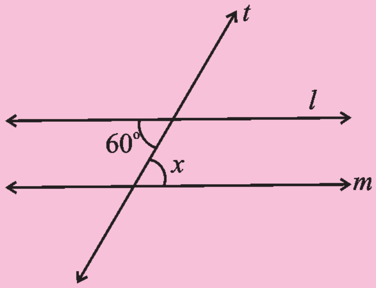
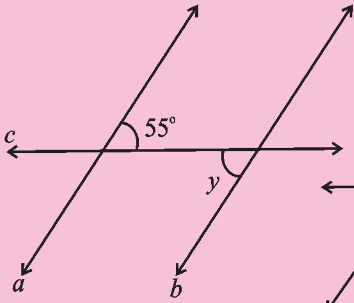
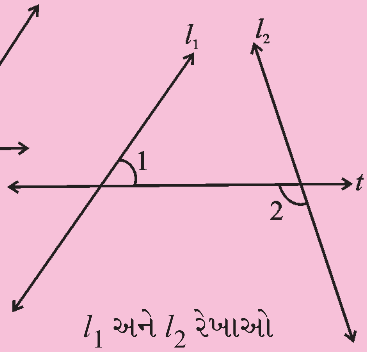
પ્રયત્ન કરો



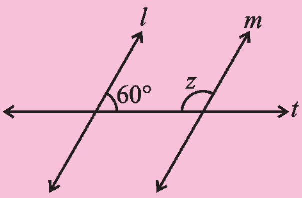
રેખાઓ $l \parallel m$;
t છેદિકા છે.
$\angle x = ?$



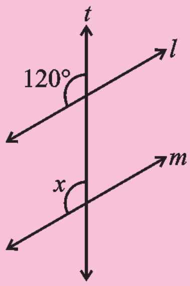
રેખાઓ $a \parallel b$;
c છેદિકા છે.
$\angle y = ?$



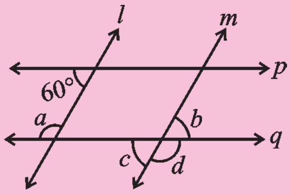
l_1 અને l_2 રેખાઓ છે.
t છેદિકા છે.
$\angle 1 = \angle 2$?



રેખાઓ $l \parallel m$;
t છેદિકા છે.
$\angle z = ?$



રેખાઓ $l \parallel m$;
t છેદિકા છે.
$\angle x = ?$



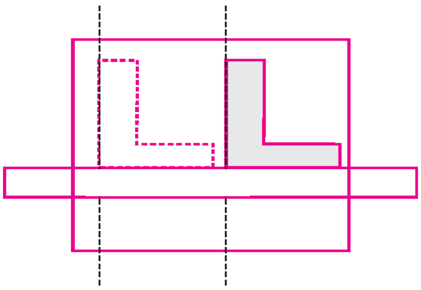
રેખાઓ $l \parallel m$, $p \parallel q$;
a, b, c, d શોધો.

5.4 સમાંતર રેખાઓની ચકાસણી

જો બે રેખાઓ સમાંતર હોય તો તેની છેદિકા લેવાથી મળતા અનુકોણ સમાન હોય છે, અંતઃ યુગ્મકોણ સમાન હોય છે અને છેદિકાની એક બાજુના અંતઃકોણ પૂરક હોય છે.

જો બે રેખાઓ આપી હોય તો એવી કોઈ રીત છે કે જેનાથી તે રેખાઓ સમાંતર છે કે નહીં તે ચકાસી શકાય ? તમને જીવનમાં આવી આવડતની ખૂબ જરૂર પડશે.

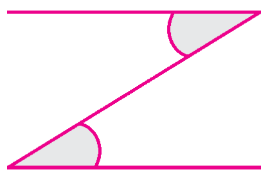
એક ચિત્રકાર સુથારીકામનું સાધન અને માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કરી રેખાખંડો દોરે છે (આકૃતિ 5.30). તે કહે છે કે આ રેખાખંડો સમાંતર છે. કેવી રીતે ?



આકૃતિ 5.30

તમે ધ્યાન પર લીધું કે તેણે અનુકોણ સરખા રાખ્યા છે ? (અહીં છેદિકા કઈ છે ?) આમ, **જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાઓ ને છેદે છે ત્યારે જો અનુકોણની જોડ સમાન થતી હોય તો તે બે રેખા સમાંતર હોય.**

આકૃતિ 5.31માં દર્શાવેલ Z જુઓ. અહીં આડા રેખાખંડો સમાંતર છે. કારણ કે યુગ્મકોણ સમાન છે.



આકૃતિ 5.31

આમ, જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાને છેદે છે ત્યારે જો અંતઃ યુગ્મકોણ સમાન હોય તો તે બે રેખા સમાંતર હોય.

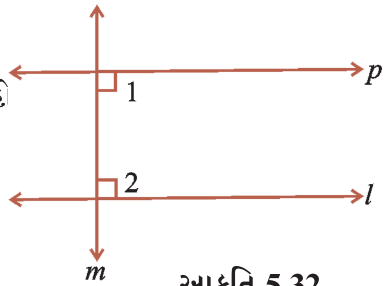
રેખા l દોરો. (આકૃતિ 5.32)

l ને લંબ રેખા m દોરો. ફરીથી રેખા p દોરો કે જે m ને લંબ હો

આમ, p એ l ની લંબરેખાની લંબરેખા છે. તમને $p \parallel l$ મળશે.

કેવી રીતે ? કારણ કે તમે p એવી રીતે દોરી છે કે જેથી

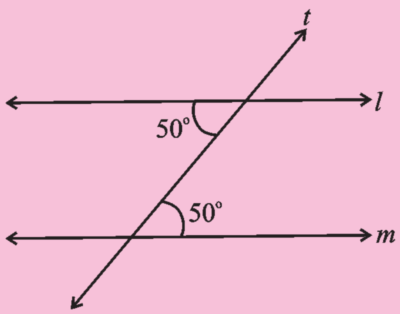
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$.



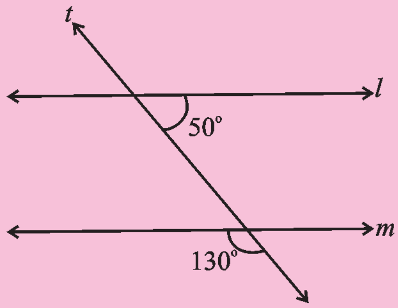
આકૃતિ 5.32

આમ જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાને છેદે છે ત્યારે જો છેદિકાની એક બાજુના અંતઃ કોણ પૂરકકોણ હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય.

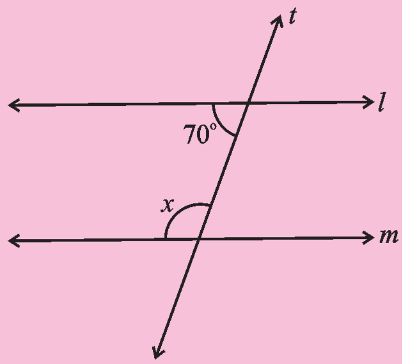
પ્રયત્ન કરો



$l \parallel m$ છે ? શા માટે ?

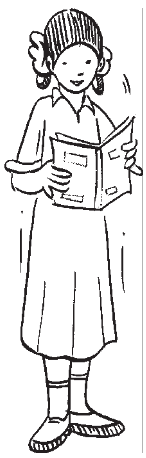


$l \parallel m$ છે ? શા માટે ?



જો $l \parallel m$ હોય તો $\angle x$ = ?

સ્વાધ્યાય 5.2

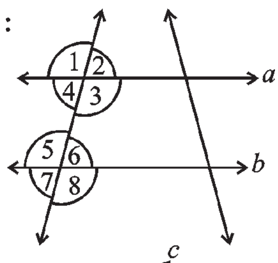


1. નીચેના દરેક વિધાનમાં જે ગુણધર્મનો ઉપયોગ થાય છે તે જણાવો :

   (i) જો $a \parallel b$, તો $\angle 1 = \angle 5$.

   (ii) જો $\angle 4 = \angle 6$, તો $a \parallel b$.

   (iii) જો $\angle 4 + \angle 5 = 180°$, તો $a \parallel b$.



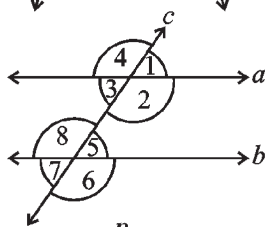
2. બાજુની આકૃતિમાંથી કહો :

   (i) અનુકોણની જોડો

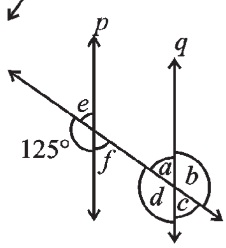
   (ii) અંતઃ યુગ્મકોણની જોડો

   (iii) છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃ કોણની જોડો

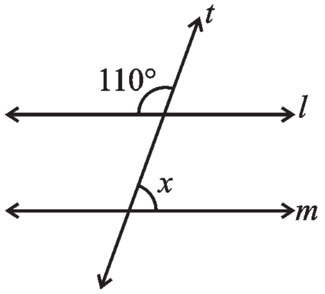
   (iv) અભિકોણ



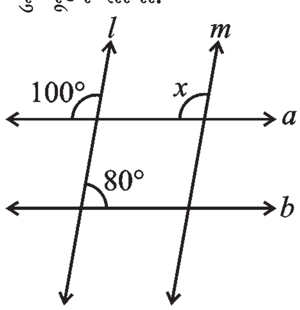
3. બાજુની આકૃતિમાં $p \parallel q$ છે. અજ્ઞાત ખૂણાઓ શોધો.



4. જો $l \parallel m$ હોય તો નીચેની દરેક આકૃતિમાં x નું મૂલ્ય શોધો.



(i)

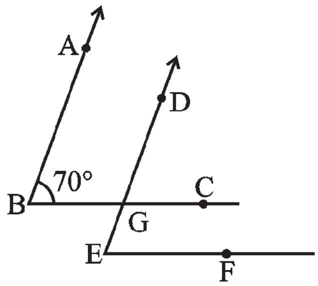


(ii)

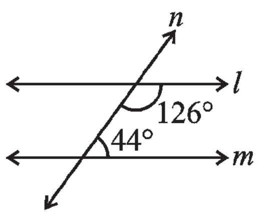
5. બાજુની આકૃતિમાં બંને ખૂણાની બાજુ સમાંતર છે. જો $\angle ABC = 70°$ તો.

(i) $\angle DGC$

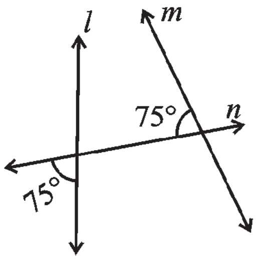
(ii) $\angle DEF$ શોધો.



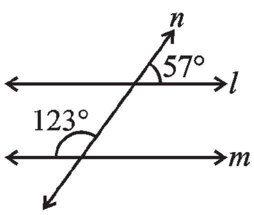
6. નીચેની આકૃતિઓમાં l અને m સમાંતર છે કે નહિ તે નક્કી કરો.



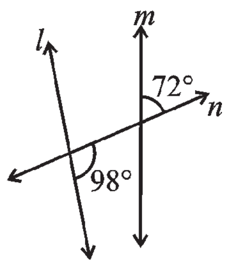
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણે યાદ કરીએ કે (i) રેખાખંડને બે અંતિમબિંદુ હોય છે.
   (ii) કિરણને માત્ર એક જ અંતિમબિંદુ હોય છે (તેનું આરંભ બિંદુ) અને
   (iii) રેખાને બંને બાજુએ અંતિમબિંદુ હોતાં નથી.

2. જ્યારે બે રેખા (કે કિરણ કે રેખાખંડ) મળે છે ત્યારે ખૂણો રચાય છે.

ખૂણાની જોડ	શરત
બે કોટિકોણ	માપનો સરવાળો 90°
બે પૂરકકોણ	માપનો સરવાળો 180°
બે આસન્નકોણ	સામાન્ય શિરોબિંદુઓ હોય અને એક બાજુ સામાન્ય હોય પણ અંદરનો ભાગ સામાન્ય નથી હોતો.
રૈખિક જોડ	આસન્નકોણ અને પૂરકકોણ

3. જ્યારે બે રેખા l અને m મળે છે ત્યારે તેઓ છેદે છે એમ કહેવાય અને જે બિંદુમાં મળે તેને છેદબિંદુ કહેવાય.

કાગળ પર દોરેલી બે રેખાઓ ગમે તેટલી દૂર સુધી લંબાવવામાં આવે તો પણ મળતી નથી તો તેને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.

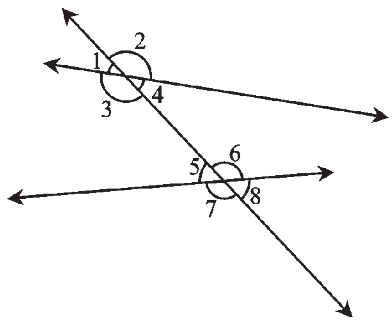
4. (i) જ્યારે બે રેખા છેદે છે (અંગ્રેજી અક્ષર X જેવું દેખાતું હોય) ત્યારે સામસામેના ખૂણાની બે જોડ મળે છે. તેમને અભિકોણ કહેવાય છે. અભિકોણનાં માપ સમાન હોય છે.

(ii) બે કે વધુ રેખાને ભિન્ન બિંદુમાં છેદતી રેખાને છેદિકા કહેવાય છે.

(iii) છેદિકાથી ઘણા પ્રકારના ખૂણાઓ મળે છે.

(iv) બાજુની આકૃતિમાં જોતાં

ખૂણાના પ્રકાર	**ખૂણાઓ**
અંત:કોણ	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
બહિ:કોણ	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
અનુકોણ	$\angle 1$ **અને** $\angle 5$, $\angle 2$ **અને** $\angle 6$ $\angle 3$ **અને** $\angle 7$, $\angle 4$ **અને** $\angle 8$
અંત: યુગ્મકોણ	$\angle 3$ **અને** $\angle 6$, $\angle 4$ **અને** $\angle 5$
બાહ્ય યુગ્મકોણ	$\angle 1$ **અને** $\angle 8$, $\angle 2$ **અને** $\angle 7$
છેદિકાની એક જ બાજુના અંતકોણ	$\angle 3$ **અને** $\angle 5$, $\angle 4$ **અને** $\angle 6$



(v) જ્યારે છેદિકા બે સમાંતર રેખાને છેદે ત્યારે નીચે પ્રમાણેના રસપ્રદ સંબંધો મળે છે :

અનુકોણની દરેક જોડ સમાન હોય છે.

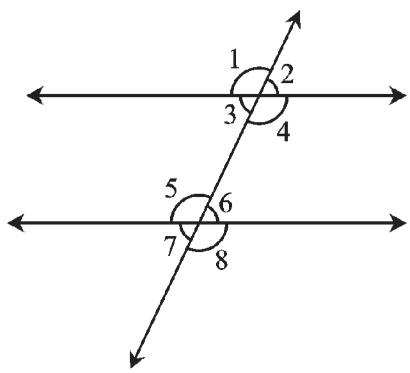
$$\angle 1 = \angle 5, \angle 3 = \angle 7, \angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$$

અંત: યુગ્મકોણની દરેક જોડ સમાન હોય છે.

$$\angle 3 = \angle 6, \angle 4 = \angle 5$$

છેદિકાની એક જ બાજુના અંત:કોણ પૂરક હોય છે.

$$\angle 3 + \angle 5 = 180°, \angle 4 + \angle 6 = 180°$$



પ્રકરણ 6

ત્રિકોણ અને તેના ગુણધર્મો

6.1 પ્રસ્તાવના

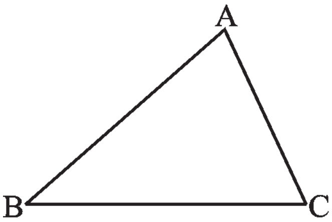
તમે શીખ્યા છો કે ત્રિકોણ એ ત્રણ રેખાખંડોથી બનેલો એક સાદો બંધ વક્ર છે. તેને ત્રણ શિરોબિંદુઓ, ત્રણ બાજુઓ અને ત્રણ ખૂણાઓ છે.

આકૃતિ 6.1 માં ΔABC દોરેલો છે. તેમાં

બાજુઓ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$

ખૂણાઓ : $\angle BAC, \angle ABC, \angle BCA$

શિરોબિંદુઓ : A, B, C



આકૃતિ 6.1

શિરોબિંદુ Aની સામેની બાજુ BC છે. બાજુ ABની સામેના ખૂણાનું નામ આપી શકશો ?

ત્રિકોણનું (i) તેની બાજુના આધારે અને (ii) ખૂણાના આધારે કેવી રીતે વર્ગીકરણ કરી શકાય તે તમે જાણો છો.

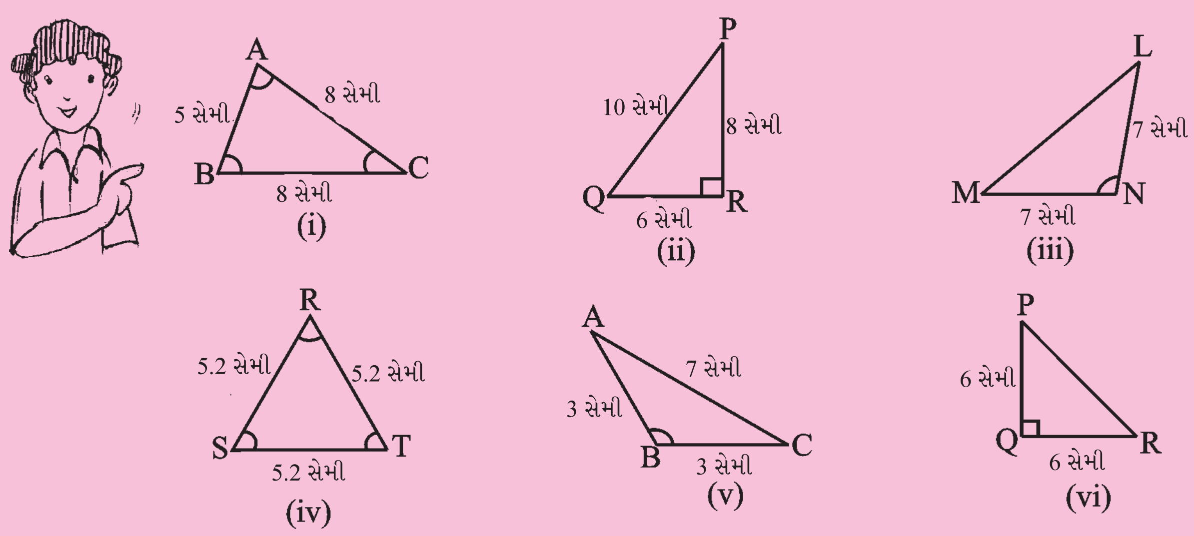
(i) બાજુને આધારે : વિષમબાજુ, સમદ્વિબાજુ અને સમબાજુ ત્રિકોણ.

