باب 6

صحیح اعداد

(Integers)

6.1 تعارف (Introduction)

سنیتا کی ماں کے پاس 8 کیلے ہیں سنیتا اپنی دوستوں کے ساتھ پکنک پر جارہی ہے وہ اپنے ساتھ 10 کیلے لے کر جانا چاہتی ہے۔کیا اس کی ماں اس کو 10 کیلے دے سکتی ہے؟ اس کے پاس تو اتنے کیلے نہیں ہیں وہ اپنے پڑوسی سے 2 کیلے ادھار لیتی ہے یہ کہہ کر کہ جلدی ہی لوٹا دے گی۔ سنیتا کو دس کیلے دینے کے بعد اس کی ماں کے پاس کتنے کیلے بچے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس کے پاس صفر (Zero) کیلے بچے؟ اب اس کے پاس ایک بھی کیلا نہیں ہے مگر اس کو 2 کیلے اپنے پڑوسی کو واپس بھی کرنے ہیں۔ اس لیے جب وہ اور کیلے لائے گی یہ مان لیجیے 6 کیلے اور لاتی ہے تو 2 کیلے واپس کرنے کے بعد اس کے پاس 4 کیلے باقی بچ جائیں گے۔

رونالڈ ایک پین خریدنے کے لیے بازار گیا اس کے پاس کل 12 روپے ہیں مگر ایک پین کی قیمت 15 روپے ہے دکاندار نے پین تو اس کو دے دیا لیکن باقی 3 روپے رونالڈ کے نام کے آگے یادداشت کے طور پر لکھ لیے مگر وہ یہ کیسے یاد رکھے گا کہ 3 روپے رونالڈ سے لینے ہیں یا اس کو دینے ہیں کیا وہ اس رقم کو کسی خاص رنگ یا خاص علامت کے ذریعہ ظاہر کرسکتا ہے؟

روچیکا اور سلمہ ایک کھیل کھیل رہی ہیں۔ اس کھیل میں ان کے پاس گنتی لکھی ہوئی ایک پٹی ہے جس پر برابر برابر فاصلہ سے 0 سے لے کر 25 تک گنتی لکھی ہوئی ہے۔

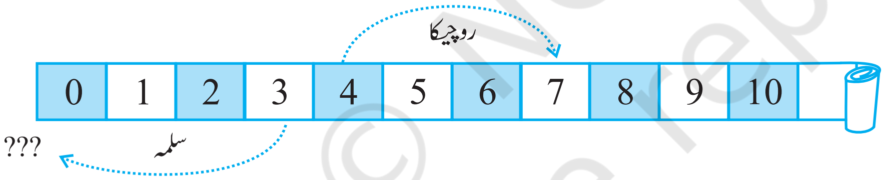
© NCERT not to be republished

کھیل کی شروعات کرتے ہوئے دونوں نے ایک رنگین ٹوکن صفر پر رکھ دیا۔ ایک تھیلے میں دو رنگ کے پانسے رکھے ہوئے ہیں۔ دونوں ایک ایک کرکے پانسہ نکالیں گی اگر پانسہ لال رنگ کا ہے تو پانسہ پھینکنے پر جو گنتی آتی ہے تو اتنے ہی خانے ٹوکن کو آگے لے جایا جائے گا اور اگر پانسہ نیلے رنگ کا ہے تو پھینکنے پر آنے والی گنتی کے برابر خانے ٹوکن پیچھے لے جانا پڑے گا۔ ہر چال کے بعد پانسہ کو بیگ میں واپس رکھ دیا جائے گا جس سے کہ دونوں لڑکیوں کو برابر کا موقع ملے۔ دونوں میں سے جو بھی 25 کے عدد پر پہلے پہنچے گا وہی جیتے گا۔ اس طرح دونوں کھیل کو شروع کرتی ہیں۔

روچیکا کے پاس لال پانسہ آتا ہے اور جب وہ اس کو پھینکتی ہے تو چار آتا ہے پھر وہ ٹوکن کو فیتہ پر چار خانے آگے چلتی ہے پھر سلمہ اپنی باری چلتی ہے اور اس کے پاس بھی لال پانسہ آتا ہے جب وہ پانسہ پھینکتی ہے تو تین آنے پر اپنے ٹوکن کو 3 خانے آگے چلتی ہے۔

دوسری باری میں روبی کا لال پانسہ نکلتا ہے اور پھینکنے پر 3 آتا ہے۔ جبکہ سلمہ کا نیلا پانسہ نکلتا ہے اور پھینکنے پر 4 آتا ہے۔ آپ کیا سوچتے ہیں کہ دونوں کے ٹوکن کہاں کہاں ہونے چاہئیں؟

روبی آگے بڑھتی ہے اور 3 + 4 یعنی 7 کے عدد پر پہنچتی ہے۔



جب کہ سلمہ اپنا ٹوکن صفر کے خانے پر رکھتی ہے مگر اس پر روچیکا کو اعتراض ہوتا ہے اس کا کہنا ہے کہ سلمہ کو ٹوکن صفر سے بھی پیچھے جانا چاہیئے۔ سلمہ مان جاتی ہے مگر صفر سے پہلے تو کچھ ہے ہی نہیں اب وہ کیا کریں؟ سلمہ اور روچیکا فیتہ کو دوسری طرف بھی بڑھاتی ہیں وہ صفر سے پہلے ایک اور فیتہ جوڑ دیتی ہیں اور دونوں فیتوں میں فرق کرنے کے لیے سوچتی ہیں کہ اس دوسرے والے فیتہ کو نیلے رنگ سے ظاہر کر دیتے ہیں۔

اب سلمہ کہتی ہے کہ وہ صفر سے ایک پیچھے والے خانے پر جو نیلے رنگ کا ہے اگر ٹوکن نیلے رنگ کے ایک پر ہے تو نیلے رنگ کے ایک سے پہلے نیلے رنگ کا دو ہے اور اسی طرح نیلے رنگ کا تین نیلے رنگ کے دو سے پہلے ہے وہ دونوں طے کرتی ہیں کہ ہم لوگ اسی طرح پیچھے کی طرف جائیں گے۔ مگر ان لوگوں کو نیلے

© NCERT not to be republished

رنگ کا کاغذ نہیں مل پاتا ہے تو روچیکا کہتی ہے کہ ہم لوگ مخالف سمت جانے والے اعداد پر ایک نشان لگادیتے ہیں۔ اس طرح آپ نے دیکھا کہ صفر سے چھوٹے اعداد کے لیے ہم لوگوں کو ایک نشان یا علامت کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ استعمال ہونے والا نشان منفی (Negative) کا ہوتا ہے۔

اسے کیجیے

(کون کہاں ہیں؟)

مان لیجیے ڈیوڈ اور موہن نے صفر کے مقام سے مخالف سمتوں میں چلنا شروع کیا مان لیا کہ نقطہ صفر کے طرف جانے والے قدموں کو جمع کی علامت + سے ظاہر کیا جائے گا اور بائیں طرف جانے والے قدموں کو نفی علامت – سے ظاہر کئے جائیں گے اگر موہن صفر کے داہنی طرف پانچ قدم جاتا ہے تو اس کو 5+ سے ظاہر کیا جائے گا۔ اور اگر ڈیوڈ صفر کے بائیں طرف پانچ قدم جاتا ہے تو اس کو 5– سے ظاہر کیا جائے گا۔

مندرجہ ذیل حالتوں کو + یا – علامتوں کے ساتھ ظاہر کیجیے۔

(a) صفر سے بائیں طرف 8 قدم (b) صفر سے دائیں طرف 7 قدم

(c) صفر سے دائیں طرف 11 قدم (d) صفر سے بائیں طرف 6 قدم

اسے کیجیے

(میری پیروی کون کرتا ہے؟)

