પ્રકરણ 10

તરલના યાંત્રિક ગુણધર્મો (Mechanical Properties of Fluids)

10.1 પ્રસ્તાવના
10.2 દબાણ
10.3 ધારારેખી વહન
10.4 બર્નુલીનો સિદ્ધાંત
10.5 શ્યાનતા (સ્નિગ્ધતા)
10.6 રેનોલ્ડ્ઝ અંક
10.7 પૃષ્ઠતાણ
સારાંશ
ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ
સ્વાધ્યાય
વધારાનું સ્વાધ્યાય
પરિશિષ્ટ

10.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આ પ્રકરણમાં આપણે પ્રવાહી અને વાયુઓના કેટલાક સામાન્ય ગુણધર્મોનો અભ્યાસ કરીશું. પ્રવાહીઓ અને વાયુઓ વહી શકે છે અને તેથી તેમને તરલ (Fluids) કહે છે. મૂળભૂત રીતે પ્રવાહીઓ અને વાયુઓનો આ ગુણધર્મ તેમને ઘન પદાર્થોથી જુદા પાડે છે.

તરલ આપણી આસપાસ બધે જ છે. પૃથ્વીને હવાનું આવરણ છે અને તેની (પૃથ્વીની) બે તૃતીયાંશ સપાટી પાણી વડે ઢંકાયેલી છે. પાણી માત્ર આપણા જ અસ્તિત્વ માટે જરૂરી નથી, પરંતુ દરેક સસ્તન પ્રાણીઓના બંધારણમાં મહદંશે પાણી છે. વનસ્પતિ સહિત બધા સજીવોમાં થતી પ્રક્રિયાઓ તરલના માધ્યમથી થાય છે. આમ તરલના ગુણધર્મો અને વર્તણૂક સમજવાનું અગત્યનું છે.

તરલ ઘન પદાર્થોથી કેવી રીતે જુદા પડે છે ? પ્રવાહીઓ અને વાયુઓમાં કઈ બાબતો સામાન્ય છે ? ઘન પદાર્થથી ભિન્ન બાબત એ છે કે, તરલને પોતાનો નિશ્ચિત આકાર હોતો નથી. ઘન અને પ્રવાહી પદાર્થોને નિશ્ચિત કદ હોય છે જ્યારે વાયુ તેના પાત્રના સમગ્ર કદને ભરી દે છે. આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં શીખ્યાં છીએ કે ઘન પદાર્થોનું કદ પ્રતિબળ (Stress) દ્વારા બદલી શકાય છે. ઘન, પ્રવાહી કે વાયુનું કદ તેની પર લાગતા પ્રતિબળ અથવા દબાણ પર આધારિત છે. જ્યારે આપણે ઘન કે પ્રવાહી પદાર્થોના નિશ્ચિત કદની વાત કરીએ છીએ, ત્યારે તેનો અર્થ તે કદ વાતાવરણના દબાણે છે તેમ સમજવું. વાયુઓ અને ઘન કે પ્રવાહી પદાર્થો વચ્ચેનો તફાવત એ છે કે ઘન અને પ્રવાહી પદાર્થોમાં બાહ્ય દબાણના ફેરફારને લીધે થતો કદનો ફેરફાર ઘણો ઓછો છે. બીજા શબ્દોમાં ઘન અને પ્રવાહી પદાર્થોની દબનીયતા (Compressibility) વાયુઓની સરખામણીમાં ઘણી ઓછી છે.

આકાર પ્રતિબળ, ઘન પદાર્થનું કદ અચળ રાખીને તેનો આકાર બદલી શકે છે. તરલનો ચાવીરૂપ ગુણધર્મ એ છે કે તેઓ આકાર પ્રતિબળને ઘણો ઓછો અવરોધ દાખવે છે. તેમનો આકાર, ખૂબ નાના આકાર પ્રતિબળ વડે પણ બદલાય છે. તરલનું આકાર પ્રતિબળ, ઘન પદાર્થો માટેના મૂલ્ય કરતાં લગભગ દસ લાખ ગણું નાનું હોય છે.

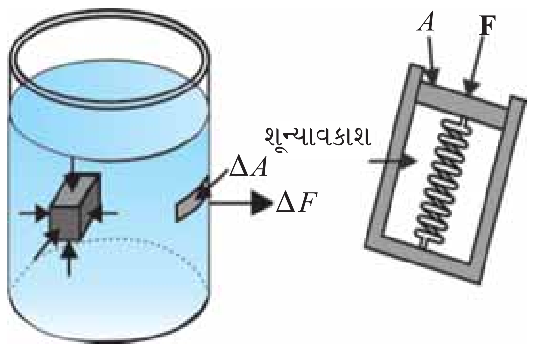
10.2 દબાણ (PRESSURE)

એક તીક્ષ્ણ સોય આપણી ત્વચા પર દબાવતાં તેને વીંધી નાખે છે. જોકે તેટલા જ બળથી મોટું સંપર્ક ક્ષેત્રફળ ધરાવતો કોઈ બુઠ્ઠો પદાર્થ (ચમચીના પાછળના ભાગ જેવો) તેની પર દબાવતાં આપણી ત્વચા અકબંધ રહે છે. જો માણસની છાતી પર કોઈ હાથી ઊભો રહે તો તેની પાંસળીઓ તૂટી જાય છે. જેની છાતી પર એક મોટું,

હલકું પણ મજબૂત પાટિયું પહેલાં મૂકવામાં આવે તો સરકસનો કલાકાર આવા અકસ્માતથી બચી જાય છે. આવા રોજિંદા અનુભવો પરથી આપણને સમજાય છે કે બળ અને તેના વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ બંને મહત્ત્વનાં છે. બળ લાગતું હોય તેવું ક્ષેત્રફળ જેમ વધારે નાનું હોય તેમ બળની અસર વધુ હોય છે. આ ખ્યાલ દબાણ તરીકે ઓળખાય છે.

જ્યારે કોઈ પદાર્થને સ્થિર તરલમાં ડૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે તરલ તેની સપાટી પર બળ લગાડે છે. આ બળ હંમેશાં પદાર્થની સપાટીને લંબ હોય છે. આમ હોવાનું કારણ એ છે કે જો બળનો, સપાટીને સમાંતર કોઈ ઘટક હોત તો ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમના પરિણામ સ્વરૂપ પદાર્થ પણ પ્રવાહી પર તે સપાટીને સમાંતર બળ લગાડત. આ બળ તરલને આ સપાટીને સમાંતર ગતિ કરાવત. પરંતુ તરલ સ્થિર હોવાથી આમ ન થઈ શકે. આથી સ્થિર તરલ વડે લગાડાતું બળ તેની સાથેની સંપર્કમાંની સપાટીને લંબ હોવું જ જોઈએ. આ બાબત આકૃતિ 10.1(a)માં દર્શાવેલ છે.

આપેલ બિંદુએ તરલે લગાડેલું લંબ બળ માપી શકાય છે. આવા એક દબાણમાપક સાધનનું આદર્શ સ્વરૂપ આકૃતિ 10.1(b)માં દર્શાવેલ છે. તે એક પિસ્ટન (Piston-દટ્ટા) પર લાગતા બળને માપવા માટેની અંકિત કરેલી સ્પ્રિંગ ધરાવતી નિર્વાત ચેમ્બરનું બનેલું છે. આ રચના તરલની અંદરના એક બિંદુએ મૂકવામાં આવે છે. પિસ્ટન પર તરલ વડે અંદર તરફ લાગતું બળ, બહાર તરફના સ્પ્રિંગ બળ વડે સમતોલાય છે અને આ રીતે તે મપાય છે.



આકૃતિ 10.1 *(a) બીકરમાંના તરલ વડે ડૂબેલા પદાર્થ કે દીવાલ પર લગાડાતું બળ દરેક બિંદુએ સપાટીને લંબ છે.*
(b) દબાણ માપવા માટે એક આદર્શ રચના

જો A ક્ષેત્રફળ ધરાવતા પિસ્ટન પર લાગતા આ લંબ બળનું માન F હોય, તો **સરેરાશ દબાણ** P_{av}ને એકમ ક્ષેત્રફળ પર લાગતા લંબ બળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$P_{av} = \frac{F}{A} \tag{10.1}$$

સૈદ્ધાંતિક રીતે, પિસ્ટનનું ક્ષેત્રફળ યાદચ્છિક રીતે નાનું બનાવી શકાય છે. આમ કરીને દબાણને લક્ષ સ્વરૂપમાં

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{10.2}$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

દબાણ એ અદિશ રાશિ છે. અમે વાચકને એ યાદ કરાવીએ છીએ કે સમીકરણ (10.1) અને (10.2)માં અંશમાં આવતું બળ એ (સદિશ) બળ નથી પરંતુ બળનો, સ્વીકારેલ સપાટીને લંબ ઘટક છે. તેના પરિમાણ $[ML^{-1}T^{-2}]$ છે. દબાણનો SI એકમ $N\ m^{-2}$ છે. તેને ફ્રેંચ વિજ્ઞાની બ્લેઝ પાસ્કલ (1623-1662)ના માનમાં પાસ્કલ (Pa) નામ અપાયું છે. તેણે તરલના દબાણ અંગે પ્રારંભિક અભ્યાસો કર્યા હતા. દબાણનો એક સામાન્ય એકમ વાતાવરણ, (atm) છે. તે દરિયાની સપાટીએ વાતાવરણ વડે દાખવાતું દબાણ છે. ($1\ atm = 1.013 \times 10^5\ Pa$)

બીજી એક રાશિ જે તરલના વર્ણનમાં અનિવાર્ય છે તે ઘનતા ρ છે. m દળના અને V કદ ધરાવતા તરલ માટે,

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{10.3}$$

ઘનતાના પરિમાણ $[ML^{-3}]$ છે. તેનો SI એકમ $kg\ m^{-3}$ છે. તે ધન અદિશ રાશિ છે. પ્રવાહી મહદંશે અદબનીય છે અને તેથી બધા દબાણે તેની ઘનતા લગભગ અચળ છે. બીજી બાજુ, વાયુઓ દબાણ સાથે ઘનતામાં મોટા ફેરફારો દર્શાવે છે.

$4^{\circ}C$ (277 K) તાપમાને પાણીની ઘનતા $1.0 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ છે. કોઈ દ્રવ્યની સાપેક્ષ ઘનતા એ તેની ઘનતા અને $4^{\circ}C$ તાપમાને પાણીની ઘનતાનો ગુણોત્તર છે. તે પરિમાણરહિત, ધન અદિશ રાશિ છે. દાખલા તરીકે ઍલ્યુમિનિયમની સાપેક્ષ ઘનતા 2.7 છે. તેની ઘનતા $2.7 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ છે. કેટલાંક સામાન્ય તરલોની ઘનતા કોષ્ટક 10.1માં દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 10.1 કેટલાંક સામાન્ય તરલોની STP* એ ઘનતા

તરલ	ρ (kg m^{-3})
પાણી	1.00×10^3
દરિયાનું પાણી	1.03×10^3
પારો	13.6×10^3
ઈથાઈલ આલ્કોહૉલ	0.806×10^3
સંપૂર્ણ લોહી (અવિઘટીત લોહી)	1.06×10^3
હવા	1.29
ઑક્સિજન	1.43
હાઈડ્રોજન	9.0×10^{-2}
આંતરતારાકીય અવકાશ	$\approx 10^{-20}$

* *STP એટલે પ્રમાણભૂત (Standard) તાપમાન ($0^{\circ}C$) અને 1 atm દબાણ*

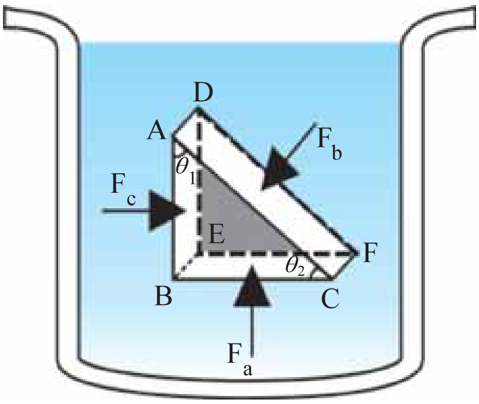
> *ઉદાહરણ 10.1* $10\ cm^2$ જેટલું દરેકનું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સાથળના બે અસ્થિઓ (ફિમર્સ) માનવશરીરના ઉપરના ભાગના 40 kg દળને આધાર આપે છે. આ દરેક અસ્થિ (ફિમર્સ) વડે સહન કરાતા સરેરાશ દબાણનો અંદાજ મેળવો.

ઉકેલ ફિમર્સના કુલ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A = 2 \times 10\ cm^2 = 20 \times 10^{-4}\ m^2$. તેમની પર લાગતું બળ $F = 40$ kg wt $= 400$ N ($g = 10\ m\ s^{-2}$ લેતાં). આ બળ અધોદિશામાં લાગે છે અને તેથી ફિમર્સ પર લંબરૂપે છે. આમ, સરેરાશ દબાણ

$$P_{av} = \frac{F}{A} = 2 \times 10^5\ N\ m^{-2}$$

10.2.1 પાસ્કલનો નિયમ (Pascal's Law)

ફ્રેંચ વિજ્ઞાની બ્લેઝ પાસ્કલે એવું નિરીક્ષણ કર્યું કે, સ્થિર તરલમાં એક સમાન ઊંચાઈએ આવેલાં બધાં બિંદુઓએ દબાણ એકસરખું હોય છે. આ હકીકતનું નિદર્શન એક સરળ રીતે કરી શકાય.



આકૃતિ 10.2 *પાસ્કલના નિયમની સાબિતી. ABC-DEF એ સ્થિર પ્રવાહીના, અંદરના ભાગમાં આવેલ ખંડ (અંશ) છે. આ ખંડ એક કાટકોણ પ્રિઝમના સ્વરૂપમાં છે. આ ખંડ એટલો નાનો છે કે ગુરુત્વાકર્ષણની અસર અવગણી શકાય છે, પરંતુ તેને સ્પષ્ટતા માટે મોટો કરીને બતાવેલ છે.*

આકૃતિ 10.2 એક સ્થિર પ્રવાહીનો, તેના અંદરના ભાગમાં રહેલ એક ખંડ દર્શાવે છે. આ ખંડ ABC-DEF એક કાટકોણ પ્રિઝમના સ્વરૂપમાં છે. સૈદ્ધાંતિક રીતે આ પ્રિઝમ જેવો ખંડ ખૂબ નાનો છે જેથી તેનું દરેક બિંદુ પ્રવાહીની સપાટીથી એકસરખી ઊંડાઈએ ગણી શકાય અને તેથી આ બધાં બિંદુઓ પર ગુરુત્વાકર્ષણની અસર એક સમાન છે. પરંતુ સ્પષ્ટતા માટે આપણે આ ખંડને મોટો કરીને બતાવેલ છે. આ ખંડ પર લાગતાં બળો, તરલના બાકીના ભાગ વડે લાગતાં હોય છે અને ઉપરની ચર્ચા મુજબ તેઓ સપાટીઓને લંબ હોય છે. આમ, તરલ વડે A_a, A_b અને A_c વડે દર્શાવાતાં ક્ષેત્રફળો ધરાવતી અનુક્રમે BEFC, ADFC અને ADEB બાજુઓ પર લંબરૂપે લાગતાં બળો F_a, F_b અને F_c અનુરૂપ દબાણો P_a, P_b અને P_c ઉત્પન્ન કરે છે. આથી,

$F_b \sin\theta_2 = F_c$, $\quad F_b \cos\theta_2 = F_a$ (સંતુલન પરથી)

$A_b \sin\theta_2 = A_c$, $\quad A_b \cos\theta_2 = A_a$ (ભૂમિતિ પરથી)

$$\text{આમ, } \frac{F_b}{A_b} = \frac{F_c}{A_c} = \frac{F_a}{A_a}; \quad P_b = P_c = P_a \qquad (10.4)$$

આથી, સ્થિર તરલમાં આપેલ બિંદુએ બધી દિશાઓમાં લાગતું દબાણ એક સમાન છે. તે ફરીથી આપણને યાદ કરાવે છે કે બીજા પ્રકારોના પ્રતિબળની જેમ, દબાણ એ સદિશ રાશિ નથી. તેને કોઈ દિશા આપી શકાતી નથી. સ્થિર અને દબાણમાં હોય તેવા તરલના અંદરના ભાગમાં (અથવા સપાટી પરના) કોઈ ક્ષેત્રફળ પર, તે ક્ષેત્રફળ ગમે તે રીતે રહેલું હોય તોપણ લાગતું બળ તે ક્ષેત્રફળને લંબરૂપે હોય છે.

હવે સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સમક્ષિતિજ પટ્ટીના સ્વરૂપમાં રહેલ તરલ-ખંડનો વિચાર કરો. આ પટ્ટી સંતુલનમાં છે. તેના બે છેડા પર લાગતાં સમક્ષિતિજ બળો એકબીજાંને સમતોલતાં હોવાં જોઈએ અથવા બે છેડાઓ પર દબાણ એક સમાન હોવું જોઈએ. આ સાબિત કરે છે કે સંતુલનમાં રહેલા પ્રવાહી માટે એક જ સમક્ષિતિજ સમતલમાં આવેલાં બધાં બિંદુઓએ દબાણ એક સમાન હોય છે. ધારો કે તરલના અલગ-અલગ ભાગમાં આ દબાણ સરખાં ન હોત તો તેનું વહન થાત કે તરલ પર પરિણામી બળ લાગતું હોત. આથી વહનની ગેરહાજરીમાં તરલમાં એક જ સમક્ષિતિજ સમતલમાં બધે દબાણ એકસમાન હોય છે. પવન એ દબાણ તફાવતથી ઉદ્ભવતું હવાનું વહન છે.

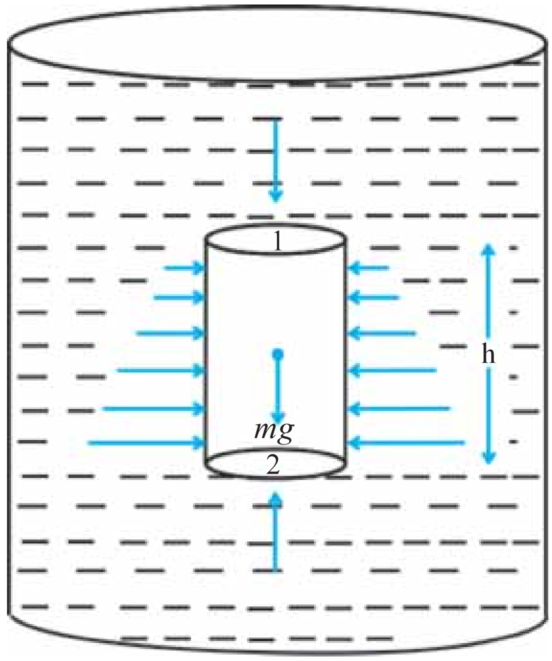
10.2.2 ઊંડાઈ સાથે દબાણમાં ફેરફાર (Variation of Pressure with Depth)

એક પાત્રમાં રહેલા સ્થિર પ્રવાહીનો વિચાર કરો. આકૃતિ 10.3માં બિંદુ 1 એ, બિંદુ 2થી ઉપર h ઊંચાઈએ આવેલ છે. બિંદુઓ 1 અને 2 આગળનાં દબાણ અનુક્રમે P_1 અને P_2 છે. તરલનો એક નળાકાર ખંડ કે જેના પાયાનું ક્ષેત્રફળ A અને ઊંચાઈ h છે તેનો વિચાર કરો. તરલ સ્થિર હોવાથી પરિણામી સમક્ષિતિજ બળ શૂન્ય થવું જોઈએ અને પરિણામી ઊર્ધ્વ બળ આ ખંડના વજનને સમતોલતું હોવું જોઈએ. તરલના દબાણને લીધે લાગતાં બળો ટોચ પર (P_1A) અધોદિશામાં અને તળિયા પર (P_2A) ઊર્ધ્વદિશામાં છે. નળાકારમાં તરલનું વજન mg હોય તો,

$$(P_2 - P_1)A = mg \qquad (10.5)$$

હવે, જો તરલની દળ ઘનતા ρ હોય, તો આપણને $m = \rho V = \rho hA$ મળે, જેથી

$$P_2 - P_1 = \rho gh \qquad (10.6)$$



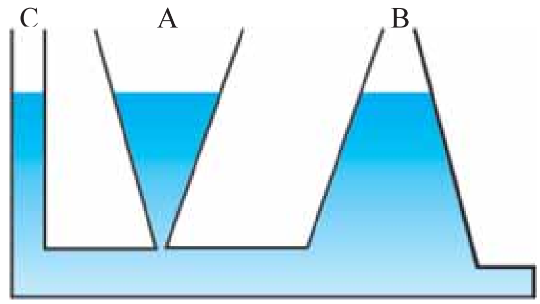
આકૃતિ 10.3 *ગુરુત્વની અસર હેઠળ તરલ. ગુરુત્વની અસર ઊર્ધ્વ નળાકાર સ્તંભ પરના દબાણ દ્વારા દર્શાવેલ છે.*

દબાણ તફાવત બે બિંદુઓ (1 અને 2) વચ્ચેના ઊર્ધ્વ દિશામાંના અંતર h, તરલની દળ ઘનતા ρ અને ગુરુત્વપ્રવેગ g પર આધારિત છે. જો ચર્ચામાં લીધેલ બિંદુ 1ને ખસેડીને તરલ (ધારો કે પાણી)ની ટોચ જે વાતાવરણમાં ખુલ્લી છે ત્યાં લઈ જઈએ તો P_1ને સ્થાને વાતાવરણનું દબાણ (P_a) લખી શકાય અને આપણે P_2ને સ્થાને P લખીએ તો, સમીકરણ 10.6 પરથી,

$$P = P_a + \rho gh \qquad (10.7)$$

મળે. આમ, વાતાવરણના સંપર્કમાં રહેલી તરલની સપાટીથી h ઊંડાઈએ દબાણ P, વાતાવરણના દબાણ કરતાં, ρgh જેટલું વધારે હોય છે. h ઊંડાઈએ વધારાના દબાણ $P - P_a$ને તે બિંદુએ **ગેજ (gauge) દબાણ** કહે છે.

સમીકરણ 10.7માં નિરપેક્ષ (absolute) દબાણના સૂત્રમાં નળાકારનું ક્ષેત્રફળ આવતું નથી. આમ તરલની ઊંચાઈ મહત્ત્વની છે, નહિ કે આડછેદનું ક્ષેત્રફળ કે પાયાનું ક્ષેત્રફળ કે પાત્રનો આકાર. એક જ સમક્ષિતિજ સપાટી પરના (એક સમાન ઊંડાઈ ધરાવતાં) બધાં બિંદુઓએ પ્રવાહીનું દબાણ એક સમાન હોય છે. **દ્રવસ્થિત વિરોધાભાસ (Hydrostatic Paradox)**ના ઉદાહરણ દ્વારા આ પરિણામને સમજી શકાય છે. જુદા જુદા આકારના ત્રણ પાત્રો A, B અને C (આકૃતિ 10.4)નો વિચાર કરો. તેઓ તળિયા પાસે એક સમક્ષિતિજ નળી દ્વારા જોડાયેલ છે. તેમને પાણીથી ભરતાં ત્રણે પાત્રોમાં જુદા જુદા જથ્થાનું પાણી હોવા છતાં સપાટીઓ એક જ સમક્ષિતિજ સમતલમાં છે. આવું એટલા માટે છે કે, બધા પાત્રના વિભાગોની નીચે તળિયે રહેલા પાણી પર દબાણ એક સમાન છે.



આકૃતિ 10.4 *હાઈડ્રોસ્ટેટિક પેરાડોક્સનું ઉદાહરણ. ત્રણ પાત્રો જુદા જુદા જથ્થાનું પણ સમાન ઊંચાઈ સુધીનું પ્રવાહી ધરાવે છે.*

▶ *ઉદાહરણ 10.2* એક તળાવની સપાટીથી 10 m ઊંડાઈએ રહેલા તરવૈયા પર દબાણ કેટલું હશે ?

ઉકેલ અહીં,

h = 10 m અને ρ = 1000 kg m^{-3}. g = 10 m s^{-2} લો.

