सांख्यिकी

Exercise 15.1

प्रश्न 1. प्राथमिक एवं द्वितीयक आँकड़े क्या हैं? अन्तर स्पष्ट करें।

हल: प्राथमिक आँकड़े- अन्वेषक द्वारा अपने प्रयोग के लिए नए सिरे से पहली बार जिन आँकड़ों को एकत्रित किया जाता है, उन्हें प्राथमिक आँकड़े कहते हैं।
द्वितीयक आँकड़े- वे आँकड़े जिनका संकलन पहले से किया हुआ हो और प्रकाशित या अप्रकाशित स्थिति में हों, द्वितीयक आँकड़े कहलाते हैं।

प्रश्न 2. प्राथमिक आँकड़ों के संकलन की विधियों की व्याख्या कीजिए।

हल: प्राथमिक आँकड़े-जिन आँकड़ों को नए सिरे से पहली बार एकत्रित किया जाता है उन्हें प्राथमिक आँकड़े कहते हैं। जैसे- विद्यालय की कक्षा-नवीं में पढ़ने वाले छात्रों का भार, लम्बाई इत्यादि। प्राथमिक आँकड़ों का निम्न विधियों से संकलन किया जाता है।

1. **प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अन्वेषण से (Direct personal investigation) :** इस विधि में अन्वेषक स्वयं सम्बन्धितों से सीधा सम्पर्क करके जानकारी प्राप्त करता है।
2. **परोक्ष अन्वेषण से (Indirect Investigation) :** जब अन्वेषण का क्षेत्र विस्तृत हो एवं अन्वेषक द्वारा स्वयं जाना संभव न हो तो निम्न प्रकार से सूचनाएँ एकत्र की जाती हैं-
   - **प्रगणकों द्वारा अनुसूचियाँ भरवाकर-** इस विधि में अन्वेषक द्वारा अनुसूचियाँ तैयार करके प्रगणकों को दी जाती हैं जो क्षेत्र में जाकर सम्बन्धित विषय में आँकड़े एकत्र करते हैं।
   - **सूचकों द्वारा प्रश्नावलियाँ भरवाकर-** इस विधि में अन्वेषक द्वारा अध्ययन विषय पर प्रश्नावली तैयार करके सूचकों तक भिजवाई जाती है तथा सूचकों से उत्तर प्राप्त किए जाते हैं।
   - **स्थानीय स्रोतों या संवाददाताओं द्वारा-** ऐसी सूचनाएँ जिनको नियमित एकत्र करना जरूरी होता है। तो अन्वेषक द्वारा विभिन्न स्थानों पर स्थानीय व्यक्तियों या संवाददाताओं को सूचना देने के लिए नियुक्त कर देता है।
   - **विशेषज्ञों के माध्यम से परोक्ष मौखिक अन्वेषण-** इस विधि में अन्वेषण सूचनाएँ उन व्यक्तियों से प्राप्त नहीं करते जो अन्वेषण से प्रत्यक्ष रूप से सम्बद्ध हो वरन् अप्रत्यक्ष रूप से सम्बद्ध तृतीय पक्षकारों के सहयोग से प्राप्त करते हैं। जैसे- यदि विद्यार्थियों का वार्षिक मूल्यांकन बिना परीक्षा लिए करना हो तो सम्बन्धित अध्यापक द्वारा ऐसा किया जा सकता है।

Exercise 15.2

प्रश्न 1. एक माध्यमिक विद्यालय के कक्षा 10 के 30 छात्रों का भार (किलोग्राम में) निम्नलिखित है:

34 34 36 37 38 33 34 35 36 37 38 33 34 35 34
33 37 35 34 36 38 36 35 34 35 37 38 34 35 35

उपर्युक्त आँकड़ों को बारम्बारता सारणी में निरूपित कीजिए।

हल:

विचर x	33	34	35	36	37	38	योग
गणना चिह्न	|||	~~||||~~ |||	~~||||~~ ||	||||	||||	||||	
बारम्बारता (f)	3	8	7	4	4	4	**30**

प्रश्न 2. एक गाँव में जन्मे 30 बच्चों का भार (किलोग्राम में) निम्न प्रकार था

3.4 3.6 3.0 3.8 3.6 3.8 2.9 3.4 2.9 3.4 3.0 3.4 3.2 3.1 3.2
3.2 3.1 3.2 3.4 3.0 3.1 3.2 3.5 3.7 3.1 3.0 2.9 3.0 3.1 3.2

उपर्युक्त को बारम्बारता सारणी में निरूपित कीजिए।

हल: दिए गए आँकड़ों से बारम्बारता सारणी

विचर x	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	योग
गणना चिह्न	|||	~~||||~~	~~||||~~	~~||||~~ |	—	~~||||~~	|	||	|	||	
बारम्बारता (f)	3	5	5	6	–	5	1	2	1	2	**30**

प्रश्न 3. तीन सिक्कों को एक साथ 30 बार उछाला गया। प्रत्येक बार चित (Head) आने की संख्या निम्न है-

0	1	2	2	1	2	3	1	3	0
1	3	1	1	2	2	0	1	2	1
3	0	0	1	1	2	3	2	2	0

उपर्युक्त आँकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइए।

हल: दिए गए आँकड़ों से बारम्बारता सारणी

सिरों की संख्या	0	1	2	3	योग
गणना चिह्न	~~||||~~ |	~~||||~~ ~~||||~~	~~||||~~ ||||	~~||||~~	
बारम्बारता (f)	6	10	9	5	**30**

प्रश्न 4. दसवीं कक्षा के 30 विद्यार्थियों के रक्त समूह ये हैं।

AB O O A B O A O B A O B A O O
A AB O A A O O AB B A O B A B O

इन आँकड़ों को बारम्बारता सारणी के रूप में प्रस्तुत कीजिए।

बताइए कि इन विद्यार्थियों में कौन-सा रक्त समूह अधिक सामान्य है और कौन-सा रक्त समूह विरलतम समूह है।

हल:

रक्त समूह	A	B	O	AB	योग
गणना चिह्न	$\cancel{||||}$ ||||	$\cancel{||||}$ |	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ ||	|||	
विद्यार्थियों की संख्या	9	6	12	3	**30**

सारणी से स्पष्ट है कि रक्त समूह O अधिक सामान्य है और रक्त समूह AB विरलतम (कम) है।

प्रश्न 5. एक परीक्षा में कक्षा नवीं के 30 छात्रों के प्राप्तांक निम्नलिखित हैं। इन प्राप्तांकों से 10 वर्ग अन्तराल वाले 5 वर्गों की बारम्बारता सारणी बनाइए-

19 27 40 3 33 41 18 8 20 0 23 49 16 36 14
39 6 12 29 28 22 24 37 10 23 38 35 9 49 23

हल: प्रश्नानुसार वर्ग अन्तराल 0-10 है और वर्ग विस्तार समान है। अत: वर्ग समान आकार के हैं। अत: बारम्बारता सारणी निम्न होगी-

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	योग
गणना चिह्न	$\cancel{||||}$	$\cancel{||||}$ |	$\cancel{||||}$ ||||	$\cancel{||||}$ |	||||	
बारम्बारता (*f*)	5	6	9	6	4	**30**

प्रश्न 6. निम्नलिखित बंटन के लिए पाँच-पाँच के वर्ग अन्तराल लेकर बारम्बारता सारणी का निर्माण कीजिए।

13 11 8 19 0 44 27 10 8 35 13
27 30 17 43 23 19 43 17 7

हल: प्रश्नानुसार 5-5 के वर्ग अन्तराल में बारम्बारता सारणी निम्नवत होगी।

वर्ग	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	योग
गणना चिह्न	|	|||	||||	||||	|	||	|	|	|||	
बारम्बारता (*f*)	1	3	4	4	1	2	1	1	3	**20**

प्रश्न 7. 50 दशमलव स्थान तक शुद्ध π का मान नीचे दिया गया है:

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510
(i) दशमलम बिन्दु के बाद आने वाले 0 से 9 तक के अंकों की एक बारम्बारता बंटन सारणी बनाईए।
(ii) सबसे अधिक बार और सबसे कम बार आने वाले अंक कौन-कौन से हैं?

हल: (i) दशलमव बिन्दु के बाद आने वाले 0 से 9 तक के अंकों की बारम्बारता सारणी निम्न होगी।

अंक	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	कुल योग
बारम्बारता (f)	2	5	5	8	4	5	4	4	5	8	**50**

(ii) सबसे अधिक बार आने वाले अंक 3 और 9 हैं। सबसे कम बीर आने वाला अंक 0 है।

प्रश्न 8. 40 इंजीनियरों की उनके आवास से कार्यस्थल की दूरियाँ (किलोमीटर में) निम्न हैं।

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
3	18	15	12	5	3	8	7	9	7
14	12	9	2	15	6	7	15	12	6

0-5 को (जिसमें 5 सम्मिलित नहीं है) पहला अंतराल लेकर ऊपर दिए हुए आँकड़ों से वर्गमाप 5 वाली एक वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी बनाइए। इस सारणीबद्ध निरूपण में आपको कौन-कौन से मुख्य लक्षण देखने को मिलते हैं?

हल: इन आँकड़ों में न्यूनतम तथा अधिकतम किमी क्रमशः 2 और 32 हैं। प्रश्न से ज्ञात है कि वर्ग–अन्तराल 0-5 है और वर्ग
विस्तार समान है। अतः वर्ग समान आकार के हैं।
0 – 5, 5 – 10, 10 – 15, 15 – 20 20 – 25, 25 – 30 और 30 – 35
बारम्बारता सारणी निम्नवत् होगी-

वर्ग	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	योग
गणना चिह्न	~~||||~~	~~||||~~ ~~||||~~ |	~~||||~~ ~~||||~~ |	~~||||~~ ||||	|	|	||	
बारम्बारता (f)	5	11	11	9	1	1	2	**40**

प्रश्न 9. 30 बच्चों से यह पूछा गया कि पिछले सप्ताह उन्होंने कितने घण्टों तक पढ़ाई की। प्राप्त परिणाम ये रहे हैं:

2	3	5	8	6	9	8	7	14	12
6	17	1	15	8	2	12	4	3	10
3	2	6	1	12	5	8	5	8	4

(i) वर्ग चौड़ाई 5 लेकर इन आँकड़ों की एक वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी बनाइए।
(ii) कितने बच्चों ने सप्ताह में 15 या अधिक घण्टों तक पढाई की?

