അധ്യായം 15

തരംഗങ്ങൾ (WAVES)

15.1 ആമുഖം

15.2 അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളും

15.3 പ്രയാണതരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തര ബന്ധം.

15.4 തരംഗത്തിന്റെ വേഗത

15.5 തരംഗങ്ങളുടെ സങ്കലന/സൂപ്പർ പൊസിഷൻ തത്ത്വം

15.6 തരംഗങ്ങളുടെ പ്രതിപതനം

15.7 ബീറ്റുകൾ

15.8 ഡോപ്ലർ പ്രതിഭാസം

സംക്ഷിപ്തം

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

കൂടുതൽ പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

I6J3E6

15.1 ആമുഖം

ഒറ്റപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ ദോലനചലനത്തെക്കുറിച്ച് മുൻ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിച്ചു. ദോലനചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന ഒരു കൂട്ടം വസ്തുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് എന്ത് സംഭവിക്കും എന്ന് പരിശോധിച്ചു നോക്കാം. ദ്രവ്യനിർമിതമായ ഒരു മാധ്യമം ഇങ്ങനെയുള്ള വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് ഉദാഹരണമാണ്. ഇതിലെ ഘടകങ്ങളെ തമ്മിൽ ഇലാസ്തിക ബലം കൊണ്ട് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ ഒരു ഘടകത്തിന്റെ ചലനം മറ്റു ഘടകങ്ങളെ ബാധിക്കുന്നു. ഒരു ചെറിയ കല്ല് നിശ്ചലമായ ഒരു ജലാശയത്തിൽ പതിച്ചാൽ ജലോപരിതലത്തിൽ കല്ല് പതിക്കുന്ന സ്ഥാനത്ത് അത് ഒരു വിക്ഷോഭം (Disturbance) സൃഷ്ടിക്കുന്നു. ഇത് അവിടെത്തന്നെ തങ്ങിനിൽക്കാതെ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് വൃത്താകൃതിയിൽ വ്യാപിക്കുന്നു. തുടർച്ചയായി ജലാശയത്തിൽ ഒരു സ്ഥാനത്ത് കല്ലുകൾ പതിച്ചു കൊണ്ടിരുന്നാൽ കല്ല് പതിക്കുന്നിടത്തു നിന്നും ആരംഭിക്കുന്ന വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വിക്ഷോഭങ്ങൾ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് വ്യാപിക്കുന്നത് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും. ഈ വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം കല്ല് പതിച്ച സ്ഥാനത്തുനിന്നും ജലം വെളിയിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്നതു പോലെയുള്ള തോന്നൽ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. വിക്ഷോഭങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുന്ന തോന്നലുള്ള സ്ഥലങ്ങളിലെവിടെയെങ്കിലും ഒരു കോർക്കിന്റെ കഷണം ഇടുകയാണെങ്കിൽ അത് ഒരേ സ്ഥാനത്തു തന്നെ നിന്നു താഴുന്നതും പൊങ്ങുന്നതും കാണാം. ഇതിൽ നിന്നും കല്ല് പതിച്ച സ്ഥാനത്ത് നിന്നും മുന്നോട്ട് പോകുന്നത് ജലതന്മാത്രകളല്ല മറിച്ച് ജലത്തിലെ വിക്ഷോഭങ്ങളാണ് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. ഇതുപോലെ നമ്മൾ സംസാരിക്കുമ്പോൾ വായു ഒരു ഭാഗത്ത് നിന്നും മറ്റൊരു ഭാഗത്തേക്ക് സഞ്ചരിക്കാതെ ശബ്ദം മാത്രം മുന്നോട്ടു പോകുന്നു. സംസാരിക്കുമ്പോൾ വായുവിലുണ്ടാകുന്ന വിക്ഷോഭങ്ങൾ നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയില്ല. എന്നാൽ ഇവയെ നമ്മുടെ ചെവികൾക്കോ അല്ലങ്കിൽ മൈക്രോഫോണിനൊ തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയും. ഇങ്ങനെ ദ്രവ്യത്തിന് മൊത്തത്തിൽ സ്ഥാനമാറ്റമില്ലാതെയുള്ള വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ

സഞ്ചാരത്തിനെ തരംഗങ്ങൾ (waves) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഇത്തരത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് നാം പഠിക്കുവാൻ പോകുന്നത്.

ഒരു തരംഗത്തിലൂടെ ഊർജത്തോടൊപ്പം ഉത്ഭവസ്ഥാനത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വിക്ഷോഭങ്ങളും ഒരിടത്തു നിന്നും മറ്റൊരിടത്തേക്ക് ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. എന്നാൽ മാധ്യമം സഞ്ചരിക്കുന്നില്ല. തരംഗത്തിലൂടെയുള്ള സിഗ്നലുകളുടെ സംപ്രേഷണത്തെയാണ് നമ്മുടെ എല്ലാ വാർത്താവിനിമയ രീതികളും ആശ്രയിക്കുന്നത്. സംഭാഷണം എന്നു പറയുന്നത് വായുവിലുണ്ടാക്കുന്ന ശബ്ദതരംഗങ്ങളും കേൾവി എന്നു പറയുന്നത് ഈ തരംഗങ്ങളുടെ വിശകലനവുമാണ്. സന്ദേശ കൈമാറ്റം പലപ്പോഴും വിവിധ തരത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങളിലൂടെയാണ് സാധ്യമാകുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് ശബ്ദസന്ദേശ കൈമാറ്റത്തിൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ ആദ്യം വൈദ്യുത സിഗ്നലുകളാക്കി. ദൂരം വളരെ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ഈ വൈദ്യുത സിഗ്നലുകളെ പ്രകാശ സിഗ്നലുകളായോ വൈദ്യുതകാന്തിക സിഗ്നലുകളായോ മാറ്റി പ്രകാശ തന്തുക്കളി (optical fibre) ലൂടേയൊ അല്ലെങ്കിൽ വാർത്താവിനിമയ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചോ പ്രസരിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന സിഗ്നലുകളെ തിരിച്ച് വിപരീത ക്രമത്തിൽ ഇതേ പ്രക്രിയകൾക്ക് വിധേയമാക്കി ശബ്ദസിഗ്നലുകളാക്കി മാറ്റിയാണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

എല്ലാ തരംഗങ്ങൾക്കും സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ല. ഉദാഹരണമായി പ്രകാശ തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കുവാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ലെന്ന് നമുക്കറിയാം. നൂറ്കണക്കിന് പ്രകാശവർഷങ്ങൾ അകലെയുള്ള നക്ഷത്രങ്ങളിൽ നിന്നും പ്രകാശം നമ്മളിലെത്തുന്നത് നക്ഷത്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിച്ചാണ്.

നമ്മൾ കണ്ടുമുട്ടുന്ന തരംഗങ്ങൾ പ്രധാനമായും മൂന്ന് തരത്തിലുള്ളതാണ്.

(a) യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങൾ (mechanical waves), (b) വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾ (eletcromagnetic waves), (c) ദ്രവ്യ തരംഗങ്ങൾ (matter waves). ഇവയിൽ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളെയാണ് നമുക്ക് ഏറെ പരിചിതം. ജലതരംഗങ്ങൾ, ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ, ഭൂകമ്പ തരംഗങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. ഇത്തരം തരംഗങ്ങൾക്ക് ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയില്ല. അവയുടെ പ്രസരണത്തിന് മാധ്യമം ആവശ്യമാണ്. ഇത്തരം തരംഗങ്ങളുടെ സഞ്ചാരത്തിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണികകൾ കമ്പനത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. തരംഗസഞ്ചാരം മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക ഗുണങ്ങളെ ആശ്രയിക്കുന്നുണ്ട്. പൊതുവേ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങളുടെ പ്രേഷണത്തിന് മാധ്യമത്തിന്റെ ആവശ്യം ഇല്ല. അവയ്ക്ക് ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുവാൻ കഴിയും. ദൃശ്യപ്രകാശം, അൾട്രാവയലറ്റ് രശ്മികൾ, മൈക്രോ തരംഗങ്ങൾ, X കിരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. എല്ലാ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങളും ശൂന്യതയിലൂടെ ഒരേ വേഗതയിൽ (c) സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിന്റെ മൂല്യം c= 299,792,458 m/s ആണ്. ഈ തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ പിന്നീട് വിശദമായി പഠിക്കും.

ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളെ കൂടാതെ മറ്റൊരു തരം തരംഗങ്ങളും ഉണ്ട്. ദ്രവ്യ തരംഗങ്ങൾ (matter waves) എന്ന് ഇവ അറിയപ്പെടുന്നു. ദ്രവ്യത്തിന്റെ മൗലിക കണങ്ങളായ ഇലക്ട്രോണുകൾ, പ്രോട്ടോണുകൾ, ന്യൂട്രോണുകൾ, ഇവ കൂടാതെ ആറ്റങ്ങൾ, തന്മാത്രകൾ മുതലായവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണ് ദ്രവ്യതരംഗങ്ങൾ ക്വാണ്ടം ബലതന്ത്രമുപയോഗിച്ചുള്ള പ്രകൃതിയുടെ വിശകലനത്തിൽ ഈ തരംഗങ്ങൾ പലപ്പോഴും കടന്നു വരുന്നുണ്ട്. ഇതിന്റെ വിശദാംശങ്ങൾ നിങ്ങൾ ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിൽ പഠിക്കും. യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾ, വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾ എന്നിവയേക്കാൾ ആശയപരമായി കൂടുതൽ അമൂർത്തമാണെങ്കിലും (abstract) ദ്രവ്യതരംഗങ്ങൾ ആധുനിക സാങ്കേതിക വിദ്യകളുടെ അടിസ്ഥാനശിലയാണ്. ഇലക്ട്രോൺ മൈക്രോസ്കോപ്പുകളിൽ ഇലക്ട്രോണുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ദ്രവ്യതരംഗങ്ങളാണ് പ്രയോഗപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്.

ഈ അധ്യായത്തിൽ, സഞ്ചരിക്കാൻ ഒരു ഭൗതികമാധ്യമം ആവശ്യമായ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് നാം പഠിക്കുന്നത്.

കലകളിലും സാഹിത്യത്തിലും തരംഗങ്ങളുടെ സൗന്ദര്യാത്മക സ്വാധീനം വളരെ പണ്ടുതന്നെ കണ്ടിട്ടുള്ളതാണ്. എങ്കിലും 17-ാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ് ആദ്യമായി തരംഗചലനത്തിന്റെ ശാസ്ത്രീയമായ വിശകലനം നടന്നത്. തരംഗചലനത്തിന്റെ ഭൗതികശാസ്ത്ര ബന്ധം പഠിച്ച ചില പ്രമുഖ ശാസ്ത്രജ്ഞരാണ് ക്രിസ്ത്യൻ ഹൈഗൻസ് (1629–1695), റോബർട്ട് ഹുക്ക്, സർ ഐസക് ന്യൂട്ടൺ എന്നിവർ. തരംഗങ്ങളുടെ ഭൗതികത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് സ്പ്രിംഗുകളുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന മാസുകളുടെ ദോലനങ്ങളുടെയും സിംപിൾ (ലഘു) പെൻഡുലങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങളുടെയും ഭൗതികശാസ്ത്രം വിശകലനം ചെയ്യുവാൻ ഉപകാരപ്പെട്ടു. ഇലാസ്തിക മാധ്യമത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങൾക്ക് ഹാർമോണിക്

ദോലനങ്ങളുമായി വളരെ അടുത്ത ബന്ധമുണ്ട്. (വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ചരടുകൾ, കോയിൽ രൂപത്തിലുള്ള സ്പ്രിംഗുകൾ, വായു തുടങ്ങിയവ ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളുടെ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്) ഈ ബന്ധം നമുക്ക് ചില ലളിതമായ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വിവരിക്കാം.

