CLASS : 12th (Sr. Secondary) **Code No. 2031**

Series : SS-M/2017

Roll No. | | | | | | | | | | |

SET : A

गणित **GRAPH**

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh Candidates)

(Evening Session)

Time allowed : ***3*** *hours]* *[Maximum Marks :* ***80***

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित प्रश्न* ***20*** *हैं।*

  Please make sure that the printed question paper are contains ***20*** *questions.*

- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये* ***कोड नम्बर*** *तथा* ***सेट*** *को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।*

  The ***Code No.*** *and* ***Set*** *on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.*

- *कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।*

  Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.

- *उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।*

  Don't leave blank page/pages in your answer-book.

- *उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।*

  Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.

- *परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।*

  Candidates must write their Roll Number on the question paper.

- *कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है,* ***परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।***

Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, ***no claim in this regard, will be entertained after examination.***

सामान्य निर्देश :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में* **20** *प्रश्न हैं, जो कि* ***चार*** *खण्डों :* ***अ, ब, स*** *और* ***द*** *में बाँटे गए हैं :*

खण्ड 'अ' : *इस खण्ड में* ***एक*** *प्रश्न है जो बहुविकल्पीय प्रकार के* **16** *(i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।*

खण्ड 'ब' : *इस खण्ड में* **2** *से* **11** *तक कुल* ***दस*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।*

खण्ड 'स' : *इस खण्ड में* **12** *से* **16** *तक कुल* ***पाँच*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।*

खण्ड 'द' : *इस खण्ड में* **17** *से* **20** *तक कुल* ***चार*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।*

(ii) ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।***

(iii) ***खण्ड 'द'*** *के* ***कुछ*** *प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं, उनमें से* ***एक*** *ही प्रश्न को चुनना है।*

(iv) *दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।*

(v) *ग्राफ-पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक* ***अवश्य*** *लिखें।*

(vi) *कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

General Instructions :

(i) *This question paper consists of* **20** *questions which are divided into* ***four*** *Sections :* ***A, B, C*** *and* ***D*** *:*

Section 'A' : *This Section consists of* ***one*** *question which is divided into* **16** *(i-xvi) parts of multiple choice type. Each part carry 1 mark.*

Section 'B' : *This Section consists of* ***ten*** *questions from* **2** *to* **11**. *Each question carries 2 marks.*

Section 'C' : *This Section consists of* ***five*** *questions from* **12** *to* **16**. *Each question carries 4 marks.*

Section 'D' : *This Section consists of* ***four*** *questions from* **17** *to* **20**. *Each question carries 6 marks.*

(ii) ***All questions are compulsory.***

(iii) ***Section 'D'*** *contains* ***some*** *questions where internal choice have been provided. Choose* ***one*** *of them.*

(iv) You must attach the given graph-paper along with your answer-book.

*(v) You **must** write your Answer-book Serial No. on the graph-paper.*

(vi) Use of Calculator is not permitted.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (i) मान लीजिए कि $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है, सही उत्तर का चयन कीजिए : 1

(A) f एकैकी आच्छादक है

(B) f बहुएक आच्छादक है

(C) f एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं है

(D) f न तो एकैकी है, और न ही आच्छादक है

Let $f : R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = x^4$, choose the correct answer :

(A) f is one-one onto

(B) f is many-one onto

(C) f is one-one but not onto

(D) f is neither one-one nor onto

(ii) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान है : 1

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

$\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ is equal to :

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

(iii) यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो x और y के मान हैं : 1

(A) $x=-\frac{1}{3}, y=7$ (B) $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{2}{3}$

(C) $x=-\frac{2}{3}, y=7$ (D) $x=5, y=-\frac{2}{3}$

If the matrices $\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$, then the values of x and y are :

(A) $x=-\frac{1}{3}, y=7$ (B) $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{2}{3}$

(C) $x=-\frac{2}{3}, y=7$ (D) $x=5, y=-\frac{2}{3}$

(iv) यदि A, 3×3 कोटि का व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो $|\text{adj A}|$ का मान है : 1

(A) $|A|^3$ (B) $|A|$

(C) $3|A|$ (D) $|A|^2$

Let A be a non-singular square matrix of order 3×3. Then $|\text{adj A}|$ is :

