ପରିସଂଖ୍ୟାନ

(STATISTICS)

7.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେମାନେ 'ପରିସଂଖ୍ୟାନ' ବିଷୟରେ ଅର୍ଥାତ୍ ତଥ୍ୟ (Data), ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ତଥା ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସଫଳ ଉପସ୍ଥାପନା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିଛ । ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତିକରଣ, ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ, ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ ଏବଂ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯଥା: ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ, ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍, ବୃତ୍ତଲେଖ, ଚିତ୍ରଲେଖ ଇତ୍ୟାଦିର ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ଅଛ । ଏ ସମସ୍ତ ଆଲୋଚନା ସହ ଏହାର ଅଧିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏ ଅଧ୍ୟାୟର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ।

7.2 ଐତିହାସିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମି (Historical back-ground) :

'ପରିସଂଖ୍ୟାନ'ର ଇଂରାଜୀ ପ୍ରତିଶବ୍ଦ ହେଉଛି **Statistics** ଏବଂ ଏହି ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ ଲାଟିନ୍ ଶବ୍ଦ Status ଅଥବା ଇଟାଲୀୟ ଶବ୍ଦ Statista ରୁ ଉଦ୍ଭବ ବୋଲି ମନେହୁଏ । ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 'ରାଜନୈତିକ ଅବସ୍ଥା' ।

ଭାରତବର୍ଷରେ ଦୁଇହଜାର ବର୍ଷପୂର୍ବେ ମଧ୍ୟ ଚନ୍ଦ୍ରଗୁପ୍ତ ମୌର୍ଯ୍ୟଙ୍କର ଶାସନକାଳରେ (ଖ୍ରୀ.ପୂ. 324-300) ପରିସଂଖ୍ୟାନର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିବାର ଅନେକ ସୂଚନା ମିଳେ । କୌଟିଲ୍ୟଙ୍କ ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରରୁ ଖ୍ରୀ.ପୂ. 300 ବେଳକୁ ମଧ୍ୟ ଭାରତ ଭୂଖଣ୍ଡରେ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉନ୍ନତ ଧରଣର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରାଯାଉଥିବାର ଯଥେଷ୍ଟ ପ୍ରମାଣ ମିଳେ । ଆକବରଙ୍କ ରାଜତ୍ୱ (1556-1605 ଖ୍ରୀ.ଅ.) କାଳରେ ତାଙ୍କର ଜମିଜମା ଓ ରାଜସ୍ୱ ମନ୍ତ୍ରୀ ତୋଦରମଲ୍ଲ ଜମି ତଥା ଶସ୍ୟ ଉତ୍ପାଦନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉନ୍ନତ ଧରଣର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ସଂଗ୍ରହ କରୁଥିବାର ସୂଚନା ଭାରତ ଇତିହାସରୁ ଜଣାଯାଏ । ରାଜ୍ୟ ଶାସନରେ ପରିସଂଖ୍ୟାନର ପ୍ରଭୂତ ବ୍ୟବହାର ଯୋଗୁ ଏହି ବିଷୟଟିକୁ ଅନେକ **(ରାଜକୀୟ ବିଜ୍ଞାନ) (Science of Kings)** ବୋଲି କହିଥା'ନ୍ତି ।

ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଜର୍ମାନୀର ରାଜ୍ୟମାନଙ୍କର ଆପେକ୍ଷିକ ଶକ୍ତି କଳନା ଲକ୍ଷ୍ୟରେ ଜନ ଶକ୍ତି , ଶିଳ୍ପ ତଥା କୃଷି ଉତ୍ପାଦନ ଆଦିର କଳନା କରିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ହୋଇଥିଲା । ଇଂଲଣ୍ଡରେ ନେପୋଲିୟନ୍‌ଙ୍କ ସମୟର ଯୁଦ୍ଧହିଁ ରାଜ୍ୟ ଶାସନରେ ଜନ ଶକ୍ତି, କୃଷିଜାତ ଦ୍ରବ୍ୟ, ଲୋକଙ୍କର ଆର୍ଥିକ ଅବସ୍ଥା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବାର

ଆବଶ୍ୟକତା ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲା । ଏହିଭଳି ବହୁ ପୁରାକାଳରୁ ମନୁଷ୍ୟ ପରିସଂଖ୍ୟାନକୁ ନିଜର ତଥାସମାଜର ସୁପରିଚାଳନାରେ ଲଗାଇ ଆସିଛି ।

ସାର୍ ରୋନାଲ୍ଡ (1890-1962) ପ୍ରଥମେ ପରିସଂଖ୍ୟାନର ବ୍ୟବହାରର ପରିସରକୁ ବହୁ ପରିମାଣରେ ବଢ଼ାଇ ଦେଇଥିବାରୁ ତାଙ୍କୁ **'ପରିସଂଖ୍ୟାନର ଜନ୍ମଦାତା' (Father of Statistics)** ଆଖ୍ୟା ଦିଆଯାଏ ।

ଏହି ବିଜ୍ଞାନ ଯୁଗରେ ପରିସଂଖ୍ୟାନର ବ୍ୟବହାର ବହୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଏ । କୃଷି, ଶିଳ୍ପ, ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ, ଶିକ୍ଷା, ଶାସନ ଆଦି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ବିନା କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ପ୍ରତ୍ୟହ ଖବର କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ମଧ୍ୟ ପରିସଂଖ୍ୟାନଗତ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ପ୍ରକାଶ ପାଉଥିବାର ଦେଖାଯାଏ ।

ପରିସଂଖ୍ୟାନ ସଂଜ୍ଞା :

'ପରିସଂଖ୍ୟାନ'ର ବିଭିନ୍ନ ସଂଜ୍ଞାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ **କ୍ରକ୍ସଟନ୍ ଓ କାଓଡ଼େନ୍‌ଙ୍କ** ଦ୍ୱାରା ଦତ୍ତ ସଂଜ୍ଞା ସର୍ବୋତ୍କୃଷ୍ଟ ବିବେଚିତ ହୁଏ । ସଂଜ୍ଞା ହେଲା :-

'ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ଏହାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଜ୍ଞାନ ହିଁ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ।''

ଏହି ଉକ୍ତିର ଅର୍ଥ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ । ଆମ ରାଜ୍ୟର ଅଧିବାସୀମାନଙ୍କର ବାର୍ଷିକ ଆୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆମେ ଯଦି କହୁ, 'ଏ ରାଜ୍ୟର ଅଧିବାସୀମାନଙ୍କର ବାର୍ଷିକ ଆୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ କମ୍', ତେବେ ସେଥିରୁ କୌଣସି ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମକୁ କେଉଁ ଆୟସୀମା ମଧ୍ୟରେ କେତେ ଲୋକ ଅଛନ୍ତି ତା'ର ତଥ୍ୟ ସାରା ରାଜ୍ୟରୁ ସଂଗ୍ରହ କରିବାକୁ ହେବ । ସେହି **ତଥ୍ୟକୁ ବିଜ୍ଞାନ ସମ୍ମତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବାକୁ ହେବ ଅର୍ଥାତ୍ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇ ରଖିବାକୁ ହେବ । ତା'ପରେ ସେ ସୁସଜ୍ଜିତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣକରି ତହିଁରୁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ହେବ । ଉପରୋକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟାୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟ ଦେଇ କୌଣସି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ପ୍ରକ୍ରିୟାହିଁ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ।**

7.3 ତଥ୍ୟ (Data) :

'ତଥ୍ୟ' କହିଲେ ଆମେ 'ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ' ବୋଲି ବୁଝିବା । 'ଅଳ୍ପ' 'ବହୁତ' ଏସବୁ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ଅନେକ ସମୟରେ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇଥାଏ । ମାତ୍ର ସେହି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ମାଧ୍ୟମରେ ପରିମାଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କୌଣସି ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ମିଳେ ନାହିଁ । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଲେ ପରିମାଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ଜନ୍ମିଥାଏ । ଯଥା, 'ଗତକାଲିର ସଭାରେ ବହୁଲୋକ ଉପସ୍ଥିତ ଥିଲେ' ଓ 'ଗତକାଲିର ସଭାରେ ପ୍ରାୟ 5000 ଲୋକ ଉପସ୍ଥିତ ଥିଲେ', ଉକ୍ତିଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉକ୍ତିଦ୍ୱାରା ସଭାସ୍ଥଳରେ ଉପସ୍ଥିତ ଜନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା କରିହୁଏ । ପ୍ରଥମ ଉକ୍ତିରେ 'ବହୁ' ଶବ୍ଦଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟ ଏକ ସାଧାରଣ ତଥ୍ୟ, ମାତ୍ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଉକ୍ତିରେ 5000 ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ । **'ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ' (Numerical data)** ହେଉଛି ପରିସଂଖ୍ୟାନର ମୂଳଭିତ୍ତି ।

କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲକ୍ଷ୍ୟକୁ ଆଖିରେ ରଖି ସାଧାରଣତଃ ଅନୁସନ୍ଧାନକାରୀମାନେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷଭାବରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିଥା'ନ୍ତି । ଏହିପରି ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟକୁ **ପ୍ରାଥମିକ ତଥ୍ୟ (Primary data)** କୁହାଯାଏ ।ମାତ୍ର କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମୟ, ସୁବିଧା ବା ଅର୍ଥାଭାବରୁ ପୁସ୍ତକାଗାର, ସରକାରୀ କାଗଜପତ୍ର ବା ଖବରକାଗଜରୁ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ

କରାଯାଇଥାଏ । ଏଭଳି ତଥ୍ୟକୁ **ପରୋକ୍ଷ ତଥ୍ୟ (Secondary data)** କୁହାଯାଏ । ତୁମ ଅଞ୍ଚଳରେ ନଡ଼ିଆଚାଷ ପ୍ରତି ଲୋକଙ୍କର ଆଗ୍ରହ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ଲାଗି ତୁମେ ମଧ୍ୟ ତୁମ ଗ୍ରାମରେ ଘର ଘର ବୁଲି କାହା ବାଡ଼ିରେ କେତୋଟି ନଡ଼ିଆଗଛ ଅଛି ଏହି ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିପାର । ମାତ୍ର ଏହି ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏଠାରେ ତୁମଲାଗି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନ ହୋଇ କୌଣସି ସୂତ୍ରରୁ ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟକୁ **ଲବ୍ଧାଙ୍କ (Score)** କୁହାଯାଏ । ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ପ୍ରଥମେ ଉପଯୁକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । ନହେଲେ ଏଥିରୁ କୌଣସି ସୂଚନା ମିଳିବ ନାହିଁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପସ୍ଥାପନାର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

7.4 ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା (Presentation of data) :

କୌଣସି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ସଂଗୃହୀତ ନିମ୍ନସ୍ଥ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । କୌଣସି ପରୀକ୍ଷାରେ 30 ଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ସାରଣୀରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Total marks) 50 ରୁ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାପ୍ତାଙ୍କ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ-1

(30 ଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ନମ୍ବର ତାଲିକା)

19, 14, 10, 12, 24, 29, 34, 10, 14, 12, 19, 24, 40, 34, 24, 5, 7, 19,
12, 14, 24, 19, 38, 32, 29, 24, 19, 19, 14, 25

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଥିବା 30ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ଦେଖି ପିଲାମାନଙ୍କର ସାମୂହିକ ପରୀକ୍ଷାଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ କୌଣସି ଧାରଣା କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଯଥା ସର୍ବାଧିକ ନମ୍ବର କେତେ , ସର୍ବନିମ୍ନ ନମ୍ବର କେତେ, ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭଲ ଛାତ୍ର କେତେ , ମଧ୍ୟମ ଧରଣର ଛାତ୍ର କେତେ, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନମ୍ବର ଠାରୁ ଅଧିକ ବା କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା କେତେ, ଏହିଭଳି ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ସହଜରେ ପାଇହେବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ସଂଗୃହୀତ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ଉପସ୍ଥାପିତ କରିବାକୁ ହେବ ଯେପରି ସେହି ଉପସ୍ଥାପନାରୁ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପାଇବା ସହଜ ହେବ । **ସାରଣୀ-1ରେ ଥିବା ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ Raw data ବା ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟ** କୁହାଯାଏ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିଲାବେଳେ ସଂଗୃହିତ କ୍ରମକୁ ବଜାୟ ରଖାଯାଇଛି ।

7.4.1 ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀ (Frequency distribution table) :

ଏହି ପ୍ରକାର ଉପସ୍ଥାପନା ସମୟରେ ଦୁଇଟି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଏ । ସେ ଦୁଇଟି ପ୍ରକ୍ରିୟାହେଲା-

(i) ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟ (Raw data) ବା ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ (ascending order) ବା ଅଧଃକ୍ରମ (descending order)ରେ ସଜାଇ ରଖିବା । ଏ ପ୍ରକାର ସଜାଇ ରଖିବାକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ୟାସ ବା Array କୁହାଯାଏ ।

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟସମୂହକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖିଲେ,

5, 7, 10, 10, 12, 12, 12,14, 14, 14, 14, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 22, 24, 24, 24, 24, 24, 25, 29, 29, 34, 34, 38, 40.

(ii) ଏକାଧିକବାର ରହିବାର ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବାରମ୍ବାର ନ ଲେଖି ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାକୁ **ପୌନଃପୁନ୍ୟ** ବା **ବାରମ୍ବାରତା(Frequency)** ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ ସାରଣୀକୁ **ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ** ବା **ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀ (Frequency distribution table)** କୁହାଯାଏ ।

ସାରଣୀ-2

(ସାରଣୀ-1ରେ ଥିବା ତଥ୍ୟର ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ)

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା	ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା	ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା
5	1	17	0	29	2
6	0	18	0	30	0
7	1	19	6	31	0
8	0	20	0	32	0
9	0	21	0	33	0
10	2	22	1	34	2
11	0	23	0	35	0
12	3	24	5	36	0
13	0	25	1	37	0
14	4	26	0	38	1
15	0	27	0	39	0
16	0	28	0	40	1
					30

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଓ ସର୍ବାଧିକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯାଇଛି ।

(ii) ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କରୁ ସର୍ବାଧିକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

(iii) ସାରଣୀ-1ର ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ରୂପେ ଲେଖାଯାଇଛି । ସାରଣୀ-1ରେ ଯେଉଁ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ନାହିଁ ତାହାର ବାରମ୍ବାରତାକୁ ଶୂନ ନିଆଯାଇଛି । ଶୂନ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀ-3 ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଉଛି ।

ସାରଣୀ-3 (ସାରଣୀ-2ର ଭିନ୍ନ ରୂପ)

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (Score)	ବାରମ୍ବାରତା (Frequency)	ଲବ୍ଧାଙ୍କ (Score)	ବାରମ୍ବାରତା (Frequency)
5	1	24	5
7	1	25	1
10	2	29	2
12	3	34	2
14	4	38	1
19	6	40	1
22	1		30

ସାରଣୀ - 2 ବା ସାରଣୀ - 3ରୁ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର କିପରି ସହଜରେ ମିଳିପାରୁଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ପ୍ରଶ୍ନ	ଉତ୍ତର
(i) ସର୍ବାଧିକ ନମ୍ବର କେତେ ?	ସର୍ବାଧିକ ନମ୍ବର 40 ଓ ତାହା ଗୋଟିଏ ପିଲା ପାଇଛି ।
(ii) ସର୍ବନିମ୍ନ ନମ୍ବର କେତେ ?	ସର୍ବନିମ୍ନ ନମ୍ବର 5 ତାହା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପିଲା ପାଇଛି ।
(iii) କେତେ ଛାତ୍ର 50% ବା ତଦୁର୍ଦ୍ଧ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ?	7 ଜଣ ଛାତ୍ର 25 ନମ୍ବର (50%) ବା ତା'ଠାରୁ ବେଶି ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ।
(iv) କେତେ ଛାତ୍ର 30%ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ?	11 ଜଣ ଛାତ୍ର 30%ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ।
(v) କେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର 30%ରୁ ଅଧିକ ଓ 40% ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ?	6 ଜଣ 30%ରୁ ଅଧିକ ଓ 40%ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି । (50ର 30% = 15 50ର 40% = 20)
(vi) କେଉଁ ନମ୍ବରର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ?	19 ର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ।

ତଥ୍ୟାବଳୀର ଏପ୍ରକାର ଉପସ୍ଥାପନାରୁ ପରୀକ୍ଷାଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସହଜରେ ମିଳିଥାଏ ।

