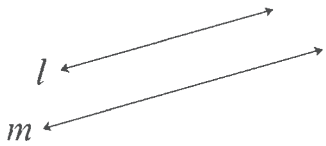
2 متوازی خطوط اور تقاطع

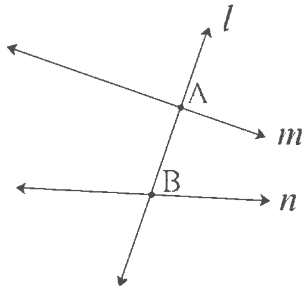
آیئے ذرا یاد کریں



ایک ہی مستوی میں واقع ایک دوسرے کو قطع نہیں کرنے والے خطوط متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔

خط l اور خط m متوازی خطوط ہیں، اسے 'خط l ‖ خط m' لکھتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

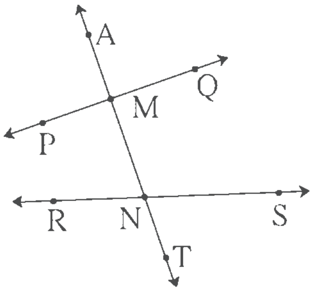


تقاطع (Transversal)

بازو میں دی ہوئی شکل میں خط m اور خط n کو خط l بالترتیب نقطہ A اور نقطہ B دو متفرق نقاط پر قطع کرتا ہے۔ خط m اور خط n کا خط l تقاطع ہے۔

اگر کوئی خط دیے ہوئے دو خطوط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہو تو اس خط کو ان دو خطوط کا تقاطع کہتے ہیں۔

تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے (Angles made by Transversal)



متصلہ شکل میں تقاطع کے ذریعے نقطہ تقاطع M پر چار اور نقطہ تقاطع N پر چار اس طرح کل 8 زاویے بنے ہوئے دکھائی دیتے ہیں۔ آٹھوں زاویوں میں سے ہر ایک زاویے کی ایک ساق تقاطع پر ہے اور دوسری ساق دو میں سے کسی ایک خط پر ہے۔ اس کا استعمال کر کے زاویوں کی جوڑیاں طے کی گئی ہیں، ان جوڑیوں کا مطالعہ کریں گے۔

• نظیری زاویے (Corresponding Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویوں کی تقاطع پر کی ساق ایک ہی سمت ظاہر کرتی ہے اور جو ساق تقاطع پر نہیں ہے وہ تقاطع کے ایک ہی جانب ہوتی ہیں، اس جوڑی کو نظیری زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

• داخلی زاویے (Interior Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویے دیے ہوئے دونوں خطوط کے اندرونی جانب ہوتے ہیں۔ اس جوڑی کو داخلی زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

مذکورہ بالا شکل میں نظیری زاویوں کی جوڑیاں —

(i) $\angle AMP$ اور $\angle MNR$

(ii) $\angle PMN$ اور $\angle RNT$

(iii) $\angle AMQ$ اور $\angle MNS$

(iv) $\angle QMN$ اور $\angle SNT$

مذکورہ بالا شکل میں داخلی زاویوں کی جوڑیاں —

(i) $\angle PMN$ اور $\angle MNR$

(ii) $\angle QMN$ اور $\angle MNS$

• متبادلہ زاویے (Alternate Angles)

زاویوں کی ایسی جوڑی جس جوڑی میں زاویے تقاطع کے مخالف جانب ہوتے ہیں اور تقاطع پر واقع ساق مخالف سمت ظاہر کرتی ہے، وہ جوڑی متبادلہ زاویوں کی جوڑی ہوتی ہے۔

شکل میں زاویوں کی دو جوڑیاں داخلی متبادلہ زاویوں کی ہیں تو دو جوڑیاں خارجی متبادلہ زاویوں کی ہے۔

داخلی متبادلہ زاویے

(خطوط کے اندرونی جانب والے زاویے)