સમીકરણ 10.7 પરથી

$$P = P_a + \rho gh$$
$$= 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 10 \text{ m}$$
$$= 2.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$\simeq 2 \text{ atm}$$

સપાટી પરના દબાણથી આ 100 ટકાનો વધારો દર્શાવે છે. 1 km ઊંડાઈએ દબાણનો વધારો 100 atm હોય છે. સબમરીનોને આવા પ્રચંડ દબાણોનો સામનો કરી શકે તેવી બનાવવામાં આવે છે. ◀

10.2.3 વાતાવરણનું દબાણ અને ગેજ-દબાણ (Atmospheric Pressure and Gauge Pressure)

કોઈ પણ બિંદુએ વાતાવરણનું દબાણ, તે બિંદુથી ઉપર વાતાવરણની ટોચ સુધીની હવાના એકમ આડછેદના સ્તંભના વજન જેટલું હોય છે. દરિયાની સપાટીએ તે 1.013×10^5 Pa (1 atm – 1 વાતાવરણ) છે. ઇટાલિયન વિજ્ઞાની ઇવાન્ગેલિસ્ટા ટૉરિસેલી (Evangelista Torricelli 1608-1647) એ સૌપ્રથમ વાતાવરણનું દબાણ માપવાની રીત શોધી. આકૃતિ 10.5(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક છેડે બંધ હોય તેવી અને પારાથી ભરેલી એક લાંબી કાચની નળી, એક પારો ભરેલા પાત્રમાં ઊંધી વાળવામાં આવે છે. આ રચનાને પારાનું દબાણમાપક (Mercury Barometer) કહે છે. નળીની અંદર પારાની ઉપરનો અવકાશ માત્ર પારાની બાષ્પ ધરાવે છે અને તેનું દબાણ P અત્યંત ઓછું હોવાથી અવગણી શકાય છે. પારાના સ્તંભની અંદરના A બિંદુ આગળનું દબાણ તેનાથી સમાન સમક્ષિતિજ સમતલ (Level)માં રહેલ B બિંદુ આગળના દબાણ જેટલું જ છે.

B આગળનું દબાણ = વાતાવરણનું દબાણ P_a

$$P_a = \rho gh \qquad (10.8)$$

જ્યાં, ρ પારાની ઘનતા છે અને h નળીમાંના પારાના સ્તંભની ઊંચાઈ છે.

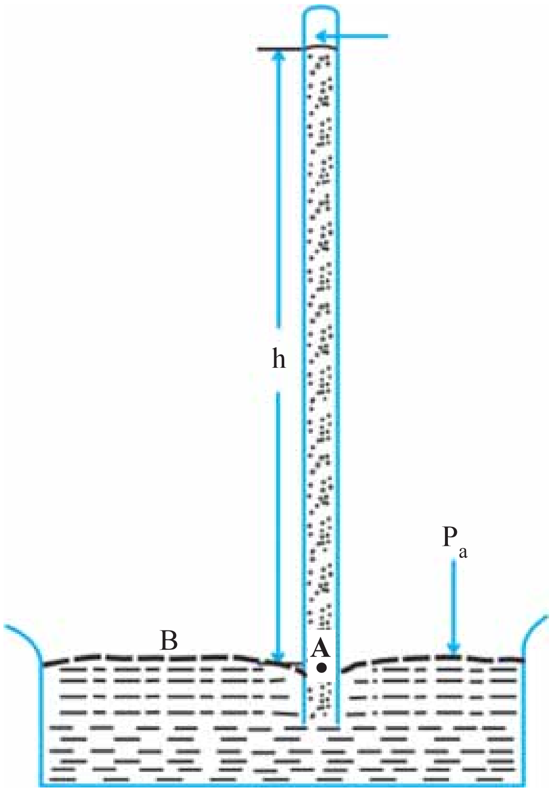
આવા પ્રયોગમાં એમ જણાયું છે કે, દબાણમાપકમાં દરિયાની સપાટીએ 76 cm ઊંચાઈના પારાના સ્તંભનું દબાણ એક વાતાવરણ (1 atm)ને સમતુલ્ય છે. સમીકરણ (10.8)માં ρનું મૂલ્ય વાપરીને પણ આ મેળવી શકાય છે. સામાન્ય પદ્ધતિમાં દબાણને cm અથવા mm of mercury (Hg)ના પદમાં રજૂ કરવામાં આવે છે. 1 mm of mercuryને સમતુલ્ય દબાણને 1 torr (ટૉરિસેલીના નામ પરથી) કહે છે.

1 torr = 133 Pa

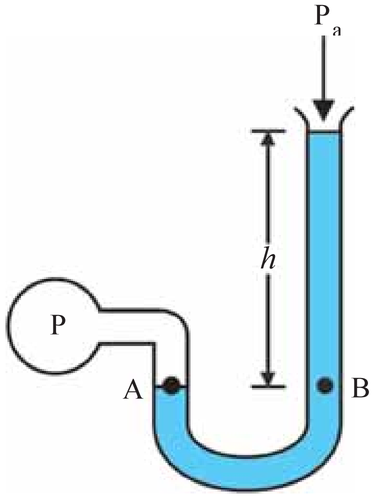
દબાણના એકમો mm of mercury અને torr ખાસ કરીને દાક્તરીમાં અને શરીરવિજ્ઞાનમાં વપરાય છે. હવામાનશાસ્ત્રમાં દબાણના સામાન્ય એકમ તરીકે bar અને millibar વપરાય છે.

1 bar = 10^5 Pa

ખુલ્લી નળી ધરાવતું મૅનોમીટર દબાણ-તફાવતો માપવામાં ઉપયોગી સાધન છે. તે એક યુ-ટ્યૂબનું બનેલું છે જેમાં યોગ્ય પ્રવાહી રાખેલ છે. નાના દબાણ તફાવત માપવા માટે ઓછી ઘનતાનું પ્રવાહી (દા.ત., ઑઈલ) અને મોટા દબાણ તફાવત માપવા માટે વધુ ઘનતાનું પ્રવાહી (દા.ત., પારો) રાખેલ છે. ટ્યૂબનો એક છેડો વાતાવરણમાં ખુલ્લો છે અને બીજો છેડો જે તંત્રનું દબાણ આપણે માપવું હોય તેની સાથે જોડેલ છે. (આકૃતિ 10.5 (b)). A બિંદુ આગળનું દબાણ B બિંદુ આગળના દબાણ જેટલું છે. આપણે સામાન્યતઃ જે માપીએ છીએ તે Gauge દબાણ $(P - P_a)$ છે જે સમીકરણ (10.8) પરથી મળે છે અને તે મૅનોમીટર ઊંચાઈ hને સમપ્રમાણમાં છે.



આકૃતિ 10.5 *(a) પારાનું બૅરોમીટર*



(b) ખુલ્લી નળીવાળું મૅનોમીટર

આકૃતિ 10.5 *બે દબાણમાપક રચનાઓ*

તરલ ધરાવતા યુ-ટ્યૂબના બંને ભુજમાં સમાન સપાટી (Level)એ દબાણ સમાન હોય છે. પ્રવાહીઓ માટે દબાણ અને તાપમાનના મોટા વિસ્તારો સુધી ઘનતા અત્યંત ઓછા પ્રમાણમાં બદલાય છે અને આપણે અત્યારના હેતુઓ માટે તેને સલામત રીતે અચળ ગણી શકીએ છીએ. બીજી બાજુ વાયુઓ દબાણ અને તાપમાનના ફેરફારો સાથે ઘનતાના મોટા ફેરફારો દર્શાવે છે. તેથી વાયુઓથી વિપરીત, પ્રવાહીઓને મોટે ભાગે અદબનીય ગણવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 10.3 દરિયાની સપાટી આગળ વાતાવરણની ઘનતા 1.29 kg/m³ છે. ઊંચાઈ સાથે તેમાં ફેરફાર થતો નથી એમ ધારો તો વાતાવરણ કેટલી ઊંચાઈ સુધી વિસ્તરેલું હશે ?

ઉકેલ સમીકરણ (10.7)નો ઉપયોગ કરીને

$\rho gh = 1.29 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times h \text{ m} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$

$\therefore\ h = 7989 \text{ m} \approx 8 \text{ km}$

વાસ્તવમાં હવાની ઘનતા ઊંચાઈ સાથે ઘટતી જાય છે અને g પણ ઊંચાઈ સાથે ઘટે છે. વાતાવરણ ઘટતા દબાણ સાથે લગભગ 100 km સુધી વિસ્તરેલ છે. આપણે એ પણ નોંધવું જોઈએ કે, દરિયાની સપાટીએ દબાણ હંમેશાં 760 mm હોતું નથી. 10 mm of mercury જેટલો કે તેથી વધુ ઘટાડો આવનારા તોફાનનો સંકેત છે.

ઉદાહરણ 10.4 દરિયામાં 1000 m ઊંડાઈએ (a) નિરપેક્ષ દબાણ કેટલું હશે ? (b) ગેજ (gauge) દબાણ કેટલું હશે ? (c) અંદરના ભાગમાં વાતાવરણનું દબાણ જાળવેલ હોય તેવી એક સબમરીનની

20 cm × 20 cmની બારી પર આ ઊંડાઈએ લાગતું બળ કેટલું હશે ? (દરિયાના પાણીની ઘનતા 1.03×10^3 kg m^{-3} છે. $g = 10$ m s^{-2})

ઉકેલ અત્રે $h = 1000$ m અને $\rho = 1.03 \times 10^3$ kg m^{-3}

(a) સમીકરણ (10.6) પરથી, નિરપેક્ષ દબાણ

$$P = P_a + \rho gh$$
$$= 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$+ 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 1000 \text{ m}$$
$$= 104.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 104 \text{ atm}$$

(b) ગેજ (Gauge) દબાણ $P - P_a = \rho gh = P_g$

$$P_g = 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 1000 \text{ m}$$
$$= 103 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 103 \text{ atm}$$

(c) સબમરીનની બહારનું દબાણ $P = P_a + \rho gh$ અને તેની અંદરનું દબાણ P_a છે. આથી બારી પર લાગતું ચોખ્ખું દબાણ એ ગેજ દબાણ $P_g = \rho gh$ છે. બારીનું ક્ષેત્રફળ $A = 0.04$ m^2, તેની પર લાગતું બળ

$$F = P_g A = 103 \times 10^5 \, Pa \times 0.04 \, m^2 = 4.12 \times 10^5 \text{ N}$$ ◀

10.2.4 હાઈડ્રોલિક યંત્રો (Hydraulic Machines - દ્રવ સંચાલિત યંત્રો)

એક બંધ પાત્રમાં રાખેલા તરલ પરના દબાણમાં ફેરફાર કરવાથી શું થાય છે તેનો વિચાર કરીએ. પિસ્ટન (દટ્ટા) સહિતના અને જુદાં જુદાં બિંદુઓ આગળ ત્રણ ઊર્ધ્વ નળીઓ ધરાવતા એક સમક્ષિતિજ નળાકારનો વિચાર કરો. સમક્ષિતિજ નળાકારની અંદરનું દબાણ ઊર્ધ્વ નળીઓમાંના પ્રવાહી સ્તંભ વડે દર્શાવાય છે અને બધી નળીઓમાં આ સ્તંભ એકસરખો જ હોય તે ચોક્કસ છે. જો આપણે પિસ્ટનને અંદર ધકેલીએ તો દરેક નળીઓમાં તરલની મુક્ત સપાટી (લેવલ) ઊંચે ચઢે છે જે બધામાં સમાન ઊંચાઈએ પહોંચે છે.

આ દર્શાવે છે કે જ્યારે નળાકારની અંદરનું દબાણ વધારવામાં આવ્યું ત્યારે તે દરેક સ્થાને સમાન રીતે વિતરિત (Distributed) થયું છે. આપણે કહી શકીએ કે **જ્યારે બંધ પાત્રમાં રહેલા તરલ પર બાહ્ય દબાણ લગાડવામાં આવે છે ત્યારે તે ઘટ્યા સિવાય દરેક સ્થાને બધી દિશામાં સમાન રીતે પહોંચે છે. આ તરલ દબાણના પ્રસારણ (Transmission)નો પાસ્કલનો નિયમ છે અને રોજિંદા જીવનમાં તેના ઘણા ઉપયોગો છે.**

હાઈડ્રોલિક લિફ્ટ અને **હાઈડ્રોલિક બ્રેક** જેવી ઘણી રચનાઓ પાસ્કલના નિયમ પર રચાયેલી છે. આ રચનાઓમાં દબાણનું પ્રસારણ કરવા માટે તરલો વપરાય છે. આકૃતિ 10.6માં દર્શાવ્યા મુજબ બે પિસ્ટન વચ્ચેની જગ્યામાં પ્રવાહી ભરેલું છે. નાના આડછેદ A_1 વાળો પિસ્ટન, F_1 જેટલું બળ સીધું પ્રવાહી પર લગાડવા માટે વપરાય છે. દબાણ $P = \frac{F_1}{A_1}$ પ્રવાહીમાં દરેક સ્થાને પ્રસરીને મોટા નળાકારમાંના A_2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા મોટા પિસ્ટન પર લાગે છે. જેના પરિણામે ઉપર તરફ $P \times A_2$ બળ લાગે છે. તેથી તે પિસ્ટન મોટા બળ $F_2 = PA_2 = \frac{F_1 A_2}{A_1}$ (પ્લૅટફૉર્મ પર મૂકેલા કાર કે ટ્રકના મોટા વજન)ને ટેકવી શકે છે. A_1 આગળ બળમાં

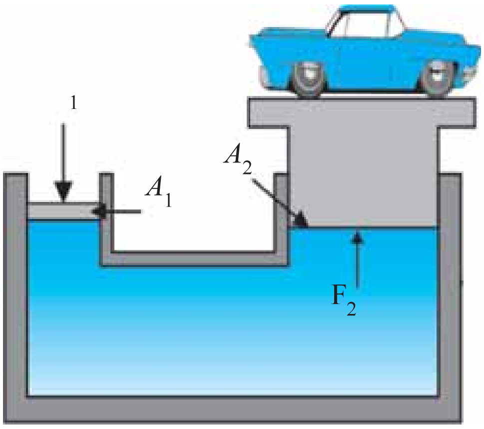
આર્કિમિડિઝનો સિદ્ધાંત

તરલ તેમાં મૂકેલા પદાર્થને અંશતઃ ટેકો પૂરો પાડે છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થ સ્થિર પ્રવાહીમાં પૂરેપૂરો કે અંશતઃ ડૂબે છે ત્યારે તરલ, પદાર્થની તેની સાથેની સંપર્ક સપાટી પર દબાણ લગાડે છે. નીચેની સપાટીઓ પર દબાણ ઉપરની સપાટીઓ પરના દબાણ કરતાં વધુ હોય છે. કારણ કે તરલમાં દબાણ ઊંડાઈ સાથે વધે છે. આ બધાં બળોનું પરિણામી બળ ઊર્ધ્વદિશામાં હોય છે જેને ઉત્પ્લાવક બળ કહે છે. ધારો કે એક નળાકાર પદાર્થ તરલમાં ડૂબેલો છે. તેના તળિયા પર ઊર્ધ્વદિશામાં લાગતું બળ, તેની ટોચ પર અધોદિશામાં લાગતા બળ કરતાં વધુ છે. તરલ પદાર્થ પર પરિણામી ઊર્ધ્વ બળ એટલે કે ઉત્પ્લાવક બળ લગાડે છે જે $(P_2 - P_1)A$ જેટલું છે. સમીકરણ 10.4માં આપણે જોયું છે કે $(P_2 - P_1)A = \rho ghA$. અહીં hA એ ઘન પદાર્થનું કદ છે અને ρhA તેના જેટલા જ કદના પ્રવાહીનું દળ છે. $(P_2 - P_1)A = mg$. આમ ઊર્ધ્વ દિશામાં લાગતું બળ, સ્થાનાંતરિત થયેલા તરલના વજન જેટલું છે. આ આર્કિમિડિઝનો સિદ્ધાંત છે.

પદાર્થ ગમે તે આકારનો હોય તોપણ આ પરિણામ સત્ય છે અને અહીં તો નળાકાર પદાર્થ માત્ર સગવડ પૂરતો જ વિચારેલ છે. પૂર્ણતઃ ડૂબેલા પદાર્થ માટે, પદાર્થે સ્થાનાંતરિત કરેલા તરલનું કદ તેના પોતાના કદ જેટલું હોય છે. જો પદાર્થની ઘનતા તરલની ઘનતા કરતાં વધુ હોય તો પદાર્થ તરલમાં ડૂબી જાય છે કારણ કે પદાર્થનું વજન ઊર્ધ્વ દાબ (ઉત્પ્લાવક બળ) કરતાં વધુ હોય છે. જો પદાર્થની ઘનતા તરલની ઘનતા કરતાં ઓછી હોય તો તે પદાર્થ તરલમાં અંશતઃ ડૂબેલો રહીને તરે છે. ડૂબેલા ભાગનું કદ શોધવા માટે ધારો કે ઘન પદાર્થનું કુલ કદ V_s અને તેના ડૂબેલા ભાગનું કદ V_p છે. તેના પર ઊર્ધ્વદિશામાં લાગતું બળ જે સ્થાનાંતરિત થયેલા તરલનું વજન છે તે $\rho_l g V_p$ છે અને તે પદાર્થના વજન જેટલું થવું જોઈએ. $\rho_s g V_s = \rho_l g V_p$ અથવા $\rho_s/\rho_l = V_p/V_s$. આ પરથી V_p મળી શકે. તરતા પદાર્થનું આભાસી વજન શૂન્ય હોય છે.

આ સિદ્ધાંતને ટૂંકમાં આમ લખી શકાય : "તરલમાં (અંશતઃ કે પૂર્ણતઃ) ડૂબેલા પદાર્થના વજનમાંનો ઘટાડો, સ્થાનાંતરિત થયેલા તરલના વજન બરાબર હોય છે."

ફેરફાર કરીને પ્લૅટફૉર્મને ઉપર કે નીચે ખસેડી શકાય છે. આમ, લગાડેલા બળને $\frac{A_2}{A_1}$ ગણું મોટું કરવામાં આવ્યું છે અને આ અવયવ ($\frac{A_2}{A_1}$) આ રચનાનો યાંત્રિક લાભ (Mechanical Advantage) છે. નીચેનું ઉદાહરણ તેનું સ્પષ્ટીકરણ કરે છે :



આકૃતિ 10.6 *હાઈડ્રોલિક લિફ્ટનો સિદ્ધાંત દર્શાવતી સંજ્ઞાત્મક આકૃતિ. આ રચના ભારે બોજ (Load)ને ઊંચકવા માટે વપરાય છે.*

> ***ઉદાહરણ 10.5*** આડછેદના જુદાં જુદાં ક્ષેત્રફળ ધરાવતી બે સિરિંજ (સોય વિનાની) પાણીથી ભરેલી છે અને પાણીથી ભરેલી એક રબરટ્યૂબ સાથે ચુસ્તપણે (Tightly) જોડેલી છે. સિરિંજોમાંના નાના પિસ્ટન અને મોટા પિસ્ટનના વ્યાસ અનુક્રમે 1.0 cm અને 3.0 cm છે. (a) જ્યારે નાના પિસ્ટન પર 10 N બળ લગાડવામાં આવે ત્યારે મોટા પિસ્ટન પર લાગતું બળ શોધો. (b) જો નાના પિસ્ટનને 6.0 cm જેટલો અંદર તરફ ધકેલવામાં આવે તો મોટો પિસ્ટન બહાર તરફ કેટલો ખસશે ?

ઉકેલ (a) તરલમાં દબાણ ઘટ્યા સિવાય પ્રસરતું હોવાથી

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \frac{\pi(3/2\times10^{-2}m)^2}{\pi(1/2\times10^{-2}m)^2} \times 10\text{N}$$

$$= 90 \text{ N}$$

(b) પાણીને સંપૂર્ણ અદબનીય ગણેલ છે. નાના પિસ્ટનને અંદર તરફ ખસેડતાં જેટલું કદ ખસે તેટલું જ કદ મોટા પિસ્ટનને લીધે બહાર તરફ ખસે.

$$L_1A_1 = L_2A_2$$

$$L_2 = \frac{A_1}{A_2} L_1 = \frac{\pi(1/2\times10^{-2}m)^2}{\pi(3/2\times10^{-2}m)^2} \times 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\simeq 0.67 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.67 \text{ cm}$$

એ નોંધો કે વાતાવરણનું દબાણ બંને પિસ્ટન માટે સામાન્ય છે અને તે અવગણેલ છે. ◀

> ***ઉદાહરણ 10.6*** એક કાર-લિફ્ટમાં 5.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા એક નાના પિસ્ટન પર સંકોચિત હવા દ્વારા F_1 બળ લગાડવામાં આવે છે. આ દબાણ 15.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા બીજા પિસ્ટન સુધી પ્રસરે છે (આકૃતિ 10.6). જો ઊંચકવામાં આવતી કારનું દળ 1350 kg હોય, તો F_1ની ગણતરી કરો. આ કાર્ય સંપન્ન કરવા માટે જરૂરી દબાણ કેટલું હશે ? (g = 9.8 ms^{-2})

ઉકેલ સમગ્ર તરલમાં દબાણ ઘટ્યા વિના પ્રસારિત થતું હોવાથી,

$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 = \frac{\pi(5\times10^{-2}\text{m})^2}{\pi(15\times10^{-2}\text{m})^2}(1350 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 1470 \text{ N}$$

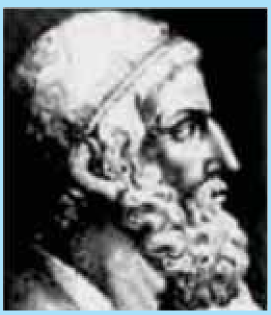
$$\approx 1.5 \times 10^3 \text{ N}$$

આટલું બળ ઉત્પન્ન કરવા માટેનું હવાનું દબાણ

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.5\times10^3\text{N}}{\pi(5\times10^{-2})^2\text{m}^2} = 1.9 \times 10^5 \text{ Pa}$$

આ દબાણ વાતાવરણના દબાણ કરતા લગભગ બમણું છે. ◀

ઑટોમોબાઈલ્સમાં હાઈડ્રોલિક બ્રેક પણ આ સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે. જ્યારે આપણે આપણા પગ વડે નાનું બળ પૅડલ (Pedal) પર લગાડીએ છીએ ત્યારે માસ્ટર નળાકારમાં માસ્ટર પિસ્ટન અંદર તરફ ધકેલાય છે અને બ્રેક ઑઈલ



આર્કિમિડિઝ (ઈ.સ. પૂર્વે 287-212) Archimedes (287-212 B.C.)

આર્કિમિડિઝ એક ગ્રીક તત્ત્વચિંતક, ગણિતશાસ્ત્રી, વિજ્ઞાની અને ઈજનેર હતો. તેણે ગિલોલની શોધ કરી અને ભારે વજનોને ઊંચકવા માટે ગરગડીઓનું તંત્ર અને ઉચ્ચાલનની રચના કરી. તેના જન્મના શહેર સિરેક્સના રાજા હેરો (Hiero) II એ તેને તેના સુવર્ણ મુગટમાં ચાંદી જેવી કોઈ સસ્તી ધાતુનો ભેળ થયો છે કે નહિ તે મુગટને હાનિ પહોંચાડ્યા વિના નક્કી કરવાનું કહ્યું. તેના બાથટબમાં પોતે અનુભવેલા વજનના આંશિક ઘટાડાથી તેને ઉકેલનું સૂચન મળ્યું. દંતકથા પ્રમાણે તે સિરેક્સની શેરીઓમાં નગ્ન દોડ લગાવતો આશ્ચર્યોદ્ગાર "Eureka eureka" જેનો અર્થ છે "તે મને જડ્યું છે, તે મને જડ્યું છે" કરતો ગયો.

