

भाग (Division)

इस अध्याय में पलक झपकते भाग हल कर लेने की तीव्रतर विधि पर हम विचार करेंगे। इसके लिए गणितीय गणना की वैदिक प्रक्रिया का सहारा लिया जाएगा। यह गणना-विधि किन्हीं खास-खास स्थितियों के लिए नहीं, बल्कि सभी प्रकार के भाग हल करने के लिए इस्तेमाल किया जा सकता है। इस विधि की व्यापकता को देखते हुए इसका नाम 'क्राउनिंग जेम ऑफ ऑल' (Crowning Gem of All) रखा गया है।

पलक झपकते भाग हल करने की इस संक्षिप्त विधि को एक उदाहरण के सहारे समझा जा सकता है।

दो अंकों की संख्या से भाग

उदा. 1: 38982 में 73 से भाग दें।

हल:

चरण I: भाजक 73 का केवल पहला अंक अर्थात् 7 को भाजक-कॉलम में रखें एवं दूसरा अंक अर्थात् 3 को पहले अंक के ऊपर "on top of the flag" जैसे कि नीचे दर्शाया गया है, लिखें।

$$7^3 \mid 38 \ 9 \ 8 \ 2$$

यहाँ भाग की क्रिया केवल 7 के द्वारा ही की जाएगी।

चरण II: चूँकि एक अंक (3) को (7) के ऊपर रखा गया है इसलिए दिए गए भाज्य के दायीं ओर का एक अंक, उत्तर के शेष स्थान (remainder position) के लिए अलग कर लिया जाता है। और इस संख्या को भाज्य की दूसरी संख्याओं से अलग करने के लिए एक लंबवत रेखा खींच देते हैं।

$$7^3 \mid 38 \ 9 \ 8 \mid 2$$

चरण III: चूँकि भाज्य की बायीं ओर से पहला अंक 3, 7 से छोटा है, इसलिए हम 38 को पहले भाज्य के रूप में लेते हैं। जब 38 में 7 से भाग देते हैं तो भागफल एवं शेष क्रमशः 5 एवं 3 प्राप्त होते हैं। हम 5 को पहला भागफल-अंक के रूप में रखते हैं और शेष 3 को भाज्य के अंक 9 के पहले उपसर्ग के रूप में रख देते हैं।

$$\begin{array}{r|rrrr} 7^3 & 38 & 9 & 8 & 2 \\ & 5 & & & \end{array}$$

चरण IV: अब हमारा भाज्य 39 है। सर्वप्रथम हम 39 में से घात 3 एवं पहला भागफल-अंक 5 का गुणनफल अर्थात् $3 \times 5 = 15$ को घटाते हैं। यानि $(39 - 15 =) 24$ ही हमारा वास्तविक भाज्य है। अब 24 में 7 से भाग देते हैं और हमें दूसरा भागफल-अंक 3 प्राप्त होता है एवं शेष 3 प्राप्त होता है। इन दोनों ही प्राप्त अंकों को अपने-अपने जगह पर रख देते हैं। (जैसा कि चरण III में किया गया है।)

$$\begin{array}{c|ccc|c} 7^3 & 38 & 39 & 38 & 2 \\ \hline & 5 & 3 & & \end{array}$$

चरण V: अब हमारा भाज्य 38 है। इसमें घात (3) एवं दूसरा भागफल-अंक (3) का गुणनफल अर्थात् $(3 \times 3 =) 9$ घटा लेते हैं। शेष 29 हमारा अगला वास्तविक भाज्य होगा और इसमें अब 7 से भाग देते हैं। हमें भागफल के रूप में 4 एवं शेष के रूप में 1 प्राप्त होता है। दोनों संख्याओं को अपने-अपने जगहों पर रख दिया जाता है।

$$\begin{array}{c|ccc|c} 7^3 & 38 & 39 & 38 & 12 \\ \hline & 5 & 3 & 4 & \end{array}$$

चरण VI: हमारा अगला भाज्य 12 है जिसमें से हम घात 3 एवं तीसरा भागफल अंक 4 का गुणनफल अर्थात् $(3 \times 4 =) 12$ घटाते हैं। (जैसा कि हम पहले के चरणों में कर चुके हैं) इसप्रकार हमें $(12 - 12 =) 0$ शेष प्राप्त होता है।

$$\begin{array}{c|ccc|c} 7^3 & 38 & 39 & 38 & 12 \\ \hline & 5 & 3 & 4 & 0 \end{array}$$

