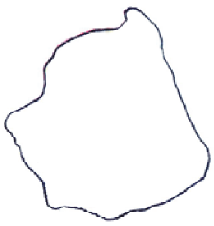
17

क्षेत्रमिति–2 परिमाप
(MENSURATION - 2-PERIMETER)

निम्नलिखित धागे से बनी आकृतियों को देखिएः–



A

चित्र (Fig) –1

A

चित्र (Fig)–2

A

चित्र (Fig)–3

उपरोक्त चित्रों में यदि A से चलना प्रारम्भ करें और पूरा चक्कर लगाकर पुनः A पर पहुँचे तो तय की गई दूरी आकृति को बनाने में उपयोग किए गए धागे की लम्बाई के बराबर होगी। यही आकृति के घेरे की भी लम्बाई है।

इसी प्रकार धागे से अथवा तार से विभिन्न आकृतियाँ बनाकर उसके घेरे की लम्बाई ज्ञात की जा सकती है। इसे ही क्षेत्र का परिमाप कहते हैं।

किसी भी बंद आकृति के पथ पर एक चक्कर लगाने के लिए तय की गई दूरी उस आकृति का परिमाप कहलाती है।

जैसा आपने देखा कि किसी क्षेत्र की सीमा पर एक चक्कर ही परिमाप है अतः किसी क्षेत्र को तार से घेरने अथवा चारों ओर अहाता बनाते समय परिमाप की आवश्यकता पड़ती है।

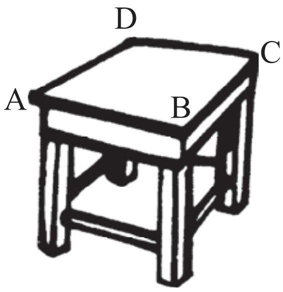
परिमाप (Perimeter)

दैनिक जीवन में कई वस्तुएँ उपयोग में आती हैं। जिनका आकार वृत्ताकार, त्रिभुजाकार, आयताकार होता है। आपने भी इन सभी आकार की वस्तुओं को देखा है। आपकी कॉपी का पन्ना, शतरंज का बोर्ड, कैरम का बोर्ड इत्यादि आयताकार हैं।

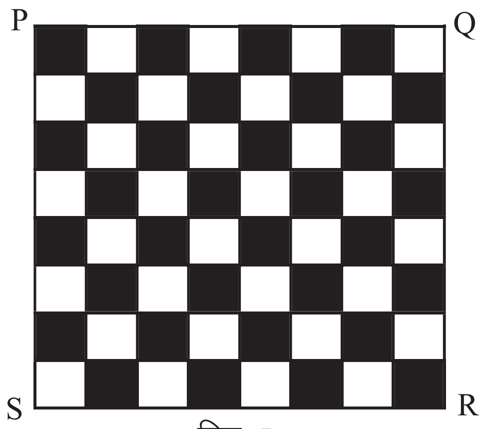
हमारी कॉपी का पन्ना, शतरंज का बोर्ड, पुस्तक, श्याम पट्ट आदि सभी आयताकार है। इनमें से कुछ आयताकार वस्तुएं वर्गाकार भी हैं। अपने आस–पास आयताकार वस्तुएं छांटिए और उनमें से उन आकृतियों को अलग कीजिए जो वर्गाकार भी हैं। नीचे दिए गए स्थान पर इनकी सूची बनाइए।

सिर्फ आयताकार हैं	वर्गाकार भी हैं
1. आपकी कॉपी का पन्ना	1. शतरंज का बोर्ड
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.

अब इन आकृतियों के किनारों पर ध्यान दीजिए और बताइये कि इनमें कितने किनारे हैं?



चित्र–4



चित्र–5

यहाँ आप देख रहे हैं कि टेबल के किनारों की संख्या 4 है। इसी प्रकार शतरंज बोर्ड के किनारों की संख्या भी 4 है।

आइए, अब कुछ आयताकार तलों का परिमाप निकालें।

✍ क्रियाकलाप (ACTIVITY) 1.