ചിത്രം 15.1 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സ്പ്രിംഗുകളുടെ കൂട്ടം പരിഗണിക്കുക. ഒരു അറ്റത്തുള്ള സ്പ്രിംഗിനെ പെട്ടെന്ന് വലിച്ച് വിട്ടാലുണ്ടാകുന്ന വിക്ഷോഭം ഈ സംവിധാനത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റം വരെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. വിക്ഷോഭത്തിന്റെ ഈ സഞ്ചാരം എങ്ങനെയാണ് സംഭവിക്കുന്നത്? ആദ്യത്തെ സ്പ്രിംഗിന് അതിന്റെ സന്തുലിത നീളത്തിൽ നിന്നും വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നു. രണ്ടാമത്തെ സ്പ്രിംഗ് ആദ്യത്തേതുമായി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ അതും വലിയുകയൊ ചുരുങ്ങുകയൊ ചെയ്യും. ഈ പ്രവർത്തനം മറ്റു സ്പ്രിംഗുകളിലേക്കും വ്യാപിക്കുന്നു. ഈ വിക്ഷോഭം ഒരറ്റത്തുനിന്നും മറ്റേ അറ്റത്തേക്കു ചലിക്കുമ്പോൾ ഓരോ സ്പ്രിംഗും സന്തുലിത സ്ഥാനത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന ദോലനങ്ങളുടെ ആയതി വളരെ കുറവായിരിക്കും. ഈ അവസ്ഥാ വിശേഷം പ്രായോഗികമായ ഉദാഹരണമായി, ട്രെയിനുകളിൽ കാണാൻ കഴിയും. ട്രെയിനിന്റെ ബോഗികൾ സ്പിംഗ് കൊളുത്തുകൾ ഉപയോഗിച്ച് പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് നാം കണ്ടിട്ടില്ലേ? ട്രെയിനിന്റെ എൻജിൻ ഒരു അറ്റത്ത് ഘടിപ്പിക്കുമ്പോൾ അത് തൊട്ടടുത്ത ബോഗികളിൽ ഒരു സമ്മർദം പ്രയോഗിക്കുന്നു. ഈ സമ്മർദം മറ്റു ബോഗികളിലേയ്ക്ക് ട്രെയിനിന്റെ മൊത്തമായ നീക്കം ഇല്ലാതെ തന്നെ പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു.

ചിത്രം 15.1 പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സ്പ്രിംഗുകളുടെ ഒരു കൂട്ടം. A എന്ന അറ്റത്തിന് പെട്ടെന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു വലിവ് വിക്ഷോഭങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുകയും അത് മറ്റ് സ്പ്രിംഗുകളിലേക്ക് വ്യാപിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഇനി നമുക്ക് വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദതരംഗങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം വിശകലനം ചെയ്തു നോക്കാം. ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുവിലൂടെ കടന്നു പോകുമ്പോൾ വായുവിലെ ഒരു ചെറിയ ഭാഗത്തെ ചുരുക്കുകയും വികസിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത് അവിടത്തെ വായു സാന്ദ്രതയിൽ ഒരു ചെറിയ മാറ്റം $\Delta\rho$ ഉണ്ടാക്കും. ഈ പ്രവർത്തനം അവിടത്തെ മർദ മാറ്റം ΔP യ്ക്ക് കാരണമാവുകയും ചെയ്യുന്നു. മർദം എന്നത് ബലം പ്രതി യൂണിറ്റ് പരപ്പളവായതിനാൽ ഈ മർദ വ്യതിയാനം, സ്പ്രിംഗിലുണ്ടാകുന്നതിനു സമാനമായ രീതിയിൽ, വിക്ഷോഭത്തിന് ആനുപാതികമായ ഒരു പുനഃസ്ഥാപനബലം (restoring force) ഉണ്ടാക്കും. ഇവിടെ സ്പ്രിംഗിന്റെ വലിവിനോ ചുരുങ്ങലിനോ സമാനമായ ഭൗതിക പ്രതിഭാസം സാന്ദ്രതാ വ്യതിയാനമാണ്. ഒരു ഭാഗം ചുരുങ്ങുമ്പോൾ, ആ ഭാഗത്തെ തന്മാത്രകൾ തിങ്ങി ഞെരുങ്ങുന്നതിനാൽ തൊട്ടരികിലുള്ള പ്രദേശത്തേക്ക് നീങ്ങുകയും അവിടെ തിങ്ങി നിറയുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ ആ പ്രദേശ s¯ k nfµ X l ¢Sd b pwA h nS sR cp w(compression) അനുഭവപ്പെടുകയും ചെയ്യും. തന്മാത്രകൾ തൊട്ടടുത്ത ഭാഗത്തേക്ക് നീങ്ങുന്നതിനാൽ, ആദ്യത്തെ ഭാഗത്ത് മർദം കുറയുകയും (rarefaction) ആ ഭാഗത്ത് താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ സാന്ദ്രത ഉണ്ടാവുകയും ചെയ്യും. സാന്ദ്രത കുറയുമ്പോൾ ചുറ്റുമുള്ള വായു ആ ഭാഗത്തേക്ക് തള്ളിക്കയറുന്നു. അങ്ങനെ ഒരു സ്ഥലത്തു നിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് ഞെരുക്കങ്ങളും വലിവുകളും ചലിക്കുന്നതിനാൽ വിക്ഷോഭങ്ങൾക്ക് വായുവിലൂടെ വ്യാപനം സാധ്യമാകുന്നു.

ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിലെ തരംഗ സഞ്ചാരത്തിനും ഇതേപോലുള്ള വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകാൻ കഴിയും. ഒരു ഖരക്രിസ്റ്റലിൽ ആറ്റങ്ങളോ ഒരു കൂട്ടം ആറ്റങ്ങളോ കൃത്യമായ ഇടവേളകളിൽ ക്രമമായി വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്ന ലാറ്റിസ് (Periodic lattice) ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ ആറ്റവും അല്ലെങ്കിൽ ഓരോ കൂട്ടം ആറ്റങ്ങളും ചുറ്റുമുള്ള ആറ്റങ്ങളുടെ ബലങ്ങളാൽ സന്തുലിതമായ അവസ്ഥയിലാണ്. മറ്റുള്ള ആറ്റങ്ങളെ സ്ഥിരമാക്കി വച്ചു കൊണ്ട് ഒരാറ്റത്തിനെ മാത്രം സ്ഥാനം മാറ്റുമ്പോൾ സ്പ്രിംഗിലുള്ളതുപോലെയുള്ള പുനഃസ്ഥാപനബലം അവിടെയും ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ ലാറ്റിസിലെ സമീപസ്ഥങ്ങളായ രണ്ട് ആറ്റങ്ങൾ ഒരു സ്പ്രിംഗിന്റെ രണ്ടു അഗ്രഭാഗങ്ങളിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ പെരുമാറുന്നതു പോലെ കരുതാം.

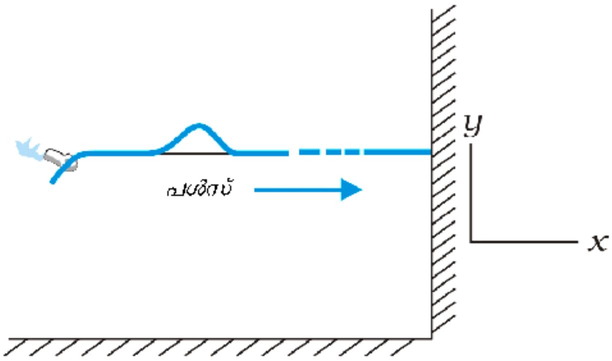
ഈ അധ്യായത്തിന്റെ തുടർന്നുള്ള ഭാഗങ്ങളിൽ തരംഗങ്ങളുടെ പലതരം സവിശേഷതകളെ കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യും.

15.2 അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളും (Transverse & Longitudinal Waves)

യാന്ത്രികതരംഗ ചലനം ഉണ്ടാകുന്നത് അത് സഞ്ചരിക്കുന്ന മാധ്യമത്തിലെ കണികകളുടെ ദോലനം മൂലമാണെന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കി. മാധ്യമത്തിലെ കണികകളുടെ ദോലന ദിശ തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമാ

യിട്ടാണ് എങ്കിൽ അത്തരം തരംഗങ്ങളെ അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങൾ (transverse waves) എന്നു വിളിക്കും. ദോലനദിശ തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അത്തരം തരംഗങ്ങളെ അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾ (longitudinal waves) എന്നും.

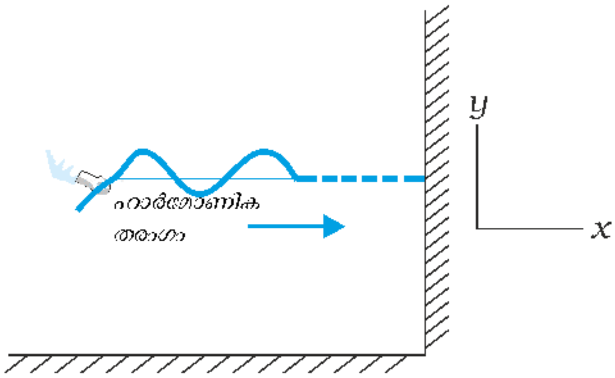
ചിത്രം 15.2 ൽ വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു ചരടിലൂടെ പൾസ് രൂപത്തിലുള്ള ഒരു തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്നു. ചരടിന്റെ ഒരഗ്രം പൊടുന്നനെ ഉയർത്തുകയും താഴ്ത്തുകയും ചെയ്താണ് ഇത് ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നത്. ചരടിന്റെ നീളം പൾസിന്റെ വലിപ്പത്തിനേക്കാൾ വളരെ വലുതായാൽ ഒരറ്റത്തു നിന്നും മറ്റേ അറ്റത്തെത്തുമ്പോഴുള്ള ഊർജ്ജനഷ്ടം കാരണം രണ്ടാമത്തെ അറ്റത്ത് കൃത്യമായി കമ്പനം എത്തുവാനുള്ള സാധ്യതയില്ല. അതുകൊണ്ട് തരംഗ പ്രതിപതനം അപ്രസക്തമാകുന്നു. ചരടിനു വലിവ് ഉള്ളതിലാണ് ഈ പൾസ് ഉണ്ടാകുകയും വ്യാപിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത്.



ചിത്രം 15.2 ഒരു പൾസ് വലിച്ചുനീട്ടിയ ചരടിലൂടെ അയയ്ക്കുന്നു. ഈ സ്പന്ദനം കടന്നുപോകുമ്പോൾ ചരടിന്റെ ഒരു സവിശേഷഘടകം (കുത്തുപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നതുപോലെ) മുകളിലേക്കും താഴേക്കും ചലിക്കുന്നു. ഈ ഘടകം ചലിക്കുന്നത് തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്നതിന്റെ ദിശയ്ക്ക് ലംബമായിട്ടാണ്.

ചിത്രം 15.2-ൽ കണ്ടതുപോലുള്ള തരംഗത്തിനു സമാനമായ ഒരു തരംഗമാണ് ചിത്രം 15.3 ൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്. പക്ഷേ ഇവിടെ വിക്ഷോഭ ഏജൻസി തുടർച്ചയായി സൈനുസോയിഡലായി (sinusoidal) പൊങ്ങുകയും താഴുകയും ചെയ്തു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഇത്തരം വിക്ഷോഭ ചലനങ്ങൾ ചരടിലൂടെ ഒരു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗം ഉണ്ടാക്കും. നാം പ്രതിപാദിച്ച രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലും തരംഗം കടന്നു പോകുന്ന ചരടിന്റെ ഭാഗം അതിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തെ ആധാരമാക്കി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ ദോലനങ്ങൾ തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമായതിനാൽ ഇതൊരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗമാണ് (transverse waves).

നാം പ്രതിപാദിച്ച ഈ തരംഗങ്ങളെ രണ്ടുതരത്തിൽ നമുക്ക് കാണാനാകും. ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിൽ തരംഗത്തെ മൊത്തത്തിൽ നിരീക്ഷിക്കുന്നതാണ് ഇതിൽ ഒരു രീതി. ഒരു ഫോട്ടോ ഗ്രാഫിലേതുപോലെ നിരീക്ഷണ സമയത്തെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുവാൻ ഈ രീതി നമ്മെ സഹായിക്കും. തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്ന ചരടിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദു അല്ലെങ്കിൽ കണികയെ ആധാരമാക്കി നിരീക്ഷിക്കുന്നതാണ് രണ്ടാമത്തെ രീതി. ഈ നിരീക്ഷണത്തിൽ തരംഗത്തിന്റെ ആ കണികയുടെയോ, നിരീക്ഷണ വിധേയമാകുന്ന ഭാഗത്തിന്റെയോ സമയാനുസൃത ദോലനങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യാൻ കഴിയും.