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि भागफल (Q) = 534 एवं शेष (R) = 0

इस प्रकार एक पूरी प्रक्रिया समाप्त होती है और यह एक-पंक्ति में एवं मन में ही हल की जाने वाली अंकगणित है जिसमें सभी वास्तविक भाग की क्रिया एक अंक वाली भाजक 7 से की जाती है।

यह प्रक्रिया बहुत ही आसान है। इसकी और व्याख्या की आवश्यकता नहीं है। नीचे दिए गए कुछ और उदाहरणों की सहायता से इस प्रक्रिया को और सुस्पष्ट किया जा सकता है।

उदा. 2: 16384 में 128 से भाग दें। (चूँकि 12 एक छोटी संख्या है जिससे आसानी से भाग की क्रिया की जा सकती है इसलिए हम 128 को दो अंकों की संख्या मान सकते हैं।)

हल:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 12^8 & 16 & 43 & 118 & 64 \\ \hline & 1 & 2 & 8 & 0 \end{array}$$

चरण I: 16 को 12 से भाग देते हैं।

भागफल = 1 एवं शेष = 4

चरण II: $(43 - 8 \times 1 =) 35$ हमारा अगला भाज्य है। इसमें 12 से भाग दें।

भागफल = 2 एवं शेष = 11

चरण III: $(118 - 8 \times 2 =) 102$ हमारा अगला भाज्य है। इसमें 12 से भाग दें।

भागफल = 8 एवं शेष = 6

चरण IV: $64 - 8 \times 8 = 0$

इस प्रकार हमारा अंतिम भागफल 128 है एवं शेष 0 है।

उदा. 3: 601325 में 76 से भाग दें।

$$\begin{array}{r|rrrr} 7^6 & 60 & 11 & 63 & 22 \\ \hline & 7 & 9 & 1 & 2 \end{array} \quad 25$$

$$13 = (25 - 6 \times 2)$$

चरण 1: यहाँ, 7 से पहले विभाजन में, हम 8 को पहले भागफल-अंक के रूप में रख सकते हैं परंतु इस स्थिति में शेष, अगले चरण में घटाव की क्रिया करने हेतु काफी छोटा बचता है। इसलिए 7 को हमलोग भागफल-अंक के रूप में लिखते हैं और शेष 11 को अगले भाज्य-अंक के पहले उपसर्ग के रूप में रखते हैं।

बाकि दूसरी सभी चरणों उदा.-1, एवं उदा.-2 में उल्लिखित चरणों के समान ही होंगे।

हमारा अंतिम भागफल 7912 एवं शेष 13 है।

यदि हम मानों को दशमलव अंक में प्राप्त करना चाहें तो शेष को लिखने के बजाए भाग की प्रक्रिया के नियम का पालन करते हुए जारी रखते हैं, जैसा कि नीचे दिया गया है।

$$\begin{array}{r|rrrr} 7^6 & 60 & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 7 & 9 & 1 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 5 & 60 & 50 \\ \hline & 1 & 7 & 1 \end{array}$$

∴ उत्तर = 7912.171

नोट : शेष को भागफल से अलग करने वाली लंबवत रेखा, दशमलव के लिए पृथक् बिन्दु (Demarcation point) का काम करता है।

उदा. 4: 777777 में 38 से भाग दें।

$$\begin{array}{r|rrrr} 3^8 & 7 & 17 & 17 & 57 & 77 & 87 \\ \hline & 2 & 0 & 4 & 6 & 7 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 77 & 77 \\ \hline & 13 \end{array} \quad (= 77 - 8 \times 8)$$

भागफल = 204678 एवं शेष = 13

तुम्हें उपर्युक्त हल के सभी चरणों को अवश्य पूरा करना चाहिए। हल करने का प्रयास करें। क्या आपने कुछ अंतर पाया?