(A) $|A|^3$ (B) $|A|$

(C) $3|A|$ (D) $|A|^2$

(v) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{यदि } x \le \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$, $x = \pi$ पर संतत हो, तो k का मान है : 1

(A) -1 (B) $-\frac{2}{\pi}$

(C) -2 (D) इनमें से कोई नहीं

If the function $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \le \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$ is continuous at $x = \pi$, then the value of k is :

(A) -1 (B) $-\frac{2}{\pi}$

(C) -2 (D) None of these

(vi) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष $r = 5$ पर है : 1

(A) 10π (B) 8π

(C) 12π (D) 13π

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 5$ is :

(A) 10π (B) 8π

(C) 12π (D) 13π

(vii) वक्र $y = x^3 - 11x + 5$ पर वह बिन्दु है, जिस पर स्पर्श रेखा $y = x - 11$ है : 1

(A) (–2, 0) (B) (3, 7)

(C) (0, 2) (D) (2, –9)

The point on the curve $y = x^3 - 11x + 5$ at which the tangent is $y = x - 11$, is :

(A) (–2, 0) (B) (3, 7)

(C) (0, 2) (D) (2, –9)

(viii) $\int \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$ का मान है : 1

(A) $\frac{1}{3}\tan^{-1} x^3 + c$ (B) $\tan^{-1}\sqrt{x} + c$

(C) $\sin^{-1} x^3 + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

$\int \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$ is equal to :

(A) $\frac{1}{3}\tan^{-1} x^3 + c$ (B) $\tan^{-1}\sqrt{x} + c$

(C) $\sin^{-1} x^3 + c$ (D) None of these

(ix) $\int_0^1 \sin^{-1} x \, dx$ का मान है : 1

(A) 2 (B) $\frac{\pi}{2}-1$

(C) -1 (D) 1

$\int_0^1 \sin^{-1} x\, dx$ is equal to :

(A) 2 (B) $\frac{\pi}{2}-1$

(C) -1 (D) 1

(x) निम्नलिखित समीकरणों में से किस समीकरण का व्यापक हल $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ है : 1

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}+1=0$ (B) $\frac{d^2y}{dx^2}-1=0$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}-y=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}+y=0$

Which of the following differential equation has $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ as the general solution ?

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}+1=0$ (B) $\frac{d^2y}{dx^2}-1=0$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}-y=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}+y=0$

(xi) अवकल समीकरण $e^x dy + (ye^x + 2x)\, dx = 0$ का व्यापक हल है : 1

(A) $ye^x + x^2 = c$ (B) $xe^x + x^2 = c$

(C) $xe^y + y^2 = c$ (D) $ye^y + x^2 = c$

The general solution of the differential equation $e^x dy + (ye^x + 2x)\, dx = 0$ is :

(A) $ye^x + x^2 = c$ (B) $xe^x + x^2 = c$

(C) $xe^y + y^2 = c$ (D) $ye^y + x^2 = c$

(xii) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप है : 1

(A) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$

The projection of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ is :

(A) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$

(xiii) रेखाओं $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के युग्म के बीच का कोण है : 1

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{15}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{8\sqrt{3}}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{8}}{15}\right)$

Angle between the pair of lines $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ and $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ is :

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{15}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{8\sqrt{3}}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{8}}{15}\right)$

(xiv) यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है, तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है : 1

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{36}$

(C) 0 (D) $\frac{11}{12}$

The probability of obtaining an even prime number on each die, when a pair of dice is rolled is :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{36}$

(C) 0 (D) $\frac{11}{12}$

(xv) यदि एक न्याय्य सिक्के को 10 बार उछाला गया हो, तो ठीक छः चित प्राप्त करने की प्रायिकता है : 1

(A) $\frac{193}{512}$ (B) $\frac{290}{512}$

(C) $\frac{105}{512}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If a fair coin is tossed ten times, the probability of getting exactly six heads is :

(A) $\frac{193}{512}$ (B) $\frac{290}{512}$

(C) $\frac{105}{512}$ (D) None of these

(xvi) यदि P(A) = $\frac{1}{2}$, P(B) = 0 हो, तो P(A/B) है : 1

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) परिभाषित नहीं

If P(A) = $\frac{1}{2}$, P(B) = 0, then P(A/B) is :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) Not defined

खण्ड – ब

SECTION – B

2. यदि फलन $f : R \to R$, $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त हो, तो दिखाइए कि f व्युत्क्रमणीय है और f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए। 2

Let $f : R \to R$, given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible and find the inverse of f.