हल:
(i) प्रश्नानुसार वर्ग चौड़ाई 5 लेकर दिए गए आँकड़ों से बारम्बारता सारणी-

घण्टों की संख्या	0–5	5–10	10–15	15–20	कुल योग
बारम्बारता	10	13	5	2	30

(ii) 2 बच्चों ने सप्ताह में 15 या अधिक घण्टों तक पढ़ाई की।

Exercise 15.3

प्रश्न 1. एक संगठन ने पूरे विश्व में 15-44 (वर्षों में) की आयु वाली महिलाओं में बीमारी और मृत्यु के कारणों का पता लगाने के लिए किए गए सर्वेक्षण से निम्नलिखित आँकड़े (% में) प्राप्त किए:

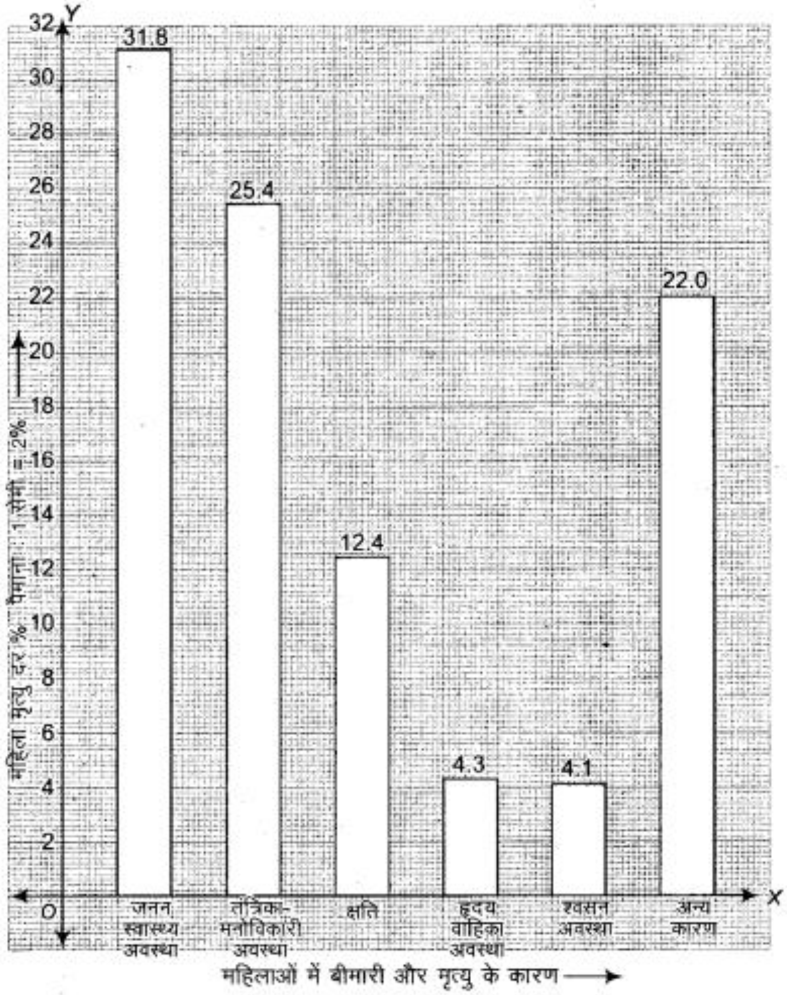
क्र. सं.	1.	2.	3.	4.	5.	6.
कारण	जनन स्वास्थ्य अवस्था	तंत्रिका मनोविकारी अवस्था	क्षति	हृदय वाहिका अवस्था	श्वसन अवस्था	अन्य कारण
महिला मृत्यु दर (%)	31.8	25.4	12.4	4.3	4.1	22.0

(i) उपर्युक्त सूचनाओं को दण्ड आलेख से व्यक्त करें।
(ii) कौन-सी अवस्था पूरे विश्व की महिलाओं के खराब स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है?

हल:
(i) दी गई सूचनाओं का आलेखीय निरूपण :
बनाने की विधि :

1. X-अक्ष वY-अक्ष खींचते हैं।
2. X-अक्ष पर उचित रिक्त स्थानों के बीच समान चौड़ाई (1 सेमी) रखते हुए महिलाओं में बीमारी और मृत्यु के कारण प्रदर्शित करते हैं।
3. Y-अक्ष पर बीमारियों के प्रतिशत को उचित पैमाना लेकर अंकित किया। चित्र में 1 सेमी = 2% पैमाने से बीमारियों का प्रतिशत अंकित किया गया है।
4. प्रत्येक कारण के सापेक्ष उसके प्रतिशत को एक ऐसे आयत द्वारा प्रदर्शित करते हैं जिसकी ऊँचाई बीमारी के प्रतिशत को और समान चौड़ाइयाँ बीमारी को व्यक्त करें।

5. आयतों की ऊपरी चौड़ाइयों पर उनके द्वारा व्यक्त बीमारी के प्रतिशत लिखे हैं।



(ii) जनन स्वास्थ्य अवस्था का प्रतिशत (31.8) सर्वाधिक है। अत: यह पूरे विश्व की महिलाओं के खराब स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है।

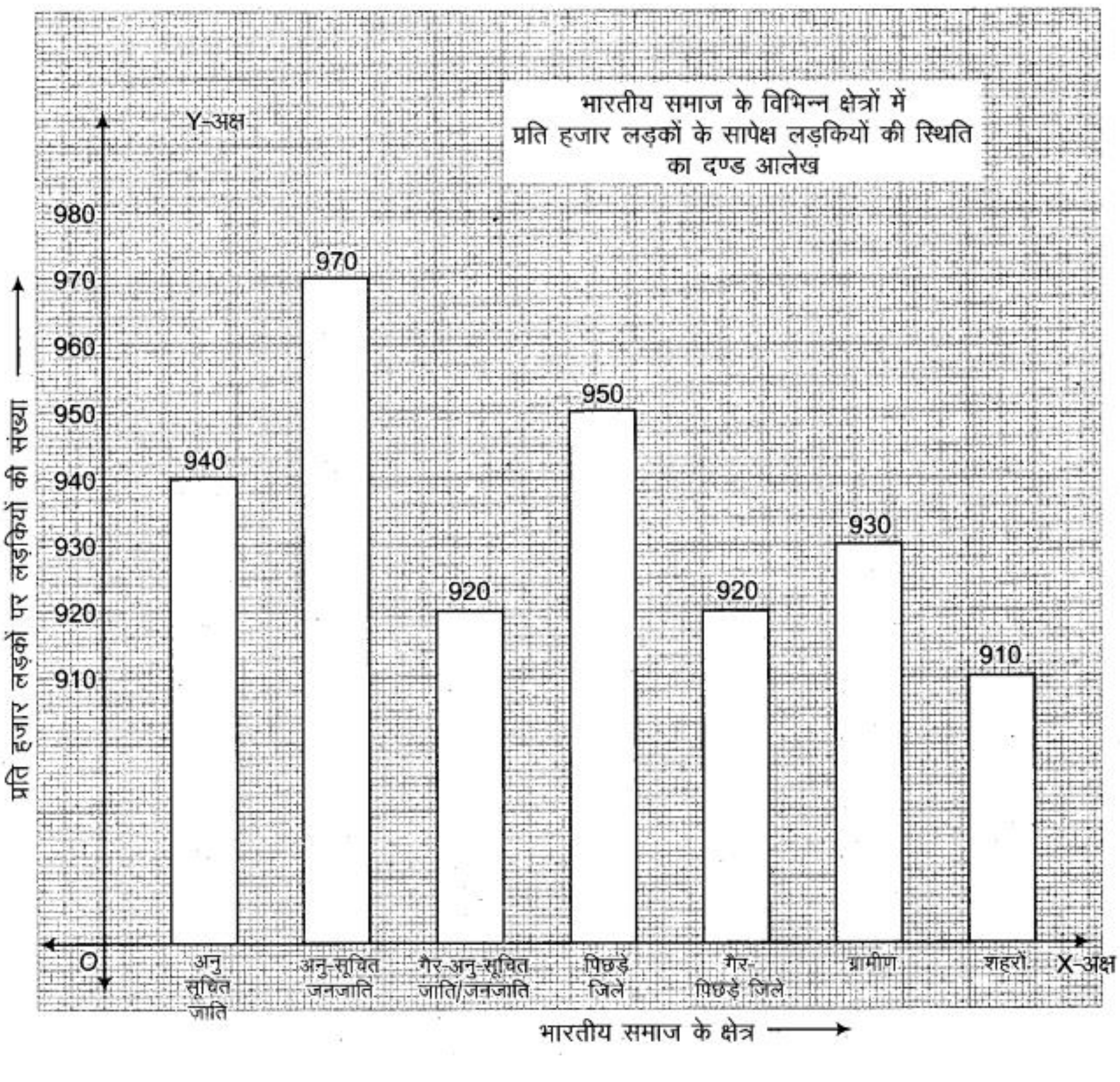
प्रश्न 2. भारतीय समाज के विभिन्न क्षेत्रों में प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की (निकटतम दस तक की) संख्या की आँकड़े नीचे दिए गए हैं-

क्र. सं.	क्षेत्र	प्रति हजार लड़कों पर लड़कियों की संख्या
1.	अनुसूचित जाति	940
2.	अनुसूचित जनजाति	970
3.	गैर अनूसूचित जाति/जनजाति	920
4.	पिछडे जिले	950
5.	गैर पिछड़े जिले	920
6.	ग्रामीण	930
7.	शहरी	910

(i) उपर्युक्त सूचनाओं को दण्ड आलेख से व्यक्त करें।
(ii) इस आलेख से कौन-कौन से निष्कर्ष निकाल सकते हैं, चर्चा

हल: (i) दण्ड चित्र (आलेख) बनाने की विधि :

1. पहले X-अक्ष व Y-अक्ष खींचते हैं।
2. X-अक्ष पर समान रिक्त स्थानों के बीच किसी समान चौड़ाई के भारतीय समाज के विभिन्न क्षेत्र प्रदर्शित करते हैं।
3. Y-अक्ष पर प्रति हजार लड़कों के सापेक्ष लडकियों की स्थिति प्रदर्शित करते हैं। इसके लिए उचित पैमाना लेकर Y-अक्ष पर मापन के (मानक) विभिन्न स्तर अंकित करते हैं। चित्र में 900 तक की संख्या को स्थिर ऊँचाई लिया गया है और अगले 100 के लिए पैमाना 1 सेमी = 10 से प्रदर्शित करते हैं।



4. समान चौड़ाई के भिन्न क्षेत्रों के प्रति हजार लडकों पर लड़कियों की संख्या को आयतों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। प्रति हजार लडकों पर लड़कियों की संख्या आयतों की ऊँचाइयों द्वारा व्यक्त की गई हैं।