टेबल के ऊपरी तल के किनारों को स्केल की सहायता से नापिये और लिखिये।

किनारे AB=…………….. सेमी, BC=……………………… सेमी

CD= …..……….. सेमी DA=…………………….. सेमी

अब इन सभी किनारों की लम्बाई को जोड़िए और लिखिए ।

टेबल के चारों किनारों का योग

= AB + BC + C D + DA = ... + ... + ... + ...+

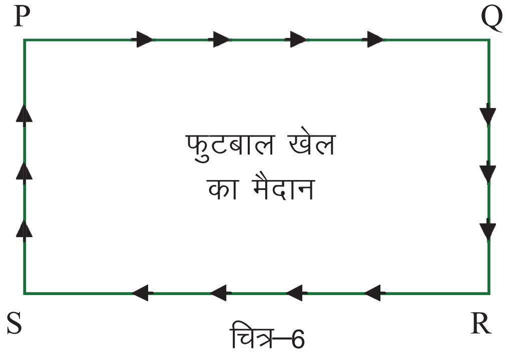
= .... सेमी

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 2.

इसी प्रकार शतरंज बोर्ड के बाहरी किनारे नापिये और उन्हें जोड़िए

PQ + QR + RS + SP = ...+................+................+................ = ... सेमी

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 3.



चित्र–6

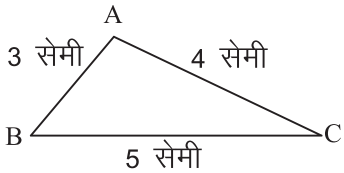
चित्र 6 में एक फुटबाल खेल का मैदान P Q R S दिखाया गया है ।

6वीं कक्षा का एक छात्र गोलू रोज़ाना सुबह 5 बजे उठकर इस फुटबाल मैदान के किनारे पर एक चक्कर लगाता है। अब बताइये कि गोलू रोज़ाना कितना चलता है?

गोलू द्वारा एक चक्कर में चली गयी कुल दूरी = PQ की लम्बाई + QR की लम्बाई + RS की लम्बाई +SP की लम्बाई।

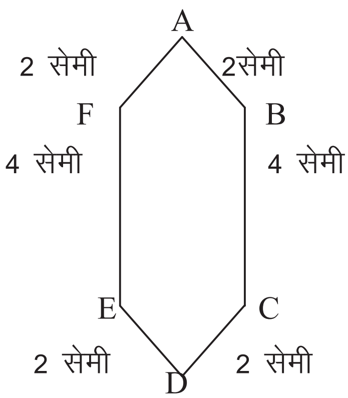
इन सभी क्रियाकलापों (1), (2) और (3) में आपने देखा कि आकृति के सभी किनारों की लम्बाई का योग उस आकृति का परिमाप है।

निम्न आकृतियों का परिमाप ज्ञात कीजिए तथा रिक्त स्थानों में लिखिए ।



परिमाप =..............

चित्र–7

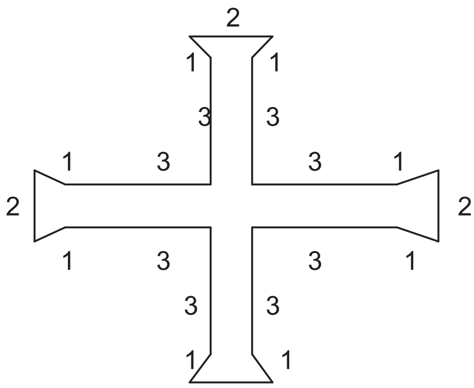


चित्र–8

AB + BC + CD + DE + EF + FA

= — + — + — + — + — + —

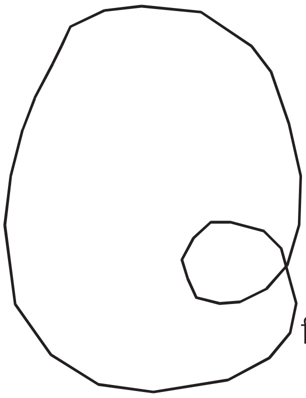
परिमाप = ... सेमी



चित्र–9

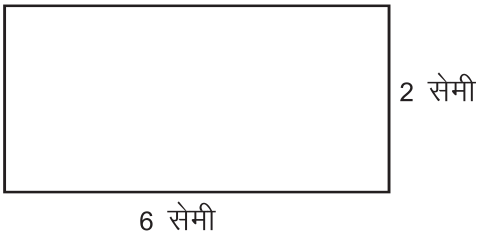
परिमाप =..............