(ii) ખૂણાને આધારે : લઘુકોણ, ગુરુકોણ અને કાટકોણ ત્રિકોણ.

ઉપરના દર્શાવેલાં ત્રિકોણના આકારો કાગળમાંથી કાપો. તમારા નમૂના અને તમારા મિત્રોએ કાપેલા નમૂના સરખાવો અને ચર્ચા કરો.

પ્રયત્ન કરો

1. ΔABCના છ ઘટકો (એટલે કે 3 બાજુઓ અને 3 ખૂણાઓ) લખો.
2. (i) ΔPQRમાં શિરોબિંદુ Qની સામેની બાજુ,
   (ii) ΔLMNમાં બાજુ LMની સામેનો ખૂણો,
   (iii) ΔRSTમાં બાજુ RTની સામેનું શિરોબિંદુ લખો.
3. આકૃતિ 6.2 જુઓ અને દરેક ત્રિકોણનું વર્ગીકરણ (i) બાજુ પ્રમાણે અને (ii) ખૂણા પ્રમાણે કરો :

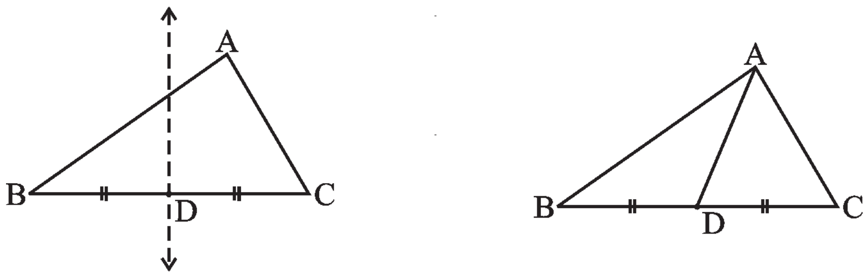


આકૃતિ 6.2

હવે આપણે ત્રિકોણ વિશે કેટલીક વિસ્તૃત સમજ મેળવીએ.

6.2 ત્રિકોણની મધ્યગાઓ (Medians of a Triangle)

આપેલા રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક કાગળને વાળીને કેવી રીતે શોધી શકાય તે તમે જાણો છો. એક કાગળમાંથી ΔABC કાપો (આકૃતિ 6.3). તેની કોઈ પણ એક બાજુ, ધારો કે $\overline{BC}$ લો. કાગળને વાળીને $\overline{BC}$ ના લંબદ્વિભાજકનું સ્થાન નક્કી કરો. વાળવાથી મળતો સળ $\overline{BC}$ ને Dમાં મળે છે જે $\overline{BC}$ નું મધ્યબિંદુ છે. $\overline{AD}$ દોરો.



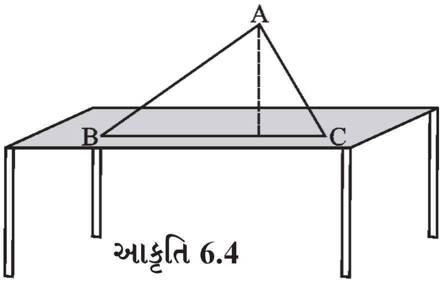
આકૃતિ 6.3

$\overline{BC}$ ના મધ્યબિંદુને તેની સામેના શિરોબિંદુ સાથે જોડતો રેખાખંડ AD ત્રિકોણની **મધ્યગા** કહેવાય છે. બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{CA}$ લઈને ત્રિકોણની બીજી બે મધ્યગા શોધો. **મધ્યગા ત્રિકોણના શિરોબિંદુને તેની સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સાથે જોડે છે.**

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. કોઈ પણ ત્રિકોણને કેટલી મધ્યગા હોઈ શકે ?
2. આખી મધ્યગા ત્રિકોણની અંદરના ભાગમાં સમાયેલી છે ? (જો તમને લાગે કે આ સાચું નથી તો તેવી આકૃતિ દોરીને બતાવો.)

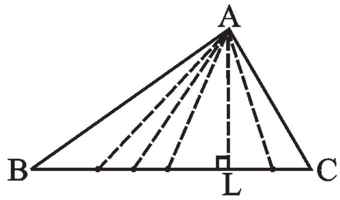
6.3 ત્રિકોણના વેધ (Altitudes of A Triangle)



આકૃતિ 6.4

ત્રિકોણ આકારનું પૂઠું (કાર્ડબૉર્ડ) ABC કાપો. ટેબલ પર તેને ઊભું મૂકો. આ ત્રિકોણ કેટલો 'ઊંચો' છે ? શિરોબિંદુ Aથી આધાર $\overline{BC}$ સુધીના અંતરને તેની **ઊંચાઈ** કહે છે. (આકૃતિ 6.4).

A થી $\overline{BC}$ સુધીના ઘણા રેખાખંડ દોરી શકો છો. (આકૃતિ 6.5) તેમાંનો કયો રેખાખંડ ઊંચાઈ દર્શાવશે ?



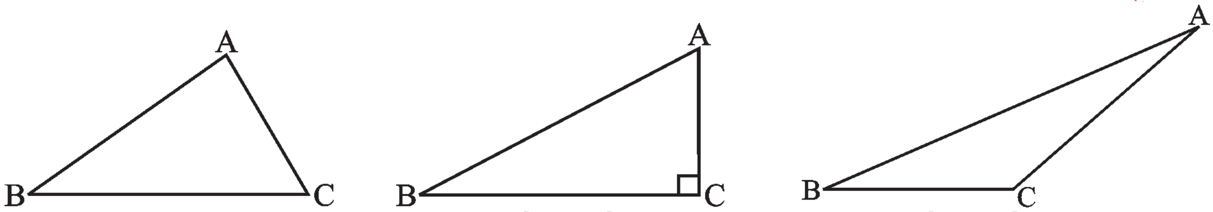
આકૃતિ 6.5

Aથી શરૂ થતો સીધો નીચે $\overline{BC}$ પર આવતો અને $\overline{BC}$ ને લંબ રેખાખંડ $\overline{AL}$ **ઊંચાઈ** દર્શાવે છે. આ $\overline{AL}$ **ત્રિકોણનો વેધ છે.**

ત્રિકોણના વેધનું એક અંતિમબિંદુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ છે અને બીજું સામેની બાજુને સમાવતી રેખા પર છે. દરેક શિરોબિંદુમાંથી વેધ દોરી શકાય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. એક ત્રિકોણના કેટલા વેધ હોઈ શકે ?
2. નીચેના ત્રિકોણ (આકૃતિ 6.6) માટે Aમાંથી $\overline{BC}$ પરના વેધ દોરો.



લઘુકોણ ત્રિકોણ (i) | કાટકોણ ત્રિકોણ (ii) | ગુરુકોણ ત્રિકોણ (iii)

આકૃતિ 6.6

3. શું વેધ હંમેશાં ત્રિકોણની અંદરના ભાગમાં જ આવશે ? જો તમને આ સાચું ન લાગતું હોય તો તે દર્શાવવા કાચી આકૃતિ દોરો.
4. તમે એવો ત્રિકોણ વિચારી શકો જેના બે વેધ તેની બે બાજુ જ છે ?
5. કોઈ ત્રિકોણ માટે વેધ અને મધ્યગા સમાન હોઈ શકે ?

(સૂચન : સવાલ 4 અને 5 માટે દરેક પ્રકારના ત્રિકોણના બધા વેધ દોરીને જવાબ શોધો.)

આ કરો

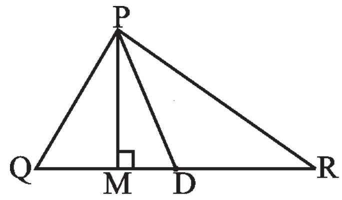
(i) સમબાજુ ત્રિકોણ (ii) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

(iii) વિષમબાજુ ત્રિકોણ પ્રકારના ભિન્ન ત્રિકોણ કાપો.

તેના વેધ અને મધ્યગા શોધો. તમને તેમાં કંઈ ખાસ વિશેષતા જણાય છે ? મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો.

સ્વાધ્યાય 6.1

1. ΔPQRમાં, D એ $\overline{QR}$ નું મધ્યબિંદુ છે.



$\overline{PM}$ ________ છે.

$\overline{PD}$ ________ છે.

QM = MR છે ?

2. નીચેના માટે કાચી આકૃતિ દોરો :

(a) ΔABCમાં $\overline{BE}$ મધ્યગા છે.

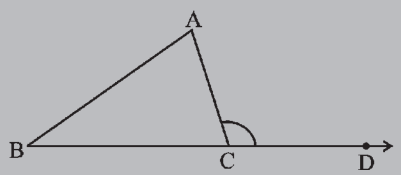
(b) ΔPQRમાં $\overline{PQ}$ અને $\overline{PR}$ ત્રિકોણના વેધ છે.

(c) ΔXYZમાં $\overline{YL}$ ત્રિકોણની બહારના ભાગમાં આવેલો વેધ છે.

3. આકૃતિ દોરીને ચકાસો કે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં મધ્યગા અને વેધ સમાન હોઈ શકે.

6.4 ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ (Exterior Angle) અને તેના ગુણધર્મો

આ કરો



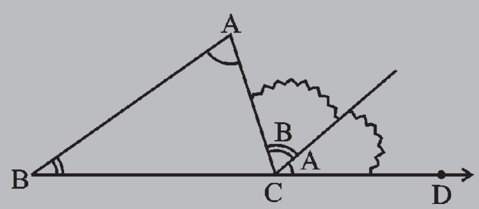
આકૃતિ 6.7

1. ΔABC દોરો અને આકૃતિ 6.7 માં બતાવ્યા પ્રમાણે તેની કોઈ પણ એક બાજુ, ધારો કે $\overline{BC}$ ને આગળ લંબાવો. C આગળ બનતો $\angle ACD$ જુઓ. આ ખૂણો ΔABC ની બહારના ભાગમાં છે. આપણે તેને શિરોબિંદુ C આગળ બનતો ΔABCનો **બહિષ્કોણ** કહીશું. સ્પષ્ટ છે કે $\angle BCA$ એ $\angle ACD$ નો આસન્નકોણ છે. ત્રિકોણના બાકીના બે ખૂણા $\angle A$ અને $\angle B$ **અંતઃસંમુખકોણ** કહેવાય છે અથવા $\angle ACD$ના દૂરના અંતઃકોણ પણ કહેવાય છે. હવે $\angle A$ અને $\angle B$ કાપો (અથવા તેની નકલ બનાવો) અને તેમને આકૃતિ 6.8માં બતાવ્યા પ્રમાણે એકબીજાની પાસે ગોઠવો. શું આ બંને મળીને આખો $\angle ACD$ આવરી લે છે ? શું તમે કહી શકો કે, $m\angle ACD = m\angle A + m\angle B$?

2. અગાઉની જેમ ΔABC દોરો અને તેનો બહિષ્કોણ ACD બનાવો. હવે કોણમાપકથી $\angle ACD$, $\angle A$ અને $\angle B$ નાં માપ માપો.

$\angle A + \angle B$ નાં માપનો સરવાળો કરો અને તેને $\angle ACD$નાં માપ સાથે સરખાવો.

તમે જોયું કે $\angle ACD$, $\angle A + \angle B$ ને સમાન (અથવા માપનમાં ભૂલ હોય તો લગભગ સમાન) છે ?



આકૃતિ 6.8

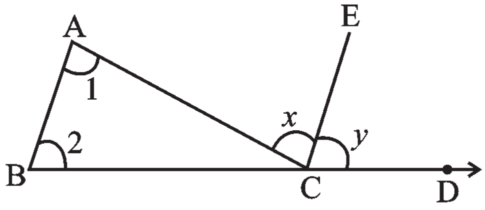
તમે ઉપર જણાવેલી બંને પ્રવૃત્તિ બીજા કેટલાક ત્રિકોણ અને તેના બહિષ્કોણ દોરીને વારંવાર કરી શકો. દરેક વખતે તમને જણાશે કે ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ તેના અંતઃસંમુખકોણના સરવાળા જેટલો છે. આ હકીકત તાર્કિક ક્રમબદ્ધ દલીલોથી નિશ્ચિત કરી શકાય.

ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ તેના અંતઃ સંમુખકોણના સરવાળા જેટલો હોય છે.

પક્ષ : ΔABC લો. $\angle ACD$ બહિષ્કોણ છે.

સાધ્ય : $m\angle ACD = m\angle A + m\angle B$

Cમાંથી $\overline{CE}$, $\overline{BA}$ને સમાંતર દોરો.



આકૃતિ 6.9

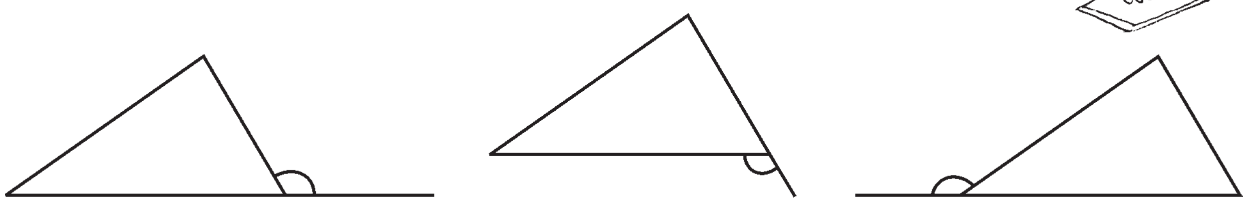
સાબિતી :

પગલું	કારણ
(a) $\angle 1 = \angle x$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ અને $\overline{AC}$ છેદિકા છે. આથી યુગ્મકોણ સમાન થાય.
(b) $\angle 2 = \angle y$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ અને $\overline{BD}$ છેદિકા છે. આથી અનુકોણ સમાન થાય.
(c) $\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$	
(d) હવે $\angle x + \angle y = m\angle ACD$	આકૃતિ 6.9 પરથી
આથી $\angle 1 + \angle 2 = \angle ACD$	

ત્રિકોણના બહિષ્કોણ અને તેના અંતઃસંમુખકોણ વચ્ચેનો ઉપર દર્શાવેલ સંબંધ **ત્રિકોણના બહિષ્કોણના ગુણધર્મ** તરીકે ઓળખાય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. ત્રિકોણના બહિષ્કોણ ઘણી રીતે બનાવી શકાય. તેમાંની ત્રણ રીત આકૃતિ 6.10 માં દર્શાવી છે.



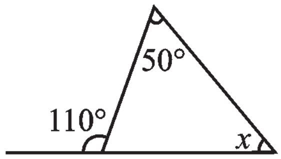
આકૃતિ 6.10

બહિષ્કોણ મેળવવાની હજુ વધારે ત્રણ રીતો છે. તેની કાચી આકૃતિઓ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો.

2. ત્રિકોણના દરેક ખૂણા આગળ બનતા બહિષ્કોણ સરખા છે ?

3. ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ અને તેની અંદરના તેના આસન્નકોણના સરવાળા બાબતે તમે શું કહી શકો ?

ઉદાહરણ 1 આકૃતિ 6.11માં ખૂણો x શોધો.



આકૃતિ 6.11

ઉકેલ અંતઃસંમુખકોણનો સરવાળો = બહિષ્કોણ

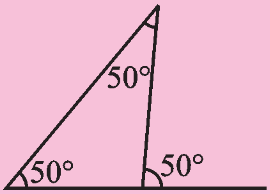
અથવા $50° + x = 110°$

અથવા $x = 60°$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. જ્યારે બહિષ્કોણ (i) કાટકોણ હોય, (ii) ગુરુકોણ હોય અને (iii) લઘુકોણ હોય તો દરેક વખતે બંને અંતઃસંમુખકોણ વિશે તમે શું કહી શકો ?
2. કોઈ ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ એ સરળકોણ હોઈ શકે ?

પ્રયત્ન કરો

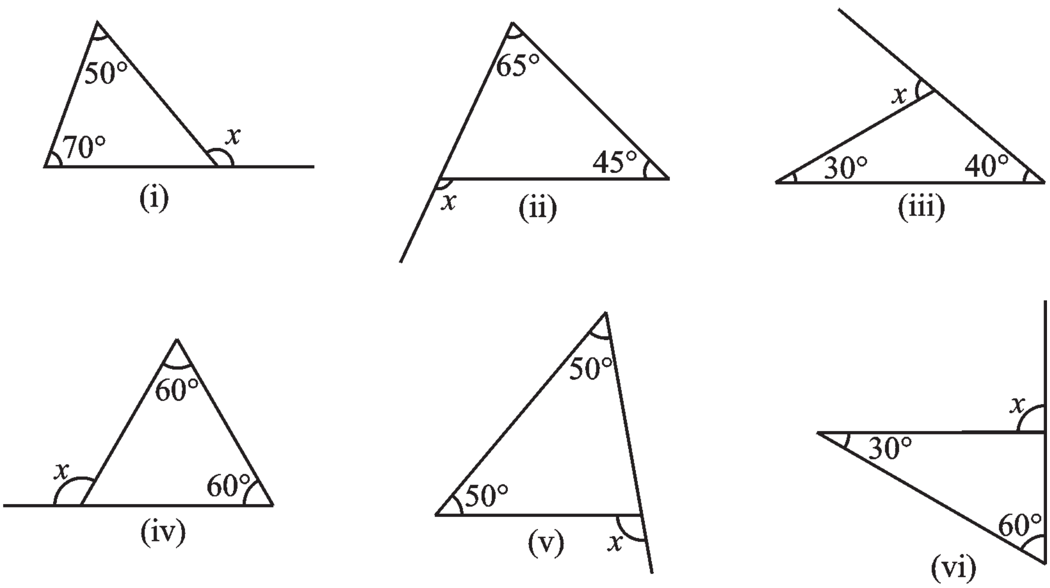


આકૃતિ 6.12

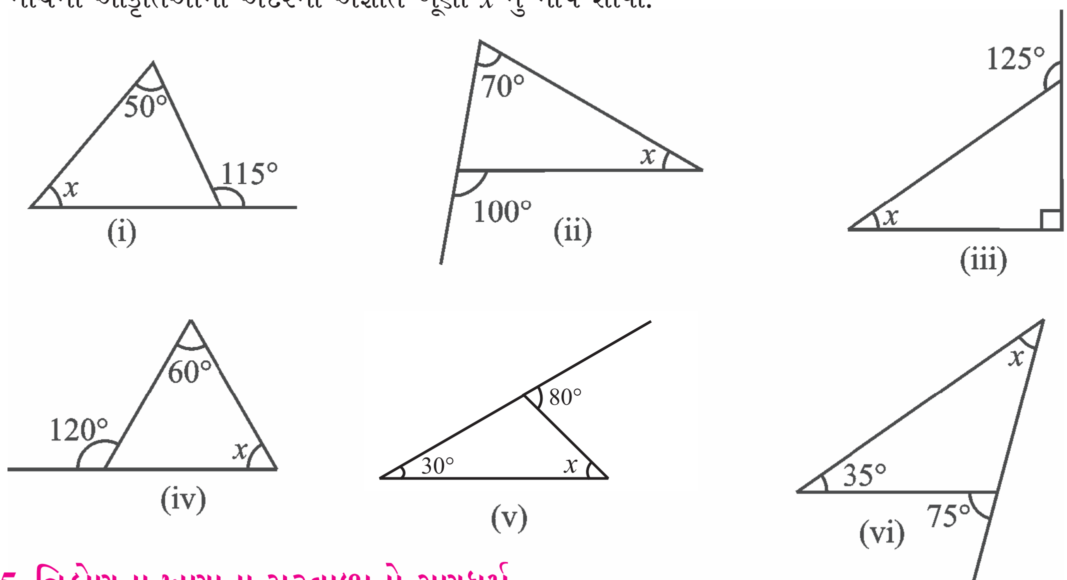
1. એક ત્રિકોણના બહિષ્કોણનું માપ 70° છે અને તેના એક અંતઃસંમુખ કોણનું માપ 25° છે. બીજા અંતઃસંમુખકોણનું માપ શોધો.
2. એક ત્રિકોણના બહિષ્કોણના અંતઃસંમુખકોણનાં માપ 60° અને 80° છે. તો બહિષ્કોણનું માપ શોધો.
3. આકૃતિ 6.12 માં કંઈ ખોટું છે ? તમારું મંતવ્ય લખો.

