অধ্যায়-16 সংখ্যাৰ সৈতে ধেমালি

পূৰ্বৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে বিভিন্ন ধৰণৰ সংখ্যা, যেনে— স্বাভাৱিক সংখ্যা, পূৰ্ণ সংখ্যা, যুগ্ম সংখ্যা, অযুগ্ম সংখ্যা, মৌলিক সংখ্যা, যৌগিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা, পৰিমেয় সংখ্যা আদিৰ বিষয়ে পাই আহিছা আৰু সেই সংখ্যাবোৰৰ বিভিন্ন আমোদজনক ধৰ্মৰ বিষয়েও জানিছা।

গ্ৰীক দাৰ্শনিক পাইথাগোৰাছ আৰু তেওঁৰ অনুগামী সকলে ব্ৰহ্মাণ্ডত বিৰাজমান সকলোকে সংখ্যাৰ দ্বাৰা ব্যাখ্যা কৰিছিল। এইক্ষেত্ৰত তেওঁলোকে অনুসৰণ কৰা মতবাদটো আছিল '*All is number.*'

সংখ্যাৰ ওপৰত অসাধাৰণ দখল আছিল বাবে ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ ৰামানুজনক সংখ্যাৰ বন্ধু আখ্যা দিয়া হয়। তেওঁৰ তাকৰীয়া জীৱনকালত একমাত্ৰ চৰ্চাৰ বিষয় আছিল সংখ্যা। সংখ্যা সম্পৰ্কে তেখেতে আগবঢ়োৱা সিদ্ধান্তসমূহ পৃথিবীৰ গণিত সমাজৰ বাবে আজিও প্ৰত্যাহ্বানমূলক হৈ আছে।

ইয়াত সংখ্যাৰ বিভাজ্যতা, কিছুমান গাঁথনিগত সৌন্দৰ্য, আকৰ্ষণীয় আৰ্হি, বিভিন্ন আমোদজনক খেলকে ধৰি কেইটামান অতিৰিক্ত অথচ প্ৰয়োজনীয় বিষয় আলোচনা কৰা হ'ল।

16.1 বিভাজ্যতাৰ পৰীক্ষা (Tests of Divisibility)

(i) 2, 4 আৰু 8 ৰে বিভাজ্যতা

(a) যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 816 লোৱা।

$816 = 810 + 6$

$= 10 \times 81 + 6$

$= 2 \times 5 \times 81 + 6$

সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 2 ৰ গুণিতক। গতিকে ই 2 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 2 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো শূন্য নাইবা 2 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত একক ঘৰৰ অংকটো 6, 2 ৰে বিভাজ্য গতিকে 816, 2 ৰে বিভাজ্য। আনহাতে 713, 2 ৰে বিভাজ্য নহয় কিয়নো ইয়াৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 3 আৰু ই অযুগ্ম অৰ্থাৎ 2 ৰে বিভাজ্য নহয়।

একক স্থানত 0 অথবা যুগ্ম অংক থকা যিকোনো সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য হয়।

(b) যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 712 লোৱা।

$712 = 700 + 12$

$= 100 \times 7 + 12$

$= 4 \times 25 \times 7 + 12$

ইয়াত সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 4 ৰ গুণিতক, সেয়েহে ই 4 বে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 4 বে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ সংখ্যাটোৰ সোঁফালৰ পৰা দুটা অংকৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 নাইবা 4 বে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত প্ৰথম দুটা স্থানত থকা অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 12। 12 আকৌ 4 বে বিভাজ্য হয়। সেয়েহে 712 ও 4 বে বিভাজ্য। একে কাৰণতে 2572, 324, 576, 157792 আদি 4 বে বিভাজ্য হয়। আনহাতে 411, 5227, 6431 আদি 4 বে বিভাজ্য নহয়।

এটা সংখ্যা 4 বে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংকে দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 অথবা 4 বে বিভাজ্য হয়।

(c) তিনিটাতকৈ অধিক অংকেৰে গঠিত এটা যিকোনো সংখ্যা যেনে 57275 লোৱা

$$57275 = 57000 + 275$$
$$= 1000 \times 57 + 275$$
$$= 8 \times 125 \times 57 + 275$$

ইয়াত সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 8ৰ গুণিতক আৰু সেয়ে ই 8 বে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 57275, 8 বে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ 275, অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত অংকটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংকবোৰেৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 নাইবা 8 বে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

ইয়াত 275, 8 বে বিভাজ্য নহয়, সেয়েহে 57275 সংখ্যাটো 8 বে বিভাজ্য নহয়।

একে কাৰণতে 2001, 45022, 743125 সংখ্যাবোৰ 8 বে বিভাজ্য নহয়। কিন্তু 1008, 5120, 395000, 12328 আদি সংখ্যাবোৰ 8 বে বিভাজ্য।

সংখ্যা এটাৰ একক, দহক আৰু শতকৰ ঘৰত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 8 বে বিভাজ্য হ'লে মূল সংখ্যাটোও 8 বে বিভাজ্য হয়।

(ii) 5, 25 আৰু 125 বে বিভাজ্যতা

(a) যিকোনো সংখ্যা যেনে 25435 লোৱা

$$25435 = 25430 + 5$$
$$= 10 \times 2543 + 5$$
$$= 5 \times 2 \times 2543 + 5$$

ইয়াত সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 5ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 5 বে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 5 বে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক অংকটো 0 নাইবা 5 বে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক স্থানত 5 আছে সেয়ে সংখ্যাটো 5 বে বিভাজ্য। একেদৰে, 525, 320, 4795 আদি সংখ্যাবোৰ 5 বে বিভাজ্য। আনহাতে, 302, 441, 10283 আদি সংখ্যাবোৰ 5 বে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটাৰ একক স্থানত 0 বা 5 থাকিলে সংখ্যাটো 5 বে বিভাজ্য হয়।

(b) দুই বা তাতোকৈ অধিক অংকবিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা যেনে 3175

ইয়াত $3175 = 3100 + 75$

$= 100 \times 31 + 75$

$= 25 \times 4 \times 31 + 75$

সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 25ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 25ৰে বিভাজ্য। প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 25 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদ অৰ্থাৎ মূল সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 25 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদ অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহৰ স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 75 আৰু 75, 25 ৰে বিভাজ্য। সেয়ে মূল সংখ্যাটোও 25 ৰে বিভাজ্য।

উদাহৰণ স্বৰূপে 350, 7100, 854325 আদি সংখ্যাবোৰ 25 ৰে বিভাজ্য। আনহাতে, 4752, 3710, 111507 আদি সংখ্যাবোৰ 25 ৰে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটা 25ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 বা 25 ৰে বিভাজ্য হয়।

(c) তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা। যেনে -12350

ইয়াত $12350 = 12000 + 350$

$= 1000 \times 12 + 350$

$= 125 \times 8 \times 12 + 350$

সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 125ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 125ৰে বিভাজ্য। এতিয়া, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 125 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয়পদ অৰ্থাৎ মূল সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 350, 125 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। কিন্তু, 350, 125 ৰে বিভাজ্য নহয়, সেয়ে মূল সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 12350, 125 ৰে বিভাজ্য নহয়।

একেদৰে, 11251, 32503, 52310 আদি সংখ্যাবোৰ 125 ৰে বিভাজ্য নহয়। আনহাতে 23000, 54250, 5750, 413250 আদি সংখ্যাবোৰ 125ৰে বিভাজ্য।

সংখ্যা এটা 125ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 125 ৰে বিভাজ্য হয়।