(ii) आलेख की निष्कर्ष :

1. अन्य जातियों की अपेक्षा अनुसूचित जनजाति में (प्रति हजार लड़कों पर) लड़कियों की संख्या अधिक है।
2. गैर-पिछड़े जिलों के सापेक्ष पिछड़े जिलों में (प्रति हजार लड़कों पर) लड़कियों की संख्या अधिक है।
3. शहरी क्षेत्रों की अपेक्षा ग्रामीण क्षेत्रों में (प्रति हजार लड़कों पर) लड़कियों की संख्या अधिक है।

प्रश्न 3. एक राज्य के विधानसभा चुनाव में विभिन्न पार्टियों द्वारा जीती गई सीटों के परिणाम नीचे दिए गए हैं-

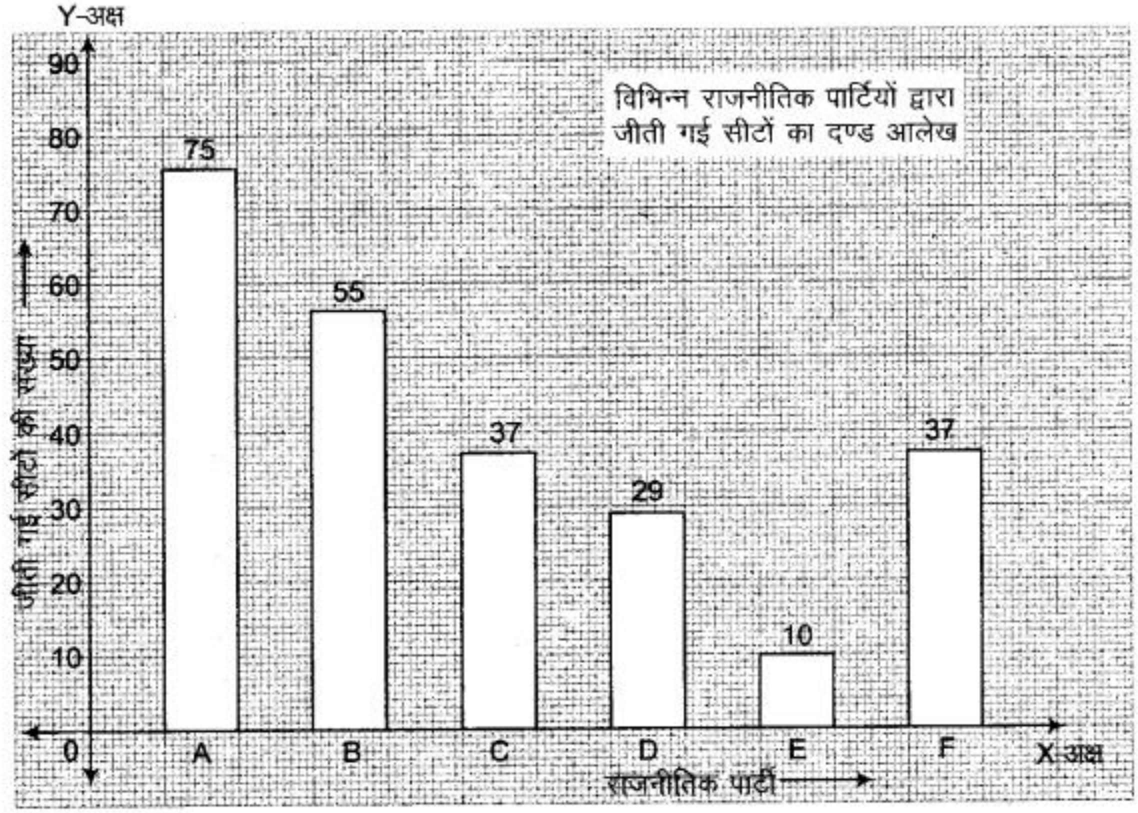
राजनीतिक पार्टी	A	B	C	D	E	F
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37

(i) मतदान के परिणामों को निरूपित करने वाला एक दण्ड आलेख खींचिए।
(ii) किसी पार्टी ने अधिकतम सीटें जीती हैं?

हल: (i) बनाने की विधि

1. X-अक्ष व Y-अक्ष खीचते हैं।
2. एक-दूसरे के बीच समान और उचित रिक्त स्थान छोड़कर समान चौड़ाई के आधारों द्वारा X-अक्ष पर राजनीतिक पार्टियों को प्रदर्शित करते हैं।
3. Y-अक्ष पर राजनीतिक पार्टियों द्वारा जीती गई सीटें प्रदर्शित करने के लिए, पैमाना : 1 सेमी = 10 सीटें लेते हैं।
4. विभिन्न पार्टियों के लिए निर्धारित एवं प्रदर्शित आधारों पर उनमें से प्रत्येक के लिए जीती गई सीटों की संख्या के सापेक्ष ऊँचाई के आयत बनाते हैं।
5. आयतों की ऊपरी चौड़ाई पर जीती गई सीटों की संख्या अंकित करते हैं।

(ii) चूंकि जीती गई सीटों की संख्या आयतों की ऊँचाई के अनुक्रमानुपाती है और पार्टी A के लिए प्रदर्शित आयत की ऊँचाई सबसे अधिक है। अत: पार्टी A ने सबसे अधिक सीटें जीती हैं।



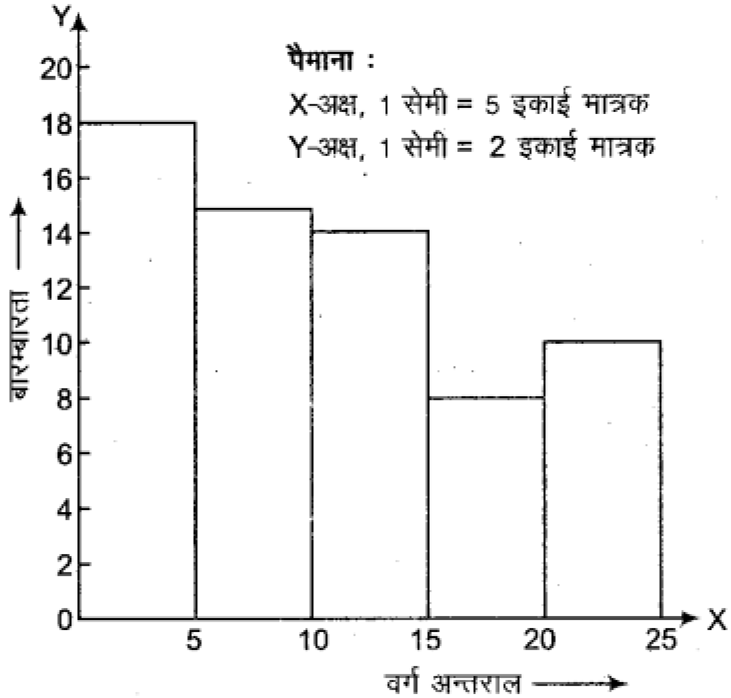
प्रश्न 4. निम्न बारम्बारता सारणी का आयते चित्र बनाइए-

वर्ग	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25
बारम्बारता	18	15	14	8	10

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है। वर्ग अन्तराल भी समान है।

1. पहले X-अक्ष और Y-अक्ष खींचते हैं।
2. X-अक्ष पर पैमाना 1 सेमी = 5 इकाई मानकर वर्ग अन्तराल को निरूपित करते हैं जो आयत की चौड़ाई को व्यक्त करता है-

3. Y-अक्ष पर पैमाना। सेमी = 2 इकाई मानकर बारम्बारतों को अंकित करते हैं जो आयत की ऊँचाई को निरूपित करता है।



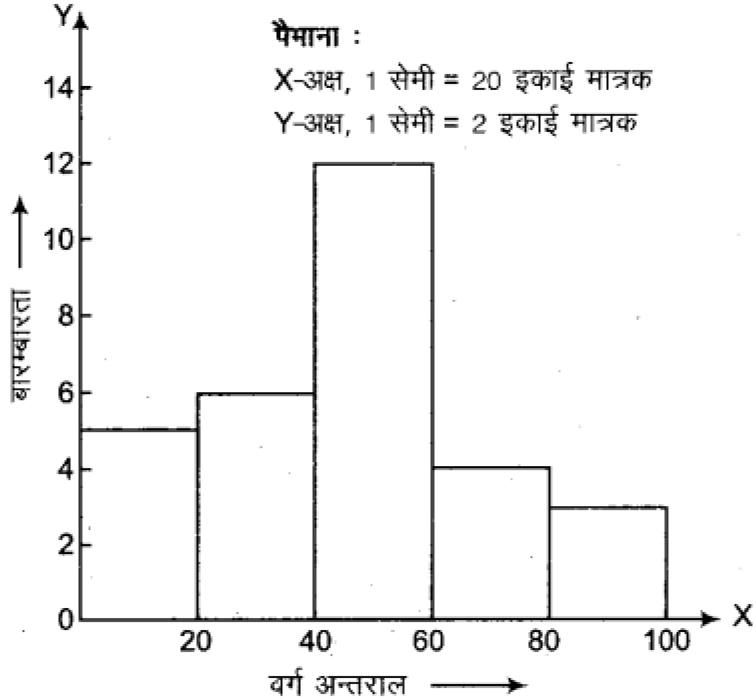
प्रश्न 5. निम्न बारम्बारता सारणी का आयत चित्र बनाइए-
बारम्बारतो 0-20 20-40 40-60 60-80

वर्ग	बारम्बारता
0 – 20	5
20 – 40	6
40 – 60	12
60 – 80	4
80 – 100	3

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है। वर्ग अन्तराल भी समान है।

1. पहले X-अक्ष और Y-अक्ष खीचते हैं।
2. X-अक्ष पर पैमाना माना 1 सेमी = 20 इकाई मानकर वर्ग अन्तराल को निरूपित करते हैं। जो आयत की चौड़ाई को व्यक्त करता है।

3. Y-अक्ष पर पैमाना माना 1 सेमी = 2 इकाई मानकर बारम्बारता को अकिंत करते हैं जो आयत की ऊँचाई को व्यक्त करता है।



प्रश्न 6. निम्न बारम्बारता सारणी का आयत चित्र बनाइए-

सारणी

वर्ग	बारम्बारता
3 – 6	150
6 – 12	420
12 – 13	100
13 – 14	110
14 – 15	50

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है। वर्ग अन्तराल असमान है। अतः हम यहाँ वर्ग अन्तराल की बारम्बारता को पुनः निर्धारण करेंगे।