સ્વાધ્યાય 6.2

1. નીચેની આકૃતિઓમાં બહિષ્કોણ xનું માપ શોધો.



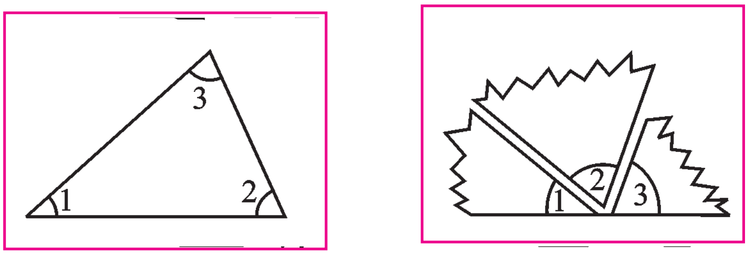
2. નીચેની આકૃતિઓમાં અંદરના અજ્ઞાત ખૂણા x નું માપ શોધો.



6.5 ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ

ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાને સાંકળતો ધ્યાન ખેંચે તેવો એક ગુણધર્મ છે. તમે એ નીચેની ચાર પ્રવૃત્તિ દ્વારા જોશો.

1. એક ત્રિકોણ દોરો. તેના ત્રણે ખૂણા કાપો. તેમને ફરીથી ગોઠવો [આકૃતિ 6.13 (i), (ii)]. હવે આ ત્રણ ખૂણા એક ખૂણો બનાવે છે. આ એક સરળ કોણ છે અને આથી તેનું માપ 180° છે.

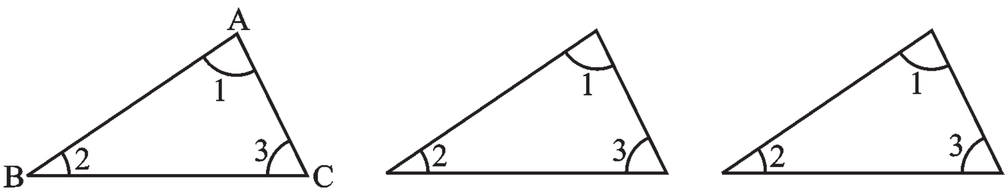


(i) (ii)

આકૃતિ 6.13

આમ, ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° છે.

2. આ જ હકીકત તમે બીજી રીતે પણ જોઈ શકો. કોઈ પણ ΔABCની ત્રણ નકલ લો (આકૃતિ 6.14).

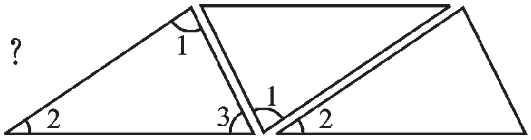


આકૃતિ 6.14

તેમને આકૃતિ 6.15 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો.

તમે $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ વિશે શું અવલોકન કરો છો ?

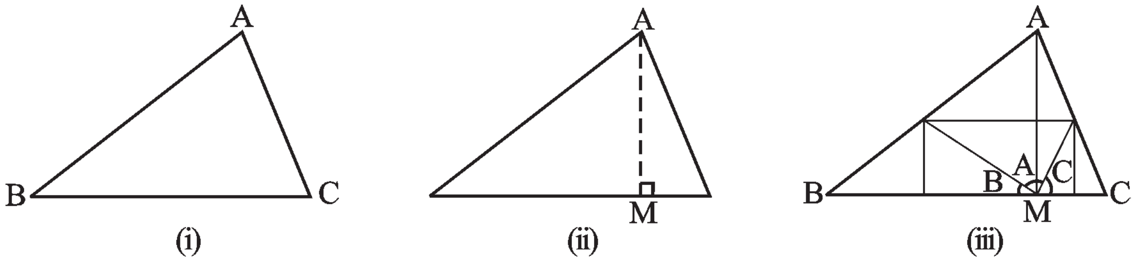
(તમે બહિષ્કોણનો ગુણધર્મ પણ જોઈ શકો છો ?)



આકૃતિ 6.15

3. એક કાગળમાંથી ΔABC કાપો (આકૃતિ 6.16).

ΔABCને A આગળથી વાળીને વેધ AM બનાવો, જે Aમાંથી પસાર થાય. હવે ત્રણે ખૂણાને એવી રીતે વાળો કે જેથી ત્રણે શિરોબિંદુઓ A, B અને C, M આગળ સ્પર્શે



આકૃતિ 6.16

તમે જોશો કે ત્રણે ખૂણા સાથે મળીને એક સરળકોણ બનાવે છે. આમ, ફરીથી જણાય છે કે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.

4. તમારી નોટબુકમાં ત્રણ ત્રિકોણો ΔABC, ΔPQR અને ΔXYZ દોરો. કોણમાપકનો ઉપયોગ કરીને દરેક ત્રિકોણના બધા ખૂણા માપો. તમારાં પરિણામોને કોષ્ટકમાં ગોઠવો.

Δનું નામ	ખૂણાના માપ	ત્રણ ખૂણાનાં માપનો સરવાળો
ΔABC	$m\angle A =$ ___ $m\angle B =$ ___ $m\angle C =$ ___	$m\angle A + m\angle B + m\angle C =$ ___
ΔPQR	$m\angle P =$ ___ $m\angle Q =$ ___ $m\angle R =$ ___	$m\angle P + m\angle Q + m\angle R =$ ___
ΔXYZ	$m\angle X =$ ___ $m\angle Y =$ ___ $m\angle Z =$ ___	$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z =$ ___

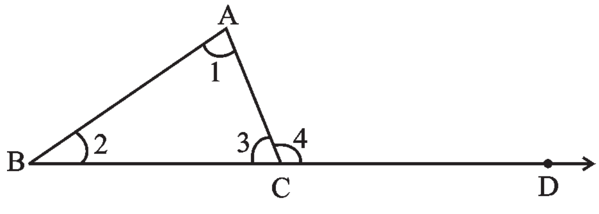
માપ લેવામાં થતી નાની ભૂલોને સ્વીકારીએ તો તમે જોશો કે છેલ્લા ખાનામાં હંમેશાં 180° (અથવા લગભગ 180°) આવે છે.

જો ચોક્સાઈપૂર્વકના માપ શક્ય હોય તો આ પણ બતાવે છે કે ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનાં માપનો સરવાળો 180° છે.

હવે તમે તાર્કિક દલીલો દ્વારા તમારા આ તારણની સાબિતી આપવા માટે તૈયાર છો.

વિધાન : ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનાં માપનો સરવાળો 180° છે.

આ સાબિત કરવા માટે આપણે ત્રિકોણના બહિષ્કોણના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીએ.



આકૃતિ 6.17

પક્ષ : $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, ΔABCના ખૂણાઓ છે. (આકૃતિ 6.17).

$\angle 4$ એ BCને D સુધી લંબાવતાં મળતો બહિષ્કોણ છે.

સાબિતી

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ (બહિષ્કોણનો ગુણધર્મ)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 3$ (બંને બાજુ $\angle 3$ ઉમેરતાં)

પરંતુ $\angle 4$ અને $\angle 3$ રૈખિક જોડ રચે છે. આથી $\angle 4 + \angle 3 = 180°$

માટે $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

હવે આપણે આ ગુણધર્મના ઉપયોગો જોઈશું.

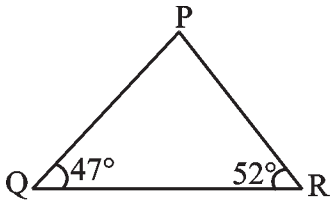
ઉદાહરણ 2 આપેલી (આકૃતિ 6.18) માં $m\angle P$ શોધો.

ઉકેલ ત્રિકોણના ખૂણાના માપના ગુણધર્મ પ્રમાણે

$m\angle P + 47° + 52° = 180°$

માટે $m\angle P = 180° - 47° - 52°$

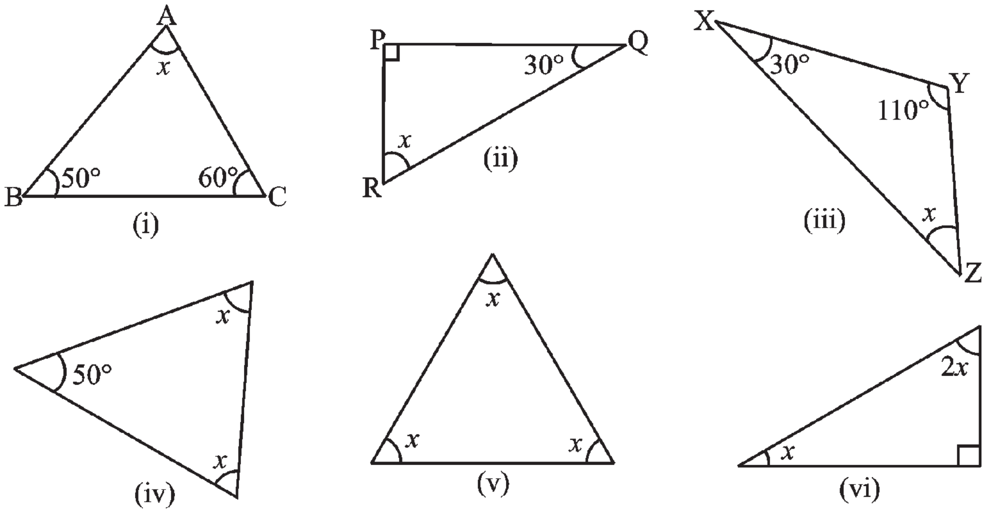
$= 180° - 99° = 81°$



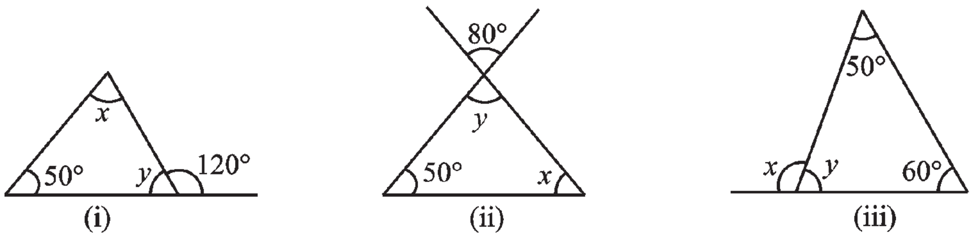
આકૃતિ 6.18

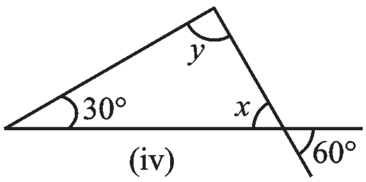
સ્વાધ્યાય 6.3

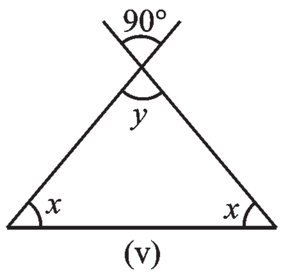
1. નીચેની આકૃતિમાં અજ્ઞાત xનું મૂલ્ય શોધો.

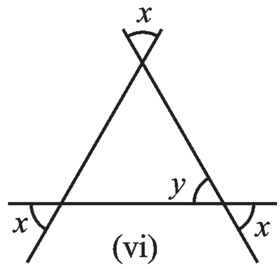


2. નીચેની આકૃતિઓમાં અજ્ઞાત x અને y નાં મૂલ્યો શોધો.









પ્રયત્ન કરો

1. ત્રિકોણના બે ખૂણા 30° અને 80° છે. ત્રીજો ખૂણો શોધો.
2. ત્રિકોણનો એક ખૂણો 80° નો છે અને બાકીના બંને ખૂણા સરખા છે. તે બંનેનાં માપ શોધો.
3. ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા 1 : 2 : 1 ના પ્રમાણમાં છે. આ ત્રિકોણના બધા ખૂણા શોધો. આ ત્રિકોણને બે ભિન્ન રીતે ઓળખો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. બે કાટખૂણાવાળો ત્રિકોણ મળી શકે ?
2. બે ગુરુકોણવાળો ત્રિકોણ મળી શકે ?
3. બે લઘુકોણવાળો ત્રિકોણ મળી શકે ?
4. જેના ત્રણે ખૂણા 60° કરતાં મોટા હોય તેવો ત્રિકોણ મળી શકે ?
5. જેના ત્રણે ખૂણા 60° હોય તેવો ત્રિકોણ મળી શકે ?
6. જેના ત્રણે ખૂણા 60° કરતાં નાના હોય તેનો ત્રિકોણ મળી શકે ?

6.6 બે વિશિષ્ટ ત્રિકોણ : સમબાજુ અને સમદ્વિબાજુ (Equilateral and Isosceles Triangles)

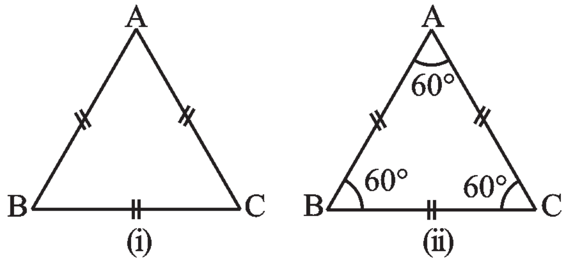
જે ત્રિકોણમાં બધી બાજુ સમાન લંબાઈની હોય તે ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે.

સમબાજુ ત્રિકોણ ΔABCની બે નકલ કરો (આકૃતિ 6.19). તેમાંની એકને સ્થિર રાખો. બીજા ત્રિકોણને પહેલા પર મૂકો. તે પહેલા પર બરાબર બંધબેસતો આવે છે. તેને કોઈ પણ દિશામાં ફેરવો છતાં પણ તે બરાબર બંધબેસતો રહે છે. તમારા ધ્યાન પર આવ્યું હશે કે જ્યારે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં માપ સરખાં હોય ત્યારે ત્રણ ખૂણા પણ સમાન માપના છે ?

આપણે તારણ કાઢીએ કે સમબાજુ ત્રિકોણમાં

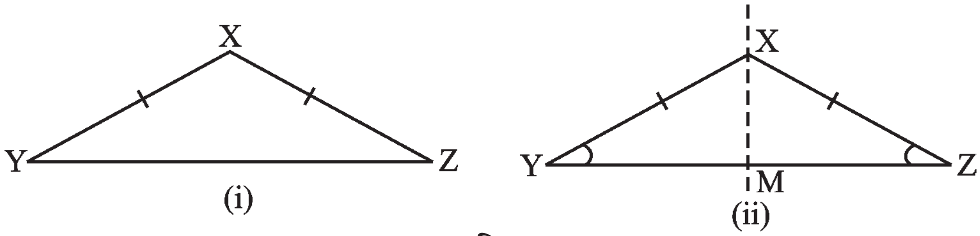
(i) બધી બાજુઓની લંબાઈ સમાન છે.

(ii) દરેક ખૂણાનું માપ 60° છે.



આકૃતિ 6.19

જે ત્રિકોણમાં બે બાજુ સમાન લંબાઈની હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે.



આકૃતિ 6.20

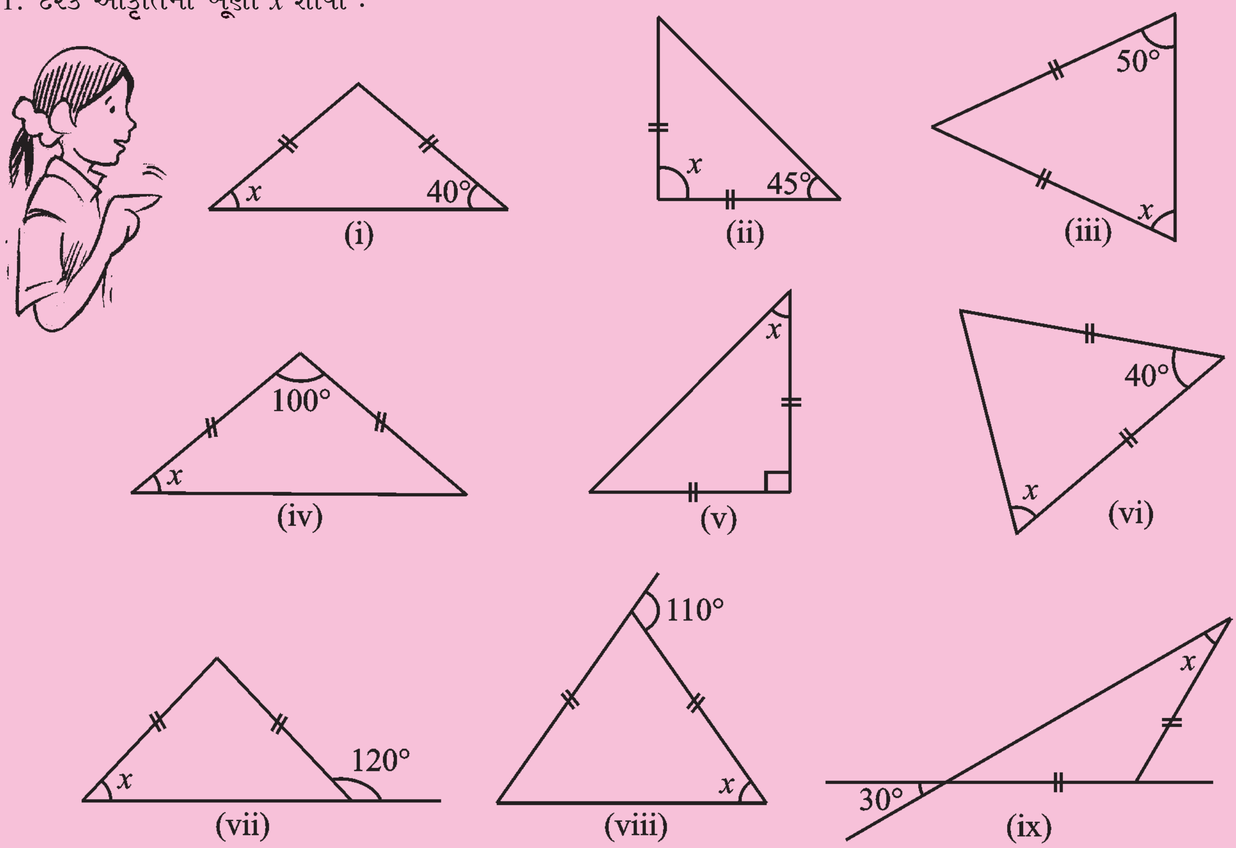
કાગળમાંથી એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ XYZ કાપો, જેમાં XY = XZ છે (આકૃતિ 6.20). Z એ Y પર આવે તે રીતે એને વાળો. Xમાંથી મળતી રેખા (સળ) XM એ સંમિતિની અક્ષ છે. (જે તમે પ્રકરણ 14માં શીખશો). તમને જણાશે કે ∠Y અને ∠Z એકબીજા પર બંધબેસતા આવે છે. XY અને XZને સમાન બાજુ કહે છે. YZ ને આધાર કહે છે, ∠Y અને ∠Zને આધારના ખૂણા કહે છે અને તેઓ પણ સમાન છે. આમ, એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં-

(i) બે બાજુની લંબાઈ સરખી છે.