(iii) 3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা

তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 23594 লোৱা।

$23594 = 10000 \times 2 + 1000 \times 3 + 100 \times 5 + 10 \times 9 + 4$

$= (9999 + 1) \times 2 + (999 + 1) \times 3 + (99 + 1) \times 5 + (9 + 1) \times 9 + 4$

$= 9999 \times 2 + 999 \times 3 + 99 \times 5 + 9 \times 9 + (2 + 3 + 5 + 9 + 4)$

সোঁফালৰ প্ৰথম চাৰিটা পদৰ প্ৰতিটোৱেই 9 ৰ গুণিতক। সেয়েহে সেই চাৰিওটা পদেই 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য। যদি সোঁফালৰ বন্ধনীৰ ভিতৰৰ যোগফলটোও 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয় তেন্তে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

ইয়াত $2 + 3 + 5 + 9 + 4 = 23$, 3 বা 9 কোনোটোৱে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 23594 সংখ্যাটোও 3 বা 9 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়।

ইয়াৰ পৰা আমি বুজিলোঁ যে **কোনো এটা সংখ্যা 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত থকা**

আটাইকেইটা অংকৰ সমষ্টিটো ক্ৰমে 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ ঃ 123 সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি $1 + 2 + 3 = 6$। 3ৰে বিভাজ্য। গতিকে 123, 3 ৰে বিভাজ্য।
563211 সংখ্যাটোৰ ক্ষেত্ৰত $5 + 6 + 3 + 2 + 1 + 1 = 18$, 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য গতিকে 563211 সংখ্যাটো 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য। আনহাতে, 51134ৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি অৰ্থাৎ $5 + 1 + 1 + 3 + 4 = 14$, 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য নহয়।

(iv) 6 ৰে বিভাজ্যতা

আমি জানো যে $6 = 2 \times 3$

ইয়াৰ পৰা বুজা যায় যে কোনো এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হ'লে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 ৰেও বিভাজ্য হয়। বিপৰীত ক্ৰমে, কোনো এটা সংখ্যা 2 আৰু 3 উভয়ৰে বিভাজ্য হ'লে ই 2×3 অৰ্থাৎ 6 ৰেও বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ ঃ 12348 সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য কিয়নো ইয়াৰ একক স্থানত থকা অংকটো 8 আৰু 8 ৰে বিভাজ্য।
আকৌ, সংখ্যাটোৰ অংককেইটাৰ সমষ্টি $1 + 2 + 3 + 4 + 8 = 18$, 3 ৰে বিভাজ্য।
গতিকে সংখ্যাটো $2 \times 3 = 6$ ৰে বিভাজ্য।
111111 সংখ্যাটোৰ অংককেইটাৰ সমষ্টি $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$, 3 ৰে বিভাজ্য কিন্তু ই 2 ৰে বিভাজ্য নহয় কাৰণ একক স্থানৰ সংখ্যাটো 1, 2 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে 111111 সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য নহয়।

এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হয় যদিহে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হয়।

এইখিনিতে মন কৰিবা যে কোনো এটা সংখ্যা অন্য দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰেও বিভাজ্য হোৱা কথাটো সকলো ক্ষেত্ৰতে সঁচা নহয়।

উদাহৰণস্বৰূপে 12 সংখ্যাটো 2 আৰু 4 ৰে বিভাজ্য হয়, কিন্তু $2 \times 4 = 8$ ৰে বিভাজ্য নহয়। আচলতে, **এটা সংখ্যা আন দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰে হৰণ যাব যদি পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ গ সা উ 1 হয় অৰ্থাৎ পিছৰ সংখ্যা দুটা সহ মৌলিক বা আপেক্ষিকভাৱে মৌলিক হয়।**

2 আৰু 3 ৰ ক্ষেত্ৰত গ সা উ 1 বাবে সংখ্যা এটা 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'লে $2 \times 3 = 6$ ৰেও বিভাজ্য হয়।

আকৌ 2 আৰু 4 ৰ ক্ষেত্ৰত গ সা উ 2 বাবে এটা সংখ্যা 2 আৰু 4 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'লেও $2 \times 4 = 8$ ৰে বিভাজ্য নহ'বও পাৰে।

(v) 11 ৰে বিভাজ্যতা

তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা। যেনে 45371

এতিয়া, $45371 = 10000 \times 4 + 1000 \times 5 + 100 \times 3 + 10 \times 7 + 1$
$= (9999 + 1) \times 4 + (1001 - 1) \times 5 + (99 + 1) \times 3 + (11 - 1) \times 7 + 1$
$= 9999 \times 4 + 1001 \times 5 + 99 \times 3 + 11 \times 7 + 1 \times 4 - 1 \times 5 + 1 \times 3 - 1 \times 7 + 1$
$= 11 \times 909 \times 4 + 11 \times 91 \times 5 + 11 \times 9 \times 3 + 11 \times 7 + (4 - 5 + 3 - 7 + 1)$ ইয়াত সোঁফালৰ প্ৰথম চাৰিটা পদৰ প্ৰতিটোৱেই 11ৰ গুণিতক। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 11 ৰে

বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা ৰাশিটো 0 অথবা 11ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা ৰাশিটো অৰ্থাৎ $4 - 5 + 3 - 7 + 1 = -4$, 11 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 45371, 11 ৰে বিভাজ্য নহয়।

মন কৰা যে $4 - 5 + 3 - 7 + 1 = (4 + 3 + 1) - (5 + 7)$ ৰাশিটো প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ অযুগ্ম আৰু যুগ্ম স্থানত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য। গতিকে যিকোনো সংখ্যা এটা 11 ৰে বিভাজ্য হোৱা চৰ্তটো এনেদৰে ক'ব পৰা যায়।

এটা সংখ্যা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 বা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ ঃ 753214 সংখ্যাটোৰ যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানত থকা অংকবোৰৰ প্ৰথমে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য

$$= (7 + 3 + 1) - (5 + 2 + 4)$$
$$= 11 - 11$$
$$= 0$$

গতিকে চৰ্তমতে 753214 সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য।

একেদৰে, 9190909090 সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য কাৰণ,

$9 - 1 + 9 - 0 + 9 - 0 + 9 - 0 + 9 - 0 = 44$, 11 ৰে বিভাজ্য।

মন কৰা যে আমাৰ আলোচনা অনুসৰি 11 ৰে বিভাজ্যতাৰ চৰ্ত দুটা পোৱা গ'ল। যেনে

(A) এটা সংখ্যা *abcdefg* (সাত অংক বিশিষ্ট) 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি

$$a - b + c - d + e - f + g$$
$= (a+c+e+g) - (b + d + f)$ ৰ মান 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

(B) এটা সংখ্যা *abcdefg*, 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি $efg + a$ আৰু bcd ৰ পাৰ্থক্য 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ 1 ঃ 2359874 সংখ্যাটো 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 আৰু 13 ৰ কোনকেইটাৰে বিভাজ্য পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান ঃ 2, 4, 8 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ অংকটো 4 আৰু ই যুগ্ম সংখ্যা। গতিকে সংখ্যাটো 2 ৰে বিভাজ্য। সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 74 আৰু ই 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। একে কাৰণতে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 8 ৰে বিভাজ্য নহয়।

3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি হ'ল $2 + 3 + 5 + 9 + 8 + 7 + 4 = 38$ আৰু ই 3 বা 9 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়। সেয়েহে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 বা 9 কোনো এটাৰে বিভাজ্য নহয়।