(i) $\angle PMN$ اور $\angle MNS$

(ii) $\angle QMN$ اور $\angle RNM$

خارجی متبادلہ زاویے

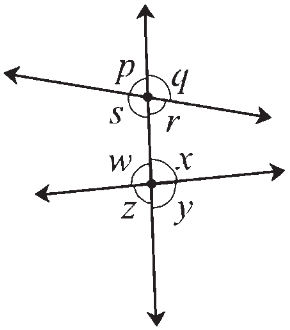
(خطوط کے بیرونی جانب والے زاویے)

(i) $\angle AMP$ اور $\angle TNS$

(ii) $\angle AMQ$ اور $\angle RNT$

مشقی سیٹ 2.1

.1 متصلہ شکل دیکھیے۔ شکل میں زاویوں کے نام ایک حرف سے ظاہر کیے گئے ہیں اس کی مدد سے خالی چوکون پر کیجیے۔



نظیری زاویوں کی جوڑیاں

(1) $\angle p$ اور ☐ (2) $\angle q$ اور ☐

(3) $\angle r$ اور ☐ (4) $\angle s$ اور ☐

داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں

(5) $\angle s$ اور ☐ (6) $\angle w$ اور ☐

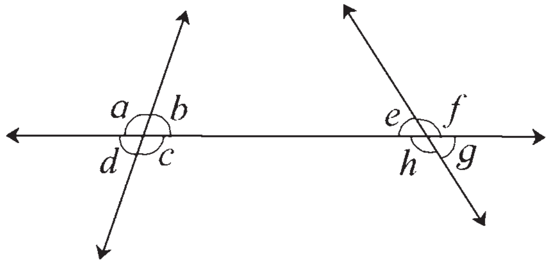
.2 متصلہ شکل میں دکھائے ہوئے زاویے دیکھیے۔

درج ذیل جوڑیوں کو ظاہر کرنے والے زاویے لکھیے۔

(1) داخلی متبادلہ زاویے

(2) نظیری زاویے

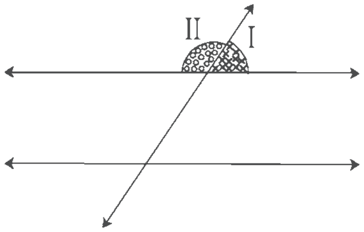
(3) داخلی زاویے



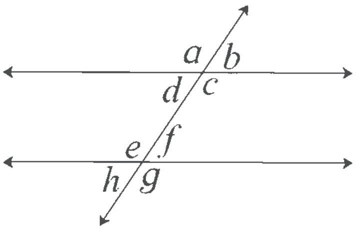
آیئے سمجھ لیں

متوازی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے اور ان کی خصوصیات :
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

عملی کام (1) ایک بیاض کے کاغذ پر شکل (A) میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو متوازی خطوط کھینچیے اور ان کا تقاطع کھینچیے۔ٹریسنگ کاغذ کی مدد سے اسی شکل کی ایک نقل ایک سادے کاغذ پر کھینچیے۔شکل (B) میں دکھائے ہوئے کے مطابق حصہ I اور حصہ II کو مختلف رنگوں سے رنگیے ان دونوں حصوں کو قینچی سے کاٹیے۔



(B)



(A)

اسے ذہن نشین رکھیے کہ حصہ I اور حصہ II سے دکھائے ہوئے زاویے خطی جوڑی میں ہیں۔اب حصہ I اور حصہ II کو شکل A میں آٹھوں زاویوں میں سے ہر زاویے پر رکھ کر دیکھیے۔

کون کون سے زاویوں سے حصہ I مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

کون کون سے زاویوں سے حصہ II مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

ایسا دکھائی دے گا کہ، $\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$ ، کیونکہ یہ زاویے حصہ I سے منطبق ہوتے ہیں۔

$\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$ ، کیوں کہ یہ زاویے حصہ II سے منطبق ہوتے ہیں۔

(1) $\angle a \cong \angle e,\ \angle b \cong \angle f,\ \angle c \cong \angle g,\ \angle d \cong \angle h$ ... (یہ نظیری زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

(2) $\angle d \cong \angle f$, $\angle e \cong \angle c$ ... (یہ داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

(3) $\angle a \cong \angle g$, $\angle b \cong \angle h$ ... (یہ خارجہ متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

