}$ (अनुप्रवाह-प्रतिकूल प्रवाह)

$$= \frac{d}{2}\left(\frac{t_{up} - t_{dn}}{t_{up}.t_{dn}}\right)$$

अत: $\dfrac{\text{नाव की चाल}}{\text{धारा की चाल}} = \dfrac{t_{up} + t_{dn}}{t_{up} - t_{dn}}$

***द्रुत विधि से* (By Quicker Method):**

उपर्युक्त उदा. को निम्नलिखित तरीके से हल किया जा सकता है।

$t_{dn} = t$

$t_{up} = 2.75t$

$\dfrac{\text{नाव की चाल}}{7} = \dfrac{2.75t + t}{2.75t - t}$

या, $\dfrac{\text{नाव की चाल}}{7} = \dfrac{3.75}{1.75}$

या, नाव की चाल $= \dfrac{3.75 \times 7}{1.75} = 15$ कि.मी./घंटा

अभ्यास प्रश्न

1. यदि धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल 12 किलोमीटर/घंटा हो तथा धारा की गति 1.5 किलोमीटर/घंटा हो तो धारा के विपरीत दिशा में मनुष्य की गति _______ कि.मी./घंटा है।
2. एक नाव धारा के विपरीत दिशा में 40 किलोमीटर 8 घंटे में जाती है तथा धारा की दिशा में 36 कि.मी. 6 घंटे में जाती है तो शांत जल में नाव की चाल है _______ कि.मी./घंटा।
3. किसी नाव को धारा के विपरीत दिशा में B से A तथा धारा की दिशा में A से B तक की दूरी तय करने में 3 घंटे लगते हैं। यदि शांत जल में नाव की चाल 9 कि.मी./घंटा तथा धारा की गति 3 किलोमीटर/घंटा हो तो A और B के बीच की दूरी है _______ कि.मी.।

4. एक व्यक्ति शांत जल में 5 कि.मी./घंटा की रफ्तार से नाव खे सकता है तथा धारा की गति 1 किलोमीटर/घंटा है। उसे किसी स्थान तक नाव खे कर पहुँचने और वापस लौटने में 1 घंटा लगता है। उस स्थान की दूरी बताएँ।
5. शांत जल में नाव की चाल है 6 कि.मी./घंटा तथा धारा की गति है 1.5 कि.मी./घंटा। एक व्यक्ति 22.5 कि.मी. की दूरी पर स्थित किसी स्थान पर खेता हुआ जाता है और वापस प्रारंभिक स्थान पर लौट आता है। यात्रा में लगा कुल समय बताएँ।
6. किसी व्यक्ति को प्रतिकूल-प्रवाह में 16 किलोमीटर तथा अनुप्रवाह में 28 किलोमीटर की दूरी तय करने में समान समय 5 घंटे लगते हैं। धारा की गति ______ कि.मी./घंटा है।
7. कोई नाव प्रतिकूल-प्रवाह में 1 किलोमीटर की दूरी 10 मिनट में तय करती है तथा अनुप्रवाह में यही दूरी तय करने में उसे मात्र 6 मिनट लगते हैं। धारा की गति ______ कि.मी./घंटा है।
8. कोई व्यक्ति धारा की दिशा में एक निश्चित दूरी 6 घंटे में तय करता है और फिर 9 घंटे में उतनी ही दूरी वापस लौट आता है। यदि धारा की गति $2\frac{1}{4}$ कि.मी./घंटा हो, तो शांत जल में नाव की चाल बताएँ।
9. धारा की गति 4 कि.मी./घंटा है। किसी नाव को 6 किलोमीटर जाने और पुनः वापस लौट आने में 2 घंटा लगता है। शांत जल में नाव की चाल है ______ कि.मी./घंटा।
10. किसी नाव को 24 किलोमीटर धारा के विपरीत दिशा एवं 36 किलोमीटर धारा की दिशा में यात्रा करने में 6 घंटे लगते हैं, जबकि धारा के विपरीत दिशा में 36 किलोमीटर एवं धारा की दिशा में 24 किलोमीटर जाने में $6\frac{1}{2}$ घंटे लगते हैं। धारा की गति ______ है।