5, 25 আৰু 125 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যা এটা 5 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ অংকটো 0 বা 5 হ'ব লাগে। ইয়াত একক স্থানৰ অংকটো 4, সেয়েহে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটা 5 ৰে বিভাজ্য নহ'লে 25 বা 125 ৰেও বিভাজ্য হ'ব নোৱাৰে।

অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 5, 25 বা 125 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়।

6 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ ই 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। কিন্তু ই 3 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য নহয়।

7, 11, 13 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সোঁফালৰ পৰা অংকবোৰ তিনিটাকৈ বেলেগে বেলেগে কৰা হ'ল। তেতিয়া ভাগবোৰ হ'ব

874, 359 আৰু 2

এতিয়া ভাগবোৰ এটা এৰি এটা লৈ যোগ কৰি পোৱা ভাগ দুটা হ'ল 874 + 2 আৰু 359 বা 876 আৰু 359

সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 876 – 359 = 517

ইয়াত 517, 11 ৰে বিভাজ্য, সেয়েহে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 11ৰে বিভাজ্য কিন্তু ই 7 আৰু 13 ৰে বিভাজ্য নহয়।

উদাহৰণ 2 ঃ দেখুওৱা যে 151452 ক 21 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ আমি জানো 21 = 3 × 7

প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ 3 আৰু 7 ৰে বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰি চোৱা যাওক।

সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি আমি পাওঁ —

2 + 5 + 4 + 1 + 5 + 1 = 18 আৰু 18, 3 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 ৰে বিভাজ্য।

আকৌ, সংখ্যাটোৰ অংকবোৰ সোঁফালৰ পৰা তিনিটাকৈ বেলেগ বেলেগ ভাগত সজালে ভাগবোৰ হ'ব 452 আৰু 151

এতিয়া 452 – 151 = 301 আৰু 301 = 7 × 43 অৰ্থাৎ 301, 7 ৰে বিভাজ্য।

গতিকে 151452 সংখ্যাটো 3 আৰু 7 উভয়েৰে বিভাজ্য। তাৰ উপৰি 3 আৰু 7ৰ গসাউ 1 অৰ্থাৎ 3 আৰু 7 সহমৌলিক সংখ্যা। এই ক্ষেত্ৰত প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 × 7 = 21 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

উদাহৰণ 3 ঃ 13x 2741 সংখ্যাটোত x অংকটোৰ মান উলিওৱা যাতে ই 11ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ ইয়াৰ যুগ্ম স্থান আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকসমূহৰ বেলেগে বেলেগে যোগ কৰি উলিওৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 নাইবা 11ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

অৰ্থাৎ $(1+7+x+1)-(4+2+3)$

$= 9+x-9$

$= x$

এই সংখ্যাটো হয় 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

অৰ্থাৎ $x = 0$ নাইবা 11ৰ গুণিতক হ'ব লাগিব। কিন্তু 11ৰ অশূন্য গুণিতকবোৰ দুই বা ততোধিক অংকবিশিষ্ট। গতিকে $x = 0$ হ'ব লাগিব।

নিৰ্ণেয় সংখ্যাটো 1302741

উদাহৰণ 4 ঃ ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাটো উলিওৱা যাক 2311ৰ সৈতে যোগ কৰিলে যোগফলটো (i) 3 ৰে বিভাজ্য (ii) 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ (i) 2311ৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি 2 + 3 + 1 + 1 = 7, কিন্তু 7, 3 ৰে বিভাজ্য নহয়। 7ৰ লগত 2

যোগ কৰিলে 7 + 2 = 9, 3 ৰে বিভাজ্য হয় গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ লগত 2 যোগ কৰিলে, ই 3 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

অৰ্থাৎ ক্ষুদ্ৰতম যোগ কৰিবলগীয়া সংখ্যাটো 2

(ii) 2311 সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 11 সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। অৱশ্যে 11, 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। কিন্তু 11 + 1 = 12, 4 ৰে বিভাজ্য।

গতিকে 2311 ৰ লগত যোগ দিবলগীয়া ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাটো 1 যাতে 2311 + 1 = 2312 সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ 5 ঃ 2785 সংখ্যাটোৰ সোঁফালে এটা অংক বহুওৱা যাতে নতুন সংখ্যাটো (i) 9 ৰে (ii) 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ (i) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো 2785x সংখ্যাটো 9 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে $2 + 7 + 8 + 5 + x$ যোগফলটো 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব অৰ্থাৎ $22 + x$, 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। যিহেতু x, 0 আৰু 9 ৰ মাজৰ এটা চিহ্ন সেয়েহে $22 + x$, $22 + 0$ আৰু $22 + 9$ ৰ মাজত থকা সংখ্যা। অৰ্থাৎ $22 + x$ ৰ মান 22 আৰু 31 ৰ মাজত থাকিব। 22 আৰু 31 ৰ মাজত 9 ৰে বিভাজ্য সংখ্যা 27 অৰ্থাৎ

$$22 + x = 27$$

গতিকে $x = 5$

(ii) x ৰ মান উলিয়াব লাগে যাতে 2785x, 11ৰে বিভাজ্য হয়। এইক্ষেত্ৰত, $x - 5 + 8 - 7 + 2$ অৰ্থাৎ $x - 2$, 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

গতিকে, $x - 2 = 0, 11, 22....$ হ'ব লাগিব যিহেতু x ৰ মান 0ৰ পৰা 9 লৈ যিকোনো এটা হ'ব পাৰে, সেয়েহে $x - 2 = 0$ অৰ্থাৎ $x = 2$

অনুশীলনী 16.1

1. 2, 3, 5, 9 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা
   (i) 4253 (ii) 18935 (iii) 12123232
   (iv) 8753973 (v) 333666 (vi) 785634
2. 4, 6, 8, 11 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা
   (i) 532740 (ii) 347435 (iii) 123456
   (iv) 693011 (v) 1238932
3. 7 আৰু 13 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা
   (i) 2561876 (ii) 864192 (iii) 1604928
4. 25372x অত x ৰ মান উলিওৱা যাতে সংখ্যাটো (i) 3 ৰে বিভাজ্য হয়। (ii) 9 ৰে বিভাজ্য হয়।
5. 25x043 সংখ্যাটোত x ৰ মান উলিওৱা যাতে ই 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

16.2 সংখ্যাৰে খেলিব পৰা কিছুমান খেল

তোমালোকে শ্ৰেণীকোঠাৰ ভিতৰে-বাহিৰে অথবা আজৰি সময়ত লগৰীয়া নাইবা ঘৰৰ আন সদস্যৰ সৈতে সংখ্যাৰ বিভিন্ন খেল খেলিব পাৰা। এনে কিছুমান আচৰিত তথা আমোদজনক সংখ্যা আছে, যিবোৰৰ বিষয়ে জানিলে বা সেইবোৰৰ সৈতে ধেমালি কৰিবলৈ শিকিলে তোমালোকে নিশ্চয় আমোদ পাবা আৰু গণিত বিষয়টো তোমালোকৰ বাবে বন্ধুৰ দৰে হৈ পৰিব। আহাঁচোন, তেনে কেইটামান খেলৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ।

(i) আচৰিত প্ৰকৃতিৰ চাৰিটা সংখ্যা

চাৰিটা বিশেষ সংখ্যা ক্ৰমে 153, 370, 371 আৰু 407 ৰ প্ৰকৃতি অদ্ভুত। ইহঁতৰ প্ৰত্যেকৰে অংককেইটাৰ ঘনফলৰ সমষ্টি মূল সংখ্যাটোৰ সমান।

$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$

$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3 = 27 + 343 + 0 = 370$

$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3 = 27 + 343 + 1 = 371$

$407 = 4^3 + 0^3 + 7^3 = 64 + 0 + 343 = 407$

সঁচাকৈয়ে আচৰিত সংখ্যা নহয়নে বাৰু?