ചിത്രം 15.3 ചരടിലൂടെ ഒരു പൾസിനെ കടത്തിവിടുന്നു. തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ചരടിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഘടകം തുടർച്ചയായി മുകളിലേക്കും താഴേക്കും ചലിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു അനുപ്രസ്ഥതരംഗമാണ്.

നമുക്ക് സുപരിചിതമായ അനുദൈർഘ്യ തരംഗ (longitudinal waves) ങ്ങളിലൊന്നായ ശബ്ദതരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരം എങ്ങനെയെന്നു വിശദീകരിക്കുവാൻ ചിത്രം 15.4 ഉപകരിക്കുന്നു. നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രത്തിൽ ഒരു പിസ്റ്റൺ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതായി ചിത്രത്തിൽ കാണാം. പിസ്റ്റൺ വളരെ വേഗത്തിൽ പൈപ്പിനുള്ളിലേക്കു തള്ളിയതിനുശേഷം പൈപ്പിനു വെളിയിലേക്ക് വലിക്കുമ്പോൾ പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം പൈപ്പിനുള്ളിലെ വായുയൂപത്തിൽ ഉച്ച-നീചമർദ (condensations and rare fractions) ങ്ങളുടെ പൾസ് ഉണ്ടാക്കുന്നു. പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം ക്രമാനുഗതമായി ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന ഒരു സൈനുസോയിഡൽ ചലനമാണെങ്കിൽ അത് പൈപ്പിനുള്ളിലെ വായുയൂപത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗത്തെ സൃഷ്ടിക്കും. ഈ തരംഗം ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിനു ദാഹരണമാണ്.

ചിത്രം 15.4 വായു നിറച്ച ഒരു പൈപ്പിൽ പിസ്റ്റൺ മുമ്പോട്ടും പുറകോട്ടും ചലിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന അനുദൈർഘ്യ തരംഗം (ശബ്ദം). വായു ഘടകങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങൾ തരംഗ ചലനദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായതിനാൽ ഈ തരംഗം ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗമാണ്.

ചുരുക്കത്തിൽ, അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഘടകങ്ങൾ തരംഗ പ്രേഷണ ദിശയ്ക്കു ലംബമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ തരംഗപ്രേഷണത്തിന്റെ അതേ ദിശയിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു.

അനുപ്രസ്ഥമോ അനുദൈർഘ്യമോ ആയ ഒരു തരംഗം മാധ്യമത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ പ്രയാണ തരംഗം (travelling wave) അല്ലെങ്കിൽ പ്രൊഗ്രസീവ് തരംഗം എന്നു വിളിക്കുന്നു.

അനുപ്രസ്ഥതരംഗത്തിൽ കണികകളുടെ ചലനം തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട്, തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മാധ്യമത്തിലെ ഓരോ ഭാഗത്തും ഒരു ഷിയറിങ്ങ്സ്ട്രെയിൻ (shearing strain) അനുഭവപ്പെടുന്നു. അതുകൊണ്ട് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങൾ ഷിയറിങ്ങ് സ്ട്രെയിനെ താങ്ങാൻ കഴിയുന്ന ഖരവസ്തുക്കൾ, കമ്പികൾ തുടങ്ങിയ മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയാണ് സഞ്ചരിക്കുക, ദ്രവങ്ങളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുകയില്ല. ദ്രവങ്ങൾക്കും ഖരങ്ങൾക്കും കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെയിൻ താങ്ങാൻ കഴിയും. അതിനാൽ അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ എല്ലാ ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയും സഞ്ചരിക്കും. ഉദാഹരണമായി, ഒരു സ്റ്റീൽദണ്ഡിനെ പോലെയുള്ള ഒരു മാധ്യമത്തിൽ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങൾക്കും അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾക്കും സഞ്ചരിക്കുവാൻ കഴിയും. എന്നാൽ വായുവിന് അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ താങ്ങാനുള്ള കഴിവുള്ളു. ജലോപരിതലത്തിലെ തരംഗങ്ങൾ രണ്ടു തരത്തിലുണ്ട്. കേശികതരംഗങ്ങളും (capillary waves) ഗുരുത്വാകർഷണ തരംഗങ്ങളും (gravitational waves) ആദ്യത്തേത് താരതമ്യേന ചെറിയ തരംഗദൈർഘ്യമുള്ള ഓളങ്ങളായി (ripples) യി കാണപ്പെടും. അവയുടെ തരംഗ ദൈർഘ്യം ഏതാനും സെൻറിമീറ്ററുകൾ മാത്രമേ കാണൂ. മാത്രമല്ല, അവയ്ക്ക് കാരണമായ പുനസ്ഥാപന ബലം (restoring force) ജലത്തിന്റെ പ്രതലബലം (Surface tension) ആണ്. ഗുരുത്വാകർഷണ തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യം സാധാരണയായി ഏതാനും മീറ്ററുകൾ മുതൽ നൂറുകണക്കിന് കിലോമീറ്റർ വരെ ഉണ്ടാകാം.

ഈ തരംഗങ്ങൾക്ക് കാരണമായ പുനസ്ഥാപന ബലം ഗുരുത്വാകർഷണം മൂലം ഉണ്ടാകുന്ന വലിവ് ബലമാണ്. ഇത് ജലോപരിതലത്തിനെ അതിന്റെ ഏറ്റവും താഴത്തെ നിലയിൽ നിർത്താനുള്ള പ്രവണതയുണ്ടാക്കും. ഈ തരംഗങ്ങളിലെ കണികകളുടെ ദോലനം ഉപരിതലത്തിൽ മാത്രമല്ല കാണപ്പെടുന്നത്. മറിച്ച് ആയതി കുറഞ്ഞു വരുന്ന രീതിയിൽ ഏറ്റവും താഴെവരെ വ്യാപനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ജലത്തിലെ കണികാചലനം സങ്കീർണമാണ്. അവിടെ ജലതരംഗങ്ങൾ മുകളിലേക്കും താഴേക്കും മാത്രമല്ല മുമ്പോട്ടും പുറകോട്ടും കൂടെ ചലിക്കുന്നു. ഒരു സമുദ്രത്തിലെ തരംഗങ്ങൾ അനുദൈർദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളുടെയും അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളുടെയും സംയോജിത രൂപങ്ങളാണ്.

അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളും ഒരേ മാധ്യമത്തിലൂടെ വ്യത്യസ്ത പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതായി പൊതുവേ കാണപ്പെടുന്നു.

▶ *ഉദാഹരണം 15.1* തരംഗചലനത്തിന്റെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഓരോ സാഹചര്യത്തിലുള്ള തരംഗചലനം, അനുപ്രസ്ഥമാണോ, അനുദൈർഘ്യമാണോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടും കൂടിയതാണോ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.

(a) ഒരു അറ്റത്തുണ്ടായ വ്യതിചലനം കാരണം തിരശ്ചീനമായി ക്രമീകരിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ചരടിലുണ്ടാകുന്ന കുനിപ്പിന്റെ ചലനം.

(b) ഒരു സിലിണ്ടറിലുള്ള ദ്രാവകത്തിൽ ഒരു പിസ്റ്റൺ മുമ്പോട്ടും, പുറകോട്ടും ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന തരംഗങ്ങൾ.

(c) ജലോപരിതലത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു മോട്ടോർ ബോട്ടുണ്ടാക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ.

(d) ഒരു ക്വാർട്ട്സ് ക്രിസ്റ്റലിനെ കമ്പനം ചെയ്യിപ്പിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന അൾട്രാ സോണിക് തരംഗങ്ങൾ.

ഉത്തരം

(a) അനുപ്രസ്ഥവും അനുദൈർഘ്യവും
(b) അനുദൈർഘ്യം
(c) അനുപ്രസ്ഥവും അനുദൈർഘ്യവും
(d) അനുദൈർഘ്യം

15.3 പ്രയാണ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം (DISPLACEMENT RELATION IN A PROGRESSIVE WAVE)

ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരത്തെ ഗണിതപരമായി വിവരിക്കാൻ (മാധ്യമത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഘടകത്തിന്റെ, ചലനത്തെപ്പറ്റിയും) ഓരോ ക്ഷണത്തിലും തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിയെപ്പറ്റി പൂർണവിവരം നൽകുന്ന ഒരു ഫലനം (function) ആവശ്യമാണ്. അതായത് സ്ഥാനം x ന്റെയും സമയം t യുടെയും ഒരു ഫലനം ആവശ്യമാണ്. ഈ ഫലനം ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ ചലനം പൂർണമായും പ്രതിപാദിക്കുന്നതായിരിക്കണം. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ മാധ്യമത്തിൽ തരംഗം കടന്നു പോകുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സമയത്തുള്ള കമ്പനാവസ്ഥയെ വ്യക്തമായി കാണിക്കുന്നതായിരിക്കണം ഈ ഫലനം. ചിത്രം 15.3 ൽ കാണിച്ചതുപോലെയുള്ള ഒരു സൈൻ തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കണമെങ്കിൽ ഈ ഫലനം സ്ഥാനത്തിലും (x) സമയത്തിലും (t) ക്രമാവർത്തിതം *(periodic)* ആയിരിക്കണം. മനസ്സിലാക്കുവാൻ എളുപ്പത്തിനായി നമുക്ക് ഒരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തെ പരിഗണിക്കാം. ഇത്തരം തരംഗം കടന്നുപോകുമ്പോൾ x എന്ന സ്ഥാനത്തുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തു നിന്നും t സമയത്തുള്ള സ്ഥാനാന്തരം y

$$y(x,t) = a\sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.2)$$

ഇവിടെ സൈൻ ഫലനത്തിലെ ϕ എന്ന ഘടകം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് സ്ഥാനാന്തരം സൈൻ-കൊസൈൻ ഫലനങ്ങളുടെ സങ്കലനത്തിലൂടെ കണ്ടെത്താം എന്നാണ്. അതായത്

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + B\cos(kx - \omega t) \qquad (15.3)$$

അതിനാൽ സമവാക്യം (15.2)

$a = \sqrt{A^2 + B^2}$ and $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{B}{A}\right)$ എന്നെഴുതാൻ കഴിയും.

സമവാക്യം (15.2) ഒരു സൈനുസോയിഡൽ പ്രയാണ തരംഗത്തെ എന്തുകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം മനസ്സിലാക്കുന്നതിനായി $t = t_0$ എന്ന സമയം പരിഗണിക്കുക. $t = t_0$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ സമവാക്യം (15.2) ലെ സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ ആർഗ്യുമെന്റ് (ആവർത്തന പദം) kx ഒരു സ്ഥിരാങ്കം എന്നാകും. അതായത് ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിലെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതി എടുത്താൽ x ന്റെ ഒരു സൈൻ ഫലനമായിരിക്കും. ഇതുപോലെ $x = x_0$ എന്ന ഏതെങ്കിലും സ്ഥിരബിന്ദുവിലെ തരംഗ സ്വഭാവം പരിഗണിക്കുമ്പോൾ സമവാക്യം (15.2) ന്റെ ആവർത്തനപദം (Argument) ωt ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയാണെന്നു കാണാം. അതായത് x എന്ന ബിന്ദുവിലെ കണികയ്ക്കുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരം സമയത്തിന്റെ ഫലനമാണ്. മാധ്യമത്തിന്റെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള കണികകൾ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്നു എന്നു പറയാൻ കഴിയും. മാത്രവുമല്ല $kx - \omega t \; \phi$ സ്ഥിരമാക്കി നിർത്താൻ വേണ്ടി t വർധിക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് 'x' പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിന്റെ ദിശയിൽ വർധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കും. മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ

$$y(x,t) = a\sin(kx + \omega t + \phi) \qquad (15.4)$$

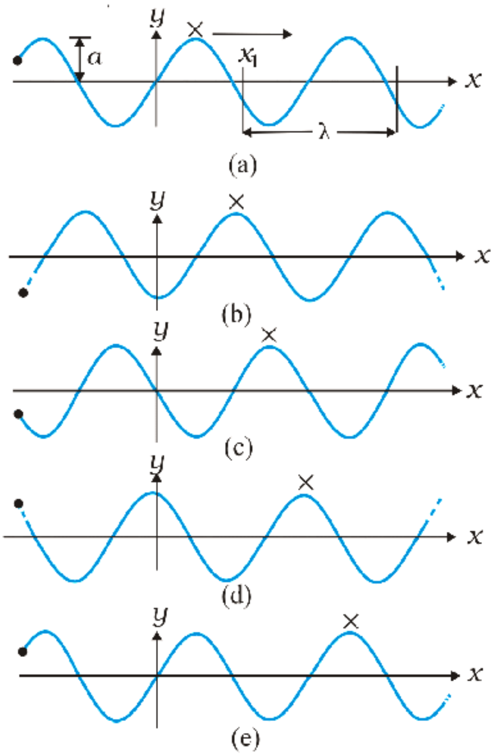
നെഗറ്റീവ് x ദിശയിൽ സഞ്ചരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. സമവാക്യം (15.2) ലെ നാല് ഘടകങ്ങൾ a, ϕ, k, ω പൂർണ്ണമായും ഒരു ഹാർമോണിക തരംഗത്തിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.5 ൽ പേരുകൾ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഈ ഘടകങ്ങളുടെ നിർവചനം പിന്നീട് കാണാം.