उदा. 5: 8997654 में 99 से भाग दें।

हल : इसको चरण-दर-चरण स्वयं हल करें।

उदा. 6: (i) 710.014 में 39 से भाग दें। (दशमलव के 4 अंकों तक)

(ii) $718.589 \div 23 = ?$

(iii) $718.589 \div 98 = ?$

हल : (i)

$$\begin{array}{r|rr} 3^9 & 7 & 41 \\ \hline & 1 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} 80 & 20 & 21 & 64 & 70 \\ \hline & . & 2 & 0 & 5 & 4 \end{array}$$

अंतिम सेक्सन के लिए, भागफल $(64 - 45 =) 19$ था। 19 में 3 से भाग देने पर हमने 5 को जगह 4 को उपयुक्त भागफल चुना। क्योंकि यदि हम 5 को भागफल चुनते तो शेष $(19 - 15 =) 4$ प्राप्त होता। अब, अगला भाज्य $(40 - 9 \times 5 =) -5$ होता जो कि स्वीकार्य नहीं हो सकता है।

महत्वपूर्ण नोट :

1. चूँकि घात-अंक (flag-digit) एक है इसलिए हम उत्तर के शेष के लिए दशमलव के एक अंक के पहले लंबवत रेखा खींचते हैं।
2. वह लंबवत रेखा जो शेष को भागफल से अलग करता है, दशमलव के लिए पृथक् बिन्दु (demarcation-point) हो सकता है।

$$(ii) \quad \begin{array}{r|rr|rrrr} 2^3 & 7 & 1 & 0 & 8 & 1 & 5 & 1 & 8 & 0 & 9 \\ \hline & 3 & 1 & . & 2 & 4 & 3 & 0 & & & \end{array}$$

उत्तर = 31.243

नोट : उपर्युक्त महत्वपूर्ण नोट के अंतर्गत उल्लिखित दोनों बिन्दुओं को याद करें।

$$(iii) \quad \begin{array}{r|rr|rrrr} 9^6 & 7 & 1 & 8 & 8 & . & 5 & 8 & 9 \\ \hline & 7 & . & 4 & 4 & 8 & 5 & & \end{array}$$

उत्तर = 7.4485

उदा. 7: 7.3 को 53 से भाग दें।

$$\text{हल :} \quad \begin{array}{r|rrrrrrrr} 5^3 & 7 & . & 2 & 3 & 5 & 0 & 6 & 0 & 4 & 0 \\ \hline & & & 1 & 3 & 7 & 7 & 3 & 6 & & \end{array}$$

तीन अंकों की संख्या से भाग

उदा. 8: 7031985 में 823 से भाग दें।

चरण I: यहाँ भाजक तीन अंकों की है। इस स्थिति में हम भाजक के अंतिम दो अंकों (अर्थात् 23) को भाजक के पहले अंक के ऊपर घात के रूप में लिखते हैं। चूँकि 2 घात-अंक (flag-digit) है, इसलिए हम शेष के लिए भाज्य के दो अंकों को अलग कर लेते हैं।

$$\begin{array}{r|rrrr|rr} 8^{23} & 70 & 3 & 1 & 9 & 85 \\ \hline & & & & & \end{array}$$

चरण II: 70 में 8 से भाग देते हैं तथा भागफल 8 एवं शेष 6 को उनके उपयुक्त स्थानों पर रख देते हैं।

$$\begin{array}{r|rrrr|rr} 8^{23} & 70 & 63 & 1 & 9 & 85 \\ \hline & 8 & 5 & & & \end{array}$$

चरण III: अब हमारा भाज्य 63 है। इसमें से हम 16 घटा लेते हैं, घात-अंकों (Flag-digit) का पहला अंक 2 एवं पहला भागफल अंक 8 का गुणनफल, एवं $(63 - 16 =) 47$ शेष प्राप्त करते हैं। यह वास्तविक भाज्य है। 47 में 8 से भाग देने पर भागफल एवं शेष क्रमशः 5 एवं 7 प्राप्त होते हैं, तथा इन दोनों अंकों को उनके यथा स्थान रखते हैं।

$$\begin{array}{c|cccc|c} 8^{23} & 70 & 63 & 71 & 9 & 85 \\ \hline & 8 & 5 & & & \end{array}$$

चरण IV: अब हमारा भाज्य 71 है। हम इसमें से घात-अंक के दो अंकों (2 और 3) एवं भागफल-अंक के दो अंकों (8 एवं 5) के ब्रज-गुणनफल (cross-products) को घटाते हैं। अर्थात्

$$71 - \{(2 \times 5) + (3 \times 8)\} = 71 - 34 = 37$$

इस प्रकार, अब 37 हमारा वास्तविक भाज्य है। 37 में 8 से भाग देने पर, भागफल 4 एवं शेष 5 प्राप्त होता है।

$$\begin{array}{c|cccc|c} 8^{23} & 70 & 63 & 71 & 59 & 85 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & & \end{array}$$