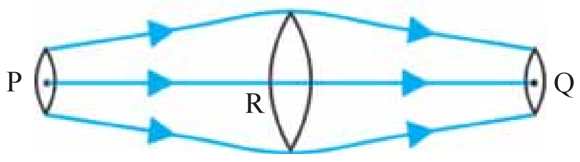
મારફત દબાણ મોટા ક્ષેત્રફળના પિસ્ટન પર લાગે છે. આથી પિસ્ટન પર મોટું બળ લાગે છે અને તે નીચે તરફ ધકેલાઈને બ્રેક શુઝને વિસ્તારિત કરે છે જે બ્રેક લાઈનિંગ પર બળ લગાડે છે.

આ રીતે પૅડલ પર લગાડેલ નાનું બળ પૈડાં પર મોટું ગતિ-વિરોધક બળ લગાડે છે. આ તંત્રનો એક મુખ્ય ફાયદો એ છે કે પૅડલને લગાડેલું દબાણ ચાર પૈડાં સાથે જોડાયેલ બધાં નળાકારોમાં સમાન રીતે પ્રસારિત થાય છે અને તેથી બ્રેક લાગવાનો પ્રયત્ન બધાં પૈડાં પર સમાન હોય છે.

10.3 ધારારેખી વહન (STREAMLINE FLOW)

અત્યાર સુધી આપણે સ્થિર તરલોનો અભ્યાસ કર્યો. ગતિ કરતા તરલના અભ્યાસને તરલ ગતિશાસ્ત્ર (Fluid Dynamics) કહે છે. જ્યારે પાણીનો નળ ધીમેથી ખોલવામાં આવે છે ત્યારે શરૂઆતમાં પાણીનો પ્રવાહ સરળ (Smooth) હોય છે પણ બહાર નીકળતા પ્રવાહની ઝડપ વધતાં તે સરળતા ગુમાવી દે છે. તરલની ગતિના અભ્યાસમાં આપેલ સમયે આપેલ બિંદુએ જુદા જુદા તરલ કણોનું શું થાય છે તેના પર આપણું ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીશું. જો આપેલ બિંદુએ પસાર થતા દરેક કણનો વેગ સમય સાથે અફર રહેતો હોય, તો તેવા વહનને **સ્થાયી વહન** કહે છે. આનો અર્થ એવો નથી કે જુદાં જુદાં બિંદુ આગળના વેગ સમાન છે. કોઈ એક કણ એક બિંદુથી બીજા બિંદુએ જાય તેમ તેનો વેગ બદલાઈ શકે છે. એટલે કે, કોઈ બીજા બિંદુએ તેનો વેગ જુદો હોઈ શકે છે પણ બીજા દરેક કણ આ બીજા બિંદુએથી પસાર થાય ત્યારે હમણાં જ પસાર થયેલા અગાઉના કણની જેમ જ વર્તે છે. દરેક કણ એક સરળ માર્ગ અનુસરે છે અને કણના માર્ગો એકબીજાને છેદતા નથી.

(a)



(b)

***આકૃતિ* 10.7** *ધારારેખાઓનો અર્થ (a) તરલ કણનો એક લાક્ષણિક ગતિપથ (b) ધારારેખી વહનનો વિસ્તાર*

સ્થાયી વહનમાં તરલ કણનો ગતિપથ **ધારારેખા** છે. તેને એવા વક્ર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે કે જેના કોઈ પણ બિંદુએ સ્પર્શક તે બિંદુ આગળ તરલના વેગની દિશામાં હોય છે. આકૃતિ 10.7(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક કણના ગતિપથનો વિચાર કરો. આ વક્ર કોઈ તરલ કણ સમય સાથે કેવી રીતે ગતિ કરે છે તે દર્શાવે છે. PQ વક્ર તરલના વહનના એક કાયમી નકશા (Map) જેવો છે, જે તરલ કેવી રીતે વહન પામે છે તે દર્શાવે છે. કોઈ બે ધારારેખાઓ એકબીજીને છેદતી નથી, કારણ કે જો તે છેદે તો તે છેદનબિંદુએ આવતો તરલનો નવો કણ એક પથ પર અથવા બીજા પથ પર જઈ શકે અને વહન સ્થાયી ન હોય. આથી સ્થાયી વહનમાં વહનનો નકશો (માર્ગ/પથ) સમય સાથે સ્થાયી છે. એકબીજાની ખૂબ નજીકની ધારારેખાઓને આપણે કેવી રીતે દર્શાવીએ ? જો આપણે વહન પામતા દરેક કણની ધારારેખા દર્શાવીએ તો તે અસંખ્ય રેખાઓ એકબીજામાં ભળી જઈને સતત બની જાય. તરલ વહનની દિશાને લંબ એવાં સમતલો વિચારો, દા.ત., આકૃતિ 10.7(b)માં ત્રણ બિંદુઓ P, R અને Q આગળ. આ સમતલ-ખંડો એવાં પસંદ કરેલાં છે કે તેમની કિનારીઓ ધારારેખાઓના એક જ સમૂહ વડે નિશ્ચિત કરાય છે. આનો અર્થ એ છે કે P, R અને Q આગળ દર્શાવેલ સપાટીઓને પસાર કરતા તરલ કણની સંખ્યા સમાન સમયમાં એક સમાન છે. આ બિંદુઓ આગળ આડછેદનાં ક્ષેત્રફળ A_P, A_R અને A_Q હોય અને તરલ કણના વેગ υ_P, υ_R અને υ_Q હોય, તો A_P આગળથી સૂક્ષ્મ સમયગાળા Δtમાં પસાર થતા તરલનું દળ Δm_P; $\rho_P A_P \upsilon_P \Delta t$ છે. તે જ રીતે A_Rથી સૂક્ષ્મ સમયગાળા Δtમાં પસાર થતા તરલનું દળ $\rho_R A_R \upsilon_R \Delta t$ અને A_Q આગળથી પસાર થતા તરલનું દળ $\rho_Q A_Q \upsilon_Q \Delta t$ છે. બધા કિસ્સાઓમાં દાખલ થતું દળ અને બહાર નિકળતું દળ સમાન છે. આથી,

$$\rho_P A_P \upsilon_P \Delta t = \rho_R A_R \upsilon_R \Delta t = \rho_Q A_Q \upsilon_Q \Delta t \qquad (10.9)$$

અદબનીય તરલના વહન માટે

$$\rho_P = \rho_R = \rho_Q$$

સમીકરણ (10.9) પરથી,

$$A_P \upsilon_P = A_R \upsilon_R = A_Q \upsilon_Q \qquad (10.10)$$

જેને **સાતત્ય (Continuity) સમીકરણ** કહે છે. તે અદબનીય તરલના વહનમાં દળના સંરક્ષણનું વિધાન છે. વ્યાપક રૂપે,

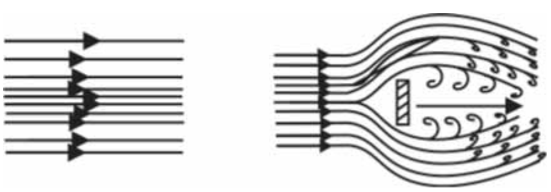
$$A\upsilon = \text{અચળ} \qquad (10.11)$$

$A\upsilon$ એ કદનો જથ્થો (Flux) અથવા વહન દર (Flow Rate) આપે છે અને વહનની સમગ્ર નળીમાં અચળ રહે છે. આમ, વધુ સાંકડા વિભાગો કે જ્યાં ધારારેખાઓ પાસપાસે રહેલી છે ત્યાં આગળ વેગ વધુ હોય છે અને પહોળા વિભાગો કે જ્યાં ધારારેખાઓ પ્રમાણમાં દૂર દૂર છે ત્યાં આગળ વેગ ઓછો છે. આકૃતિ 10.7(b) પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે $A_R > A_Q$ અથવા $\upsilon_R < \upsilon_Q$, R થી Q તરફ પસાર થતાં તરલ પ્રવેગિત થાય છે. આ બાબત સમક્ષિતિજ નળીમાંના તરલ વહનમાં દબાણના તફાવત સાથે સંકળાયેલ છે.

વહનની ઝડપ ઓછી હોય ત્યારે સ્થાયી વહન મળે છે.

ક્રાંતિ ઝડપ તરીકે ઓળખાતા ઝડપના એક સીમાંત મૂલ્ય કરતાં વધુ ઝડપ માટે આ વહન સ્થાયીપણું ગુમાવે છે અને **પ્રક્ષુબ્ધ** (Turbulent) બને છે. જ્યારે વધારે ઝડપી ઝરણાને ખડકનો ભેટો થાય છે ત્યારે ફીણવાળા નાના ઘૂમરી (વમળ) જેવા વિભાગો રચાય છે જેમને દૂધિયા જળના ધરા (White Water Rapids) કહે છે.

આકૃતિ 10.8 કેટલાક વિશિષ્ટ પ્રકારના વહન માટેની ધારારેખાઓ દર્શાવે છે. દાખલા તરીકે આકૃતિ 10.8(a) સ્તરિય વહન દર્શાવે છે કે જેમાં તરલમાં જુદાં જુદાં બિંદુએ વેગનાં માન જુદાં જુદાં હોઈ શકે પણ તેમની દિશાઓ સમાંતર જ છે. આકૃતિ 10.8(b) પ્રક્ષુબ્ધ વહનનું રેખાચિત્ર દર્શાવે છે.



***આકૃતિ* 10.8** *(a) તરલના વહન માટેની કેટલીક ધારારેખાઓ (b) જોશમાં નીકળતી હવા વહનને લંબરૂપે મૂકેલ સપાટ તક્તીને અથડાય છે. આ પ્રક્ષુબ્ધ વહનનું ઉદાહરણ છે.*

10.4 બર્નુલીનો સિદ્ધાંત (BERNOULLI'S PRINCIPLE)

તરલનું વહન એ જટિલ ઘટના છે. પરંતુ આપણે ઊર્જા-સંરક્ષણનો ઉપયોગ કરીને સ્થાયી કે ધારારેખી વહન માટે કેટલાક ઉપયોગી ગુણધર્મો મેળવી શકીએ છીએ.

બદલાતા આડછેદના ક્ષેત્રફળ ધરાવતી નળીમાં વહન કરતા તરલનો વિચાર કરો. આકૃતિ 10.9માં દર્શાવ્યા મુજબ નળીની ઊંચાઈ પણ બદલાતી જાય છે. ધારો કે આ નળીમાંથી એક અદબનીય તરલ સ્થાયી વહન કરે છે. સાતત્યના સમીકરણના પરિણામ સ્વરૂપ તેનો વેગ બદલાવો જોઈએ. આવો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરવા માટે બળની જરૂર છે જે તેની આસપાસના તરલ વડે ઉદ્ભવે છે, જેમાં જુદા જુદા વિભાગોમાં દબાણ જુદા જુદા હોવા જોઈએ. બર્નુલીનું સમીકરણ એ વ્યાપક સમીકરણ છે કે જે નળીમાંનાં બે બિંદુઓ વચ્ચેના દબાણ તફાવતને, વેગ-તફાવત (ગતિઊર્જામાં ફેરફાર) અને ઊંચાઈ તફાવત (સ્થિતિઊર્જામાં ફેરફાર) બંને સાથે સાંકળે છે. સ્વિસ ભૌતિકવિજ્ઞાની ડેનિયલ બર્નુલીએ આ સંબંધ 1738માં મેળવ્યો હતો.

બે વિસ્તારો 1 (એટલે કે BC) અને 2 (એટલે કે DE) આગળ વહનનો વિચાર કરો. પ્રારંભમાં B અને D વચ્ચેના વિભાગમાં રહેલા તરલનો વિચાર કરો. અત્યંત સૂક્ષ્મ સમયગાળા Δt દરમિયાન આ તરલનું વહન થશે. ધારો કે B આગળ ઝડપ υ_1 અને D આગળ ઝડપ υ_2 છે. પ્રારંભમાં B આગળ રહેલું તરલ $\upsilon_1\Delta t$ અંતર કાપીને C પર પહોંચે છે. ($\upsilon_1\Delta t$ એટલું પૂરતા પ્રમાણમાં નાનું છે કે BC સુધીમાં એકસમાન આડછેદ ગણી શકીએ.) એ જ સમયગાળા દરમિયાન પ્રારંભમાં D આગળ રહેલું તરલ $\upsilon_2\Delta t$ અંતરે E પર પહોંચે છે. આ બે વિભાગો આગળની A_1 અને A_2 ક્ષેત્રફળ ધરાવતી બે બાજુઓ પર દબાણ અનુક્રમે P_1 અને P_2 આકૃતિ મુજબ લાગે છે. ડાબા (BC) છેડે, તરલ પર થતું કાર્ય $W_1 = P_1A_1(\upsilon_1\ \Delta t) = P_1\Delta V$ છે. બંને વિભાગોમાંથી એક સમાન કદ ΔV પસાર થતું (સાતત્યના સમીકરણ મુજબ) હોવાથી, બીજા (DE) છેડે તરલ વડે થતું કાર્ય $W_2 = P_2A_2(\upsilon_2\ \Delta t) = P_2\Delta V$ છે અથવા તરલ પર થતું કાર્ય $-P_2\Delta V$ છે. આથી તરલ પર થતું કુલ કાર્ય

$$W_1 - W_2 = (P_1 - P_2)\Delta V$$

છે. આ કાર્યનો અમુક ભાગ તરલની ગતિઊર્જામાં ફેરફાર કરવામાં અને બાકીનો ભાગ તરલની ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જામાં ફેરફાર કરવામાં વપરાય છે. જો તરલની ઘનતા ρ હોય અને નળીમાંથી Δt સમયમાં વહન પામતું દળ $\Delta m = \rho A_1\upsilon_1\Delta t = \rho\Delta V$ હોય તો ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જામાં ફેરફાર

$$\Delta U = \rho g\Delta V\ (h_2 - h_1) \text{ છે.}$$

તેની ગતિઊર્જામાં ફેરફાર

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}\right)\rho\Delta V(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2) \text{ છે.}$$

આપણે કાર્ય-ઊર્જા પ્રમેય (પ્રકરણ 6) વાપરી શકીએ અને તે પરથી,

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \left(\frac{1}{2}\right)\rho\Delta V(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2) + \rho g\Delta V(h_2 - h_1)$$

દરેક પદને ΔV વડે ભાગતાં,

$$(P_1 - P_2) = \left(\frac{1}{2}\right)\rho(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2) + \rho g(h_2 - h_1)$$

ડેનિયલ બર્નુલી (1700-1782)

ડેનિયલ બર્નુલી સ્વિસ વૈજ્ઞાનિક અને ગણિતશાસ્ત્રી હતો. જેણે લીઓનાર્ડ ઑઈલર સાથે દસ વખત ગણિતશાસ્ત્ર માટેનું ફ્રેન્ચ ઍકેડેમી પ્રાઇઝ મેળવેલ હતું. તેણે દાક્તરીનો પણ અભ્યાસ કર્યો હતો અને સ્વીટ્ઝલૅન્ડના બેસ્લેમાં શરીરરચના અને વનસ્પતિશાસ્ત્રના અધ્યાપક તરીકે થોડો વખત સેવાઆપી હતી. તેનું સૌથી પ્રખ્યાત કાર્ય હાઇડ્રોડાયનેમિક્સમાં હતું, જે વિષય તેણે એક જ સિદ્ધાંત : ઊર્જાનું સંરક્ષણ પરથી વિકસિત કર્યો હતો. તેના કાર્યમાં કલનશાસ્ત્ર, સંભાવના, કંપન કરતી દોરીનો સિદ્ધાંત અને પ્રયોજિત (Applied) ગણિતશાસ્ત્રનો સમાવેશ થાય છે. તેને ગાણિતિય ભૌતિકવિજ્ઞાનનો સ્થાપક કહે છે.

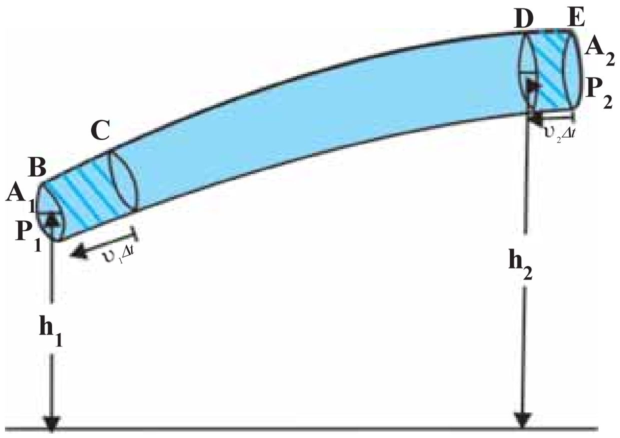
પદોની પુનઃ ગોઠવણી કરતાં,

$$P_1 + \left(\frac{1}{2}\right)\rho \upsilon_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \left(\frac{1}{2}\right)\rho \upsilon_2^2 + \rho g h_2 \qquad (10.12)$$

મળે છે. આ **બર્નુલીનું સમીકરણ** છે. નળીમાં 1 અને 2 કોઈ પણ બે સ્થાનોનો ઉલ્લેખ કરે છે તેથી આપણે વ્યાપકરૂપે આ સમીકરણને

$$P + \left(\frac{1}{2}\right)\rho \upsilon^2 + \rho g h = \text{અચળ} \qquad (10.13)$$

તરીકે લખી શકીએ.



આકૃતિ **10.9** *અસમાન આડછેદવાળી નળીમાં આદર્શ તરલનું વહન. Δt સમયમાં $\upsilon_1 \Delta t$ લંબાઈના વિભાગમાંનું તરલ $\upsilon_2 \Delta t$ લંબાઈના વિભાગમાં જાય છે.*

શબ્દોમાં, બર્નુલીનું સમીકરણ નીચે મુજબ લખી શકાય : આપણે ધારારેખા સાથે જેમ આગળ વધીએ તેમ, દબાણ (P), એકમ કદ દીઠ ગતિઊર્જા $\left(\frac{\rho \upsilon^2}{2}\right)$ અને એકમ કદ દીઠ સ્થિતિઊર્જા ($\rho g h$)નો સરવાળો અચળ રહે છે.

અહીં નોંધો કે, ઊર્જા-સંરક્ષણના સિદ્ધાંતના ઉપયોગમાં આપણે એમ ધારી લીધું છે કે ઘર્ષણને લીધે કોઈ ઊર્જાનો વ્યય થતો નથી. અહીં હકીકત એ છે કે તરલવહનમાં તરલના જુદા જુદા સ્તરો જુદા જુદા વેગથી વહન કરે છે. આ સ્તરો એકબીજા પર ઘર્ષણબળો લગાડતાં હોય છે. જેથી ઊર્જાનો વ્યય થાય છે. તરલના આ ગુણધર્મને શ્યાનતા (Viscosity) કહે છે અને તેની વિગતવાર છણાવટ હજી આગળ આવનારા વિભાગમાં કરેલી છે. તરલે ગુમાવેલી ગતિઊર્જા ઉષ્માઊર્જામાં રૂપાંતર પામે છે. આમ બર્નુલીનું સમીકરણ આદર્શ રીતે તો શૂન્ય શ્યાનતા ધરાવતા એટલે કે અશ્યાન (Non-viscous) તરલને લાગુ પડે છે. બર્નુલીનું પ્રમેય લગાડવા માટેનું બીજું એક બંધન એ છે કે તરલ અદબનીય હોવું જોઈએ, કારણ કે તરલની સ્થિતિસ્થાપક (Elastic) ઊર્જાને ધ્યાનમાં લીધેલ નથી. જોકે વ્યવહારમાં તેના ઘણા ઉપયોગો છે અને ઓછી શ્યાનતા ધરાવતાં અદબનીય તરલ માટે ઘણી ઘટનાઓ સમજાવવામાં મદદરૂપ થાય છે. બર્નુલીનું સમીકરણ અસ્થાયી અથવા પ્રક્ષુબ્ધ (Turbulent) વહનને લાગુ પાડી શકાતું નથી કારણ કે તેવા વહનમાં વેગ અને દબાણ સમય સાથે સતત વધઘટ થતા હોય છે.

જ્યારે તરલ સ્થિર હોય છે એટલે કે તેનો વેગ બધે સ્થાને શૂન્ય હોય છે ત્યારે બર્નુલીનું સમીકરણ આવું બને છે.

$$P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2$$
$$(P_1 - P_2) = \rho g (h_2 - h_1)$$

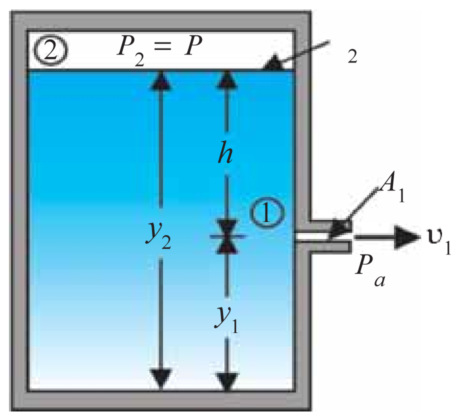
જે સમીકરણ 10.6 મુજબનું જ છે.

10.4.1 બહાર આવતા તરલની ઝડપ

ટૉરિસેલીનો નિયમ (Speed of Efflux : Torricelli's Law) : શબ્દ Effluxનો અર્થ બહાર ધસી આવતું તરલ. ટૉરિસેલીએ એમ શોધ્યું કે ખુલ્લી ટાંકીમાંથી બહાર નીકળતા તરલની ઝડપનું સૂત્ર, કોઈ મુક્ત પતન કરતા પદાર્થની ઝડપના સૂત્ર જેવું જ છે. ρ ઘનતાનું પ્રવાહી ધરાવતી ટાંકીનો વિચાર કરો જેની એક બાજુએ તળિયાથી y_1 ઊંચાઈ પર એક છિદ્ર છે. (જુઓ આકૃતિ 10.10.) તળિયાથી y_2 ઊંચાઈએ પ્રવાહીની સપાટીની ઉપર રહેલી હવા P દબાણે છે. સાતત્યના સમીકરણ પરથી,

$$\upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2$$

$$\upsilon_2 = \frac{A_1}{A_2}\upsilon_1$$



આકૃતિ **10.10** *ટૉરિસેલીનો નિયમ. પાત્રની બાજુમાંથી બહાર નીકળતા પ્રવાહીનો વેગ બર્નુલીના સમીકરણ પરથી મળે છે. જો પાત્ર ટોચના ભાગે વાતાવરણમાં ખુલ્લું હોય તો $\upsilon_1 = \sqrt{2gh}$*

જો ટાંકીના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A_2, છિદ્રના ક્ષેત્રફળ કરતાં ઘણું વધારે ($A_2 >> A_1$) હોય, તો આપણે ટોચ પર તરલને લગભગ સ્થિર ગણી શકીએ, એટલે કે $\upsilon_2 = 0$. હવે બર્નુલીનું સમીકરણ 1 અને 2 બિંદુઓએ લગાડતાં અને P_1 = વાતાવરણનું દબાણ P_a છે તેમ નોંધીને સમીકરણ (10.12) પરથી,

$$P_a + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

$y_2 - y_1 = h$ લખતાં,

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g\,h + \frac{2(P - P_a)}{\rho}} \qquad (10.14)$$

મળે. જ્યારે $P >> P_a$ હોય અને 2 ghને અવગણી શકાય ત્યારે ટાંકીમાંથી બહાર ધસી આવતા પ્રવાહીની ઝડપ, પાત્રમાંના દબાણ દ્વારા નક્કી થાય છે. આવી સ્થિતિ રૉકેટમાં હોય છે. બીજી બાજુ, જો ટાંકી વાતાવરણમાં ખુલ્લી હોય, તો $P = P_a$ અને

$$\upsilon_1 = \sqrt{2gh} \qquad (10.15)$$

આ મુક્ત પતન કરતા પદાર્થની ઝડપનું જ સૂત્ર છે. સમીકરણ (10.15)ને **ટૉરિસેલીનો નિયમ** કહે છે.