(4) $m\angle d + m\angle e = 180^\circ$, $m\angle c + m\angle f = 180^\circ$ ... (یہ داخلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

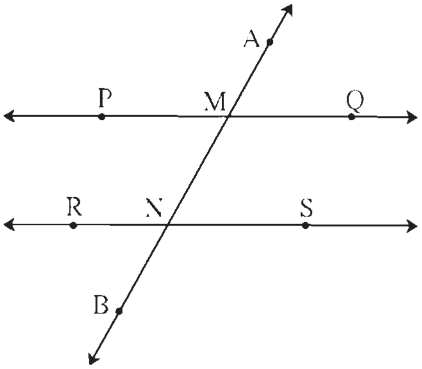
آیئے بحث کریں

دو متوازی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر آٹھ زاویے بنتے ہیں۔

ان آٹھ زاویوں میں سے ایک زاویے کی پیائش دی ہو تو کیا دیگر سات زاویوں کی پیائشیں معلوم کی جا سکتی ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

(1) نظیری زاویوں کی خصوصیت (Property of corresponding angles)



متوازی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے نظیری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

متصلہ شکل میں خط RS || خط PQ

خط AB اُن کا تقاطع ہے۔

نظیری زاویے

$\angle AMP \cong \angle MNR$, $\angle PMN \cong \angle RNB$

$\angle AMQ \cong \angle MNS$, $\angle QMN \cong \angle SNB$

(2) متبادلہ زاویوں کی خصوصیت (Property of alternate angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

داخلی متبادلہ زاویے	خارجی متبادلہ زاویے
$\angle PMN \cong \angle MNS$	$\angle AMP \cong \angle SNB$
$\angle QMN \cong \angle MNR$	$\angle AMQ \cong \angle RNB$

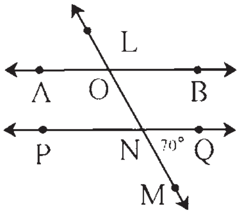
(3) داخلہ زاویوں کی خصوصیت (Property of Internal angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے داخلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$m\angle PMN + m\angle MNR = 180°$

$m\angle QMN + m\angle MNS = 180°$

حل کردہ مثالیں



مثال (1) متصلہ شکل میں خط PQ || خط AB اور خط LM تقاطع ہے۔ $m\angle MNQ = 70°$ ہو تو $\angle AON$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل : **طریقہ I**

$m\angle MNQ = m\angle ONP = 70°$ ... (متقابلہ زاویے)

$m\angle AON + m\angle ONP = 180°$ ... (داخلہ زاویے)

$\therefore\ m\angle AON = 180° - m\angle ONP$

$= 180° - 70°$

$= 110°$

طریقہ II

$m\angle MNQ = 70°$

$\therefore\ m\angle NOB = 70°$ ...(نظیری زاویے)

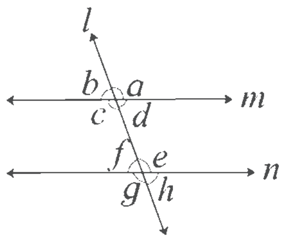
$m\angle AON + m\angle NOB = 180°$ ...(خطی جوڑی کے زاویے)

$\therefore\ m\angle AON + 70° = 180°$

$\therefore\ m\angle AON = 110°$

(مزید مختلف طرح سے غور وخوض کرکے مندرجہ بالا سوال حل کیا جاسکتا ہے)

مثال (2) متصلہ شکل میں خط $n \parallel$ خط m اور خط l تقاطع ہے۔



اگر $m\angle b = (x + 15)^\circ$ اور $m\angle e = (2x + 15)^\circ$ ہوتو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل : $m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$ $\therefore$ ، $\angle b = \angle f$ ... (نظیری زاویے)

$m\angle f + m\angle e = 180^\circ$ ... (خطی جوڑی کے زاویے)

مساوات میں قیمت رکھ کر،

$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ$, $\therefore 3x + 30 = 180^\circ$

$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ$ ... (طرفین سے 30 تفریق کرنے پر)

$x = \dfrac{150^\circ}{3}$ ... (طرفین کو 3 سے تقسیم دینے پر)