3. सिद्ध कीजिए : 2

$$2\sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{24}{7}$$

Prove that :

$$2\sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{24}{7}$$

4. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि $A + A'$ एक सममित आव्यूह है। 2

For the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, verify that $A + A'$ is a symmetric matrix.

5. $\begin{vmatrix} 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \\ -\sin\alpha & 0 & \sin\beta \\ \cos\alpha & -\sin\beta & 0 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\begin{vmatrix} 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \\ -\sin\alpha & 0 & \sin\beta \\ \cos\alpha & -\sin\beta & 0 \end{vmatrix}$

6. $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5}\ dx$ का मान निकालिए। 2

Find $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5}\ dx$

7. मान ज्ञात कीजिए $\int_{-1}^{1} \sin^5 x \cos^4 x\ dx$ 2

Evaluate : $\int_{-1}^{1} \sin^5 x \cos^4 x\ dx$

8. y-अक्ष को मूल बिन्दु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential equation of the family of circles touching the y-axis at the origin.

9. यदि $y = A\sin x + B\cos x$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ है। 2

If $y = A\sin x + B\cos x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

10. $\sin^2 x$ का $e^{\cos x}$ के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 2

Differentiate $\sin^2 x$ w.r.t. $e^{\cos x}$.

11. एक अनभिनत (unbiased) पासे को दो बार उछाला गया। मान लें A घटना 'पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' और B घटना 'द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातंत्र्य का परीक्षण कीजिए। 2

An unbiased die is thrown twice. Let the event A be 'odd number on the first throw' and B be the event 'odd number on the second throw'. Check the independence of the events A and B.

खण्ड – स

SECTION – C

12. दिखाइए कि $\sin^{-1}\frac{12}{13}+\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{63}{16}=\pi$ है। 4

Show that $\sin^{-1}\frac{12}{13}+\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{63}{16}=\pi$.

13. $(\log x)^x + x^{\log x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $(\log x)^x + x^{\log x}$ w.r.t. x.

14. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x)=\sin x+\cos x,\ 0\le x\le 2\pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f निरन्तर वर्धमान या निरन्तर ह्रासमान है। 4

Find the interval in which the function f given by $f(x)=\sin x+\cos x,\ 0\le x\le 2\pi$ is strictly increasing or strictly decreasing.

15. एक निशानेबाज के लक्ष्य-भेदन की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। वह कम से कम कितनी बार गोली चलाए कि लक्ष्य को कम से कम एक बार भेदने की प्रायिकता 0.99 से अधिक हो ? 4

The probability of a shooter hitting a target is $\frac{3}{4}$. How many minimum number of times must he/she fire so that the probability of hitting the target at least once is more than 0.99 ?

16. सदिश $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ का सदिशों $2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में, मात्रक सदिश के साथ अदिश गुणनफल एक के बराबर है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 4

The scalar product of the vector $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ is equal to one, find the value of λ.

खण्ड – द

SECTION – D

17. निम्न समीकरण निकायों को आव्यूह विधि द्वारा हल कीजिए : 6

$$x-y+2z=7$$
$$3x+4y-5z=-5$$
$$2x-y+3z=12$$

Solve the system of equations by matrix method :

$$x-y+2z=7$$
$$3x+4y-5z=-5$$
$$2x-y+3z=12$$

18. x-अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2+y^2=8x$ एवम् परवलय $y^2=4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area lying above x-axis and included between the circle $x^2+y^2=8x$ and the parabola $y^2=4x$.

अथवा

OR

रेखा $y=3x+2$, x-अक्ष एवम् कोटियों $x = -1$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the line $y = 3x + 2$ and the ordinates $x = -1$ and $x = 1$.

19. समतलों $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r}.(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु (1, 1, 1) से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 6

Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r}.(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point (1, 1, 1).

अथवा

OR

रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines : $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.

20. आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक-समीकरणों को हल कीजिए : 6

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

$z = 3x + 9y$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming graphically :

Minimize and maximize $z = 3x + 9y$ subject to the constraints $x + 3y \le 60$

$$x + y \ge 10$$

$$x \le y$$

$$x \ge 0,\ y \ge 0$$