پچھلی مثالوں سے ہم نے دیکھا کہ داہنی طرف جانے کے لیے اگر صرف ایک ہی حرکت (Movement) کی جائے تو عدد کا جانشین (Successor) حاصل ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل اعداد کے جانشین بنائیے:

عدد	جانشین
10	
8	
–5	
–3	
0	

© NCERT not to be republished

اگر ٹوکن کو حرکت دینے والا عدد منفی ہے تو حرکت بائیں طرف کی جائے گی۔

اگر بائیں طرف کی جانے والی حرکت صرف ایک ہے تو ہمیں عدد کا پیش رو (Predecessor) حاصل ہوگا۔

–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

مندرجہ ذیل اعداد کے پیش رو اعداد لکھیے :

عدد	پیش رو
10	
8	
5	
3	
0	

6.1.1 مجھے ایک علامت سے جوڑیئے (Tag me with a sign)

ہم نے دیکھا کہ کچھ اعداد کے ساتھ منفی علامت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر رونالڈ کی واجب الادا رقم دکاندار کے لیے ہم 3 – لکھ کر ظاہر کریں گے۔

درج ذیل دکاندار کا کھاتا ہے جس میں بعض چیزوں کی فروخت سے ہونے والا نفع اور نقصان دکھایا گیا ہے۔ کیونکہ نفع اور نقصان برعکس حالتیں ہیں اگر نفع کو مثبت علامت '+' سے ظاہر کیا جاتا ہے تو نقصان کو منفی علامت – سے ظاہر کیا جائے گا۔

کچھ ایسی صورت حال جن میں ہم یہ علامتیں استعمال کرسکتے ہیں:

اشیا کے نام	نفع	نقصان	مناسب علامت سے اظہار
سرسوں کا تیل	150 روپے		....
چاول		250 روپے	....
کالی مرچ	225 روپے		....
گیہوں	200 روپے		....
مونگ پھلی کا تیل		330 روپے	....

© NCERT not to be republished

سطح سمندر سے اونچی جگہوں کو مثبت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جیسے جیسے ہم نیچے جاتے ہیں اونچائی کم اور کم ہوتی جاتی ہے اس لیے سطح سمندر سے نیچے والی اونچائی کو منفی عدد سے ظاہر کرتے ہیں۔

اگر آمدنی کو مثبت علامت '+' سے ظاہر کرتے ہیں تو خرچ کو منفی علامت '–' سے ظاہر کریں گے۔ مثال کے طور پر اگر کسی جگہ کا درجۂ حرارت 0°C سے 10°C کم ہے تو اس کو ہم –10°C سے ظاہر کریں گے۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کو مناسب علامتوں کے ساتھ لکھیے۔

(a) سطح سمندر سے 100 میٹر نیچے

(b) 0°C درجۂ حرارت سے 25°C زیادہ

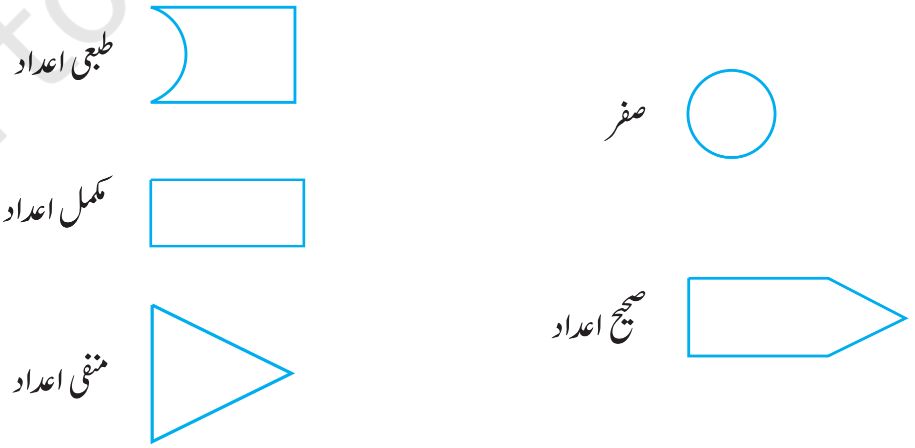
(c) 0°C سے 15°C کم

(d) 0 سے 5 کم

6.2 صحیح اعداد (Integers)

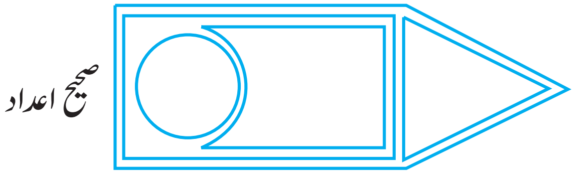
سب سے پہلے دریافت ہونے والے اعداد 'طبعی اعداد' (Natural Numbers) ہیں یعنی 1, 2, 3, 4, ... صفر عدد کو اگر طبعی اعداد کے مجموعہ میں شامل کرلیا جائے تو ہم کو اعداد کا ایک نیا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔ جس کو مکمل اعداد (Whole Numbers) کہتے ہیں۔ یعنی 0, 1, 2, 3, ... پچھلے باب میں ہم نے ان دونوں طرح کے اعداد کے بارے میں مطالعہ کیا ہے اب ہم نے دیکھا کہ منفی اعداد بھی ہوتے ہیں۔ اگر ہم مکمل اعداد اور منفی اعداد کو ایک ساتھ ملا دیں تو حاصل ہونے والے اعداد کا ایک نیا مجموعہ کچھ اس طرح ہوگا۔ 0, 1, 2, 3, –1, –2, –3... اعداد کے اس مجموعہ کو 'صحیح اعداد' کہتے ہیں اس مجموعہ میں 1, 2, 3... کو مثبت صحیح اعداد (Positive Integers) اور –1, –2, –3 کو منفی صحیح اعداد (Negative Integers) کہتے ہیں۔

مندرجہ ذیل شکل کی مدد سے ہم اس کو کچھ اس طرح سمجھ سکتے ہیں۔ مان لیتے ہیں کہ ہر شکل اپنے سامنے لکھے گئے اعداد کے مجموعہ کو ظاہر کرتی ہے۔

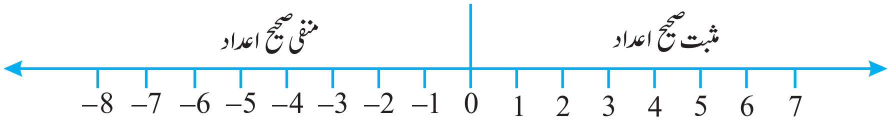


© NCERT not to be republished

مندرجہ ذیل شکل صحیح اعداد کے مجموعہ کو ظاہر کردیتی ہے جس کے اندر شروعاتی تمام مجموعے شامل ہیں۔

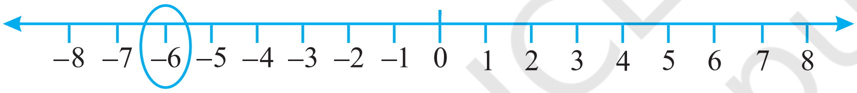


6.2.1 صحیح اعداد کا عددی خط پر اظہار



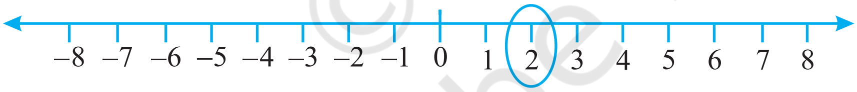
ایک خط بنائیے اور پھر اس خط پر برابر فاصلے سے کچھ نقطوں پر نشان لگائیے جیسا کہ نیچے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے کسی ایک نقطہ کو صفر سے ظاہر کیجیے۔ 0 کے داہنی طرف مثبت صحیح اعداد 3+,2+,1+ وغیرہ کے نشانات لگائیے اور '0' کے بائیں طرف منفی صحیح اعداد 3–,2–,1– وغیرہ کے نشانات لگائیے۔