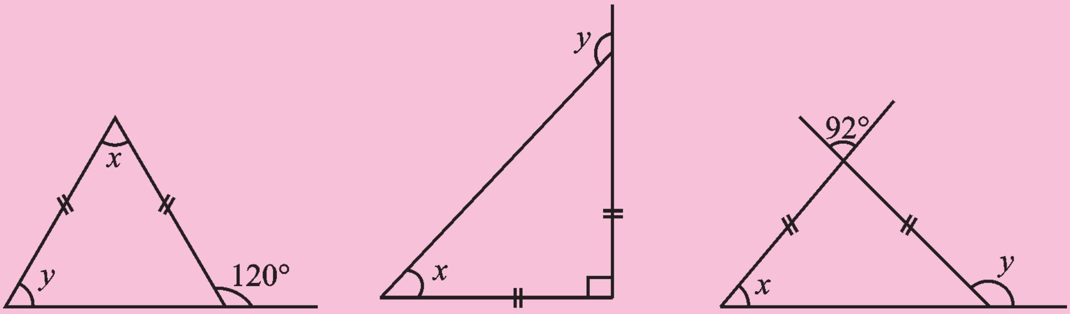
(ii) સમાન બાજુની સામેના ખૂણા સમાન છે.

પ્રયત્ન કરો

1. દરેક આકૃતિમાં ખૂણો x શોધો :

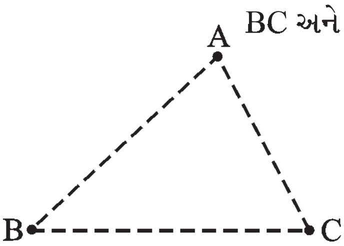


2. દરેક આકૃતિમાં ખૂણા x અને y શોધો.



6.7 ત્રિકોણની બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો

1. રમતના મેદાનમાં ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ A, B અને C નક્કી કરો. ચૂનાના પાવડરથી AB, BC અને CA રસ્તા આંકો.



આકૃતિ 6.21

તમારા મિત્રને A થી ચાલવાનું શરૂ કરીને આમાંના એક અથવા વધુ રસ્તા પર ચાલીને C સુધી પહોંચવાનું કહો. જેમ કે તે પહેલાં $\overline{AB}$ પર અને પછી $\overline{BC}$ પર ચાલીને C સુધી પહોંચી જાય અથવા તે સીધો $\overline{AC}$ પર ચાલીને C પર પહોંચે. સ્વાભાવિક રીતે તે સીધો રસ્તો $\overline{AC}$ પસંદ કરશે. જો તે બીજો રસ્તો (પહેલાં $\overline{AB}$ અને પછી $\overline{BC}$ નો) પસંદ કરે તો વધારે ચાલવાનું થશે. બીજા શબ્દોમાં,

$$AB + BC > AC \qquad \text{(i)}$$

એ જ રીતે જો કોઈએ Bથી શરૂ કરીને A પર પહોંચવાનું હોય તો તે $\overline{BC}$ અને $\overline{CA}$ નો રસ્તો પસંદ નહિ કરે પણ $\overline{BA}$ પસંદ કરશે કારણ કે,

$$BC + CA > AB \qquad \text{(ii)}$$

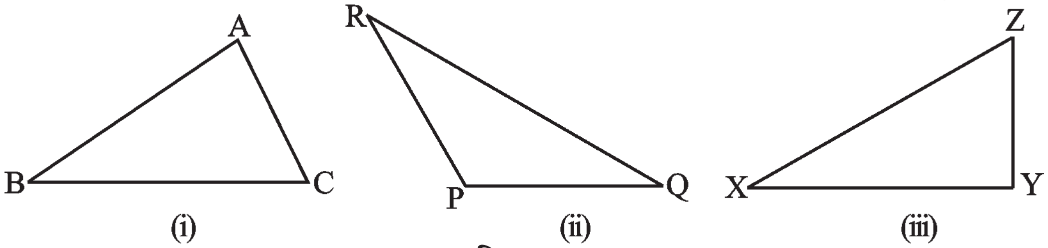
એ જ રીતે આપણને મળે કે,

$$CA + AB > BC \qquad \text{(iii)}$$

આ અવલોકનો પરથી સૂચન મળે છે કે **ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં વધુ છે.**

2. જુદી જુદી લંબાઈઓ, જેમ કે 6 સેમી, 7 સેમી, 8 સેમી, 9 સેમી, ..., 20 સેમીની 15 નાની લાકડીઓ (અથવા પટ્ટીઓ) લો. આમાંની કોઈ પણ ત્રણ લાકડી લો અને ત્રિકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. ત્રણ લાકડીઓ ભિન્ન ભિન્ન રીતે પસંદ કરી વારંવાર પ્રયત્ન કરો. ધારો કે તમે પહેલાં 6 સેમી અને 12 સેમી લંબાઈની બે દાંડીઓ પસંદ કરી છે. તમારી ત્રીજી લાકડીની લંબાઈ 12 – 6 = 6 સેમી કરતાં વધુ અને 12 + 6 = 18 સેમી કરતાં ઓછી જ હોવી જોઈએ. પ્રયત્ન કરો અને શોધો કે આવું શા માટે થાય છે ? ત્રિકોણ બનાવવા માટે તમારે એવી ત્રણ લાકડીઓ લેવી પડશે કે હંમેશાં તેમાંની કોઈ પણ બેની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજા કરતાં મોટો થવો જોઈએ. આ સૂચવે છે કે ત્રિકોણની બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુથી વધુ હોય છે.

3. તમારી નોટબુકમાં કોઈ પણ ત્રણ ત્રિકોણ, ΔABC, ΔPQR અને ΔXYZ દોરો. (આકૃતિ 6.22)



આકૃતિ 6.22

તમારી માપપટ્ટીની મદદથી તેમની લંબાઈ માપો અને તમને મળેલાં પરિણામ નીચે પ્રમાણે કોષ્ટકમાં નોંધો :

Δનું નામ	બાજુઓની લંબાઈ	શું આ સાચું છે ?	
ΔABC	AB ___	AB – BC < CA	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	BC ___	BC – CA < AB	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	CA ___	CA – AB < BC	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
ΔPQR	PQ ___	PQ – QR < RP	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	QR ___	QR – RP < PQ	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	RP ___	RP – PQ < QR	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
ΔXYZ	XY ___	XY – YZ < ZX	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	YZ ___	YZ – ZX < XY	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	
	ZX ___	ZX – XY < YZ	(હા / ના)
		___ + ___ > ___	

આપણી અગાઉની ધારણા આનાથી વધુ **સુદૃઢ** થાય છે. આથી આપણે તારવીએ કે **ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુથી વધુ હોય છે.**

આપણને એ પરિણામ પણ મળે છે કે ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો તફાવત ત્રીજી બાજુથી ઓછો હોય છે.

ઉદાહરણ 3 શું એવો ત્રિકોણ મળે કે જેની બાજુની લંબાઈ 10.2 સેમી, 5.8 સેમી અને 4.5 સેમી થાય ?

ઉકેલ ધારો કે આવો ત્રિકોણ શક્ય છે તો કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં વધુ થવો જોઈએ. ચાલો, આ ચકાસીએ.

$4.5 + 5.8 > 10.2$	થાય છે ?	હા
$5.8 + 10.2 > 4.5$	થાય છે ?	હા
$10.2 + 4.5 > 5.8$	થાય છે ?	હા

આથી આવો ત્રિકોણ શક્ય છે.

ઉદાહરણ 4 એક ત્રિકોણની બે બાજુની લંબાઈ 6 સેમી અને 8 સેમી છે. ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કઈ બે સંખ્યાઓ વચ્ચે આવશે ?

ઉકેલ આપણે જાણીએ છીએ કે ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો હંમેશાં ત્રીજી બાજુ કરતાં વધુ હોય છે.

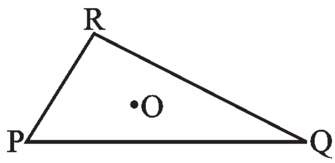
આથી ત્રીજી બાજુ આ બે બાજુનાં સરવાળા કરતાં નાની થવી જોઈએ. આમ, ત્રીજી બાજુ $8 + 6 = 14$ સેમી કરતાં નાની થવી જોઈએ.

ત્રીજી બાજુ, બે બાજુના તફાવતથી નાની ન હોઈ શકે. આમ, ત્રીજી બાજુ $8 - 6 = 2$ સેમી કરતાં મોટી હોવી જોઈએ.

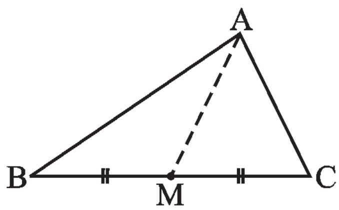
ત્રીજી બાજુ 2 સેમીથી મોટી અને 14 સેમીથી નાની કોઈ પણ લંબાઈની હોઈ શકે.

સ્વાધ્યાય 6.4

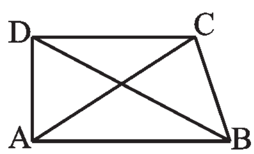
1. નીચે પ્રમાણેની બાજુઓ ધરાવતો ત્રિકોણ શક્ય છે ?
   (i) 2 સેમી, 3 સેમી, 5 સેમી (ii) 3 સેમી, 6 સેમી, 7 સેમી
   (iii) 6 સેમી, 3 સેમી, 2 સેમી



2. ΔPQRના અંદરના ભાગમાં કોઈ પણ બિંદુ O લો.
   (i) શું $OP + OQ > PQ$ છે ?
   (ii) શું $OQ + OR > QR$ છે ?
   (iii) શું $OR + OP > RP$ છે ?



3. ΔABCની મધ્યગા AM છે.
   $AB + BC + CA > 2AM$ થાય છે ?
   (ΔABM અને ΔAMCની બાજુઓને ધ્યાનમાં લો.)



4. ABCD એક ચતુષ્કોણ છે.
   $AB + BC + CD + DA > AC + BD$ થાય છે ?
5. ABCD એક ચતુષ્કોણ છે.
   $AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD)$ થાય છે ?

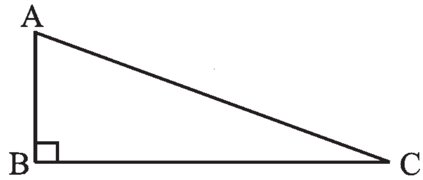
6. એક ત્રિકોણની બે બાજુઓની લંબાઈ 12 સેમી અને 15 સેમી છે. ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કયા બે માપની વચ્ચે આવવી જોઈએ ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું ત્રિકોણના કોઈ પણ બે ખૂણાનો સરવાળો હંમેશાં ત્રીજા ખૂણા કરતાં વધુ હોય છે?

6.8 કાટકોણ ત્રિકોણ અને પાયથાગૉરસનો ગુણધર્મ

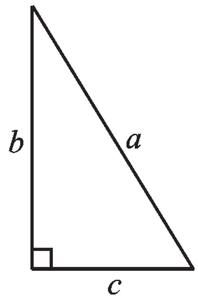
(right-angled Triangle and pythagoras Property)



આકૃતિ 6.23

ઈ.સ. પૂર્વે છઠ્ઠી સદીમાં થયેલા ગ્રીક તત્ત્વજ્ઞાની પાયથાગૉરસે અહીં આપેલો કાટકોણ ત્રિકોણનો એક અગત્યનો ગુણધર્મ શોધ્યો હોવાનું કહેવાય છે. આથી આ ગુણધર્મ તેમના નામ સાથે જોડાયેલો છે. હકીકતે આ ગુણધર્મ બીજા કેટલાક દેશોના લોકો માટે પણ જાણીતો હતો. ભારતીય ગણિતશાસ્ત્રી બૌધાયને પણ આને સમકક્ષ ગુણધર્મ જણાવેલો છે. હવે આપણે પાયથાગૉરસનો ગુણધર્મ સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

કાટકોણ ત્રિકોણમાં બાજુઓનાં ખાસ નામ છે. કાટખૂણાની સામેની બાજુને **કર્ણ** કહેવામાં આવે છે. બાકીની બે બાજુઓને કાટકોણ ત્રિકોણના **પાયા** (કાટખૂણો બનાવતી બાજુઓ) કહેવામાં આવે છે.



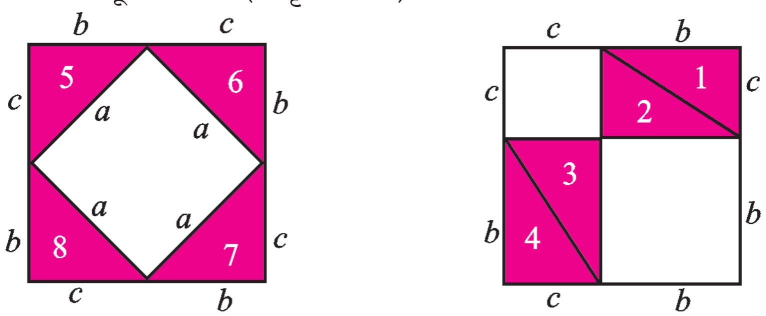
આકૃતિ 6.24

ΔABCમાં (આકૃતિ 6.23) B આગળ કાટખૂણો છે. આથી AC કર્ણ છે. $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ એ ΔABCના **પાયા** છે.

તમને યોગ્ય લાગે તે માપના કાટકોણ ત્રિકોણની 8 એકસરખી નકલો કરો. દા.ત. તમે એવો કાટકોણ ત્રિકોણ બનાવો જેનો કર્ણ a એકમ લંબાઈનો છે અને બીજી બાજુઓની લંબાઈ b અને c એકમ છે. (આકૃતિ 6.24)

એક કાગળ પર બે એકસરખા ચોરસ દોરો જેની બાજુની લંબાઈ $b + c$ જેટલી હોય.

નીચેની આકૃતિ 6.25માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે તમારે ચાર ત્રિકોણ એક ચોરસમાં અને બીજા ચાર ત્રિકોણ બીજા ચોરસમાં મૂકવાના છે. (આકૃતિ 6.25).



ચોરસ A **ચોરસ B**

આકૃતિ 6.25

ચોરસ એકસરખા છે અને જે આઠ ત્રિકોણ મૂક્યા (ગોઠવ્યા) તે પણ એકસરખા છે.

આથી ચોરસ Aના અનાવૃત્ત ભાગનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસ Bના અનાવૃત્ત ભાગનું ક્ષેત્રફળ.

એટલે કે ચોરસ Aની અંદરના ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસ Bની અંદરના બંને અનાવૃત્ત ચોરસનું કુલ ક્ષેત્રફળ

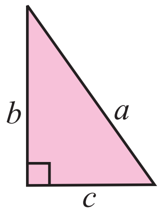
$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

આ પાયથાગોરસનો ગુણધર્મ છે. તેને નીચે પ્રમાણે લખી શકાય :

કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ પરનો ચોરસ = બાકીની બાજુઓ પરના ચોરસનો સરવાળો

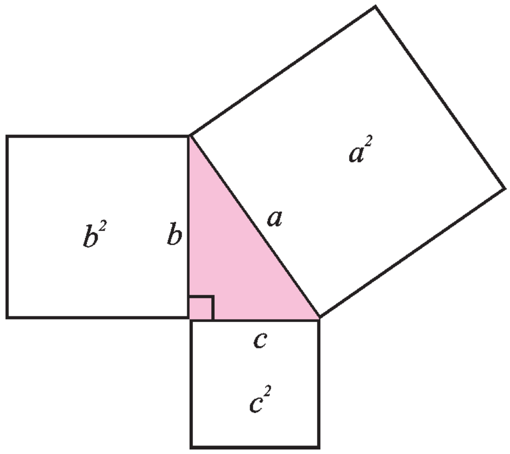
આ ગુણધર્મ ગણિતમાં ખૂબ જ ઉપયોગી **પરિણામ** છે. હવે પછીનાં ધોરણોમાં તમે એની સાબિતી શીખશો. અત્યારે તમને એનો અર્થ સ્પષ્ટ હોવો જોઈએ.

પરિણામ એ છે કે કોઈ પણ કાટકોણ ત્રિકોણ માટે કર્ણ પરના ચોરસનું ક્ષેત્રફળ બીજી બે બાજુઓ પરના ચોરસનાં ક્ષેત્રફળોના સરવાળા જેટલું હોય છે.



શક્ય હોય તો ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર કાટકોણ ત્રિકોણ દોરીને તેની બાજુઓ પર ચોરસ રચો. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ ગણીને પ્રમેયને પ્રાયોગિક રીતે ચકાસો. (આકૃતિ 6.26).

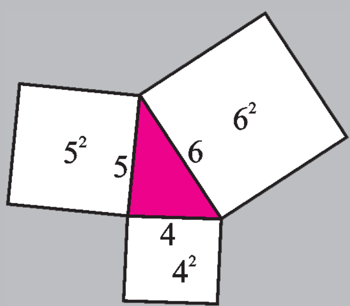
જો કાટકોણ ત્રિકોણ આપેલો હોય તો પાયથાગોરસનો ગુણધર્મ સાચો છે. જો કોઈ ત્રિકોણ માટે પાયથાગોરસનું પરિમાણ સાચું હોય તો તે કાટકોણ ત્રિકોણ છે ? (આવા પ્રશ્નો પ્રતિપ્રશ્નો તરીકે ઓળખાય છે.) આપણે એનો જવાબ આપવાનો પ્રયત્ન કરીશું. હવે આપણે એ બતાવીશું કે જો કોઈ ત્રિકોણ માટે તેની બે બાજુ પરના ચોરસનો સરવાળો તે ત્રીજી બાજુ પરના ચોરસ જેટલો થાય છે તો એ કાટકોણ ત્રિકોણ જ છે.