10.4.2 વેન્ચુરિમીટર (Venturi-meter)

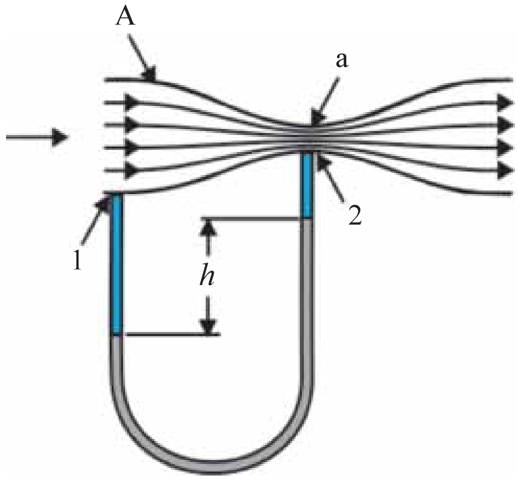
વેન્ચુરિમીટર એ અદબનીય તરલના વહનની ઝડપ માપવાની રચના છે. તે પહોળો વ્યાસ ધરાવતી અને મધ્યમાં સંકોચાયેલી એવી એક નળીનું બનેલું છે. (આકૃતિ 10.11) તેની સાથે એક યુ-ટ્યૂબના આકારનું મૅનોમીટર જોડેલું છે. જેનો એક ભુજ પહોળા વિભાગ અને બીજો ભુજ સાંકડા મધ્ય ભાગ સાથે આકૃતિ 10.11 મુજબ જોડેલ છે. મૅનોમીટરમાં ρ_m ઘનતાવાળું પ્રવાહી છે. A ક્ષેત્રફળ ધરાવતા પહોળા વિભાગ આગળ નળીમાંથી વહન પામતા પ્રવાહીની ઝડપ υ_1 માપવાની છે. સાતત્યના સમીકરણ (10.10) મુજબ મધ્યમાંના સાંકડા વિભાગમાં ઝડપ $\upsilon_2 = \frac{A}{a}\upsilon_1$ છે. બર્નુલીના સમીકરણનો ઉપયોગ કરતાં,

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\,(A/a)^2$$

આથી,

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\,\rho\upsilon_1^2\left[\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right] \qquad (10.16)$$

આ દબાણ તફાવતને લીધે યુ-ટ્યૂબના સાંકડા ભાગ સાથે જોડેલ ભુજમાં પ્રવાહી બીજા ભુજ કરતા ઊંચે ચઢે છે. ઊંચાઈ-તફાવત h પરથી દબાણ-તફાવત મળે છે.



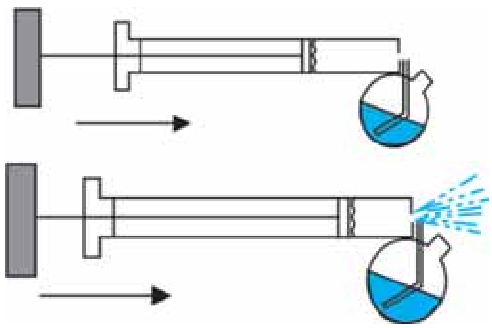
આકૃતિ **10.11** *વેન્ચુરિમીટરની રેખાકૃતિ*

$$P_1 - P_2 = \rho_m gh = \frac{1}{2}\,\rho\upsilon_1^2\left[\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right]$$

આથી પહોળા વિભાગ આગળ તરલના વહનની ઝડપ,

$$\upsilon_1 = \sqrt{\left(\frac{2\rho_m gh}{\rho}\right)}\left(\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right)^{-1/2} \qquad (10.17)$$

આ વેન્ચુરિમીટરની પાછળ રહેલા સિદ્ધાંતના ઘણા ઉપયોગ છે. ઑટોમોબાઈલના કાર્બ્યુરેટરમાં એક વેન્ચુરી ચેનલ (નૉઝલ-Nozzle) હોય છે, જેમાં થઈને હવા વધારે ઝડપથી વહન પામે છે. સાંકડા વિભાગ આગળ દબાણ ઘટી જાય છે અને પેટ્રોલ (ગૅસોલીન) ચેમ્બરમાં ચુસાઈને (ખેંચાઈને) આવે છે જેથી દહન માટે જરૂરી હવા અને બળતણનું યોગ્ય મિશ્રણ પૂરું પાડી શકાય. ફિલ્ટર પંપ કે એસ્પીરેટર, બન્સન બર્નર, એટમાઇઝર અને પરફ્યુમ્સ અથવા જંતુનાશકોના છંટકાવ માટેના સ્પ્રેયર્સ (જુઓ આકૃતિ 10.12.) આ જ સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે.



આકૃતિ **10.12** *સ્પ્રેગન, પિસ્ટન હવાને મોટી ઝડપથી ધકેલે છે. જેનાથી પાત્રના ગળા (Neck) પાસે દબાણ ઘટી જાય છે.*

ઉદાહરણ 10.7 લોહીનો વેગ : બેભાન કરેલા એક કૂતરાની મોટી ધમનીમાંથી વહન પામતા લોહીને વેન્ચ્યુરિમીટર મારફતે અન્ય માર્ગે વાળવામાં આવેલ છે. વેન્ચ્યુરિમીટરના પહોળા ભાગનું ક્ષેત્રફળ ધમનીના ક્ષેત્રફળ જેટલું જ $A = 8\ mm^2$ છે. સાંકડા ભાગનું ક્ષેત્રફળ $a = 4\ mm^2$ છે. ધમનીમાં દબાણ ઘટાડો 24 Pa છે. ધમનીમાં વહેતા લોહીની ઝડપ કેટલી હશે ?

ઉકેલ કોષ્ટક 10.1માંથી આપણે લોહીની ઘનતા $1.06 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ લઈએ. ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર $\left(\frac{A}{a}\right) = 2$ છે. સમીકરણ 10.16નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2 \times 24 Pa}{1060\ kg\ m^{-3} \times (2^2 - 1)}} = 0.123\ m\ s^{-1}$$ ◀

10.4.3 લોહીનું વહન અને હાર્ટઅટૅક (Blood Flow and Heart Attack)

બર્નુલીનો સિદ્ધાંત ધમનીમાં લોહીનું વહન સમજાવવામાં મદદરૂપ છે. ધમની તેની અંદરની દીવાલો પર પ્લાક (એક પ્રકારનો ચીકણો પદાર્થ)ના જમા થવાથી સાંકડી થઈ જાય છે. આ સાંકડા વિભાગમાંથી લોહીને આગળ ધકેલવા માટે હૃદયની ક્રિયાશીલતાની મોટી માંગ ઉદ્ભવે છે. આ સાંકડા વિસ્તારમાંથી લોહીના વહનની ઝડપ વધી જાય છે, જેથી અંદરના ભાગમાં દબાણ ઘટી જાય છે અને બહારના દબાણને લીધે ધમની ખૂબ દબાઈ જવાની (Collapse) શક્યતા છે. હૃદય વધારે દબાણ લગાડી ધમનીને ખોલવાનો પ્રયત્ન કરે છે અને લોહીને બળપૂર્વક ધકેલે છે. જેમ લોહી થોડા ખુલ્લા ભાગમાંથી ધસી જાય છે. તેમ અંદરનું દબાણ ફરી વાર તે જ કારણથી ઘટી જાય છે અને વારંવાર ધમની સંકોચાતી જાય છે. આના પરિણામે હાર્ટઅટૅક આવે છે.

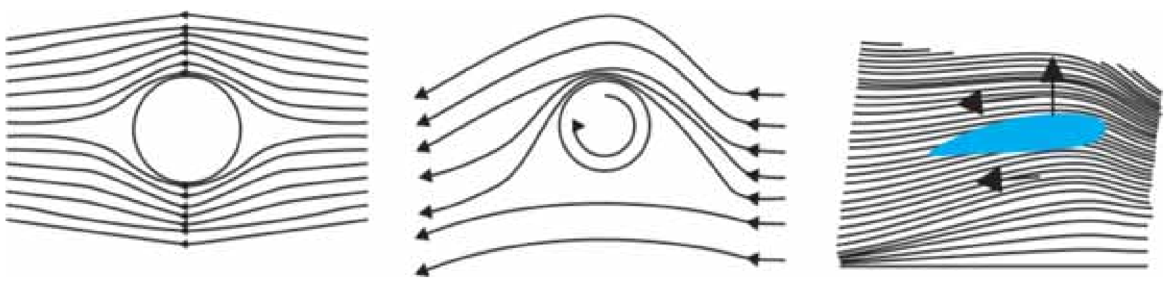
10.4.4 ડાયનેમિક લિફ્ટ (Dynamic Lift)

ડાયનેમિક લિફ્ટ એ વિમાનની પાંખ, હાઇડ્રોફોઇલ અથવા સ્પિનિંગ બૉલ જેવા પદાર્થ પર તરલમાંની તેમની ગતિને લીધે લાગતું બળ છે. ક્રિકેટ, ટેનિસ, બેઇઝબૉલ અથવા ગોલ્ફ જેવી ઘણી રમતોમાં સ્પિન થતો જતો બૉલ હવામાં જેમ આગળ વધે છે તેમ તેના પરવલયાકાર ગતિપથથી વિચલિત થાય છે (Deviates). આ બાબતને બર્નુલીના સિદ્ધાંત પરથી અંશતઃ સમજાવી શકાય છે.

(i) **સ્પિન થયા વિના ગતિ કરતો બૉલ (Ball moving without spin) :** આકૃતિ 10.13(a) તરલની સાપેક્ષે સ્પિન થયા વિના ગતિ કરતા બૉલની આસપાસની ધારારેખાઓ દર્શાવે છે. ધારારેખાઓની સંમિતિ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે, બૉલની ઉપરના અને નીચેનાં અનુરૂપ બિંદુઓ આગળ તરલના (હવાના) વેગ એક સમાન છે, પરિણામે દબાણ-તફાવત શૂન્ય રહે છે. આથી હવા બૉલ પર ઉપર તરફ કે નીચે તરફ કોઈ બળ લગાડતી નથી.

(ii) **સ્પિન થવા સાથે ગતિ કરતો બૉલ (Ball moving with spin) :** સ્પિન થતો બૉલ હવાને તેની સાથે ઘસડે (Drags) છે. જો સપાટી ખરબચડી હોય તો વધુ હવા ઘસડાય છે. આકૃતિ 10.13(b) આગળ ગતિ કરતા અને સાથે સાથે સ્પિન થતા બૉલ માટે હવાની ધારારેખાઓ દર્શાવે છે. બૉલ જેમ આગળ ગતિ કરે છે તેમ તેની સાપેક્ષમાં હવા પાછળ ગતિ કરે છે. આથી બૉલની ઉપરની હવાનો વેગ વધુ અને નીચેની હવાનો વેગ ઓછો છે. આમ ઉપરના ભાગમાં ધારારેખાઓ ગીચ થાય છે અને નીચેના ભાગમાં છૂટી છૂટી (Rarified) હોય છે.

હવાના વેગમાંના આ તફાવતને લીધે બૉલની ઉપર અને નીચેની સપાટીઓ વચ્ચે દબાણ-તફાવત ઉદ્ભવે છે અને તેથી બૉલ પર એક ચોખ્ખું (Net) બળ ઊર્ધ્વદિશામાં લાગે છે. સ્પિન થવાને લીધે ઉદ્ભવતા આ ડાયનેમિક લિફ્ટને **મૅગ્નસ (Magnus) અસર** કહે છે.



(a) (b) (c)

આકૃતિ 10.13 (a) સ્થિર ગોળાની પાસેથી પસાર થતી તરલની ધારારેખાઓ (b) સમઘડી દિશામાં સ્પિન થતા ગોળાની આસપાસ તરલની ધારારેખાઓ (c) ઍરોફોઇલ પાસેથી પસાર થતી હવા

ઍરોફોઇલ અથવા વિમાનની પાંખ પર લાગતું ઊર્ધ્વબળ (Aerofoil or Lift on Aircraft Wing) : આકૃતિ 10.13(c)માં એક ઍરોફોઇલ દર્શાવેલ છે. તે એક વિશિષ્ટ આકારનો ઘન પદાર્થ છે જેની હવામાંની સમક્ષિતિજ ગતિને લીધે તેના પર ઊર્ધ્વદિશામાં બળ લાગે છે. વિમાનની પાંખોનો આડછેદ આકૃતિ 10.13(c)માં દર્શાવેલ, ઍરોફોઇલના જેવો લગભગ દેખાય છે. તેની આસપાસની ધારારેખાઓ પણ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. જ્યારે ઍરોફોઇલ પવનની સામે ગતિ કરે છે ત્યારે વહનની દિશાની સાપેક્ષે પાંખનું નમન (Orientation), પાંખની ઉપરના ભાગની ધારારેખાઓને નીચેના ભાગની ધારારેખાઓ કરતાં વધારે ગીચ બનાવે છે. ઉપરના ભાગમાં વહનની ઝડપ નીચેના ભાગમાંના વહનની ઝડપ કરતાં વધુ હોય છે. આથી પાંખો પર ઊર્ધ્વદિશામાં બળ લાગે છે અને આ ડાયનેમિક લિફ્ટ વિમાનના વજનને સમતોલે છે. નીચેનું ઉદાહરણ આને રજૂ કરે છે :

ઉદાહરણ 10.8 એક આખા ભરેલા બોઈંગ વિમાનનું દળ 3.3×10^5 kg છે. તેની પાંખોનું કુલ ક્ષેત્રફળ 500 m^2 છે. તે 960 km/hની ઝડપથી સમક્ષિતિજ ઉડ્ડયન કરી રહ્યું છે. (a) પાંખોની નીચે અને ઉપરની સપાટીઓ વચ્ચેનો દબાણ-તફાવત શોધો. (b) પાંખની નીચેની સપાટીની સાપેક્ષે ઉપરની સપાટી પરની હવાની ઝડપનો આંશિક (Fractional) વધારો કેટલો હશે ? (હવાની ઘનતા $\rho = 1.2$ kg m^{-3} છે.)

ઉકેલ (a) બોઈંગ વિમાનનું વજન, દબાણ-તફાવતને લીધે લાગતા ઊર્ધ્વ બળ વડે સમતોલાય છે.

$\Delta P \times A = 3.3 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$\Delta P = (3.3 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}) / 500 \text{ m}^2$

$= 6.5 \times 10^3 \text{ N m}^{-2}$

(b) સમીકરણ 10.12માં આપણે ઉપર અને નીચેની બાજુઓ વચ્ચેનો અલ્પ ઊંચાઈ તફાવત અવગણીએ છીએ. હવે તેમની વચ્ચેનો દબાણ-તફાવત

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)$$

જ્યાં υ_2 ઉપલી સપાટીની ઉપરની હવાની ઝડપ છે અને υ_1 નીચલી સપાટીની નીચેની હવાની ઝડપ છે :

$$(\upsilon_2 - \upsilon_1) = \frac{2\Delta P}{\rho(\upsilon_2 + \upsilon_1)}$$

સરેરાશ ઝડપ

$\upsilon_{av} = (\upsilon_2 + \upsilon_1)/2 = 960 \text{ km/h} = 267 \text{ m s}^{-1}$ લેતાં,

$$(\upsilon_2 - \upsilon_1)/\upsilon_{av} = \frac{\Delta P}{\rho \upsilon_{av}^2} \approx 0.08$$

પાંખની ઉપરની હવાની ઝડપ નીચેની કરતાં ફક્ત 8 % વધુ હોવી જરૂરી છે.

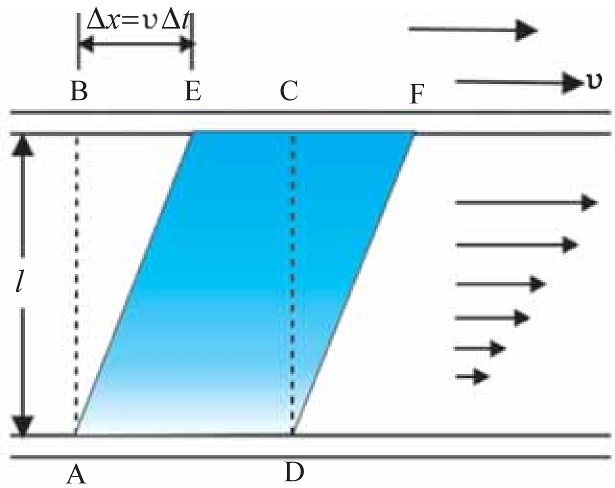
10.5 શ્યાનતા (સ્નિગ્ધતા) (VISCOSITY)

મોટા ભાગનાં તરલ આદર્શ હોતા નથી અને ગતિને કંઈક અવરોધ લગાડે છે. તરલની ગતિને લાગતો આ અવરોધ એક ઘન પદાર્થ કોઈ સપાટી પર ગતિ કરે ત્યારે લાગતા આંતરિક ઘર્ષણના જેવો છે. તેને શ્યાનતા કહે છે. જ્યારે પ્રવાહીના સ્તરો વચ્ચે સાપેક્ષ ગતિ થતી હોય ત્યારે આ બળ લાગે છે. આકૃતિ 10.14(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ આપણે કાચની બે પ્લેટ વચ્ચે રાખેલા તેલ જેવા તરલનો વિચાર કરીએ. નીચેની પ્લેટ સ્થિર (જકડેલી) છે અને ઉપરની પ્લેટ નીચેની પ્લેટની સાપેક્ષે **υ** જેટલા અચળ વેગથી ગતિ કરે છે. જો તેલને સ્થાને મધ મૂકીએ તો પ્લેટને તેટલા જ વેગથી ગતિ કરાવવા માટે વધુ મોટા બળની જરૂર પડે છે. આથી તેલ કરતાં મધ વધુ શ્યાન (Viscous) છે તેમ આપણે કહીએ છીએ. કોઈ સપાટીના સંપર્કમાં રહેલા તરલને તે સપાટીના વેગ જેટલો જ વેગ હોય છે. આથી પ્રવાહીનું જે સ્તર ઉપરની સપાટી સાથે સંપર્કમાં છે. તે **υ** જેટલા વેગથી ગતિ કરે છે અને જે સ્તર સ્થિર પ્લેટ સાથે સંપર્કમાં છે તે સ્થિર છે. જુદા જુદા સ્તરોના વેગ, તળિયે (શૂન્ય વેગ)થી ઉપરના સ્તર (વેગ **υ**) સુધી નિયમિત રીતે વધતા જાય છે. પ્રવાહીના કોઈ પણ સ્તરને ઉપરનું સ્તર આગળ ખેંચે છે અને નીચેનું સ્તર પાછળ ખેંચે છે. આના પરિણામે સ્તરો વચ્ચે બળ લાગે છે. આ પ્રકારના વહનને સ્તરિય વહન કહે છે. કોઈ પુસ્તકને સપાટ ટેબલ પર મૂકીને તેના ઉપરના પૂંઠાને સમક્ષિતિજ બળ લગાડીએ ત્યારે પુસ્તકનાં પાનાઓ જેમ સરકે છે તેમ પ્રવાહીના સ્તરો એકબીજા પર સરકતા હોય છે. જ્યારે તરલ કોઈ નળીમાં વહન કરે છે ત્યારે અક્ષ પરના પ્રવાહી સ્તરનો વેગ મહત્તમ હોય છે અને આપણે જેમ દીવાલ તરફ જઈએ તેમ ક્રમશઃ ઘટે છે અને દીવાલ પર શૂન્ય બને છે, આકૃતિ 10.14(b). નળીમાંની નળાકાર સપાટી પર વેગ અચળ છે.

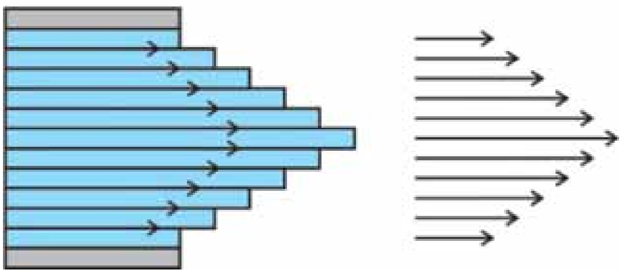
આ ગતિને લીધે કોઈ એક ક્ષણે ABCD આકારમાં રહેલું પ્રવાહી Δt જેટલા સૂક્ષ્મ સમયગાળા બાદ AEFD આકાર ધારણ કરે છે. આ સમય દરમિયાન પ્રવાહીએ $\Delta x/l$ જેટલી આકાર વિકૃતિ (Shearing Strain) અનુભવી છે. વહન પામતા પ્રવાહીમાં વિકૃતિ સમય સાથે સતત વધતી જાય છે. ઘન પદાર્થથી અલગ બાબત એ છે કે, અહીં પ્રાયોગિક રીતે પ્રતિબળ વિકૃતિને બદલે ‘વિકૃતિના ફેરફારના દર’ અથવા ‘વિકૃતિના દર’ એટલે કે $\Delta x/(l\ \Delta t)$ અથવા υ/l પર આધાર રાખતું જણાયું છે. તરલ માટે શ્યાનતા ગુણાંક η (ઉચ્ચારણ : ઈટા)ને આકાર પ્રતિબળ અને વિકૃતિ દરના ગુણોત્તર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$\eta = \frac{F/A}{\upsilon/l} = \frac{F\,l}{\upsilon A} \qquad (10.18)$$

શ્યાનતા ગુણાંકનો SI એકમ પૉઇસિલ (Pl) છે. તેના બીજા એકમ N s m^{-2} અથવા Pa s છે. શ્યાનતા ગુણાંકના



(a)



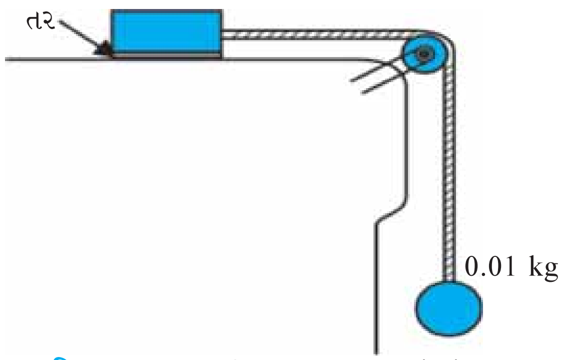
(b)

આકૃતિ 10.14 *(a) પ્રવાહીનું સ્તર જે કાચની બે સમાંતર પ્લેટ વચ્ચે રહેલું છે. નીચેની પ્લેટ સ્થિર અને ઉપરની પ્લેટ જમણી તરફ υ વેગથી ગતિ કરે છે. (b) નળીમાં શ્યાન વહન માટે વેગ વિતરણ*

પરિમાણ $[ML^{-1}T^{-1}]$ છે. સામાન્ય રીતે પાણી, આલ્કોહૉલ વગેરે જેવાં પાતળા પ્રવાહીની શ્યાનતા ડામર (Coal tar), લોહી, ગ્લિસરિન જેવા જાડા પ્રવાહી કરતાં ઓછી હોય છે. લોહી અને પાણી અંગેની બે બાબતો અત્રે દર્શાવીએ છીએ, જે તમને કદાચ રસપ્રદ લાગે. કોષ્ટક 10.2 દર્શાવે છે કે લોહી, પાણી કરતા વધારે જાડું (વધારે શ્યાન) છે. વધારામાં લોહીની સાપેક્ષ શ્યાનતા (η/η_{water})O °C અને 37 °Cની વચ્ચે અચળ રહે છે.

પ્રવાહીની શ્યાનતા તાપમાન સાથે ઘટે છે જ્યારે વાયુઓની શ્યાનતા તાપમાન સાથે વધે છે.

▶ ***ઉદાહરણ 10.9*** આકૃતિ 10.15માં દર્શાવ્યા મુજબ 0.10 m^2 ક્ષેત્રફળનો ધાતુનો એક બ્લૉક એક આદર્શ ગરગડી પરથી પસાર થતી દોરી (દળરહિત અને ઘર્ષણરહિત ધારો) મારફતે 0.010 kg દળ સાથે જોડેલ છે. પ્રવાહીનું 0.3 mm જાડાઈ ધરાવતું સ્તર બ્લૉક અને કોષ્ટક વચ્ચે રાખેલ છે. બ્લૉકને ગતિ કરવા દઈએ ત્યારે 0.085 m s^{-1}ની અચળ ઝડપથી જમણી તરફ ગતિ કરે છે. પ્રવાહીનો શ્યાનતા ગુણાંક શોધો.