7.4.2 ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determination of frequency of the Scores):

ଅନୁମେଳନ ରେଖାଙ୍କନ ଦ୍ୱାରା ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଏ :

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କରୁ ସର୍ବାଧିକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ (ବା ସର୍ବାଧିକରୁ ସର୍ବନିମ୍ନ) ମାନଙ୍କର ତାଲିକାଟି ଲେଖାଯାଏ ।

(ii) ତଥ୍ୟାବଳୀ (ସାରଣୀ-1)ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଲାଗି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ତାଲିକାରେ ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଡାହାଣରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗାର (/) ସାମାନ୍ୟ ତିର୍ଯ୍ୟକ୍ ଭାବେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ସାରଣୀ-1ରେ ପ୍ରଥମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 19 ଲାଗି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ତାଲିକାରେ ଥିବା 19ର ଡାହାଣକୁ ତିର୍ଯ୍ୟକ୍ ଗାର (/)ଟିଏ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ଏହି ଗାରକୁ **ଅନୁମେଳନ ରେଖା (ଟାଲି ଚିହ୍ନ - tally mark)** କୁହାଯାଏ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 14 ଲାଗି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ତାଲିକାରେ ଥିବା 14 ପାଖରେ ଟାଲି ଚିହ୍ନଟିଏ ଦିଆଯାଏ । ଏହିପରି ସାରଣୀ-1ର ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଲାଗି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ତାଲିକାରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପାଖରେ ସେମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରୁଥିବା ଟାଲି ଚିହ୍ନ ମାନ ଦିଆଯାଏ । ଅବଶ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପାଖରେ ଚାରୋଟି ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦେଇ ସାରିବା ପରେ ପଞ୍ଚମ ଟାଲି ଚିହ୍ନଟିକୁ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଚାରୋଟିର ଛେଦକ ରେଖାରୂପେ (ବା ସେମାନଙ୍କ ଉପରେ) ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ।

ଫଳରେ 5ରୁ ଅଧିକବାର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ଟାଲି ଚିହ୍ନ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ହୋଇଥାଏ ।

5 ଥର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଟାଲି ଚିହ୍ନ (~~||||~~) ବା (~~||||~~)

6 ଥର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଟାଲି ଚିହ୍ନ (~~||||~~ |) ବା (~~||||~~ |)

10 ଥର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଟାଲି ଚିହ୍ନ (~~||||~~ ~~||||~~) ବା (~~||||~~ ~~||||~~)

7.5 ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (Cumulative frequency) :

ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କଠାରୁ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ ଉକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କର **ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (Cumulative frequency)** କୁହାଯାଏ । କୌଣସି ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ବୟସ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସାରଣୀରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସାରଣୀ-4

ବୟସ	6	7	8	9	10	11	12	13
ବାରମ୍ବାରତା	30	32	36	42	38	38	25	18

(i) 7 ବର୍ଷ ବା ତା'ଠାରୁ କମ୍ ବୟସ୍କ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଆବଶ୍ୟକ ସଂଖ୍ୟା = 30 + 32 = 62 । (ଏଠାରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 7 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା 62 ।)

(ii) 8 ବର୍ଷ ବା ତା'ଠାରୁ କମ୍ ବୟସର ପିଲାସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

= 30 + 32 + 36 = 98 ।

= 7ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା + 8ର ବାରମ୍ବାରତା

(ଏଠାରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 8ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା 98)

(iii) ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 6 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କେତେ ?

∵ 6 ଠାରୁ କମ୍ ହୋଇଥିବା କୌଣସି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଉକ୍ତ ସାରଣୀରେ ନାହିଁ; ତେଣୁ 6 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା 30

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ **କୌଣସି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା**

= ତା'ର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା + ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା

ସାରଣୀ-5

(ସାରଣୀ -4 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ)

ବୟସ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f.)	ସୂଚନା
6	30	30	= 30 (6 ର ବାରମ୍ବାରତା)
7	32	62	= 30+32 (7 ର ବାରମ୍ବାରତା)
8	36	98	= 62+36 (8 ର ବାରମ୍ବାରତା)
9	42	140	= 98+42 (9 ର ବାରମ୍ବାରତା)
10	38	178	= 140+38 (11 ର ବାରମ୍ବାରତା)
11	38	216	= 178+38 (11 ର ବାରମ୍ବାରତା)
12	25	241	= 216+25 (12 ର ବାରମ୍ବାରତା)
13	18	259	= 241+18 (13 ର ବାରମ୍ବାରତା)

$\Sigma f = 259$

(Σf କୁ ସିଗ୍‌ମା f ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ଓ ଏହାର ଅର୍ଥ ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତାର ସମଷ୍ଟି)

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଥିବା ସୂଚନା ସ୍ତମ୍ଭଟି ତୁମ ବୁଝିବା ଲାଗି ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ତୁମେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ସେ ସ୍ତମ୍ଭଟି ଦର୍ଶାଇବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଶେଷ ଲବ୍ଧାଙ୍କରେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଓ Σfର ମାନ ସମାନ ହେଲେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଠିକ୍ ଅଛି ବୋଲି ଜଣାଯାଏ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ- 7(a)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ବାରମ୍ବାରତା	5	8	17	29	41	36	27	16	10

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ଦତ୍ତ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତାରୁ ସେଗୁଡ଼ିକର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	1	2	3	4	5	6	7	8
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା	5	13	25	43	56	66	73	77

3. (a) ନିମ୍ନରେ 25 ଜଣ ଲୋକଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) ଲେଖାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଏକ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

160, 162, 170, 171,165, 166, 161, 159, 158, 175, 163, 162, 164, 166, 170, 172, 171, 170, 173, 180, 160, 165, 164, 163, 167

(b) ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(ii) ସର୍ବାଧିକ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(iii) କେଉଁ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ବାଧିକ ଲୋକ ଅଛନ୍ତି ?

(iv) କେତେ ଜଣ ଲୋକଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା 180 ସେ.ମି. ରୁ କମ୍ ?

(v) କେତେ ଜଣ ଲୋକଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା 170 ସେ.ମି. ରୁ 180 ସେ.ମି. (ଉଭୟ ଉଚ୍ଚତା ସହ) ମଧ୍ୟରେ ହୋଇଛି ?

4. (a) 30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷା ନମ୍ବର ଦିଆଯାଇଛି (ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ନମ୍ବର 100) । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ନେଇ ଏକ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

21, 12, 51, 48, 21, 32, 48, 32, 81, 72, 32, 48, 48, 91, 51, 61, 51, 81, 72, 51, 61, 51, 61, 51, 51, 91, 61, 72, 81, 61

(b) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ସାରଣୀରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ଯଦି ପାସ୍ ନମ୍ବର 30 ହୁଏ, ତେବେ କେତେ ଜଣ ପିଲା ପାସ୍ କରିଛନ୍ତି ?

(ii) ଯଦି 81-100 ନମ୍ବରକୁ A ଗ୍ରେଡ୍ ଓ 61-80 ନମ୍ବରକୁ B ଗ୍ରେଡ୍ , 31-60 ନମ୍ବରକୁ C ଗ୍ରେଡ୍, 10-30କୁ D ଗ୍ରେଡ୍ ଓ 10ରୁକମ୍‌କୁ E ଗ୍ରେଡ୍ ଦିଆଯାଏ , ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରେଡ୍ ପାଇଥିବା ପିଲାଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ପାସ୍ ନମ୍ବର କେତେ ରଖିଲେ 29 ଜଣ ପିଲା ପାସ୍ କରିବେ ?

5. (a) ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

74, 64, 67, 73, 80, 78, 65, 69, 73, 84, 83, 73, 93, 62, 72, 72, 62, 79, 88, 79, 61, 53, 87, 56, 87, 81, 42, 70, 45, 66 ।

(b) ଉପରୋକ୍ତ ବିନ୍ୟାସ (Array) କୁ ଏକ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(c) ପ୍ରସ୍ତୁତ ବିତରଣରୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ କେତେ ? (ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ କେତେ ?