$y(x,t)$	:	സ്ഥാനാന്തരത്തെ സ്ഥാനം x ന്റെയും സമയം t യുടെയും ഫലനമായി എടുത്തിരിക്കുന്നു.
a	:	തരംഗത്തിന്റെ ആയതി
ω	:	തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി
k	:	കോണീയ തരംഗ ആക്കം
$kx-\omega t+\phi$	:	പ്രാരംഭ ഫേസ് കോൺ

ചിത്രം 15.5 ഒരു മുന്നേറ്റ തരംഗ സമവാക്യം 15.2ലുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ പേരുകൾ.

സമവാക്യം (15.2) ന്റെ കൃത്യമായ ഇടവേളകളിലെ വിലകളെ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതാണ് ചിത്രം (15.6). ഒരു തരംഗത്തിൽ ഒരു കണികയുടെ അല്ലെങ്കിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിലുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമാണ് തരംഗശൃംഗം (crest) എന്നറിയപ്പെടുന്നത്. നെഗറ്റീവ് ദിശയിലുള്ള ഇതിന്റെ പരമാവധി വിലയെ തരംഗ ഗർത്തം (trough) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്. ഒരു തരംഗം എങ്ങ

നെയാണ് സഞ്ചരിക്കുന്നത് എന്ന് മനസിലാക്കുവാനായി നമ്മുടെ ശ്രദ്ധ ഒരു ശൃംഗ (crest) ത്തിൽ മാത്രം കേന്ദ്രീകരിച്ചു കൊണ്ട് അത് സമയബന്ധിതമായി എങ്ങനെ മുന്നോട്ടു നീങ്ങുന്നുവെന്ന് മനസ്സിലാക്കിയാൽ മതി. ചിത്രം (15.6)ൽ ഇത്തരം ഒരു ശൃംഗത്തെ (X) ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 15.6 പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിന്റെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സമവാക്യം 15.2 ലെ തരംഗത്തിന്റെ t സമയത്തിലെ അഞ്ച് വ്യത്യസ്ത വിലകളിലുള്ള ഗ്രാഫുകൾ.

ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥാനത്തെ തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മാധ്യമത്തിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേകം ഭാഗം അല്ലെങ്കിൽ കണിക എങ്ങനെ ചലിക്കുന്നുവെന്ന് (ഉദാഹരണത്തിന് x അക്ഷത്തിലെ മൂലബിന്ദുവിലെ കണിക) ഇതേരീതിയിൽ കണ്ടെത്തുവാൻ കഴിയും ഇത്തരം ഒരു കണികയെ ഇവിടെ (•) ഡോട്ട് (പുള്ളി) ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.6 ലെ ഗ്രാഫീക ചിത്രീകരണം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഈ ഡോട്ട് (•) ചിഹ്നം സമയാവർത്തിതമായി ചലിക്കുന്നു. അതായത് തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മൂലബിന്ദുവിലെ (•) ചിഹ്നം മൂലബിന്ദുവിനെ മൂല ആധാരമാക്കി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം ചലനം എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും (കണികകളിലും) ഉണ്ടാകുന്നതായി നമുക്ക് കാണുവാൻ കഴിയും. (•) ചിഹ്നം ഒരു ദോലനം പൂർത്തിയാക്കുമ്പോഴേക്കും തരംഗ ശൃഗം കുറേ ദൂരം മുമ്പോട്ടു പോയതായും നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും.

15.3.1 ആയതിയും ഫേസും (Amplitude and phase)

സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ പരമാവധി വില 1 നും −1 നും ഇടയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതിനാൽ സമവാക്യം (15.2) ലെ സ്ഥാനാന്തരം a യ്ക്കും -a യ് ക്കുമിടയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കും. ഇവിടെ a എന്നത് ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കമാണ്. മാത്രമല്ല ഇവിടെ a പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത് ഒരു കണികയുടെ പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമാണ് (displacement).

ഇവിടെ y പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആകാം. എന്നാൽ സന്തുലിതസ്ഥാനത്തു നിന്നുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ മൂല്യം a എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവ് ആയിരിക്കും. ഇതിനെ ആയതി (amplitude) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

സമവാക്യം 15.2 ലെ $\sin(kx - \omega t + \phi)$ യുടെ ദോലന പദം (argument) $(kx - \omega t + \phi)$ ആണ് തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ്. ആയതി $'a'$ തന്നിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ തരംഗത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സ്ഥാനത്തിലെയും സമയത്തിലെയും സ്ഥാനാന്തരം നിർണയിക്കുന്നത് ഫേസ് ആണ്. $x=0$, $t=0$ എന്ന സാഹചര്യത്തിലുള്ള ഫേസ് ആണ് ϕ എന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ? അതിനാൽ 'ϕ' പ്രാരംഭ ഫേസ് (initial phase) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. x അക്ഷത്തിലെ മൂലബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനത്തിന്റെയും t യുടെയും അനുയോജ്യമായ ക്രമീകരണം വഴി $\phi = 0$ എന്നാക്കാൻ നമുക്ക് കഴിയും.

അതിനാൽ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും ϕ മാറ്റിയാലും സമവാക്യം (15.2)ന്റെ സ്വഭാവത്തിൽ മാറ്റം ഉണ്ടാവുകയില്ല.

15.3.2 തരംഗദൈർഘ്യവും കോണീയ തരംഗ ആക്കവും (Wave length and Wave number)

ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ഒരേ ഫേസിലുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലുള്ള അകലമാണ് (തരംഗ ചലനദിശയ്ക്കു സമാന്തരമായി) അതിന്റെ തരംഗ ദൈർഘ്യം (wave length) λ. ലളിതമാക്കാൻ വേണ്ടി ഒരേ ഫേസിന്റെ ബിന്ദുക്കളെ ശൃംഗങ്ങൾ (crests) അല്ലെങ്കിൽ ഗർത്തങ്ങൾ (troughs) എന്നെടുക്കാം. അതായത് തരംഗ ദൈർഘ്യം എന്നത് ഒരു തരംഗത്തിലെ രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ശൃംഗങ്ങളുടെ അല്ലെങ്കിൽ ഗർത്തങ്ങളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം ആണ്. ഒരു സാധാരണ തരംഗദൈർഘ്യം ചിത്രം 15.6ൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. $t=0$, $\phi=0$ എന്ന അവസ്ഥയിൽ സമവാക്യം (15.2)

$$y(x,0) = a\sin kx \qquad (15.5)$$

സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ വില കോൺ അളവിന്റെ ഓരോ 2π വ്യതിയാനത്തിനും ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്നതുകൊണ്ട്

$$\sin kx = \sin(kx + 2n\pi) = \sin k\left(x + \frac{2n\pi}{k}\right)$$

അതായത് x സ്ഥാനത്തെയും $x + \frac{2n\pi}{k}$ സ്ഥാനത്തെയും സ്ഥാനാന്തരം തുല്യമാണ്. ഇവിടെ n=1,2,3.... ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിൽ ഒരേ സ്ഥാനാന്തരം കൈവരിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണക്കാക്കാൻ n=1 എന്ന് എടുത്താൽ മതി. അതിനാൽ λ എന്നത് $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും.

അതായത് $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (15.6)

ഇവിടെ k എന്നത് ഈ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ തരംഗ സംഖ്യയാണ്. ഇതിന്റെ SI ഏകകം (Unit) $rad\ m^{-1}$ * ആണ്.

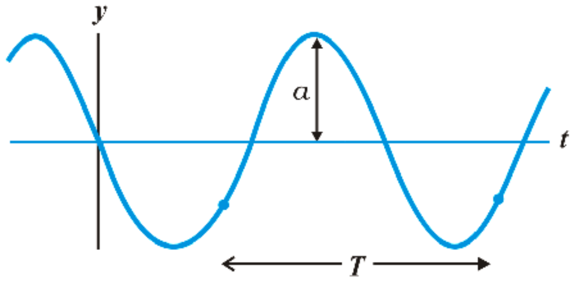
15.3.3 ആവർത്തനകാലം, കോണീയ ആവൃത്തി, ആവൃത്തി (Period, angular frequency and frequency)

ചിത്രം 15.7 ഒരു സൈൻ ഫലനഗ്രാഫാണ്. ഇത് നൽകുന്നത് ഏതെങ്കിലും ഒരു സമയത്തെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിക്കുപകരം ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥലത്തെ കണികാ ചലനത്തിന്റെ സമയാനുസൃത സൈൻ ഫലനമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് φ=0 ആയിരിക്കുമ്പോൾ $x=0$ എന്ന ബിന്ദുവിലെ ഒരു കണത്തിന്റെ ചലനം എടുക്കുക. സമവാക്യം (15.2) ൽ $\phi = 0$ ആയി എടുത്താൽ

$$y(0,t) = a\sin(-\omega t)$$

$$= -a\sin\omega t$$

ചിത്രം 15.7 ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ ഗ്രാഫാണ്. അത് തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതി കാണിക്കുന്നില്ല



ചിത്രം 15.7 കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് $x=0$ എന്ന സ്ഥാനത്ത് ഒരു സൈൻ തരംഗം കടന്നു പോകുമ്പോൾ ചരടിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം സമയത്തിന്റെ ഫലനം ആയുള്ള ഗ്രാഫാണ്. ആയതി a എന്നും ആവർത്തനകാലം T എന്നും സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഒരു പൂർണ്ണ ദോലനത്തിലൂടെ കടന്നു പോകാൻ മാധ്യമത്തിന്റെ ഏതൊരു ഘടകവും/കണികയും എടുക്കുന്ന സമയത്തിനെ ആ ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം (time period) എന്നു നിർവ്വചിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.7 ഒരു ആവർത്തനകാലവും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. സമവാക്യം 15.2 ഈ ആവർത്തനകാലത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും പ്രയോഗിച്ചാൽ,

$$-a\sin\omega t = -a\sin\omega(t + \mathrm{T})$$

$$= -a\sin(\omega t + \omega\mathrm{T})$$

എന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കും. സൈൻ ഫലനം ഓരോ 2π ഫേസ് വ്യതിയാനത്തിനും ആവർത്തിക്കുന്നതിനാൽ

$\omega T = 2\pi$. അല്ലെങ്കിൽ $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$ (15.7)

ആകണം

ω യെ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ (rad/s) ആണ്.

ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തി νഎന്നത് 1/T ആയി നിർവ്വചിക്കാം. 1/T കോണീയ ആവൃത്തി ω യുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്,

$$\nu = \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad (15.8)$$

എന്നാണ്.