આકૃતિ 10.15 *પ્રવાહીના શ્યાનતા ગુણાંકનું માપન*

ઉકેલ ધાતુનો બ્લૉક દોરીમાંના તણાવને લીધે જમણી તરફ ગતિ કરે છે. તણાવ *T*નું માન લટકાવેલ દળ mના વજન જેટલું છે. આમ, આકાર વિકૃતિ કરનારું બળ $F = T = mg$ $= 0.010 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 9.8 \times 10^{-2} \text{ N}$

$$\text{તરલ પરનું આકાર પ્રતિબળ} = F/A = \frac{9.8\times10^{-2}}{0.10}\ \frac{N}{m^2}$$

$$\text{વિકૃતિ દર} = \frac{\upsilon}{l} = \frac{0.085}{0.3\times10^{-3}}\ \frac{m\,s^{-1}}{m}$$

$$\eta = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ દર}}$$

$$= \frac{(9.8\times10^{-2}N)(0.30\times10^{-3}m)}{(0.085 m\,s^{-1})(0.10 m^2)}$$

$$= 3.45 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$$ ◀

કોષ્ટક 10.2 **કેટલાંક તરલોની શ્યાનતા**

તરલ	T(°C)	શ્યાનતા (mPl)
પાણી	20	1.0
	100	0.3
લોહી	37	2.7
મશીન ઑઈલ	16	113
	38	34
ગ્લિસરિન	20	830
મધ		200
હવા	0	0.017
	40	0.019

10.5.1 સ્ટૉક્સનો નિયમ (Stokes' Law) : જ્યારે કોઈ પદાર્થનું તરલમાં પતન થાય છે ત્યારે તેના સંપર્કમાં રહેલા તરલના

સ્તરને પોતાની સાથે ઘસડે છે. તરલના જુદા જુદા સ્તરો વચ્ચે સાપેક્ષ ગતિ ઉદ્‌ભવે છે અને પરિણામે પદાર્થ ગતિ-અવરોધક બળનો અનુભવ કરે છે. વરસાદના ટીપાનું પડવું અને લોલકના ગોળાનાં દોલનો આવી ગતિનાં કેટલાંક સામાન્ય ઉદાહરણો છે. એવું જણાય છે કે શ્યાનતા બળ પદાર્થના વેગના સમપ્રમાણમાં અને ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. બીજી જે રાશિઓ પર આ બળ F આધાર રાખે છે તે તરલની શ્યાનતા η અને ગોળાની ત્રિજ્યા a છે. ઇંગ્લિશ વિજ્ઞાની સર જ્યૉર્જ જી. સ્ટૉક્સ (1819-1903) એ સ્પષ્ટપણે જણાવ્યું કે શ્યાનતા બળ F

$$F = 6\pi\eta a \upsilon \qquad (10.19)$$

સૂત્ર પરથી મળે છે. આને સ્ટૉક્સનો નિયમ કહે છે. આપણે સ્ટૉક્સના નિયમને સાધિત કરીશું નહિ.

આ નિયમ ગતિ-વિરોધક બળ એ વેગના સમપ્રમાણમાં હોય તેનું એક રસપ્રદ ઉદાહરણ છે. શ્યાન માધ્યમમાં થઈને પતન પામતા પદાર્થ પર તેનાં પરિણામોનો આપણે અભ્યાસ કરીશું. વરસાદનું એક ટીપું હવામાં પતન પામે તેનો વિચાર કરીએ. પ્રારંભમાં તે ગુરુત્વાકર્ષણને લીધે પ્રવેગિત થાય છે. જેમ વેગ વધે છે તેમ ગતિ-વિરોધક બળ વધતું જાય છે. અંતે જ્યારે શ્યાનતા બળ વત્તા ઉત્પ્લાવક બળ (Buoyant Force) ગુરુત્વને લીધે લાગતા બળ જેટલું બને ત્યારે ચોખ્ખું (Net) બળ શૂન્ય બને છે અને પ્રવેગ પણ શૂન્ય બને છે. વરસાદનું ટીપું (ગોળો) ત્યાર બાદ અચળ વેગથી નીચે ઊતરે છે. આમ, સંતુલનમાં આ અંતિમ (Terminal) વેગ υ_t નીચેના સમીકરણ પરથી મળે છે :

$$6\pi\eta a\upsilon_t = \frac{4}{3}\pi\, a^3(\rho - \sigma)g$$

જ્યાં ρ અને σ એ અનુક્રમે ગોળાની અને તરલની દળ ઘનતા છે. આ પરથી આપણને,

$$\upsilon_t = \frac{2}{9}\frac{a^2 g}{\eta}(\rho - \sigma) \qquad (10.20)$$

મળે છે. આથી અંતિમ વેગ υ_t, ગોળાની ત્રિજ્યાના વર્ગના સમપ્રમાણમાં અને માધ્યમની શ્યાનતાના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

આ સંદર્ભમાં તમને ફરીથી કદાચ ઉદાહરણ 6.2 જોઈ જવું ગમશે.

> ***ઉદાહરણ 10.10*** એક ટાંકીમાં 20 °C તાપમાને ભરેલા તેલમાં થઈને પતન પામતા 2.0 mm ત્રિજ્યાના એક કૉપર બૉલનો અંતિમ વેગ 6.5 cm s^{-1} છે. 20 °C તાપમાને તેલની શ્યાનતા ગણો. તેલની ઘનતા 1.5×10^3 kg m^{-3} છે, તાંબાની ઘનતા 8.9×10^3 kg m^{-3} છે.

ઉકેલ અહીં, $\upsilon_t = 6.5 \times 10^{-2}$ m s^{-1}, $a = 2 \times 10^{-3}$ m, $g = 9.8$ m s^{-2}, $\rho = 8.9 \times 10^3$ kg m^{-3}

$\sigma = 1.5 \times 10^3$ kg m^{-3}

સમીકરણ 10.20 પરથી,

$$\eta = \frac{2}{9} \times \frac{(2\times10^{-3})^2 \text{m}^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.5\times10^{-2} \text{ m s}^{-1}} \times 7.4\times10^3 \text{kg m}^{-3}$$

$$= 9.9 \times 10^{-1} \text{kg m}^{-1}\text{ s}^{-1}$$

10.6 રેનોલ્ડ્ઝ અંક (REYNOLDS NUMBER)

જ્યારે તરલના વહનનો દર મોટો હોય છે ત્યારે વહન સ્તરિય રહેતું નથી પણ પ્રક્ષુબ્ધ (Turbulent) બને છે. પ્રક્ષુબ્ધ વહનમાં અવકાશમાં આપેલા બિંદુએ તરલનો વેગ ઝડપથી અને અવ્યવસ્થિત રીતે બદલાય છે. કેટલીક વર્તુળાકાર ગતિઓ જેમને ઘૂમરી (Eddy) કહે છે તે પણ ઉદ્‌ભવે છે. બહુ ઝડપથી વહેતા તરલમાં કોઈ પદાર્થને મૂકતાં પ્રક્ષુબ્ધતા (Turbulence) ઉદ્‌ભવે છે. આકૃતિ 10.8(b). લાકડાના ગંજના દહનથી ઊંચે ચઢતો ધુમાડો, સમુદ્રમાંના પ્રવાહો પ્રક્ષુબ્ધ છે. તારાઓનું ટમટમવું એ વાતાવરણની પ્રક્ષુબ્ધતાનું પરિણામ છે. હવામાં અને પાણીમાં કાર, વિમાન અને વહાણથી ઊપજેલા લીસોટા (Wakes) પણ પ્રક્ષુબ્ધ હોય છે.

ઑસબોર્ન રેનોલ્ડ્ઝ (1842-1912)એ એવું અવલોકન કર્યું કે નીચા દરથી વહન પામતા શ્યાન તરલ માટે પ્રક્ષુબ્ધ વહન ઓછું સંભવ છે. તેણે પરિમાણરહિત એવી એક સંખ્યાને વ્યાખ્યાયિત કરી કે જેના પરથી વહન પ્રક્ષુબ્ધ હશે કે નહિ તેનો લગભગ ખ્યાલ મળી શકે. આ સંખ્યાને રેનોલ્ડ્ઝ અંક R_e કહે છે.

$$R_e = \rho\upsilon d/\eta \qquad (10.21)$$

જ્યાં ρ એ υ ઝડપથી વહન પામતા તરલની ઘનતા છે, d નળીનું પરિમાણ અને η તરલની શ્યાનતા છે. R_e એ પરિમાણરહિત સંખ્યા છે અને તેથી તે એકમોની બધી પદ્ધતિઓમાં એક સમાન રહે છે. એમ જણાયું છે કે R_eનું મૂલ્ય 1000 કરતાં ઓછું હોય, તો વહન ધારારેખી અથવા સ્તરિય હોય છે. $R_e > 2000$ માટે વહન પ્રક્ષુબ્ધ હોય છે. 1000 અને 2000ની વચ્ચેના R_e ના મૂલ્ય માટે વહન અસ્થાયી હોય છે. ભૌમિતિક રીતે સમાન હોય તેવા વહનો માટે R_eનું ક્રાંતિ મૂલ્ય (જે ક્રાંતિ રેનોલ્ડ્ઝ અંક કહેવાય છે.) કે જ્યારે પ્રક્ષુબ્ધતા રચાય છે, તે એક સમાન જણાય છે. દાખલા તરીકે પાણી અને તેલ જુદી જુદી ઘનતા અને શ્યાનતા ધરાવતા હોવા છતાં એક સમાન આકાર અને પરિમાણ ધરાવતી નળીઓમાંથી વહન પામે છે ત્યારે, R_eના લગભગ એક સમાન મૂલ્ય માટે પ્રક્ષુબ્ધતા રચાય છે. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને તરલવહનના લક્ષણનો અભ્યાસ કરવા માટે નાના પાયા પર પ્રયોગશાળામાં મોડેલ (model)ની રચના કરી શકાય છે. તેઓ વહાણો, સબમરીનો, સ્પર્ધાની કાર અને વિમાનોની રચનામાં ઉપયોગી છે.

R_eને આ મુજબ પણ લખી શકાય :

$$R_e = \rho\upsilon^2/(\eta\upsilon/d) = \rho A\upsilon^2/(\eta A\upsilon/d) \qquad (10.22)$$

= જડત્વીય બળ / શ્યાનતા બળ

આમ, R_e જડત્વીય બળ (જડત્વને લીધે બળ એટલે કે વહન પામતા તરલના દળને લીધે અથવા તેના માર્ગમાં આવતા અડચણરૂપ પદાર્થના જડત્વને લીધે બળ) અને શ્યાનતા બળનો ગુણોત્તર દર્શાવે છે.

નળીમાંથી તરલના વહનના જે મહત્તમ વેગ સુધી વહન ધારારેખી રહે છે તેને **ક્રાંતિવેગ (critical velocity)** કહે છે. સમીકરણ 10.21 પરથી, તે

$\upsilon_c = R_e \times \eta \,/\, (\rho \times d)$ છે.

પ્રક્ષુબ્ધતા સામાન્યતઃ ગતિઊર્જાનો ઉષ્મા રૂપે વ્યય કરે છે. સ્પર્ધાની કાર અને વિમાનોમાં ઇજનેરી કૌશલ્યની સચોટતાથી પ્રક્ષુબ્ધતા લઘુતમ બનાવાય છે. આવાં વાહનોની રચના પ્રયોગશીલતા તથા ચકાસો અને સુધારો (trial અને error) પદ્ધતિએ કરાય છે. બીજી તરફ, પ્રક્ષુબ્ધતા કેટલીક વાર ઇચ્છનીય છે. પ્રક્ષુબ્ધતા મિશ્રણ થવાની ઘટનામાં મદદરૂપ છે અને દળ, ઊર્જા અને વેગમાનના ફેરફારના દરમાં વધારો કરે છે. રસોડામાંના મિક્સરની બ્લેડ્ઝ (પાંખિયાં) પ્રક્ષુબ્ધ વહન કરાવે છે અને જાડો મિલ્ક-શેક તેમજ ઈંડાને કચડીને સમાંગ દ્રવ્ય બનાવે છે.

▶ *ઉદાહરણ 10.11* 1.25 cm વ્યાસના એક નળમાંથી પાણીના વહનનો દર 0.48 L/min. છે. પાણીનો શ્યાનતા ગુણાંક 10^{-3} Pa s છે. થોડા સમય પછી વહનનો દર વધીને 3L/min. થાય છે. બંને વહન-દર માટે વહનની લાક્ષણિકતા જણાવો.

ઉકેલ ધારો કે વહનની ઝડપ υ છે. નળનો વ્યાસ d = 1.25 cm છે. દર સેકન્ડે બહાર આવતા પાણીનું કદ

$$Q = \upsilon \times \pi d^2 / 4$$

$$\upsilon = 4\,Q / d^2\pi$$

આ પરથી રેનોલ્ડ્સ અંકનો અંદાજ મેળવતાં,

$$R_e = 4\,\rho\,Q / \pi d\eta$$

$$= 4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times Q / (3.14 \times 1.25 \times 10^{-2} \text{ m} \times 10^{-3} \text{ Pa s})$$

$$= (1.019 \times 10^8 \text{ m}^{-3} \text{ s})\,(Q)$$

પ્રારંભમાં $Q = 0.48$ L/min = 8 cm^3/s = $8 \times 10^{-6}\ m^3\ s^{-1}$ હોવાથી R_e = 815 મળે.

આ 1000 કરતાં ઓછું હોવાથી, વહન સ્થાયી છે.

થોડી વાર પછી જ્યારે Q = 3 L/min = 50 cm^3/s = $5 \times 10^{-5}\ m^3\ s^{-1}$ હોય ત્યારે R_e = 5095 મળે.

આ વહન પ્રક્ષુબ્ધ હશે. તમે તમારા વૉશ-બેસિનમાં સ્તરિય વહનથી પ્રક્ષુબ્ધ વહન સુધીની સંક્રાંતિ થતી નક્કી કરવા પ્રયોગ કરી શકો છે. ◀

10.7 પૃષ્ઠતાણ (SURFACE TENSION)

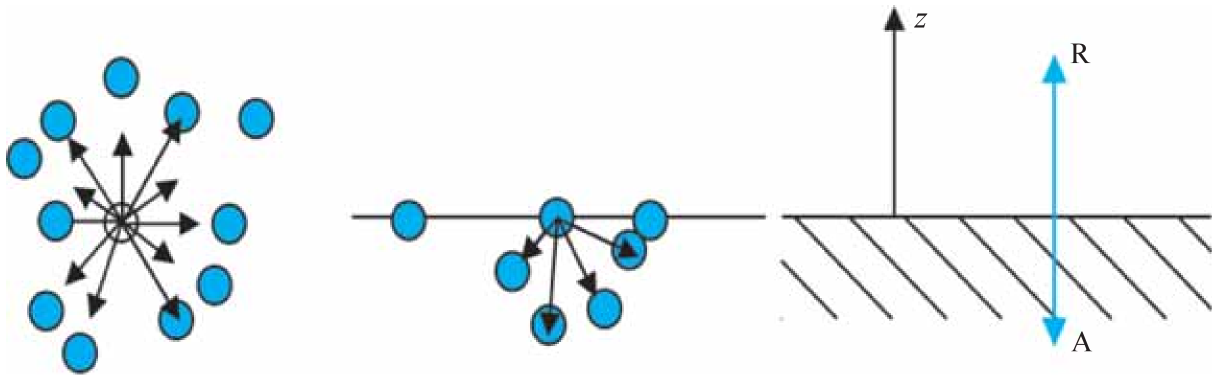
તમે કદાચ નોંધ્યું હશે કે તેલ અને પાણી ભળતાં નથી, પાણી આપણને ભીંજવે છે પણ બતકને ભીંજવતું નથી, પારો કાચને ભીંજવતો નથી પણ પાણી કાચને ચોંટીને રહે છે, ગુરુત્વ હોવા છતાં તેલ સુતરની વાટ પર ગુરુત્વથી વિરુદ્ધ ઊંચે ચઢે છે, પોષકરસ અને પાણી વૃક્ષનાં પાંદડાંઓની ટોચ સુધી ઊંચે ચડે છે, રંગવાના બ્રશના તાર જ્યારે સૂકા હોય કે પાણીમાં ડૂબેલા હોય ત્યારે એકબીજાને ચીટકીને રહેતા નથી પણ બહાર કાઢતાં તીક્ષ્ણ ટોચ બનાવે છે. આ બધા અને આવા બીજા ઘણા અનુભવો પ્રવાહીઓની મુક્ત સપાટીઓ સાથે સંબંધ ધરાવે છે. પ્રવાહીઓને કોઈ ચોક્કસ આકાર હોતો નથી પણ નિશ્ચિત કદ હોય છે તેથી જ્યારે તેમને પાત્રમાં રેડવામાં આવે ત્યારે એક મુક્ત સપાટી પ્રાપ્ત કરે છે. આ સપાટીઓ કેટલીક વધારાની ઊર્જા ધરાવે છે. આ ઘટનાને પૃષ્ઠતાણ કહે છે અને તે માત્ર પ્રવાહીને જ હોય છે કારણ કે વાયુઓને મુક્ત સપાટીઓ હોતી નથી. આપણે હવે આ ઘટના સમજીએ.

10.7.1 પૃષ્ઠઊર્જા (Surface Energy)

પ્રવાહીના અણુઓ વચ્ચેના આકર્ષણને લીધે પ્રવાહી એક સાથે રહે છે. પ્રવાહીની ઠીક ઠીક અંદરના ભાગમાં રહેલા કોઈ અણુનો વિચાર કરો. અણુઓ વચ્ચેનાં અંતરો એવાં છે કે તે આસપાસના બધા અણુઓ વડે આકર્ષાય છે [આકૃતિ 10.16 (a)]. આ આકર્ષણના પરિણામ સ્વરૂપે અણુને ઋણ સ્થિતિઊર્જા હોય છે, જે પસંદ કરેલા અણુની આસપાસ અણુઓની સંખ્યા અને વિતરણ પર આધાર રાખે છે. પરંતુ બધા અણુઓની સરેરાશ સ્થિતિઊર્જા એક સમાન હોય છે. એ હકીકત આ બાબતની પુષ્ટિ કરે છે કે આવા અણુઓનો સમૂહ (પ્રવાહી) લઈ, તેમાંના અણુઓને એકબીજાથી ખૂબ દૂર લઈ જઈ વાયુ કે બાષ્પ કરવા માટે જરૂરી બાષ્પાયન ઉષ્મા ઘણી વધારે હોય છે. પાણી માટે તે 40 kJ/molના ક્રમની છે.

હવે, આપણે સપાટીની નજીકના અણુનો વિચાર કરીએ, આકૃતિ 10.16 (b). તેનો નીચેનો અર્ધો ભાગ પ્રવાહી અણુઓથી ઘેરાયેલો છે. આને લીધે થોડીક ઋણ સ્થિતિઊર્જા હોય છે. પરંતુ સ્વાભાવિક રીતે જ તે જથ્થાની અંદર રહેલા એટલે કે પૂરેપૂરા અંદર રહેલા અણુની સ્થિતિઊર્જા કરતાં ઓછી ઋણ છે; લગભગ તેના કરતાં અડધી હોય છે. આમ પ્રવાહીની સપાટી પરના અણુઓ પાસે અંદરના અણુઓની સરખામણીએ થોડી વધારાની ઊર્જા હોય છે. આમ પ્રવાહી, જેટલે અંશે બાહ્ય પરિસ્થિતિ છૂટ આપે તેટલે અંશે, લઘુતમ પૃષ્ઠ ક્ષેત્રફળ ધરાવવાનું વલણ ધરાવે છે. પૃષ્ઠનું ક્ષેત્રફળ વધારવા માટે ઊર્જાની જરૂર પડે છે. મોટા ભાગની પૃષ્ઠ ઘટના આ હકીકતના પદમાં સમજી શકાય છે. અણુને સપાટી પર લાવવા જરૂરી ઊર્જા કેટલી હશે ? ઉપર જણાવ્યું તેમ પ્રવાહીમાંથી તેને સંપૂર્ણ દૂર કરવા માટે જરૂરી ઊર્જા કરતા લગભગ અડધી એટલે કે બાષ્પાયન ઉષ્મા કરતાં અડધી હોય છે.

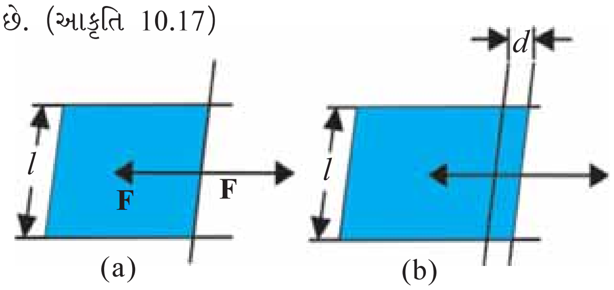
અંતે તો પૃષ્ઠ શું છે ? પ્રવાહીના અણુઓ આમતેમ ફરતા હોતા હોવાથી કોઈ સંપૂર્ણપણે તીક્ષ્ણ (sharp) સપાટી હોઈ શકે નહિ. આકૃતિ 10.16(c)માં દર્શાવેલ દિશામાં કેટલાક અણુઓના પરિમાણના ક્રમનું અંતર કાપતાં $z = 0$ આગળ પ્રવાહીના અણુઓની સંખ્યાઘનતા ઝડપથી ઘટીને શૂન્ય બને છે.



આકૃતિ 10.16 *પ્રવાહીમાં સપાટી પર અણુઓની અને બળોના સંતુલનની સંજ્ઞાત્મક આકૃતિ. (a) પ્રવાહીની અંદરનો અણુ. અણુ પર બીજાઓને લીધે લાગતાં બળો દર્શાવ્યાં છે. તીરની દિશા આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ દર્શાવે છે. (b) તે જ બાબતો સપાટી પરના અણુ માટે (c) આકર્ષક (A) અને અપાકર્ષક (R) બળોનું સંતુલન*

10.7.2 પૃષ્ઠઊર્જા અને પૃષ્ઠતાણ (Surface Energy and Surface Tension)

આપણે ચર્ચા કરી તે મુજબ પ્રવાહીના પૃષ્ઠ સાથે વધારાની ઊર્જા સંકળાયેલી છે. કદ જેવી બીજી બાબતો અચળ રાખીને વધારે પૃષ્ઠ (સપાટી)ના સર્જન (એટલે કે સપાટીમાં વધારો કરવા) માટે વધારાની ઊર્જાની જરૂર પડે છે. આ સમજવા માટે એક પ્રવાહીની સમક્ષિતિજ કપોટી (film)નો વિચાર કરો, જેના છેડા પરનો તાર સમાંતરબાજુઓ પર સરકવા માટે મુક્ત છે. (આકૃતિ 10.17)



આકૃતિ 10.17 *એક કપોટીને ખેંચીને વિસ્તારવી. (a) સંતુલનમાં રહેલી કપોટી (b) કપોટીને થોડા વધારાના અંતર સુધી ખેંચેલી છે.*

ધારો કે આપણે આકૃતિ મુજબ તારને થોડાક અંતર d સુધી ખસેડેલ છે. પૃષ્ઠનું ક્ષેત્રફળ વધતું હોવાથી તંત્ર પાસે હવે વધુ ઊર્જા છે, એટલે કે આંતરિક બળની વિરુદ્ધમાં કંઈક કાર્ય કરવામાં આવ્યું છે. ધારો કે આ આંતરિક બળ F છે. બાહ્ય બળ વડે થતું કાર્ય $\mathbf{F}\cdot\mathbf{d}$ = Fd. ઊર્જા-સંરક્ષણ અનુસાર આ કાર્ય વધારાની ઊર્જા તરીકે કપોટીમાં સંગ્રહીત થાય છે. જો એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ કપોટીની પૃષ્ઠઊર્જા S હોય, તો ક્ષેત્રફળનો વધારો $2\,dl$ છે. કપોટીને બે બાજુઓ અને વચ્ચે પ્રવાહી છે આથી બે સપાટી છે અને વધારાની ઊર્જા

$$S(2dl) = Fd \qquad (10.23)$$

અથવા $$S = Fd / (2dl) = F / 2l \qquad (10.24)$$

આ રાશિ પૃષ્ઠતાણનું માપ છે. તે પ્રવાહીની આંતરસપાટીના એકમ ક્ષેત્રફળમાં રહેલી પૃષ્ઠઊર્જા જેટલી છે અને તે તરલ વડે તાર પર એકમ લંબાઈ દીઠ લાગતું બળ છે. અત્યાર સુધી આપણે એક પ્રવાહીની સપાટીની વાત કરી છે. વ્યાપક રીતે, આપણે એક તરલ સપાટી, બીજા તરલ કે ઘન સપાટીઓના સંપર્કમાં હોય તેનો વિચાર કરવો જોઈએ, તેવા કિસ્સામાં, પૃષ્ઠતાણ સપાટીની બંને બાજુએ આવેલાં દ્રવ્યો પર આધાર રાખે છે. દાખલા તરીકે, જો દ્રવ્યોનાં અણુઓ એકબીજાને આકર્ષતાં હશે તો પૃષ્ઠઊર્જા ઘટે છે અને જો તેઓ અપાકર્ષતાં હશે તો પૃષ્ઠઊર્જા વધે છે. આમ, વધુ યથાર્થ રીતે તો, પૃષ્ઠઊર્જા એ બે દ્રવ્યો વચ્ચેની આંતરસપાટીની ઊર્જા છે અને તે આ બંને દ્રવ્યો પર આધારિત છે.