एक वर्ग के लिए समायोजित बारम्बारता

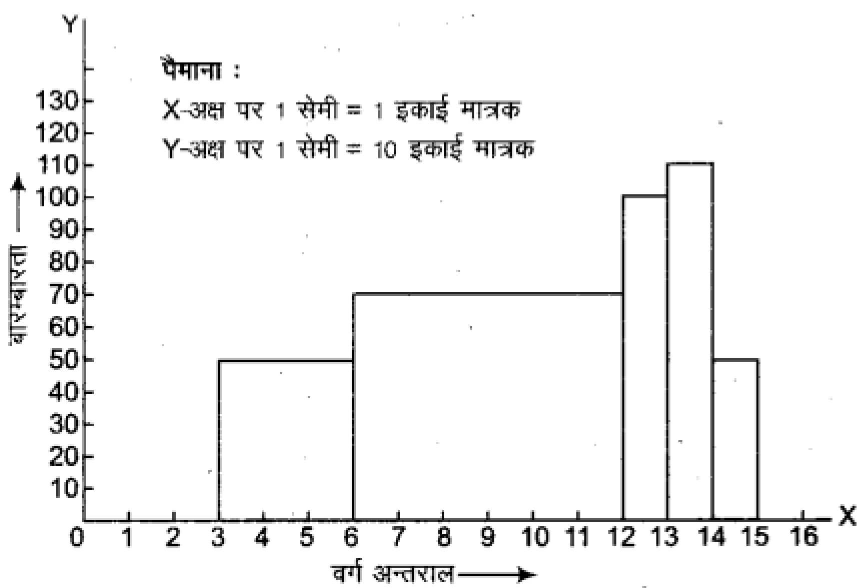
$$= \frac{\text{न्यूनतम वर्ग अन्तराल}}{\text{इस वर्ग की वर्ग अन्तराल}} \times \text{इसकी बारम्बारता}$$

न्यूनतम वर्ग अन्तराल 13 – 12 = 1 है।

अतः यहाँ पुनः निर्धारित बारम्बारता सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होगी :

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	वर्ग चौड़ाई (वर्ग का अन्तर)	पुन: निर्धारित बारम्बारता (आयत की लम्बाई)
3–6	150	3	$\frac{1}{3} \times 150 = 50$
6–12	420	6	$\frac{1}{6} \times 420 = 70$
12–13	100	1	$\frac{1}{1} \times 100 = 100$
13–14	110	1	$\frac{1}{1} \times 100 = 110$
14–15	50	1	$\frac{1}{1} \times 50 = 50$

अब इस वर्ग-अन्तराल की पुन: निर्धारित बारम्बारता से आयत चित्र बनायेंगे।



प्रश्न 7. निम्न बारम्बारता सारणी का आयत चित्र बनाइए-

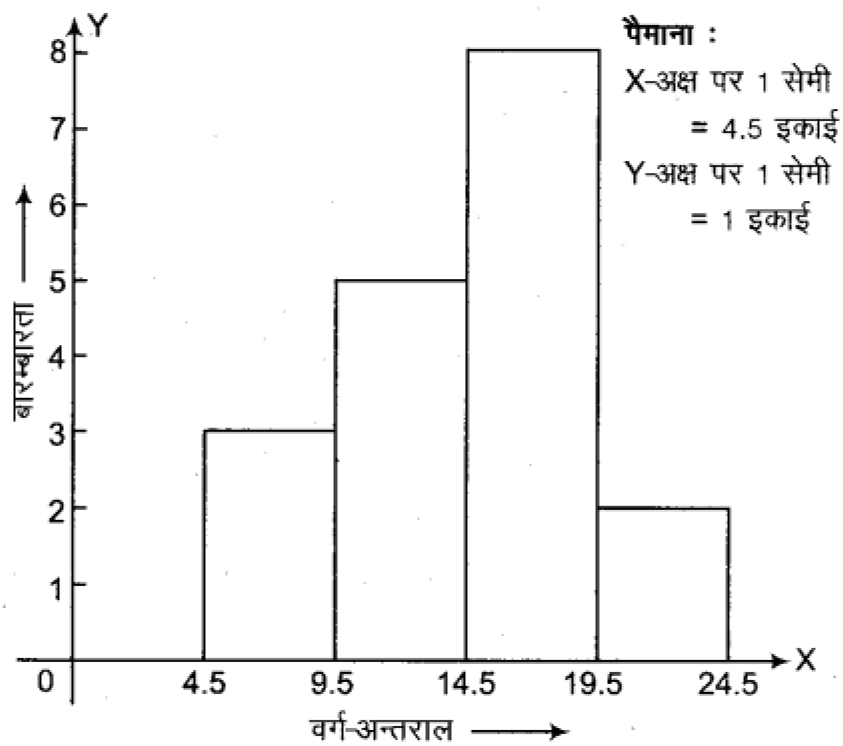
अंक	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24
बारम्बारता	3	5	8	2

हल: बारम्बारता बंटन वर्गीकृत तो है परन्तु सतत् नहीं है।
अतः इसे समावेशी विधि द्वारा सतत् बनाते हैं।
सतत् का अन्तर = 1
$\frac{1}{2}$ = 0.5 को निम्न सीमा से घटाने और उच्च सीमा में जोड़कर सतत् वर्ग अन्तराल बनाते हैं।

अंक	4.5 – 9.5	9.5 – 14.5	14.5 – 19.5	19.5 – 24.5
बारम्बारता	3	5	8	2

अब बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है और वर्ग अन्तराल भी समान है।

1. X-अक्ष पर पैमाना 1 सेमी = 4.5 इकाई अंकित करते हैं जो आयत की चौड़ाई को व्यक्त करता है।
2. Y-अक्ष पर पैमाना माना 1 सेमी = 1 इकाई अंकित करते हैं जो आयत की ऊँचाई को व्यक्त करता है।



प्रश्न 8. निम्न बारम्बारता बंटन सारणी का आयत चित्र बनाइए-

सारणी

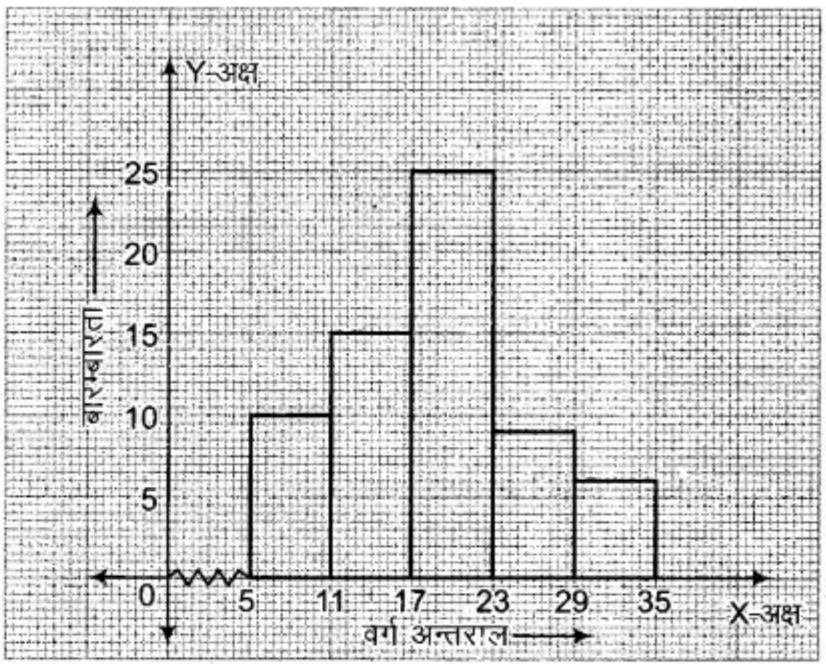
अंक	8	14	20	26	32
बारम्बारता	10	15	25	9	6

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन अवर्गीकृत है तथा बंटन के मध्य बिन्दु दिए गए हैं। अत: इसे वर्गीकृत बारम्बारता बंटन में बदलते हैं।

अंक	5 – 11	11 – 17	17 – 23	23 – 29	29 – 35
बारम्बारता	10	15	25	9	6

अब यह बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है तथा वर्ग अन्तराल भी समान है।
आयत चित्र बनाने की विधि-

1. X-अक्ष व Y-अक्ष खींचते हैं।
2. X-अक्ष पर उचित पैमाना मानकर वर्ग अन्तराल को निरूपित करते हैं। जो आयत की चौड़ाई को व्यक्त करता है। X-अक्ष पर, 1 सेमी = 6 इकाई मात्रक ।
3. Y-अक्ष पर उचित पैमाना मानकर बारम्बारता को अंकित करते हैं। जो आयत की ऊँचाई को व्यक्त करता है। Y-अक्ष पर, 1 सेमी = 5 इकाई मात्रक



प्रश्न 9. निम्न बारम्बारता बंटन के लिए आयत चित्र की सहायता से बारम्बारता बहुभुज का निर्माण कीजिए।

सारणी

वर्ग अंतराल	बारम्बारता
0–5	1
5–10	2
10 – 15	4
15–20	6
20–25	5
25–30	3
30–35	2

हल: पहले आयत चित्र बनाते हैं।

विधि-

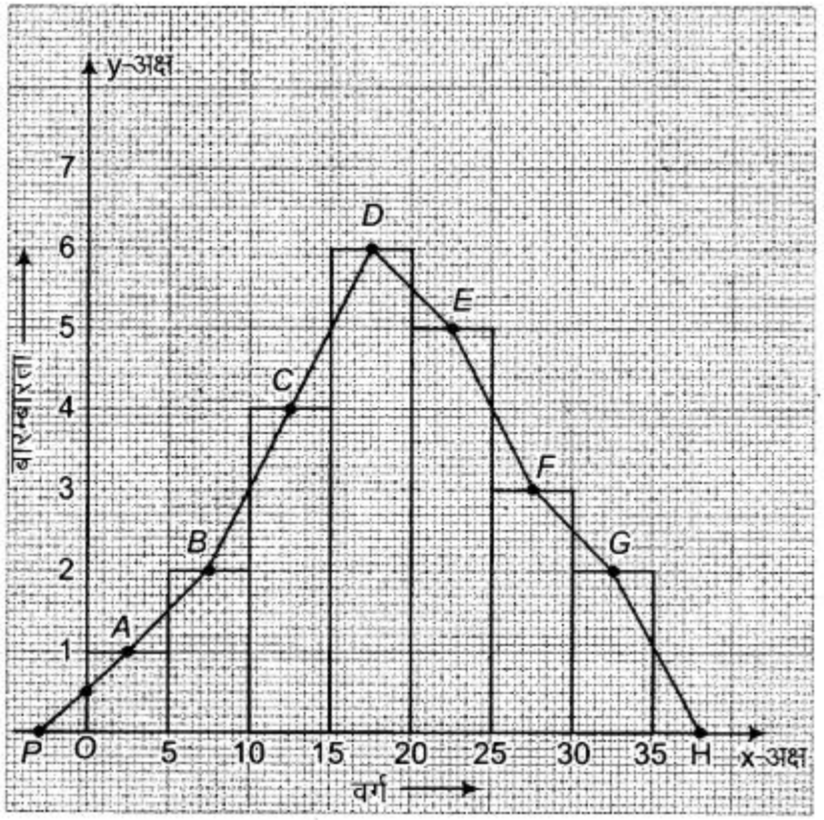
1. X-अक्ष पर वर्गों की सीमाएँ अंकित करते हैं।
2. Y-अक्ष पर बारम्बारताओं को व्यक्त करते हैं।
3. प्रत्येक वर्ग पर आयतों की चौड़ाई और दी गई बारम्बारता के संगत ऊँचाई के आयत बनाकर आयत चित्र बनाते हैं।