चित्र के ऊपर धागा रख कर धागे की लम्बाई ज्ञात कीजिए वही परिमाप होगा।



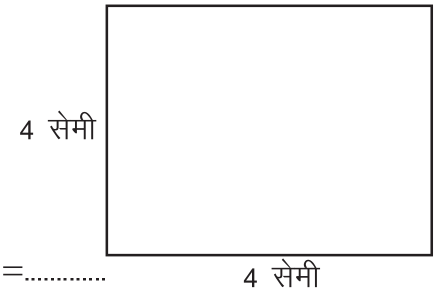
परिमाप =..............

चित्र–10



परिमाप =..............

चित्र–11



परिमाप =............

चित्र–12

अभ्यास (Practice) 17.1

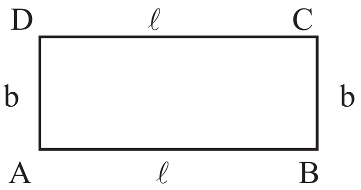
1. एक आयताकार बगीचे की लम्बाई 6 मीटर और चौड़ाई 3 मीटर है। इसमें चारों ओर तार का घेरा लगाना है, तो आवश्यक तार की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

2. एक आयताकार मैदान की लम्बाई 100 मीटर व चौड़ाई 50 मीटर है। इसके चारों ओर दो चक्कर लगाने में कुल तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

परिमाप कैसे पता करेंगे :– अब आपके समझ में आ गया होगा कि

आयत का परिमाप = उसके चारों भुजाओं की लम्बाई का योग

अब यदि किसी आयत की लम्बाई ℓ इकाई और चौड़ाई b इकाई हो तो



आयत की परिमाप = उसकी चारों भुजाओं की लम्बाई का योग

= AB की लम्बाई + BC की लम्बाई +CD की लम्बाई + DA की लम्बाई

= ℓ इकाई + b इकाई + ℓ इकाई + b इकाई

= ℓ इकाई + ℓ इकाई + b इकाई + b इकाई

= $(\ell + \ell)$ इकाई + (b + b) इकाई

= 2 ℓ इकाई + 2 b इकाई

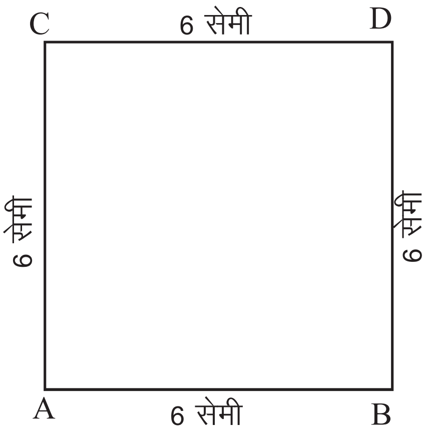
= 2 $(\ell + b)$ इकाई

अतः ℓ इकाई लम्बे b इकाई चौड़े आयत की परिमाप = 2 $(\ell + b)$ इकाई

आयत का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

वर्ग का परिमाप (Perimeter of Square)

एक वर्ग के भुजा की लम्बाई 6 सेमी है। उसका परिमाप क्या होगा?



वर्ग का परिमाप = वर्ग के चारों भुजाओं की कुल लम्बाई

= 6 सेमी + 6 सेमी + 6 सेमी + 6 सेमी

= 4 × 6 सेमी (6 सेमी वर्ग की एक भुजा)

अतः वर्ग का परिमाप = 4 × एक भुजा की लम्बाई

वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

(PERIMETER OF SQUARE = 4 × SIDE)

परिमाप का मात्रक (Unit of Perimeter)

परिमाप किसी भी बंद आकृति के कुल घेरे की लम्बाई है, अतः इसका मात्रक क्या होना चाहिए ? चूँकि परिमाप वास्तव में लम्बाई ही है अतः इसका मात्रक और लम्बाई का मात्रक एक ही होगा।

निम्न सारणी में रिक्त स्थानों को भरिये–

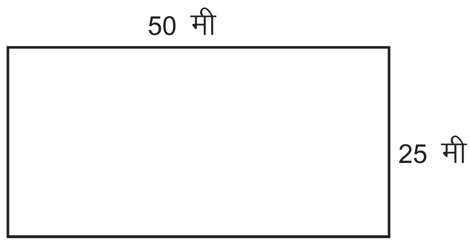
सारणी–1

क्रमांक	आयत की लम्बाई ℓ	आयत की चौड़ाई b	आयत के चारों भुजाओं का योग	आयत की परिमाप	आयत/वर्ग का परिमाप सूत्र की सहायता से
1.	10 सेमी	5 सेमी	10 सेमी +5सेमी +10 सेमी +5 सेमी = 30 सेमी	30 सेमी	2 (10+5) सेमी = 2 × 15 सेमी = 30 सेमी
2.	5 सेमी	5 सेमी	5 सेमी+5सेमी+5सेमी+ 5 सेमी = 20 सेमी	20 सेमी	4 × 5 = 20 सेमी
3.	6 मीटर	4 मीटर			
4.	7 सेमी	7 सेमी			

आइए, दैनिक जीवन से सम्बन्धित कुछ और उदाहरण देखें।

उदाहरण 1.