આકૃતિ 6.26

આ કરો

1. 4 સેમી, 5 સેમી અને 6 સેમી બાજુની લંબાઈવાળા ચોરસ કાપો. એ ચોરસના ખૂણાને યોગ્ય રીતે ગોઠવીને (આકૃતિ 6.27) ત્રિકોણાકાર ભાગ મેળવો. આ ભાગની નકલ કરીને ત્રિકોણ બનાવો. આ ત્રિકોણના દરેક ખૂણા માપો. તમને જણાશે કે કોઈ પણ ખૂણો કાટકોણ નથી. ખરેખર તો આ કિસ્સામાં દરેક ખૂણો લઘુકોણ છે ! નોંધો કે $4^2 + 5^2 \neq 6^2$, $5^2 + 6^2 \neq 4^2$ અને $6^2 + 4^2 \neq 5^2$.



આકૃતિ 6.27

2. ઉપરની પ્રવૃત્તિ 4 સેમી, 5 સેમી અને 7 સેમી લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ માટે ફરીથી કરો. તમને એક ગુરુકોણ ત્રિકોણ મળશે !

નોંધો કે $4^2 + 5^2 \neq 7^2$ વગેરે.

આ બતાવે છે કે પાયથાગૉરસનો ગુણધર્મ સાચો હોય તો અને તો જ ત્રિકોણ, કાટકોણ ત્રિકોણ હોય. આમ, આપણને નીચેની હકીકત મળે છે.

જો પાયથાગૉરસની શરત સાબિત થતી હોય તો તે કાટકોણ ત્રિકોણ જ હોય.

ઉદાહરણ 5 જેની બાજુની લંબાઈ 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમી છે તેવો ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ છે કે નહિ તે નક્કી કરો.

ઉકેલ $3^2 = 3 \times 3 = 9$; $4^2 = 4 \times 4 = 16$; $5^2 = 5 \times 5 = 25$ અને $3^2 + 4^2 = 5^2$ મળે છે.

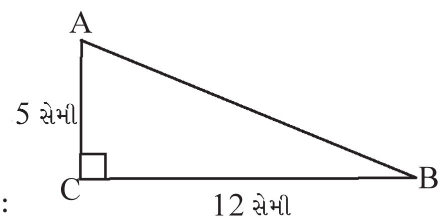
આથી આ ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

નોંધ : કોઈ પણ કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ સૌથી લાંબી બાજુ છે. આ ઉદાહરણમાં 5 સેમી લંબાઈ વાળી બાજુ કર્ણ છે.

ઉદાહરણ 6 ΔABCમાં $\angle C$ કાટખૂણો છે.

જો $AC = 5$ સેમી અને $BC = 12$ સેમી

તો ABની લંબાઈ શોધો.



આકૃતિ 6.28

ઉકેલ કાચી આકૃતિ આપણને મદદરૂપ બનશે (આકૃતિ 6.28) :

પાયથાગૉરસ પ્રમેય મુજબ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

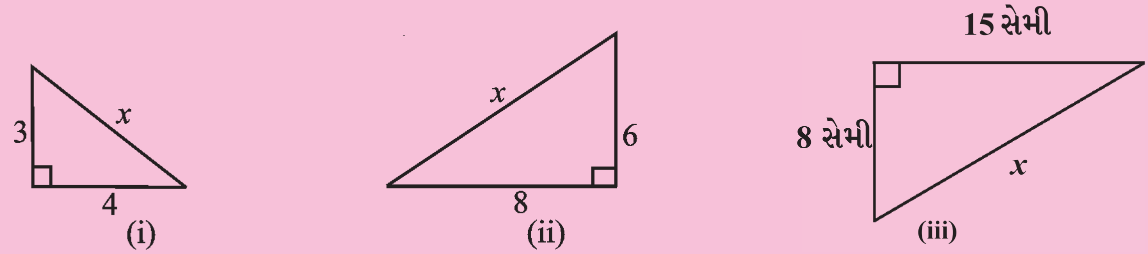
$$= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

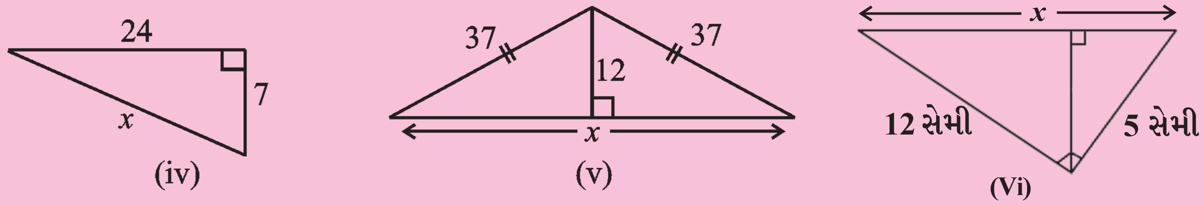
અથવા $AB^2 = 13^2$, આથી $AB = 13$ અથવા ABની લંબાઈ 13 સેમી છે.

નોંધ : પૂર્ણવર્ગ શોધવા માટે તમે અવિભાજ્ય અવયવોની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો.

પ્રયત્ન કરો

નીચેની આકૃતિઓમાં અજ્ઞાત લંબાઈ x શોધો : (આકૃતિ 6.29)

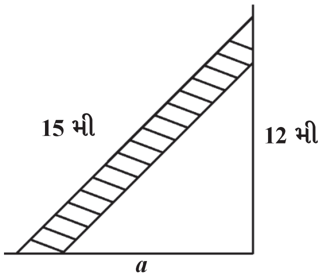




આકૃતિ 6.29

સ્વાધ્યાય 6.5

1. ΔPQRમાં ∠P કાટખૂણો છે. જો PQ = 10 સેમી અને PR = 24 સેમી હોય તો QR શોધો.
2. ΔABCમાં ∠C કાટખૂણો છે. જો AB = 25 સેમી અને AC = 7 સેમી તો BC શોધો.
3. 15 મીટર લાંબી નિસરણીને દીવાલ સાથે ટેકવતાં તે જમીનથી 12 મીટર ઊંચી બારી સુધી પહોંચે છે. નિસરણીના જમીન પરના છેડાનું દીવાલથી અંતર a શોધો.



4. નીચેનામાંથી કાટકોણ ત્રિકોણની કઈ બાજુઓ હોઈ શકે ?

   (i) 2.5 સેમી, 6.5 સેમી, 6 સેમી

   (ii) 2 સેમી, 2 સેમી, 5 સેમી

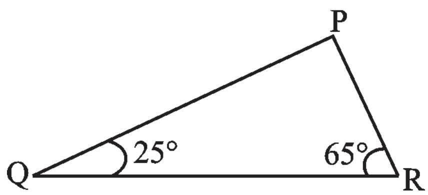
   (iii) 1.5 સેમી, 2 સેમી, 2.5 સેમી

   જો કાટકોણ ત્રિકોણ હોય તો કયો ખૂણો કાટકોણ છે તે નક્કી કરો.
5. એક ઝાડ જમીન પરથી 5 મીટર ઊંચાઈએથી તૂટી પડે છે અને તેની ટોચ ઝાડના થડથી 12 મીટર અંતરે જમીનને અડે છે. ઝાડની મૂળ ઊંચાઈ શોધો.
6. ΔPQRમાં ∠Q અને ∠R અનુક્રમે 25° અને 65° છે. નીચેના માંથી કયું સાચું છે તે લખો :

   (i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$

   (ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$

   (iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$



7. જેની બાજુની લંબાઈ 40 સેમી અને વિકર્ણની લંબાઈ 41 સેમી હોય તેવા લંબચોરસની પરિમિતિ શોધો.
8. સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોના માપ 16 સેમી અને 30 સેમી છે. તેની પરિમિતિ શોધો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. P આગળ કાટખૂણો હોય તેવા ΔPQRની લાંબામાં લાંબી બાજુ કઈ ?
2. B આગળ કાટખૂણો હોય તેવા ΔABCની લાંબામાં લાંબી બાજુ કઈ ?
3. કાટકોણ ત્રિકોણની લાંબામાં લાંબી બાજુ કઈ ?
4. "લંબચોરસના વિકર્ણ પર દોરેલા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ, તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ પર દોરેલા ચોરસના ક્ષેત્રફળના સરવાળા જેટલું થાય છે." આ બૌધાયનનું પ્રમેય છે. આને પાયથાગૉરસના પ્રમેય સાથે સરખાવો.

જાતે કરો

જ્ઞાનવર્ધક પ્રવૃત્તિ

પાયથાગોરસપ્રમેયની "ટુકડા કરો" અને "પુનઃ ગોઠવો" પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કરતી ઘણી સાબિતીઓ છે. તેમાંની કેટલીક શોધો, ભેગી કરો અને તેની સમજણ આપતા ચાર્ટ બનાવો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. ત્રિકોણનાં **છ અંગો** એ તેની **ત્રણ બાજુ** અને **ત્રણ ખૂણા** છે.
2. ત્રિકોણના શિરોબિંદુને તેની સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સાથે જોડતો રેખાખંડ ત્રિકોણની મધ્યગા કહેવાય છે. ત્રિકોણમાં ત્રણ મધ્યગા છે.
3. ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી તેની સામેની બાજુ પર દોરેલા લંબ રેખાખંડને ત્રિકોણનો વેધ કહેવાય છે. ત્રિકોણમાં ત્રણ વેધ છે.
4. જ્યારે ત્રિકોણની કોઈ બાજુને લંબાવવામાં આવે ત્યારે બહિષ્કોણ બને છે. દરેક શિરોબિંદુ આગળ બે રીતે બહિષ્કોણ રચી શકાય.
5. બહિષ્કોણનો ગુણધર્મ :
   ત્રિકોણના કોઈ પણ બહિષ્કોણનું માપ તેના અંતઃસંમુખકોણના માપના સરવાળા જેટલું હોય છે.
6. ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો :
   ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો $180°$ છે.
7. જો કોઈ ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની લંબાઈ સમાન હોય તો તેને **સમબાજુ ત્રિકોણ** કહેવાય. સમબાજુ ત્રિકોણમાં દરેક ખૂણાનું માપ $60°$ છે.
8. જો ત્રિકોણની ઓછામાં ઓછી બે બાજુની લંબાઈ સમાન હોય તો તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. બે સમાન સિવાયની ત્રીજી બાજુને તેનો આધાર કહે છે. ત્રિકોણના આધાર પરના ખૂણાઓ સમાન હોય છે.
9. ત્રિકોણની બાજુની લંબાઈનો ગુણધર્મ :
   ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં વધુ હોય છે.
   ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો તફાવત ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં ઓછો હોય છે.

જ્યારે ત્રણ બાજુની લંબાઈઓ આપી હોય ત્યારે ત્રિકોણ દોરી શકાય કે કેમ તે નક્કી કરવા માટે આ ગુણધર્મ ઉપયોગી છે.

10. કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુને **કર્ણ** કહેવાય છે. બાકીની બે બાજુને કર્ણ સિવાયની બાજુઓ કહે છે.

11. **પાયથાગૉરસનો ગુણધર્મ :**

કાટકોણ ત્રિકોણમાં,

કર્ણ પરનો ચોરસ = બાકીની બે બાજુ પરના ચોરસનો સરવાળો

જો કોઈ ત્રિકોણ કાટકોણ ન હોય તો આ પરિણામ સાચું નથી. આ પરિણામ ત્રિકોણ કાટકોણ છે કે નહિ તે નક્કી કરવા માટે ઉપયોગી છે.

પ્રકરણ 7

ત્રિકોણની એકરૂપતા

7.1 પ્રસ્તાવના

હવે તમે ખૂબ અગત્યનો ભૌમિતિક ખ્યાલ શીખવા માટે તૈયાર છો જેને **‘એકરૂપતા’** (Congruence) કહેવાય છે. તમારે ત્રિકોણની એકરૂપતા વિશે ઘણું શીખવાનું છે. એકરૂપતા શું છે એ સમજવા માટે આપણે કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ કરીએ.

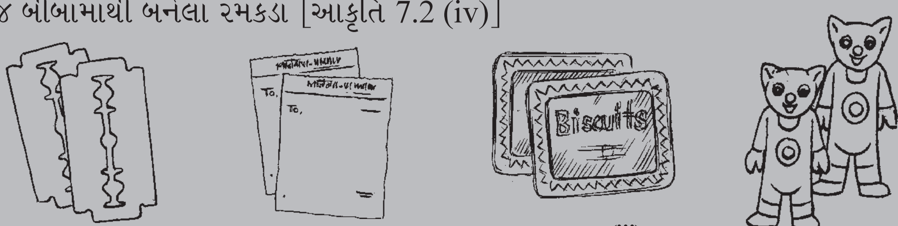
આ કરો

એકસરખા મૂલ્યની બે ટપાલ ટિકિટો લો. (આકૃતિ 7.1) એક ટિકિટ પર બીજી મૂકો. તમે શું અવલોકન કર્યું ?

આકૃતિ 7.1

એક ટિકિટ, બીજીને પૂરેપૂરી ચોકસાઈથી ઢાંકી દે છે. આનો અર્થ એ થયો કે બંને ટિકિટ એક જ આકાર અને માપની છે. આવી વસ્તુઓ એકરૂપ કહેવાય છે. તમે લીધેલી બે ટિકિટ એકબીજાને એકરૂપ છે. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની નકલ હોય છે. શું હવે તમે કહી શકો કે નીચેની વસ્તુઓ એકરૂપ છે કે નહિ ?

1. એક જ ઉત્પાદકની બ્લૅડ [આકૃતિ 7.2 (i)]
2. એક જ **લેટરપેડ**ના કાગળ [આકૃતિ 7.2 (ii)]
3. એક જ પૅકેટમાંના બિસ્કિટ [આકૃતિ 7.2 (iii)]
4. એક જ બીબાંમાંથી બનેલાં રમકડાં [આકૃતિ 7.2 (iv)]



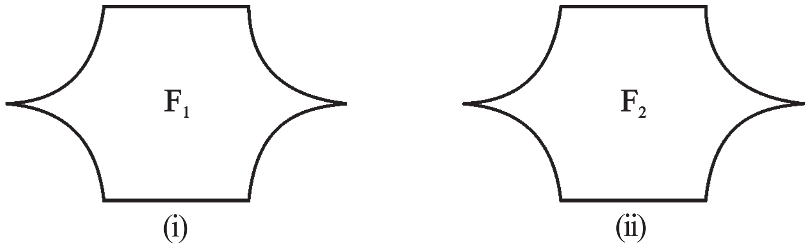
(i) (ii) (iii) (iv)

આકૃતિ 7.2

બે વસ્તુઓ એકરૂપ હોવાના સંબંધને **એકરૂપતા** કહે છે. અત્યારે આપણે માત્ર સમતલીય આકૃતિઓની જ વાત કરીશું, જો કે એકરૂપતા એ ત્રિપરિમાણીય આકારોને પણ લાગુ પડતો સામાન્ય ખ્યાલ છે. આપણે જે સમતલીય આકૃતિઓ જાણીએ છીએ તેની એકરૂપતાના ખ્યાલને ચોકસાઈભરી રીતે શીખીશું.

7.2 સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા (Congruence of Plane Figures)

અહીં આપેલી બે આકૃતિઓ જુઓ (આકૃતિ 7.3). શું તે એકરૂપ છે ?



આકૃતિ 7.3

તમે એક પર બીજી આકૃતિ ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો. એકની નકલ પારદર્શક કાગળ પર લો અને તેને બીજા ઉપર ગોઠવો. જો આકૃતિઓ એકબીજાને સંપૂર્ણપણે આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે અથવા તમે એકને કાપીને બીજા પર ગોઠવી શકો. ધ્યાન રાખજો, કાપેલી કે દોરેલી આકૃતિને વાળવાની, ફેરવવાની કે ખેંચવાની નથી. આકૃતિ 7.3માં જો F_1 એ F_2 ને એકરૂપ હોય તો $F_1 \cong F_2$ લખાય.

7.3 રેખાખંડોમાં એકરૂપતા (Congruence among Line Segments)

બે રેખાખંડ એકરૂપ ક્યારે હોય ? નીચે આપેલ રેખાખંડની બે જોડનું અવલોકન કરો (આકૃતિ 7.4).

આકૃતિ 7.4

આકૃતિ7.4(i) માં આપેલ જોડી માટે નકલ કરીને એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો. $\overline{CD}$ની નકલ કરો અને તેને $\overline{AB}$ પર મૂકો. તમે જોશો $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ને આવરી લે છે અને C એ A પર અને D એ B પર આવે છે. આથી આ રેખાખંડો એકરૂપ છે. આપણે $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ લખીશું.

આ જ પ્રવૃત્તિ આકૃતિ7.4(ii)માં આપેલ જોડી માટે કરો. શું જોવા મળે છે ? તેઓ એકરૂપ નથી. તમને કેવી રીતે ખબર પડી ? જ્યારે એકને બીજા પર મૂકવામાં આવે ત્યારે પૂરેપૂરા આવરિત થતાં નથી.

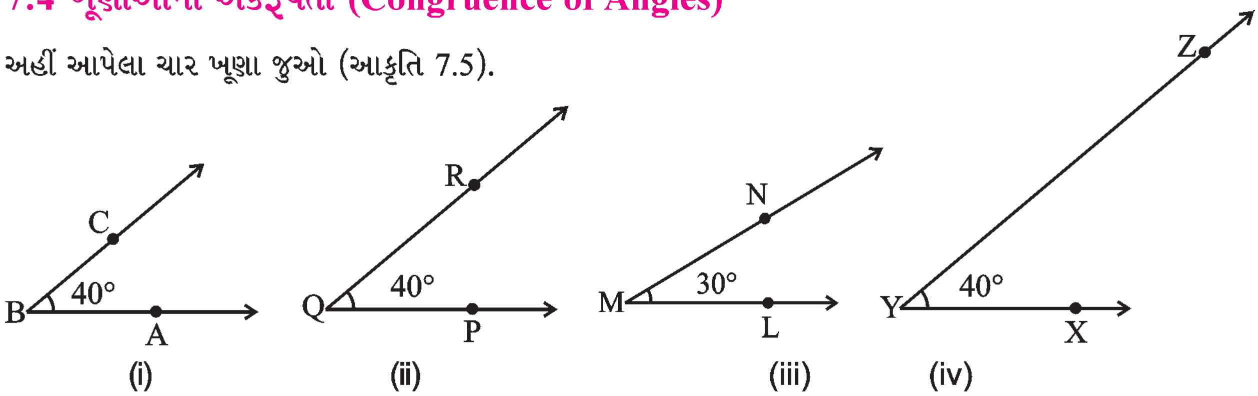
અત્યાર સુધીમાં તમે નોંધ્યું હશે કે આકૃતિ7.4(i)માંના રેખાખંડો બરાબર બંધબેસતા આવે છે કારણ તેમની લંબાઈ સમાન છે. જ્યારે આકૃતિ 7.4(ii) માટે આવું નથી.

જો બે રેખાખંડને સમાન (એટલે કે સરખી) લંબાઈ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમની લંબાઈ સમાન છે.