(iii) କେଉଁ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ? (iv) ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

7.6 ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ (Grouped frequency distribution) :

30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ -1 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି । ପିଲା ସଂଖ୍ୟା ଯଦି ବହୁତ ବେଶି ହୁଏ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣାଙ୍କ 50 ନ ହୋଇ 100 ହୁଏ ତାହା ହେଲେ ଏହି ସାରଣୀ ଟି ବହୁତ ବଡ଼ ହୋଇଯିବ । ପରୀକ୍ଷାରେ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଯଦି 5,000 ହୁଏ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣାଙ୍କ 300 ହୁଏ ତେବେ ଏପରିସ୍ଥଳେ ସାରଣୀ-1 ର ଅନୁରୂପ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ବିରକ୍ତିକର, **ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ଓ କଷ୍ଟକର ହେବ** । ଏପରି ଏକ ସାରଣୀରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ମଧ୍ୟ କଷ୍ଟକର ହେବ । ଏପରି ସ୍ଥଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନକରି ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ କେତେକ **ଶ୍ରେଣୀ ବା ସଂଭାଗ (class or group)**ରେ ବିଭକ୍ତ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ **ସଂଭାଗୀକରଣ (classification)** କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ନିଆଯାଇଛି ।

20,	35,	48,	17,	63,	28,	52,	12,	64,	73
15,	51,	37,	70,	68,	73,	49,	53,	26,	42
44,	31,	36,	16,	24,	31,	43,	50,	36,	45
23,	74,	53,	62,	19,	52,	46,	53,	66,	32

ସାଧାରଣତଃ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର ଅଧିକ ହୋଇଥିଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ କରାଯାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ **ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର** ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । **ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତ୍ୱକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ ।**

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ 74 ଏବଂ 12 । ଯେହେତୁ 74 ଓ 12 ଉଭୟ ତଥ୍ୟ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର = $(74 - 12) + 1 = 63$.

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ ସାଧାରଣତଃ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଇପାରେ ।

(A) 10-20, 20-30, 30-40, 40-50, 50-60, 60-70, 70-80

(B) 10-19, 20-29, 30-39, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79.

ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ 7ଟି ଭାଗ (class) ରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ 'ସଂଭାଗୀକରଣ ' କୁହାଯାଏ ।

ସଂଭାଗୀକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା:

1. ସଂଭାଗର ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ଓ ନିମ୍ନସୀମା (Upper limit and Lower limit of the class):

(A) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ 'ସଂଭାଗୀକରଣ'ରେ ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, 10-20, 20-30, ...

(B) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ 'ସଂଭାଗୀକରଣ' ରେ ସଂଭାଗ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, 10-19, 20-29...............................

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ଗୋଟିଏ ନିମ୍ନସୀମା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ଥାଏ ।

ଯଥା : 10-20 ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା (lower limit) = 10 ଏବଂ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା (upper limit) = 20

ସେହିପରି 20-29 ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା =20 ଏବଂ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା=29

2. ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (Mid -point of the class) :

କୌଣସି ସଂଭାଗର ନିମ୍ନ ଓ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମାଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ l_1 ଓ l_2 ହେଲେ, ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ= $\frac{l_1+l_2}{2}$ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, (10-20) ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ = $\frac{10+20}{2} = 15$

3. ସଂଭାଗର ବିସ୍ତାର (Size of the class or class interval) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ଏହା ନିମ୍ନସୀମାଠାରୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହି ବିସ୍ତୃତିକୁ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ ।

(i) ଯଦି କ୍ରମରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ m_1 ଓ m_2 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର $m_2 - m_1$ ହେବ । ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରକାରରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସଂଭାଗର ବିସ୍ତାର ନିରୂପଣ କରି ପାରିବା ।

(ii) ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ (A) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର = ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା – ନିମ୍ନସୀମା

ଏବଂ (B)ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣର ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର=(ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା–ନିମ୍ନସୀମା)+1

7.6.1 ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ :

ସଂଭାଗୀକରଣ ନିମିତ୍ତ ନିମ୍ନ କେତୋଟି କଥା ଉପରେ ନଜର ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

(a) ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମାକୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଗେ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ କିଛି କମ୍ ନିଆଯାଏ । ସେହିପରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମାକୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ ସାମାନ୍ୟ ଅଧିକ ନିଆଯାଏ ।

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

(i) ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା 10, ଯେତେବେଳେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 12

(ii) ଶେଷ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା 80 ବା 79 ଯେତେବେଳେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 74

(b) ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ କେତୋଟି ଶ୍ରେଣୀ ବା ସଂଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯିବ, ସେଥିନିମନ୍ତେ କୌଣସି ଧରାବନ୍ଧା ନିୟମ ନାହିଁ । ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାରକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ତେବେ ସଂଭାଗ 5 ରୁ 15ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ରଖିବା ଭଲ ।

(c) ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ସାଧାରଣତଃ ସୁବିଧା ଲାଗି 5, 10 ବା 20 ନିଆଯାଇଥାଏ ।

(d) ସଂଭାଗୀକରଣର ପ୍ରକାରଭେଦ :

(i) A ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ତଥା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ପ୍ରତ୍ୟେକ 20 । ଏଠାରେ 20କୁ ପ୍ରକୃତରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗ "10-20"ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସଂଭାଗର 10ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ମାତ୍ର 20 ବ୍ୟତୀତ) ବିସ୍ତୃତ । ଏହାକୁ **ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣ (Exclusive classification)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) Bରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା 19 ଯାହାକି ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ସହ ସମାନ ନୁହେଁ । ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗ '10-19' ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସଂଭାଗ 10ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 19 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହାକୁ **ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀ କରଣ (Inclusive classification)** କୁହାଯାଏ ।

7.6.2. ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ (Grouped frequency distribution) :

ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ବା ପୌନଃପୁନ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ । ପ୍ରଥମେ ଏକ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା କ'ଣ ବୁଝିବା ଆବଶ୍ୟକ, ଗୋଟିଏ ସଂଭାଗ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମାନଙ୍କର

ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ହିଁ ଉକ୍ତ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା । ଯଥା,

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟ ସମୂହକୁ ନେଇ ପ୍ରଥମ (A) ପ୍ରଣାଳୀ ଦ୍ୱାରା ସଂଭାଗୀକରଣ କଲେ-

ସଂଭାଗ 10–20 ର ବାରମ୍ବାରତା = 5 ଅର୍ଥାତ୍ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 10 ରୁ 20 ମଧ୍ୟରେ (20 ବ୍ୟତୀତ) ଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 5

ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ସଂଭାଗମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

(i) ପ୍ରଥମେ (A) ଅଥବା (B) କୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଣାଳୀର ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଲେଖ ।

(ii) ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଦେଖି ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଲାଗି ତାହା ଯେଉଁ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତାହାର ଡାହାଣରେ ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(iii) ତଥ୍ୟାବଳୀର ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଲାଗି ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦେଇ ସାରିବା ପରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ଲେଖ ।

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ କିପରି ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି ତାହା ସାରଣୀ-6 ରେ ଦେଖ । (ସଂଭାଗୀକରଣ - A ପ୍ରଣାଳୀ)

ସାରଣୀ-6

ସଂଭାଗ	ଟାଲିଚିହ୍ନ	ବାରମ୍ବାରତା (f)
10-20	~~////~~	5
20-30	~~////~~	5
30-40	~~////~~ //	7
40-50	~~////~~ //	7
50-60	~~////~~ //	7
60-70	~~////~~	5
70-80	////	4
		$\Sigma f = 40$

ସଂଭାଗୀକରଣ (A) ପ୍ରଣାଳୀ ପରିବର୍ତ୍ତେ (B) ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରିଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଟାଲିଚିହ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ତଥା ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତାରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇ ନ ଥାନ୍ତା । ନିମ୍ନରେ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀଟି ଦିଆଗଲା । ସାରଣୀ-7 ଦେଖ ।

ସାରଣୀ-7

ସଂଭାଗ	ଟାଲିଚିହ୍ନ	ବାରମ୍ବାରତା (f)
10-19	~~////~~	5
20-29	~~////~~	5
30-39	~~////~~ //	7
40-49	~~////~~ //	7
50-59	~~////~~ //	7
60-69	~~////~~	5
70-79	////	4
		$\Sigma f = 40$

