CHAPTER **36**

क्रमचय एवं संचय

[PERMUTATION & COMBINATION]

परिचय (*Introduction*)

क्रमगुणित (Foctorial) : 1 से लेकर n तक की लगातार संख्याओं के गुणनफल को क्रमगुणित कहते हैं। इसे संकेत $\lfloor n$ या $n!$ से व्यक्त करते हैं।

$\therefore \quad \lfloor n = n(n-1)(n-2)(n-3).......(3,2,1$

इसी तरह, $\lfloor 5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

क्रमचय (Permutation) : क्रमचय का अर्थ है सजाना (Arrangement) अर्थात् दी हुई वस्तुओं से कुछ या सभी वस्तुओं को सजाने के भिन्न-भिन्न क्रमों को क्रमचय कहते हैं।

(i) n असामान वस्तुओं में से r वस्तुओं को लेकर बनाए गए क्रमचयों की संख्या $= {}^np_r = \dfrac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$

उदाहरण : 8 रंगों की झण्डियाँ हैं। उनमें से 5 झण्डियाँ लेकर कितने संकेत दिए जा सकते हैं ?

हल : $n(E) = {}^np_r = {}^8p_5 = \dfrac{\lfloor 8}{\lfloor 8-5} = \dfrac{\lfloor 8}{\lfloor 3}$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 6720$$

(ii) n वस्तुओं के समूह में सभी वस्तुओं को एक साथ लेने पर, जिसमें एक प्रकार की वस्तुओं की संख्या p, दूसरे प्रकार की वस्तुओं की संख्या q तथा तीसरे प्रकार की वस्तुओं की संख्या r हो, तो n वसतुओं के क्रमचयों की संख्या $= \dfrac{\lfloor n}{\lfloor p \lfloor q \lfloor r}$

उदाहरण : शब्द 'RECOVER' के अक्षरों से कितने विभिन्न व्यवस्थाएँ की जा सकती हैं ?

(1) 210 (2) 5040

(3) 1260 (4) 120

(5) इनमें से कोई नहीं

[SBI एसोशिएट्स (P.O.), 1999]

हल : (3) शब्दों की संख्या उतनी ही होगी जितनी कि RECOVER शब्द के 7 अक्षरों के कुल क्रमचयों की संख्या होगी। यहाँ अक्षरों में सभी असमान नहीं बल्कि कुछ असमान हैं, तो कुछ समान तथा सभी को लेकर सजाना है। अब, दो अक्षर R और E दो बाद प्रयुक्त हुई हैं तथा बाकी असमान हैं।

$\therefore$ कुल अक्षर असमान $= \dfrac{\lfloor 7}{\lfloor 2 \lfloor 2}$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 1260$$

(iii) n असमान वस्तुओं में r वस्तुओं को लेकर बनाए गए क्रमचयों की संख्या जबकि प्रत्येक वस्तु क्रमचय में r बार आ सकती है $= n^r$

उदाहरण : अंक 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 से तीन अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हं जबकि किसी भी संख्या में अंक पुनरावृत्त (repeat) हो सकते हैं ?

हल : चूँकि संख्याएँ तीन अंकों की हैं और प्रत्येक तीन बार पुनरावृत्त हो सकता है। अंकों की संख्या = 7

$\therefore$ संख्याओं की अभीष्ट संख्या

$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

(iv) चक्रीय क्रमचय (Circular Permutation) :

(a) यदि वामावर्त एवं दक्षिणावर्त क्रम असमान हो, तो n असमान वस्तुओं के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या $= \lfloor n-1$

(b) यदि वामावर्त एवं दक्षिणावर्त क्रम समान हो, तो n असमान वस्तुओं के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या $= \dfrac{1}{2}\lfloor n-1$

उदाहरण : (a) 7 व्यक्तियों के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या

$= \lfloor 7-1 = \lfloor 6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

(b) हार में 7 फूलों के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या

$$= \frac{1}{2}\lfloor 7-1 = \frac{1}{2}\lfloor 6 = \frac{1}{2} \times 720 = 360$$

संचय (Combination) : संचय का अर्थ है चुनाव (Selection) अर्थात् दी हुई वस्तुओं में एक साथ कुछ या सभी वस्तुओं को लेकर उनके क्रम का ध्यान रखे बिना जो समूह बनाए जाते हैं, उन्हें संचय कहते हैं।

n असमान वस्तुओं में से r वस्तुएँ एक साथ लेकर बने

संचयों की संख्या $= {}^nC_r = \dfrac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$

उदाहरण : 8 बच्चों में से 3 बच्चों की एक टोली बनानी है, यह कितने प्रकार से संभव है ?

हल : अभीष्ट सं० $= {}^8C_3 = \dfrac{\lfloor 8}{\lfloor 3 \lfloor 8-3}$

$$= \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times5\times4\times3\times2\times1} = 56$$

उदाहरण : किसी कॉलेज के क्लास में 50 विद्यार्थी हैं। वे कितने प्रकार से 3 प्रतिनिधि कॉलेज यूनियन के लिए चुन सकते हैं ?