اس عددی خط پر 6– کا نشان لگانے کے لیے ہم صفر سے بائیں طرف 6 نقطے تک جائیں گے (شکل 6.1)۔



شکل 6.1

عددی خط پر 2+ کا نشان لگانے کے لیے ہم صفر سے داہنی طرف 2 نقطے جائیں گے۔ (شکل 6.2)



شکل 6.2

کوشش کیجیے

عددی خط پر 4، 7–، 8–، 1– اور 3– کے نشانات لگائیے۔

6.2.2 صحیح اعداد کو ترتیب دینا (Ordering of Integers)

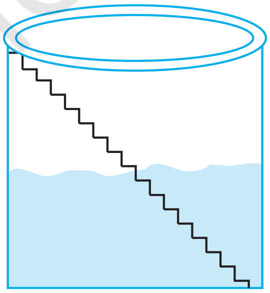
رمن اور عمران ایک گاؤں میں رہتے ہیں جہاں پر ایک ایسا کنواں ہے جس میں نیچے جانے کے لیے سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں۔ کنویں کی سطح تک پہنچنے کے لیے کل 25 سیڑھیاں ہیں۔

ایک دن رمن اور عمران دونوں کنویں پر گئے اور انہوں نے دیکھا کہ 8 سیڑھیوں کے بعد پانی کی سطح شروع ہوتی ہے۔ انہوں نے سوچا کہ بارش کے زمانے میں کنویں میں کتنا پانی بھرتا ہے، اس کو ناپتے ہیں ابھی جہاں پانی کی سطح ہے اس سیڑھی پر ان دونوں نے عدد صفر لکھ دیا اور اوپر جانے والی ہر سیڑھی

© NCERT not to be republished

پر 1,2,3,4، ... کے نشان لگائے۔ بارش کے بعد انھوں نے دیکھا کہ کنویں کے پانی کی سطح 6 سیڑھی اوپر تک چڑھ گیا ہے۔ مگر کچھ مہینوں کے بعد انھوں نے دیکھا کہ پانی کی سطح صفر سے تین سیڑھی نیچے چلا گیا ہے وہ دونوں چاہتے تھے کہ صفر سے نیچے والی سیڑھیوں پر بھی کچھ نشان لگایا جائے تاکہ پانی کی سطح میں واقع کمی کو بھی نوٹ کیا جاسکے۔ کیا آپ ان کی کچھ مدد کرسکتے ہیں؟

اچانک رمن کو یاد آیا کہ اس نے ایک بہت بڑے سے ڈیم پر دیکھا تھا کہ صفر کے بعد بھی نیچے اعداد لکھے گئے ہیں۔ عمران نے کہا کہ ضرور کوئی ایسا طریقہ ہوتا ہوگا جس کی مدد سے ہم صفر کے اوپر اور نیچے دونوں طرف والے اعداد میں فرق واضح کرسکیں۔ تب رمن کو یاد آیا کہ صفر کے نیچے والے اعداد کے پہلے منفی نشان '–' لگا ہوا تھا۔ اس لیے ان دونوں نے بھی صفر سے ایک نیچے والی سیڑھی پر 1– اور دوسری سیڑھی پر 2– کا نشان لگایا اور اسی طریقے سے نیچے والی سیڑھیوں پر نشان لگاتے ہیں۔

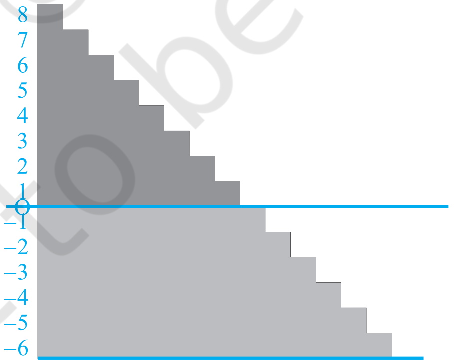


اس طرح کنویں میں اب پانی کی سطح 3– (صفر سے 3 سیڑھی نیچے) ہے۔

اس کے بعد پانی کا استعمال ہونے کی وجہ سے پانی کی سطح ایک اور سیڑھی نیچے ہوگی۔ یعنی اب وہ 4– پر ہے

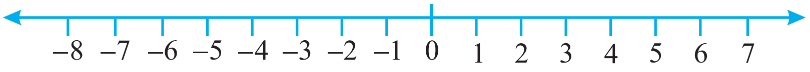
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $-3 > -4$

اوپر دی گئی مثال کو دھیان میں رکھتے ہوئے دیے گئے باکس میں '<' اور '>' کے نشان لگایئے۔



0	□	– 1	– 100	□	–101
– 50	□	– 70	50	□	–51
– 53	□	– 5	–7	□	1

آیئے ایک بار پھر عددی خط پر صحیح اعداد کے اظہار پر دھیان دیجیے۔



شکل 6.3

© NCERT not to be republished

ہم جانتے ہیں کہ $4 > 7$ اور اوپر دیئے گئے عددی خط سے ہم نے یہ دیکھا کہ $7 < 4$ کے طرف ہے
ٹھیک اسی طرح $0 > 4$ ہے اور 4، صفر کے داہنی طرف ہے اب جب کہ 3–، 0 کے داہنی طرف ہے اس
لئے $-3 > -0$ ایک بار پھر 8 –، 3– کے داہنی طرف ہے تو $-8 > -3$

اس طرح ہم نے دیکھا کہ عددی خط پر داہنی طرف جانے پر اعداد کی قیمت بڑھتی ہے جبکہ بائیں طرف جانے پر گھٹتی جاتی ہے۔اس لیے $1 > 0$، $2 > 1$، $-2 > -3$، $3 < 2$، $-1 > -2$، $0 > -1$ وغیرہ۔
صحیح اعداد کے مجموعہ کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کا موازنہ (چھوٹے یا بڑے) > یا < کے نشانات لگا کر کیجیے۔

0	☐	– 8	;	– 1	☐	– 15
5	☐	– 5	;	11	☐	15
0	☐	6	;	– 20	☐	2

اوپر کی گئی مشق سے روہنی مندرجہ ذیل نتائج پر پہنچتی ہے:

(a) ہر مثبت صحیح عدد منفی صحیح عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
(b) صفر ہر ایک مثبت صحیح عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
(c) صفر ہر ایک منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
(d) صفر نہ ہی منفی صحیح عدد ہے اور نہ ہی مثبت صحیح عدد ہے۔
(e) صفر کے داہنی طرف جانے والے اعداد کی قیمت زیادہ ہوتی ہے۔
(f) صفر کے بائیں جانب والے اعداد کی قیمت کم ہوتی ہے۔

مثال نمبر 1: عددی خط کو ذہن میں رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔ اگر آپ اس سے متفق ہیں؟ مثال دیجیے۔

8– اور 2– کے درمیان کون سے اعداد آئیں گے؟ ان اعداد میں سے سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا اعداد کون سا ہے؟

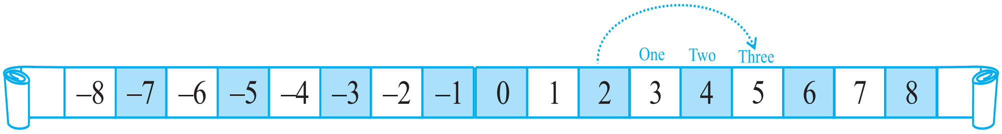
حل: 8– اور 2– کے درمیان کے اعداد ہیں: $-3, -4, -5, -6, -7$ ان اعداد میں 3– سب سے بڑا اور 7– سب سے چھوٹا عدد ہے۔