ആവൃത്തി ഒരു സെക്കന്റിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ദോലനങ്ങ

* ഇവിടെയും 'radian' എന്നതൊഴിവാക്കി ഏകകം m^{-1} എന്നു മാത്രം എഴുതാവുന്നതാണ്. ഇത് ഒരു മീറ്ററിൽ ഉൾക്കൊള്ളിക്കാവുന്ന തരംഗ ദൈർഘ്യങ്ങളെ 2π കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ k ലഭിക്കും.

ളുടെ എണ്ണമായതിനാൽ ഇത് സാധാരണയായി ഹെർട്സി (hertz) ലാണ് അളക്കുന്നത്.

ഈ ചർച്ചയിൽ, എപ്പോഴും സൂചനനൽകിയിരുന്നത് ഒരു ചരടിലൂടെ ചലിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തെയോ അല്ലെങ്കിൽ അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തേയോ ആണ്. ഒരു അനുദൈർഘ്യതരംഗത്തിൽ, മാധ്യമത്തിലെ ഒരു കണികയുടെ സ്ഥാനാന്തരം തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരദിശയ്ക്കു സമാന്തരമാണ്. സമവാക്യം (15.2) ൽ ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തര ചലനം

$$s(x,\ t) = a \sin (kx \quad \omega t \ \ \phi) \qquad (15.9)$$

ഇവിടെ s(x,t) എന്നത് സ്ഥാനം xലും സമയം t യിലും മാധ്യമത്തിന്റെ ഒരു കണിക്കു തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാര ദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായി സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ഉള്ള സ്ഥാനാന്തരമാണ്. സമവാക്യം (15.9) ൽ a എന്നത് സ്ഥാനാന്തര ആയതിയാണ്. മറ്റുള്ള അളവുകൾക്ക് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിനുള്ള അതേ അർത്ഥമായിരിക്കും.

▶ **ഉദാഹരണം 15.2** ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തിനെ താഴെ വിവരിച്ചിരിക്കുന്നു.
$y(x,\ t) = 0.005 \sin (80.0\, x - 3.0\, t).$
(a) ആയതി (b) തരംഗദൈർഘ്യം (c) തരംഗത്തിന്റെ പിരീഡും സമയവും
കൂടാതെ തരംഗം t=20sൽ x=30 cm എത്തുമ്പോൾ അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം y ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം

സമവാക്യം (15.2) നെയും തന്നിട്ടുള്ള സമവാക്യത്തെയും താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ
$y\,(x,\,t) = a \sin\,(kx - \omega t)$

(a) തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 0.005 m=5mm

(b) കോണീയ തരംഗ സംഖ്യ k യും കോണീയ ആവൃത്തി ω യും

$k = 80.0\ m^{-1}$ and $\omega = 3.0\ s^{-1}$ ആണ്. തരംഗദൈർഘ്യം λയും kയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$$\lambda = 2\pi / k$$

$$= \frac{2\pi}{80.0 m^{-1}} = 7.85 cm$$

T യും ω യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$$T = 2\pi / \omega$$

$$= \frac{2\pi}{3.0 s^{-1}} = 2.09 s$$

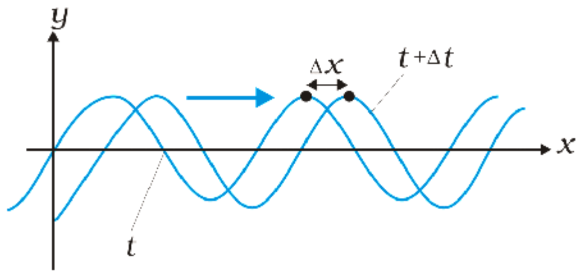
ചരടിന്റെ സ്ഥാനം x =30cm ഉം സമയം t =20s ആകുമ്പോഴുള്ള സ്ഥാനാന്തരം y എന്നത്

$$y = (0.005m)\sin(80.0 \times 0.3 - 3.0 \times 20)$$
$$= (0.005m)\sin(-36 + 12\pi)$$
$$= (0.005m)\sin(1.699)$$
$$= (0.005m)\sin(97^0) = 5mm$$

15.4 ഒരു പ്രയാണ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം (speed of a travelling wave)

ഒരു പ്രയാണ തരംഗ (travelling wave) ത്തിന്റെ വേഗം (Speed) കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനായി നമുക്ക് തരംഗത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ബിന്ദുവിനെ (അനുയോജ്യമായ ഒരു ഫേസ് മൂല്യമുള്ള) പരിഗണിച്ച്, ആ ബിന്ദു സമയത്തിനനുസരിച്ച് എങ്ങനെ ചലിക്കുന്നുവെന്ന് നിരീക്ഷിക്കാം. ഇതിനായി തരംഗ ശൃംഗത്തിന്റെ (crest) ചലനം നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം. Δt സമയ ഇടവേളയിലുള്ള രണ്ട് ക്ഷണങ്ങളിൽ ഒരു തരംഗത്തിന്റെ വിന്യാസം എപ്രകാരമെന്ന് ചിത്രം 15.8 സൂചിപ്പിക്കുന്നു. മുഴുവൻ തരംഗവിന്യാസവും Δx ദൂരത്തിലൂടെ വലത്തേക്ക് സ്ഥാനം (x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ) മാറുന്നതായി കാണാം. ഡോട്ട് ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ശൃംഗം Δt സമയം കൊണ്ട് Δx ദൂരം സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട്

തരംഗത്തിന്റെ വേഗം $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ആണ്. നമുക്ക് തരംഗത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഫേസ് ഉള്ള ഏതൊരു ബിന്ദുവിനെയും ഒരു ഡോട്ട് (·) കൊണ്ട് രേഖപ്പെടുത്താം. ഈ ബിന്ദുവും v വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നുണ്ടാകും.



ചിത്രം 15.8 1 സമയം t മുതൽ t Δt സമയം വരെ (Δt സമയ ഇടവേളയിൽ) ഒരു ഹാർമോണിക് തരംഗത്തിന്റെ സംചരണം. തരംഗ വിന്യാസം മുഴുവനായി വലത്തേക്ക് സ്ഥാനം മാറുന്നു. തരംഗത്തിന്റെ ശൃംഗം Δt സമയം കൊണ്ട് Δx വലത്തേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്നു)

(അല്ലെങ്കിൽ തരംഗവിന്യാസം മാറ്റമില്ലാതെ നില നിൽക്കില്ല) തരംഗത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഫേസിലുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ ചലനം താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം എഴുതാം.

$$kx - \omega t = \text{constant} \quad (15.10)$$

അപ്പോൾ ഫേസ് സ്ഥിരമായി നിലനിർത്തുന്നതിനായി t മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ബിന്ദുവിന്റെ ഫേസ് സ്ഥിരമായി പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ഥാനമായ x ഉം മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കണം. അതായത്,

$$kx - \omega t = k(x+\Delta x) - \omega(t+\Delta t)$$

അല്ലെങ്കിൽ $k\,\Delta x - \omega\,\Delta t = 0$. Δx, Δt ഇവയുടെ മൂല്യം വളരെയധികം ചെറുതാകുമ്പോൾ ഈ സമവാക്യം

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v \quad (15.11)$$

ωയെ T യുമായും k യെ λയുമായും ബന്ധപ്പെടുത്തുമ്പോൾ

$$v = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \lambda\nu = \frac{\lambda}{T} \quad (15.12)$$

മാധ്യമത്തിലെ ഒരു കണിക ഒരു പൂർണ്ണദോലനം ചെയ്യാനെടുക്കുന്ന സമയം കൊണ്ട് തരംഗവിന്യാസം സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം തരംഗദൈർഘ്യത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് എല്ലാ മുന്നേറ്റ (progressive) തരംഗങ്ങൾക്കും ബാധകമായ സമവാക്യം 15.12, വ്യക്തമാക്കുന്നു. ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗത നിർണ്ണയിക്കുന്നത് മാധ്യമത്തിന്റെ ജഡത്വവും (inertial) (ചരടിന്റെ രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രതയും, സാധാരണ സാഹചര്യങ്ങളിൽ മാസ് സാന്ദ്രത) ഇലാസ്തിക സ്വഭാവങ്ങളുമാണ്. (പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ യംഗ്സ് മോഡുലസ്, അനുരൂപണ ഗുണാങ്കം (shear modulus) ബൾക്ക് മോഡുലസ്) തുടങ്ങിയവ. മാധ്യമം വേഗം കണക്കാക്കിയാൽ: പിന്നെ സമവാക്യം (15.12) തന്നിരിക്കുന്ന വേഗതയിൽ തരംഗദൈർഘ്യത്തെയും ആവൃത്തിയെയും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നു. എന്നാൽ ഇത് മാധ്യമത്തിന്റെ മുൻപ് പ്രസ്താവിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു മാധ്യമത്തിന് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളെയും അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളെയും കടത്തിവിടാൻ കഴിയും. ഒരേ മാധ്യമത്തിൽ തന്നെ ഈ രണ്ടുതരം തരംഗങ്ങളുടേയും വേഗത വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗത കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള സമവാക്യം ഈ അധ്യായത്തിന്റെ തുടർന്നു വരുന്ന ഭാഗങ്ങളിൽ നമുക്കു രൂപീകരിക്കാം.

15.4.1 വലിച്ചു നീട്ടിയ കമ്പിയിലൂടെയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിന്റെ വേഗത (Transverse wave in a stretched string)

ഒരു മാധ്യമത്തിൽ വിക്ഷോഭം സൃഷ്ടിക്കുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലവും മാധ്യമത്തിന്റെ ജഡത്വ സ്വഭാവ സവിശേഷതകളും (മാസ് സാന്ദ്രത) ആണ് അതിലൂടെയുള്ള ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗം നിർണ്ണയിക്കുന്നത്. തരംഗവേഗം ആദ്യത്തേതിന് നേർ അനുപാതത്തിലും രണ്ടാമത്തേതിനു വിപരീതാനുപാതത്തിലുമാണെന്നാണ് കാണപ്പെടുന്നത്. ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന് ചരടിലെ വലിവുബലം ആവശ്യമായ പുനഃസ്ഥാപനബലം നൽകുന്നു. ഇവിടെ ജഡത്വ സവിശേഷതകൾ എന്നത് ചരടിന്റെ രേഖീയ മാസ് k ന്ദ്μ X (μ) ആണ്. ചരടിന്റെ മാസ് m നെ നീളം L കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രത ലഭിക്കും. ന്യൂട്ടന്റെ ചലന നിയമങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ നമുക്ക് ചരടിലൂടെയുള്ള തരംഗവേഗതയുടെ ശരിയായ സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിലും ഇത് നമ്മുടെ ഈ പുസ്തകത്തിൽ വിവരിച്ചിട്ടില്ല. അതിനാൽ നമുക്ക് വിമീയ (ഡൈമെൻഷണൽ) വിശകലന രീതിയിൽ (dimensional analysis) ഈ സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്താം. എന്നാൽ ഡൈമെൻഷണൽ രീതി മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ശരിയായ സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുകയില്ല എന്നു നമുക്കറിയാം. വിമീയ വിശകലന രീതിയിൽ കടന്നുവരുന്ന സ്ഥിരാങ്കത്തെ നിർണ്ണയിക്കാതെയാണ് ഈ രീതി വേഗം കണ്ടെത്തുന്നത്.

μ വിന്റെ ഡയമെൻഷൻ $[ML^{-1}]$, Tയുടെ ഡയമെൻഷൻ $[T]$, ബലത്തിന്റെ ഡയമൻഷൻ $[MLT^{-2}]$ എന്നിങ്ങനെയാണന്ന് നമുക്കറിയാം. ഇവയെ അനുയോജ്യമായി പരസ്പരം സംയോജിപ്പിച്ച് വേഗതയുടെ ഡൈമെൻഷനായ v $[LT^{-1}]$ കിട്ടണം. ഡൈമെൻഷണൽ വാക്യങ്ങളുടെ ആദ്യത്തെ വിശകലനത്തിൽ തന്നെ $[LT^{-1}]$ കിട്ടാൻ T/μ എടുത്താൽ മതിയെന്നു നമുക്ക് കണ്ടെത്തുവാൻ കഴിയും. അതായത്.

$\frac{[MLT^{-2}]}{[ML^{-1}]} = [L^2T^{-2}]$ ആണെന്നു കാണാം.