हल : अभीष्ट संख्या $= {}^{50}C_3 = \dfrac{\lfloor 50}{\lfloor 3 \lfloor 50-3}$

$$= \frac{\lfloor 50}{\lfloor 3 \lfloor 47} = \frac{50\times49\times48\times\lfloor 47}{3\times2\times1\times\lfloor 47}$$

$= 19600$

नोट : यदि किसी कार्य W के दो खंड W_1 और W_2 हों जिनमें W_1, m तरीके से तथा W_2, n तरीके से सम्पन्न हो सकते हैं जो यदि

(i) W सम्पन्न करने के बिना W_1 और W_2 एक साथ सम्पन्न करना हो तो कार्य W करने के लिए कुल $m \times n$ तरीके होंगे।

(ii) W सम्पन्न करने के लिए W_1 या W_2 दोनों में से किसी एक को सम्पन्न करना हो तो कार्य W करने के $m + n$ तरीके होंगे।

महत्वपूर्ण प्रश्न (*Important Questions*)

1. एक भद्रपुरुष को अपने 6 मित्रों को निमंत्रण देना है। वह कितने ढंग से उन मित्रों को निमंत्रण-पत्र भेज सकता है, यदि उसके पास निमंत्रण-पत्र भेजने के लिए 4 नौकर हैं ?

(1) 4096 (2) 2048
(3) 1024 (4) 512 **[SSC, 2003]**

2. 2 पार्सल हैं और 6 डाकखाने हैं। बताएँ, पार्सलों की कितने प्रकार से रजिस्ट्री कराई जा सकती है ?

(1) 729 (2) 18
(3) 216 (4) 30 **[I.B., 2002]**

3. एक अक्षर-ताले में तीन चक्र हैं जिनमें प्रत्येक पर 5 अलग-अलग अक्षर बैठाए गए हैं। कितने असफल तरीकों से ताले को खोलने का प्रयत्न किया जा सकता है ?

(1) 243 (2) 124
(3) 242 (4) 125 **[C.B.I., 2004]**

4. दस लाख से बड़ी संख्याओं की संख्या ज्ञात करें जो 2, 3, 0, 3, 4, 2, 3 से बनाई जा सकती हैं।

(1) 420 (2) 630
(3) 60 (4) 360 **[MAT, 1997]**

5. 2, 3, 4, 5, 6, 0 अंकों से 400 और 1000 के बीच में कितनी संख्याएँ बन सकती हैं ?

(1) 60 (2) 20
(3) 40 (4) 80 **[R.R.B., 2006]**

6. 10 भिन्न परीक्षा-पत्रों को कितने प्रकार से विन्यस्त किया जा सकता है, जिसमें कि (i) सर्वोत्तम तथा निकृष्टतम पत्र सदा साथ रहें, (ii) सर्वोत्तम तथा निकृष्टतम पत्र कभी साथ न आए ?

(1) 725760, 2903040
(2) 6203060, 756250
(3) 764321, 2913157
(4) 85431, 9704030 **[M.B.A., 2003]**

7. कितने अलग-अलग क्रमों में 5 पुरुष एवं 5 स्त्रियाँ एक गोलमेज के चारों ओर बैठ सकती हैं जब,

(i) उनके बैठने पर कोई प्रतिबंध न हो,
(ii) कोई दो स्त्रियाँ पास-पास न बैठें ?

(1) 362880, 2880 (2) 2404, 1440
(3) 356840, 2880 (4) 372420, 1440
[M.B.A., 1998]

8. 25 लड़के एवं 10 लड़कियों से नौविहार के लिए 8 के कितने विभिन्न दल बनाए जा सकते हैं यदि प्रत्येक दल में 5 लड़के और 3 लड़कियाँ हों ?
(1) 754526 (2) 6375600
(3) 767162 (4) 636075
[R.R.B., 2004]

9. AUCTION शब्द के अक्षरों को इस प्रकार व्यवस्थित कीजिए कि सभी स्वर हमेशा साथ में आए। कितने विभिन्न प्रकार से उन्हें व्यवस्थित किए जा सकते हैं ?
(1) 576 (2) 48
(3) 144 (4) 30
(5) इनमें से कोई नहीं [SBI Asso. (P.O.), 2000]

10. 6 लड़कों व 4 लड़कियों के एक समूह से 4 बच्चों का चयन करना है। कितने भिन्न प्रकार से उनका चयन किया जा सकता है जिससे समूह में कम से कम एक लड़का अवश्य रहे ?
(1) 159 (2) 205
(3) 194 (4) 209
(5) इनमें से कोई नहीं [SBI Asso. (P.O.), 2000]

11. DIRECTOR शब्द के अक्षरों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाए कि सभी स्वर एक साथ आए। ऐसी व्यवस्था करने के लिए कुल कितने प्रकार के तरीके अपनाने होंगे ?
(1) 4320 (2) 720
(3) 2160 (4) 120
(5) इनमें से कोई नहीं [SBI (P.O.), 1999]