ઉપરનામાંથી આપણે નીચેનાં અવલોકનો કરીએ :

(i) પૃષ્ઠતાણ એ પ્રવાહીના સમતલ અને બીજા પદાર્થ વચ્ચેની આંતરસપાટીમાં એકમ લંબાઈ દીઠ લાગતું બળ (અથવા એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ પૃષ્ઠઊર્જા) છે. તે આંતરસપાટી પરના અણુઓ પાસે રહેલી અંતરિયાળ ભાગમાંના અણુઓની સરખામણીએ વધારાની ઊર્જા પણ છે.

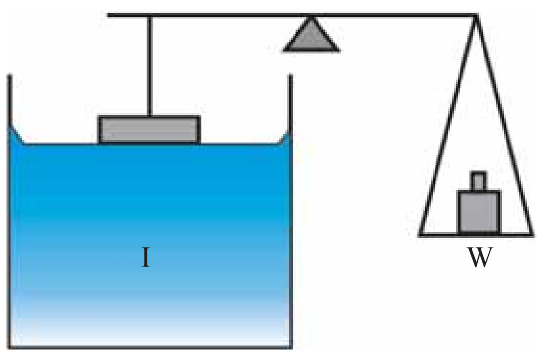
(ii) આંતરસપાટીની સીમાઓ સિવાયના કોઈ પણ બિંદુએ આપણે એક રેખા દોરીએ તો રેખાની બંને બાજુએ રેખાને લંબરૂપે, એકમ લંબાઈ દીઠ પૃષ્ઠતાણનાં બળ સમાન અને વિરુદ્ધ દિશામાં તેમજ, આંતરસપાટીના સમતલમાં હોય છે. આથી આ રેખા સંતુલનમાં છે. વધુ ચોક્કસ બનવા માટે, સપાટી પર અણુઓ કે પરમાણુઓની એક રેખા કલ્પો. ડાબી બાજુના પરમાણુઓ રેખાને તેમની તરફ અને જમણી બાજુના પરમાણુઓ રેખાને તેમની તરફ ખેંચે છે. આ પરમાણુઓની રેખા તણાવ હેઠળ સંતુલનમાં રહેલી છે. જો આ રેખા આંતરસપાટીના છેડા પર હોય, તો આકૃતિ 10.16 (a) અને (b) મુજબ એકમ લંબાઈ દીઠ બળ S સપાટી પર ફક્ત અંદર તરફ લાગે છે.

કોષ્ટક 10.3 જુદાં જુદાં પ્રવાહીઓનાં પૃષ્ઠતાણ દર્શાવે છે. પૃષ્ઠતાણનું મૂલ્ય તાપમાન પર આધાર રાખે છે. શ્યાનતાની જેમ પ્રવાહીનું પૃષ્ઠતાણ તાપમાન સાથે ઘટે છે.

કોષ્ટક 10.3 કેટલાંક પ્રવાહીઓનાં જુદાં જુદાં તાપમાને પૃષ્ઠતાણ તેમની બાષ્પાયન ઉષ્મા સાથે દર્શાવ્યાં છે.

પ્રવાહી	તાપમાન°C	પૃષ્ઠતાણ (N/m)	બાષ્પાયન ઉષ્મા (kJ/mol)
હિલિયમ	-270	0.000239	0.115
ઑક્સિજન	-183	0.0132	7.1
ઈથેનોલ	20	0.0227	40.6
પાણી	20	0.0727	44.16
પારો	20	0.4355	63.2

જો તરલ અને ઘન વચ્ચેની પૃષ્ઠઊર્જા, ઘન-હવા વચ્ચેની અને તરલ-હવા વચ્ચેની પૃષ્ઠઊર્જાના સરવાળા કરતાં ઓછી હોય, તો તરલ તે ઘન સપાટીને ચીટકીને (ચોંટીને) રહે છે. વળી ઘન સપાટી અને પ્રવાહી વચ્ચે આકર્ષણ (cohesion-સંસક્તિ) છે. તે આકૃતિ 10.18 મુજબ પ્રાયોગિક રીતે માપી શકાય છે. તુલાની એક ભુજા સાથે એક પાત્રમાં રહેલા પ્રવાહીમાં કાચની એક સપાટ તક્તી ઊર્ધ્વ રાખેલ છે. આ તક્તીની સમક્ષિતિજ ધારને પાણીથી સહેજ ઊંચે રાખી બીજી ભુજામાં મૂકેલા વજન વડે સમતુલિત કરવામાં આવે છે. પાત્રને સહેજ ઊંચે પ્રવાહી કાચની પ્લેટને સહેજ સ્પર્શે અને પૃષ્ઠતાણને લીધે તેને સહેજ નીચે ખેંચે તેટલું લઈ જવામાં આવે છે. ત્યાર બાદ પ્લેટ પાણીથી છૂટી પડે ત્યાં સુધી વજન ઉમેરવામાં આવે છે.



આકૃતિ **10.18** *પૃષ્ઠતાણ માપવું*

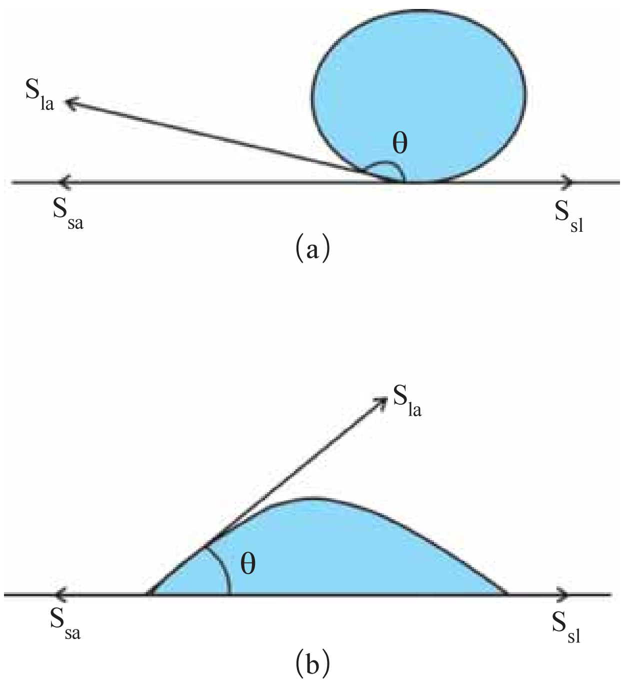
ધારો કે વધારાનું જરૂરી વજન W છે. સમીકરણ 10.24 અને ત્યાં કરેલી ચર્ચા પરથી, પ્રવાહી-હવા આંતરસપાટીનું પૃષ્ઠતાણ

$$S_{la} = (W/2l) = (mg/2l) \qquad (10.25)$$

જ્યાં m = વધારાનું દળ અને l પ્લેટની ધારની લંબાઈ છે. અહીં નિમ્નાક્ષર (subscript/(la)), એ પ્રવાહી-હવા (liquid-air) આંતરસપાટીના તણાવની વાત થાય છે, એમ દર્શાવે છે.

10.7.3 સંપર્કકોણ (Angle of contact)

પ્રવાહીની સપાટી બીજા માધ્યમ સાથેના સંપર્ક સમતલ આગળ સામાન્ય રીતે વક્ર હોય છે. સંપર્ક બિંદુએ પ્રવાહીની સપાટીને સ્પર્શક અને ઘન સપાટી વચ્ચે પ્રવાહીની અંદરના કોણને સંપર્કકોણ કહે છે. તેને θ વડે દર્શાવાય છે. તે પ્રવાહીઓ અને ઘન પદાર્થોની જુદી જુદી જોડ (pairs)ની આંતરસપાટીઓ આગળ જુદો જુદો હોય છે. પ્રવાહી ઘન સપાટી પર ફેલાઈ જશે (spread) કે તેના પર નાનાં બુંદ (droplets) રચશે તે θના મૂલ્ય દ્વારા નક્કી થાય છે. દાખલા તરીકે પાણી કમળની પાંખડી પર આકૃતિ 10.19 (a)માં દર્શાવ્યા મુજબ નાનાં બુંદ રચે છે જ્યારે આકૃતિ 10.19(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ સ્વચ્છ પ્લાસ્ટિક પ્લેટ પર ફેલાઈ જાય છે.



આકૃતિ **10.19** *આંતરસપાટીઓમાંના તણાવ અને પાણીનાં બુંદ (ટીપાં)નાં જુદા જુદા આકારો (a) કમળની પાંખડી પર (b) સ્વચ્છ પ્લાસ્ટિક પ્લેટ પર*

આકૃતિ 10.19(a) અને (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રવાહી-હવા, ઘન-હવા અને ઘન-પ્રવાહી આંતરસપાટીઓમાંના અનુક્રમે S_{la}, S_{sa} અને S_{sl} વડે દર્શાવેલ ત્રણ પૃષ્ઠતાણોનો વિચાર કરીએ. સંપર્ક રેખા પર ત્રણ માધ્યમો વચ્ચેનાં પૃષ્ઠબળો સંતુલિત થવાં જોઈએ. આકૃતિ 10.19 (b) પરથી નીચેનો સંબંધ સહેલાઈથી મેળવી શકાય :

$S_{la} \cos\theta + S_{sl} = S_{sa}$ (10.26)

જો પાણી-પાંખડી આંતરસપાટીના કિસ્સાની જેમ $S_{sl} > S_{sa}$ તો θ ગુરુકોણ ($\theta > 90°$) હોય છે અને પાણી-પ્લાસ્ટિક આંતરસપાટીના કિસ્સાની જેમ $S_{sl} < S_{sa}$ હોય, તો θ લઘુકોણ ($\theta < 90$) હોય છે. જ્યારે θ ગુરુકોણ હોય છે ત્યારે પ્રવાહીના પોતાના અણુઓ એકબીજા સાથે વધુ પ્રબળતાથી આકર્ષાયેલા હોય છે અને ઘનના અણુઓ સાથે નિર્બળ આકર્ષણ ધરાવે છે. આથી પ્રવાહી-ઘન સપાટી રચવા માટે ઘણી વધુ ઊર્જા ખર્ચવી પડે છે અને પ્રવાહી ઘનને ભીંજવતું નથી. મીણવાળી કે તેલવાળી સપાટી પર પાણી માટે આવું જ થાય છે અને પારા માટે કોઈ પણ સપાટી પર આવું થાય છે. બીજી તરફ જો પ્રવાહીના અણુઓ ઘનના અણુઓ પ્રત્યે પ્રબળતાથી આકર્ષાય છે તો S_{sl} ઘટે છે અને તેથી $\cos\theta$માં વધારો અથવા θમાં ઘટાડો થાય છે. આ કિસ્સામાં θ લઘુકોણ છે. આવું કાચ કે પ્લાસ્ટિક પ્લેટ પર પાણી માટે અને લગભગ કોઈ પણ સપાટી પર કેરોસીન માટે થાય છે (તે ફેલાય છે). સાબુ, ડિટર્જન્ટ્સ અને રંગવાના પદાર્થો ભીંજવતાં (આર્દ્ર) માધ્યમો (Agents) છે. જ્યારે તેમને ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે સંપર્કકોણ નાનો બને છે અને તેઓ વધારે અંદર સુધી ઘૂસી જઈ શકે છે અને અસરકારક બને છે. બીજી તરફ, વૉટર પ્રૂફિંગ એજન્ટ, પાણી અને રેસાઓ વચ્ચે મોટો સંપર્કકોણ રચવા માટે ઉમેરવામાં આવે છે.

10.7.4 બુંદ અને પરપોટા (Drops and Bubbles)

પૃષ્ઠતાણનું એક પરિણામ એ છે કે, જો ગુરુત્વાકર્ષણની અસર અવગણી શકાય તેમ હોય તો પ્રવાહીનાં બુંદ અને પરપોટા મુક્ત અવસ્થામાં ગોળાકાર હોય છે. હાઈ-સ્પીડ સ્પ્રે અથવા જેટમાં તમે નાનાં ટીપાં રચાતાં અને બાળપણમાં ઉડાડેલા સાબુના પરપોટા જોયાં હશે. બુંદ અને પરપોટા ગોળાકાર કેમ હોય છે ? સાબુનો પરપોટો કેવી રીતે સ્થાયી (Stable) રહે છે ?

આપણે ઘણી વાર કહ્યું છે તેમ પ્રવાહી-હવા આંતરસપાટીને ઊર્જા હોય છે, આથી આપેલા કદ માટે લઘુતમ ઊર્જા ધરાવતી સપાટીનું ક્ષેત્રફળ લઘુતમ હોય છે. ગોળાને આ ગુણધર્મ હોય છે. જોકે તે આ પુસ્તકની મર્યાદાની બહાર છે પણ તમે એ ચકાસી શકો છો કે ઓછામાં ઓછું આ બાબતમાં ગોળો ઘન કરતાં વધુ સારો છે. આથી જો ગુરુત્વ અને બીજાં બળો (દાખલા તરીકે હવાનો અવરોધ) બિનઅસરકારક હોય, તો પ્રવાહીનાં બુંદ ગોળાકાર હોય છે.

પૃષ્ઠતાણનું બીજું એક રસપ્રદ પરિણામ એ છે કે ગોળાકાર બુંદની અંદરનું દબાણ બહારના દબાણ કરતાં વધુ હોય છે (આકૃતિ 10.20). ધારો કે r ત્રિજ્યાનું એક ગોળાકાર બુંદ સંતુલનમાં છે. તેની ત્રિજ્યામાં Δr જેટલો વધારો કરીએ તો વધારાની પૃષ્ઠઊર્જા

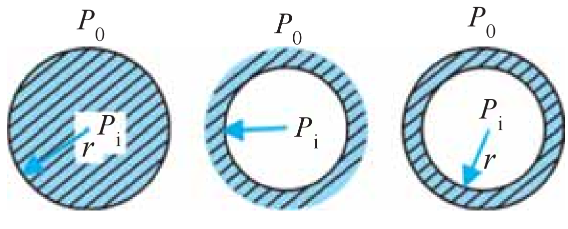
$[4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2]S_{la} = 8\pi r\, \Delta r\, S_{la}$ હોય.(10.27)

જો આ બુંદ સંતુલનમાં હોય તો ખર્ચવી પડતી આ ઊર્જા, બુંદના અંદરના અને બહારના દબાણ-તફાવતની અસર હેઠળ વિસ્તરણમાં પ્રાપ્ત ઊર્જા જેટલી થવી જોઈએ. આ વિસ્તરણમાં થતું કાર્ય

$W = (P_i - P_0)\, 4\pi r^2\, \Delta r$ (10.28)

આથી, $(P_i - P_0) = (2\, S_{la} / r)$ (10.29)

વ્યાપક રીતે, પ્રવાહી-વાયુ આંતરસપાટી માટે બહિર્ગોળ બાજુએથી થતા દબાણ કરતાં, અંતર્ગોળ બાજુએથી થતું દબાણ વધુ હોય છે. દાખલા તરીકે પ્રવાહીમાં રહેલા હવાના પરપોટાની અંદરનું દબાણ વધુ હોય છે. જુઓ આકૃતિ 10.20(b).



આકૃતિ 10.20 *r ત્રિજ્યાના બુંદ, બખોલ (Cavity) અને પરપોટો (બખોલનું ઉદાહરણ પ્રવાહીની અંદર રચાયેલો પરપોટો)*

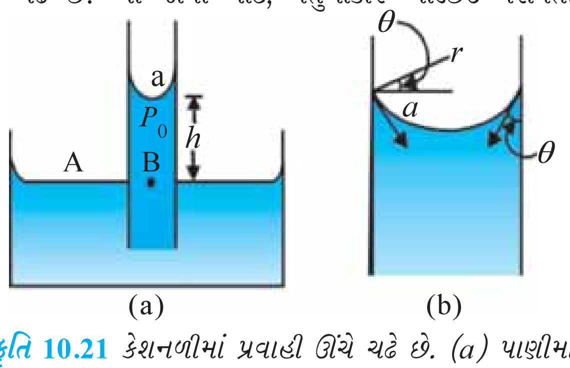
પરપોટો (આકૃતિ 10.20(c)) એ બુંદ અને કેવીટીથી જુદો પડે છે, તેને બે આંતરસપાટી હોય છે. ઉપરનો તર્ક લાગુ પાડતાં આપણને પરપોટા માટે

$(P_i - P_0) = (4\, S_{la} / r)$ મળે છે. (10.30)

આને લીધે સાબુનો પરપોટો રચવા માટે તમારે જોરથી ફૂંક મારવી પડે, પણ બહુ જોરથી નહિ. અંદરના ભાગમાં હવાનું દબાણ થોડું વધારે જરૂરી છે.

10.7.5 કેશનળીમાં પ્રવાહીનું ઊંચે ચઢવું (Capillary Rise)

પ્રવાહી-હવાની વક્ર આંતરસપાટીની અંદર અને બહારના દબાણ-તફાવતનું એક પરિણામ એ બહુ જાણીતી અસર છે કે પાણી સાંકડી નળીમાંથી ગુરુત્વાકર્ષણની વિરુદ્ધમાં પણ ઊંચે ચઢે છે. Capilla શબ્દનો લેટિનમાં અર્થ વાળ છે, જો નળી વાળ જેટલી પાતળી (સાંકડી) હોય, તો પ્રવાહી વધારે ઊંચે ચઢે છે. આ જોવા માટે, વર્તુળાકાર આડછેદ ધરાવતી



આકૃતિ 10.21 *કેશનળીમાં પ્રવાહી ઊંચે ચઢે છે. (a) પાણીમાં ડુબાડેલ છેડાવાળી કેશનળીનું રેખાચિત્ર (b) આંતરસપાટી આગળનું વિવર્ધિત કરેલ ચિત્ર*

ઊર્ધ્વ કેશનળી (ત્રિજ્યા a)ને પાણીભરેલા ખુલ્લા પાત્રમાં અંશતઃ ડુબાડેલી છે. (આકૃતિ 10.21). પાણી અને કાચ વચ્ચેનો સંપર્કકોણ લઘુકોણ છે. આમ **કેશનળીમાં પાણીની સપાટી અંતર્ગોળ છે. આનો અર્થ એ છે કે ટોચની સપાટીની બે બાજુએ અમુક દબાણ-તફાવત છે. તે**

$$(P_i - P_0) = (2S/r) = 2S/(a \sec \theta)$$
$$= (2S/a) \cos \theta \qquad (10.31)$$

આમ, નળીમાં બરાબર મિનિસ્કસ (હવા-પાણી આંતરસપાટી) પાસે પાણીની અંદર દબાણ, વાતાવરણના દબાણ કરતાં ઓછું છે. આકૃતિ 10.21(a) મુજબ બે બિંદુઓ A અને B વિચારો. તેઓ એક સમાન દબાણે હોવાં જોઈએ. આમ, અહીં $P_i = P_a = P_A = P_B$ છે.

$$P_0 + h \rho g = P_i = P_A \qquad (10.32)$$

જ્યાં ρ પાણીની ઘનતા અને *h* કેશનળીમાં ઊંચે ચઢેલ પ્રવાહી સ્તંભની ઊંચાઈ છે. (આકૃતિ 10.21(a)). સમીકરણ (10.31) અને (10.32) પરથી,

$$h \rho g = (P_i - P_0) = (2S\cos\theta) / a \qquad (10.33)$$

અત્રે કરેલી ચર્ચા અને સમીકરણ (10.28) અને (10.29) પરથી સ્પષ્ટ છે કે, કેશનળીમાં પ્રવાહી પૃષ્ઠતાણને લીધે ઊંચે ચઢે છે. ત્રિજ્યા a જેમ નાની હોય તેમ સ્તંભની ઊંચાઈ વધુ હોય છે. કાચની સાંકડી કેશનળીઓ માટે તે થોડા cmના ક્રમની હોય છે. દાખલા તરીકે, જો $a = 0.05$ cm હોય, તો પાણીના પૃષ્ઠતાણના મૂલ્ય (કોષ્ટક 10.3)નો ઉપયોગ કરતાં, (અને પાણી-કાચ માટે $\theta = 0$ હોવાથી)

$$h = 2S/(\rho g a)$$
$$= \frac{2 \times (0.073\,\text{N m}^{-1})}{(10^3\ \text{kg m}^{-3})(9.8\ \text{m s}^{-2})(5 \times 10^{-4}\text{m})}$$
$$= 2.98 \times 10^{-2}\ \text{m} = 2.98\ \text{cm}$$

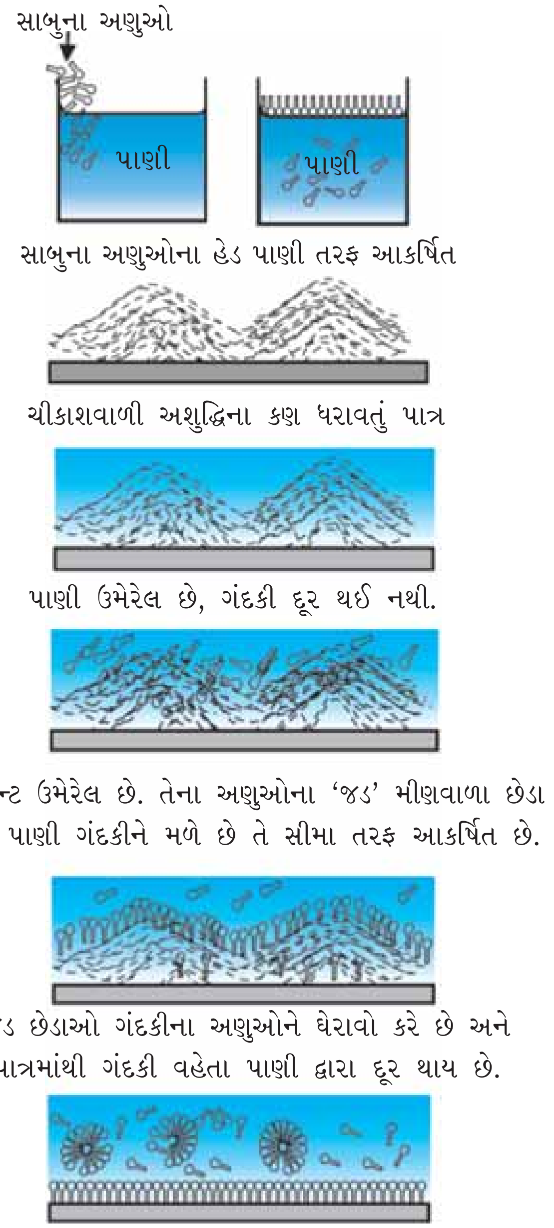
નોંધો કે જો પ્રવાહીનો મિનિસ્કસ બહિર્ગોળ હોય (દા.ત., પારા માટે) એટલે કે $\cos\theta$ ઋણ હોય તો સમીકરણ (10.32) પરથી સ્પષ્ટ છે કે કેશનળીમાં પ્રવાહી નીચે ઊતરશે !

10.7.6 ડિટર્જન્ટ્સ અને પૃષ્ઠતાણ (Detergents and Surface Tension)

આપણે સુતરાઉ કે બીજા કાપડ પર લાગેલા ગ્રીઝ કે તેલના ડાઘવાળાં ગંદા કપડાંઓને પાણીમાં ડિટર્જન્ટ્સ કે સાબુ ઉમેરીને તેમાં કપડાંને બોળીને અને હલાવીને સાફ કરીએ છીએ. આ પ્રક્રિયાને આપણે વધુ સારી રીતે સમજીએ.