ଟୀକା : (1) Σf ସର୍ବଦା ମୋଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ନହେଲେ ଟାଲିଚିହ୍ନ ଦେବା ବା ଟାଲିଚିହ୍ନକୁ ଗଣି ବାରମ୍ବାରତା ଲେଖିବା ପ୍ରଣାଳୀରେ କିଛି ତ୍ରୁଟି ଅଛି ବୋଲି ବୁଝିବାକୁ ହେବ ।

(2) ଯେକୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀର ପ୍ରକାଶ କଲେ ସାଧାରଣତଃ ଦେଖିବା ଯେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କଠାରୁ ମଧ୍ୟଭାଗ ଆଡ଼କୁ ବାରମ୍ବାରତା କ୍ରମଶଃ ବୃଦ୍ଧିପାଏ ଓ ମଧ୍ୟଭାଗରୁ ବୃହତ୍ତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଆଡ଼କୁ ବାରମ୍ବାରତା କ୍ରମଶଃ ହ୍ରାସପାଏ । ଯଦି ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣରେ ବ୍ୟତିକ୍ରମ ହୋଇଥାଏ କୌଣସି ଏକ ଅସ୍ୱାଭାବିକ ପରିସ୍ଥିତିର ସୂଚନା ଦିଏ ।

7.7 ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା :

ଏଠାରେ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଉଛି । ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଦେଖ ।

ସାରଣୀ -8

ସଂଭାଗ	0—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30
ବାରମ୍ବାରତା	18	22	27	25	20	16

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀର 0—5 ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା =18, ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

(0–5) ସଂଭାଗର ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (ଅର୍ଥାତ୍ ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତାର ସମଷ୍ଟି) ହେଉଛି 18,

5 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 18

ସେହିପରି,

10ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = (0—5)ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା + (5—10) ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା
= 18 + 22 = 40

15ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 10 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା + (10—15) ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା
= 40 + 27 = 67

ପୂର୍ବପରି ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା, ଅର୍ଥାତ୍ 20, 25, 30 ଆଦି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ହେବ ।

ମନେରଖ : ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମାର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତାକୁ ସେହି ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କୁହାଯାଏ ।

ସାରଣୀ-9

(ସାରଣୀ-8 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ)

ସଂଭାଗ	0—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30
ବାରମ୍ବାରତା	18	22	27	25	20	16
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା	18	40	67	92	112	128

ଅନୁଶୀଳନୀ - 7(b)

1. ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍ ଦୋକାନରେ ମାସକର ବିଭିନ୍ନ ଦିନମାନଙ୍କରେ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

18, 32, 30, 23, 11, 8, 24, 15, 27, 29, 32, 22, 13, 17, 21,
10, 28, 30, 15, 12, 26, 31, 22, 19, 14, 17, 15, 21, 18, 23.

(a) ଉପରେ ଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ କେତେ ?

(b) ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟବଳୀର ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(c) 5—9, 10—14 ଆଦି ସଂଭାଗମାନ (ସମାନ ସଂଭାଗ-ବିସ୍ତାର ବିଶିଷ୍ଟ) ନେଇ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣୀ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

(d) ଉପରୋକ୍ତ ସଂଭାଗମାନଙ୍କର ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(e) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ?

(f) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

(g) 5—10, 10—15 ଆଦି ସଂଭାଗ (ସମାନ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ବିଶିଷ୍ଟ) ନେଇ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

2. 50ଟି ନଡ଼ିଆ ଗଛଥିବା ବଗିଚାରେ ଗଛମାନଙ୍କରୁ ବର୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ତୋଳାଯାଇଥିବା ନଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

192, 160, 120, 135, 210, 222, 190, 138, 157, 216,
154, 188, 205, 208, 175, 145, 168, 127, 161, 132,
180, 200, 172, 125, 133, 147, 152, 209, 212, 216,
146, 173, 227, 136, 185, 140, 189, 130, 188, 150,
210, 170, 183, 190, 220, 164, 200, 128, 193, 171.

(a) ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀରୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ଓ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(c) 120—130, 130—140 ଇତ୍ୟାଦି ସଂଭାଗମାନ ନେଇ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(d) ଉପରୋକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(e) ଲବ୍ଧାଙ୍କ 150 କେଉଁ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବ ?

(f) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ?

(g) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

3. ଯେଉଁ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀର ସଂଭାଗମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁମାନ ହେଲା 25, 35, 45, 55, 65, 75 ଓ 85 ସେହି ସାରଣୀସ୍ଥ ସଂଭାଗ-ବିସ୍ତାର ଓ ସଂଭାଗ-ସୀମାମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଲବ୍ଧାଙ୍କ 39 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

ସଂଭାଗ	0—9	10—19	20—29	30—39	40—49
ବାରମ୍ବାରତା	8	13	21	15	6

5. (a) ନିମ୍ନସ୍ଥ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ 0–9, 10–19, 20–29 ଆଦି ସଂଭାଗ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର ଓ ତତ୍ପରେ ସଂଭାଗମାନଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଲେଖ ।

25, 32, 38, 52, 32, 11, 5, 8, 18, 37, 35, 42,
68, 35, 42, 52, 2, 18, 7, 22, 30, 41, 56, 64,
31, 27, 32, 41, 28, 7, 53, 41, 46, 58, 12, 25,
64, 45, 39, 40

(b) ଲବ୍ଧାଙ୍କ 39 ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କେତେ ?

(c) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ବୃହତ୍ତମ ?

(d) କେଉଁ ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ବୃହତ୍ତମ ?

6. 200 ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର କୌଣସି ଏକ ପରୀକ୍ଷାର ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶିତ ଫଳାଫଳ ସହ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପରୀକ୍ଷା ନମ୍ବର (ଶତକଡ଼ାରେ) :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା :	5	12	27	46	102	135	160	181	196	200

ସାରଣୀଟି ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ପାସ୍ ନମ୍ବର ଶତକଡ଼ା 30 ହୋଇଥିଲେ କେତେ ଛାତ୍ର ଫେଲ୍ ହୋଇଛନ୍ତି ?

(ii) ଶତକଡ଼ା 60 ବା ତଦୂର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ନମ୍ବର ରଖିଥିଲେ ପରୀକ୍ଷାରେ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀ ମିଳିଥାଏ । ତେବେ ଉପରୋକ୍ତ ପରୀକ୍ଷାରେ କେତେ ଛାତ୍ର ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାସ୍ କରିଛନ୍ତି ?

(iii) 40% ବା ତହିଁରୁ ଅଧିକ ମାତ୍ର 60%ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(iv) ଶତକଡ଼ା 80 ବା ତଦୂର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବୃତ୍ତି ମିଳିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲେ ଉପରୋକ୍ତ ପରୀକ୍ଷାରେ କେତେ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀ ବୃତ୍ତି ପାଇବା ଲାଗି ବିବେଚିତ ହେବେ ?

7.8 ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ (Graphical representation of data) :

ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଗ୍ରହ ଏବଂ ଏହାର ସଜ୍ଜିକରଣ ଅର୍ଥାତ୍ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ଉପସ୍ଥାପନ ବିଷୟରେ ଜାଣିଲ । କିନ୍ତୁ ତଥ୍ୟକୁ ପଢି ସେ ବିଷୟରେ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କରିବାର କ୍ଷମତା ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ସମୟରେ ଆମମାନଙ୍କର ସମୟ ଅଥବା ଧୈର୍ଯ୍ୟ ନ ଥାଇ ପାରେ । ମାତ୍ର ଗ୍ରାଫ୍, ଚାର୍ଟ ବା ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟ ସହଜରେ ଆମମାନଙ୍କର ଦୃଷ୍ଟି ଆକର୍ଷଣ କରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଆମ ମନରେ ତଥ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି କରେ । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଗ୍ରାଫ୍, ଚାର୍ଟ ବା ଚିତ୍ର ଆଦି ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ବହୁ ତଥ୍ୟକୁ ଖୁବ୍ କମ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଦେଖି ପାରିବା ସମ୍ଭବ

ହୁଏ । ଏଣୁ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ସାରଣୀ (ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ)ରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଭଳି ସେଗୁଡ଼ିକର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ (ଗ୍ରାଫ୍, ଚାଟ୍ ବା ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ) ମଧ୍ୟ ପରିସଂଖ୍ୟାନର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ।

ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିଭିନ୍ନ ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଲା :-

(i) **ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର (Frequency polygon)** (ii) **ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ (Histogram)**