12. शब्द 'ABSENTEE' के अक्षरों को भिन्न-भिन्न कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है ?
(1) 40320 (2) 512
(3) 9740 (4) 6720
(5) इनमें से कोई नहीं
[Dena Bank (PO), 2006]

13. ALLAHABAD शब्द के अक्षरों को कितने ढंग से सजाया जा सकता है कि शब्द में उपस्थित सारे स्वर सम स्थानों पर रहें ?
(1) 50 (2) 40
(3) 60 (4) 125
(5) इनमें से कोई नहीं [SBI (PO), 2000]

14. ADJUST शब्द के अक्षरों को कितने विभिन्न प्रकारों से व्यवस्थित किया जा सकता है, जिसमें स्वर पास-पास न आते हों ?
(1) 720 (2) 120
(3) 240 (4) 480
(5) इनमें से कोई नहीं
[SBI (P.O.), 2001]
[Indian Bank (P.O.), 2002]

15. 8 पुरुष और 6 स्त्रियों के समूह में से 6 व्यक्ति चुनकर एक कमेटी इस प्रकार बनानी है, जिसमें कम से कम 3 पुरुष हों। यह कितने विभिन्न प्रकार से किया जा सकता है ?
(1) 2506 (2) 2534
(3) 1120 (3) 1050
(5) इनमें से कोई नहीं [SBI (P.O.), 2001]

16. कितने प्रकार से शब्द LEADING के अक्षर इस प्रकार समायोजित किए जा सकते हैं कि सदैव स्वर साथ आए ?
(1) 39600 (2) 360
(3) 40320 (4) 720
(5) इनमें से कोई नहीं
[Corporation Bank (P.O.), 2002]

17. LEADER शब्द के अक्षर कितने विविध प्रकार से व्यवस्थित किए जा सकते हैं ?
(1) 720 (2) 144
(3) 72 (4) 360
(5) इनमें से कोई नहीं [RBI 2003, SSC 2008]

18. स्वरों को हर बार साथ-साथ रखते हुए शब्द SOFTWARE के अक्षरों को कितने अलग-अलग प्रकार से क्रमबद्ध किया जा सकता है ?
(1) 13440 (2) 1440
(3) 360 (4) 120
[Canara Bank (P.O.), 2003]

19. 7 पुरुषों और 8 महिलाओं में से 4 पुरुषों और 4 महिलाओं का समूह अलग-अलग कितने प्रकार से बनाया जा सकता है ?
(1) 2450 (2) 105
(3) 1170
(4) निर्धारित नहीं किया जा सकता
(5) इनमें से कोई नहीं
[Canara Bank (P.O.), 2003]

20. RUMOUR के अक्षरों को कितने अलग-अलग तरीके से क्रमबद्ध किया जा सकता है ?

(1) 180 (2) 720
(3) 30 (4) 90
(5) इनमें से कोई नहीं

[Punjab National Bank (P.O.), 2003]

21. CORPORATION शब्द के अक्षरों को अलग-अलग कितने तरह से इस प्रकार क्रमबद्ध किया जा सकता है कि स्वर अक्षर सदा साथ रहें ?

(1) 840 (2) 86400
(3) 8400 (4) 1440
(5) इनमें से कोई नहीं **[SBI (P.O.), 2003]**

22. शब्द ORGANISE के अक्षरों को अलग-अलग कितने प्रकार से ऐसे क्रमबद्ध किया जा सकता है कि सभी स्वर सदा साथ रहें और सभी व्यंजन सदा साथ रहें ?

(1) 576 (2) 1152
(3) 2880 (4) 1440
(5) इनमें से कोई नहीं

[Bank of Maharashtra (P.O.), 2003]

23. BANKING शब्द के अक्षरों को अलग-अलग कितने प्रकार से इस प्रकार क्रमबद्ध किया जा सकता है कि स्वर सदा साथ रहें ?

(1) 540 (2) 360
(3) 240 (4) 120
(5) इनमें से कोई नहीं

[Coporation Bank (P.O.), 2003]

24. आठ कुर्सियों पर पाँच लड़के कितने अलग-अलग प्रकार से बैठ सकते हैं ?

(1) 120 (2) 56
(3) 40 (5) 336
(5) इनमें से कोई नहीं

[Corporation Bank (P.O.), 2003]

25. सभी स्वर साथ-साथ आए इस प्रकार से शब्द SIGNATURE के अक्षरों को अलग-अलग कितने तरह से क्रमबद्ध किया जा सकता है ?

(1) 720 (2) 1440
(3) 3600 (4) 2880
(5) इनमें से कोई नहीं

[Indian Bank (P.O.), 2003]

26. 8 पुरुष और 10 महिलाओं में से 5 पुरुषों और 6 महिलाओं की समिति कितने अलग-अलग प्रकार से बनाई जा सकती है ?