اگر میں صفر پر نہیں ہوں تب میں چلوں تو کیا ہوگا؟

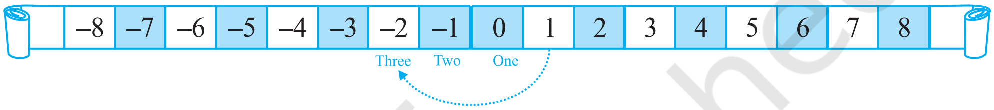
سلمٰی اور روچیکا کے کھیل کو یاد کیجیے۔

© NCERT not to be republished

مان لیجیے روچیکا کا ٹوکن 2 پر ہے۔ اگلی باری میں اس کے پاس لال پانسہ نکلا جس کو پھینکنے پر عدد 3 آیا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ وہ 2 کے داہنی جانب 3 خانے چلے گی۔
اس طرح وہ 5 پر پہنچے گی۔



مان لیجیے سلمہ 1 کے اوپر تھی۔ اگلی باری میں اس نے تھیلے سے نیلے رنگ کا پانسہ نکالا جس کو پھینکنے پر 3 آیا اور اس کا مطلب ہے کہ وہ 3 کے بائیں جانب 3 خانے چلے گی اور عدد 2– پر پہنچے گی۔



عددی خط کو ذہن میں رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

مثال نمبر 2: (a): 3– پر ایک بٹن رکھا ہے۔ 9– پر پہنچنے کے لیے ہم کس سمت میں اور کتنے خانے چلیں گے؟
(b) 6– سے داہنی طرف 4 (خانے) جانے پر ہم کون سے عدد پر پہنچیں گے؟

حل: (a): 3– سے ہم کو بائیں طرف 6 خانے جانا پڑے گا۔
(b) 6– سے داہنی طرف چوتھا نمبر 2– ہوگا۔

مشق 6.1

1۔ مندرجہ ذیل کے متضاد لکھیے :

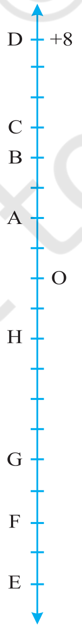
(a) وزن میں اضافہ (b) 30 کلومیٹر شمال (c) 80 میٹر مشرق
(d) 700 روپے کا نقصان (e) سطح سمندر سے 100 میٹر اوپر

2۔ مناسب علامتوں کے ساتھ صحیح اعداد کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو ظاہر کیجیے :

(a) ایک ہوائی جہاز سطح زمین سے دو ہزار میٹر کی اونچائی پر اڑ رہا ہے۔
(b) ایک پن ڈبی سطح سمندر سے آٹھ سو میٹر نیچے تیر رہی ہے۔
(c) دو سو روپے جمع کرنا
(d) سات سو روپے نکالنا

3۔ مندرجہ ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے :

(a) $+5$ (b) -10 (c) $+8$
(d) -1 (e) 6



© NCERT not to be republished

4۔ متصل شکل میں ایک انتصابی عددی خط پر کچھ صحیح اعداد دکھائے گئے ہیں۔ان کو دھیان سے دیکھئے اور مندرجہ ذیل نقطوں کا مقام بتائے:

(a) اگر نقطہ D,8+ کو ظاہر کرتا ہے تو 8– کس نقطہ کو ظاہر کرے گا؟

(b) کیا نقطہ G منفی صحیح عدد ہے یا مثبت صحیح عدد؟

(c) نقطے B اور E کے لیے صحیح اعداد لکھیے۔

(d) دیے گئے عددی خط پر کون سا نقطہ سب سے کم قیمت کا ہے؟

(e) دیے گئے تمام نقطوں کو گھٹتی ترتیب میں لکھیے۔

5۔ سال کے کسی ایک خاص دن میں ہندوستان کی پانچ جگہوں کے درجہ حرارت کی فہرست نیچے دی گئی ہے۔

جگہ	درجۂ حرارت	
سیاچن	0°C سے 10°C کم	....
شملہ	0°C سے 2°C کم	....
احمد آباد	0°C سے 30°C زیادہ	....
دہلی	0°C سے 20°C زیادہ	....
سری نگر	0°C سے 5°C کم	....

(a) خالی جگہوں میں صحیح عدد کا استعمال کرتے ہوئے ان جگہوں کے درجۂ حرارت لکھیے۔

(b) مندرجہ ذیل عددی خط پر درجۂ حرارت کو ڈگری سیلسیس (0°C) میں ظاہر کیا گیا ہے۔

درجۂ حرارت کے حساب سے عددی خط پر مختلف جگہوں کے نام لکھیے۔

(c) سب سے ٹھنڈی جگہ کون سی ہے؟

(d) 10°C سے زیادہ درجۂ حرارت والی جگہیں کون سی ہیں ان کے نام لکھیے۔

6۔ مندرجہ ذیل عددی جوڑوں میں کون سا عدد، عددی خط پر دوسرے عدد کے جانب واقع ہے؟

(a) 2, 9 (b) – 3, – 8 (c) 0, – 1

(d) – 11, 10 (e) – 6, 6 (f) 1, – 100

7۔ دیے گئے عددی جوڑوں کے درمیان میں آنے والے سبھی صحیح اعداد لکھیے (بڑھتی ترتیب میں لکھیے)

(a) 0 اور 7– (b) 4– اور 4

(c) 8– اور 15– (d) 30– اور 23–

8۔ (a) 20– سے بڑے چار منفی صحیح اعداد۔

(b) 10– سے چھوٹے چار صحیح اعداد۔

9۔ مندرجہ ذیل بیانات کے لیے درست (T) یا غلط (F) لکھیے۔اگر بیان غلط ہے تو اس کو درست بھی کیجیے۔

(a) ایک عددی خط پر 8– ،10– کے داہنی طرف واقع ہوگا۔

© NCERT not to be republished

(b) ایک عددی خط پر 100–، 50– کے طرف واقع ہوگا۔

(c) سب سے چھوٹا صحیح عدد 1– ہے۔

(d) 26– بڑا ہے 25– سے۔

10۔ ایک عددی خط بنایئے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب لکھیے :

(a) اگر ہم 2– کے داہنی طرف 4 عدد آگے بڑھیں تو ہم کون سے عدد پر پہنچیں گے؟

(b) اگر ہم 1 کے بائیں طرف 5 عدد آگے بڑھیں تو ہم کون سے عدد پر ہوں گے؟

(c) اگر ہم عددی خط پر 8– پر ہیں تو 13– پر پہنچنے کے لیے ہم کو کس سمت جانا ہوگا؟

(d) اگر ہم عددی خط پر 6– پر ہیں تو 1– پر پہنچنے کے لیے ہم کو کس سمت میں جانا ہوگا؟

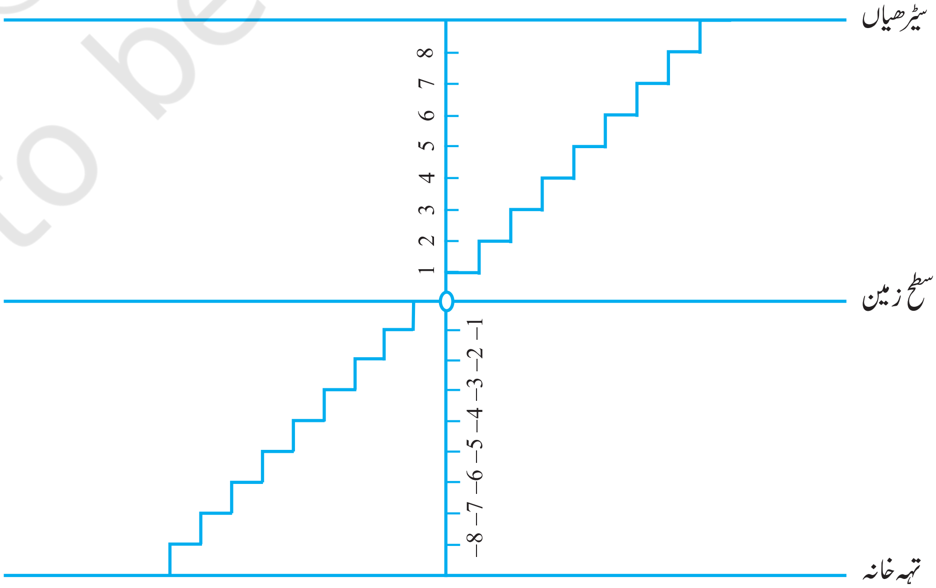
6.3 صحیح اعداد کی جمع (Addition of Integers)