(ii) 37 ৰ সৈতে ধেমালি : 37 সংখ্যাটোৰ এটা যাদুকৰী গুণ আছে। ইয়াক 3 আৰু 3ৰ গুণিতকেৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো এটা বিশেষ ক্ৰমত পোৱা যায়।

$37 \times 3 = 111$	$37 \times 18 =$ ....
$37 \times 6 = 222$	$37 \times 21 =$ ....
$37 \times 9 = 333$	$37 \times 24 =$ ....
$37 \times 12 = 444$	$37 \times 27 = 999$
$37 \times 15 = 555$	

ইয়াৰ পাছতে আকৌ এটা নতুন ক্ৰম আৰম্ভ হয়

$37 \times 30 = 1110$	$37 \times 39 =$ ....
$37 \times 33 = 1221$	$37 \times 42 =$ ....
$37 \times 36 = 1332$	$37 \times 45 =$ ....
	.... × .... = ...

তদুপৰি $37037 \times 3 = 111111$

$37037037 \times 3 = 111111111$

[850 খ্ৰীষ্টাব্দত এইবোৰ মহাবীৰাচাৰ্যই আৱিষ্কাৰ কৰিছিল। তেওঁৰ ৰচিত গ্ৰন্থৰ নাম **গণিত সাৰ সংগ্ৰহ**।]

(iii) তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ খেল

মিলি : যিকোনো তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা লিখা।

ৰংমিলি : লিখিলো বাৰু (9, 10, 11)

মিলি : সংখ্যা তিনিটা যোগ কৰা।

ৰংমিলি : কৰিলোঁ (9 + 10 + 11 = 30)

মিলি : যোগফল কিমান পালা? মোক কোৱাচোন।

ৰংমিলি : 30 পালোঁ।

মিলি : তেতিয়া হ'লে তুমি প্ৰথমতে লিখা সংখ্যাকেইটা 9, 10 আৰু 11

ৰংমিলি : হয়ঙ্গ পিছে তুমি কেনেকৈ জানিলা? মোক কোৱাচোন।

মিলিৰ কৌশলটো চাওঁ আহা :

ধৰা হ'ল, ক্ৰমিক তিনিটাৰ মাজৰ সংখ্যাটো $= x$

$\therefore$ আগৰ সংখ্যাটো $= x - 1$ আৰু পাছৰ সংখ্যাটো $= x + 1$

$\therefore$ তিনিওটাৰ যোগফল হ'ল $= x - 1 + x + x + 1 = 3x$

$$\therefore \text{ মাজৰ সংখ্যাটো} = \frac{\text{তিনিওটাৰে যোগফল}}{3}$$

ওপৰৰ খেলটোৰ ৰংমিলিয়ে কোৱা যোগফলটোক মিলিয়ে 3ৰে হৰণ কৰি পোৱা 10টো মাজৰ সংখ্যা হ'লে তাৰ আগৰ সংখ্যাটো 9 আৰু পাছৰ সংখ্যাটো 11 হ'ব। অৰ্থাৎ সংখ্যা তিনিটা ক্ৰমে 9, 10 আৰু 11 হ'ব।

একেদৰে, $1 + 2 + 3 = 2 \times 3 = 6$

$3 + 4 + 5 = 4 \times 3 = 12$

$9 + 10 + 11 = 10 \times 3 = 30$

লগে ভাগে কৰি চোৱা :

(i) $24 + 25 + 26$ (ii) $28 + 29 + 30$ (iii) $69 + 70 + 71$

(iv) **চাৰিটা ক্ৰমিক সংখ্যাৰ খেল :**

এইবাৰ খেলখন ৰংমিলিয়ে আৰম্ভ কৰিলে—

ৰংমিলি: মিলি, তুমি চাৰিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা মই নেদেখাকৈ তোমাৰ বহীত লিখা

মিলি: ঠিক আছে, লিখিলোঁ (2, 3, 4, 5)

ৰংমিলি: চাৰিওটা সংখ্যা যোগ কৰা

মিলি: কৰিলোঁ বাৰু। 2 + 3 + 4 + 5

ৰংমিলি: যোগফলটো মোক কোৱা

মিলি: যোগফল 14

ৰংমিলি ঃ তেতিয়াহ'লে তুমি লিখা সংখ্যাকেইটা হৈছে 2, 3, 4 আৰু 5

মিলি ঃ ইমান তৎক্ষণাত তুমি কেনেকৈ জানিলা?

ৰংমিলিৰ কৌশলটো চাওঁ আহা ঃ

ৰংমিলিৰ চাৰিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা ক্ৰমে $x, x+1, x+2$ আৰু $x+3$ ধৰাহ'ল,

এতিয়া চাৰিওটাৰে যোগফল $= x + x + 1 + x + 2 + x + 3$

বা, যোগফল $= 4x + 6$

বা, $4x =$ যোগফল $- 6$

বা, $x = \dfrac{\text{যোগফল} - 6}{4}$

মিলিয়ে সংখ্যা চাৰিটাৰ যোগফল 14 পাইছিল।

গতিকে মিলিৰ প্ৰথম সংখ্যাটো হ'ব $= \dfrac{14-6}{4} = 2$

এতেকে সংখ্যা চাৰিটা হ'ব ক্ৰমে 2, 3, 4 আৰু 5

একেদৰে, $3 + 4 + 5 + 6 = 3 \times 4 + 6 = 18$

$5 + 6 + 7 + 8 = 5 \times 4 + 6 = 26$

বিকল্পভাৱে সংখ্যা চাৰিটাৰ মাজৰ দুটাক যোগ কৰি 2 ৰে পূৰণ কৰিলেও সংখ্যাকেইটাৰ যোগফল পোৱা যাব। যেনে —

$9 + (10 + 11) + 12 = (10 + 11) \times 2 = 42$

$15 + (16 + 17) + 18 = (16 + 17) \times 2 = 66$

লগে ভাগে কৰি চোৱা

(i) $7 + 8 + 9 + 10$ (ii) $12 + 13 + 14 + 15$ (iii) $20 + 21 + 22 + 33$

(v) **9 ৰ খেল ঃ**

পংকজ, পাৰভেজ, মানস আৰু ডেনিয়েলে এইবাৰ সংখ্যাৰ অন্য ধৰণৰ এটা আমোদজনক খেল খেলিবলৈ আৰম্ভ কৰিলে। দুটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যাৰ খেল

পংকজ: দুটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যা এটা মনতে ভাবা

পংকজ: এতিয়া সংখ্যাবোৰ অংককেইটা ওলোটাকৈ দিয়া

পাৰভেজ: ভাবিলোঁ (24)

পাৰভেজ: দিলোঁ, 42 পালোঁ

মানস: ভাবিলোঁ (20)

মানস: দিলোঁ 02 পালোঁ

ডেনিয়েল: ভাবিলোঁ (91)