एक आयताकार मैदान की लम्बाई 50 मीटर एवं चौड़ाई 25 मीटर है । एक धावक इसके चारों ओर 10 चक्कर लगाता है । ज्ञात कीजिए उसने कितनी दूरी तय की है



हल : यहाँ आयत की लम्बाई (ℓ) = 50 मी

आयत की चौड़ाई (b) = 25 मी

आयत का परिमाप = $2(\ell + b)$

= 2 (50 मी + 25 मी)

= 150 मी

इस प्रकार धावक एक चक्कर में 150 मीटर दूरी तय करता है।

∴ धावक 10 चक्कर में 10 × 150 मीटर = 1500 मीटर दूरी तय करेगा।

उदाहरण 2. यदि एक वर्ग का परिमाप 200 मीटर है तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

हल: यहाँ परिमाप = 200 मीटर

4 × वर्ग के एक भुजा की लम्बाई = 200 मीटर

वर्ग के एक भुजा की लम्बाई $= \frac{200}{4}$ मीटर

= 50 मीटर

अब वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

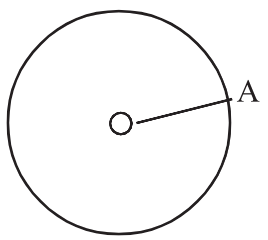
= 50 मीटर × 50 मीटर

= 2500 वर्गमीटर या 2500 मीटर^2

वृत्त का परिमाप ज्ञात करना (Finding the Perimeter of a Circle)

वृत्त के पाठ में आपने वृत्त के चारों ओर का घेरा निकालने से संबधित क्रियाकलाप किया है, तथा यह भी देखा है कि वृत्त के चारों ओर के घेरे की लम्बाई और वृत्त के व्यास के बीच का अनुपात π के बराबर होता है, जहाँ π स्थिरांक है। इस संबंध को निम्नानुसार लिख सकते है–

$$\frac{\text{वृत्त के चारों ओर के घेरे की लम्बाई}}{\text{वृत्त का व्यास}} = \pi$$



वृत्त के चारों ओर का घेरा ही वृत्त का परिमाप है, जिसे वृत्त की **परिधि** कहते है।

यदि वृत्त की त्रिज्या = r हो तो व्यास = 2r होगा

अतः $\frac{\text{वृत्त की परिधि}}{2r} = \pi$

या वृत्त की परिधि = $2\pi r$ जहाँ $\pi = \frac{22}{7}$

वृत्त की परिधि (C)= $2\pi r$

(CIRCUMFERENCE OF THE CIRCLE (C) = $2\pi R$)

उदाहरण 3. किसी वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है तो वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।

$$C = 2\pi r$$

$$C = \frac{2 \times 22 \times 7}{7} = 44 \text{ सेमी}$$

उदाहरण 4. किसी वृत्त का एक चक्कर 1 किमी का है। उस वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

$$C = 2\pi r$$

$$1000 = \frac{2 \times 22 \times r}{7}$$ [∵ 1 कि.मी. = 1000 मीटर]

$$\Rightarrow 7 \times 1000 = 2 \times 22 \times r$$

$$\Rightarrow \frac{7 \times 1000}{2 \times 22} = r$$

$$\Rightarrow r = \frac{1750}{11} \text{ मी}$$

$$\Rightarrow r = 150.9 \text{ मी}$$

अभ्यास (Practice) 17.2

1. विभिन्न वृत्तों की त्रिज्या निम्नलिखित है। परिधि की गणना कीजिए:
   1. 3.5 सेमी
   2 10.5 सेमी
   3 17.5 सेमी

2. विभिन्न वृत्तों की परिधि की लंबाई दी गई है। त्रिज्या ज्ञात कीजिए:
   1. 500 मी 2. 100 मी
   3. 22 सेमी 4. 11 सेमी

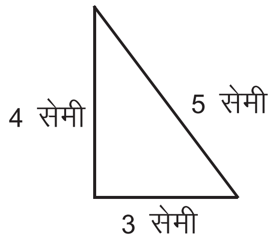
3. एक पहिए की त्रिज्या ½ मी है । ग्यारह किमी दूरी तय करने के लिए पहिए को कितने चक्कर घूमना होगा?