അപ്പോൾ T,μ ഇവ മാത്രമാണ് നാം കണക്കിലെടുക്കേണ്ട ഭൗതീക അളവുകൾ എങ്കിൽ

$$v = C\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad (15.13)$$

ഇവിടെ C എന്നത് വിമീയ വിശകലന രീതിയിലൂടെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കാത്ത സ്ഥിരാങ്കമാണ്. യഥാർത്ഥ സൂത്രവാക്യത്തിൽ

C=1 ആണെന്ന് കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. അങ്ങനെയെങ്കിൽ വലിച്ചു നീട്ടിയ ഒരു ചരടിലൂടെയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം

$$= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad (15.14)$$

ആണ്.

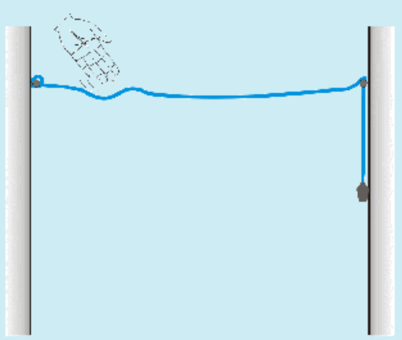
തരംഗത്തിന്റെ വേഗം മാധ്യമത്തിന്റെ സ്വഭാവസവിശേഷതകളായ T, μ (T എന്നത് വലിച്ചു നീട്ടിയ ചരടിൽ ഒരു ബാഹ്യബലം മൂലമുണ്ടാകുന്ന സവിശേഷതയാണ്) ഇവയെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നുവെന്നത് പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കുക. തരംഗവേഗം തരംഗത്തിന്റെ തരംഗദൈർഘ്യത്തിനെയോ ആവൃത്തിയെയോ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല വേഗത ആവൃത്തിയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്ന തരം തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കും. സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന തരംഗത്തിന്റെ λ , ν എന്നീ രണ്ടു സ്വഭാവ സവിശേഷതകളിൽ ആവൃത്തിയെ നിർണ്ണയിക്കുന്നത് വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ സ്രോതസ്സാണ്. ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗതയും ആവൃത്തിയും അറിയാമെങ്കിൽ സമവാക്യം (15.12) ഉപയോഗിച്ച് തരംഗദൈർഘ്യം

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \qquad (15.15)$$

എന്നു കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും.

ഒരു കയറിലൂടെയുള്ള ഒരു പൾസിന്റെ സഞ്ചാരം (Propagation of a pulse on a rope)

ഒരു കയറിലൂടെയുള്ള ഒരു പൾസിന്റെ സഞ്ചാരം നിങ്ങൾക്ക് വളരെ എളുപ്പത്തിൽ നിരീക്ഷിക്കുവാൻ സാധിക്കുന്നതാണ്. അതുപോലെ ഈ പൾസിന് ദൃഢമായ അതിരുകളിൽ തട്ടിയുണ്ടാകുന്ന പ്രതിപതനം കാണാൻ സാധിക്കുകയും അതിന്റെ സഞ്ചാര വേഗം അളക്കാൻ കഴിയുകയും ചെയ്യും. ഇതിനായി 1cm മുതൽ 3cm വരെ വ്യാസമുള്ള ഒരു കയർ, രണ്ട് ഹുക്കുകൾ, കുറച്ച് ഭാരക്കട്ടകൾ തുടങ്ങിയവ ആവശ്യമാണ്. ഈ പരീക്ഷണം നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ് മുറിയിലോ പരീക്ഷണശാലയിലോ വച്ച് നടത്താവുന്നതാണ്.



കയറിനെ എതിരെയുള്ള രണ്ടു ഭിത്തികളിൽ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഹുക്കുകളിൽ കെട്ടുക. ഒരു അറ്റത്തുള്ള ഹുക്കിലൂടെ നീണ്ടു കിടക്കുന്ന കയറിന്റെ അറ്റത്തായി കുറച്ച് ഭാരം (ഏകദേശം 1kg മുതൽ 5kg വരെ) തൂക്കിയിടുക. ഭിത്തികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 3m മുതൽ 5m വരെയാകാം.

ഒരു കമ്പോ ദണ്ഡോ ഉപയോഗിച്ച് കയറിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരറ്റത്ത് ശക്തിയായി അടിക്കുക. ഇത് കയറിൽ ഒരു പൾസ് സൃഷ്ടിക്കുകയും അത് കയറിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുകയും ചെയ്യും. ഈ പൾസ് കയറിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തെത്തി പ്രതിപതിക്കുന്നതു കാണാം. പതനപൾസും പ്രതിപതനപൾസും തമ്മിലുള്ള ഫേസ് ബന്ധം (phase relation) നിങ്ങൾക്ക് പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്. പൾസ് പൂർണ്ണമായും നിലയ്ക്കുന്നതിനു മുൻപ് നിങ്ങൾക്ക് ഇത്തരം രണ്ടോ മൂന്നോ പ്രതിപതനങ്ങൾ കാണാൻ സാധിക്കും. ഒരു സ്റ്റോപ്പ് വാച്ചിന്റെ സഹായത്തോടെ, ഈ പൾസ് സഞ്ചരിക്കാനെടുക്കുന്ന സമയം അളക്കാൻ കഴിയും. ഇപ്രകാരം പൾസിന്റെ വേഗം കണ്ടെത്താം. സമവാക്യം (15.14) ൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന ഫലത്തെ ഇതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

ഒരു സംഗീതോപകരണത്തിലെ നേർത്ത ലോഹക്കമ്പിയിലും ഇതാണ് സംഭവിക്കുന്നത്. കമ്പിയുടെ യൂണിറ്റ് നീളത്തിലുള്ള മാസ് വളരെ കുറവായതിനാൽ വേഗത വളരെ കൂടുതലായിരിക്കുമെന്നതാണ് കട്ടികൂടിയ കയറിലൂടെയുള്ള പൾസുമായുള്ള സുപ്രധാന വ്യത്യാസം. കയറിലൂടെ പൾസിനുള്ള താഴ്ന്ന പ്രവേഗം മൂലം മനോഹരമായി തരംഗശകല ചലനം കാണാനും അളവെടുക്കാനും നമുക്കു കഴിയുന്നു.

▶ *ഉദാഹരണം 15.3 0.72 നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിക്ക് 5×10^{-3} kg മാസ്സുണ്ട്. കമ്പിയിൽ 60N വലിവു ബലം അനുഭവപ്പെടുന്നുണ്ടെങ്കിൽ കമ്പിയിൽ കൂടിയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിന്റെ വേഗത എത്ര?*

ഉത്തരം യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ ഉള്ള കമ്പിയുടെ മാസ്

$$\mu = \frac{5.0 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0.72 \text{ m}}$$
$$= 6.9 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}$$

വലിവുബലം $T = 60$ N

കമ്പിയിൽ കൂടിയുള്ള തരംഗത്തിന്റെ വേഗത

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{60 \text{ N}}{6.9 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}}} = 93 \text{ m s}^{-1}$$ ◀

15.4.2 ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം (ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം) Speed of a Longitudinal Wave (Speed of Sound)

ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഘടകങ്ങൾ തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാര ദിശയിലൂടെ മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടും ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ചെറിയ വ്യാപ്തങ്ങളിലുള്ള വായു ഘടകങ്ങളിലൂടെയുള്ള ഉച്ചമർദങ്ങളും (compressions) നീചമർദങ്ങളും (rarefactions) ആയാണ് ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുന്നതെന്ന് നാം മുൻപ് കണ്ടിരുന്നു. മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമായ ബൾക്ക്മോഡുലസ് (bulk modulus) ആണ് സമ്മർദ്ദിത വിരൂപണം (compression strain) മൂലമുള്ള പ്രതിബലത്തെ (stress) നിർണയിക്കുന്നത് (അദ്ധ്യായം 9) ഇത് താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം നിർവചിക്കാം.

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} \qquad (15.16)$$

ഇവിടെ ΔPഎന്ന മർദവ്യതിയാനം $\frac{\Delta V}{V}$ എന്ന വ്യാപ്തബന്ധിത വിരൂപണം (volumetric strain) സൃഷ്ടിക്കുന്നു. Bയുടെ വിമി (Dimension) മർദത്തിന്റേതിനു തുല്യമാണ്. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരത്തെ സഹായിക്കുന്ന ജഡത്വ സവിശേഷതയായ മാസ് സാന്ദ്രത 'ρ' യുടെ ഡയമെൻഷൻ ML^{-3}ആണ്. B/ρ യുടെ ഡൈമെൻഷൻ വളരെ എളുപ്പത്തിൽ തന്നെ താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരമാണെന്ന് കാണാൻ കഴിയും.

$$\frac{[M L^{-1} T^{-2}]}{[M L^{-3}]} = [L^2 \ T^{-2}] \qquad (15.17)$$

B, ρ ഇവ മാത്രമാണ് പ്രസക്തമായ ഭൗതിക അളവുകൾ എന്നു കണക്കാക്കിയാൽ

$$v = C\sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.18)$$

C എന്നത് വിമീയവിശകലനം മൂലം കണ്ടെത്താൻ കഴിയാത്ത സറിരാങ്കമാണ്. ശരിയായ രീതിയിലുള്ള അനുമാനത്തിലൂടെ സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കുമ്പോൾ C=1 ആണെന്ന് കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. തന്മൂലം ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന അനുദൈർഘ്യ തരംഗ (longitudinal wave) ങ്ങളുടെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.19)$$

ആണ്.

കട്ടിയുള്ള ദണ്ഡിനെ പോലുള്ള രേഖീയമായ ഒരു മാധ്യമത്തിന് വശങ്ങളിലേക്കുള്ള തരംഗത്തിന്റെ പാർശ്വവികാസം (lateral expansion) വളരെ കുറവായതുമൂലം അനുദൈർഘ്യവിരൂപണം (longitudinal strain) മാത്രം കണക്കിലെടുത്താൽ മതിയാകും. ഇവിടെ പ്രസക്തമായ ഇലാസ്തികതാ മോഡുലസ് (modulus of elasticity) യങ്സ് മോഡുലസ് മാത്രമാണ് ഇതിന് ബൾക്ക് മോഡുലസിന്റെ അതേ ഡയമെൻഷനാണുള്ളത്. സമവാക്യം (15.18) ന് സമാനമായ വിശകലനം ഇവിടെയും നടത്താവുന്നതാണ്. അതുവഴി (15.18) പോലെ ഒരു ബന്ധം ലഭിക്കും. കണക്കാക്കാൻ കഴിയാത്ത സ്ഥിരാങ്കമായ C യുടെ വില യഥാർത്ഥ അനുമാനത്തിലൂടെയുള്ള സൂത്രവാക്യ രൂപീകരണത്തിൽ ഒന്ന് ആണെന്നും കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇപ്രകാരം കട്ടിയേറിയ ഒരു ദണ്ഡിലൂടെയുള്ള അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളുടെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad (15.20)$$

ആണെന്നു കാണാം. ഇവിടെ Y എന്നത് ദണ്ഡിനെ നിർമ്മിക്കാനുപയോഗിച്ച വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ് ആണ്. പട്ടിക 15.1 ൽ വിവിധ മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 15.1 ചില മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത

മാധ്യമം	വേഗം (ms^{-1})
വാതകം	
വായു (0°C)	331
വായു (20°C)	343
ഹീലിയം	965
ഹൈഡ്രജൻ	1284
ദ്രാവകം	
ജലം (0°C)	1402
ജലം (20°C)	1482
കടൽ ജലം	1522
ഖരം	
അലുമിനിയം	6420
കോപ്പർ	3560
സ്റ്റീൽ	5941
ഗ്രാനൈറ്റ്	6000
വൽക്കനൈസ്ഡ് റബർ	54

ദ്രാവകങ്ങളിലും ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിലും ശബ്ദവേഗം പൊതുവേ വാതകങ്ങളിലേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. (ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിൽ നാം വേഗം എന്നതുകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളുടെ വേഗമാണെന്ന് ഓർക്കുക). ഇതിനു കാരണം ദ്രാവകങ്ങളെയും ഖരപദാർത്ഥങ്ങളെയും സമ്മർദനം ചെയ്യുന്നത് വാതകങ്ങളെ സമ്മർദനം ചെയ്യുന്നതിനേക്കാൾ പ്രയാസമായതുമൂലം അവയ്ക്കുള്ള ഉയർന്ന ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആണ്. ദ്രാവകങ്ങളുടെയും ഖരങ്ങളുടെയും സാന്ദ്രത കൂടുതലാണെങ്കിൽ പോലും, വളരെ ഉയർന്ന ബൾക് മോഡുലസ് കാരണം അവയിലൂടെ ഉള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം കൂടുതലാണ്. സമവാക്യം (15.19) കാണുക.