(1) 266 (2) 86400
(3) 11760 (4) 5040
(5) इनमें से कोई नहीं

[Indian Bank (PO), 2003]

27. 3 पुरुष और 4 महिलाओं में से 3 व्यक्ति इस प्रकार चुने जाने हैं कि कम से कम एक महिला चुनी जाए। कितने अलग-अलग प्रकार से वे चुने जा सकते हैं ?

(1) 60 (2) 42
(3) 21 (4) 36
(5) इनमें से कोई नहीं

[Indian Overseas Bank (P.O.), 2004]

28. शब्द DISTANCE के अक्षरों को अलग-अलग कितनी तरह से क्रमबद्ध किया जा सकता है कि सभी स्वर साथ-साथ आए ?

(1) 720 (2) 4320
(3) 4032 (4) 1440
(5) इनमें से कोई नहीं

[Indian Overseas bank (PO), 2004]

निर्देश (29-30) : 4 पुरुषों और 3 महिलाओं में से 4 लोगों की एक समिति का चयन किया जाना है।

[Allahabad Bank (P.O.), 2004]

29. यह कितने अलग-अलग प्रकार से किया जा सकता है ताकि पुरुषों और महिलाओं का समान संख्या में चयन हो ?

(1) 12 (2) 16
(3) 28 (4) 24
(5) इनमें से कोई नहीं

30. यह कितने अलग-अलग प्रकार से किया जा सकता है ताकि कम से कम एक महिला चुनी जाए ?

(1) 46 (2) 35
(3) 34 (4) 42
(5) इनमें से कोई नहीं

31. शब्द CAPITAL के अक्षरों को अलग-अलग कितने प्रकार से इस तरह क्रमबद्ध किया जा सकता है कि सभी स्वर सदा साथ-साथ आए ?

(1) 360 (2) 720
(3) 120 (4) 840
(5) इनमें से कोई नहीं

[Indian Bank (PO), 2004]

32. एक पंक्ति में सात कुर्सियों पर 4 पुरुष और 3 महिलाएँ इस प्रकार कितने तरीके से बैठ सकते हैं कि महिलाएँ सम (Even) स्थान पर हों ?

(1) 256 (2) 428
(3) 144 (4) 343
(5) इनमें से कोई नहीं

[Vijaya Bank (PO), 2004]

33. 3 लड़कियाँ और 4 लड़के सात कुर्सियों की पंक्ति में इस प्रकार बैठते हैं कि सभी तीन लड़कियाँ हमेशा एक साथ बैठती हैं। ऐसे कितने क्रम संभव है ?

(1) 720 (2) 576
(3) 144 (4) 480
(5) इनमें से कोई नहीं

[Corporation Bank (PO), 2004]

34. शब्द 'DRASTIC' के अक्षरों का ऐसे कितने क्रम में संयोजन संभव है जिनमें सभी स्वर एक साथ आते हैं ?

(1) 720 (2) 360
(3) 1440 (4) 540
(5) इनमें से कोई नहीं

[Corporation Bank (PO), 2004]

35. 4 लड़कों और 3 लड़कियों को एक पंक्ति में से इस प्रकार बिठाना है कि दो लड़के अगल-थगल न बैठें। ऐसे कितने भिन्न-भिन्न तरीकों से किया जा सकता है ?

(1) 5040 (2) 30
(3) 144 (4) 72
(5) इनमें से कोई नहीं **[SBI (P.O.), 2005]**

36. 6 पुरुषों और 5 महिलाओं में से 4 व्यक्तियों की एक समिति इस प्रकार बनाई जाती है कि उसमें 2 पुरुष और 2 महिलाएँ होनी चाहिए। यह अलग-अलग कितने प्रकार से किया जा सकता है ?

(1) 720 (2) 330
(3) 150
(4) निर्धारित नहीं किया जा सकता है
(5) इनमें से कोई नहीं **[PNB (S.O.), 2005]**

37. एक शेल्फ पर अर्थशास्त्र की 4, प्रबन्धन की 3 और सांख्यिकी की 4 पुस्तकें हैं। इन पुस्तकों को अलग-अलग कितनी तरह से क्रमबद्ध किया जा सकता है ताकि अर्थशास्त्र की पुस्तकें साथ-साथ रखी जा सकें ?

(1) 967680 (2) 120960
(3) 5040 (4) 40320
(5) इनमें से कोई नहीं

[Bank of Baroda (P.O.), 2005]

38. 8 पुरुष और 6 महिलाओं में से 4 का एक ऐसा समूह बनाना है कि समूह में कम से कम एक महिला अवश्य हो। कितने प्रकार से समूह बनाया जा सकता है ?

(1) 364 (2) 1001
(3) 728 (4) 931
(5) इनमें से कोई नहीं **[SBI (P.O.), 2005]**

निर्देश (39-41) : निम्नलिखित जानकारी के आधार पर नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

एक बुक शेल्फ पर प्रबन्धन की तीन, दर्शनशास्त्र की दो, चिकित्सा की तीन और मनोविज्ञान की एक पुस्तक हैं।

[UTI Bank Mumabi (T.O.), 2005]

39. अलग-अलग कितनी तरह से पुस्तकों को इस प्रकार लगाया जा सकता है कि प्रत्येक विषय की पुस्तकें साथ-साथ रहें ?