अब आयत चित्र की सहायता से बारम्बारता बहुभुज बनाते हैं।

1. दिए गए बारम्बारता बंटन से प्राप्त आयतों की ऊपरी भुजाओं के मध्य बिन्दु P, A, B, C, D, E, F, G व H इत्यादि अंकित करते हैं।
2. रेखाखण्ड AB, BC, CD....... इत्यादि को मिलाते हैं। इस प्रकार बारम्बारता बहुभुज बनाते हैं।

पैमाना- माना
X-अक्ष पर, 1 सेमी = 5 इकाई मात्रक

Y अक्ष पर, 1 सेमी = 1 इकाई मात्रक



प्रश्न 10. निम्न बारम्बारता बंटन के लिए आयत चित्र की सहायता से बारम्बारता बहुभुज का निर्माण कीजिए। अधिकतम अंक 10 ही हैं।

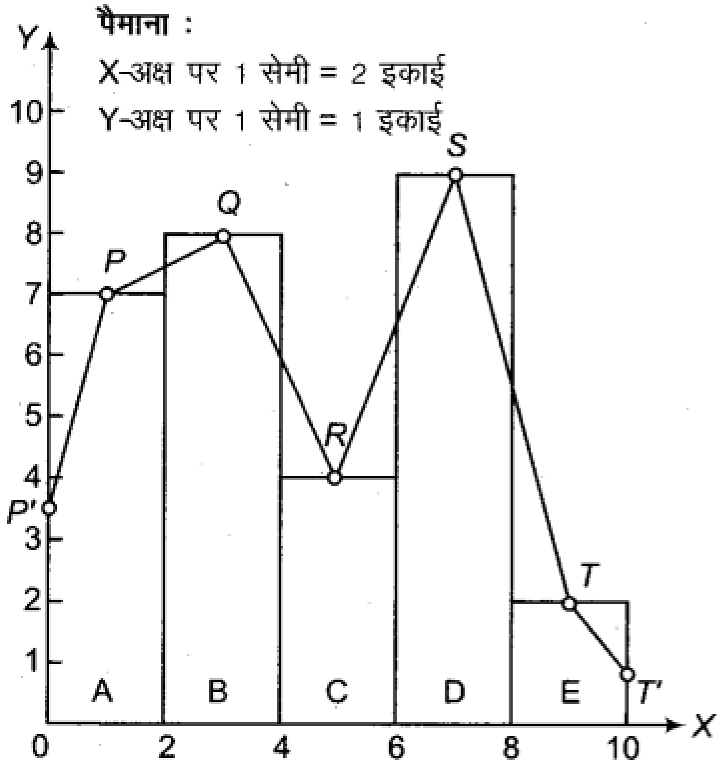
सारणी

प्राप्तांक	0–2	2–4	4–6	6–8	8–10
विद्यार्थियों की संख्या	7	8	4	9	2

हल:

प्राप्तांक	वर्ग चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
0–2	1	7
2–4	3	8
4–6	5	4
6–8	7	9
8–10	9	2

दिया गया बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है। अब सर्वप्रथम दी गई सारणी का आयत चित्र बनाया। इस प्रकार आयत A, B, C, D और E के ऊपर क्षैतिज रेखा के मध्य बिन्दुओं P, Q, R, S और T को क्रमिक सरल रेखाओं द्वारा मिलाया।
चूंकि यहाँ पर प्राप्तांक 0 से कम नहीं हो सकते तथा 10 से अधिक नहीं हो सकते हैं। अतः इनसे पूर्व तथा पश्चात अन्तराल नहीं होगा। अतः प्रथम आयत पर स्थित बिन्दु P को इससे पूर्व ऊर्ध्वाधर रेखा के मध्य बिन्दु से तथा अन्तिम आयत पर स्थित बिन्दु T को इसके पश्चात् ऊर्ध्वाधर रेखा के मध्य बिन्दु से चित्रानुसार मिलाकर बहुभुज OP'PQRSTT' प्राप्त होगा।



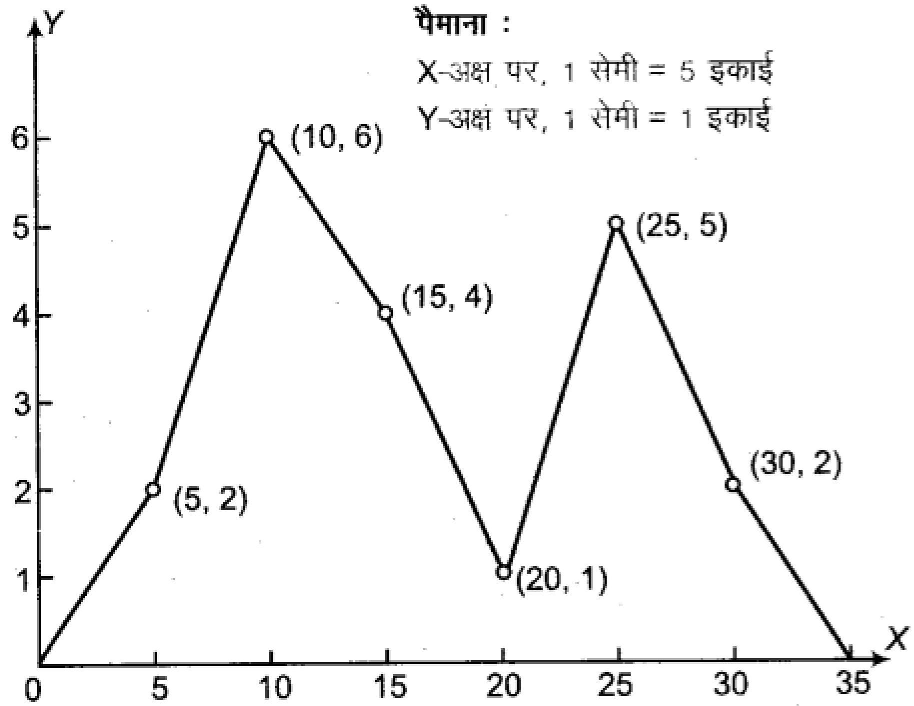
प्रश्न 11. निम्न बारम्बारता बंटन के लिए बारम्बारता बहुभुज का निर्माण कीजिए।

सारणी

विचर x	5	10	15	20	25	30
बारम्बारता (f)	2	6	4	1	5	2

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन अवर्गीकृत है। अत: X-अक्ष पर, पैमाना (1 सेमी = 5 इकाई) लेकर विचर अंकित किया और Y-अक्ष पर पैमाना (1 सेमी = 2 इकाई) लेकर अंकित किया।
अब बिन्दु (5, 2), (10, 6), (15, 4), (20, 1), (25, 5) और (30, 2) अंकित किए। प्रथम विचर से पहले विचर का मान शून्य आता है। अब बिन्दु (5, 2) को बिन्दु (0, 0) से मिलाया। इसी प्रकार अन्तिम विचर से आगे वाला विचर 35 है।
अतः अतिंम बिन्दु (30, 2) को बिन्दु (35,0) से मिलाया। इस प्रकार प्राप्त लेखाचित्र दिए गए बारम्बारता

बंटन के लिए बारम्बारता बहुभुज होगा।



प्रश्न 12. निम्न बारम्बारता बंटन के लिए बारम्बारता बहुभुज का निर्माण कीजिए।

सारणी

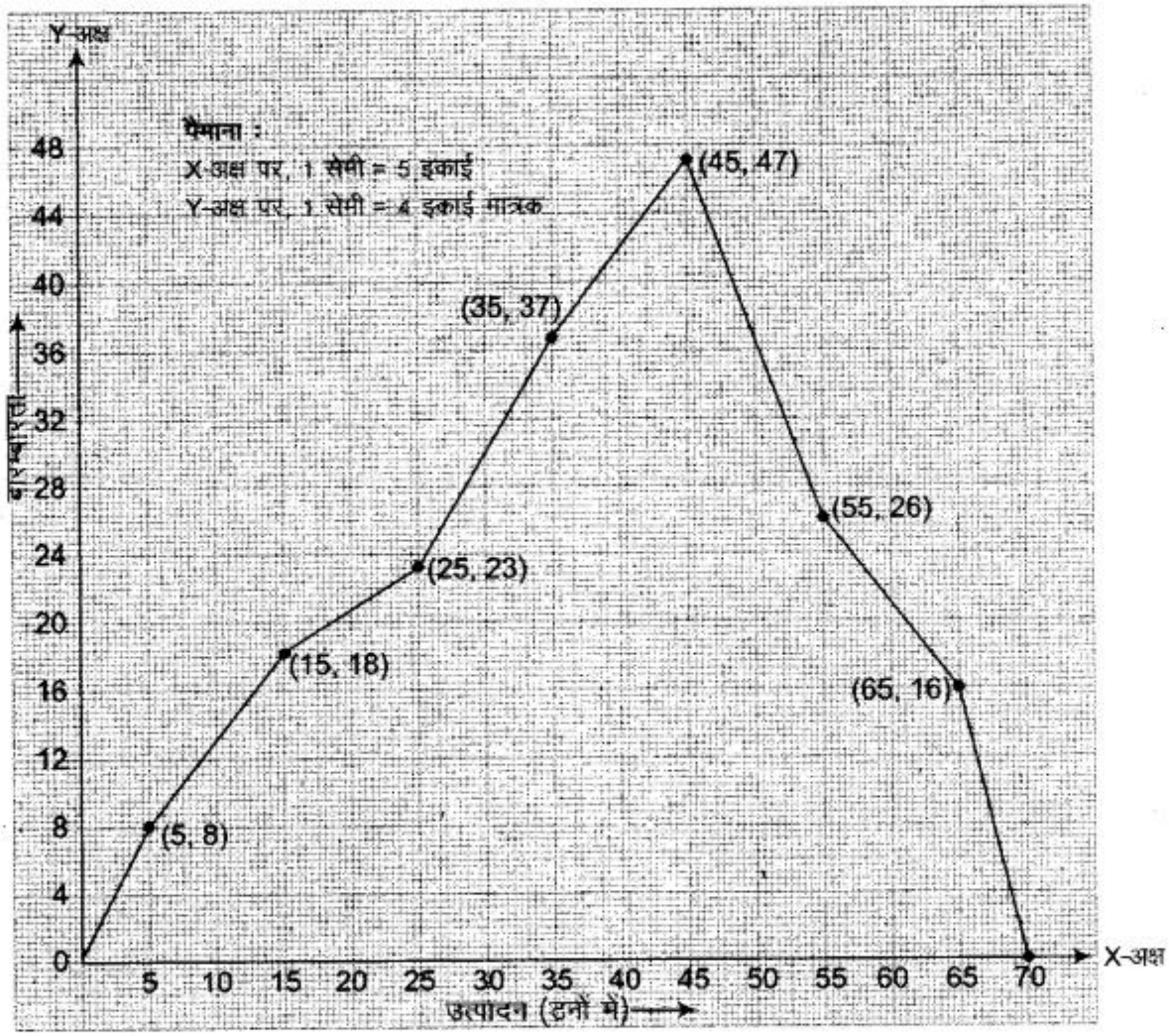
उत्पादन (टनों में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
बारम्बारता	8	18	23	37	47	26	16