प्रश्नावली (EXERCISE) 17

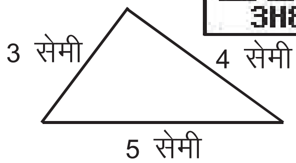
3H8G4Z

(1) निम्न में से बन्द आकृतियों को छाँटकर उनकी परिमाप ज्ञात कीजिए ।

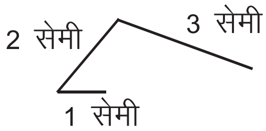
(i)



(ii)

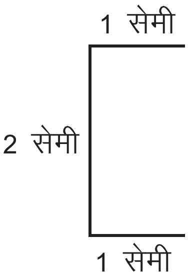


(iii)

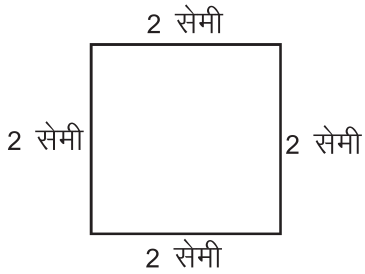


(iv)

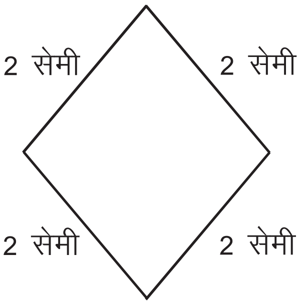
(v)



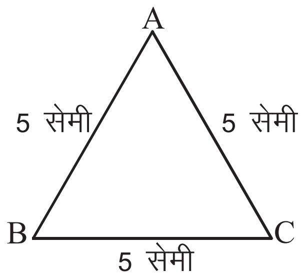
(vi)



(vii)



(viii)



(2) निम्न आयतों में से प्रत्येक का परिमाप ज्ञात कीजिए। लम्बाई, चौड़ाई निम्नानुसार है

(i) लम्बाई = 15 सेमी चौड़ाई = 6 सेमी

(ii) लम्बाई = 12 सेमी चौड़ाई = 6 सेमी

(iii) लम्बाई = 3.5 सेमी चौड़ाई = 2.5 सेमी

(iv) लम्बाई = 100 सेमी चौड़ाई = 50 सेमी

(3) नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य, प्रत्येक कथन के सामने दिए गए कोष्ठक में लिखिए तथा असत्य कथनों को सुधार कर कॉपी में लिखिए –

(i) प्रत्येक वर्ग एक आयत होता है। ( )

(ii) प्रत्येक आयत एक वर्ग होता है। ( )

(iii) आयत की प्रत्येक भुजा सेमी में मापी गयी हो तो इसका परिमाप मीटर में होगा। ( )

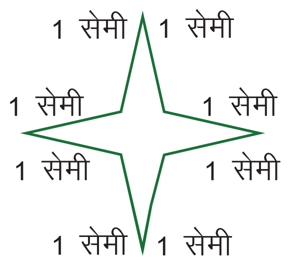
(iv) आयत का परिमाप उसके चारों भुजाओं के योग के बराबर होता है। ( )

(4) एक वर्ग की भुजा 15 सेमी है इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

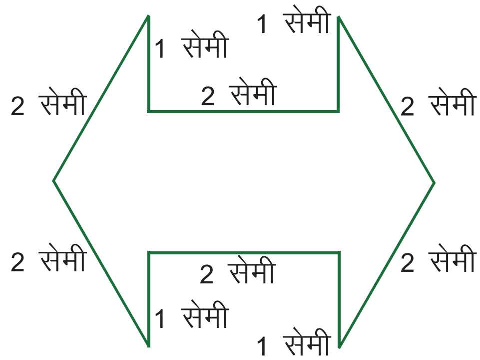
(5) एक आयत की लम्बाई 20 सेमी और चौड़ाई 0.5 मीटर है तो इसका परिमाप सेमी व मीटर में ज्ञात कीजिए ।

(6) निम्न आकृतियों का नाप सेमी में दिया गया है, उसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