ডেনিয়েল: দিলোঁ 19 পালোঁ

এইবাৰ ডাঙৰ সংখ্যাটোৰ পৰা সৰু সংখ্যাটো বিয়োগ কৰা

বিয়োগ কৰিলোঁ। 42 – 24 = 18 পালোঁ

বিয়োগ কৰিলোঁ 20 – 02 = 18 পালোঁ

বিয়োগ কৰিলোঁ 91 – 19 = 72 পালোঁ

বিয়োগফলটো 9ৰে হৰণ কৰা। নিশ্চয় কোনো ভাগশেষ নাইঙ্গ বিয়োগফলটো 9 ৰ গুণিতক।

18 ÷ 9 = 2 হয়ঙ্গ কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

18 ÷ 9 = 2 হয়ঙ্গ কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

72 ÷ 9 = 8 হয়ঙ্গ কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

এতিয়া খেলটোৰ কৌশলটো ব্যাখ্যা কৰি চাওঁ আহা—

ধৰা হ'ল, ডেনিয়েলে দুটা অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা ab বাচি ল'লে ঃ যাৰ সাধাৰণ ৰূপ $10a + b$। এতিয়া সংখ্যাটোৰ অংক দুটা ওলোটাই দিলে পোৱা নতুন সংখ্যাটো হ'ব $ba = 10b + a$,

যদি $a > b$ হয়, তেন্তে $(10a + b) > (10b + a)$ হ'ব। এইবাৰ ডাঙৰটোৰ পৰা সৰুটো বিয়োগ কৰিলে—

$$\begin{aligned}(10a + b) - (10b + a) &= 10a + b - 10b - a \\ &= 9a - 9b \\ &= 9(a - b)\end{aligned}$$

যিটো সংখ্যা পংকজে কোৱাৰ দৰে 9 ৰ গুণিতক হ'ব।

লগে-ভাগে কৰি চাওঁ আহাঁ—

(i) 16 (ii) 45 (iii) 62

(vi) 1089 ৰ খেল ঃ

তিনিটা অংকৰে গঠিত সংখ্যা এটা লোৱা। কিন্তু অংকবোৰ একে হ'লে নহ'ব।

ল'লো

এতিয়া সেই সংখ্যাৰ অংককেইটাৰে গঠন কৰিব পৰা আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা দুটা লোৱা

ঠিক আছে ল'লো বাৰু। 831 আৰু 138

ডাঙৰটোৰ পৰা সৰুটো বিয়োগ কৰা

কৰিলোঁ। 831 – 138 = 693

এই নতুন সংখ্যাটো ওলোটাই দিয়া আৰু দুয়োটা যোগ কৰা

693 + 396 = 1089 পালোঁ

যোগফলটো 1089 হয়নে বাৰু?

হয়হে কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

খেলটো কি আছিল বাৰু? আচলতে অংকবোৰ সমান নোহোৱা যিকোনো তিনিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যাৰ পৰা প্ৰদত্ত নিৰ্দেশনামতে আগবাঢ়িলে শেষত 1089 পোৱা যাব।

লগে ভাগে কৰি চোৱা

(i) 327 (ii) 291 (iii) 456 (iv) 786

টোকা ঃ

এই 1089 সংখ্যাটো কাপ্ৰেকৰ সংখ্যা (Kaprekar Number) নামেৰে প্ৰসিদ্ধ। মহাৰাষ্ট্ৰৰ নাচিকৰ কাপ্ৰেকৰ নামৰ স্কুল শিক্ষক এগৰাকীয়ে এই খেলটোৰ আৱিষ্কাৰক আছিল।

এই সংখ্যাটোৰ কেইটামান চমৎকাৰ ফল—

$1089 \times 1 = 1089,\ \longleftrightarrow\ 9801 = 1089 \times 9$

$1089 \times 2 = 2178,\ \longleftrightarrow\ 8712 = 1089 \times 8$

$1089 \times 3 = 3267,\ \longleftrightarrow\ 7623 = 1089 \times 7$

$1089 \times 13 = 14,157 \longleftrightarrow 75,141 = 1089 \times 69$

বাওঁফাল আৰু সোঁফালৰ পূৰণফলবোৰ ভালদৰে মন কৰা। কিবা বিশেষত্ব দেখিছানে?

আকৌ,

$33^2 = 1089$

$333^2 = 110889$

$3333^2 = 11108889$ ..... ইত্যাদি।

(vii) **1001 ৰ খেল ঃ**

তিনিটা অংকেৰে গঠিত এটা সংখ্যা লোৱা (যেনিবা 125)

তাক দুবাৰ লিখা 125125

এতিয়া এই সংখ্যাটোক 7ৰে হৰণ কৰা (হৰণফল 17875)

এই হৰণ ফলক 11ৰে হৰণ কৰা (হৰণফল 1625)

শেষত এই হৰণ ফল 13ৰে হৰণ কৰা (হৰণ ফল 125)।

মানে মুল সংখ্যাটো পোৱা গ'ল।

মন কৰা,

$7 \times 11 \times 13 = 1001$,

গতিকে 1001ৰে হৰণ কৰিলেও হৰণফল 125 কে পোৱা যাব।

(i) বিপৰীত পক্ষে $125125 = 125 \times 1001$,

(ii) 125125125125 ধৰিলে, এই সংখ্যাটো $= 125 \times a$, $a = ?$

খেলটোৰ কৌশলটো ব্যাখ্যা কৰি চাওঁ আহা—

আচলতে যিকোনো তিনিটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যাৰ কাষত সেই সংখ্যাটো লিখি পোৱা ছটা অংক বিশিষ্ট নতুন সংখ্যাটো আগৰ সংখ্যাটোৰ 1001 গুণ। ইয়াত $125125 = 125{,}000 + 125$

$$= 125(1000 + 1) = 125 \times 1001$$

$\therefore a = 1001$ আকৌ $7 \times 11 \times 13 = 1001$ এতিয়া কাৰণটো বুজিলানে?

নিজে ভাগে কৰি চোৱা

(i) 234 (ii) 175 (iii) 432

16.3 কেইটামান সাংখ্যিক আৰ্হি

(i) তলৰ প্ৰক্ৰিয়াসমূহ মন কৰা।

$9 \times 9 = 81$, $9 + 9 = 18$

$24 \times 3 = 72$ $24 + 3 = 27$

$47 \times 2 = 94$ $47 + 2 = 49$

$497 \times 2 = 994$ $497 + 2 = 499$

(ii) অন্য এক গঠন

$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$\vdots$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 88888888$$
$$987654321 \times 9 + (-1) =$$
$$9876543210 \times 9 + (-2) =$$

(খালী ঠাই অনুমানেৰে পূৰ কৰা। সঁচাসঁচি পূৰণ কৰি মিলিছেনে চোঁৱা)। আমোদজনক নহয়নে?

(iii) $6^2 - 5^2 = 11 \times 1$

$(56)^2 - (45)^2 = 101 \times 11$

$(556)^2 - (445)^2 = 1001 \times 111$ ইত্যাদি

(iv) এই সংখ্যাটো মন কৰা 3816547290

0 ৰ পৰা 9 লৈ আটাইকেইটা সাংখ্যিক চিহ্নৰে গঠিত সংখ্যাটোৰ বৈশিষ্ট হ'ল ইয়াৰ বাওঁপিনৰ পৰা ক্ৰম অনুসৰি লোৱা যিকোনো সংখ্যক অংকৰ গোট সেই গোটৰ অংকৰ সংখ্যাৰে বিভাজ্য হয়। যেনে 1 | 3, 2 | 38, 3 | 381, 4 | 3816 .... ইত্যাদি। ইয়াত | চিনটোৱে বাওঁফালৰ সংখ্যাটোৱে সোঁফালৰ সংখ্যাটোক হৰণ যোৱা বুজাইছে।

(v) $\frac{148}{296}+\frac{35}{70}=1$

(বিশেষত্বটো কি বাৰু?)