(iii) **ବୃତ୍ତ ଲେଖ (Pie Chart)** (iv) **ଛବି ଲେଖ (Pictograph)**

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ତୁମେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉପସ୍ଥାପନାର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିଛ । ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ତତ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସବିଶେଷ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

7.8.1 ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର :

ଭାଗ-ବିଭକ୍ତ ନ ହୋଇଥିବା ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର (ବା ପୌନଃପୁନ୍ୟ ରେଖାଚିତ୍ର) ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପ୍ରଥମେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଉ।

ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ଏକ ଉଦାହରଣ :

ନିମ୍ନରେ ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ବୟସକୁ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ (ସାରଣୀ–10) ରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ସେହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା।

ସାରଣୀ 10

ବୟସ	5	6	7	8	9	10	11	12
ବାରମ୍ବାରତା	18	24	37	42	58	50	33	22

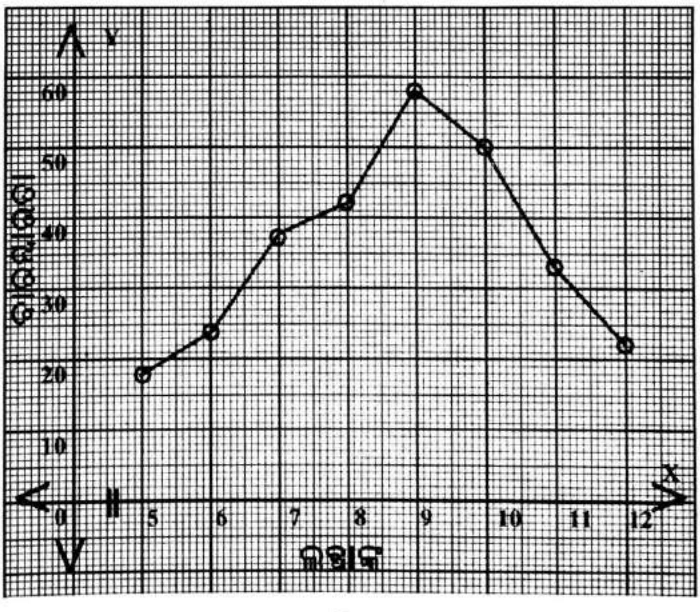
ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଖଣ୍ଡେ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ଅକ୍ଷରେଖା (x-axis), ଅନ୍ୟ ଏକ ଅଭିଲମ୍ବୀୟ ଅକ୍ଷରେଖା (y-axis) ଅଙ୍କନ କର ଓ ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍କେଲ୍ ନେଇ x- ଅକ୍ଷରେ 0 ରୁ 15 ଓ y-ଅକ୍ଷରେ 0 ରୁ 60 ଏକକ ଦର୍ଶାଅ।

ସ୍କେଲ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସୂଚନା :

ସ୍କେଲ୍ ଏପରି ହେବା ଉଚିତ୍ ଯେପରି ଚିତ୍ରଟି ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜର ଅଧିକାଂଶ ଅଂଶ ଅଧିକାର କରିବ।



(ଚିତ୍ର 7.1)

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ:

ସାରଣୀକୁ ଦେଖି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୟସ ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ x ଓ y ସ୍ଥାନାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ ବିନ୍ଦୁମାନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କର, ଯଥା– ପ୍ରଥମ ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ 5 ଏକକ (ବୟସ) ଓ y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ 18 ଏକକ (ବାରମ୍ବାରତା)

ଏହିପରି ଆଠଟି ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ମିଳିବ।

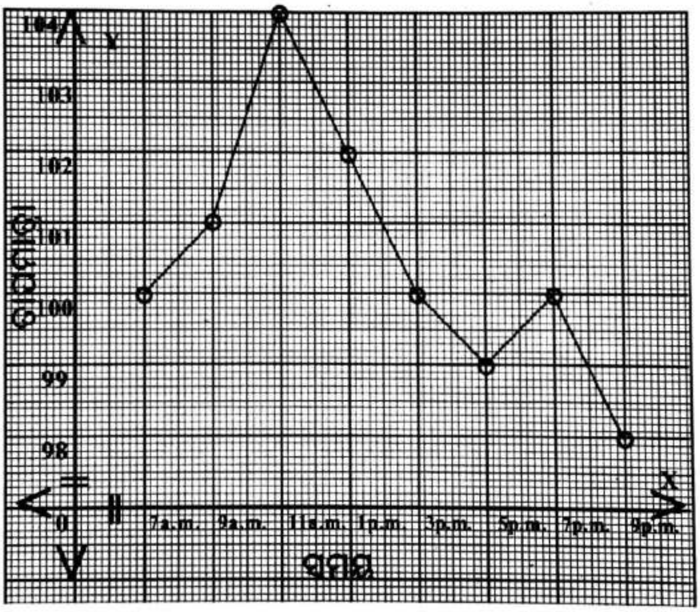
ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୋଗ କର। ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟି ପାଇଲ ତାହା ସାରଣୀ–10ର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର।

ଉଦାହରଣ-1

ଗୋଟିଏ ଟାଇଫଏଡ୍ ଜ୍ୱରରେ ପୀଡ଼ିତ ରୋଗୀର ଦିନର ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଉପଲବ୍ଧ ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ସମୟ-ତାପମାତ୍ରା ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର।

ସମୟ	7a.m.	9 a.m.	11 a.m.	1 p.m.	3 p.m.	5p.m.	7p.m.	9p.m.
ତାପମାତ୍ରା (θ^0Fରେ)	100	101	104	102	100	99	100	98



(ଚିତ୍ର 7.2)

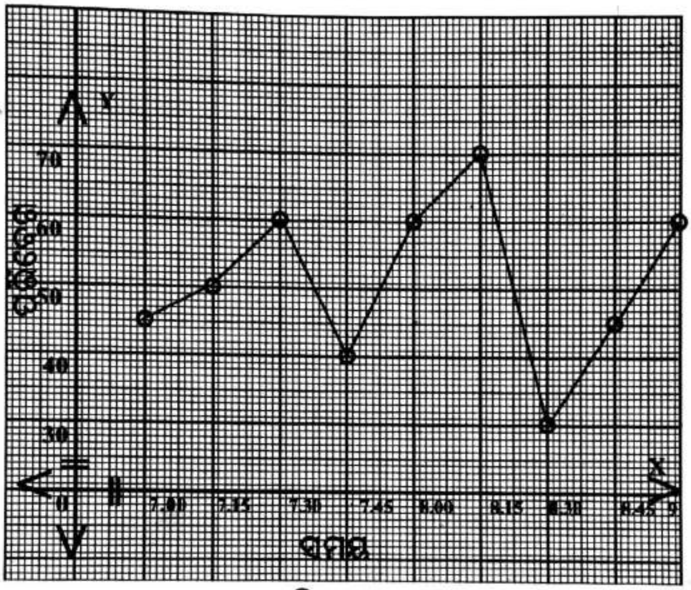
x-ଅକ୍ଷରେ ସମୟ ଏବଂ y-ଅକ୍ଷରେ ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିଆଯାଇଛି, ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ି ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଯୋଗକରି ଏହି ଲେଖଚିତ୍ର ପାଇପାରିବ।

(7,100), (9,101).....(9,98)

ଉଦାହରଣ-2 :

ଏକ ଦିନରେ ଗୋଟିଏ କାର୍‌ର ପରିବେଗ (velocity) ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଯାହାଥିଲା, ସେ ସମସ୍ତକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଆଧାର କରି ଗୋଟିଏ ପରିବେଗ-ସମୟ (velocity-time)ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ସମୟ (time)	7.00	7.15	7.30	7.45	8.00	8.15	8.30	8.45	9.00
ପରିବେଗ (velocity in km/hr.)	45	50	60	40	60	70	30	45	60



(ଚିତ୍ର 7.3)

(ସମୟ, ପରିବେଗ)କ୍ରମିତଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

7.8.2 ଭାଗ-ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ–11 ଓ ସାରଣୀ– 12 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

ସାରଣୀ - 11

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା
5	12
6	18
7	32
8	23
9	16
10	9

ସାରଣୀ– 12

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା
0-5	3
5-10	8
10-15	12
15-20	17
20-25	11
25-30	6