चरण V: अब हमारा भाज्य 59 है।

वास्तविक भाज्य = $59 - 23$ एवं 54 का ब्रज-गुणनफल

$$= 59 - (2 \times 4 + 3 \times 5) = 59 - 23 = 36$$

अब 36 में 8 से भाग देने पर भागफल = 4 एवं शेष = 4 बचते हैं।

$$\begin{array}{c|cccc|c} 8^{23} & 70 & 63 & 71 & 59 & 485 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & 4 & \end{array}$$

चरण VI: वास्तविक भाज्य = $48 - (3 \times 4 + 2 \times 4)$

$$= 48 - 20 = 28$$

28 में 8 से भाग देने पर,

भागफल = 3 एवं शेष = 4

$$\begin{array}{c|cccc|cc} 8^{23} & 70 & 63 & 71 & 59 & 48 & 45 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & 4 & 3 & \end{array}$$

चरण VII: वास्तविक भाज्य = $45 - (3 \times 4 + 2 \times 3)$

$$= 45 - 18 = 27$$

27 में 8 से भाग देने पर,

भागफल = 3 एवं शेष = 3

$$\begin{array}{c|cccc|ccc} 8^{23} & 70 & 63 & 71 & 59 & 48 & 45 & 3 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & 4 & 3 & 3 & \end{array}$$

लंबवत रेखा, जो शेष और भागफल को अलग करता है, दशमलव के लिए पृथक् बिन्दु हो सकता है।

उत्तर = 8544.33

हमारा उत्तर 8544.33 हो सकता है। पर यदि हम भागफल एवं शेष निकालना चाहते हैं तो प्रक्रिया थोड़ी भिन्न होगी।

इस स्थिति में हमें अंतिम दो चरणों की आवश्यकता नहीं होती है। उत्तर प्राप्त करने के लिए गणना

$$\begin{array}{r|rrrr} 8^{23} & 70 & 6^3 & 71 & 59 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 485 \\ \hline \end{array} \quad \text{चरण तक पर्याप्त होगी।}$$

$$\text{भागफल} = 8544$$

$$\text{शेष} = 485 - 10 \times (23 \text{ एवं } 44 \text{ वज्र-गुणनफल}) - \text{घात-अंक (flag-digit) का अंतिम}$$

$$\text{अंक} \times \text{भागफल का अंतिम अंक}$$

$$= 485 - 10(4 \times 2 + 4 \times 3) - 3 \times 4$$

$$= 485 - 200 - 12 = 273$$

* दो घात-अंकों (flag-digits) एवं भागफल के अंतिम दो अंकों का वज्र-गुणनफल

उदा. 9: 1064321 में 743 से भाग दें (दशमलव के 4 अंकों तक)। शेष भी ज्ञात करें।

$$\text{हल : } \begin{array}{r|rrrr} 7^{43} & 10 & 36 & 44 & 43 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 521 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{भागफल} = 1432$$

$$\text{शेष} = 521 - 10(43 \text{ एवं } 32 \text{ का वज्र-गुणनफल}) - 3 \times 2$$

$$= 521 - 10 \times 17 - 6 = 345$$

दशमलव के लिए :

$$\begin{array}{r|rrrr} 7^{43} & 10 & 36 & 44 & 43 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} 52 & 71 & 70 & 60 & 50 \\ \hline & 4 & 6 & 4 & 3 & 2 \end{array}$$

$$\text{उत्तर} = 1432.4643$$

उदा. 10: 888 में 672 से भाग दें (दशमलव के 4 अंकों तक)

$$\text{हल : } \begin{array}{r|rrrr} 6^{72} & 8 & 28 & 38 & 30 & 40 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & \end{array}$$

$$\text{उत्तर} = 1.3214$$

नोट: लंबवत रेखा, जो शेष और भागफल को अलग करता है, दशमलव के लिए पृथक् बिन्दु (demarcation point) हो सकता है।

क्या भागफल एवं शेष प्राप्त किया जा सकता है? स्वयं कोशिश करें।

उदा. 11: 4213 में 1234 से भाग दें (दशमलव के 4 अंकों तक)। भागफल एवं शेष भी ज्ञात करें।