(vi) সংখ্যাৰ বৰ্গৰ কেইটামান চানেকি (*Some Patterns of Square of Numbers)*

আমি জানো যে, যিকোনো সংখ্যাকেই বৰ্গ কৰিব পাৰি। কিন্তু সকলো সংখ্যাই বৰ্গ সংখ্যা নহয়। ইয়াত আমি কিছুমান বিশেষ সংখ্যা বৰ্গ কৰিলে পাব পৰা আকৰ্ষণীয় সংখ্যাৰ দৃষ্টিনন্দন চানেকি কিছুমানৰ বিষয়ে উল্লেখ কৰিম।

(a) এটা আৰ্হি বা চানেকি এনে ধৰণৰ —

$$4^2 = 16$$
$$34^2 = 1156$$
$$334^2 = 111556$$
$$3334^2 = 11115556$$
$$33334^2 = 1111155556$$
$$333334^2 = 111111555556$$

ইয়াৰ তলে তলে তোমালোকে নিজে আৰু কেইটামান লিখা।

(b)

$1^2 =$	1
$11^2 =$	1 2 1
$111^2 =$	1 2 3 2 1
$1111^2 =$	1 2 3 4 3 2 1
$11111^2 =$	1 2 3 4 5 4 3 2 1
$111111^2 =$	1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1
$1111111^2 =$	1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1

↑ মধ্যস্তম্ভ

এই আৰ্হিটোত তোমালোকে কি কি বিশেষ গঠন দেখা পাইছা? প্ৰথমে মন কৰা যে এটা সংখ্যা বৰ্গ কৰাত যিটো সংখ্যা পাইছা তাৰ মধ্য স্তম্ভত থকা অংকটোৰ সোঁফাল আৰু বাঁওফাল একে অংকেৰে গঠিত। [সোঁপিনৰ পৰা মধ্যস্তম্ভলৈ আৰু বাওঁপিনৰ পৰা মধ্যস্তম্ভলৈ একে অংক থকা এই আৰ্হিটোক পেলিনড্ৰম *(Palindrome)* বুলি কোৱা হয়। বিভিন্ন ভাষাৰ ক্ষেত্ৰতো পেলিনড্ৰম সদৃশ শব্দ বা বাক্য পোৱা যায়। যেনে - ৰবৰ, নবীন, নন্দনন্দন, ৰাধাৰ মৰমৰ ধাৰা, বগা নগাই গান গাব, কাজিৰঙাৰ জিকা, *Madam I' m Adam* ইত্যাদি।] আকৌ মন কৰা যে যিটো সংখ্যাৰ বৰ্গ কৰিছা তাত যিমানটা এক আছে সেই সংখ্যাটো বৰ্গ কৰোতে পোৱা সংখ্যাটোৰ মধ্যস্তম্ভত আছে। উদাহৰণস্বৰূপে একেবাৰে শেষত $(1111111)^2$ ক বৰ্গ কৰা হৈছে। ইয়াত মুঠ 7 টা এক আছে। এতিয়া এই সংখ্যাটোৰ বৰ্গ হ'ল 1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1 আৰু ইয়াৰ মধ্যত থকা অংকটো 7।

সংখ্যাৰ ত্ৰিভুজাকৃতিৰ এই আৰ্হিটোৰ নাম পাস্কেল ত্ৰিভুজ (*Pascal's triangle*)।

(c) তলৰ চানেকিটোলৈ লক্ষ্য কৰা —

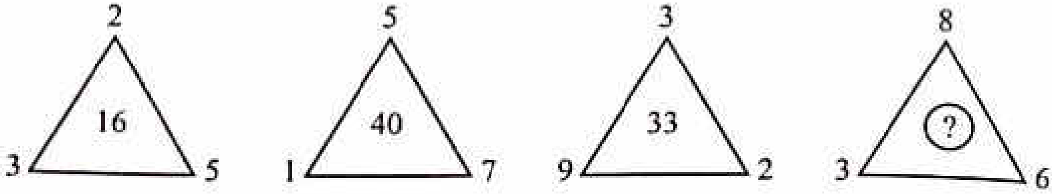
$$9^2 = 81$$
$$99^2 = 9801$$
$$999^2 = 998001$$
$$9999^2 = 99980001$$

এইদৰে ইয়াৰ তলে তলে আৰু কেইটামান লিখি এই আৰ্হিত থকা বিশেষত্ববিলাক অনুধাবন কৰিবলৈ যত্ন কৰা।

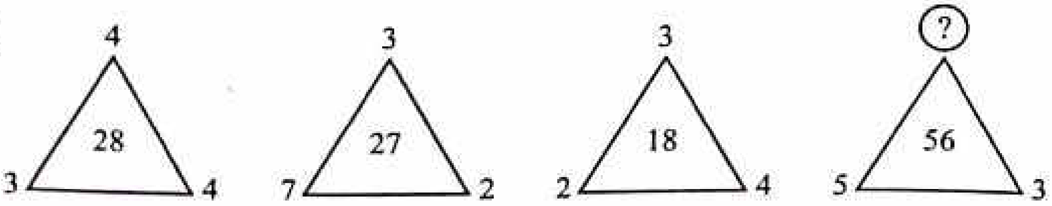
অনুশীলনী 16.2

চোৱা, উদঘাটন কৰা আৰু খালী ঠাই পূৰণ কৰি কৌশলটো লিখা ঃ

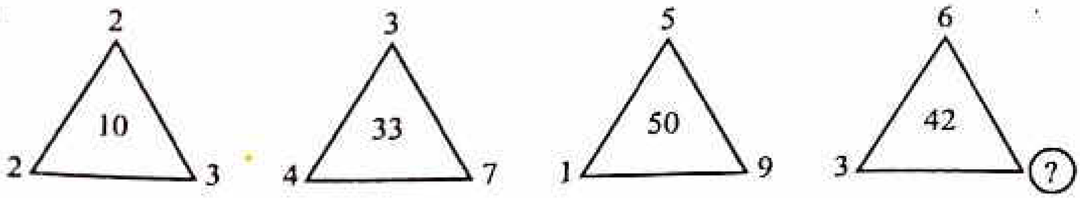
1. (a)



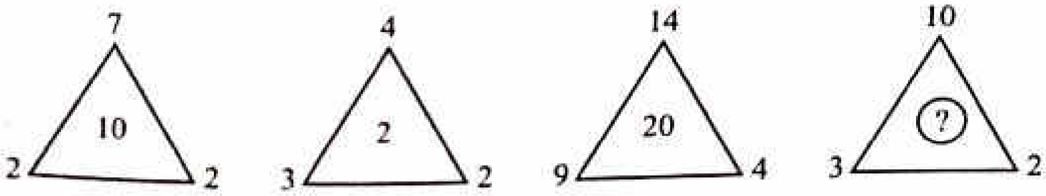
(b)



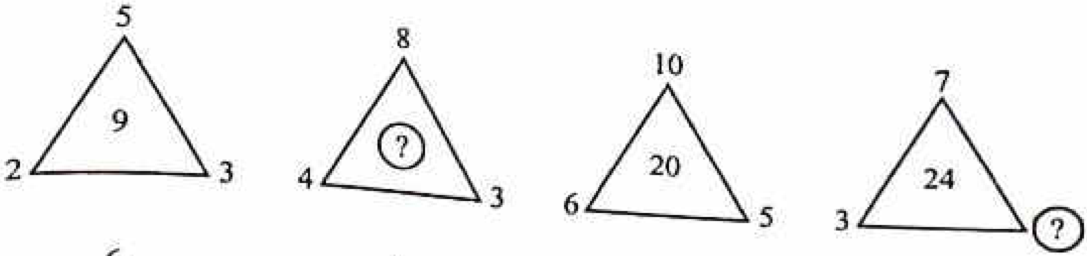
(c)