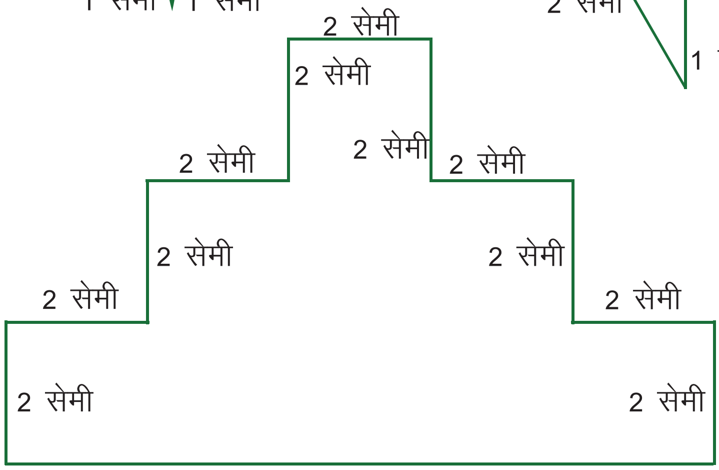
(i)



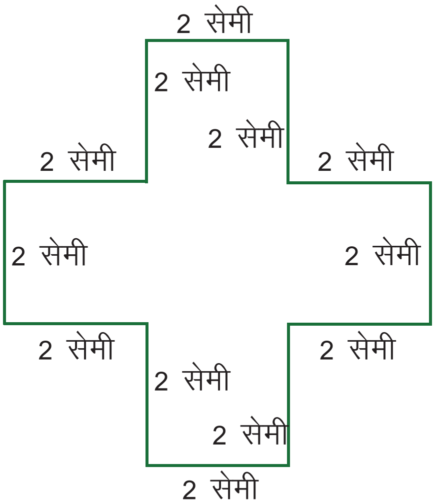
(ii)



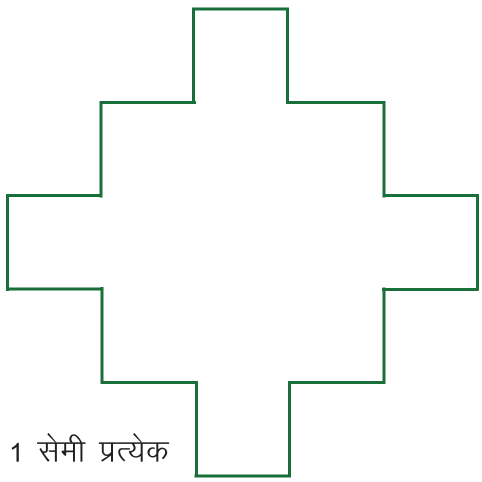
(iii)



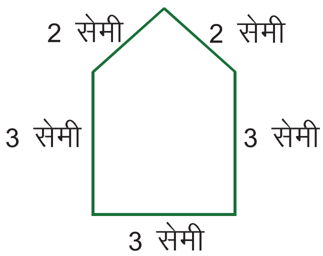
(iv)



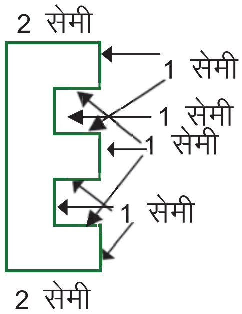
(v)



(vi)



(vii)



(7) एक आयताकार मैदान की लम्बाई 25 मीटर व चौड़ाई 10 मीटर है इसके किनारे किनारे एक खिलाड़ी चार चक्कर पूरे करता है उसने कितनी दूरी तय की है।

हमने सीखा (We Learnt)

1. परिमाप व क्षेत्रफल केवल बंद आकृतियों का ही संभव है।
2. बंद आकृतियाँ वह होती हैं जो बिना दुहराए अपने प्रारंभिक बिन्दु पर समाप्त होती हैं।
3. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
4. आयत का क्षेत्रफल = आयत के अन्तः भाग का क्षेत्रफल
5. प्रत्येक वर्ग आयत हो सकता है परंतु प्रत्येक आयत वर्ग नहीं हो सकता
6. वर्ग का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$
7. आयत का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)
8. वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा
9. 1 वर्ग मीटर = 1 मीटर × 1 मीटर
   = 100 सेमी × 100 सेमी = 10,000 वर्ग सेमी = 10,000 सेमी^2

:– **प्रायोजना कार्य (Project work)** :–

अपनी कक्षा की लंबाई और चौड़ाई माप कर परिमाप ज्ञात कीजिए।