ઉપરની હકીકતના સંદર્ભમાં, જ્યારે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો ક્યારેક એટલું જ કહીએ છીએ કે રેખાખંડો સમાન છે અને AB = CD એવું જ લખીએ છીએ. (જોકે આપણો કહેવાનો ભાવાર્થ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ છે.)

7.4 ખૂણાઓની એકરૂપતા (Congruence of Angles)

અહીં આપેલા ચાર ખૂણા જુઓ (આકૃતિ 7.5).



આકૃતિ 7.5

∠PQRની નકલ પારદર્શક કાગળ પર કરો. તેને ∠ABC ઉપર મૂકો. એ માટે પહેલાં Qને B પર મૂકો અને $\overrightarrow{QP}$ને $\overrightarrow{BA}$ પર મૂકો. $\overrightarrow{QR}$ ક્યાં આવે છે ? જુઓ કે એ $\overrightarrow{BC}$ પર આવે છે.

આમ, ∠PQR, ∠ABC સાથે બરાબર બંધબેસતો આવે છે. એટલે કે ∠ABC અને ∠PQR એકરૂપ છે.

(નોંધો કે આ બંને એકરૂપ ખૂણાનાં માપ સરખાં છે.)

આપણે $\angle ABC \cong \angle PQR$ લખીશું. (i)

અથવા $m\angle ABC = m\angle PQR$ (અહીં માપ 40° છે.)

હવે તમે ∠LMNની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો. તેને ∠ABCની ઉપર મૂકવાનો પ્રયત્ન કરો. Mને B પર અને $\overrightarrow{ML}$ ને $\overrightarrow{BA}$ પર ગોઠવો. $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{BC}$ પર આવે છે ? ના, અહીં એવું થતું નથી. તમને જોવા મળશે કે ∠ABC અને ∠LMN એકબીજાને પૂરેપૂરા આવરી લેતાં નથી. આથી તેઓ એકરૂપ નથી.

(નોંધો કે અહીં ∠ABC અને ∠LMN નાં માપ સરખાં નથી.)

∠XYZ અને ∠ABC વિશે શું થશે ? આકૃતિ 7.5(iv)માંના કિરણ $\overrightarrow{YX}$ અને $\overrightarrow{YZ}$ અનુક્રમે $\overrightarrow{BA}$ અને $\overrightarrow{BC}$ કરતાં વધુ લાંબાં જણાય છે. આથી તમે કદાચ એવું વિચારો કે ∠ABC, ∠XYZ કરતાં નાનો છે. પરંતુ યાદ રાખો કે આકૃતિમાંનાં કિરણ માત્ર દિશા દર્શાવે છે, લંબાઈ નથી દર્શાવતાં. એકને બીજા પર ગોઠવતાં જણાશે કે આ બંને ખૂણા પણ એકરૂપ છે.

આપણે $\angle ABC \cong \angle XYZ$ લખીશું. (ii)

અથવા $m\angle ABC = m\angle XYZ$

(i) અને (ii) પરથી આપણે

$\angle ABC \cong \angle PQR \cong \angle XYZ$ પણ લખી શકીએ.

જો બે ખૂણાનાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે ખૂણા એકરૂપ હોય તો તેમનાં માપ સમાન હોય.

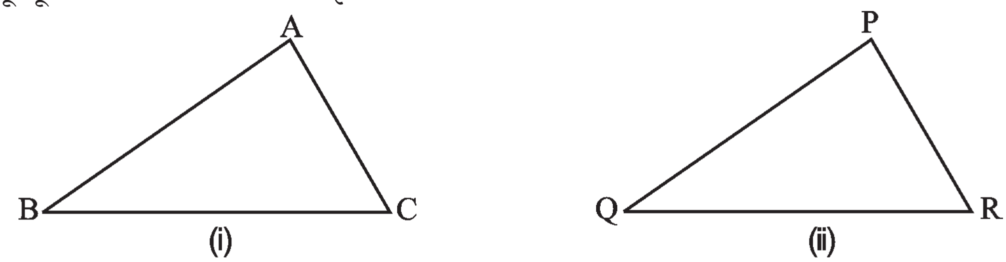
રેખાખંડની જેમ જ, ખૂણાની એકરૂપતા સંપૂર્ણપણે તેમનાં માપની સમાનતા પર જ આધારિત છે. આથી બે ખૂણા એકરૂપ છે એવું કહેવા માટે આપણે ક્યારેક એટલું જ કહીએ કે ખૂણાઓ સરખા છે અને

$\angle ABC = \angle PQR$ એમ લખીએ (જેનો અર્થ $\angle ABC \cong \angle PQR$ છે).

7.5 ત્રિકોણની એકરૂપતા (Congruence of Triangles)

આપણે જોયું કે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમાંનો એક એ બીજાની નકલ જ હોય. તે જ રીતે એક ખૂણો બીજા ખૂણાની નકલ જ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. હવે આ જ ખ્યાલને ત્રિકોણ સુધી લઈ જઈએ.

જો બે ત્રિકોણ એકબીજાની નકલ હોય અને જ્યારે એક પર બીજો મૂકવામાં આવે ત્યારે પરસ્પર પૂરેપૂરા આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે.



આકૃતિ 7.6

ΔABC અને ΔPQRનાં માપ અને આકાર સમાન છે. તે એકરૂપ છે.

આને આપણે આ રીતે લખીશું. $\mathbf{\Delta ABC \cong \Delta PQR}$

આનો અર્થ એ થયો કે જ્યારે તમે ΔPQRને ΔABC પર મૂકશો ત્યારે P એ A પર Q એ B પર અને R એ C પર આવશે. એટલું જ નહિ પણ $\overline{PQ}$ એ $\overline{AB}$ પર $\overline{QR}$ એ $\overline{BC}$ પર અને $\overline{PR}$ એ $\overline{AC}$ પર આવશે. જો આપેલી સંગતતા માટે, બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેના સંગત ભાગો (એટલે કે ખૂણા અને બાજુઓ) જે એકબીજા સાથે મળતા આવે છે તે સમાન છે. આમ, આ બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં,

સંગત શિરોબિંદુઓ : A અને P, B અને Q, C અને R

સંગત બાજુઓ : $\overline{AB}$ અને $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ અને $\overline{QR}$, $\overline{AC}$ અને $\overline{PR}$

સંગત ખૂણાઓ : $\angle A$ અને $\angle P$, $\angle B$ અને $\angle Q$, $\angle C$ અને $\angle R$ છે.

જો તમે ΔPQRને ΔABC પર એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી P એ B પર આવે તો બીજાં શિરોબિંદુઓ યોગ્ય રીતે સંગત થશે ? એમ થવું જરૂરી નથી ! ત્રિકોણની નકલ કરો અને પ્રયત્ન કરીને શોધો.

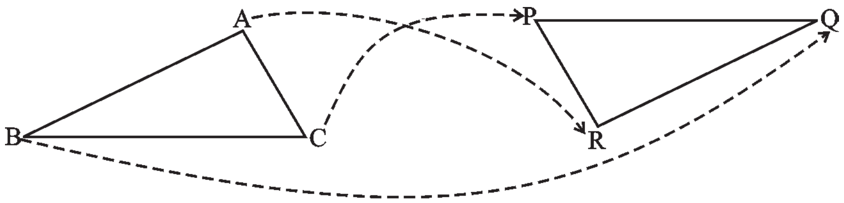
આના પરથી ફલિત થાય છે કે ત્રિકોણની એકરૂપતાની વાત કરતી વખતે માત્ર ખૂણાનાં માપ અને બાજુની લંબાઈ જ (ધ્યાનમાં લેવાની) અગત્યની નથી પરંતુ શિરોબિંદુની સંગતતા પણ જોવાની છે.

ઉપરના ઉદાહરણમાં $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$ સંગતતા છે જેને આપણે $ABC \leftrightarrow PQR$ પણ લખી શકીએ.

ઉદાહરણ 1 ΔABC અને ΔPQR ની સંગતતા $ABC \leftrightarrow RQP$ માટે એકરૂપ છે.

(i) $\overline{PQ}$ (ii) $\angle Q$ (iii) $\overline{RP}$ ને સંગત ΔABC ના ભાગ લખો.

ઉકેલ સંગતતાની સારી સમજ માટે આપણે આકૃતિ (આકૃતિ 7.7)નો ઉપયોગ કરીએ.



આકૃતિ 7.7

સંગતતા $ABC \leftrightarrow RQP$ છે. એનો અર્થ એ કે,

$A \leftrightarrow R$; $B \leftrightarrow Q$ અને $C \leftrightarrow P$ છે.

આથી, (i) $\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{CB}$ (ii) $\angle Q \leftrightarrow \angle B$ (iii) $\overline{RP} \leftrightarrow \overline{AC}$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. જો બે ત્રિકોણ ABC અને PQR આપેલા હોય તો છ સંગતતાઓની શક્યતાઓ છે. તેમાંની બે (i) $ABC \leftrightarrow PQR$ અને (ii) $ABC \leftrightarrow QRP$ છે.

કાપેલા ત્રિકોણનો ઉપયોગ કરીને બાકીની ચાર સંગતતા મેળવો. શું આ બધી સંગતતા માટે એકરૂપતા મળશે ? વિચારો.

સ્વાધ્યાય 7.1

1. નીચેનાં વિધાનો પૂરાં કરો :

(a) બે રેખાખંડ એકરૂપ ત્યારે થાય જો ______ .

(b) બે એકરૂપ ખૂણાઓ પૈકી એક ખૂણાનું માપ 70° છે તો બીજા ખૂણાનું માપ ______ થાય.

(c) જ્યારે આપણે $\angle A = \angle B$ એમ લખીએ ત્યારે સાચો અર્થ ______ થાય.

2. એકરૂપ આકારનાં બે ઉદાહરણ રોજિંદા જીવનમાંથી આપો.

3. જો સંગતતા $ABC \leftrightarrow FED$ માટે $\Delta ABC \cong \Delta FED$ છે તો બંને ત્રિકોણના બધા અનુરૂપ એકરૂપ ભાગ લખો.

4. જો $\Delta DEF \cong \Delta BCA$ હોય તો ΔDEF નાં નીચેનાં અંગોને અનુરૂપ ΔBCAના ભાગ લખો :

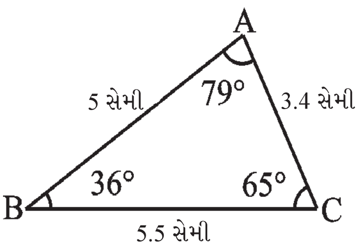
(i) $\angle E$ (ii) $\overline{EF}$ (iii) $\angle F$ (iv) $\overline{DF}$

7.6 ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરતો

આપણે રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર ત્રિકોણાકાર વસ્તુઓ અને પેટર્નનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આથી બે ત્રિકોણાકાર ક્યારે એકરૂપ થાય એ શોધવું લાભદાયી થશે. જો તમારી નોટમાં બે ત્રિકોણ દોરેલા હોય અને તે એકરૂપ છે કે નથી તે ચકાસવું હોય તો દરેક વખતે એક ત્રિકોણને કાપીને બીજા ઉપર ગોઠવવાની રીત ન કરી શકાય. તેને બદલે જો આપણે યોગ્ય માપના ઉપયોગથી એકરૂપતાનો નિર્ણય કરી શકીએ તો તે વધુ ઉપયોગી થશે. આપણે એવું કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

એક રમત

અપ્પુ અને ટપુ એક રમત રમે છે. અપ્પુએ એક ΔABC દોર્યો છે (આકૃતિ 7.8) અને તેની દરેક બાજુની લંબાઈ અને દરેક ખૂણાનાં માપ નોંધ્યાં છે. ટપુએ આ લખાણ જોયું નથી. અપ્પુ ટપુને પડકાર આપે છે કે એ ટપુને કેટલીક માહિતી આપે તેના પરથી તેણે ΔABCની નકલ બનાવવી. અપ્પુએ આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને ટપુ ΔABCને એકરૂપ ત્રિકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. રમત શરૂ થાય છે. તેમના વચ્ચે થતી વાતચીત અને રમતને ધ્યાનપૂર્વક સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

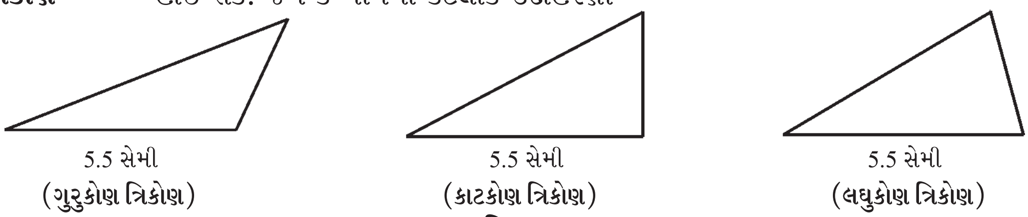


આકૃતિ 7.8
અપ્પુએ દોરેલ ત્રિકોણ

બાબાબા (SSS) રમત

અપ્પુ : ΔABCની એક બાજુ 5.5 સેમીની છે.

ટપુ : આ માહિતી પરથી હું ઘણા બધા ત્રિકોણ દોરી શકું (આકૃતિ 7.9). પરંતુ તે બધા ΔABCની નકલ થવા જરૂરી નથી. મેં દોરેલો ત્રિકોણ ગુરૂકોણ, કાટકોણ કે લઘુકોણ હોઈ શકે. જેમ કે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો -



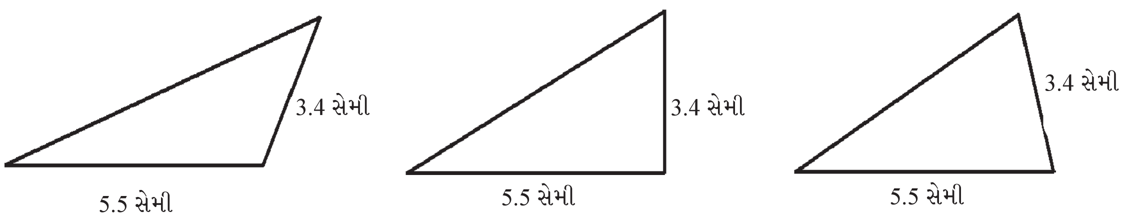
આકૃતિ 7.9

મેં બીજી બાજુનાં માપ યાદચ્છિક (ગમે તે) રાખ્યાં છે. આથી મને જેના પાયાનું માપ 5.5 સેમી હોય તેવા ઘણા ત્રિકોણ મળે છે.

આથી, ΔABCની નકલ કરવા માટે (અથવા એકરૂપ ત્રિકોણ રચવા માટે) એક બાજુનું માપ પૂરતું નથી.

અપ્પુ : ભલે હું તને વધુ એક બાજુની લંબાઈ આપું છું. ΔABCની બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી લો.

ટપુ : આટલું પણ પૂરતું થશે નહિ. આપેલી માહિતી પરથી હું ઘણા ત્રિકોણ દોરી શકું જે ΔABCની નકલ નહિ થાય જેમ કે - (આકૃતિ 7.10) અહીં મારી દલીલના સમર્થન માટે કેટલીક વિગત છે.



આકૃતિ 7.10

જો માત્ર બે બાજુની લંબાઈ આપી હોય તો કોઈ તારા ત્રિકોણ જેવો જ ત્રિકોણ ન દોરી શકે.

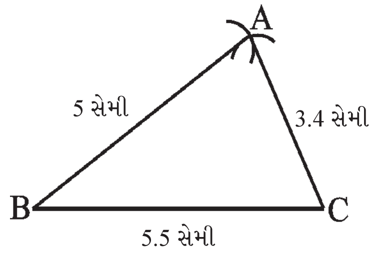
અપ્પુ : ભલે. હું ત્રણે બાજુની લંબાઈ આપું છું. ΔABCમાં AB = 5 સેમી, BC = 5.5 સેમી અને AC = 3.4 સેમી છે.

ટપુ : મને લાગે છે કે હવે શક્ય બનશે. હું પ્રયત્ન કરું પ્રથમ તો હું કાચી આકૃતિ દોરું જેથી મને લંબાઈ સહેલાઈથી યાદ રહે.

હું 5.5 સેમી લંબાઈની $\overline{BC}$ દોરું. Bને કેન્દ્ર લઈને હું 5 સેમી ત્રિજ્યાની ચાપ દોરું. બિંદુ A આ ચાપ પર ક્યાંક હશે. હવે Cને કેન્દ્ર લઈને 3.4 સેમી ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરું. બિંદુ A આ ચાપ પર પણ ક્યાંક હશે.

આથી, બિંદુ A અહીં દોરેલી બંને ચાપ પર આવેલું છે. એનો અર્થ એ થયો કે A બિંદુ બંને ચાપનું છેદબિંદુ છે.

હવે મને બિંદુઓ A, B અને C નાં સ્થાન ખબર છે. ઓહો ! તેમને જોડીને હું ત્રિકોણ ABC મેળવી શકું છું (આકૃતિ 7.11).



આકૃતિ 7.11

અપ્પુ : અદ્‌ભુત ! આમ, આપેલા ΔABC ની નકલ દોરવા માટે (એટલે કે ΔABCને એકરૂપ ત્રિકોણ દોરવા માટે) આપણને ત્રણ બાજુની લંબાઈની જરૂર પડે છે. આપણે આ શરતને બાજુ-બાજુ-બાજુ શરત કહી શકીએ ?

ટપુ : શા માટે એને ટૂંકમાં **બાબાબા** શરત ન કહીએ ?

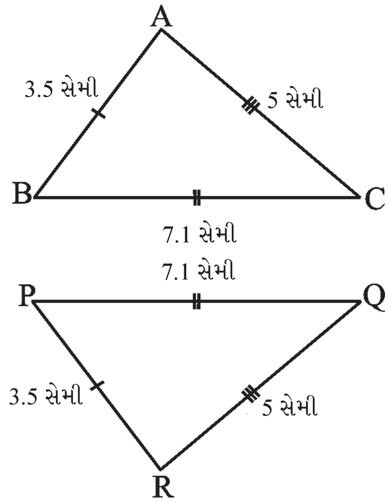
> **એકરૂપતાની બાબાબા શરત :**
> જો આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુ સાથે સરખી હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

ઉદાહરણ 2 ΔABC અને ΔPQR માટે AB = 3.5 સેમી, BC = 7.1 સેમી, AC = 5 સેમી, PQ = 7.1 સેમી, QR = 5 સેમી અને PR = 3.5 સેમી છે. આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે કેમ તે નક્કી કરો. જો હોય તો એકરૂપતાનો સંબંધ સંકેતમાં લખો.

ઉકેલ અહીં, AB = PR (= 3.5 સેમી),

BC = PQ (= 7.1 સેમી),

અને AC = QR (= 5 સેમી) છે.