ସାରଣୀ - 11 ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଲାଗି ସମ୍ପୃକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ସ୍ଥଳେ ସାରଣୀ– 12ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ଲାଗି ସମ୍ପୃକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ଦର୍ଶାଯାଇଛି।

ସାରଣୀ– 12 ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗକୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିଲେ ଏହା ସାରଣୀ–11 ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଯିବ। ଫଳରେ ସାରଣୀ– 11 ଲାଗି ଶିଖିଥିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ସାରଣୀ– 12 ର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ ପାରିବ। କୌଣସି ସଂଭାଗକୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଦେଖ।

ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ : କୌଣସି ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା (Upper linit) l_1 ଓ ନିମ୍ନସୀମା (Lower limit) l_2 ଦ୍ୱୟର ହାରାହାରିକୁ ଉକ୍ତ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (Mid-point ବା mid-value) କୁହାଯାଏ।

ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ= $\dfrac{l_1 + l_2}{2}$

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ। ଉଦାହରଣଟି ଦେଖ।

ସାରଣୀ 13

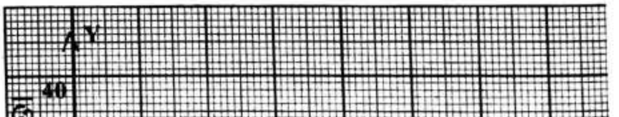
ସଂଭାଗ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
ବାରମ୍ବାରତା	8	11	19	32	24	11

ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ଲାଗି ପ୍ରସ୍ତୁତ ସାରଣୀ:

ସଂଭାଗ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5
ବାରମ୍ବାରତା	8	11	19	32	24	11

ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନପ୍ରଣାଳୀ :

ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ନିଆଯାଇଥିବା x- ଅକ୍ଷରେ ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ 0 ଠାରୁ 30 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ମାନ ଦର୍ଶାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରାଯିବ। y- ଅକ୍ଷରେ 0 ଠାରୁ 40 ଏକକ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କଲାପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଓ ତାହାର ବାରମ୍ବାରତାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଓ y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କରାଯିବ ଓ ସେହି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କଦ୍ୱାରା ଯୋଗ କରାଯାଇ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯିବ।



(ଚିତ୍ର 7.4)

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ରେଖାଚିତ୍ରଟି ପ୍ରଥମେ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ 2.5 ଠାରୁ ଶେଷ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ 27.5 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ ହେଲା। ମାତ୍ର ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନେ 0 ଠାରୁ 30 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏଣୁ ରେଖାଚିତ୍ର ମଧ 0 ରୁ 30 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ ହେବା ବିଧେୟ। ଏଣୁ ପ୍ରଥମ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କଳ୍ପନା କରାଯାଇ ତାହାର ବାରମ୍ବାରତା 0 ନିଆଯାଇଛି ଓ ସେହିପରି ଶେଷ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ପରବର୍ତ୍ତୀ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କଳ୍ପନା କରାଯାଇ ତାହାର ବାରମ୍ବାରତା 0 ନିଆଯାଇଛି । ଫଳରେ A ଓ B ଦୁଇଟି କାଳ୍ପନିକ ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ନିଆଗଲା । ରେଖାଚିତ୍ରକୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ A ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ କରାଯାଇଛି। ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ସମ୍ପୃକ୍ତ ରେଖାଚିତ୍ରଟି P ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ। A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଆମକୁ ରେଖାଚିତ୍ରର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q କୁ ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରନ୍ତି।

ଅନୁଶୀଳନୀ – 7(c)

1. ଦିନର ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଜଣେ ରୋଗୀର ତାପମାତ୍ରା ଫାରେନ୍‌ହାଇଟ୍ ଏକକରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖାଯାଇଅଛି। ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଏକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର।

ସମୟ	8.00 a.m.	10.00a.m.	12.00Noon	2.00p.m.	4.00p.m.	6.00 p.m.	8.00 p.m.
ଫାରେନ୍‌ହାଇଟ୍‌ରେ ତାପମାତ୍ରା	100.4^0	102.4^0	103.6^0	104.0^0	102.8^0	102.0^0	100.8^0

ଅଙ୍କିତ ରେଖାଚିତ୍ରରୁ ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) ଅପରାହ୍ନ 3.00 ଘଣ୍ଟା ସମୟରେ ରୋଗୀର ତାପମାତ୍ରା କେତେ ଥିଲା ?

(ii) କେଉଁ ସମୟରେ ରୋଗୀର ତାପମାତ୍ରା 103^0 ଫାରେନ୍‌ହାଇଟ୍ ଥିଲା ?

2. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ (Time-Temperature) ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମୟ (in hrs.)	8a.m.	10 a.m.	12noon	2p.m.	4p.m.	6p.m.	8p.m.
ତାପମାତ୍ରା (in ^{0}F)	100	101	104	103	99	88	100

3. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉପସ୍ଥାପନା, ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର । (Velocity-time)

ସମୟ (in hr.)	7a.m.	8a.m.	9a.m.	10a.m.	11a.m.	12noon	1p.m.	2p.m.
ପରିବେଗ (in k.m./hr.)	30	45	60	50	70	50	40	45

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀର ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	0—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30
ବାରମ୍ବାରତା	8	13	22	30	24	12

5. 130 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସେ.ମି. ମାପରେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ତଥ୍ୟର ପୌନଃପୁନ୍ୟ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର।

ଉଚ୍ଚତା(ସେ.ମି.ରେ)	145–155	155–165	165–175	175-185	185-195	195–205
ବାରମ୍ବାରତା	3	35	48	32	10	2

6. ଗୋଟିଏ ବସ୍ତିରେ ଥିବା 205 ଜଣ ବାସିନ୍ଦାଙ୍କର ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ତଥ୍ୟର ପୌନଃପୁନ୍ୟ ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର।

ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚ	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400	400-450	450-500
ବାରମ୍ବାରତା	25	33	40	31	30	22	16	3

7.8.3. ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ (Histogram):

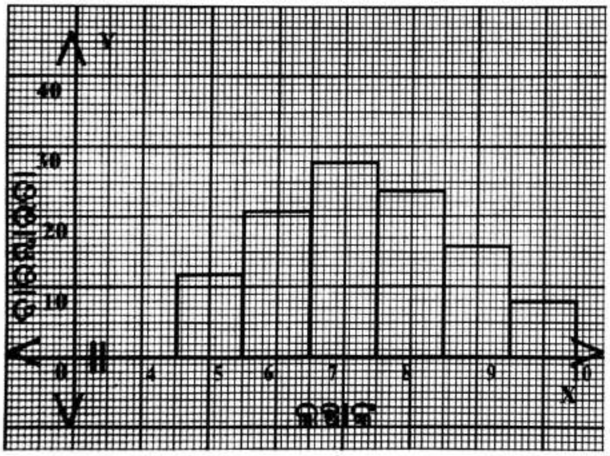
ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବିସ୍ତାରକୁ ଆନୁଭୂମିକ ବାହୁ ଓ ଏହାର ବାରମ୍ବାରତାକୁ ଉଲ୍ଲମ୍ବ ବାହୁ ରୂପେ ନେଇ ଆୟତଚିତ୍ରମାନ ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନମତେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ।

ସାରଣୀ–14

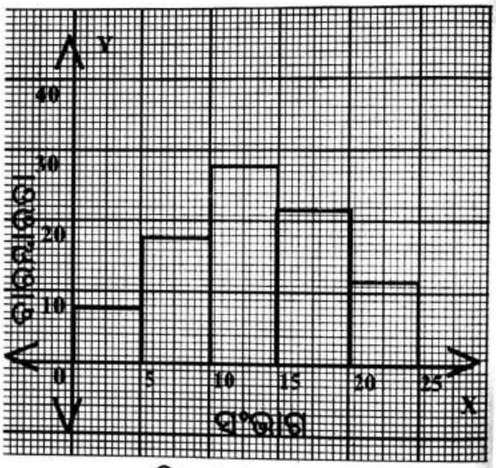
ଲବ୍ଧାଙ୍କ	5	6	7	8	9	10
ବାରମ୍ବାରତା	12	21	28	24	16	8

ସାରଣୀ–15

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ବାରମ୍ବାରତା	8	18	28	22	12



(ଚିତ୍ର 7.5)



(ଚିତ୍ର 7.6)