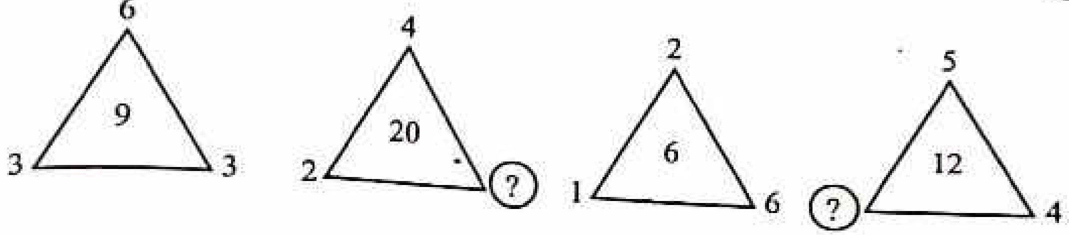
2. (a)



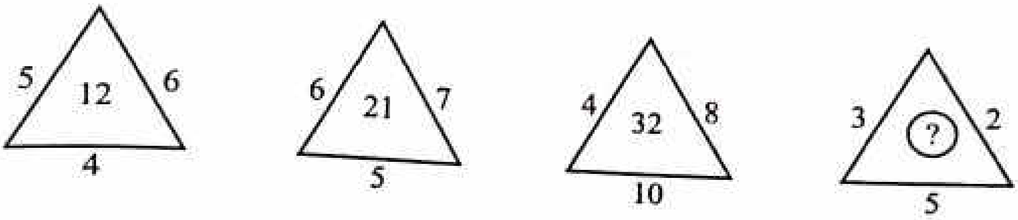
(b)



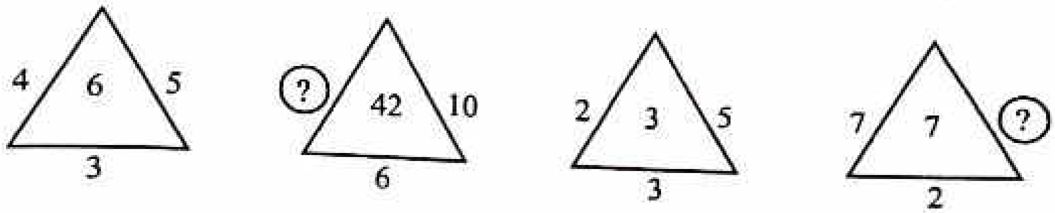
(c)



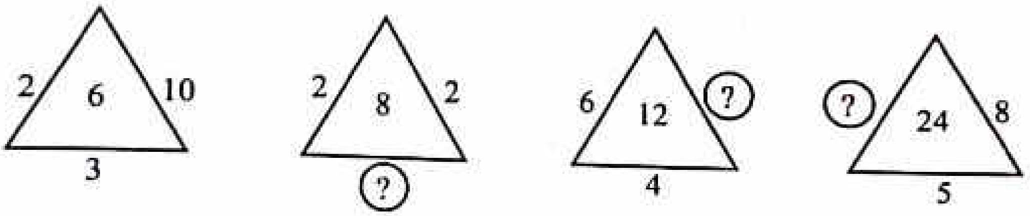
3. (a)



(b)



(c)



16.4 অংকৰ সলনি আখৰৰ খেল (Letters for Digits)

এইটো দফাত কিছুমান গাণিতিক সমস্যাত অংক (Digit)ৰ সলনি আখৰ ব্যৱহাৰ কৰা আছে। আমি তাৰ সমাধানৰ কৌশলৰ অনুশীলন কৰিম। এই ক্ষেত্ৰত আমি কেৱল যোগ আৰু পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি কিছুমান সমস্যা সমাধান কৰিবলৈ শিকিম।

এনে ধৰণৰ সমস্যা সমাধান কৰোঁতে আমি তলৰ নীতিকেইটা মানি চলিম ।

(ক) প্ৰতিটো সমস্যাত থকা প্ৰতিটো আখৰ কেৱল এটা অংকৰ বাবে ব্যৱহাৰ হ'ব। এটা অংকক কেৱল এটা আখৰৰ দ্বাৰা সূচাব লাগিব।

(খ) এটা সমস্যাত থকা কোনো সংখ্যাৰে প্ৰথম অংকটো শূন্য হ'ব নোৱাৰে।

(গ) সমস্যাটোৰ এটাহে উত্তৰ থাকিব লাগিব।

তলত দিয়া উদাহৰণকেইটা লক্ষ্য কৰোঁ আঁহা—

উদাহৰণ 1 ঃ

	A	4
+	1	B
	4	9

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ওপৰৰ যোগৰ সমস্যাটোত থকা A আৰু B কোনো দুটা অংকৰ সলনি ব্যৱহাৰ হৈছে। আমি A আৰু Bৰ মান উলিয়াব লাগে। য'ত A আৰু Bএ দুটা বেলেগ মান বুজাইছে।

স্তৰ 1 ঃ প্ৰথমতে এককৰ ঘৰৰ যোগটো চোৱা। 4 + B = 9; অৰ্থাৎ B এনে এটা সংখ্যা যাৰ লগত 4 যোগ কৰিলে 9 হ'ব। গতিকে নিশ্চিতভাৱে Bৰ মান 5 হ'ব। কাৰণ 4 + 5 = 9।

স্তৰ 2 ঃ এইবাৰ দহকৰ ঘৰলৈ মন কৰা। A + 1 = 4; অৰ্থাৎ A এনে এটা সংখ্যা যাৰ লগত 1 যোগ কৰিলে 4 হ'ব। গতিকে Aৰ মান 3 অৰ্থাৎ, গোটেই সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

	দহক	একক
(A=)	3	4
+	1	(B=) 5
	4	9

উত্তৰ ঃ A = 3 আৰু B = 5

উদাহৰণ 2 ঃ

	5	A	B
+	A	B	2
	B	7	8

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো এটা তিনি অংক বিশিষ্ট যোগৰ সমস্যা। গতিকে তিনিটা স্তৰত কৰিব লাগিব।

স্তৰ 1 ঃ প্ৰথমতে এককৰ ঘৰৰ যোগটো চোৱা। B + 2 = 8; অৰ্থাৎ Bৰ লগত 2 যোগ কৰিলে 8 হ'ব। যিহেতু 6 + 2 = 8। গতিকে B = 6 হ'ব।

স্তৰ 2 ঃ দহকৰ ঘৰত A + B = 7 আছে। যিহেতু Bৰ মান 6 আমি পাই থৈছোঁ। এতিয়া Aৰ মান এনে হ'ব, যাৰ লগত 6 যোগ কৰিলে 7 হ'ব। গতিকে Aৰ মান 1 হ'লে 1 + 6 = 7 হ'ব। অৰ্থাৎ A = 1।

স্তৰ 3 ঃ শতকৰ ঘৰত 5 + A = B আছে। যিহেতু আমি A = 1 আৰু B = 6 পাই থৈছোঁ। গতিকে 5 + 1 = 6 হ'ব।