(1) 940 (2) 1728
(3) 2240 (4) 4010
(5) इनमें से कोई नहीं

40. सभी पुस्तकों को बेतरतीब कितनी तरह से लगाया जा सकता है ?

(1) 81000 (2) 40320
(3) 415650 (4) 362880
(5) इनमें से कोई नहीं

41. केवल प्रबन्धन की पुस्तकें साथ-साथ रहें इस प्रकार पुस्तकों को शेल्फ पर कितनी तरह से लगाया जा सकता है ?

(1) 30240 (2) 8640
(3) 720 (4) 18150
(5) इनमें से कोई नहीं

42. शब्द MATHEMATICS के अक्षरों को कितनी प्रकार से रखा जा सकता है, जबकि सभी स्वर एक साथ रहें ?

(1) 10080 (2) 4989600
(3) 120960 (4) इनमें से कोई नहीं

[MAT, 2005]

43. 10 विभिन्न अक्षर दिए गए हैं। इनमें से 5 अक्षरों से शब्द बनाने हैं। यदि कम से कम एक अक्षर की पुनरावृत्ति हो, तो कितने शब्द बनाए जा सकते हैं ?

(1) 69760 (2) 30240
(3) 99748 (4) 43929

[MAT, 2005]

44. किसी एप्टीट्यूड-परीक्षण की प्रश्न-पुस्तिकाओं की दो सीरीज हैं, जिन्हें 12 छात्रों में वितरित करना है, छात्रों को दो व्यक्तियों में कितने प्रकार से बैठाया जा सकता है ? जिससे कि प्रत्येक पंक्ति में 6 छात्र बैठे हों, अगल-बगल के दो छात्रों के पास समान सीरीज की प्रश्न-पुस्तिका नहीं हो तथा एक-दूसरे आगे-पीछे बैठे छात्रों के पास समान सीरीज की प्रश्न-पुस्तिका हों।

(1) $6! \times 6!$ (2) $2 \times {}^{12}C_6 \times (6!)^2$
(3) $7! \times 7!$ (4) इनमें से कोई नहीं

[MAT, 2005]

45. अलग-अलग कितने प्रकार से शब्द 'PADDLED' के अक्षरों को क्रमबद्ध किया जा सकता है ?

(1) 910 (2) 2520
(3) 5040 (4) 840
(5) इनमें से कोई नहीं

[RBI Officers Grade 'B', 2005]

46. शब्द MATHEMATICS के चार अक्षरों से कितने शब्द बनाए जा सकते हैं ?

(1) 136 (2) 2454
(3) 1680 (4) 192 **[MAT, 2005]**

संक्षिप्त उत्तर
(Short Answers)

1. (1)	**2.** (3)	**3.** (2)	**4.** (4)	**5.** (1)
6. (1)	**7.** (1)	**8.** (2)	**9.** (1)	**10.** (4)
11. (3)	**12.** (4)	**13.** (3)	**14.** (4)	**15.** (2)
16. (4)	**17.** (4)	**18.** (5)	**19.** (1)	**20.** (1)
21. (5)	**22.** (2)	**23.** (5)	**24.** (5)	**25.** (5)
26. (3)	**27.** (5)	**28.** (2)	**29.** (5)	**30.** (3)
31. (1)	**32.** (3)	**33.** (1)	**34.** (3)	**35.** (3)
36. (3)	**37.** (1)	**38.** (4)	**39.** (2)	**40.** (4)
14. (1)	**42.** (3)	**43.** (1)	**44.** (2)	**45.** (4)
46. (2)				

उत्तर व्याख्यासहित
(Answer with Explanation)

1. (1) पहले मित्र को निमंत्रण-पत्र भेजने के ढंग = 4 क्योंकि 4 नौकरों में से किसी एक के द्वारा निमंत्रण-पत्र भेजा जा सकता है।

दूसरे मित्र को निमंत्रण-पत्र भेजने के ढंग = 4

इसी तरह, हरेक मित्र को 4 ढंग से निमंत्रण-पत्र भेजे जा सकते हैं।

स्पष्टत: कार्य सम्पन्न करने के लिए एक साथ सम्पन्न करना होगा।

$\therefore$ अभीष्ट ढंग $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$
$= 4096$

2. (3) पहले पार्सल की रजिस्ट्री कराने का तरीका = 6

दूसरे पार्सल की रजिस्ट्री कराने का तरीका = 6

इसी तरह, तीसरे पार्सल की रजिस्ट्री कराने का तरीका = 6

$\therefore$ अभीष्ट तरीका $= 6 \times 6 \times 6 \times 6^3 = 216$

3. (2) प्रथम चक्र में अक्षर बैठाने का तरीका = 5

इसी प्रकार, प्रत्येक चक्र में अक्षर बैठाने का तरीका = 5

$\therefore$ कुल तरीका $= 5 \times 5 \times 5 \times 5^3 = 125$

लेकिन इनमें से एक तरीका ताला खोलने का है।

$\therefore$ ताला खोलने का असफल तरीका

$= 125 - 1 = 124$

4. (4) दस लाख से बढ़ी संख्याएँ 7 अंकों की होगी। यहाँ 7 अंक दिए गए हैं जिनमें कुछ समान हैं तथा कुछ असमान हैं।