પાણી વડે ધોવાથી ગ્રીઝના ડાઘ જતા નથી. આનું કારણ એ છે કે પાણી ચીકાશવાળી અશુદ્ધિને ભીંજવતું નથી, એટલે કે તેમની વચ્ચે સંપર્કનું ક્ષેત્રફળ ઘણું ઓછું હોય છે. જો પાણી ચીકાશવાળા પદાર્થ (grease)ને ભીંજવી શકે તો પાણીનો પ્રવાહ થોડા ગ્રીઝને તેની સાથે દૂર લઈ જાય. ડિટર્જન્ટ્સ મારફતે આવું કંઈક કરવામાં આવે છે. ડિટર્જન્ટના અણુઓ હૅર-પિન (hair pin) આકારના હોય છે. તેનો એક છેડો પાણી અને બીજો છેડો ગ્રીઝ, તેલ કે મીણ તરફ આકર્ષિત હોય છે અને આમ પાણી-તેલ આંતરસપાટીઓ રચવા માટે પ્રયત્નશીલ છે. આ પરિણામ આકૃતિ 10.22માં આકૃતિઓની શ્રેણી રૂપે દર્શાવેલ છે.

આપણી ભાષામાં, આપણે એમ કહીએ કે ડિટર્જન્ટ ઉમેરતાં તેના અણુઓ એક તરફ પાણી અને બીજી તરફ તેલ (કે તેવા પદાર્થ)ને આકર્ષે છે. તેથી પૃષ્ઠતાણ S (પાણી-તેલ) ઘણું ઘટી જાય છે. કદાચ, આવી અશુદ્ધિના ગોળા ડિટર્જન્ટથી અને પછી પાણીથી ઘેરાયેલ હોય તેવી-આંતરસપાટીઓ રચવાનું ઊર્જાની દૃષ્ટિએ પણ સાનુકૂળ (favourable) હોય છે. પૃષ્ઠ સક્રિય ડિટર્જન્ટ્સ (અથવા surfactants) વાપરતી આ પ્રકારની પ્રક્રિયાઓ માત્ર સફાઈકામમાં નહિ પણ તેલ, ખનિજ, કાચી ધાતુની પુનઃપ્રાપ્તિમાં પણ મહત્ત્વની છે.



આકૃતિ **10.22** ડિટર્જન્ટ અણુઓ શું કરે છે તેના પદમાં ડિટર્જન્ટ-પ્રક્રિયા

ઉદાહરણ 10.12 2.00 mm વ્યાસની એક કશનળીનો નીચેનો છેડો બીકરમાંના પાણીની સપાટીથી 8.00 cm નીચે સુધી ડુબાડેલ છે. નળીના પાણીમાંના છેડા આગળ એક અર્ધગોળાકાર પરપોટો રચવા માટે નળીમાં કેટલું દબાણ જરૂરી છે ? પ્રયોગના તાપમાને પાણીનું પૃષ્ઠતાણ 7.30×10^{-2} Nm^{-1} છે. એક વાતાવરણ દબાણ 1.01×10^5 Pa છે. પાણીની ઘનતા = 1000 kg/m^3, g = 9.80 m s^{-2}. વધારાના દબાણની પણ ગણતરી કરો.

ઉકેલ પ્રવાહીની અંદર વાયુના પરપોટાની અંદરનું વધારાનું દબાણ $2\,S/r$, છે જ્યાં S એ પ્રવાહી-વાયુ આંતરસપાટીનું પૃષ્ઠતાણ છે. તમારે એ નોંધવું જોઈએ કે અત્રે ફક્ત એક જ પ્રવાહી-સપાટી છે. (વાયુમાં પ્રવાહીના પરપોટા માટે બે પ્રવાહી-સપાટીઓ છે આથી તે કિસ્સામાં વધારાના દબાણનું સૂત્ર $4\,S/r$ છે.) પરપોટાની ત્રિજ્યા r છે. હવે પરપોટાની બહારનું દબાણ P_o, વાતાવરણના દબાણ વત્તા પાણીના 8.00 cm સ્તંભના દબાણ જેટલું છે એટલે કે,

$$P_o = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 0.08 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 1.01784 \times 10^5 \text{ Pa}$$

આથી, પરપોટાની અંદરનું દબાણ

$$P_i = P_o + 2\,S/r$$

$$= 1.01784 \times 10^5 \text{ Pa} + (2 \times 7.3\, 10^{-2} \text{ Pa m}/10^{-3} \text{ m})$$

$$= (1.01784 + 0.00146) \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= 1.02 \times 10^5 \text{ Pa}$$

જ્યાં, પરપોટાની ત્રિજ્યા કશનળીની ત્રિજ્યા જેટલી લીધેલી છે, કારણ કે પરપોટો અર્ધગોળાકાર છે. (જવાબ ત્રણ સાર્થક અંકો સુધી round off કરેલ છે.) પરપોટાની અંદરનું વધારાનું દબાણ 146 Pa છે.

સારાંશ

1. તરલનો મૂળભૂત ગુણધર્મ એ છે કે તે વહી શકે છે. તરલને આકારના ફેરફારનો કોઈ વિરોધ હોતો નથી. આમ, તરલનો આકાર પાત્રના આકાર દ્વારા નિયંત્રિત થાય છે.
2. પ્રવાહી અદબનીય છે અને તેને પોતાની મુક્ત સપાટી હોય છે. વાયુ દબનીય છે અને જે પણ મળે તે સમગ્ર અવકાશમાં વિસ્તરે છે.
3. જો તરલ વડે A ક્ષેત્રફળ પર લંબરૂપે લગાડાતું બળ F હોય, તો સરેરાશ દબાણ P_{av}ને બળ અને ક્ષેત્રફળના ગુણોત્તર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

   $$P_{av} = \frac{F}{A}$$

4. દબાણનો એકમ Pascal (Pa) છે. તે N m^{-2}ને સમાન છે. દબાણના બીજા સામાન્ય એકમો આ મુજબ છે :

   1 atm = 1.01×10^5 Pa

   1 bar = 10^5 Pa

   1 torr = 133 Pa = 0.133 kPa

   1 mm of Hg = 1 torr = 133 Pa
5. પાસ્કલનો નિયમ જણાવે છે કે, સ્થિર તરલમાં સમાન ઊંચાઈએ રહેલાં બિંદુઓ આગળ દબાણ એક સમાન હોય છે. બંધ પાત્રમાં રહેલા તરલ પર લગાડેલા દબાણનો ફેરફાર તરલના દરેક બિંદુએ અને પાત્રની દીવાલ પર ઘટ્યા વિના પહોંચે છે.
6. તરલમાં દબાણ ઊંડાઈ h સાથે $P = P_a + \rho g h$ સૂત્ર મુજબ બદલાય છે, જ્યાં ρ એ તરલની ઘનતા છે, જેને અચળ ગણેલી છે.
7. સ્થાયી વહનમાં અનિયમિત આડછેદની નળીમાં કોઈ પણ બિંદુ આગળથી દર સેકન્ડે પસાર થતા અદબનીય તરલનું કદ એક સમાન હોય છે.

   υA = અચળ (υ વેગ છે અને A આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે.) આ સમીકરણ અદબનીય તરલના વહનમાં દળ-સંરક્ષણને લીધે મળે છે.
8. બર્નુલીનો સિદ્ધાંત જણાવે છે કે ધારારેખાની સાથે આપણે જેમ આગળ વધીએ તેમ દબાણ (P), એકમ કદ દીઠ ગતિઊર્જા ($\rho\upsilon^2/2$) અને એકમ કદ દીઠ સ્થિતિઊર્જા ($\rho g y$)નો સરવાળો અચળ રહે છે.

   $P + \rho\upsilon^2/2 + \rho g y$ = અચળ.

આ સમીકરણ મૂળભૂત રીતે સ્થાયી વહનમાં અદબનીય તરલને લગાડેલું ઊર્જા-સંરક્ષણ છે. કોઈ તરલને શૂન્ય શ્યાનતા નથી, તેથી ઉપર્યુક્ત કથન માત્ર આશરા પડતું સાચું છે. શ્યાનતા એ ઘર્ષણ જેવું છે અને ગતિ-ઊર્જાનું ઉષ્માઊર્જામાં રૂપાંતર કરે છે.

9. તરલમાં આકાર વિકૃતિ માટે આકાર પ્રતિબળની જરૂર ન હોવા છતાં, જ્યારે તરલ પર આકાર પ્રતિબળ લગાડવામાં આવે છે ત્યારે ગતિ ઉદ્‌ભવે છે જે સમય સાથે આકાર-વિકૃતિમાં વધારો કરે છે. આકાર પ્રતિબળ અને આકાર વિકૃતિના સમય-દરના ગુણોત્તરને શ્યાનતા ગુણાંક η કહે છે, જ્યાં સંજ્ઞાને પ્રચલિત અર્થ છે અને આ પ્રકરણના લખાણમાં વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે.

10. સ્ટૉક્સનો નિયમ જણાવે છે કે શ્યાન તરલમાંથી, a ત્રિજ્યા ધરાવતા અને $\mathbf{v}$ વેગથી ગતિ કરતા ગોળા પર લાગતું શ્યાન બળ $\mathbf{F} = -6\pi\eta a\mathbf{v}$ છે.

11. તરલમાં વિક્ષુબ્ધતાનું રચાવું/હોવું રેનોલ્ડ્ઝ અંક R_e, તરીકે ઓળખાતા પરિમાણરહિત પ્રાચલ દ્વારા નક્કી થાય છે. જે $R_e = \rho v d/\eta$ પરથી મળે છે જ્યાં d એ તરલના વહન સાથે સંકળાયેલ વિશિષ્ટ ભૌમિતિક લંબાઈ છે અને બીજી સંજ્ઞાઓને પ્રચલિત અર્થ છે.

12. પૃષ્ઠતાણ એ પ્રવાહી અને સીમા રચતી સપાટીની આંતરસપાટીના સમતલમાં એકમ લંબાઈ દીઠ બળ (અથવા એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ સપાટી ઊર્જા) છે. તે આંતરસપાટી પરના અણુઓ પાસે અંતરિયાળ અણુઓની સરખામણીમાં રહેલી વધારાની ઊર્જા છે.

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. દબાણ એ અદિશ રાશિ છે. "એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ બળ" તરીકે દબાણની વ્યાખ્યા દબાણ સદિશ હોવાની ખોટી છાપ ઊભી કરી શકે છે. વ્યાખ્યામાં અંશમાં આવતું બળ એ જેના પર તે લાગે છે તે ક્ષેત્રફળને લંબરૂપે બળનો ઘટક છે. તરલને કણ અને દૃઢ વસ્તુ કરતાં અલગ તરીકે વર્ણવવામાં યંત્રશાસ્ત્રની જરૂર છે. આપણે તરલમાં બિંદુએ બિંદુએ બદલાતા જતા ગુણધર્મો જાણવા માગીએ છીએ.

2. આપણે તરલનું દબાણ માત્ર પાત્રની દીવાલ જેવા ઘન પદાર્થ પર કે તરલમાં ડૂબેલા ઘન દ્રવ્યના ટુકડા પર લાગે તેમ વિચારવું ન જોઈએ. તરલના દરેક બિંદુએ દબાણ હોય જ છે. તરલનો એક ખંડ (આકૃતિ 10.2માં દર્શાવ્યા જેવો) સંતુલનમાં એટલા માટે છે કે જુદી જુદી બાજુઓ પર લાગતાં દબાણ સરખાં હોય છે.

3. દબાણનું સૂત્ર $P = P_a + \rho g h$ એ ત્યારે સત્ય છે કે જ્યારે તરલ અદબનીય હોય છે. વ્યવહારમાં કહીએ તો તેવાં પ્રવાહીઓ માટે સત્ય છે, જેઓ મહદંશે અદબનીય છે અને તે ઊંચાઈ સાથે અચળ હોય છે.

4. ગેજ દબાણ એ વાસ્તવિક દબાણ અને વાતાવરણના દબાણ વચ્ચેનો તફાવત છે. ઘણી દબાણ-માપક રચનાઓ ગેજ દબાણ માપે છે, તેઓમાં ટાયર દબાણ ગેજ અને બ્લડ પ્રેશર ગૉજ (સ્ફિગ્મોમૅનોમીટર)નો સમાવેશ થાય છે.

5. ધારારેખા એ તરલ વહનનો નકશો છે. સ્થાયી વહનમાં બે ધારારેખાઓ એકબીજીને છેદતી નથી કારણ કે જો તેમ હોત તો તેનો અર્થ એ થાય કે તે બિંદુએ તરલ કણને બે શક્ય વેગ હોય.

6. બર્નુલીનો સિદ્ધાંત તરલમાં શ્યાનતાની હાજરીમાં સત્ય રહેતો નથી (લાગુ પડતો નથી.) એ સ્થિતિમાં વ્યય કરનારા શ્યાનતા બળ દ્વારા થતું કાર્ય ધ્યાનમાં લેવું પડે અને P_2 (આકૃતિ 10.9) સમીકરણ 10.12 થી મળતા મૂલ્ય કરતાં ઓછું હોય છે.

7. તાપમાન વધે તેમ પ્રવાહીના અણુઓ વધુ ગતિશીલ બને અને શ્યાનતાગુણાંક η ઘટે છે. વાયુમાં તાપમાનનો વધારો અસ્તવ્યસ્ત ગતિમાં વધારો કરે છે અને η વધે છે.

8. વિક્ષુબ્ધતા રચાવા માટે ક્રાંતિ રેનોલ્ડ્ઝ અંક 1000 થી 10000 સુધીમાં હોય છે, જે વહનની ભૂમિતિ પર આધારિત છે. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં $R_e < 1000$ સ્તરીય વહનનો સંકેત આપે છે, $1000 < R_e < 2000$ અસ્થાયી વહન અને $R_e > 2000$ પ્રક્ષુબ્ધ વહન દર્શાવે છે.

9. પ્રવાહીના અંતરિયાળ વિસ્તારમાંના અણુઓની સ્થિતિઊર્જાની સરખામણીએ સપાટી પરના અણુઓ પાસેની વધારાની સ્થિતિઊર્જાને લીધે પૃષ્ઠતાણ ઉદ્‌ભવે છે. બે દ્રવ્યો જેમાંથી ઓછામાં ઓછું એક તરલ છે તેમની આંતરસપાટી પર આવી સ્થિતિઊર્જા હાજર હોય છે. તે એક તરલનો એકલાનો ગુણધર્મ નથી.

ભૌતિક રાશિ	પ્રતીક	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
દબાણ	P	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Pascal (Pa)	$1\ atm = 1.013 \times 10^5$ Pa, અદિશ
ઘનતા	ρ	$[ML^{-3}]$	$kg\ m^{-3}$	અદિશ
વિશિષ્ટ ગુરુત્વ		નથી	નથી	$\frac{\rho_{પદાર્થ}}{\rho_{પાણી}}$, અદિશ
શ્યાનતાગુણાંક	η	$[ML^{-1}T^{-1}]$	Pa s અથવા poisetulles (Pl)	અદિશ
રેનોલ્ડ્સ સંખ્યા	R_e	નથી	નથી	$R_e = \frac{\rho v d}{\eta}$ અદિશ
પૃષ્ઠતાણ	S	$[MT^{-2}]$	$N\ m^{-1}$	અદિશ

સ્વાધ્યાય

10.1 સમજાવો, શા માટે
(a) માનવમાં પગ આગળ લોહીનું દબાણ (blood pressure), મગજ આગળ હોય તે કરતાં વધુ હોય છે.
(b) વાતાવરણની ઊંચાઈ 100 kmથી પણ વધુ હોવા છતાં લગભગ 6 kmની ઊંચાઈએ વાતાવરણનું દબાણ ઘટીને તેના દરિયાની સપાટી આગળના મૂલ્યનું લગભગ અડધું હોય છે.
(c) દબાણ એ બળ ભાગ્યા ક્ષેત્રફળ હોવા છતાં હાઇડ્રોસ્ટેટિક (દ્રવસ્થિત) દબાણ એ અદિશ રાશિ છે.

10.2 સમજાવો, શા માટે
(a) પારાનો કાચ સાથેનો સંપર્કકોણ ગુરુકોણ છે જ્યારે પાણીનો કાચ સાથેનો સંપર્કકોણ લઘુકોણ છે.
(b) સ્વચ્છ કાચની સપાટી પર પાણી ફેલાઈ જાય છે જ્યારે તે જ સપાટી પર પારો બુંદો રચે છે. (બીજી રીતે કહીએ તો, પાણી કાચને ભીંજવે છે જ્યારે પારો કાચને ભીંજવતો નથી.)
(c) પ્રવાહીનું પૃષ્ઠતાણ સપાટીના ક્ષેત્રફળ પર આધારિત નથી.
(d) ડિટર્જન્ટ ઓગાળેલા પાણીને નાના સંપર્કકોણો હોય છે.
(e) બાહ્ય બળોની અસર હેઠળ ન હોય તેવું પ્રવાહી બુંદ હંમેશાં ગોળાકાર હોય છે.

10.3 દરેક કથન સાથે આપેલ યાદીમાંના શબ્દ (શબ્દો) વાપરીને ખાલી જગ્યા પૂરો :
(a) પ્રવાહીઓના પૃષ્ઠતાણ સામાન્યતઃ તાપમાન સાથે .... (વધે છે/ઘટે છે.)
(b) વાયુઓની શ્યાનતા તાપમાન સાથે ...., જ્યારે પ્રવાહીઓની શ્યાનતા તાપમાન સાથે .... (વધે છે/ઘટે છે.)
(c) આકાર સ્થિતિસ્થાપકતા અંક ધરાવતા ઘન પદાર્થો માટે આકાર વિરૂપક બળ .... ને સમપ્રમાણમાં જ્યારે પ્રવાહીઓ માટે તે .... ને સમપ્રમાણમાં હોય છે. (આકાર વિકૃતિ/આકાર વિકૃતિના દર)
(d) સ્થાયી વહનમાંના તરલ માટે, સંકુચિત (સાંકડા) ભાગ આગળ વહનની ઝડપમાં વધારો .... ને અનુસરે છે. (દળનું સંરક્ષણ/બર્નુલીનો સિદ્ધાંત)
(e) પવનની ટનલમાં વિમાનના નમૂના (મૉડેલ) માટે જે ઝડપે પ્રક્ષુબ્ધતા થાય તે, વાસ્તવિક વિમાન માટેની જે ઝડપે પ્રક્ષુબ્ધતા થાય તેના કરતાં .... હોય છે. (વધુ/ઓછી)

10.4 સમજાવો, શા માટે
(a) કાગળના ટુકડાને સમક્ષિતિજ રાખવા માટે તમારે તેની ઉપર ફૂંક મારવી પડે, નીચે નહિ.
(b) જ્યારે આપણે પાણીના નળને આપણી આંગળીઓથી બંધ કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ ત્યારે આંગળીઓ વચ્ચેની જગ્યામાંથી પાણીની વેગવંત ધારો ધસી આવે છે.
(c) ઇન્જેક્શન આપવામાં ડૉક્ટર દ્વારા અંગૂઠાથી દાખવાતા દબાણ કરતાં સિરિંજની સોયનું પરિમાણ વહનના દરનું વધુ સારી રીતે નિયંત્રણ કરી શકે છે.
(d) પાત્રમાંના નાના છિદ્રમાંથી બહાર વહી આવતા તરલને પરિણામે પાત્ર પર વિરુદ્ધ દિશામાં ધક્કો લાગે છે.
(e) હવામાં સ્પિન થતો ક્રિકેટ બૉલ પરવલય ગતિપથને અનુસરતો નથી.

10.5 ઊંચી એડીના બુટ પહેરતી 50 kg ની એક છોકરી એક એડી પર સંતુલન જાળવે છે. બુટની એડીનો વ્યાસ 1.0 cm છે. એડી વડે સમક્ષિતિજ તળિયા પર કેટલું દબાણ લાગે ?

10.6 ટૉરિસેલીના બૅરોમીટરમાં પારો વપરાયો હતો. પાસ્કલે 984 kg m^{-3} ઘનતાનો ફ્રેંચ વાઈન વાપરીને તેની નકલ કરી. સામાન્ય વાતાવરણના દબાણ માટે વાઈનના સ્તંભની ઊંચાઈ કેટલી હશે ?

10.7 એક ઊર્ધ્વ બાંધકામ 10^9 Pa નું મહત્તમ પ્રતિબળ સહન કરી શકે છે. આ બાંધકામ સમુદ્રની અંદરના તેલના કૂવા પર મૂકવા માટે યોગ્ય છે ? સમુદ્રની ઊંડાઈ 3 km છે. સમુદ્રમાંના પ્રવાહોને અવગણો.

10.8 એક હાઈડ્રોલિક ઑટોમોબાઈલ લિફ્ટ મહત્તમ 3000 kg દળની કારને ઊંચકવા માટે બનાવેલી છે. આ વજન ઊંચકતા પિસ્ટનના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 425 cm^2 છે. આ પિસ્ટનને કેટલું મહત્તમ દબાણ સહન કરવું પડશે ?

10.9 એક યુ-ટ્યૂબમાં પારા વડે જુદા પાડેલા પાણી અને મિથિલેટેડ સ્પિરિટ ભરેલા છે. એક ભુજમાં 10.0 cm પાણી અને બીજામાં 12.5 cm સ્પિરિટ વડે બે ભૂજમાંના પારાના સ્તંભ એક લેવલમાં (સપાટી એક જ સમક્ષિતિજ સમતલમાં) આવે છે. સ્પિરિટનું વિશિષ્ટ ગુરુત્વ કેટલું હશે ?

10.10 અગાઉના પ્રશ્નમાં જો વધારામાં 15.0 cm પાણી અને સ્પિરિટ અનુરૂપ ભૂજાઓમાં રેડવામાં આવે તો બે ભૂજાઓમાં પારાના લેવલ (સપાટી) વચ્ચેનો તફાવત કેટલો હશે ? પારાનું વિશિષ્ટ ગુરુત્વ = 13.6)

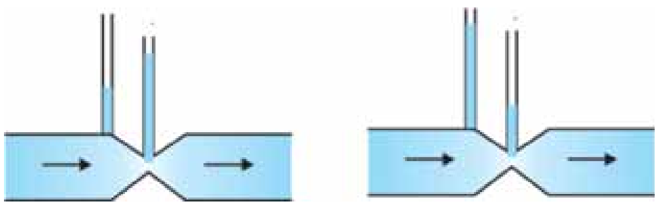
10.11 બર્નુલીનું સમીકરણ નદીમાંના ઢાળ પરથી પાણીના વહનનું વર્ણન કરવા માટે વાપરી શકાય ? સમજાવો.

10.12 જો બર્નુલીનું સમીકરણ લાગુ પાડવામાં નિરપેક્ષ દબાણને બદલે કોઈ ગેજ (gauge) દબાણ વાપરે તો ફેર પડે ? સમજાવો.

10.13 1.5 m લંબાઈ અને 1.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતી એક સમક્ષિતિજ નળીમાંથી ગ્લિસરિનનું સ્થાયી વહન થઈ રહ્યું છે. જો એક છેડે એકત્રિત કરાતા ગ્લિસરિનનો જથ્થો 4.0×10^{-3} kg s^{-1} હોય તો નળીના બે છેડે દબાણ તફાવત કેટલો હશે ? (ગ્લિસરિનની ઘનતા = 1.3×10^3 kg m^{-3} અને ગ્લિસરિનની શ્યાનતા = 0.83 Pa s) (નળીમાં સ્તરીય વહનની પૂર્વધારણા સાચી છે કે નહિ તે ચકાસવાનું પણ કદાચ તમને ગમશે.)

10.14 પવનની ટનલમાં એક નમૂના (model)ના વિમાન પરના પ્રયોગમાં પાંખની ઉપર અને નીચેની સપાટીઓ આગળ વહનની ઝડપ અનુક્રમે 70 m s^{-1} અને 63 m s^{-1} છે. જો પાંખનું ક્ષેત્રફળ 2.5 m^2 હોય તો પાંખ પર ઊર્ધ્વ ધક્કો (બળ) (lift) કેટલો હશે ? હવાની ઘનતા 1.3 kg m^{-3} લો.