ഒരു ആദർശ (ideal) വാതകവുമായി സദൃശപ്പെടുത്തി നമുക്ക് വാതകങ്ങളിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗം കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും. ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ മർദം P, ഉള്ളളവ് V, താപനില T എന്നിവയെ താഴെ പറയുന്ന സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച് പരസ്പരം ബന്ധപ്പെടുത്താം (അദ്ധ്യായം 11 കാണുക)

$$PV = Nk_BT \tag{15.21}$$

ഇവിടെ N എന്നത് V ഉള്ളളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണവും, k_B എന്നത് ബോൾട്സ്മാൻ സ്ഥിരാങ്കവും T എന്നത് കെൽവിനിലുള്ള താപനിലയുമാണ്. തന്മൂലം ഒരു സമതാപീയ (isothermal) മാറ്റത്തിന് സമവാക്യം (15.21) ൽ നിന്നും

$$V\Delta P + P\Delta V = 0$$

$$-\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = P$$ കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്

ഇതിനെ സമവാക്യം (15.16) ൽ പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ B=P എന്നു കാണാം. തന്മൂലം സമവാക്യം (15.19) ൽ നിന്നും ഒരു ആദർശ വാതകത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \tag{15.22}$$

ഈ സൂത്രവാക്യം ആദ്യമായി കണ്ടെത്തിയത് ന്യൂട്ടനാണ്. അതിനാൽ ഇതിനെ ന്യൂട്ടന്റെ സൂത്രവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

> *ഉദാഹരണം 15.4* പ്രമാണിക താപനിലയിലും മർദത്തിലും വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക. 1 മോൾ വായുവിന്റെ മാസ് 29×10^{-3} kg

ഉത്തരം

STP യിൽ ഒരു മോൾ വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് 22.4 ലിറ്റർ ആയിരിക്കും. തന്മൂലം STP യിൽ വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത.

$$\rho_0 = \frac{\text{ഒരു മോൾ വായുവിന്റെ മാസ്}}{\text{STP യിൽ 1 മോൾ വായുവിന്റെ ഉള്ളളവ്}}$$

$$= \frac{29.0 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{22.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}$$

$$= 1.29\ \text{kg m}^{-3}$$

ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം കണക്കാക്കാനുള്ള ന്യൂട്ടന്റെ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് STP യിൽ വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗത കണ്ടെത്താം.

$$v = \left[\frac{1.01 \times 10^5\ \text{N m}^{-2}}{1.29\ \text{kg m}^{-3}}\right]^{1/2} = 280\ \text{m s}^{-1} \tag{15.23}$$

സമവാക്യം (15.23) ൽ ലഭിച്ച ഉത്തരം പട്ടിക 15.1 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ ലഭിച്ച 331m/s എന്ന വിലയിൽ നിന്നും ഏകദേശം 15% കുറവാണ്. ഇവിടെ എവിടെയാണ് നമുക്ക് തെറ്റുപറ്റിയത്? ശബ്ദം ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന മർദ വ്യതിയാനങ്ങൾ സമതാപീയമാണെന്നുള്ള (isothermal) ന്യൂട്ടന്റെ അടിസ്ഥാന സങ്കല്പത്തെ നമുക്കു പരിശോധിക്കാം. ഇത് ശരിയല്ലെന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും. ഈ തെറ്റ് ചൂണ്ടി കാണിച്ചത് ലാപ്ലേസ് (Laplace) ആണ്. ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന മർദവ്യ

തിയാനങ്ങൾ വളരെ വേഗത്തിലായതുമൂലം സ്ഥിരമായ താപനില നിലനിർത്തുന്നതിനായുള്ള താപോർജ ത്തിന്റെ ഒഴുക്കിന് സമയം ലഭിക്കില്ലെന്ന് അദ്ദേഹം കണ്ടെത്തി. തന്മൂലം ഇത്തരം വ്യതിയാനങ്ങൾ സമതാപീയ വ്യതിയാനങ്ങളല്ല മറിച്ച് അഡയബറ്റിക് പ്രക്രിയയാണ് (adiabatic process) എന്ന് അദ്ദേഹം നിരീക്ഷിച്ചു. ഒരു അഡയബറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ ഒരു ആദർശ വാതകം താഴെ പറയുന്ന സൂത്രവാക്യം അനുസരിക്കുന്നു.

$$PV^{\gamma} = \text{സ്ഥിരാങ്കം.}$$

അതായത് $\Delta(PV^{\gamma}) = 0$

അല്ലെങ്കിൽ $P\gamma V^{\gamma-1}\Delta V + V^{\gamma}\Delta P = 0$

അപ്പോൾ ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ അഡയബറ്റിക് ബൾക്ക് മോഡുലസ്

$$B_{ad} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$
$$= \gamma P$$

ഇവിടെ γ എന്നത് C_p, C_v എന്നീ രണ്ട് വിശിഷ്ടതാപധാരിതകൾ (specific heat capacities) തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. അതിനാൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (15.24)$$

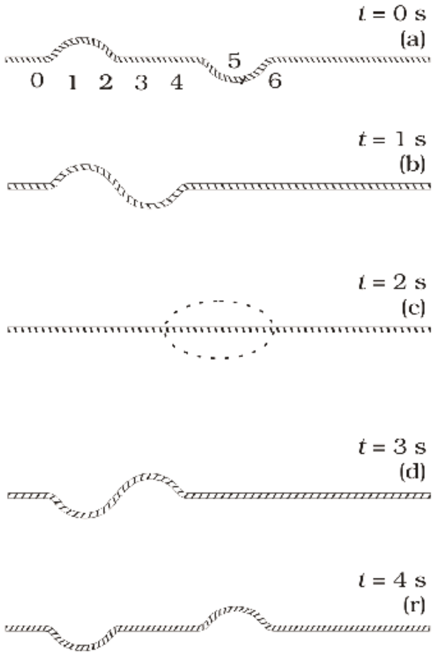
ന്യൂട്ടന്റെ സമവാക്യത്തിനു നൽകിയ ഈ രൂപാന്തരത്തെ ലാപ്ലേസിന്റെ തിരുത്തൽ (Laplace correction) എന്നു പറയുന്നു.

വായുവിന് $\gamma = 7/5$ ആണ്. അപ്പോൾ സമവാക്യം (15.24) ഉപയോഗിച്ച് STP യിൽ വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗത കണക്കാക്കിയാൽ 331.3 m s^{-1} എന്നു ലഭിക്കുന്നു. ഇത് പരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും ലഭിച്ച വിലയെ ശരിവയ്ക്കുന്നു.

15.5 തരംഗങ്ങളുടെ അതിവ്യാപന തത്വം (സൂപ്പർ പൊസിഷൻ തത്വം) (THE PRINCIPLE OF SUPER POSITION OF WAVES)

വിപരീത ദിശയിലേക്കു സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് തരംഗപൾസുകൾ (Wave pulse) പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കും? തരംഗങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിച്ചു കടന്നുകഴിഞ്ഞാലും അവ തങ്ങളുടെ സ്വഭാവ സവിശേഷതകൾ അതേപടി നിലനിർത്തുന്നതായി കാണാം. എന്നാൽ അവ പരസ്പരം അതിവ്യാപനം (overlap) ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന തരംഗവിന്യാസം സംഗമിച്ച ഓരോ തരംഗപൾസുകളിൽനിന്നും വളരെ വ്യത്യസ്തമാണ്. തുല്യവും വിപരീതവുമായ ആകൃതിയുള്ള രണ്ട് പൾസുകൾ പരസ്പരം അടുത്തേക്കു സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന സാഹചര്യം ചിത്രം 15.9 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ പൾസുകൾ പരസ്പരം അതിവ്യാപനം ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന പരിണതസ്ഥാനാന്തരം (resultant displacement) ഓരോ പൾസു കാരണവുമുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ ആകെത്തുകയാണ്. ഇതിനെ തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണ തത്വം (Principle of superposition of waves) എന്നു പറയുന്നു.

ഈ തത്വമനുസരിച്ച് ഓരോ പൾസും സഞ്ചരിക്കുന്നത് മറ്റുള്ള പൾസുകളുടെ സാന്നിദ്ധ്യമില്ല എന്ന തരത്തിലാണ്. തന്മൂലം മാധ്യമത്തിന്റെ ഘടകങ്ങൾക്ക് രണ്ടു പൾസുകൾ മൂലവും സ്ഥാനന്തരമുണ്ടാകുന്നു. ഈ സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ പോസിറ്റീവോ, നെഗറ്റീവോ ആകാം. തന്മൂലം ഈ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളുടെ ആകെ തുകയായിരിക്കും പരിണത സ്ഥാനാന്തരം . ചിത്രം 15.9 ൽ വിവിധ സമയങ്ങളിലുള്ള തരംഗ ആകൃതിയുടെ ഗ്രാഫ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഗ്രാഫ് (c) യിലുള്ള സവിശേഷമാറ്റം ശ്രദ്ധിക്കുക. രണ്ടുപൾസുകളും കാരണമുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ പരസ്പരം റദ്ദുചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അവിടെ സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യമായി കാണുന്നു.



ചിത്രം 15.9 തുല്യവും വിപരീതവുമായ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളുള്ള രണ്ടു പൾസുകൾ വിപരീത ദിശകളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിവ്യാപനം ചെയ്യുന്ന പൾസുകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന പരിണത സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യം ആണ്.

അതിവ്യാപന തത്വം നമുക്ക് ഗണിതരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം. $y_1(x,t)$, $y_2(x,t)$ എന്നിവ രണ്ടു തരംഗങ്ങൾ കാരണം ഒരു മാധ്യമത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ ആണെന്നു കരുതുക. മാധ്യമത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഭാഗത്ത് തരംഗങ്ങൾ ഒരേ സമയം എത്തിച്ചേരുകയും അതിവ്യാപനം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അവിടെയുണ്ടാകുന്ന പരിണത സ്ഥാനാന്തരം $y(x,t)$ എന്നത്

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \qquad (15.25)$$

ആയിരിക്കും.

ഒരു മാധ്യമത്തിൽ കൂടി രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ തരംഗങ്ങൾ കടന്നു പോകുന്നുവെങ്കിൽ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്ന പരിണത തരംഗരൂപമെന്നത് ഓരോ തരംഗത്തിന്റെയും തരംഗ ഫലനങ്ങളുടെ (wave function) ആകെ തുകയായിരിക്കും. മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന വിവിധ തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗഫലനങ്ങൾ

$$y_1 - f_1(x-vt),$$

$$y_2 = f_2(x \quad vt),$$

....

....

$$y_n = f_n(x \quad vt)$$

എന്നിങ്ങനെയാണെങ്കിൽ മാധ്യമത്തിൽ സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ഫലനം.

$$y \quad f_1(x - vt) + f_2(x - vt) - \ldots - f_n(x - vt)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} f_i(x - vt) \qquad (15.26)$$

ആയിരിക്കും.

അധ്യാരോപണ തത്ത്വമാണ് വ്യതികരണം (Interference) എന്ന പ്രതിഭാസത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം.