اسے کیجیے

(اوپر اور نیچے جانا)

موہن کے گھر میں اوپر چھت پر چڑھنے کے لیے اور نیچے تہہ خانے میں اترنے کے لیے سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں۔

مان لیجیے اوپر چھت پر جانے والی سیڑھیاں مثبت صحیح عدد اور نیچے تہہ خانے میں جانے والی سیڑھیاں منفی صحیح اعداد کو ظاہر کرتی ہیں۔ جب کہ سطح زمین کو ظاہر کرنے والا عدد صفر ہوگا۔



© NCERT not to be republished

مندرجہ ذیل مشق کیجیے اور جوابات کو صحیح عدد کی شکل میں لکھیے :

(a) سطح زمین سے 6 سیڑھیاں اوپر جائیے۔

(b) سطح زمین سے 4 سیڑھیاں نیچے جائیے۔

(c) سطح زمین سے 5 سیڑھیاں اوپر جائیے اور پھر وہاں سے 3 سیڑھیاں اور اوپر جائیے۔

(d) سطح زمین سے 6 سیڑھیاں نیچے جائیے اور پھر وہاں سے 2 سیڑھیاں اور نیچے جائیے۔

(e) سطح زمین سے 5 سیڑھیاں نیچے جائیے اور پھر وہاں سے 12 سیڑھیاں اوپر چڑھیے۔

(f) سطح زمین سے 8 سیڑھیاں نیچے جائیے اور وہاں سے 5 سیڑھیاں اوپر چڑھیے۔

(g) سطح زمین سے 7 سیڑھیاں اوپر جائیے اور پھر وہاں سے 10 سیڑھیاں نیچے اتریے۔

امینہ نے جوابات کچھ اس طرح لکھے:

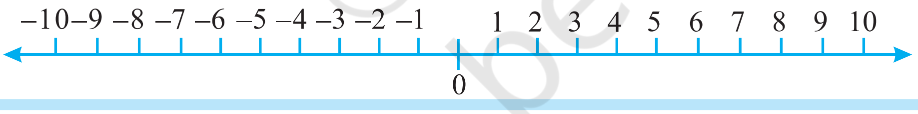
(a) $+6$ (b) -4 (c) $(+5)+(+3)=+8$ (d) $(-6)+(-2)=-4$

(e) $(-5)+(+12)=+7$ (f) $(-8)+(+5)=-3$ (g) $(+7)+(-10)=17$

امینہ سے کچھ غلطیاں ہوئی ہیں۔کیا آپ اس کے جوابات کو چیک کرسکتے ہیں اور جو غلط ہیں ان کو درست کرسکتے ہیں؟

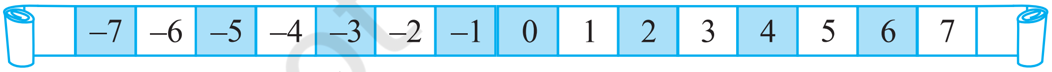
کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل شکل کو عددی خط کی شکل میں زمین پر بنائیے اور مندرجہ بالا مشق کی طرح کچھ سوالات بنا کر اپنے دوستوں سے پوچھیے۔



ایک کھیل

ایک ایسا فیتہ لیجیے جس پر 25+ سے 25– تک صحیح دکھائے گئے ہوں۔

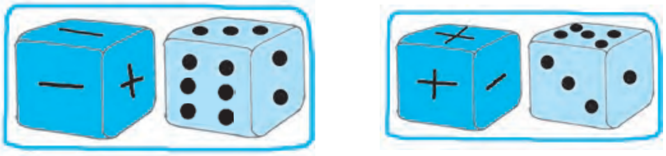


دو ایسے پانسے لیجیے جس میں ایک پانسہ پر 1 سے 6 تک کے اعداد لکھے ہوں اور دوسرے پانسہ پر تین طرف '+' کے نشان اور تین طرف '–' کے نشان لگے ہوں۔

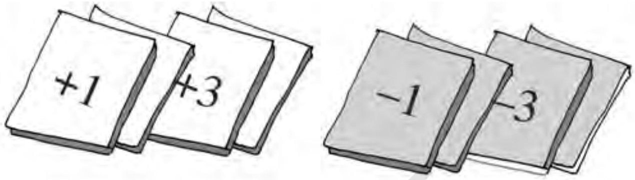
نمبروں والے فیتہ کے صفر کے نشان پر کھلاڑی مختلف رنگوں والے بٹن رکھیں گے۔ پھر ہر کھلاڑی دونوں پانسوں کو پھینکے گا اور دیکھے گا کہ کیا آیا۔ اگر ایک پانسہ پر 3 اور دوسرے پر منفی کا نشان یعنی '–' آیا تو

© NCERT not to be republished

اس کھلاڑی کا عدد ہوگا '3–' اور اگر ایک پانسہ پر 5 اور دوسرے پر مثبت کا نشان یعنی '+' آیا تو کھلاڑی کا عدد ہوا 5+۔



جب بھی کھلاڑی کے پاس مثبت کا نشان '+' آئے گا تو وہ آگے کی طرف (یعنی 25+ کی سمت) بڑھے گا اور اگر منفی نشان یعنی '–' آیا تو وہ پیچھے کی طرف (یعنی 25– کی سمت) جائے گا۔



ہر کھلاڑی دونوں پانسوں کو ایک ساتھ پھینکے گا وہ کھلاڑی جو 25– پر پہنچے گا،کھیل سے باہر ہوجائے گا اور وہ کھلاڑی جو 25+ پر پہلے پہنچے گا وہ کھیل جیت جائے گا۔

آپ اسی طرح کا کھیل 12 کارڈوں کی مدد سے بھی کھیل سکتے ہیں جن پر 1 + ,2 + ,3 + ,4 + ,5 + اور 6 + اور 1 – ,2 – ,3 – ,4 – ,5 – اور 6– کے عدد لکھے ہوئے ہوں ہر باری کے بعد کارڈس کو اچھی طرح ملا دیا جائے گا۔

کملا، ریشما اور مینو یہ کھیل کھیل رہی ہیں۔

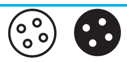
کملا نے تین لگا تار باریوں میں 3+، 2+ اور 6+ حاصل کیا اور اپنا بٹن 11+ پر رکھ دیا۔

ریشما نے اپنی تین باریوں میں 1+، 3+ اور 5– حاصل کیا اور اس سے اپنا بٹن 1– پر رکھ دیا۔ جب کہ مینو کو 2–، 3– اور 4+ آیا تو اس کا بٹن کہاں پہنچے گا؟ 1– پر یا 1+ پر۔

اسے کیجیے

دو رنگین بٹن لیجیے جیسے سفید اور کالا۔ ہم مان لیتے ہیں کہ سفید بٹن (1+) اور کالا بٹن (1–) کو ظاہر کرے گا سفید بٹن (1+) اور کالے بٹن (1–) کا جوڑا صفر کو ظاہر کرے گا یعنی [1+(–1)=0]۔

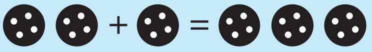
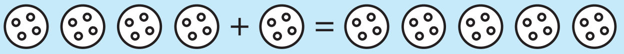
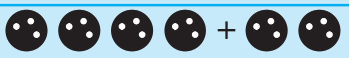
مندرجہ ذیل جدول میں رنگین بٹنوں کی مدد سے مختلف صحیح اعداد کو دکھایا گیا ہے۔

صحیح اعداد	رنگین بٹن
5	
– 3	
0	

© NCERT not to be republished

چلیے ان رنگین بٹنوں کی مدد سے جمع کرتے ہیں۔

مندرجہ ذیل جدول کو دھیان سے دیکھیے اور پھر اس کو مکمل کیجیے۔

	$(+3) + (+2) = +5$
	$(-2) + (-1) = -3$
	....
 = ...	....