    a) 1.5 कि.मी./घंटा b) 1 कि.मी./घंटा c) 2 कि.मी./घंटा d) 2.5 कि.मी./घंटा
11. धारा की गति 1 कि.मी./घंटा है। किसी मोटरबोट को धारा के विपरीत दिशा में 35 कि.मी. जाने एवं पुनः वापस प्रारंभिक स्थान पर आने में 12 घंटे लगते हैं। शांत जल में मोटरबोट की चाल है ______ कि.मी./घंटा।
12. एक व्यक्ति शांत जल में $9\frac{1}{3}$ कि.मी./घंटा की रफ्तार से नाव खे सकता है। उसे धारा के विपरीत किसी स्थान तक जाने में धारा की दिशा में उतनी ही दूरी जाने की तुलना में 3 गुना समय लगता है। धारा की गति है ______ कि. मी./घंटा।
13. किसी व्यक्ति को धारा के विपरीत दिशा में $\frac{3}{4}$ किलोमीटर जाने में $11\frac{1}{4}$ मिनट लगता है और पुनः वापस लौटने में $7\frac{1}{2}$ मिनट लगता है। शांत जल में व्यक्ति की चाल है ______ कि. मी./घंटा।

उत्तर

1. धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल = 12 कि.मी./घंटा
शांत जल में व्यक्ति की चाल = 12 − 1.5 = 10.5 कि.मी./घंटा
धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = 10.5 − 1.5 = 9 किलोमीटर/घंटा
***द्रुत विधि* (Quicker Method):**
धारा के विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल − 2 × धारा की चाल = 2 − 2 × 1.5 = 9 कि.मी./घंटा

2. धारा के विपरीत दिशा में नाव की चाल = $\frac{40}{8} = 5$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में नाव की चाल = $\frac{36}{6} = 6$ कि.मी./घंटा

$\therefore$ शांत जल में व्यक्ति की चाल = $\frac{5+6}{2}$ = 5.5 कि.मी./घंटा

3. मान लिया कि दूरी = x कि.मी.
धारा के विपरीत दिशा में चाल = 9 − 3 = 6 कि.मी./घंटा
एवं धारा की दिशा में चाल = 9 + 3 = 12 कि.मी./घंटा

धारा के विपरीत दिशा में एवं धारा की दिशा में की गई यात्रा में लगा कुल समय $= \frac{x}{6} + \frac{x}{12} = 3$

या, $\frac{18x}{72} = 3$

$\therefore\ x = \frac{3 \times 72}{18} = 12$ कि.मी.

***द्रुत विधि* (Quicker Method):**

$$\text{दूरी} = \text{कुल समय} \times \left[\frac{(\text{शांत जल में चाल})^2 - (\text{धारा की गति})^2}{2 \times \text{शांत जल में चाल}}\right]$$

$$= \frac{3 \times ((9)^2 - (3)^2)}{2 \times 9} = \frac{3 \times 72}{18} = 12 \text{ कि.मी.}$$

4. प्रश्न संख्या-3 की तरह;

$$\text{दूरी} = \frac{1 \times \{(5)^2 - (1)^2\}}{2 \times 5} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ कि.मी.}$$

नोट: विस्तार विधि से हल करने की कोशिश करें।

5. प्रश्न संख्या-3 में दिया गया सूत्र निम्नलिखित रूप में भी लिखा जा सकता है:

$$\therefore \text{ कुल समय } = \frac{2 \times \text{दूरी} \times \text{शांत जल में चाल}}{(\text{शांत जल में चाल})^2 - (\text{धारा की गति})^2}$$

$$= \frac{2 \times 22.5 \times 6}{(6)^2 - (1.5)^2} = 8 \text{ घंटे}$$

नोट:विस्तार विधि के लिए

धारा के विपरीत दिशा में नाव की चाल = 6 − 1.5 = 4.5 कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में नाव की चाल = 6 + 1.5 = 7.5 कि.मी./घंटा

$$\therefore \text{ कुल समय } = \frac{22.5}{4.5} + \frac{22.5}{7.5} = 5 + 3 = 8 \text{ घंटे}$$