हल: यहाँ बारम्बारता बंटन वर्गीकृत एवं सतत् है। वर्ग अन्तराल भी समान है। दिए गए वर्गों के सापेक्ष मध्य बिन्दु ज्ञात करते हैं।

उत्पादन (टनों में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
मध्य बिन्दु	5	15	25	35	45	55	65
बारम्बारता	8	18	23	37	47	26	16

मध्य बिन्दु (वर्ग चिह्न) और बारम्बारता के सापेक्ष ग्राफ पेपर पर उचित पैमाना मानकर बिन्दु (6, 8), (15,

18), (25, 23), (35, 37), (45, 47), (55, 26) और (65, 16) अंकित कर बारम्बारता बहुभुज बनाते हैं।



Exercise 15.4

प्रश्न 1. एक टीम ने फुटबाल के 10 मैचों में निम्नलिखित गोल किए:
2 3 4 5 0 1 3 3 4 3
इन गोलों का माध्य, माध्यके और बहुलक ज्ञात करो।

हल:

$$\text{माध्य} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10}$$

$$\text{माध्य}\ (\bar{x}) = \frac{2+3+4+5+0+1+3+3+4+3}{10} = \frac{28}{10} = 2.8$$

माध्यिका ज्ञात करने के लिए दिये गये आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखेंगे : 0, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5
यहाँ 10 पद हैं। अतः यहाँ दो मध्य पद होंगे अर्थात् $(\frac{10}{2})$ वाँ और $(\frac{10}{2}+1)$ वाँ अर्थात् 5 वाँ और 6 वाँ पद।
अतः 5 वें और 8वें पद का माध्य माध्यिका होगी। अर्थात् माध्यिका = $\frac{3+3}{2}$ = 3
पुनः 3 का आँकड़ा सबसे अधिक अर्थात् 4 बार आया है। अत: बहुलक = 3
अतः माध्य = 2.8, माध्यक = 3, तथा बहुलक = 3

प्रश्न 2. गणित की परीक्षा में 15 छात्रों ने (100 में से) निम्नलिखित अंक प्राप्त किए-
41 39 48 52 46 62 54 40 96 52 98 40 42 52 60.
इन आँकड़ों के माध्य, माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{15}}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{41+39+48+52+46+62+54+40+96+52+98+40+42+52+60}{15}$$

$$\text{माध्य}\ (\bar{x}) = \frac{822}{15} = 54.8$$

पदों को आरोही क्रम में रखने पर 39, 40, 40, 41, 42, 46, 48, 52, 52, 52, 54, 60, 62, 96, 98
यहाँ N = 15 पद हैं, जो कि विषम हैं।
माध्यिका = $\frac{N+1}{2}$ वाँ पद = $\frac{15+1}{2}$ वाँ = 8 वाँ पद
अतः प्राप्तांकों का माध्यक = 8 वें पद का मान = 52 पुनः प्राप्तांक
पुनः

प्राप्तांक	**बारम्बारता**
39	1

40	2
41	1
42	1
46	1
48	3
52	1
54	1
60	1
62	1
96	1
98	1

स्पष्ट है सबसे अधिक बारम्बारता 3 है इसके संगत प्राप्तांक 52 है।
अतः दिए गए आँकड़ों का बहुलक = 52

प्रश्न 3. निम्नलिखित प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यस्थित किया गया है। यदि आँकड़ों का माध्यक 63 हो तो x का मान ज्ञात करो।
29 32 48 50 x x + 2 72 78 84 95

हल: पदों की संख्या (N) = 10, सम संख्या है।

$$\therefore \quad \text{माध्यिका} = \frac{\frac{N}{2} \text{ वाँ पद} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{ वाँ पद}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 63 = \frac{5 \text{ वाँ पद} + 6 \text{ वाँ पद}}{2} = \frac{x+(x+2)}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x+(x+2) = 63 \times 2 = 126$$

$$\Rightarrow \quad 2x = 126 - 2 = 124$$

$$\Rightarrow \quad x = 62$$

प्रश्न 4. आँकड़ों 14, 25, 14, 28, 18, 17, 18, 14, 23, 22, 14, 18 का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखने पर-
14, 14, 14, 14, 17, 18, 18, 18, 22, 23, 25, 28
यहाँ 14 सबसे अधिक बार अर्थात् चार बार आया है।

प्रश्न 5. निम्न सारणी से एक फैक्ट्री में काम कर रहे 60 कर्मचारियों का माध्य वेतन ज्ञात कीजिए।

सारणी

वेतन (रुपयों में)	कर्मचारियों की संख्या
3000	16
4000	12
5000	10
6000	8
7000	6
8000	4
9000	3
10000	1

हल: माध्य वेतन की आगणन तालिका

वेतन (रुपये) (x)	कर्मचारियों की संख्या (f_i)	($f_i \times x_i$)
3000	16	48000
4000	12	48000
5000	10	50000
6000	8	48000
7000	6	42000
8000	4	32000
9000	3	27000
10000	1	10000
योग	$\Sigma f_i = 60$	$\Sigma f_i x_i = 305000$

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{305000}{60} = \frac{15250}{3} = 5083.33$$

अत: फैक्ट्री के 60 कर्मचारियों का माध्य वेतन
= ₹ 5083.33

Miscellaneous Exercise

प्रश्न 1. बंटन 5, 5, 6, 4, 9, 5, 8, 2, 7, 6, 3, 8, 4 में वर्ग अंतराल 3-5 की बारम्बारता है:
(A) 3
(B) 4
(C) 6
(D) 7

उत्तर : (B)

संकेत : वर्ग अन्तराल 3-5 की बारम्बारता 4 है।

प्रश्न 2. निम्नलिखित बारम्बारता बंटन का परिसर होगा:
3.2, 2.8, 3.1, 2.1, 3.2, 2.4, 2.1, 2.8, 2.7, 2.7
(A) 2.7
(B) 3.1
(C) 2.4
(D) 1.1

उत्तर : (D)
संकेत : बारम्बारता का अधिकतम मान = 3.2
बारम्बारता का न्यूनतम मान = 2.1
परिसर (परास) = अधिकतम मान – न्यूनतम मान = 3.2 – 2.1 = 1.1

प्रश्न 3. निम्न बारम्बारता बंटन में 25 वर्ष से कम आयु के विद्यार्थियों की संख्या है:

आयु (वर्षों में)	विद्यार्थियों की संख्या
5–10	3
10–15	6
15–20	8
20–25	8
25–30	2

(A) 8
(B) 16
(C) 9
(D) 25

उत्तर : (D)
संकेत : 25 वर्ष से कम आयु के विद्यार्थी = 3 + 6 + 8 + 8 = 25

प्रश्न 4. दण्ड आलेख में आयत की ऊँचाई होती है:
(A) वर्ग की आवृत्ति के व्युत्क्रमानुपात में
(B) वर्ग की आवृत्ति के समानुपात में।
(C) वर्ग अंतराल के समानुपात में।
(D) वर्ग अंतराल के व्युत्क्रमांनुपात में

उत्तर : (B)

प्रश्न 5. विद्यालय की किसी कक्षा के परीक्षा परिणाम का तुलनात्मक अध्ययन किया जा सकता है:
(A) वृत्ताकार लेखाचित्र से
(B) दण्डं लेखाचित्र से
(C) रैखिक लेखाचित्र से
(D) उपर्युक्त सभी से

उत्तर : (B)

प्रश्न 6. बंटन 6, 1, 2, 3, 9, 8, 3, 4, 8, 2, 3 का परिसर (परास) होगा:
(A) 4
(B) 8
(C) 7
(D) 6

उत्तर : (B)
संकेत : अधिकतम मान = 9; न्यूनतम मान =1
परिसर (परास) = अधिकतम माने – न्यूनतम मान = 9 – 1 = 8

प्रश्न 7. यदि विचर का बंटन 5, 1, 5, 2, 3, 6, 5, 4 हो तो विचर 5 की बारम्बारता होगी :
(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

उत्तर : (C)
संकेत : विचर 5 बंटन में 3 बार आया है।
बारम्बारता 3 होगी।

प्रश्न 8. 11, 2, 7, 8, 9, 3, 5 की माध्यिका होगी:
(A) 7
(B) 9
(C) 5
(D) 11

उत्तर : (A)
संकेत : आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर
2, 3, 5, 7, 8, 9, 11
यहाँ पदों की संख्या (N) = 7 है, जो कि विषम है।
माध्यिका = ($\frac{N+1}{2}$) वें पद का मान
= ($\frac{7+1}{2}$)
= $\frac{8}{2}$
= 4 वें पद का मान
4 वें पद का मान = 7 है।
अतः माध्यिका = 7 है।

प्रश्न 9. 15, 0, 10, 5 का माध्य होगा:
(A) 15
(B) 10
(C) 5
(D) 7.5

उत्तर : (D)
संकेत: माध्य = $\frac{15+0+10+5}{4}$
= $\frac{30}{4}$
= 7.5

प्रश्न 10. 4, 3, 4, 5, 4, 2, 4, 1 में बहुलक होगा:
(A) 1
(B) 2
(C) 5
(D) 4

उत्तर : (D)
संकेत : 4 सबसे अधिक बार अर्थात् 4 बार आया है।
अत: बहुलक = 4 होगा।

प्रश्न 11. बंटन 3, 2, 0, 10, 8, 5, 13, 5, 6, 6, 0, 14 से वर्ग अंतराल 0-5 की बारम्बारता लिखिए।

हल:

वर्ग अन्तराल	गणना चिह्न	बारम्बारता
0–5	||||	4

अत: 0-5 की बारम्बारता 4 है।

प्रश्न 12. यदि 5, 8, 4, 5, x, 6, 9 अंकों का माध्य 7 हो, तो x का मान ज्ञात करो।

हल:

$$\text{माध्य} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots x_n}{n}$$

$$\Rightarrow \quad 7 = \frac{5+8+4+x+6+9}{6}$$

$$\Rightarrow \quad 42 = 32 + x \quad \Rightarrow x = 42 - 32 = 10$$

प्रश्न 13. परास किसे कहते हैं?