جب دو مثبت صحیح اعداد ہوتے ہیں تو آپ ان کو جمع کردیتے ہیں جیسے $(+3) + (+2) = +5$ $[= 3 + 2]$ جب دو منفی صحیح اعداد ہوتے ہیں تو آپ ان اعداد کو جوڑ دیتے ہیں مگر جواب (یا حاصل ہونے والے عدد) کے ساتھ منفی نشان (–) لگا دیتے ہیں یعنی $(-2) + (-1) - (2+1) = -3$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کو جمع کرکے ان کے جوابات دیجیے۔

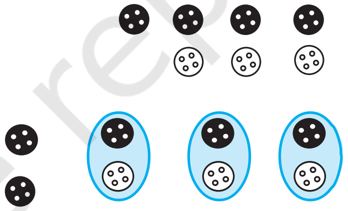
(a) $(-11) + (-12)$
(b) $(+10) + (+4)$
(c) $(-32) + (-25)$
(d) $(+23) + (+40)$

چلیے اب ایک منفی صحیح عدد اور ایک مثبت صحیح عدد کو ان بٹنوں کی مدد سے جوڑیے۔ بٹنوں کے جوڑے میں سے ایک سفید بٹن کے ساتھ کالا بٹن ہٹائیے [کیونکہ $(+1) + (-1) = 0$] باقی بچے بٹنوں کو جانچیے۔

(a) $(-4) + (+3)$

$= (-1) + (-3) + (+3)$

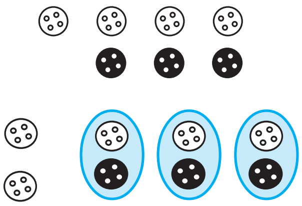
$= (-1) + 0 = -1$



(b) $(+4) + (-3)$

$= (+1) + (+3) + (-3)$

$= (+1) + 0 = +1$



آپ نے دیکھا کہ $4-3$ کا جواب $1+$ ہے اور $-4+3$ کا جواب -1 ہے۔

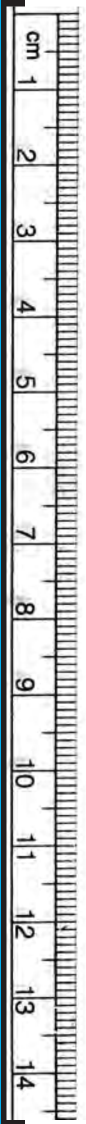
اس لیے جب آپ ایک منفی اور ایک مثبت صحیح عدد لیتے ہیں تو ان دونوں صحیح اعداد کو گھٹا نا چاہیے۔لیکن جواب کے ساتھ بڑی قیمت والے عدد کا نشان (یاعلامت) لگا دیتے ہیں۔ کچھ اور مثالوں سے مدد لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(a) $(-7) + (+8)$
(b) $(-9) + (+13)$
(c) $(+7) + (-10)$
(d) $(+12) + (-7)$

© NCERT not to be republished



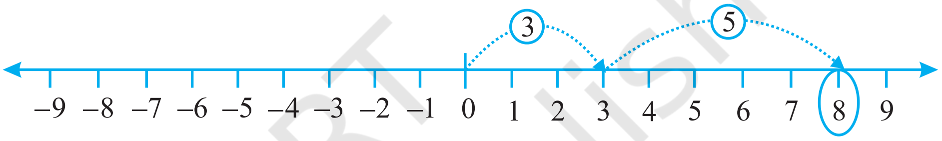
(c) $(+5) + (-8) = (+5) + (-5) + (-3) = 0 + (-3)$
$= (-3)$

(d) $(+6) + (-4) = (+2) + (+4) + (-4) = (+2) + 0$
$= +2$

6.3.1 عددی خط پر صحیح اعداد کی جمع
(Addition of Integers on a Number Line)

رنگین بٹنوں کا استعمال کرکے صحیح اعداد کو جوڑنا ہمیشہ آسان کام نہیں ہوتا ہے۔ کیا ہم عددی خط کو جمع کرنے کے لیے استعمال کرسکتے ہیں؟

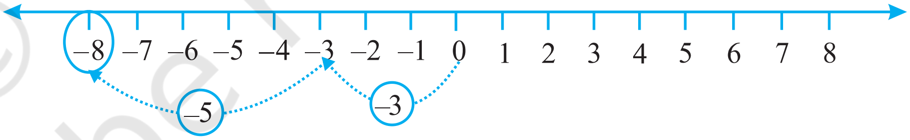
(i) مان لیجیے کہ ہمیں 3 اور 5 کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔



شکل 6.4

پہلے ہم عددی خط پر صفر کے داہنی طرف 3 قدم چل کر 3 پر پہنچے گے۔ پھر 3 کے داہنی طرف 5 قدم چل کر 8 پر پہنچیں گے۔ اس طرح ہم کو حاصل ہوا 3+5=8 (شکل 6.4)

(ii) اب مان لیجیے کہ ہمیں 3– اور 5– کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔



شکل 6.5

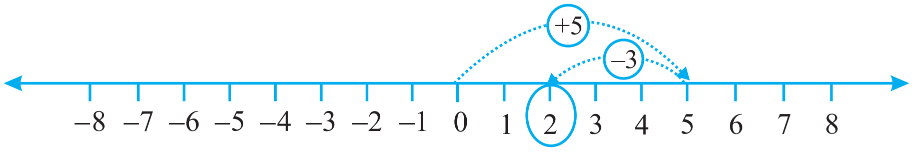
پہلے ہم عددی خط پر 0 کے بائیں طرف 3 قدم چل کر 3– پر پہنچیں گے پھر 3– کے بائیں طرف 5 قدم چل کر 8– پر پہنچیں گے۔ (شکل 6.5)

اس طرح $(-3) + (-5) = -8$

ہم نے دیکھا کہ جب ہم دو مثبت صحیح اعداد کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع مثبت صحیح عدد آتا ہے اور جب دو منفی صحیح اعداد کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع منفی صحیح عدد آتا ہے۔

(iii) مان لیجیے ہم عددی خط پر (3–) اور (5+) کو جمع کرنا چاہتے ہیں۔ پہلے ہم عدی خط پر 0 کے داہنی طرف 5 قدم چل کر 5+ پر اور پھر 5+ کے بائیں طرف 3 قدم چل کر 2 پر پہنچتے ہیں (شکل 6.6)۔