6. धारा के विपरीत दिशा में चाल = $\frac{16}{5}$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में चाल = $\frac{28}{5}$ कि.मी./घंटा

$$\therefore \text{ धारा की गति } = \frac{\frac{28}{5} - \frac{16}{5}}{2} = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ कि.मी./घंटा}$$

7. प्रश्न संख्या-6 की तरह।

8. मान लिया कि शांत जल में A की चाल = x कि.मी./घंटा

तब, धारा की दिशा में चाल = $\left(x + \frac{9}{4}\right)$ कि.मी./घंटा

एवं धारा के विपरीत दिशा में चाल = $\left(x - \frac{9}{4}\right)$ कि.मी./घंटा

अब, दूरी = $6\left(x + \frac{9}{4}\right) = 9\left(x - \frac{9}{4}\right)$

या, $6x + \frac{27}{2} = 9x - \frac{81}{4}$

या, $3x = \frac{135}{4}$

$$\therefore x = \frac{135}{4 \times 3} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4} \text{ कि.मी./घंटा}$$

***द्रुत विधि* (Quicker Method):**

$$\text{शांत जल में चाल} = \frac{\text{धारा की गति (धारा के प्रतिकूल एवं अनुकूल जाने में लगा समय)}}{\text{धारा के प्रतिकूल एवं अनुकूल जाने में लगे समय का अंतर}}$$

$$= \frac{\frac{9}{4}(6+9)}{9-6} = \frac{9\times15}{4\times13} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4} \text{ कि.मी./घंटा}$$

9. मान लिया कि शांत जल में नाव की चाल = $\mathbf{x}$ कि.मी./घंटा

धारा की गति = 4 कि.मी./घंटा

$\therefore$ धारा के विपरीत दिशा में चाल = $(x-4)$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में चाल = $(x+4)$ कि.मी./घंटा

अब, $\frac{6}{(x-4)}+\frac{6}{(x+4)}=2$

या, $\frac{6(x+4)+6(x-4)}{(x-4)(x+4)}=2$

या, $2x^2-32=6x+6x$

या, $x^2-6x-16=0$

या, $(x-8)\ (x+2)=0$

$\therefore x=8$ या -2

ऋणात्मक मान को नजरंदाज करने पर, शांत जल में नाव की चाल = 8 कि.मी./घंटा

***सूत्र से* (Direct Formula):** यदि प्रश्न संख्या-3 में इस्तेमाल किए गए सूत्र में ये मान डाल दें तो

$6 = \frac{2(x^2-x^2)}{2x}$

या, $6x=x^2-16$

या, $x^2-6x-16=0$

$\therefore x=8$ या -2

$\Rightarrow x=8$ कि.मी./घंटा

10. उदा.–8 देखिए।

11. प्रश्न संख्या-9 की तरह है। प्रश्न–3 में प्रयुक्त द्रुत विधि से

$35 = \frac{12(x^2-1^2)}{2x}$

या, $35x=6x^2-6$

या, $6x^2-35x-6=0$

या, $6x^2 - 36x + x - 6 = 0$

या, $6x(x-6) + (x-6) = 0$

या, $(6x+1)(x-6) = 0$

$\therefore x = 6$ या $-\frac{1}{6}$

ऋणात्मक मान को नजरंदाज कर देने पर, शांत जल में नाव की चाल = 6 कि.मी./घंटा

12. मान लिया कि धारा की गति = x कि.मी./घंटा

तो, $\frac{28}{x} + 3 = 3\left(\frac{28}{3} - x\right)$ या, $4x = \frac{2 \times 28}{3}$

$\therefore x = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ कि.मी./घंटा

13. धारा के विपरीत दिशा में चाल = $\frac{3}{4} \div \frac{45}{4 \times 60} = \frac{3}{4} \times \frac{4 \times 60}{45} = 4$ कि.मी./घंटा

धारा की दिशा में चाल = $\frac{3}{4} \div \frac{15}{2 \times 60} = \frac{3 \times 2 \times 60}{4 \times 15} = 6$ कि.मी./घंटा

$\therefore$ शांत जल में चाल = $\frac{4+6}{2} = 5$ कि.मी./घंटा