$\therefore x = 50^\circ$

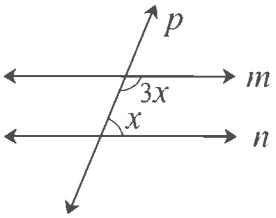
یہ میری سمجھ میں آگیا

دومتوازی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر بننے والے زاویوں میں سے

- نظیری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
- داخلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متمم ہوتے ہیں۔

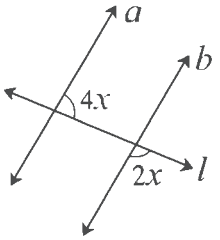
مشقی سیٹ 2.2

.1 مناسب متبادل منتخب کیجیے۔



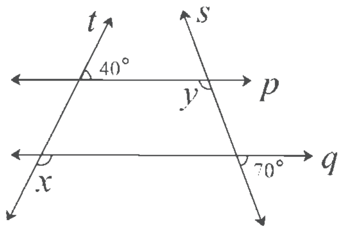
(1) متصلہ شکل میں اگر خط $n \parallel$ خط m ہو اور خط p ان کا تقاطع ہوتو x کی قیمت کتنی ہے؟

(A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°



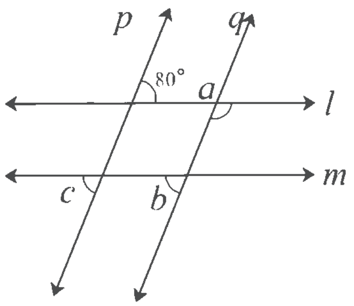
(2) متصلہ شکل میں اگر خط $b \parallel$ خط a ہو اور خط l ان کا تقاطع ہوتو x کی قیمت کتنی ہے؟

(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

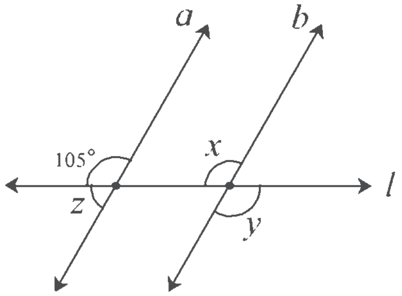


.2 متصلہ شکل میں خط $q \parallel$ خط p ہے۔ خط t اور خط s تقاطع ہیں۔ دی ہوئی پیمائش کی مدد سے $\angle x$ اور $\angle y$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

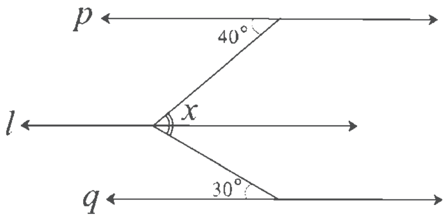
3. متصلہ شکل میں خط q || خط p ہے۔ خط m || خط l ہے۔ دیے ہوئے زاویے کی پیائش کی مدد سے $\angle a$، $\angle b$، $\angle c$ کی پیائشیں معلوم کیجیے، وجہ بھی لکھیے۔



*4. متصلہ شکل میں خط b || خط a اور خط l تقاطع ہے۔ دیے ہوئے زاویے کی پیائش کی مدد سے $\angle x$، $\angle y$، $\angle z$ کی پیائشیں معلوم کیجیے۔



*5. متصلہ شکل میں خط l || خط q || خط p ہے اور دی ہوئی پیائشوں کی مدد سے $\angle x$ کی پیائش معلوم کیجیے۔



مزید معلومات کے لیے :

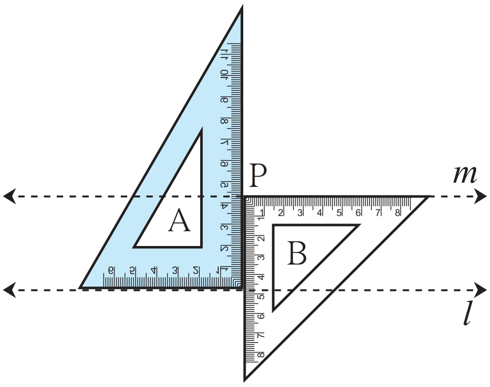
ایک مستوی میں واقع دو خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر بننے والے —