$\therefore$ 7 अंकों की संख्याओं की संख्या $= \dfrac{\underline{|7}}{\underline{|2}\underline{|3}}$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \underline{|3}}{2 \times 1 \times \underline{|3}} = 420$$

लेकिन 7 अंकों की वे संख्याएँ जिनमें बाई ओर 0 है, इस लाख से कम है। ऐसी संख्याओं की संख्या निकालने के लिए बाकी छ: अंकों को सजाना है।

बाकी छ: अंकों की क्रमचयों की संख्या $= \dfrac{\underline{|6}}{\underline{|2}\underline{|3}}$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4\underline{|3}}{2 \times 1 \times \underline{|3}} = 60$$

$\therefore$ दस लाख से बड़ी संख्याओं की संख्या

$= 420 - 60 = 360$

5. (1) 400 और 1000 के बीच की संख्याएँ तीन अंकों की होगी एवं सैकड़ा, के स्थान पर विशेष अंक 4 या 5 या 6 होगा।

अब, सैकड़ा के स्थान पर अंक सजाने के ढंगों की संख्या $= {}^3p_1 = 3$

बाकी दो स्थानों की शेष पाँच अंकों (छ: अंकों में एक अंक 4 या 5 या 6 को सैकड़ा के स्थान पर रखने के बाद से भरने के तरीकों की संख्या

$$= {}^5p_2 = \frac{\underline{|5}}{\underline{|5-2}} = 20$$

∴ संख्याओं की अभीष्ट संख्या $= 3 \times 20 = 60$

6. (1) (i) सर्वोत्तम एवं निकृष्टतम पत्र को मिलाकर एक वस्तु मानने पर 9 वस्तुएँ होगी जिनके विन्यासों की कुल संख्या $\underline{|6}$ और प्रत्येक में सर्वोत्तम एवं निकृष्टतम पत्र साथ रहेंगे, लेकिन ये दोनों अपने में $\underline{|2}$ प्रकार से सजाए जा सकते हैं।

∴ सर्वोत्तम एवं निकृष्टतम पत्र सदा साथ रखते हुए क्रमचयों की संख्या $= \underline{|9} \times \underline{|2}$

$= 725760$

(ii) बिना प्रतिबन्ध के 10 पत्रों का कुल विन्यास $= \underline{|10}$

∴ सर्वोत्तम एवं निकृष्टतम पत्र कभी साथ न रहें, ऐसे विन्यासों की संख्या $= \underline{|10} - 725760$

$= 3628800 - 725760$

$= 2903040$

7. (1) (i) क्रमचयों की अभीष्ट संख्या

$= \underline{|10-1} = \underline{|9} = 362880$

(ii) पाँच पुरुष बैठने पर उनके बीच 5 स्थान बनेंगे और इन 5 स्थानों में 5 स्त्रियाँ बैठने पर कोई दो स्त्रियाँ पास-पास नहीं होगी।

अब 5 पुरुषों के बैठने के क्रम की संख्या

$= \underline{|5-1} = \underline{|4} = 24$

तथा 5 स्त्रियों के बैठने के क्रम की संख्या

$= \underline{|5} = 120$

क्योंकि पुरुषों के बैठ जाने के बाद क्रम शुरू हो जाता है और इस कारण 5 स्त्रियों की सजावट, पक्तियों वाली सजावट की तरह हो जाती है।

∴ क्रमचयों की अभीष्ट संख्या

$= 24 \times 120 = 2880$

8. (2) 25 लड़कों में 5 के चुनने के ढंगों की संख्या $= {}^{25}C_5$

10 लड़कियों में 3 के चुनने के ढंगों की संख्या $= {}^{10}C_3$

∴ अभीष्ट संख्या $= {}^{25}C_5 \times {}^{10}C_3$

$$= \frac{\underline{|25}}{\underline{|5}\,\underline{|20}} \times \frac{\underline{|10}}{\underline{|3}\,\underline{|7}}$$

$$= \frac{25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21}{3 \times 4 \times 3 \times 2} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2}$$

$= 6375600$

9. (1) कुल स्वर $= 4$ तथा कुल व्यंजन $= 3$

4 स्वर के समूह की एक पद मानने पर,

कुल पद $= 3 + 1 = 4$

∴ कुल तरीकों की संख्या जिसमें स्वर सदा एक साथ रखा जा सकता है $= \underline{|4} = 24$