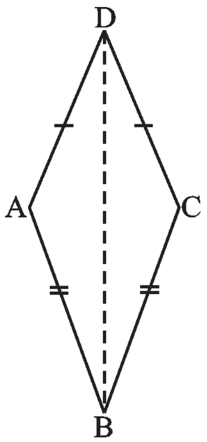
આકૃતિ 7.12

આ બતાવે છે કે એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ સાથે સમાન છે. આથી એકરૂપતાની **બાબાબા** શરત પ્રમાણે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

ઉપરના ત્રણ સમાનતાના સંબંધો પરથી, એ સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે $A \leftrightarrow R$, $B \leftrightarrow P$અને $C \leftrightarrow Q$.

આથી, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

અગત્યની નોંધ : એકરૂપ ત્રિકોણના નામમાં અક્ષરનો ક્રમ સંગતતાનો સંબંધ દર્શાવે છે. આથી જ્યારે તમે $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ લખો ત્યારે તમે જાણી શકો કે A એ R ને સંગત છે. B એ P ને અને C એ Q ને તથા $\overline{AB}$ એ $\overline{RP}$ ને; $\overline{BC}$ એ $\overline{PQ}$ ને અને $\overline{AC}$ એ $\overline{RQ}$ ને સંગત છે.



આકૃતિ 7.13

ઉદાહરણ 3 આકૃતિ 7.13માં, AD = CD અને AB = CB છે.

(i) ΔABD અને ΔCBDમાં સમાન અંગની ત્રણ જોડ લખો.

(ii) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહીં ?

(ii) $\angle ABC$ને $\overline{BD}$ દુભાગે છે ? કારણ આપો.

ઉકેલ

(i) ΔABD અને ΔCBDમાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ નીચે પ્રમાણે છે :

AB = CB (પક્ષ)

AD = CD (પક્ષ)

અને BD = BD (બંનેમાં સામાન્ય)

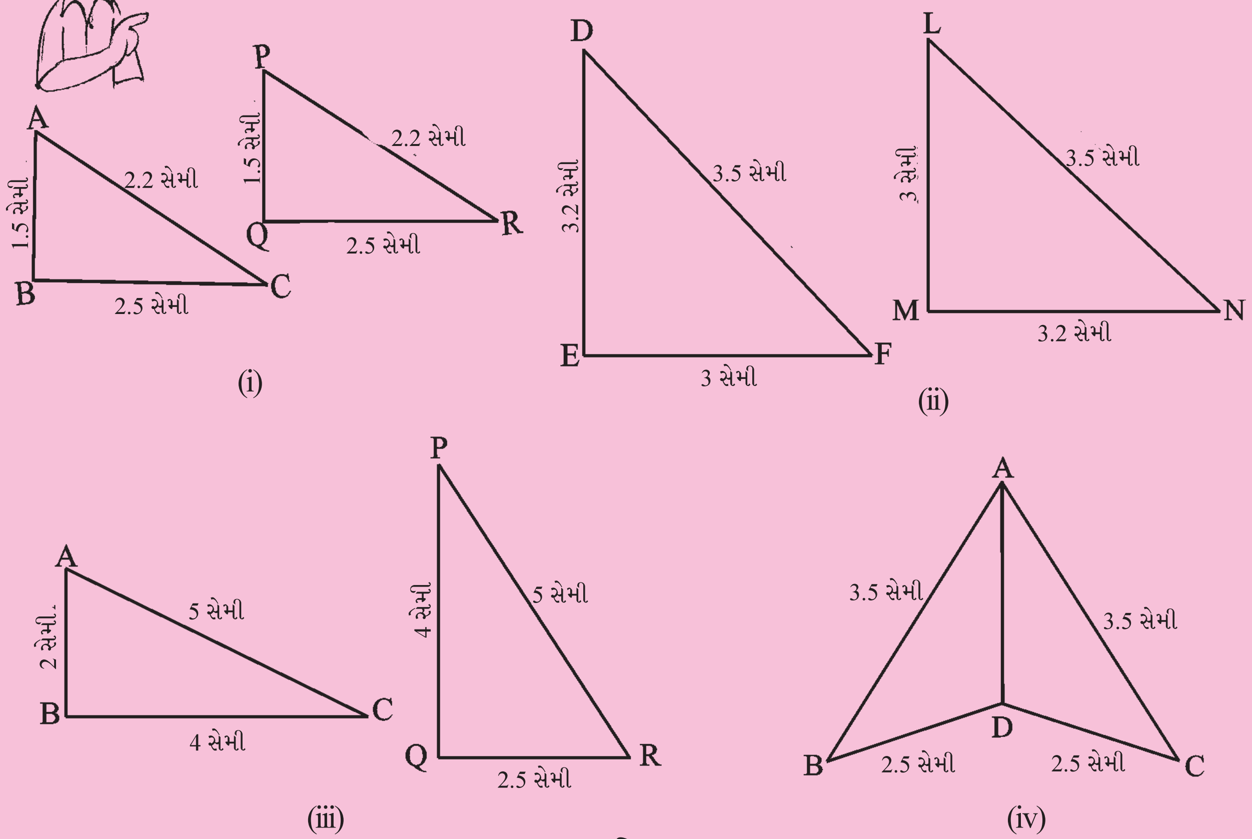
(ii) ઉપરના (i) પરથી $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ (બાબાબા શરત પ્રમાણે)

(iii) $\angle ABD = \angle CBD$ (એકરૂપ ત્રિકોણનાં સંગત અંગ)

આથી, BD $\angle ABC$ને દુભાગે છે.

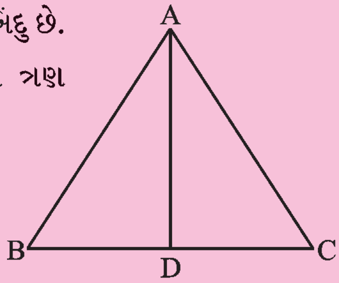
જાતે કરો

1. આકૃતિ7.14માં ત્રિકોણની બાજુનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની **બાબાબા** શરત પ્રમાણે, ત્રિકોણની કઈ જોડ એકરૂપ છે તે કહો. ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



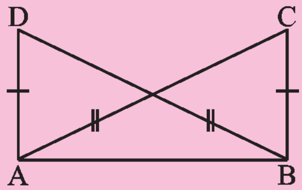
આકૃતિ 7.14

2. આકૃતિ 7.15માં AB=AC અને D એ $\overline{BC}$ નું મધ્યબિંદુ છે.
   (i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન અંગની ત્રણ જોડી જણાવો.
   (ii) ΔADB ≅ ΔADC છે ? કારણ આપો.
   (iii) ∠B = ∠C છે ? શા માટે ?



આકૃતિ 7.15

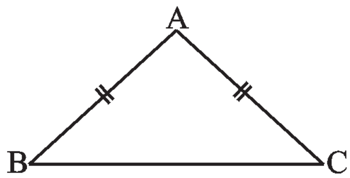
3. આકૃતિ 7.16માં AC=BD અને AD=BC છે. નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?
   (i) ΔABC ≅ ΔABD   (ii) ΔABC ≅ ΔBAD



આકૃતિ 7.16

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. ABC એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB=AC (આકૃતિ 7.17).
   ΔABCની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો અને તેને પણ ΔABC નામ આપો.
   (i) ΔABC અને ΔACBનાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડીનાં નામ આપો.
   (ii) ΔABC ≅ ΔACB છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) ∠B = ∠C છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?

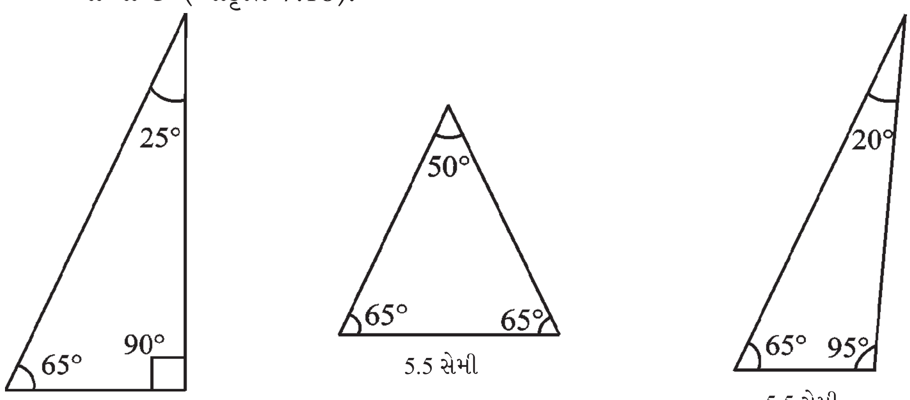


આકૃતિ 7.17

અપ્પુ અને ટપુ હવે ફરીથી થોડા ફેરફાર સાથે રમત રમવાનું શરૂ કરે છે.

બાખૂબા (SAS) રમત

અપ્પુ : હવે હું ત્રિકોણની નકલ કરવાની રમતના નિયમો બદલું છું.
ટપુ : સારું, આગળ વધ
અપ્પુ : તને એ તો ખબર જ છે કે માત્ર એક જ બાજુની લંબાઈ આપવી ઉપયોગી નથી.
ટપુ : ચોક્કસ, હા.
અપ્પુ : તો હવે હું એમ કહીશ કે ΔABCમાં એક બાજુ 5.5 સેમી લંબાઈની અને એક ખૂણો 65° માપનો છે.
ટપુ : ફરીથી મારે કરવાનાં કામ માટે આ પણ પૂરતું નથી. તારી આપેલી માહિતી પ્રમાણે હું ઘણા ત્રિકોણ મેળવી શકું પરંતુ તે ΔABCની નકલ નથી. દાખલા તરીકે તેમાંના કેટલાક મેં નીચે આપ્યા છે (આકૃતિ 7.18).



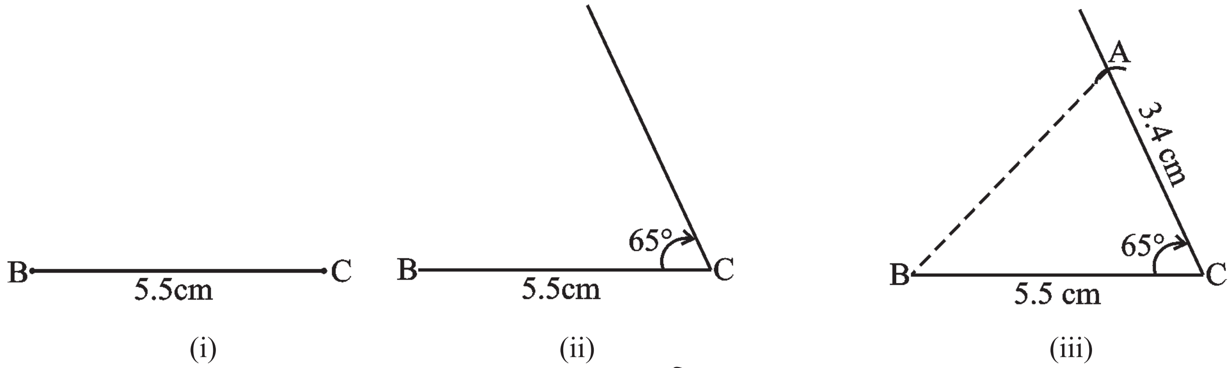
આકૃતિ 7.18

અપ્પુ : તો આપણે શું કરીશું ?

ટપુ : વધુ માહિતીની જરૂર છે.

અપ્પુ : તો હવે મને મારું આગળનું વિધાન સુધારવા દે. ΔABCમાં બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી છે અને આ બે બાજુ વચ્ચેનો ખૂણો 65° નો છે.

ટપુ : આનાથી મને મદદ મળશે. પ્રયત્ન કરી જોઉં. હું પહેલાં $\overline{BC}$ દોરું છું જેની લંબાઈ 5.5 સેમી છે [આકૃતિ 7.19 (i)]. હવે હું C આગળ 65°નો ખૂણો બનાવું [આકૃતિ 7.19 (ii)].



આકૃતિ 7.19

હા, રસ્તો મળ્યો. Aનું સ્થાન C આગળ ખૂણો બનાવતી રેખા પર C થી 3.4 સેમી દૂર છે. હું C ને કેન્દ્ર લઈ 3.4 સેમી ત્રિજ્યાવાળો ચાપ દોરીશ. તે 65° ખૂણો બનાવતી રેખાને Aમાં કાપશે.

હવે, AB જોડીને ΔABC મેળવીશ. (આકૃતિ 7.19 (iii)).

અપ્પુ : તેં બાજુ-ખૂણો-બાજુનો ઉપયોગ કર્યો; જ્યાં ખૂણો બે બાજુની વચ્ચે સમાયેલો છે.

ટપુ : હા, આપણે આ શરતને શું નામ આપીશું ?

અપ્પુ : એ **બાખૂબા** શરત છે. તને સમજાય છે ને ?

ટપુ : હા, ચોક્કસ.

> **એકરૂપતાની બાખૂબા શરત**
>
> જો આપેલ સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની બે અનુરૂપ બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

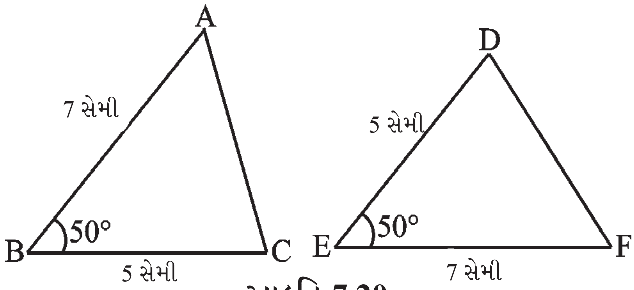
ઉદાહરણ 4 નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. **બાખૂબા** એકરૂપતાનો ઉપયોગ કરીને બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નથી તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક રીતે લખો.

	ΔABC	**ΔDEF**
(a)	AB = 7 સેમી, BC = 5 સેમી, ∠B = 50°	DE = 5 સેમી, EF = 7 સેમી, ∠E = 50°
(b)	AB = 4.5 સેમી, AC = 4 સેમી, ∠A = 60°	DE = 4 સેમી, FD = 4.5 સેમી, ∠D = 55°
(c)	BC = 6 સેમી, AC = 4 સેમી, ∠B = 35°	DF = 4 સેમી, EF = 6 સેમી, ∠E = 35°

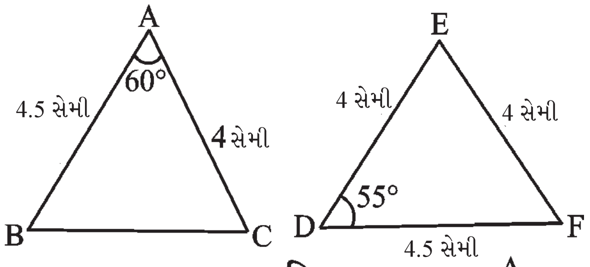
(કાચી આકૃતિ દોરી તેમાં માપ લખીને પ્રશ્નનો વિચાર કરવાથી પ્રશ્ન ઉકેલવામાં મદદ મળશે.)

ઉકેલ

(a) અહીં, AB = EF (= 7 સેમી), BC = DE (= 5 સેમી) અને
વચ્ચેનો ખૂણો ∠B = વચ્ચેનો ખૂણો ∠E (= 50°) છે. વળી A ↔ F, B ↔ E અને C ↔ D છે.
આથી, ΔABC ≅ Δ FED (**બાખૂબા** શરત મુજબ) (આકૃતિ 7.20).



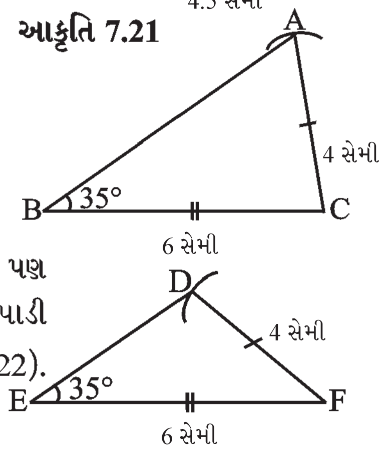
આકૃતિ 7.20



આકૃતિ 7.21

(b) અહીં, AB = FD અને AC = DE (આકૃતિ 7.21).
પરંતુ બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો ∠A ≠ બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો ∠D. આથી,
ત્રિકોણો એકરૂપ છે એમ ન કહી શકાય.

(c) અહીં, BC = EF, AC = DF અને ∠B = ∠E
પરંતુ ∠B એ બાજુ $\overline{AC}$ અને $\overline{BC}$ની વચ્ચેનો ખૂણો નથી. તે જ રીતે, ∠E **પણ** બાજુ $\overline{EF}$ અને $\overline{DF}$ વચ્ચેનો ખૂણો નથી. આથી **બાખૂબા** શરત લાગુ પાડી શકાય નહીં અને આપણે કહી ન શકીએ કે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે (આકૃતિ 7.22).



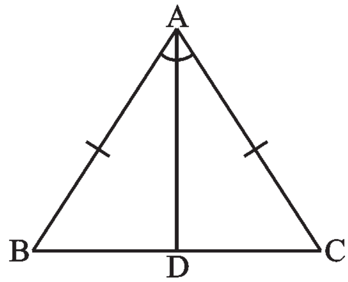
આકૃતિ 7.22

ઉદાહરણ 5 આકૃતિ 7.23માં AB = AC અને ∠BACનો દ્વિભાજક $\overline{AD}$ છે.

(i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડી લખો.

(ii) ΔADB ≅ ΔADC છે ? કારણ આપો.

(iii) ∠B = ∠C છે ? કારણ આપો.



આકૃતિ 7.23

ઉકેલ

(i) સમાન ભાગની ત્રણ જોડી નીચે પ્રમાણે છે :

AB = AC (આપેલ છે.)

∠BAD = ∠CAD ($\overline{AD}$ એ ∠BACને દુભાગે છે.)

અને AD = AD (સામાન્ય)

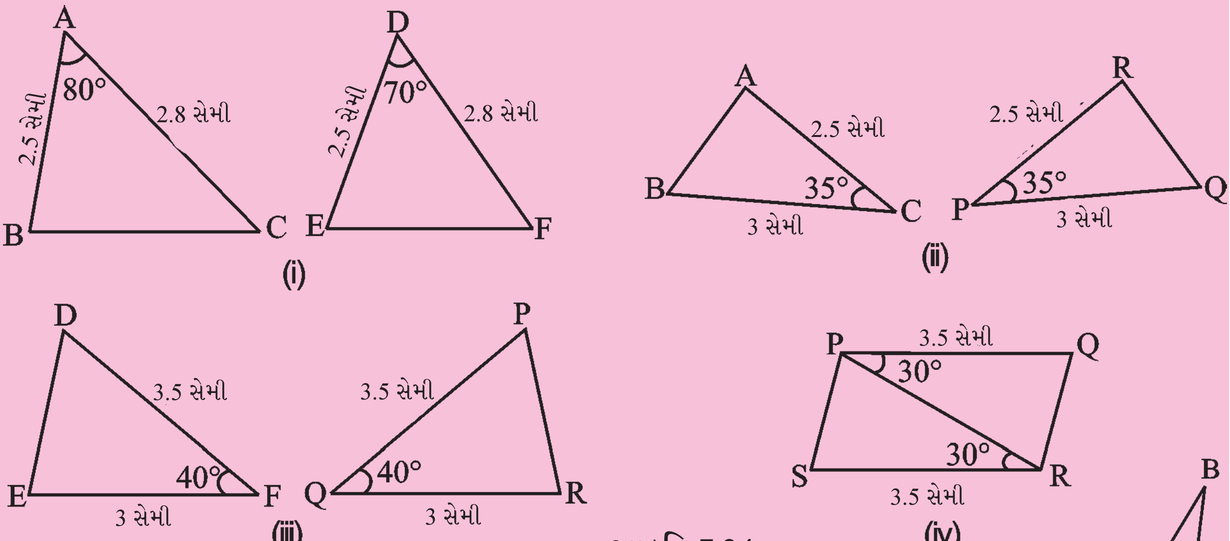
(ii) હા, ΔADB ≅ ΔADC (એકરૂપતાની બાખૂબા શરત પ્રમાણે)

(iii) ∠B = ∠C (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગ)

પ્રયત્ન કરો

1. ΔDEF માં બાજુઓ $\overline{DE}$ અને $\overline{EF}$ વચ્ચે કયો ખૂણો આવેલો છે ?
2. એકરૂપતાની **બાખૂબા** શરત લગાવીને તમારે સાબિત કરવું છે કે ΔPQR ≅ ΔFED. તમને PQ = FE અને RP = DF આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?