हल : यद्यपि कि 1234 एक 4 अंकों की संख्या है, हमलोग इसे तीन अंकों की संख्या के रूप में प्रयोग कर सकते हैं क्योंकि 12 एक छोटी संख्या है जिससे आसानी से भाग की क्रिया की जा सकती है।

$$\begin{array}{r|rr} 12^{34} & 42 & 613 \\ \hline & 3 & \end{array}$$

$$\text{भागफल} = 3,$$

$$\begin{aligned}\text{शेष} &= 613 - 10 (03 \text{ एवं } 34 \text{ का वज्र-गुणनफल}) - 4 \times 3 \\ &= 613 - 90 - 12 = 511\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rr|rrrr} 1234 & 42 & 61 & 43 & 70 & 30 & 2 \\ \hline & 3. & 4 & 1 & 4 & 1 & \end{array}$$

चार अंकों की संख्या से भाग

उदा. 12: 703195 में 8231 से भाग दें।

हल : चूँकि यहाँ पर 3 घात-अंक (flag-digit) है, इसलिए 3 अंकों को लंबवत रेखा से अलग करते हैं।

$$\begin{array}{r|rr|rrrr} 8^{231} & 70 & 63 & 71 & 59 & 45 & 6 \\ \hline & 8 & 5 & 4 & 3 & 2 & \end{array}$$

$$\text{उत्तर} = 85.432$$

चरण I: पहला भाज्य = 70

$$\text{भागफल} = 8, \text{ शेष} = 6$$

चरण II: दूसरा वास्तविक भाज्य = $63 - 16 (2 \times 8) = 47$

$$\text{भागफल} = 5, \text{ शेष} = 7$$

चरण III: तीसरा वास्तविक भाज्य = $71 - (23 \text{ एवं } 85 \text{ का वज्र-गुणनफल}) = 71 - 34 = 37,$

$$\text{भागफल} = 4, \text{ शेष} = 5$$

चरण IV: चौथा वास्तविक भाज्य = $59 - (231 \text{ एवं } 854 \text{ का वज्र-गुणनफल})$

$$= 59 - (1 \times 8 + 3 \times 5 + 2 \times 4) = 59 - 31 = 28$$

$$\text{भागफल} = 3, \text{ शेष} = 4$$

चरण V: पाँचवाँ वास्तविक भाज्य = $45 - (231 \text{ एवं } 543 \text{ का वज्र-गुणनफल}) = 22$

$$\text{भागफल} = 2, \text{ शेष} = 6$$

यदि हम भागफल एवं शेष ज्ञात करना चाहते हैं तो निम्नलिखित क्रिया करनी पड़ती है।

$$\begin{array}{r|rr|rr} 8^{231} & 70 & 63 & 7195 \\ \hline & 8 & 5 & \end{array}$$

$$\text{भागफल} = 85$$

$$\begin{aligned}\text{शेष} &= 7195 - 100 (231 \text{ एवं } 085 \text{ का वज्र-गुणनफल}) - 10 (31 \text{ एवं } 85 \text{ वज्र-गुणनफल}) \\ &\quad - 1 \times 5\end{aligned}$$

$$7195 - 3400 - 230 - 5 = 7195 - 3635 = 3560$$

उदा. 13: 41326 में 31046 से भाग (दशमलव के 5 अंकों तक) दें।

$$\begin{array}{r|rr|rrrr} 3^{1046} & 4 & 1 & 3 & 2 & 6 & 40 \\ \hline & 1. & 3 & 3 & 1 & 1 & 2.. \end{array}$$

$$\text{उत्तर} = 1.33112$$

चरण I: पहला वास्तविक भाज्य 4 है। भागफल = 1 एवं शेष = 1

चरण II: दूसरा वास्तविक भाज्य = $10 - 1 \times 1 = 10$

भागफल = 3 एवं शेष = 1

चरण III: तीसरा वास्तविक भाज्य = $13 - (10 \text{ एवं } 13 \text{ का वज्र-गुणनफल})$