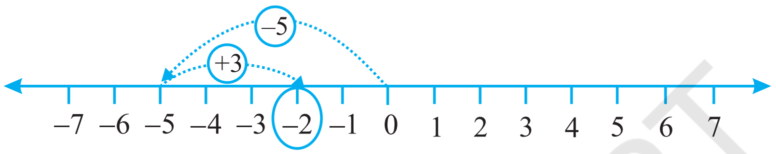
© NCERT not to be republished



شکل 6.6

اس طرح $(+5) + (-3) = 2$

(iv) اس طرح ہم عددی خط پر (5–)اور (3+) کی حاصل جمع معلوم کرسکتے ہیں۔
پہلے ہم عددی خط پر 0 کے بائیں طرف 5 قدم چل کر 5– پر اور پھر 5– کے داہنی طرف 3 قدم چلتے ہیں اور نقطہ 2– پر پہنچتے ہیں (شکل 6.7)۔ اس طرح $(-5) + (+3) = (-2)$



شکل 6.7

اس سے یہ بھی ظاہر ہوتا ہے کہ جب ہم ایک مثبت صحیح عدد کوکسی عدد میں جمع کرتے ہیں تو اس عدد کی قیمت میں اضافہ کرنے پر اس عدد کی قیمت بڑھ جاتی ہے۔ جب کہ کسی منفی صحیح عدد کی قیمت میں اضافہ کرنے پر اس عدد کی قیمت کم ہوجاتی ہے۔ اس کی جانچ ہم عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کو جمع کرکے کرسکتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ عددی خط کا استعمال کرکے مندرجہ ذیل حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(a) $(-2) + 6$ (b) $(-6) + 2$

اس طرح کے دو اور سوال بنائیے اور ان کو عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے حل کیجیے ۔

2۔ بغیر عددی خط کا استعمال کیے مندرجہ ذیل کا حل بتائیے:

(a) $(+7) + (-11)$

(b) $(-13) + (+10)$

(c) $(-7) + (+9)$

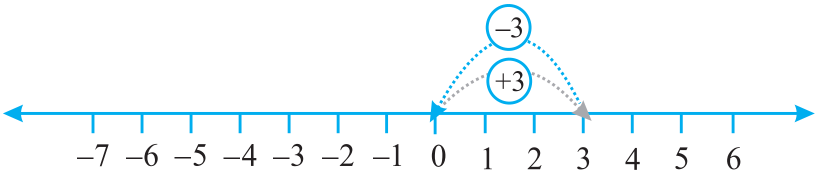
(d) $(+10) + (-5)$

اس طرح کے پانچ سوالات بنائیے اور ان کو حل کیجیے ۔

اب ہم 3 اور 3– کو جوڑتے ہیں۔ ہم پہلے 0 سے 3 + کی طرف چلتے ہیں اور پھر 3+ سے ہم 3 قدم بائیں جانب چلیں گے۔ ہم کہاں پہنچیں گے؟

شکل 6.8 سے ظاہر ہے کہ $3 + (-3) = 0$ اس طرح اگر ہم 2 اور 2– کو جوڑتے ہیں تو حاصل جمع صفر آئے گا مختلف اعداد جیسے 3 اور 3–، 2 اور 2– کو جمع کرنے پر حاصل جمع صفر آتا ہے اس طرح کے اعداد ایک دوسرے کے **جمعی معکوس** (Additive Inverse) کہلاتے ہیں۔

© NCERT not to be republished



شکل 6.8

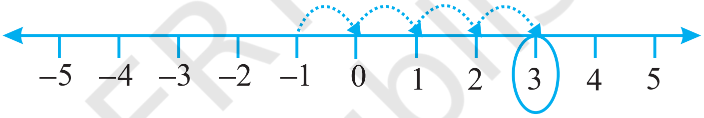
6 کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟ 7– کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟

مثال 3: عددی خط کا استعمال کرکے وہ صحیح عدد معلوم کیجیے جو

(a) 1– سے 4 زیادہ ہے۔

(b) 3 سے 5 کم ہے۔

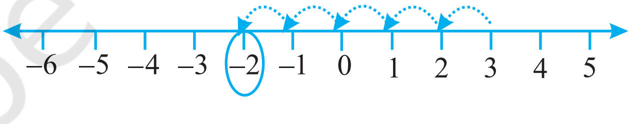
حل: (a) ہم ایک ایسا صحیح عدد معلوم کرنا چاہتے ہیں جو 1– سے 4 زیادہ ہے۔ اس لیے ہم 1– سے شروع کریں گے اور 1– کے داہنی طرف 4 قدم چل کر 3 پر پہنچ جائیں گے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.9

اس لئے 1– سے 4 زیادہ 3 ہوگا (شکل 6.9)

(b) ہم ایک ایسا صحیح عدد معلوم کرنا چاہتے ہیں جو 3 سے 5 کم ہو اس لیے ہم 3 سے شروع کریں گے اور 3 کے بائیں طرف 5 قدم چلیں گے اور 2– پر پہنچ جائیں گے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.10

اس لیے 3 سے 5 کم 2– ہے (شکل 6.10)

مثال 4: حاصل جمع معلوم کیجیے $(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$۔

حل: ان اعداد کو پہلے ہم دوبارہ اس طریقہ سے ترتیب دیں گے کہ تمام مثبت صحیح اعداد اور منفی صحیح اعداد اپنے اپنے مجموعہ میں آجائیں جیسے

$$(-9)+(+4)+(-6)+(+3)=(-9)+(-6)+(+4)+(+3)=(-15)+(+7)=-8$$

مثال 5: قیمت معلوم کیجیے $-(30) + (-23) + (-63) + (+55)$

حل: $(30) + (+55) + (-23) + (-63) = 85 + (-86) = -1$

© NCERT not to be republished

مثال 6: حاصل جمع معلوم کیجیے (84) ,(92) ,(10 –) اور (15 –)

حل: $(-10) + (92) + (84) + (-15) = (-10) + (-15) + 92 + 84$

$= (-25) + 176 = 151$

مشق 6.2

1۔ عددی خط کا استعمال کرکے وہ صحیح عدد معلوم کیجیے جو

(a) 5 سے 3 زیادہ

(b) 5– سے 5 زیادہ

(c) 2 سے 6 کم

(d) 2– سے 3 کم

2۔ عددی خط کا استعمال کرکے مندرجہ ذیل صحیح اعداد کو جمع کیجیے:

(a) $9 + (-6)$

(b) $5 + (-11)$

(c) $(-1) + (-7)$

(d) $(-5) + 10$

(e) $(-1) + (-2) + (-3)$

(f) $(-2) + 8 + (-4)$

3۔ عدد خط کا استعمال کیے بنا حاصل جمع معلوم کیجیے :

(a) $11 + (-7)$ (b) $(-13) + (+18)$

(c) $(-10) + (+19)$ (d) $(-250) + (+150)$

(e) $(-380) + (-270)$ (f) $(-217) + (-100)$

4۔ جمع کیجیے :

(a) 137 اور 354 – (b) 52 – اور 52

(c) 39 ,312 – اور 192 (d) 200 – ,50 – اور 300

5۔ حاصل جمع معلوم کیجیے:

(a) $(-7) + (-9) + 4 + 16$

(b) $(37) + (-2) + (-65) + (-8)$

© NCERT not to be republished

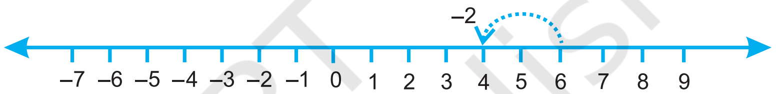
6.4 عددی خط کی مدد سے صحیح اعداد کی تفریق

(Subtraction of integers with the help of a Number line)

ہم ایک عددی خط پر مثبت صحیح اعداد کو جمع کر چکے ہیں مثال کے طور پر 6+2 ہم 6 سے شروع کرتے ہیں اور 2 قدم داہنی طرف چلتے ہیں۔ اس طرح 8 پر ہم پہنچتے ہیں۔ اس لیے 6+2=8