3. આકૃતિ 7.24 માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગોનાં માપ દર્શાવેલાં છે. દરેકમાં ત્રિકોણની જોડી, એકરૂપતાની **બાખૂબા** શરત પ્રમાણે એકરૂપ છે કે નહિ તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



આકૃતિ 7.24

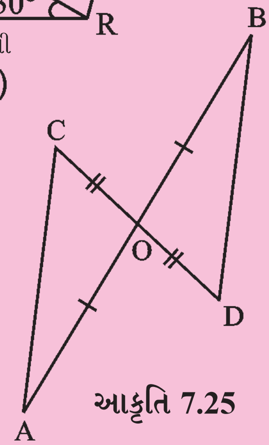
4. આકૃતિ 7.25માં $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ પરસ્પર Oમાં દુભાગે છે.

(i) ΔAOC અને ΔBODમાંનાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડી લખો.

(ii) નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે ?

(a) $\Delta AOC \cong \Delta DOB$

(b) $\Delta AOC \cong \Delta BOD$



આકૃતિ 7.25

ખૂબાખૂ (ASA) રમત

જો તમે નીચેનામાંથી કોઈ પણ એક જ વિગત જાણતા હોય તો અપ્પુનો ત્રિકોણ દોરી શકો ?

(i) માત્ર એક જ ખૂણો

(ii) માત્ર બે જ ખૂણા

(iii) બે ખૂણા અને કોઈ પણ એક બાજુ

(iv) બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચે આવેલી બાજુ

ઉપરના પ્રશ્નોના જવાબ આપવાના પ્રયત્નો આપણને નીચેની શરત તરફ દોરી જાય છે :

એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરત

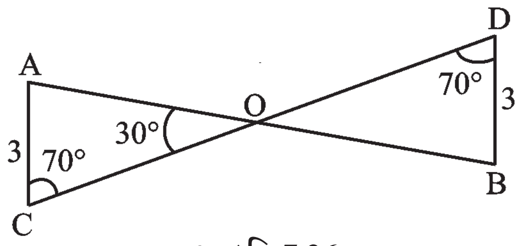
કોઈ સંગતતા માટે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ સાથે સરખાં હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

ઉદાહરણ 6 એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ સાબિત કરવું છે અને $BC = RP$ આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતી જોઈશે ?

ઉકેલ **ખૂબાખૂ** શરતમાં આપણને એ બે ખૂણાની માહિતી જોઈએ જેમની વચ્ચે બાજુ BC અને RP આવેલ છે. આમ, જરૂરી વધુ માહિતી નીચે મુજબ છે :

$\angle B = \angle R$ અને $\angle C = \angle P$

ઉદાહરણ 7 આકૃતિ 7.26માં શું તમે એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને તારવી શકો કે $\Delta AOC \cong \Delta BOD$?



આકૃતિ 7.26

ઉકેલ બે ત્રિકોણ AOC અને BODમાં, $\angle C = \angle D$ (દરેક 70°)

વળી, $\angle AOC = \angle BOD = 30°$ (અભિકોણ)

આથી, ΔAOCનો $\angle A = 180° - (70° + 30°) = 80°$

(ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાના ગુણધર્મ પરથી)

તે જ રીતે ΔBOD નો $\angle B = 180° - (70° + 30°) = 80°$

આમ, હવે આપણને $\angle A = \angle B$, AC = BD અને $\angle C = \angle D$ મળે છે.

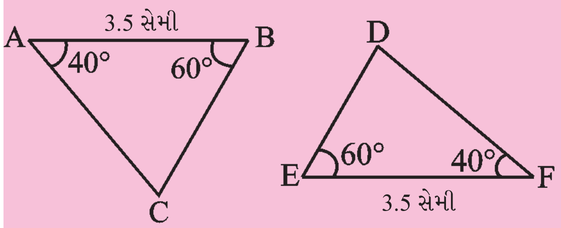
આથી, એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરત પ્રમાણે $\Delta AOC \cong \Delta BOD$.

નોંધ :

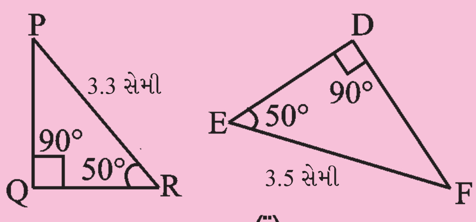
ત્રિકોણના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો તમે હંમેશાં ત્રીજો ખૂણો શોધી શકો. આથી, જ્યારે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને એક બાજુ સાથે સમાન હોય ત્યારે તમે એને એકરૂપતાની "બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ" સ્વરૂપમાં ફેરવી શકો અને પછી એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરી શકો.

પ્રયત્ન કરો

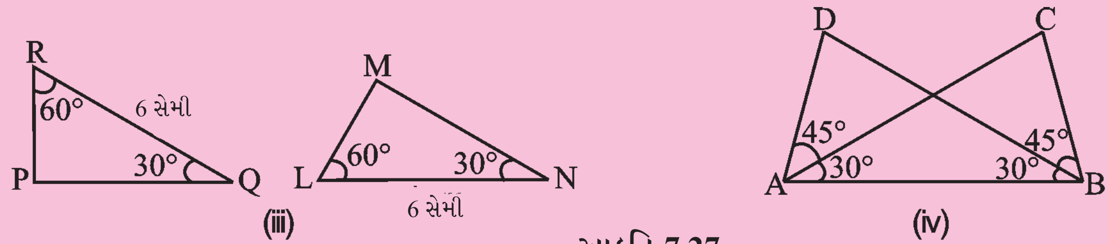
1. ΔMNPમાં ખૂણા M અને Nની વચ્ચે કઈ બાજુ આવેલી છે ?
2. એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને તમારે $\Delta DEF \cong \Delta MNP$ સાબિત કરવું છે. $\angle D = \angle M$ અને $\angle F = \angle P$ આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે કઈ માહિતીની જરૂર છે ? (કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો !)
3. આકૃતિ 7.27માં કેટલાક ભાગનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે કહો. જો એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



(i)



(ii)



આકૃતિ 7.27

4. નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતના ઉપયોગથી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહિ. એકરૂપતા હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

	ΔDEF	**ΔPQR**
(i)	$\angle D = 60°, \angle F = 80°, DF = 5$ સેમી	$\angle Q = 60°, \angle R = 80°, QR = 5$ સેમી
(ii)	$\angle D = 60°, \angle F = 80°, DF = 6$ સેમી	$\angle Q = 60°, \angle R = 80°, QP = 6$ સેમી
(iii)	$\angle E = 80°, \angle F = 30°, EF = 5$ સેમી	$\angle P = 80°$, PQ = 5 સેમી, $\angle R = 30°$

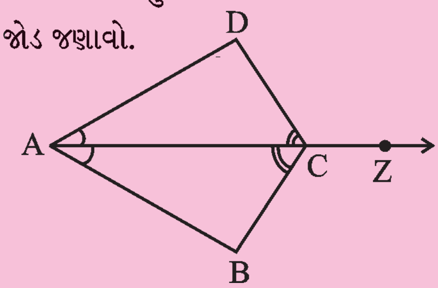
5. આકૃતિ 7.28માં કિરણ $\overrightarrow{AZ}$ એ $\angle DAB$ અને $\angle DCB$ બંનેને દુભાગે છે.

(i) ΔBAC અને ΔDACમાં સમાન ભાગની ત્રણ **જોડ** જણાવો.

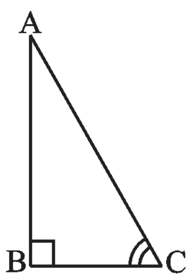
(ii) $\Delta BAC \cong \Delta DAC$ છે ? કારણ આપો.

(iii) AB = AD છે ? તમારો જવાબ ચકાસો.

(iv) CD = CB છે ? કારણ આપો.



આકૃતિ 7.28



આકૃતિ 7.29

7.7 કાટકોણ ત્રિકોણમાં એકરૂપતા

બે કાટકોણ ત્રિકોણની એકરૂપતા ખાસ ધ્યાન માગે છે. સ્વાભાવિક રીતે જ આવા ત્રિકોણમાં કાટખૂણો તો સરખો હોય જ. આથી એકરૂપતાની શરતો સરળ બને છે.

ΔABCમાં $\angle B = 90°$ આપેલ હોય તો નીચેનામાંથી કઈ સ્થિતિમાં તમે ΔABC દોરી શકો ? (આકૃતિ 7.29)

(i) માત્ર BC આપેલ હોય. (ii) માત્ર $\angle C$ આપેલ હોય.

(iii) $\angle A$ અને $\angle C$ આપેલ હોય. (iv) AB અને BC આપેલ હોય.

(v) AC અને AB કે BCમાંથી એક આપેલ હોય.

કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો. તમને જણાશે કે (iv) અને (v)માં તમે ત્રિકોણ દોરી શકો છો. પણ (iv)માં **બાખૂબા** શરતનો જ ઉપયોગ છે. (v)માં કંઈક નવી વાત છે, જે તમને નીચેની શરત તરફ લઈ જશે.

એકરૂપતાની કાકબા (RHS) શરત

આપેલ સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના અનુક્રમે કર્ણ અને બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

વિચારો કે આને આપણે **કાકબા** શા માટે કહીએ છીએ ?

ઉદાહરણ 8 નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપ્યાં છે. એકરૂપતાની "**કાકબા**" શરતનો ઉપયોગ કરી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહીં. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90°$, AC = 8 સેમી, AB = 3 સેમી	$\angle P = 90°$, PR = 3 સેમી, QR = 8 સેમી
(ii)	$\angle A = 90°$, AC = 5 સેમી, BC = 9 સેમી	$\angle Q = 90°$, PR = 8 સેમી, PQ = 5 સેમી

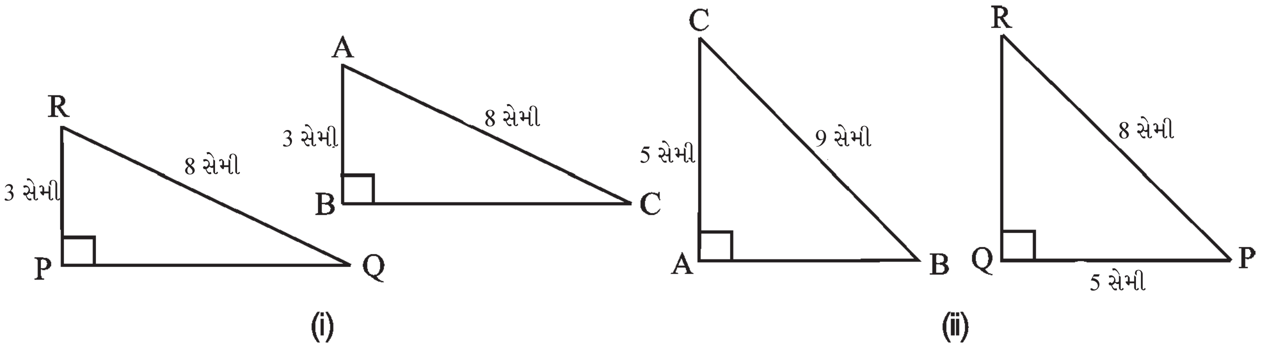
ઉકેલ

(i) અહીં $\angle B = \angle P = 90°$,

કર્ણ AC = કર્ણ RQ (= 8 સેમી) અને

બાજુ AB = બાજુ RP (= 3 સેમી)

આથી, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (એકરૂપતાની **કાકબા** શરત પ્રમાણે) [આકૃતિ 7.30 (i)]



આકૃતિ 7.30

(ii) અહીં, $\angle A = \angle Q$ (= 90°) અને

બાજુ AC = બાજુ PQ (=5 સેમી)

પરંતુ કર્ણ BC $\neq$ કર્ણ PR [આકૃતિ 7.30 (ii)]

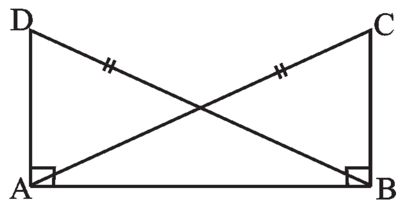
આથી, ત્રિકોણ એકરૂપ નથી.

ઉદાહરણ 9 આકૃતિ 7.31માં $\overline{DA} \perp \overline{AB}, \overline{CB} \perp \overline{AB}$ અને AC = BD છે.

ΔABC અને ΔDABમાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ લખો.

નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$



આકૃતિ 7.31

ઉકેલ સમાન અંગની ત્રણ જોડી :

$\angle ABC = \angle BAD$ (= 90°)

AC = BD (પક્ષ)

AB = BA (સામાન્ય બાજુ)

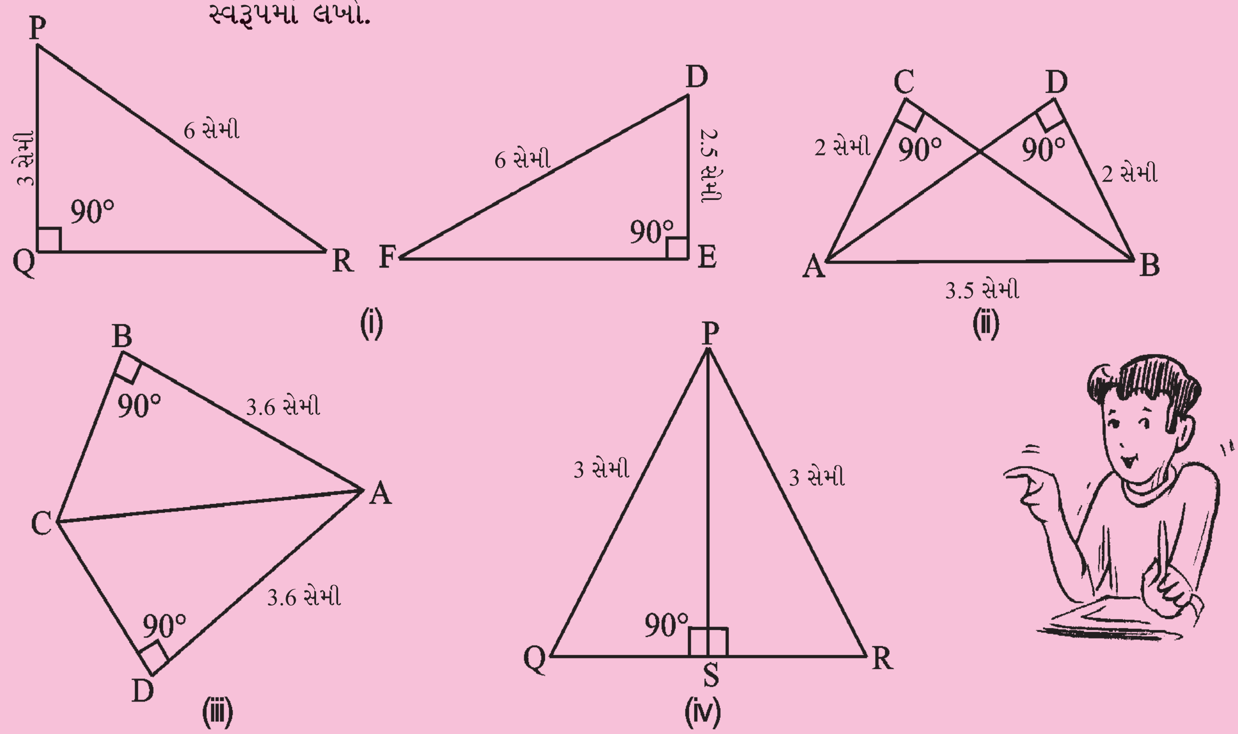
આથી, ઉપરનામાંથી $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (**કાકબા** શરત પ્રમાણે)

આથી વિધાન (i) સાચું છે.

વિધાન (ii) અર્થપૂર્ણ નથી, કેમ કે શિરોબિંદુની સંગતતા સંતોષાતી નથી.

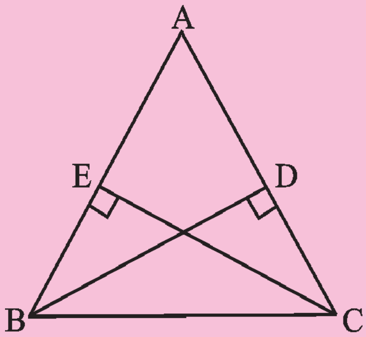
જાતે કરો :

1. આકૃતિ 7.32માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની **કાકબા** શરતનો ઉપયોગ કરી કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે નક્કી કરો. જો એકરૂપતા હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



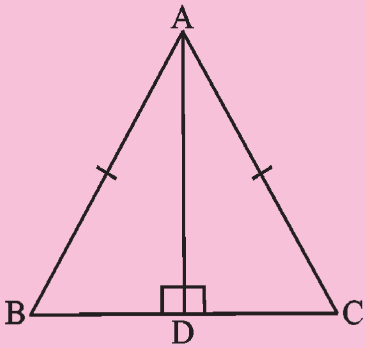
આકૃતિ 7.32

2. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ સાબિત કરવા માટે **કાકબા** શરતનો ઉપયોગ કરવાનો છે. જો $\angle B = \angle P = 90°$ અને $AB = RP$ આપેલ હોય, તો વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?



આકૃતિ 7.33

3. આકૃતિ 7.33માં, ΔABCમાં $\overline{BD}$ અને $\overline{CE}$ વેધ છે અને $BD = CE$ છે.
   (i) ΔCBD અને ΔBCEમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
   (ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) $\angle DCB = \angle EBC$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
4. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં $AB = AC$ છે અને $\overline{AD}$ તેનો એક વેધ છે (આકૃતિ 7.34).
   (i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
   (ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) $\angle B = \angle C$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iv) $BD = CD$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 7.34