लेकिन 4 स्वर को अपने में $= \underline{|4} = 24$ तरीके से रखा जा सकता है।

अत: तरीकों की कुल संख्या जिसमें स्वर हमेशा एक साथ रहे $= 24 \times 24 = 576$

10. (4) चयन करने के कुल तरीके $= {}^{10}C_4$

जब एक भी लड़का न रहे, तो चयन के कुल तरीके $= {}^4C_4$

अत: चयन में एक लड़का अवश्य रहे, इसके चयन के कुल तरीके $= {}^{10}C_4 - {}^4C_4$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} - 1$$

$= 210 - 1 = 209$

11. (1) कुल स्वर $= 3$

कुल व्यंजन $= 5$ जिसमें R दो बार है।

तीन स्वर के समूह को एक पद मानने पर,
कुल पर $= 5 + 1 = 6$ [जिसमें R दो बार है]
$\therefore$ कुल तरीकों की संख्या जिसमें स्वर सदा एक साथ रखा जा सकता है $= \dfrac{\underline{|6}}{\underline{|2}} = 360$

लेकिन 3 स्वर को अपने में $= \underline{|3} = 6$ तरीकों से रखा जा सकता है।
अत: तरीकों की कुल संख्या जिसमें स्वर हमेशा एक साथ रहे $= 360 \times 6 = 2160$

12. (4) अभीष्ट तरीके $= \dfrac{\underline{|8}}{\underline{|3}} = 6720$

13. (3) सम स्थानों की संख्या $= 4$
स्वरों की संख्या $= 4$ [चारों A]
$\therefore$ चारों 'A' को व्यवस्थित करने के कुल तरीके

$= \dfrac{\underline{|4}}{\underline{|4}} = 1$

अब, शेष 5 स्थानों पर व्यंजन आएगा जिसमें 'L' दो बार आया है।
$\therefore$ व्यंजन को व्यवस्थित करने के कुल तरीके

$= \dfrac{\underline{|5}}{\underline{|2}} = 60$

$\therefore$ सभी अक्षरों को व्यवस्थित करने के कुल तरीके
$= 60 \times 1 = 60$

14. (4) कुल तरीके (बिना प्रतिबन्ध) $= \underline{|6} = 720$
दोनों स्वर साथ-साथ रहने पर कुल तरीके
$= \underline{|5} \times \underline{|2} = 240$
$\therefore$ दोनों स्वर एक साथ न रहे, के कुल तरीके
$= 720 - 240 = 480$

15. (2) 6 व्यक्तियों को चुनने के कुल तरीके जिनमें कम-से-कम 3 पुरुष हो
$= ({}^8C_3 \times {}^6C_3) + ({}^8C_4 \times {}^6C_2) + ({}^8C_2 \times {}^6C_1) + ({}^8C_6 \times {}^6C_6)$
$= (56 \times 20) + (70 \times 15) + (56 \times 6) + (28 \times 1) = 2534$

16. (4) अभीष्ट प्रकार $= \underline{|5} \times \underline{|3} = 720$
[$\because$ चार व्यंजन और तीन स्वर मिलकर कुल पाँच पद हुए क्योंकि तीनों स्वर की एक पद माना जाएगा तथा तीनों स्वर भी आपस में $\underline{|3}$ तरीके से समायोजित किए जा सकते हैं।]

17. (4) अभीष्ट प्रकार $= \dfrac{\underline{|6}}{\underline{|2}}$ [$\because E$ दो बार आया है]
$= 360$

18. (5) अभीष्ट प्रकार $= \underline{|6} \times \underline{|3} = 4320$

19. (1) अभीष्ट प्रकार $= {}^7C_4 \times {}^8C_4$
$= 35 \times 70 = 2450$

20. (5) अभीष्ट तरीके

$= \dfrac{\underline{|6}}{\underline{|2}\,\underline{|2}}$ [$\because$ R एवं U दो बार आया]

$= 180$

21. (1) अभीष्ट तरीके $= \dfrac{\underline{|7}}{\underline{|2}} \times \dfrac{\underline{|5}}{\underline{|3}} = 504000$

22. (2) शब्द ORGANISE में चार स्वर तथा चार व्यंजन हैं।
$\therefore$ अभीष्ट तरीके की संख्या
$= \underline{|4} \times \underline{|4} \times \underline{|2} = 1152$

23. (5) अभीष्ट तरीकों की संख्या $= \dfrac{\underline{|6}}{\underline{|2}} \times \underline{|2}$
[$\because$ N का प्रयोग दो बार हुआ है] $= 720$

24. (5) अभीष्ट तरीके $= 8^5 = 32768$

25. (5) अभीष्ट तरीके $= \underline{|6} \times \underline{|4}$
$= 720 \times 24 = 17280$

26. (3) अभीष्ट समितियों की संख्या
$= {}^8C_5 \times {}^{10}C_6$
$= 56 \times 210 = 11760$

27. (5) 3 व्यक्ति चुने जाने के कुल तरीके $= {}^7C_3 = 35$
3 व्यक्ति चुने जाने के कुल तरीके जिसमें एक भी महिला न हो $= {}^3C_3 = 1$
$\therefore$ अभीष्ट तरीकों की संख्या $= 35 - 1 = 34$