= $10 - (0 \times 1 + 1 \times 3) = 10$, भागफल = 3 एवं शेष = 1

चरण IV: चौथा वास्तविक भाज्य

= $12 - (104 \text{ एवं } 133 \text{ का वज्र-गुणनफल})$

= $12 - 7 = 5$, भागफल = 1 एवं शेष = 2

चरण V: पाँचवाँ वास्तविक भाज्य

= $26 - (1046 \text{ एवं } 1331 \text{ का वज्र-गुणनफल})$

= $26 - 19$

= 7, भागफल (सुविधाजनक) = 1 एवं शेष = 4

चरण VI: छठा वास्तविक भाज्य

= $40 - (1046 \text{ एवं } 3313 \text{ का वज्र-गुणनफल})$

= $40 - 31 = 9$, (सुविधाजनक) भागफल = 2 एवं शेष = 4

नोट : $1046 \text{ एवं } 1331 \text{ का वज्र-गुणनफल} = 6 \times 1 + 4 \times 3 + 0 \times 3 + 1 \times 1 = 19$

उदा. 14: 20014 में 137608 से भाग दें। (दशमलव के पाँच अंकों तक)

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} 137608 & 0 & 2 & 10 & 30 & 61 & 84 & 9 \\ \hline & 0 & 1 & 4 & 5 & 4 & 4 & \end{array}$$

उत्तर = 0.14544

इस स्थिति में भी विधि एक समान ही है। यहाँ केवल एक बात ध्यान देने योग्य है कि भाज्य के सभी पाँचों अंक शेष-भाग (remainder-section) में रखा गया है। इसलिए हम शून्य भाज्य-भाग (dividend-part) में रखते हैं।

उदा. 15: 8905 में 769315 से भाग दें (दशमलव के चार अंकों तक)।

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} 769315 & 0 & 0 & 8 & 19 & 60 & 105 \\ \hline & 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 7 & \end{array}$$

उत्तर = 0.01157

यदि प्रश्न में दशमलव के चार अंकों तक गणना करने के लिए पूछा जाता है तो दशमलव के पाँच अंकों तक गणना अच्छा होता है क्योंकि ऐसा बिना किए हमलोग इस निष्कर्ष पर नहीं पहुँच सकते हैं कि इसके आगे भी कोई मान्य गणना हो सकती है।

नोट: ऊपर के उदाहरण में हम यह पाते हैं कि भाज्य केवल 4 अंकों की ही है। इसलिए हम भाज्य के अंकों की संख्या को घात के अंकों (69315) (flagged number) की संख्या के बराबर करने के लिए 8 के पहले एक शून्य रखते हैं। गणना के दौरान इस शून्य को सीधा नकल करके नीचे देते हैं। जो किसी भी प्रकार के गणना में भाग नहीं लेता है।

उदा. 16: 0.0034147 में 81.4256321 से भाग दें (दशमलव के 6 अंकों तक)।

हल: संख्या के रूप को परिवर्तित कर दें। क्योंकि दिए हुए रूप में दशमलव को यथास्थान रखने में उलझ सकते हैं।

34147 में 814256321 से भाग दें।

(दशमलव को 7 स्थान दायीं ओर विस्थापित कर दें।)

अब,

$$\begin{array}{r|rrrrrrrrrr} 814256321 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 34 & 24 & 94 & 57 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 9 & \end{array}$$

उत्तर = 0.000041

चरण I: शेष-सेक्सन (remainder-section) के संख्या से पहले 3 शून्य रखते हैं क्योंकि घात संख्याएँ (flagged-digits) 8 हैं।

चरण II: तीनों शून्यों को सीधा नकल करके नीचे लिख दें।

चरण III: 3, 8 से कम है। सामान्य स्थितियों में जब भाज्य का पहले अंक भाजक के पहले अंक से कम हो तो हम भाज्य के पहले दो अंकों को एक साथ पहले भाज्य के रूप में लेते आ रहे हैं। परंतु इस दशमलव की स्थिति में ऐसा नहीं कर सकते हैं। इसलिए, इस स्थिति में, 3 पहले भाज्य के रूप में लिया जाता है। और भागफल = 0 एवं शेष = 3 प्राप्त होता है। आगे की सभी प्रक्रियाएँ वैसी ही होंगी जैसा कि पहले वर्णन किया गया है। अब तक आप भाग के प्रश्न के हर संभव स्थितियों से अवश्य ही अवगत हो चुके होंगे। ऊपर वर्णन किए गए किसी भी उदाहरण को नजरअंदाज नहीं करें।

इस प्रकार, अब आपको भाग के प्रश्न का अधिक से अधिक अभ्यास करना चाहिए।

गणना की जाँच:

उदा. 1: हम लोग उदाहरणों की गणना की जाँच बारी-बारी से करेंगे।

$$38982 \div 73 = 534 \text{ (चूँकि शेष शून्य है।)}$$

$$\text{अंक-योग (digit-sum) : } 3+1=3 \text{ या, } 3=3$$

इसलिए हमारी गणना सही है।

उदा. 2: स्वयं जाँच करें।

उदा. 3: $601325 \div 76$

$$\Rightarrow \text{भागफल} = 7912 \text{ एवं शेष} = 13$$

हम ऊपर की गणना को इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$7912 \times 76 + 3 = 601325$$

अब, सत्यता की जाँच करते हैं :

$$\text{अंक-योग (digit-sum method) : } 1 \times 4 + 4 = 8$$

$$\text{या, } 4 + 4 = 8$$

$$\text{या, } 8 = 8$$

इस प्रकार हमारी गणना सही है।

उदा. 4: स्वयं जाँच करें।

उदा. 5: स्वयं जाँच करें।

उदा. 6: (i) $710.014 \div 39 = 18.2054$

हम अपने गणना की जाँच के लिए अंक-योग विधि (digit-sum method) का प्रयोग नहीं कर सकते हैं क्योंकि यहाँ पर हमारी गणना पूर्ण नहीं है।

(ii) $718.589 \div 23 = 31.2430$

यह गणना पूर्ण है क्योंकि अंत में भागफल एवं शेष '0' प्राप्त होता है। इस स्थिति में हम अंक-योग विधि का प्रयोग कर सकते हैं।

$$\text{अंक योग} = 2 + 5 = 4$$

$$\text{या, } 0.5 = 4$$

$$\text{या, } 4 = 4$$

हमारी गणना सही है।

नोट: अंक-योग के दौरान (9 - विधि को भूल जाएँ) दशमलव को शामिल नहीं करते हैं।

उदा. 7: इस गणना में अंक-योग विधि लागू होगा या नहीं बताएँ।

नोट: इस प्रकार हम अंक-योग नियम की सीमा (limitation) को देख सकते हैं।

अभ्यास प्रश्न

1. x में y से भाग दें; जहाँ

a) $x=135921$ एवं $y=89$

b) $x=64932$ एवं $y=99$

c) $x=8899$ एवं $y=101$

d) $x=9795$ एवं $y=122$

e) $x=13596289$ एवं $y=76$

f) $x=89325$ एवं $y=132$

g) $x=89$ एवं $y=71$

h) $x=96$ एवं $y=95$

i) $x=53$ एवं $y=83$

j) $x=93$ एवं $y=109$

2. x में y से भाग दें; जहाँ

a) $x=359281$ एवं $y=567$

b) $x=8932$ एवं $y=981$

c) $x=99899$ एवं $y=789$

d) $x=1053$ एवं $y=989$

e) $x=738$ एवं $y=895$

f) $x=13569$ एवं $y=1051$

g) $x=69325$ एवं $y=1163$

h) $x=935$ एवं $y=1259$

i) $x=100002$ एवं $y=777$

j) $x=12345$ एवं $y=567$

3. x में y से भाग दें; जहाँ

a) $x=3961256$ एवं $y=6539$

b) $x=698956$ एवं $y=5783$

c) $x=8889$ एवं $y=6798$

d) $x=889$ एवं $y=9834$

e) $x=.00532$ एवं $y=89.325168$

f) $x=.056$ एवं $y=.893$

g) $x=12$ एवं $y=998563$

h) $x=.867$ एवं $y=93.834516$

i) $x=1.932$ एवं $y=105.63513$

j) $x=0.00035$ एवं $y=78.53$

उत्तर:

- | | | | | |
|----|---|--|---------------------------|---------------------------|
| 1. | a) 1527.2022
e) 178898.53
i) 0.6385 | b) 655.87878
f) 676.7045
j) 0.8532 | c) 88.10891
g) 1.2535 | d) 81.92622
h) 1.0105 |
| 2. | a) 633.6525
e) 0.8245
i) 128.7027 | b) 9.1049
f) 12.9105
j) 21.7724 | c) 126.6147
g) 59.6087 | d) 1.0647
h) 0.7246 |
| 3. | a) 605.7892
e) 0.0000595
i) 0.0182893 | b) 120.8639
f) 0.0627
j) 0.0000044 | c) 1.3075
g) 0.000012 | d) 0.0904
h) 0.0092326 |
-