10.15 આકૃતિ 10.23 (a) અને (b) એક (અદબનીય) પ્રવાહીના સ્થાયી વહન અંગેની છે. બેમાંની કઈ આકૃતિ ખોટી છે ? કેમ ?



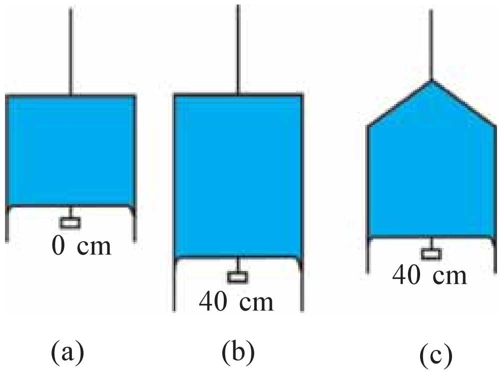
(a) (b)

આકૃતિ **10.23**

10.16 સ્પ્રે-પંપ (છંટકાવ માટે વપરાતો પંપ)ની નળાકાર નળીનો આડછેદ 8.0 cm^2 છે. તેના એક છેડે 1.0 mm વ્યાસનાં 40 છિદ્રો છે. જો નળીની અંદર પ્રવાહી વહનની ઝડપ 1.5 m min^{-1} હોય, તો છિદ્રોમાંથી બહાર આવતા પ્રવાહીની ઝડપ કેટલી હશે ?

10.17 એક U-આકારનો તાર સાબુના દ્રાવણમાં બોળી બહાર કાઢેલ છે. તાર અને હલકા સરકતા ભુજ (slider) વચ્ચેની સાબુની પાતળી કપોટી (film) 1.5×10^{-2} N વજનને ટેકવે છે. (જેમાં તે ભુજનું વજન પણ સમાવિષ્ટ છે.) સરકતા ભુજની લંબાઈ 30 cm છે. તો તે કપોટીનું પૃષ્ઠતાણ કેટલું હશે ?

10.18 આકૃતિ 10.24 (a) પ્રવાહીની એક પાતળી કપોટી 4.5×10^{-2} N વજનને લટકાવતી દર્શાવે છે. તે જ પ્રવાહીની તે જ તાપમાને પાતળી કપોટી આકૃતિ (a) અને (b)માં કેટલું વજન લટકાવતી હશે ?



આકૃતિ 10.24

10.19 ઓરડાના તાપમાને 3.0 mm ત્રિજ્યાના પારાના બુંદ (ટીપું)ની અંદરનું દબાણ કેટલું હશે ? પારાનું તે તાપમાને (20 °C) પૃષ્ઠતાણ 4.65×10^{-1} N m^{-1} છે. વાતાવરણં દબાણ 1.01×10^5 Pa. બુંદની અંદરનું વધારાનું દબાણ પણ જણાવો.

10.20 સાબુના દ્રાવણનું 20 °C તાપમાને પૃષ્ઠતાણ 2.50×10^{-2} N m^{-1} આપેલ છે. 5.00 mm ત્રિજ્યાના સાબુના દ્રાવણના પરપોટાની અંદરનું વધારાનું દબાણ કેટલું હશે ? જો આ જ પરિમાણનો હવાનો પરપોટો પાત્રમાંના સાબુના દ્રાવણની અંદર 40.0 cm ઊંડાઈએ રચાય, તો તે પરપોટાની અંદરનું દબાણ કેટલું હશે ? (1 વાતાવરણ દબાણ = 1.01×10^5 Pa)

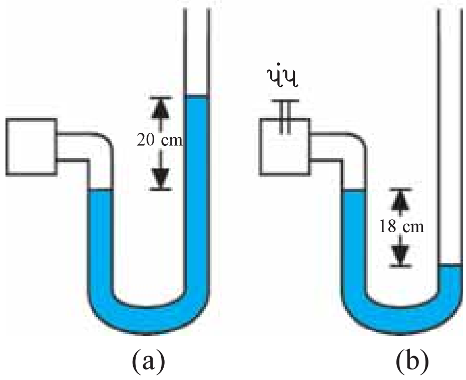
વધારાનું સ્વાધ્યાય

10.21 1.0 m^2 ક્ષેત્રફળનું ચોરસ તળિયું ધરાવતી એક ટાંકી મધ્યમાં એક ઊર્ધ્વ દીવાલ વડે વિભાજિત કરેલ છે. આ દીવાલના તળિયે એક નાના મિજાગરાવાળું 20 cm^2 ક્ષેત્રફળનું બારણું છે. ટાંકીના એક વિભાગમાં પાણી અને બીજામાં ઍસિડ (1.7 સાપેક્ષ ઘનતા ધરાવતો) બંને 4.0 mની ઊંચાઈ સુધી ભરેલ છે. આ બારણાને બંધ રાખવા માટે જરૂરી બળની ગણતરી કરો.

10.22 આકૃતિ 10.25(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક મૅનોમીટર એક બંધ પાત્રમાંના વાયુનું દબાણ માપે છે. જ્યારે એક પંપ કેટલાક વાયુને બહાર કાઢે છે ત્યારે મૅનોમીટર આકૃતિ 10.25 (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ દબાણ માપે છે. મૅનોમીટરમાં વપરાયેલ પ્રવાહી પારો છે અને વાતાવરણનું દબાણ પારાના 76 cm જેટલું છે.

(a) બંધ પાત્રમાંના વાયુનું નિરપેક્ષ દબાણ અને ગેજ (gauge) દબાણ કિસ્સા (a) અને (b) માટે પારાના cm ના એકમોમાં જણાવો.

(b) કિસ્સા (b)માં જો 13.6 cm પાણી (પારા સાથે ન ભળતું) મૅનોમીટરના જમણા ભુજમાં રેડવામાં આવે, તો સ્તંભની સપાટીઓ (levels) કેવી બદલાશે ?



આકૃતિ 10.25

10.23 બે પાત્રોને તળિયાનાં સમાન ક્ષેત્રફળ પરંતુ જુદા આકાર છે. બંને પાત્રોમાં સમાન ઊંચાઈ સુધી પાણી ભરવા માટે પ્રથમ પાત્રમાં બીજા કરતાં બમણા કદનું પાણી જોઈએ છે. બે કિસ્સાઓમાં પાણી વડે તળિયા પર લગાડેલું બળ સમાન હશે ? જો તેમ હોય તો તે સમાન ઊંચાઈ સુધી પાણીભરેલા પાત્રો વજનમાપક પર કેમ જુદાં અવલોકનો દર્શાવે છે ?

10.24 લોહી ચઢાવવાની એક પ્રક્રિયામાં સોય 2000 Pa ગેજ દબાણ હોય તેવી શિરામાં દાખલ કરેલ છે. લોહીભરેલું પાત્ર કેટલી ઊંચાઈએ મૂકવું જોઈએ કે જેથી લોહી શિરામાં દાખલ થવાની શરૂઆત થાય ? (સંપૂર્ણ લોહીની ઘનતા કોષ્ટક 10.1માંથી લો.)

10.25 બર્નુલીનું સમીકરણ સાધિત કરવામાં આપણે તરલ પર થયેલા કાર્યને તેની સ્થિતિઊર્જા અને ગતિ-ઊર્જાના ફેરફાર સાથે સરખાવેલ છે. (a) વહન સ્તરીય રહે તે રીતે લોહીના વહનનો મહત્તમ સરેરાશ વેગ 2×10^{-3} m વ્યાસની ધમનીમાંથી કેટલો હશે ? (b) તરલનો વેગ વધે તેમ ઊર્જા-વ્યય કરનારાં બળો મહત્ત્વનાં બને છે ? ગુણાત્મક ચર્ચા કરો.

10.26 (a) વહન સ્તરીય જ રહે તે રીતે 2×10^{-3} m ત્રિજ્યાની ધમનીમાંથી લોહીના વહનનો મહત્તમ સરેરાશ વેગ કેટલો હશે ? (b) તેને અનુરૂપ વહન-દર કેટલો હશે ? (લોહીની શ્યાનતા 2.084×10^{-3} Pa s લો.)

10.27 એક વિમાન અચળ ઝડપથી સમક્ષિતિજ ઉડ્ડયનમાં છે અને બેમાંની દરેક પાંખનું ક્ષેત્રફળ 25 m^2 છે. જો પાંખની નીચેની સપાટીએ વેગ 180 km/h અને ઉપરની સપાટીએ વેગ 234 km/h હોય, તો વિમાનનું દળ શોધો. (હવાની ઘનતા 1 kg m^{-3} લો.)

10.28 મિલિકનના ઑઇલ ડ્રોપ પ્રયોગમાં 2.0×10^{-5} m ત્રિજ્યા અને 1.2×10^{3} kg m^{-3} ઘનતા ધરાવતા બુંદ (drop)નો અંતિમ (terminal) વેગ કેટલો હશે ? પ્રયોગના તાપમાને હવાની શ્યાનતા 1.8×10^{-5} Pa s લો. તે ઝડપે બુંદ પરનું શ્યાનતા બળ કેટલું હશે ? (હવાને લીધે બુંદનું ઉત્પ્લાવન અવગણો.)

10.29 પારાનો સોડાલાઈમ કાચ સાથેનો સંપર્કકોણ 140° છે. આવા કાચની 1.00 mm ત્રિજ્યાની એક પાતળી નળી પારોભરેલા પાત્રમાં બોળેલી છે. બહારની પ્રવાહી સપાટીની સાપેક્ષે નળીમાં પારો કેટલા પ્રમાણમાં નીચે ઊતરશે ? પ્રયોગના તાપમાને પારાનું પૃષ્ઠતાણ 0.465 N m^{-1} છે. પારાની ઘનતા = 13.6×10^{3} kg m^{-3}.

10.30 3.0 mm અને 6.0 mm વ્યાસના બે નાનાં છિદ્રો એકબીજા સાથે જોડીને એક યુ-ટ્યૂબ રચેલ છે, જે બંને છેડે ખુલ્લી છે. જો યુ-ટ્યૂબમાં પાણી રાખેલ હોય તો ટ્યૂબના બે ભુજમાં સપાટીઓ વચ્ચેનો તફાવત કેટલો હશે ? પ્રયોગના તાપમાને પાણીનું પૃષ્ઠતાણ 7.3×10^{-2} N m^{-1} છે. સંપર્કકોણ શૂન્ય અને પાણીની ઘનતા 1.0×10^{3} kg m^{-3} લો. ($g = 9.8$ m s^{-2})

કૅલ્ક્યુલેટર/કમ્પ્યુટર આધારિત પ્રશ્ન

10.31 (a) એ જાણીતું છે કે હવાની ઘનતા ρ, ઊંચાઈ y સાથે

$$\rho = \rho_o e^{-y/y_o}$$

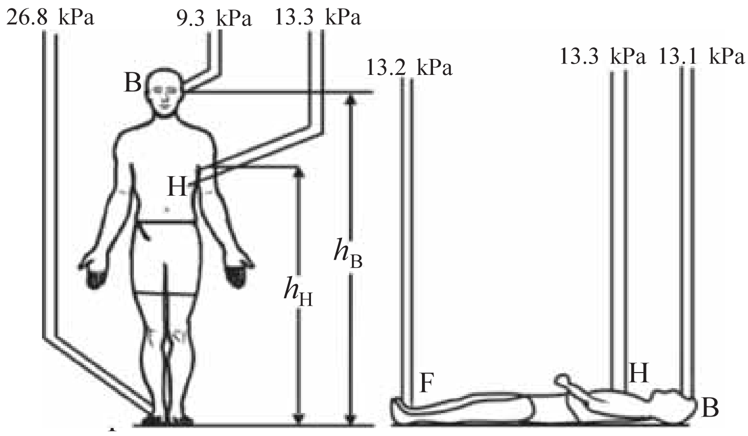
મુજબ ઘટે છે, જ્યાં ρ_o = 1.25 kg m^{-3} એ દરિયાની સપાટી આગળ ઘનતા છે અને y_o એ અચળાંક છે. ઘનતાના આ ફેરફારને વાતાવરણોનો નિયમ કહે છે. વાતાવરણનું તાપમાન અચળ ધારીને (સમતાપી સ્થિતિ) આ નિયમ તારવો. gનું મૂલ્ય પણ અચળ ધારો.

(b) 400 kgનો બોજ (payload) ઊંચકવા માટે 1425 m^3 કદનું મોટું He બલૂન વપરાય છે. બલૂન ઊંચે ચઢે તેમ ત્રિજ્યાને અચળ રાખતું ધારી લો. તે કેટલું ઊંચે ચઢશે ?

$$(y_o = 8000 \text{ m અને } \rho_{He} = 0.18 \text{ kg m}^{-3})$$

પરિશિષ્ટ 10.1 : લોહીનું દબાણ શું છે ?
(APPENDIX 10.1 : WHAT IS BLOOD PRESSURE ?)

ઉત્ક્રાંતિના ઇતિહાસમાં એક એવો સમય હતો જ્યારે પ્રાણીઓએ ઊભી સ્થિતિમાં સારો એવો સમય ગાળવાની શરૂઆત કરી હતી. આને કારણે રુધિરાભિસરણ તંત્ર માટે કેટલીક જરૂરિયાતો ઉદ્ભવી. નીચેના છેડાઓ તરફથી હૃદય તરફ લોહીને પાછું લાવતી શિરાઓમાં ફેરફારો થતા ગયા. તમે યાદ કરી લેશો કે શિરાઓ એ લોહીની એવી નળીઓ છે કે જેમના દ્વારા લોહી હૃદયમાં પાછું ફરે છે. માનવો અને જિરાફ જેવાં પ્રાણીઓએ લોહીને ગુરુત્વની વિરુદ્ધમાં ઉપર તરફ ગતિ કરાવવાની બાબતને અપનાવી લીધી છે. (અનુકૂલન સાધી લીધું છે.) પરંતુ સાપ, ઉંદરો અને સસલાં જેવાં પ્રાણીઓને જો ઊભાં પકડી રાખવામાં આવે તો તેઓ મૃત્યુ પામશે, કારણ કે લોહી નીચેના છેડાઓ પાસે રહે છે અને શિરાઓનું તંત્ર તેને હૃદય તરફ મોકલવા માટે અશક્ત છે.



આકૃતિ 10.26 *ઊભા રહેવાની કે આડા પડવાની સ્થિતિમાં માનવશરીરના વિવિધ ભાગોમાં ધમનીઓમાં ગેજ (gauge) દબાણની સંજ્ઞાત્મક આકૃતિ અત્રે દર્શાવેલ દબાણો હૃદયના એક ચક્ર (Heart cycle) પર લીધેલ સરેરાશ છે.*

આકૃતિ 10.26 માનવશરીરમાં જુદાં જુદાં બિંદુઓ આગળ ધમનીઓમાં સરેરાશ દબાણો દર્શાવે છે. શ્યાનતા અસર ઓછી હોવાથી આ દબાણનાં મૂલ્યો સમજવા માટે આપણે બર્નુલીનું સમીકરણ 10.13 વાપરી શકીએ.

$$P + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho gy = \text{અચળ (Constant)}$$

ત્રણ ધમનીઓમાં વેગનાં મૂલ્યો નાનાં ($\approx$ 0.1 m s^{-1}) અને લગભગ અચળ હોવાથી ગતિઊર્જાનું પદ ($\rho\upsilon^2/2$) અવગણી શકાય. આથી મગજ, હૃદય અને પગ આગળનાં ગેજદબાણો અનુક્રમે P_B, P_H અને P_F વચ્ચે

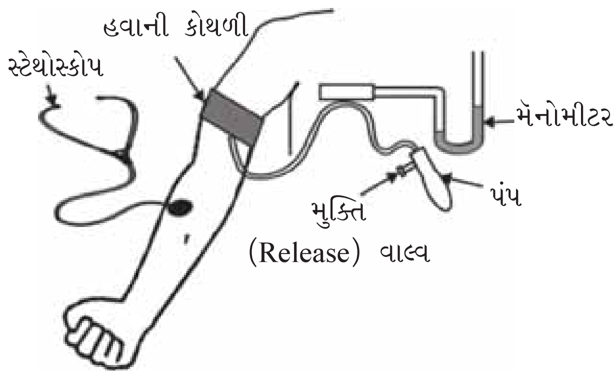
$$P_F = P_H + \rho g h_H = P_B + \rho g h_B \qquad (10.34)$$

સંબંધ રહેલો છે, જ્યાં ρ એ લોહીની ઘનતા છે. હૃદય અને મગજ સુધીની ઊંચાઈનાં લાક્ષણિક મૂલ્યો $h_H = 1.3$ m અને $h_B = 1.7$ m છે. $\rho = 1.06 \times 10^3$ kg m^{-3} લેતાં, $P_H = 13.3$ kPaના આપેલા મૂલ્ય માટે $P_F = 26.8$ kPa (kilopascal) અને $P_B = 9.3$ kPa મળે છે. આમ, જ્યારે વ્યક્તિ ઊભેલ હોય ત્યારે શરીરના નીચેના અને ઉપરના ભાગોમાં દબાણો આટલાં બધાં જુદાં હોય છે. પરંતુ જ્યારે વ્યક્તિ આડી પડેલ હોય ત્યારે દબાણો લગભગ સમાન હોય છે. પ્રકરણના લખાણમાં જણાવ્યું છે તેમ મેડિસિન અને શરીરવિજ્ઞાનમાં સામાન્ય રીતે વપરાતા દબાણના એકમો torr અને mm of H_g છે. 1 mm of H_g = 1 torr = 0.133 kPa. આમ હૃદય આગળ સરેરાશ દબાણ P_H = 13.3 k Pa = 100 mm of H_g જેટલું હોય છે.

માનવશરીર એ કુદરતની અજાયબી છે. શરીરના નીચેના છેડાઓ આગળની શિરાઓ વાલ્વથી સજ્જ હોય છે, જે લોહી હૃદય તરફ વહેતું હોય ત્યારે ખૂલે છે અને નીચે ઊતરી જવા પ્રયત્ન કરે ત્યારે બંધ થાય છે. શ્વાસોચ્છ્વાસ સાથે સંબંધિત પંપિંગકાર્યને લીધે અને ચાલવા દરમિયાન ઇચ્છાવર્તી સ્નાયુઓની લવચીકતા દ્વારા થોડું પણ લોહી પાછું ફરે છે. આ પરથી સમજાય છે કે સૈનિકને સાવધાન સ્થિતિમાં ઊભા રહેવાની જરૂર હોવાથી લોહીનું અપૂરતા પ્રમાણમાં હૃદયમાં પાછું આવવાને લીધે મૂર્છિત (બેભાન) થઈ શકે છે. તેને એકવાર આડો સુવાડી દેવામાં આવે, તો દબાણો સમાન થઈ જાય છે અને તે પાછો ભાનમાં આવી જાય છે.

સ્ફિગ્મોમૅનોમીટર નામનું સાધન સામાન્ય રીતે માનવોનું લોહીનું દબાણ માપે છે. તે ઝડપી, અદુઃખદાયી અને બિન-આક્રમક (non-invasive) ટેક્નિક છે અને ડૉક્ટરને દર્દીની તંદુરસ્તી અંગે વિશ્વસનીય ખ્યાલ આપે છે. માપવાની પ્રક્રિયા આકૃતિ 10.27માં દર્શાવી છે. હાથનો ઉપરનો ભાગ વાપરવાનાં બે કારણો છે. પ્રથમ તે હૃદયના લેવલમાં (સમાન ઊંચાઈવાળા સ્થાને) છે અને અહીં માપેલાં મૂલ્યો હૃદય આગળનાં મૂલ્યોની ઘણાં નજીકનાં હોય છે. હાથના ઉપરના ભાગમાં માત્ર એક અસ્થિ છે અને તેથી અહીંની ધમની (brachial artery)ને સંકોચવાનું સહેલું પડે છે. આપણે સૌએ આપણી આંગળીઓ કાંડા પર મૂકીને ધબકારાનો દર (pulse rate) માપેલ છે. દરેક ધબકાર એક સેકન્ડ કરતાં સહેજ ઓછો સમય લે છે. દરેક ધબકાર દરમિયાન હૃદયમાંનું અને રુધિરાભિસરણ તંત્રમાંનું દબાણ એકવાર મહત્તમ જ્યારે હૃદય વડે લોહી પર દબાણ લગાડાય ત્યારે (systolic pressure) અને એકવાર લઘુતમ જ્યારે હૃદય શિથિલ થાય ત્યારે (diastolic pressure) બને છે. સ્ફિગ્મોમૅનોમીટર એ એવી રચના છે કે જે આ અંત્ય દબાણો માપે છે. તે એવા સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે કે **હાથના ઉપરના ભાગમાંની ધમની (brachial artery)માંથી લોહીનું વહન, યોગ્ય સંકોચન દ્વારા સ્તરીયમાંથી પ્રક્ષુબ્ધ બનાવી શકાય છે. પ્રક્ષુબ્ધ વહન ઊર્જાનો વ્યય કરનારું છે અને તેનો ધ્વનિ સ્ટેથોસ્કૉપમાં પકડી શકાય છે.**

હાથના ઉપરના ભાગ પર વિંટાળેલી હવાની એક કોથળી (air sack)માંનું ગેજદબાણ એક મૅનોમીટર અથવા ચંદાવાળા (dial) દબાણમાપક વડે માપવામાં આવે છે. આકૃતિ 10.27. કોથળીમાં દબાણ પ્રથમ એટલું વધારવામાં આવે છે કે brachial ધમની બંધ થાય. પછી કોથળીમાંનું દબાણ ધીમે ધીમે ઘટાડવામાં આવે છે અને કોથળીની સહેજ નીચે મૂકેલું સ્ટેથોસ્કૉપ brachial ધમનીમાં ઉદ્‌ભવતા અવાજો સાંભળવા માટે વપરાય છે. જ્યારે દબાણ **systolic (મહત્તમ)** કરતાં સહેજ જ ઓછું હોય ત્યારે ધમની સહેજ ખૂલે છે. આ ટૂંકા સમય દરમિયાન ખૂબ સંકુચિત ધમનીની સ્થિતિમાં લોહીનો વેગ વધારે અને પ્રક્ષુબ્ધ હોય છે અને તેથી અવાજ સંભળાય છે. આ અવાજ સ્ટેથોસ્કૉપ પર **હળવા ટકોરા** જેવો હોય છે. જ્યારે કોથળીમાંનું દબાણ હજી ઘટાડવામાં આવે ત્યારે ધમની હૃદય-ચક્ર દરમિયાન લાંબા સમય માટે ખુલ્લી રહે છે. આમ છતાં, હૃદયના ધબકારના **ડાયસ્ટોલિક** (લઘુતમ દબાણ)ની સ્થિતિમાં તે બંધ રહે છે. આમ, ટકોરાના અવાજનો સમયગાળો લાંબો છે. **કોથળીમાંનું દબાણ diastolic** દબાણ જેટલું થાય ત્યારે ધમની સમગ્ર હૃદય-ચક્ર દરમિયાન ખુલ્લી રહે છે. જોકે, વહન હજી પણ પ્રક્ષુબ્ધ અને અવાજ કરનારું છે. પણ ટકોરાના અવાજને બદલે સ્ટેથોસ્કૉપમાં સતત મોટો અવાજ સંભળાય છે.



***આકૃતિ* 10.27** સ્ફિગ્મોમૅનોમીટર અને સ્ટેથોસ્કૉપની મદદથી લોહીના દબાણની માપણી

દર્દીનું લોહીનું દબાણ systolic અને diastolic દબાણોના ગુણોત્તર તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે. વિરામ કરતા તંદુરસ્ત પુખ્ત વ્યક્તિ માટે તેનું લાક્ષણિક મૂલ્ય 120/80 mm of H_g (120/80 torr) છે. 140/90 થી ઉપરનાં દબાણો માટે દાક્તરી સલાહની જરૂર પડે છે. લોહીના ઊંચા દબાણને લીધે હૃદય, કિડની અને બીજા અવયવોને નુકસાન થાય છે અને તેનું નિયંત્રણ કરવું જ પડે છે.