এতিয়া সমগ্ৰ সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

	শতক	দহক	একক
	5	(A=) 1	(B=) 6
+	(A=) 1	(B=) 6	2
	(B=) 6	7	8

উত্তৰ ঃ A = 1 আৰু B = 6

উদাহৰণ 3 ঃ

$$\begin{array}{cccc} & A & B & B \\ + & A & B & B \\ + & A & B & B \\ \hline 1 & 9 & A & B \end{array}$$

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো সমস্যা ওপৰৰ দুটাতকৈ কিছু বেলেগ। ইয়াৰ সমাধান কৰোঁতে কিছু সাৱধান হ'ব লাগিব।

স্তৰ 1 ঃ এককৰ ঘৰৰ তিনিটা B ৰ যোগফলটো এনে এটা সংখ্যা, যাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো B হ'ব। এইটো কেৱল B = 0 আৰু B = 5ৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভৱ হ'ব। কিন্তু B = 0 টোৱে দহকৰ ঘৰৰ চৰ্ত পূৰণ নকৰে। সেয়েহে B = 5; 5 + 5 + 5 = 15 (এককৰ ঘৰত 5 = B) টো আমি গ্ৰহণ কৰিম। অৰ্থাৎ এইটো সমস্যাত B = 5 হ'ব।

স্তৰ 2 ঃ শতকৰ ঘৰৰ তিনিটা Aৰ মান 6 বহুৱালে, 6 + 6 + 6 = 18 পাম আৰু দহকৰ ঘৰৰ পৰা ওকলা 1 শতক লগ লাগি 18 + 1 = 19 পাম।

অৰ্থাৎ গোটেই সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

হাজাৰ	শতক	দহক	একক
	(1)	(1)	
+	(A=) 6	(B=) 5	(B=) 5
	(A=) 6	(B=) 5	(B=) 5
	(A=) 6	(B=) 5	(B=) 5
1	9	(A=) 6	(B=) 5

উদাহৰণ 4 ঃ

$$\begin{array}{cccc} & & A & B \\ \times & & & B \\ \hline & C & A & B \end{array}$$

A, B আৰু C ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো কেৱল তিনিটা আখৰৰ পূৰণৰ সমস্যা।

স্তৰ 1 ঃ এককৰ ঘৰত দুটা B ৰ পূৰণফলটো এনে এটা সংখ্যা যাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো B য়েই হ'ব। এইটো B = 0, 5 আৰু 6 ৰ ক্ষেত্ৰতহে সম্ভৱ হয়। কিন্তু B = 0 হ'লে দহকৰ ঘৰৰ পূৰণফলটোত '0' হ'ব লাগিব। যিটো এই সমস্যাটোৰ নীতি বিৰুদ্ধ। গতিকে Bৰ সাম্ভাব্য মান 5 বা 6 হ'ব লাগিব।

স্তৰ 2 ঃ এতিয়া $(10A + B) \times B = 100C + 10A + B$ ত $B = 5$

ধৰিলে, $(10A + 5) \times 5 = 100C + 10A + 5$

বা, $50A + 25 = 100C + 10A + 5$

বা, $50A - 10A + 25 - 5 = 100C$

বা. $40A + 20 = 100C$

বা, $2A + 1 = 5C$ (20 ৰে হৰণ কৰি)

অৰ্থাৎ $2A + 1$ৰ মান 5ৰ গুণিতক, কিন্তু অযুগ্ম সংখ্যা।

গতিকে, $2A + 1 = 5$ নাইবা $2A + 1 = 15$

বা $A = 2$ বা $A = 7$

এতিয়া $A = 2 \Rightarrow 2 \times 2 + 1 = 5C$

বা $5 = 5C$

$\therefore C = 1$

আৰু $A = 7 \Rightarrow 2 \times 7 + 1 = 5C$

বা $15 = 5C$

$\therefore C = 3$

গতিকে $A = 2$, $B = 5$ আৰু $C = 1$ হ'ব।

তেনেহ'লে সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

$$\begin{array}{rrr} & (A=)\,2 & (B=)\,5 \\ \times & & (B=)\,5 \\ \hline (C=)\,1 & (A=)\,2 & (B=)\,5 \end{array}$$

উত্তৰ ঃ $A = 2$ আৰু $B = 5$ আৰু $C = 1$

অনুশীলনী 16.3

1. তলৰ প্ৰতিটো সংখ্যাত থকা আখৰবোৰৰ মান উলিওৱা (স্তৰ অনুসৰি) ঃ

(i) $\begin{array}{rrr} & 6 & A \\ + & 8 & 7 \\ \hline B & A & 2 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{rrr} 2 & 1 & A \\ +1 & A & 3 \\ \hline 3 & 6 & 8 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{rrr} 1 & A & B \\ +A & B & 1 \\ \hline B & 0 & 7 \end{array}$ (iv) $\begin{array}{rrr} B & 2 & A \\ +3 & A & B \\ \hline A & 0 & 0 \end{array}$

(v) $\begin{array}{rrrr} 3 & 0 & A & 6 \\ +4 & 2 & 4 & B \\ +A & 3 & B & 6 \\ \hline C & 6 & A & 7 \end{array}$ (vi) $\begin{array}{rrrr} & A & A & A \\ + & A & A & A \\ + & A & A & A \\ \hline C & B & B & A \end{array}$ (vii) $\begin{array}{rrr} & A & B \\ \times & & 3 \\ \hline C & A & B \end{array}$ (viii) $\begin{array}{rrr} & B & A \\ \times & B & 3 \\ \hline 5 & 7 & A \end{array}$

(ix) $\begin{array}{rrr} & A & B \\ \times & & 6 \\ \hline C & B & B \end{array}$ (x) $\begin{array}{rrr} & A & B \\ \times & & 6 \\ \hline B & B & B \end{array}$ (xi) $\begin{array}{rrr} & A & B \\ \times & & 5 \\ \hline C & A & B \end{array}$ (xii) $\begin{array}{rrr} & A & B \\ \times & A & B \\ \hline C & A & B \end{array}$

আমি কি শিকিলোঁ?

1. **2, 4 আৰু 8 ৰে বিভাজ্যতা**

   একক স্থানত 0 অথবা যুগ্ম অংক থকা যিকোনো সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য হয়।

   এটা সংখ্যা 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 অথবা 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটাৰ একক, দহক আৰু শতকৰ ঘৰত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 8 ৰে বিভাজ্য হ'লে মূল সংখ্যাটোও 8 ৰে বিভাজ্য হয়।

2. **5, 25 আৰু 125 ৰে বিভাজ্যতা**

   সংখ্যা এটাৰ একক স্থানত 0 বা 5 থাকিলে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটা 25 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 বা 25 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটা 125 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 125 ৰে বিভাজ্য হয়।

3. **3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা**

   কোনো এটা সংখ্যা 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত থকা আটাইকেইটা অংকৰ সমষ্টিটো ক্রমে 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয়।

4. **6 ৰে বিভাজ্যতা**

   এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হয় যদিহে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হয়।

   এটা সংখ্যা আন দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰে হৰণ যাব যদি পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ গ সা উ 1 হয় অর্থাৎ পিছৰ সংখ্যা দুটা সহ মৌলিক বা আপেক্ষিকভাৱে মৌলিক হয়।

5. **11 ৰে বিভাজ্যতা**

   এটা সংখ্যা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 বা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

6. সংখ্যাৰে খেলিব পৰা কিছুমান খেল।

7. অংকৰ সলনি আখৰৰ খেল।

❑❑❑