شکل 6.11

ہمیں 6 اور –2 کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔ ہم 6 سے شروع کرتے ہیں اور 2 قدم بائیں طرف چلتے ہیں اس طرح ہم 4 پر پہنچتے ہیں اس لیے 6+(–2)=4

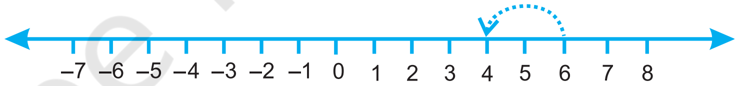


شکل 6.12

اس طرح معلوم ہوتا ہے کہ مثبت صحیح اعداد کو جوڑنے کے لیے دائیں طرف چلتے ہیں اور منفی صحیح اعداد کو جوڑنے کے لیے بائیں طرف چلتے ہیں۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ جب مکمل عدد 6 سے 2 کو گھٹاتے ہیں تو عددی خط پر بائیں طرف چلتے ہیں یعنی

$6 - 2 = 4$



شکل 6.13

(–2) – 6 کے لیے ہم کیا کرتے ہیں؟ کیا عددی خط پر بائیں طرف یا دائیں طرف چلتے ہیں۔

اگر ہم بائیں طرف چلتے ہیں تو 4 پر پہنچتے ہیں تب ہم کہتے ہیں 6 – (–2) = 4 پر صحیح نہیں ہے کیونکہ

ہم جانتے ہیں $6 - (-2) \neq 6 - 2$۔

اس لیے ہم دائیں طرف حرکت کرتے ہیں۔ (شکل 6.14)

شکل 6.14

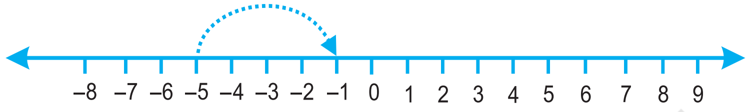
© NCERT not to be republished

یعنی $6 - (-2) = 8$ جب ہم کسی منفی صحیح عدد کو گھٹاتے ہیں تو عدد کی قیمت میں اضافہ ہو جاتا ہے، ہم جانتے ہیں کہ (-2) کا جمعی معکوس 2 ہے۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ (-2) کے جمع معکوس کو 6 میں جمع کرنا، 6 عدد 6 سے (-2) کو گھٹانے کے برابر ہے۔

ہم لکھتے ہیں $6 - (-2) = 6 + 2$۔

اب ہم $-5-(-4)$ کی قدر عددی خط پر معلوم کرتے ہیں۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ $-5+(4)$ کی طرح ہے کیونکہ -4 کا جمعی معکوس 4 ہے

ہم عددی خط پر -5 سے 4 قدم داہنی طرف چلتے ہیں (شکل 6.15)۔



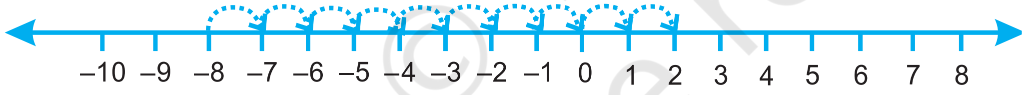
شکل 6.15

ہم پہنچتے ہیں -1 پر

یعنی $-5 + 4 = -1$ اس لیے $-5 - (-4) = -1$

مثال 7: $(-8) - (-10)$ کی قدر عددی خط کا استعمال کر کے معلوم کیجیے

حل: $(-8) - (-10) =$ کا مطلب ہے $-8 + 10$ کیونکہ -10 کا جمعی معکوس 10 ہے۔ عدد خط پر -8 سے شروع کر کے 10 قدم دائیں طرف چلیں گے۔



شکل 6.16

ہم پہنچتے ہیں 2 پر اس لیے $-8 - (-10) = 2$

صحیح عدد کے جمعی معکوس کو دوسرے صحیح عدد میں جوڑا جائے۔

مثال 8: (-10) میں سے (-4) کو گھٹائیں۔

حل: $(-10) - (-4) = (-10) +$ (-4 کا جمعی معکوس)

$= -10 + 4 = -6$

مثال 9: (-3) میں سے $(+3)$ کو گھٹائیں۔

حل: $(-3) - (+3) = (-3) +$ ($+3$ کا جمعی معکوس)

$= (-3) + (-3) = -6$

© NCERT not to be republished

مشق 6.3

1۔ معلوم کیجیے۔

(a) $35 - (20)$ (b) $72 - (90)$

(c) $(-15) - (-18)$ (d) $(-20) - (13)$

(e) $23 - (-12)$ (f) $(-32) - (-40)$

2۔ خالی جگہوں پر > , < یا = کے نشان لگائیے۔

(a) $(-3) - (-6)$ ______ $(-3) + (-6)$

(b) $(-31) + (-11)$ ______ $(-21) - (-10)$

(c) $57 + (-4)$ ______ $45 - (-11)$

(d) $(-42) - (-25)$ ______ $(-25) - (-42)$

3۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(a) $(-8) +$ ______ $= 0$

(b) $13 +$ ______ $= 0$

(c) $12 + (-12) =$ ______

(d) $(-4) +$ ______ $= -12$

(e) ______ $- 15 = -10$

4۔ قدر معلوم کیجیے۔

(a) $(-7) - 8 - (-25)$

(b) $(-13) + 32 - 8 - 1$

(c) $(-7) + (-8) + (-90)$

(d) $50 - (-40) - (-2)$

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ہم نے دیکھا کہ کئی بار جب ہم اعداد کا استعمال کرتے ہیں تو ان پر منفی نشان ہوتا ہے جب ہم کسی عمودی خط پر صفر کے نیچے جانے کی کوشش کرتے ہیں تو ایسے اعداد منفی اعداد کہلاتے ہیں۔ اس کی کچھ مثالیں درجۂ حرارت کی پیمائش، ندی یا جھیل میں پانی کی سطح، ٹنکی میں تیل کی سطح وغیرہ۔ ان کا استعمال کسی اہم کھاتے میں جمع کی علامت کے طور پر بھی کرتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

2۔ ... , 4, 3, 2, 0, 1–, 2–, 3–, 4–, ..., وغیرہ اعداد کے ذخیرہ کو مکمل اعداد کہتے ہیں۔ اس لیے اعداد... , 4–, 3–, 2–, 1–,
منفی صحیح اعداد کہلاتے ہیں اور ...4+, 3+, 2 +, 1+ مثبت اعداد کہلاتے ہیں۔

3۔ ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ کسی دیے گئے عدد کے یا اس سے زیادہ جانشین اعداد اور ایک سے کم کتنے پیش رو حاصل ہوتے ہیں۔

4۔ ہم مشاہدہ کرتے ہیں

(a) جب علامتیں یکساں ہوتی ہیں تو جمع کیجیے اور وہی علامت دیجیے۔

(i) جب ہم دو مثبت صحیح اعداد کو جمع کریں تو ہمیں مثبت صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں جیسے

مثال کے طور پر $[(+3) + (+2) = +5]$

(ii) اگر دو منفی صحیح اعداد کو جمع کریں تو منفی صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں جیسے

$[(-2) + (-1) = -3]$

(b) جب ایک منفی اور ایک مثبت صحیح عدد کو جمع کیا جاتا ہے تو ہم ان کو گھٹا دیتے ہیں اور حاصل فرق پر بڑے عدد کی علامت لگا دیتے ہیں۔

مثال کے طور پر $[(-4)+3 = -1$ اور $(-4) + (-3) = +1]$

(c) کسی صحیح عدد کی تفریق اور اس عدد کے جمعی معکوس کی جمع یکساں ہیں۔

5۔ ہم دکھا چکے ہیں کہ صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کو عددی خط پر بھی دکھایا جا سکتا ہے۔

© NCERT not to be republished