ଟୀକା: ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଅକ୍ଷରେ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁକୁ 0 ନିଆଯାଇ ସ୍କେଲ୍ ଅନୁଯାୟୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଉକ୍ତ ଅକ୍ଷର ଉପର ଆଡ଼କୁ ସୂଚିତ ହୋଇ ଅଛନ୍ତି। କିନ୍ତୁ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଅକ୍ଷରେ 0 ଠାରୁ 4 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସ୍କେଲ୍ ଅନୁଯାୟୀ ନିଆ ନ ଯାଇ 4 ଠାରୁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍କେଲ୍ ଅନୁଯାୟୀ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଡାହାଣ ପାଖକୁ ସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଛି। ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 5 ହୋଇଥିବାରୁ ସେମାନଙ୍କୁ 4 ଠାରୁ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି। ଆସନ୍ନମାନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 5 ର ବିସ୍ତାର 4.5 ରୁ 5.5 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏବଂ ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତାର ତଦନୁଯାୟୀ ନିଆଯାଏ।

ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନର ଅନ୍ୟ ଏକ ନମୁନା ଚିତ୍ର 5.6 ରେ ଦିଆଯାଇଛି।

7.8.4 ବୃତ୍ତ ଲେଖ (Pie-chart ବା Circle graph):

ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟକୁ ଅନେକ ସମୟରେ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଆନୁପାତିକ ଅଂଶରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥାଏ। ନିମ୍ନରେ ଏ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ରର ଏକ ନମୁନା ଦିଆଯାଇଛି।

କୌଣସି ଏକ ଶିକ୍ଷାନୁଷ୍ଠାନର 240 ଜଣ କର୍ମଚାରୀଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ମାସିକ ବେତନ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ବିଭିନ୍ନ ଭାଗରେ **ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି।**

ସାରଣୀ–15

କର୍ମଚାରୀ ସଂଖ୍ୟା	ମାସିକ ବେତନ ସୀମା
30	1000 ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ତହିଁରୁ ଅଧିକ
80	700 ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ତହିଁରୁ ଅଧିକ ମାତ୍ର 1000 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍
90	500 ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ତହିଁରୁ ଅଧିକ ମାତ୍ର 700 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍
40	500 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଏକ ବୃତ୍ତ ଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରଟି ଚାରିଟି ଅଂଶ (ବୃତ୍ତାକଳା) ଦ୍ୱାରା ଉପରୋକ୍ତ ଚାରି ଶ୍ରେଣୀର କର୍ମଚାରୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏପରି ସୂଚିତ କରାଯିବ ଯେପରି ବୃତ୍ତକଳା ଚାରିଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ଚାରିଶ୍ରେଣୀର କର୍ମଚାରୀ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ହେବ।

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳା ଚାରିଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ= 30:80:90:40 = 3:8:9:4

ମାତ୍ର **ବୃତ୍ତକଳାମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ=** ସେମାନଙ୍କର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ।

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳା ଚାରିଟିର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ = 3:8:9:4

ବୃତ୍ତକଳା ଚାରିଟିର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାପ $x^0_1, x^0_2, x^0_3, x^0_4$ **ହୁଅନ୍ତୁ।**

ଫଳରେ $x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 3:8:9:4$ ବା $\frac{x_1}{x_1+x_2+x_3+x_4} = \frac{3}{3+8+9+4}$

ବା $x_1 = \frac{3}{24} \times (x_1+x_2+x_3+x_4) = \frac{3}{24} \times 360 = 45^0$

($\because$ ସମସ୍ତ ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି = 360^0)

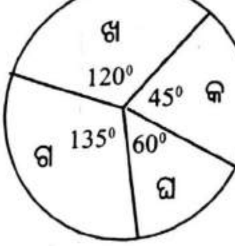
ସେହିପରି $x_2 = \frac{8}{24} \times 360^0 = 120^0$, $x_3 = \frac{9}{24} \times 360^0 = 135^0$ ଏବଂ $x_4 = \frac{4}{24} \times 360^0 = 60^0$

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟକ ଡିଗ୍ରୀ ନ ହେଲେ ଏହାର ଆସନ୍ନମାନ କେବଳ ଡିଗ୍ରୀରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ। କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସାରଣୀ **ସାରଣୀ – 16**

କ୍ରମିକ ସଂଭାଗ	ବେତନ ସୀମା	କର୍ମଚାରୀ ସଂଖ୍ୟା (ବାରମ୍ବାରତା) f	ସମାନୁପାତୀ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା $\frac{f}{\Sigma f}$	କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣ $\theta = \frac{f}{\Sigma f} \times 360^0$
(କ)	1000 ଟଙ୍କା ଓ ତଦୂର୍ଦ୍ଧ୍ୱ	30	$\frac{30}{240} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} \times 360^0 = 45^0$
(ଖ)	700ଟ.–1000ଟ.	80	$\frac{80}{240} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times 360^0 = 120^0$
(ଗ)	500ଟ.–700ଟ.	90	$\frac{90}{240} = \frac{3}{8}$	$\frac{3}{8} \times 360^0 = 135^0$
(ଘ)	500ଟ.ରୁ କମ୍	40	$\frac{40}{240} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^0 = 60^0$

$\Sigma f = 240$ $\Sigma \theta = 360^0$

3 ବା 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ କୌଣସି ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ଓ ସେହି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣିତ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତକଳାମାନ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ। ବୃତ୍ତକଳା ଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗମାନଙ୍କର ସୂଚନା ଦେବାକୁ ପଡ଼େ। ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି।



(ଚିତ୍ର 7.7)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 7 (d)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
ବାରମ୍ବାରତା	16	25	36	22	18

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29
ବାରମ୍ବାରତା	8	12	20	16	10

ସୂଚନା: ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ଆୟତ ଚିତ୍ର 4.5 ରୁ 9.5 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଆୟତଚିତ୍ର 9.5 ରୁ 14.5 ଓ ଅନ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ତଦନୁଯାୟୀ ନିଆଯିବେ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀ ପାଇଁ ଏକ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ର ସହ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ ଅଙ୍କନ କର।

ସଂଭାଗ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ବାରମ୍ବାରତା	5	10	8	5	2

4. ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉପସ୍ଥାପନା ପାଇଁ ଏକ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର।

ସଂଭାଗ	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା	15	20	35	10	4

5. ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର ପାଞ୍ଚଟି ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ଏକ ବୃତ୍ତ ଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କର।

ଶ୍ରେଣୀ	VI	VII	VIII	IX	X
ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା	48	60	54	72	36

6. କୌଣସି ଏକ କାରଖାନାରେ ବିଭିନ୍ନ ବର୍ଷମାନଙ୍କରେ ଉତ୍ପାଦିତ ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତ ଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କର।

ବର୍ଷ	1984	1985	1986	1987	1988
ଉତ୍ପାଦିତ ବସ୍ତୁର ସଂଖ୍ୟା (ହଜାରରେ)	30	36	48	60	66

7. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ଗୋଟିଏ ବର୍ଷର ଖର୍ଚ୍ଚ ଅଟକଳ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ଏକ ବୃତ୍ତ ଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଖର୍ଚ୍ଚ ବାବଦ:	ଖାଦ୍ୟ	ପୋଷାକ	ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ	ଶିକ୍ଷା	କୃଷି	ଘର ମରାମତି	ଅନ୍ୟାନ୍ୟ
ଅଟକଳ (ଶହ ଟଙ୍କାରେ):	30	10	6	12	25	12	13

8. (a) ନିମ୍ନସ୍ଥ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କୁ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ହୋଇ ନଥିବା ଏକ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର।

ଶିଶୁମେଳାର ମନୋରଞ୍ଜନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ ଭାଗନେଇଥିବା ଶିଶୁମାନଙ୍କର ବୟସ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

8	7	10	5	7	8	10	6	9	9	6	8
7	6	8	8	6	6	7	5	10	8	9	8
5	7	7	6	5	9	7	11	14	8	9	12
6	13	7	8	11	10	10	9	8	5	12	15
9	12	14	8	9	10	11	11	14	8	15	7

(b) ଉକ୍ତ ସାରଣୀକୁ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ରେଖାଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(c) ଉକ୍ତ ସାରଣୀକୁ ଏକ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(d) ଉକ୍ତ ସାରଣୀକୁ ଏକ ବୃତ୍ତ ଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କର।