28. (2) अभीष्ट तरीके $= \underline{|6} \times \underline{|3} = 4320$

29. (5) अभीष्ट तरीके $= {}^4C_2 \times {}^3C_2 = 6 \times 3 = 18$

30. (3) लोगों को चुनने के कुल तरीके $= {}^7C_4 = 35$
4 लोगों को चुनने के कुल तरीके जिनमें एक भी महिला शामिल न हो $= {}^4C_4 = 1$
$\therefore$ चुनने के कुल तरीके जिसमें कम से कम एक महिला अवश्य हो $= 35 - 1 = 34$

31. (1) अभीष्ट प्रकार $= \underline{|5} \times \dfrac{\underline{|3}}{\underline{|2}} = 120 \times 3 = 360$

32. (3) अभीष्ट तरीकों की संख्या
$= \underline{|4} \times \underline{|3} = 24 \times 6 = 144$

33. (1) अभीष्ट संभव क्रम $= \underline{|5} \times \underline{|3} = 720$

34. (3) संयोजन की कुल संख्या $= \underline{|6} \times \underline{|2} = 1440$

35. (3) अभीष्ट तरीके $= \underline{|4} \times \underline{|3} = 24 \times 6 = 144$

36. (3) अभीष्ट प्रकार $= {}^6C_2 \times {}^5C_2 = 15 \times 10 = 150$

37. (1) अभीष्ट प्रकार $= \underline{|8} \times \underline{|4} = 967680$

38. (4) अभीष्ट विन्यासों की संख्या
$= {}^{14}C_4 - {}^8C_4$
$= 1001 - 70 = 931$

39. (2) कुल तरीके $= \underline{|3} \times \underline{|2} \times \underline{|3} \times \underline{|1} \times \underline{|4}$
$= 1728$

40. (4) सभी पुस्तकों को बेतरतीब रखने के ढंग
$= \underline{|9} = 362880$

41. (1) पुस्तक रखने के ढंग जिनमें केवल प्रबन्धन की पुस्तकें एक साथ रहें $= \underline{|7} \times \underline{|3} = 30240$

42. (3) अभीष्ट प्रकार $= \dfrac{\underline{|8}}{\underline{|2}\underline{|2}} \times \dfrac{\underline{|4}}{\underline{|2}} = 120960$

43. (1) 5 अक्षरों के ऐसे शब्दों की संख्या जिनमें से किसी अक्षर की पाँव बार पुनरावृत्ति हो सके $= 10^5$
परन्तु 10 में से 5 भिन्न अक्षरों को लेने पर बने शब्दों जो पुनरावृत्त न हो, की संख्या
$= {}^{10}P_5 = 30240$
अत: अभीष्ट शब्दों की संख्या
$= 10^5 - 30240 = 69760$

44. (2) 12 छात्रों में से एक पंक्ति हेतु 6 छात्रों को चयन करने की विधियाँ $= {}^{12}C_6$
6 – 6 छात्रों को प्रत्येक पंक्ति में बैठाने हेतु विन्यास की संख्या $= {}^6P_6 \times {}^6P_6 = (6!)^2$
दोनों पंक्तियों में से प्रत्येक के चयन की विधियाँ $= {}^2P_2 = 2$
अत: छात्रों को अभीष्ट प्रकार से बैठाने की कुल विधियाँ $= 2 \times {}^{12}C_6 \times (6!)^2$

45. (4) अभीष्ट प्रकार $= \dfrac{\underline{|7}}{\underline{|3}} = 840$

46. (2) शब्द MATHEMATICS में कुल 11 अक्षर हैं जिनमें 2M, 2A, 2T तथा शेष पाँच अक्षर भिन्न-भिन्न हैं। इस प्रकार कुल 8 विभिन्न प्रकार के अक्षर हैं। दिए हुए शब्द से चार अक्षरों के समूहों का वर्गीकरण निम्न प्रकार से किया जा सकता है :–
ऐसे समूह जिनमें—
(i) चारों अक्षर भिन्न हों,
(ii) दो समान और दो असमान अक्षर हों,
(iii) दो समान अक्षर एक प्रकार के हों तथा दो समान अक्षर दूसरी प्रकार के हों।
(i) चारों अक्षर भिन्न हों, तो विभिन्न बने शब्दों की संख्या $= {}^8C_4 \times \underline{|4} = 1680$
(ii) जब दो समान और दो असमान अक्षर हों, तो विभिन्न बने शब्दों की संख्या
$= {}^3C_1 \times {}^7C_2 \times \dfrac{\underline{|4}}{\underline{|2}}$
$= 3 \times 21 \times 12 = 756$
(iii) जब दो समान अक्षर एक प्रकार के हों तथा 2 समान अक्षर दूसरी प्रकार के हों, तो विभिन्न बने शब्दों की संख्या $= {}^3C_2 \times \dfrac{\underline{|4}}{\underline{|2}\underline{|2}}$
$= 3 \times 6 = 18$
$\therefore$ कुल बने अभीष्ट शब्दों की संख्या
$= 1680 + 756 + 18 = 2454$

□