- نظیری زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔
- متبادلہ زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔
- داخلہ زاویوں کی ایک جوڑی متمم ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا (To draw a line parallel to the given line)

عمل (I) : دیے ہوئے خط کے باہر واقع نقطے سے گنیا کی مدد سے دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ I : عمل کے مراحل



(1) خط l کھینچیے۔

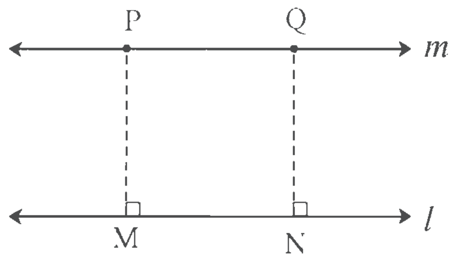
(2) خط l کے باہر ایک نقطہ P لیجیے۔

(3) شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو گنیا ایک دوسرے سے مَس کر کے رکھیے۔ گنیا A اور B کو پکڑ کر رکھیے۔ گنیا B کا کنارا نقطہ P پر ہے اس سرے (کنارے) پر خط کھینچیے۔

(4) اس خط کو m نام دیجیے۔

(5) خط m، خط l کے متوازی ہے۔

طریقہ II : عمل کے مراحل :



(1) خط l کھینچیے۔ اس خط کے باہر ایک نقطہ P لیجیے۔

(2) نقطہ P سے خط l پر خط PM ایک عمود کھینچیے۔

(3) خط l پر ایک دوسرا نقطہ N لیجیے۔

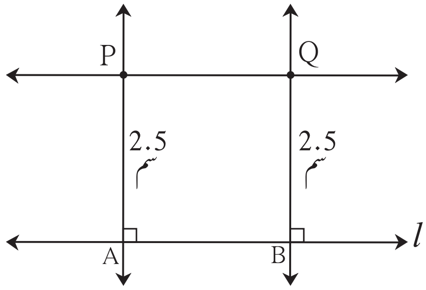
(4) نقطہ N سے ایک عمودی خط NQ، خط l پر کھینچیے۔
اس طرح کہ NQ = MP

(5) نقاط P اور Q سے گذرنے والا خط m دیے ہوئے خط l کے متوازی ہے۔

عمل (II) : دیے ہوئے خط سے دیے ہوئے فاصلہ پر متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ : خط l سے 2.5 سم فاصلے پر متوازی خط کھینچیے۔

عمل کے مراحل :



(1) خط l کھینچیے۔

(2) خط l پر A اور B دونقاط لیجیے۔

(3) نقطہ A اورنقطہ B سے خط l پر عمود کھینچیے۔

(4) اس خط پر، نقطہ A اور نقطہ B سے 2.5 سم فاصلے پر
نقطہ P اور نقطہ Q لیجیے۔

(5) خط PQ کھینچیے۔

(6) خط PQ، خط l سے 2.5 سم فاصلے پر واقع متوازی خط ہے۔

مشقی سیٹ 2.3

.1 خط l کھینچیے۔ اس خط کے باہر نقطہ A لیجیے۔ نقطہ A سے گذرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کھینچیے۔

.2 خط l کھینچیے۔ اس کے باہر نقطہ T لیجیے۔ نقطہ T سے گذرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کھینچیے۔

.3 خط m کھینچیے اور اس خط سے 4 سم فاصلے سے متوازی خط n کھینچیے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 2.1 1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$

2. (1) $\angle c$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle h$ (2) $\angle a$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle f$, $\angle c$ اور $\angle g$, $\angle d$ اور $\angle h$

(3) $\angle c$ اور $\angle h$, $\angle b$ اور $\angle e$

مشقی سیٹ 2.2 1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140°$, $\angle y = 110°$

3. $\angle a = 100°$, $\angle b = 80°$, $\angle c = 80°$

4. $\angle x = 105°$, $\angle y = 105°$, $\angle z = 75°$ 5. $\angle x = 70°$

064775