हल: विचर के अधिकतम तथा न्यूनतम मान के अंतर को परास कहते हैं।

प्रश्न 14. आयत चित्र किसे कहते हैं?

हल: आयत चित्र वर्गीकृत एवं सतत बारम्बारता बंटन का आयतीय निरूपण है।

प्रश्न 15. 9, 7, 9, 8, 3, 9, 8, 3, 5, 7, 5, 3 की बारम्बारता सारणी बनाइए।

हल: बारम्बारता सारणी निम्नवत है-

x	3	5	7	8	9
f	3	2	2	2	3

प्रश्न 16. किसी बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य 15 है तथा Σf = 20 हो तो Σfx का मान लिखो।

हल:

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \Rightarrow 15 = \frac{\Sigma fx}{20}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma fx = 15 \times 20 = 300$$

प्रश्न 17. बंटन 5, 2, 3, 7, 5, 4, 3, 2, 1 की माध्यिका लिखिए।

हल: पदों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर
1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 7
पदों की संख्या (N) = 9 जो कि विषम है।
माध्यिका = $\frac{N+1}{2}$ वें पद का मान
= $\frac{9+1}{2}$ वें पद का मान
= $\frac{10}{2}$ वें पद का मान
= 5 वें पद का मान
= 3
अतः माध्यिका = 3 है।

प्रश्न 18. बंटन 12, 1,6, 4, 10, 8, 1, 4 की माध्यिका ज्ञात करो।

हल: पदों को आरोही क्रम में रखने पर
1, 1, 4, 4, 6, 8, 10, 12
पदों की संख्या (N) = 8, जो कि सम है।

माध्यिका

$$= \frac{\left(\frac{N}{2}\right) \text{वें पद का मान} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{\frac{8}{2} \text{वें पद का मान} + \left(\frac{8}{2}+1\right) \text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{4 \text{ वें पद का मान} + 5 \text{ वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

प्रश्न 19. बंटन 4, 3, 4, 1, 2, 4, 7, 5, 3 का बहुलक लिखिए।

हल: संख्या 4 सबसे अधिक बार अर्थात् 3 बार आया है।
इसलिए बहुलक = 4 होगा।

Additional Questions

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1. आयत चित्र में आयतों की ऊँचाइयाँ उन वर्गों की:
(A) बारम्बारताओं के व्युत्क्रमानुपाती होती हैं।
(B) बारम्बारताओं के समानुपाती होती हैं।
(C) वर्ग-अन्तराल के समानुपाती होती हैं।
(D) वर्ग- अन्तराल के व्युत्क्रमानुपाती होती हैं।

प्रश्न 2. चार छात्रों के सांख्यिकी में प्राप्तांक 53, 75, 42, 70 हैं। उनके प्राप्तांकों का समान्तर माध्य है:
(A) 42
(B) 64
(C) 60
(D) 56

प्रश्न 3. यदि 5, 7, 9, x का समान्तर माध्य 9 हो, तो x का मान है:
(A) 11
(B) 15
(C) 18
(D) 16

प्रश्न 4. बंटन 1, 3, 2, 5, 9 की माध्यिका है:
(A) 3
(B) 4
(C) 2
(D) 20

प्रश्न 5. बंटन 3, 5, 7, 4, 2, 1, 4, 3, 4 का बहुलक है:
(A) 7
(B) 4
(C) 3
(D) 1

प्रश्न 6. बंटन 2, 3, 4, 7, 5, 1 की माध्यिका है:
(A) 4
(B) 7
(C) 11
(D) 3.5

प्रश्न 7. निम्न बारम्बारता बंटनों का बहुलक ज्ञात कीजिए:

x	3	4	5	6	7	8
f	2	4	6	3	2	1

(A) 2
(B) 3
(C) 6
(D) 5

प्रश्न 8. बंटन 4, 8, 3, 6, 7, 5, 3, 5, 9, 4, 5, 5 में 5 की बारम्बारता होगी:
(A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 5

प्रश्न 9. एक कक्षा के 18 छात्रों की आयु (वर्षो में) निम्न प्रकार है:
15, 13, 14, 14, 13, 15, 14, 13, 13, 14, 12, 15, 14, 16, 13, 14, 14, 13

बहुलक का मान होगा-
(A) 13
(B) 14
(C) 15
(D) 16

प्रश्न 10. सांख्यिकीय आँकड़ों के औसत को कहते हैं-
(A) समान्तर माध्य
(B) माध्यक
(C) बहुलक
(D) बारम्बारता

उत्तरमाला: 1. (B) 2. (C) 3. (B) 4. (A) 5. (B) 6. (D)
7. (D) 8. (A) 9. (B) 10. (A)

अतिलघूत्तटीय/लघूत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. क्रिकेट के एक खिलाड़ी ने 10 पारियों में क्रमशः
60, 62, 56, 64, 0, 57, 33, 27, 9 और 71 रन बनाये। उनके इन पारियों के रनों का औसत ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{पारियों के औसत रन} = \frac{10 \text{ पारियों के रनों का योग}}{\text{कुल पारियों की संख्या}}$$

$$= \frac{60+62+56+64+0+57+33+27+9+71}{10}$$

$$= \frac{439}{10} = 43.9$$

अत: खिलाड़ी की पारियों के रनों का औसत $= 43.9$

प्रश्न 2. यदि 3, 4, 8, 5, x, 3, 2, 1 अंकों का समान्तर माध्य 4 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{समान्तर माध्य } (\bar{x}) = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$\Rightarrow \quad 4 = \frac{3+4+8+5+x+3+2+1}{8}$$

$$\Rightarrow \quad 4 \times 8 = 26 + x \quad \Rightarrow \quad 32 = 26 + x$$

$$\therefore \quad x = 32 - 26 = 6 \quad \text{अत: } x = 6$$

प्रश्न 3. एक कम्पनी एक विशेष प्रकार की कार-बैटरी बनाती है। इस प्रकार की 40 बैटरियों के जीवन-काल (वर्षो में) ये रहे हैं-

2.6	3.0	3.7	3.2	2.2	4.1	3.5	4.5	3.5	2.3	3.2	3.4
3.8	3.2	4.6	3.7	2.5	4.4	3.4	3.3	2.9	3.0	4.3	2.8
3.5	3.2	3.9	3.2	3.2	3.1	3.7	3.4	4.6	3.8	3.2	2.6
3.5	4.2	2.9	3.6								

0.5 माप के वर्ग-अन्तराल लेकर तथा अन्तराल 2-2.5 से प्रारम्भ करके इन आँकड़ों की एक वर्गीकृत बारम्बारती बंटन सारणी बनाइए।

हल: बैटरी को न्यूनतम तथा अधिकतम जीवन-काल क्रमशः 2.2 वर्ष तथा 4.6 वर्ष है।
वर्गमाप 0.5 है। अतः वर्ग-अन्तराल है : 2.0-2.5, 2.5-3.0, 3.0-3.5, ….., 4.5-5.0

अतः बारम्बारता सारणी निम्न है-

बैटरी का जीवन-काल (वर्षों में)	टैली चिह्न	बारम्बारता
2.0–2.5	||	2
2.5–3.0	~~||||~~ |	6
3.0–3.5	~~||||~~ ~~||||~~ ||||	14
3.5–4.0	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
4.0–4.5	||||	4
4.5–5.0	|||	3
योग (N)		**40**

प्रश्न 4. निम्नलिखित बंटन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए-

x	f
0.1	30
0.2	60
0.3	20
0.4	40
0.5	10
0.6	50

हल:

x_i	f_i	$f_i x_i$
0.1	30	3
0.2	60	12
0.3	20	6
0.4	40	16
0.5	10	5
0.6	50	30
	$\Sigma f_i = 210$	$\Sigma f_i x_i = 72$

अत: समान्तार माध्य $(\bar{x}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{72}{210} = 0.342$

प्रश्न 5. निम्न आँकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए:
19, 25, 59, 48, 35, 31, 30, 32, 51

हल: दिये गये आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर,
19, 25, 30, 31, 32, 35, 48, 51, 59
यहाँ कुल पद (n) = 9, जो कि विषम संख्या है।

अत: माध्यिका = $(\frac{n+1}{2})$ वाँ पद
= $(\frac{9+1}{2})$ वाँ पद
= $(\frac{10}{2})$ वाँ पद
= 5 वाँ पद
= 32

प्रश्न 6. एक कक्षा के 20 छात्रों की आयु (वर्षों में) निम्न प्रकार है:
15, 16, 13, 14, 14, 13, 15, 14, 13, 13, 14, 12, 15, 14, 16, 13, 14, 14, 13, 15
इन्हें बारम्बारता बंटन में व्यक्त कर बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल:

आयु (वर्षों में)	गणना चिह्न	बारम्बारता
12	|	1
13	~~||||~~ |	6
14	~~||||~~ ||	7
15	||||	4
16	||	2

सारणी से स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारम्बारता 7 आयु वर्ग 14 वर्ष की है।
अत: बहुलक 14 है।

प्रश्न 7. कुछ विद्यार्थियों के प्राप्तांक नीचे दिये हुए हैं, प्राप्तांकों का बहुलक ज्ञात कीजिए-

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
10	2
20	8
30	16
40	26
50	20
60	16
70	7
80	4

हल: सारणी से स्पष्ट है कि सबसे अधिक विद्यार्थियों की संख्या 26 अर्थात् सबसे अधिक बारम्बारता 26 है, जिसका प्राप्तांक 40 है।
अत: बहुलक 40 हैं।

प्रश्न 8. आरोही क्रम में व्यवस्थित चर मान (3) निम्नानुसार हैं:

8, 11, 12, 16, 16+x 20, 25, 30

यदि माध्यिका 18 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ पदों की कुल संख्या 8 हैं, अत: मध्य में दो पद क्रमशः 16 व 16+x हैं।

$$\text{माध्यिका} = \frac{\frac{8}{2}\text{वाँ पद} + \left(\frac{8}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$$

$$= \frac{4\text{वाँ पद} + (4+1)\text{वाँ पद}}{2} = \frac{4\text{वाँ पद} + 5\text{वाँ पद}}{2}$$

$$\text{अत: माध्यिका} = \frac{16+(16+x)}{2} = 18 \text{ (दिया हुआ)}$$

$$\Rightarrow \quad 32 + x = 36 \quad \Rightarrow \quad x = 36 - 32 = 4$$

प्रश्न 9. प्रथम दस विषम संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम दस विषम संख्याएँ क्रमशः 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 हैं।
अतः समान्तर माध्य

$$(\bar{x}) = \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19}{10}$$

$$= \frac{100}{10} = 10$$

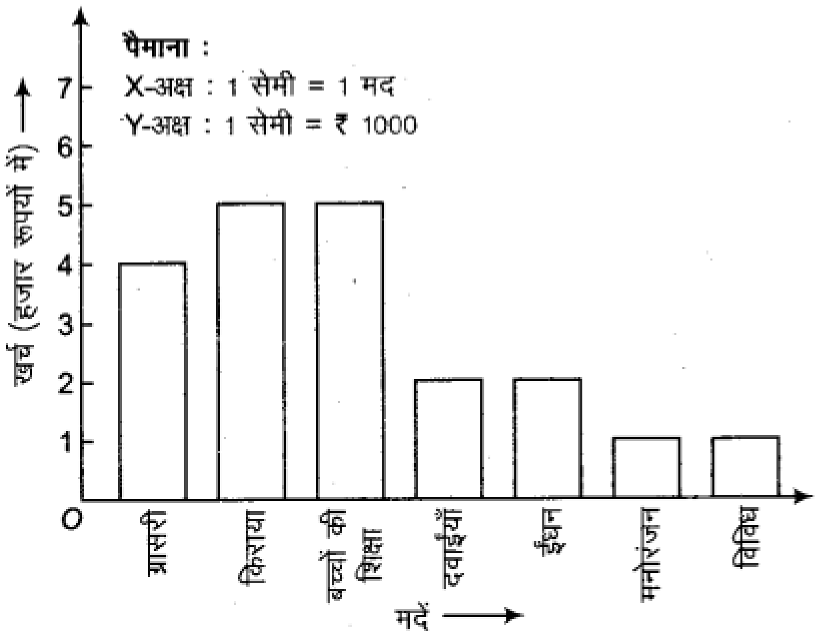
प्रश्न 10. एक परिवार ने जिसकी आय 20,000 रु. है। विभिन्न मदों के अन्तर्गत हर महीने होने वाले खर्च की योजना बनाई थी।

मद	खर्च (हजार रूपयों में)
ग्रासरी (परचून का सामान)	4
किराया	5
बच्चों की शिक्षा	5
दवाइयाँ	2
ईंधन	2
मनोरंजन	1
विविध	1

ऊपर दिये गये आँकड़ों का दण्ड आलेख बनाइए।

हल: दण्ड आलेख बनाने की विधि:

1. पहले X-अक्ष और Y-अक्ष खींचते हैं।
2. X-अक्ष पर प्रत्येक मद समान चौड़ाई के लेते हैं और उनके बीच समान दूरी बनाए रखते हैं। माना एक मद को 1 सेमी से व्यक्त करते हैं।
3. Y-अक्ष पर खर्च को निरूपित करते हैं।
   पैमाना : माना 1 सेमी = 1000 रु.
4. अब दिये गये आँकड़ों के अनुसार तथा दो क्रमागत आयताकार दण्डों के बीच 1 सेमी का खाली स्थान छोड़कर (समान चौड़ाई) आयताकार दण्ड प्रदर्शित करते हैं।



प्रश्न 11. नीचे की सारणी में 400 निऑन लैम्पों के जीवन-काल दिए गए हैं:

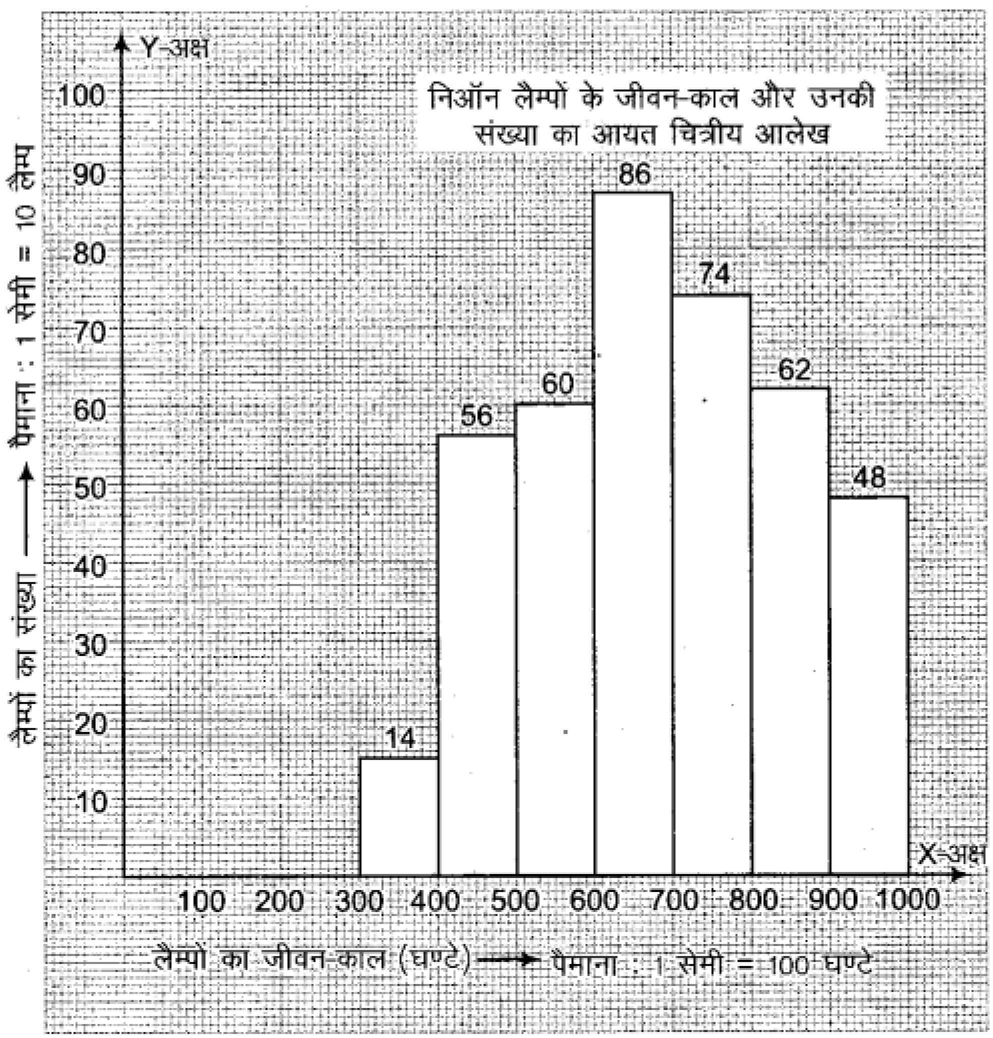
जीवन-काल (घण्टों में)	**लैम्पों की संख्या**
300-400	14
400-500	56
500-600	60
600-700	86
700-800	74
800-900	62
900-1000	48

(i) एक आयत चित्र की सहायता से दी हुई सूचनाओं को निरूपित कीजिए।
(ii) कितने लैम्पों के जीवन-काल 700 घण्टों से अधिक हैं?

हल: (i) आयत बनाने की विधि.

1. X-अक्ष पर जीवन-काल वर्गों को प्रदर्शित करते हैं।
2. Y-अक्ष पर लैम्पों की संख्या को प्रदर्शित करते हैं।
3. वर्गों की चौड़ाई को आधार मानकर और लैम्पों की संख्या की ऊँचाई मानकर लिए गए पैमानों के सापेक्ष आयतचित्र आलेख बनाते हैं।

(ii) वर्ग (700-800), (800-900) व (900-1000), 700 से अधिक घण्टों का प्रतिनिधित्व करते हैं।
700 घण्टों से अधिक जीवन-काल वाले लैम्पों की संख्या = सम्बन्धित वर्षों की बारम्बारताओं का योग
= 74 + 62 + 48 = 184 लैम्प



प्रश्न 12. एक पार्क में खेल रहे विभिन्न आयु वर्गों के बच्चों की संख्या का एक यादृच्छिक सर्वेक्षण (random survey) करने पर निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए-

आयु (वर्षों में)	1–2	2 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 10	10 – 15	15 – 17
बच्चों की संख्या	5	3	6	12	9	10	4

ऊपर दिए आँकड़ों को निरूपित करने वाला एक आयत चित्र खीचिए।

हल: आयत चित्र बनाने की विधि :

1. X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचा।
2. X-अक्ष पर उचित पैमाना लेकर आयु (वर्षों में) अंकित की।
3. Y-अक्ष पर उचित पैमाना लेकर बच्चों की संख्या अंकित की।
4. वर्ग का अन्तराल भिन्न-भिन्न है। समायोजित बारम्बारता ज्ञात करनी होगी।

$$\text{एक वर्ग के लिए समायोजित बारम्बारता} = \frac{\text{न्यूनतम वर्ग का अन्तर}}{\text{इसी वर्ग का अन्तर}} \times \text{इसकी बारम्बारता}$$

यहाँ न्यूनतम वर्ग का अन्तर $= 2 - 1 = 1$ है।

5. वर्गों की चौड़ाई के सापेक्ष आयतों की लम्बाई के लिए एक सारणी निम्नवत् बनाई:

आयु वर्ग	बारम्बारता	वर्ग की चौड़ाई (वर्ग का अन्तर)	समायोजित बारम्बारता (आयत की लम्बाई)
1–2	5	1	$(1/1)\times 5 = 5$
2–3	3	1	$(1/1)\times 3 = 3$
3–5	6	2	$(1/2)\times 6 = 3$
5–7	12	2	$(1/2)\times 12 = 6$
7–10	9	3	$(1/3)\times 9 = 3$
10–15	10	5	$(1/5)\times 10 = 2$
15–17	4	2	$(1/2)\times 4 = 2$