വലിച്ചുനീട്ടിയ ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് ഹാർമോണിക് പ്രയാണ തരംഗങ്ങളെ സങ്കല്പിക്കുക. ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടേയും കോണീയ ആവൃത്തി ω യും തരംഗ സംഖ്യ k യും സമാനമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. തന്മൂലം തരംഗദൈർഘ്യം λ യും സമാനമാണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവയുടെ തരംഗവേഗവും ഒന്നു തന്നെയായിരിക്കും. ഈ തരംഗങ്ങളുടെ ആയതിയും തുല്യമാണെന്ന് കരുതുക. രണ്ട് തരംഗങ്ങളും x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന് കരുതുക. രണ്ടുതരംഗങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ഏകവ്യത്യാസം അവയുടെ ആദ്യഫേസിൽ മാത്രമാണ്. സമവാക്യം (15.2) അനുസരിച്ച് ഈ തരംഗങ്ങളെ താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം എഴുതാം.

$$y_1(x,t) = a\sin(kx \quad \omega t) \qquad (15.27)$$

and $$y_2(x,t) = a\sin(kx \quad \omega t \quad \phi) \qquad (15.28)$$

അതിവ്യാപന തത്ത്വമനുസരിച്ച് സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പരിണിത സ്ഥാനാന്തരം

$$y(x,t) = a\sin(kx-\omega t) - a\sin(kx-\omega t-\phi) \qquad (15.29)$$

$$= a\left[2\sin\left[\frac{(kx-\omega t)+(kx-\omega t+\phi)}{2}\right]\cos\frac{\phi}{2}\right] \qquad (15.30)$$

ത്രികോണമിതിയിലെ നമുക്കു സുപരിചിതമായ $\sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ എന്ന് ഉപയോഗിച്ചാണ് മുകളിലെ ബന്ധം കണ്ടുപിടിച്ചത്.

$$y(x,t) = 2a\cos\frac{\phi}{2}\sin\left(kx-\omega t+\frac{\phi}{2}\right) \qquad (15.31)$$

സമവാക്യം (15.31) x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നതും ഘടക തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യവും, ആവൃത്തിയുമുള്ള ഒരു പരിണിത സരള ഹാർമോണിക പ്രയാണ തരംഗത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പക്ഷേ ഈ തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ് കോണളവ് $\frac{\phi}{2}$ ആണ്. ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആയതി ഘടക തരംഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഫേസ് വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഒരു ഫലനമാണെന്ന സവിശേഷത കൂടി നാം ശ്രദ്ധിക്കണം. അതായത്,

$$A(\phi) \quad 2a\cos\frac{\phi}{2} \qquad (15.32)$$

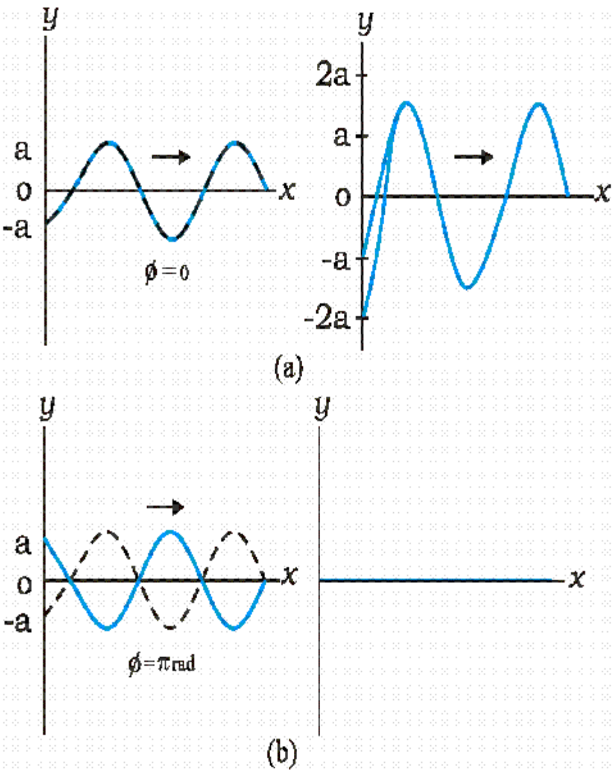
$\phi = 0$ ആകുമ്പോൾ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടേയും ഫേസ് ഒന്നുതന്നെയാകുന്നു.

$$y(x,t) = 2a\sin(kx-\omega t) \qquad (15.33)$$

അതായത് പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 2a ആണ്, Aയുടെ പരമാവധി വില

$\phi = \pi$ ആയാൽ രണ്ടുതരംഗങ്ങളും പൂർണ്ണമായി വിപരീത ഫേസുകളിലായിരിക്കും തന്മൂലം പരിണത തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം, എല്ലായിടത്തും എപ്പോഴും പൂജ്യമായിരിക്കും.

$$y(x,t) = 0 \qquad (15.34)$$



ചിത്രം 15.10 വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു ചരടിലൂടെ പോസിറ്റീവ് x ദിശയിൽ ഒരേ ആയതിയും തരംഗദൈർഘ്യവുമുള്ള രണ്ടു ഹാർമോണിക് തരംഗങ്ങൾ $y_1(x,t)$, $y_2(x,t)$ ചേർന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന പരിണത തരംഗത്തെ അതിവ്യാപന തത്വമുപയോഗിച്ച് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ് വ്യതിയാനം a യിൽ പൂജ്യവും b യിൽ 180° അല്ലെങ്കിൽ π യും ആണ്.

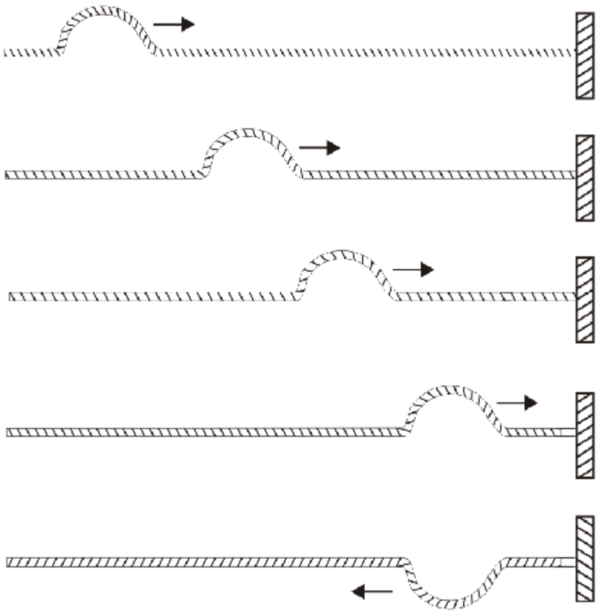
സമവാക്യം (15.33) പോഷകവ്യതികരണത്തെ (constructive interference) സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടെയും ആയതികൾ തമ്മിൽ സങ്കലനം ചെയ്ത് പരിണത ആയതി (resultant amplitude) ലഭിക്കുന്നു. സമവാക്യം (15.34) ശോഷകവ്യതികരണത്തെ (destructive interference) സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ ആയതികൾ തമ്മിൽ വ്യവകലനം ചെയ്ത് പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ആയതി പൂജ്യം ആകുന്നു. ചിത്രം (15.10) ൽ അതിവ്യാപന തത്വത്തിൽ നിന്നും ഈ രണ്ടുതരം വ്യതികരണങ്ങളും സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

15.6 തരംഗങ്ങളുടെ പ്രതിപതനം (REFLECTION OF WAVES)

അതിരുകളില്ലാത്ത മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള തരംഗങ്ങളുടെ വ്യാപനത്തെ കുറിച്ച് നമ്മൾ മുമ്പ് ചർച്ച ചെയ്തു. എന്നാൽ ഒരു പ്രയാണതരംഗം ഒരു മാധ്യമത്തിന്റെ ദൃഢതയുള്ള അതിരിൽ തട്ടിയാൽ എന്തു സംഭവിക്കുമെന്ന് പരിശോധിക്കാം. ഇങ്ങനെയുള്ള സന്ദർഭങ്ങളിൽ തരംഗം പ്രതിപതിക്കുമെന്നുള്ളത് നമ്മളുടെ സാധാരണ അനുഭവമാണ്. ഇങ്ങനെയുള്ള പ്രതിപതനത്തിന്റെ ഒരു ഉദാഹരണമാണ് പ്രതിധ്വനി (echo). അതിർത്തി പൂർണ്ണമായും ദൃഢമല്ലാത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ട് ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളുടെ സമ്പർക്ക അതിർത്തിയോ ആണെങ്കിൽ പതന തരംഗത്തിന്റെ പ്രതിപതന പ്രക്രിയ വളരെ സങ്കീർണ്ണമാവും. ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ പതന തരംഗത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗം പ്രതിപതിക്കുകയും ബാക്കി ഭാഗത്തിന് രണ്ടാമത്തെ മാധ്യമത്തിലേക്ക് പ്രേഷണം സംഭവിക്കുകയും ചെയ്യും. രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മാധ്യമങ്ങളുടെ സമ്പർക്കതലത്തിൽ തരംഗം ചരിഞ്ഞാണ് പതിക്കുന്നതെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ മാധ്യമത്തിലൂടെ പ്രേഷണം ചെയ്യുന്ന തരംഗത്തിനെ അപവർത്തനതരംഗം (refracted wave) എന്നു വിളിക്കുന്നു. പതനതരംഗവും അപവർത്തനതരംഗവും സ്നെല്ലിന്റെ നിയമവും പ്രതിപതനനിയമങ്ങളും അനുസരിക്കുന്നവയാണ്.

ചിത്രം 15.11 കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു കമ്പിയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തിന് ചരടിന്റെ അതിരിൽ വച്ചുണ്ടാകുന്ന പ്രതിപതനത്തെയാണ്. പ്രതിപതന പ്രക്രിയയിൽ തരംഗത്തിന് ഊർജശോഷണം സംഭവിക്കുന്നില്ല എന്ന് സങ്കൽപിച്ചാൽ പതനതരംഗത്തിനും പ്രതിപതന തരംഗത്തിനും ഒരേ ആയതി തന്നെ ആയിരിക്കും. എന്നാൽ അവയ്ക്കിടയിൽ 180° അല്ലെങ്കിൽ π റേഡിയന്റെ ഒരു ഫേസ് വ്യത്യാസം ഉണ്ടായിരിക്കും. അതിർത്തി ദൃഢമായ അതിരായതിനാൽ തരംഗം അതിരിന്മേൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന സ്ഥാനാന്തരം എല്ലായ്പ്പോഴും പൂജ്യമായതിനാലാണ് ഈ ഫേസ് വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നത്. അധ്യാരോപണ തത്വമനുസരിച്ച് പതന പ്രതിപതന തരംഗങ്ങൾക്കിടയിൽ ഒരു ഫേസ് വ്യത്യാസം π ഉണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ ഇത് സാധ്യമാവൂ. ഒരു ദൃഢ അതിരിൽ പാലിക്കേണ്ട നിയമങ്ങളനുസരിച്ചാണ് ഈ നിരീക്ഷണം നമുക്ക് നടത്തുവാൻ കഴിയുന്നത്. മറ്റൊരു തരത്തിലും നമുക്ക് ഇതേ നിഗമനങ്ങളിലെത്തുവാൻ കഴിയും. പൾസ് അതിരിൽ എത്തുമ്പോൾ അത് അതിരിൽ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കും. ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാംചലന നിയമപ്രകാരം അതിര് കമ്പിയിൽ തുല്യവും വിപരീതവുമായ ഒരു

ബലം പ്രയോഗിക്കുകയും ആ ബലം π ഫേസ് വ്യത്യാസമുള്ള പ്രതിപതന തരംഗത്തെ ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 15.11 ദൃഢമായ അതിരിൽ നിന്നുള്ള പൾസിന്റെ പ്രതിപതനം

നേരെമറിച്ച് അതിരുകൾ പൂർണമായും ചലന സ്വാതന്ത്ര്യമുള്ളവയാണെങ്കിൽ പ്രതിപതന തരംഗത്തിന് പതനതരംഗത്തിന്റെ അതേ ആയതിയും ഫേസുമായിരിക്കും ഉണ്ടാവുക. അതുകൊണ്ട് അതിരിലെ ബിന്ദുവിലുണ്ടാകുന്ന ആയതി പതനതരംഗത്തിന്റെ ആയതിയുടെ ഇരട്ടി ആയിരിക്കും. തുറന്ന പൈപ്പിന്റെ അഗ്രം ദൃഢമല്ലാത്ത അതിരിന്റെ ഉദാഹരണമാണ്.

ഒരു ദൃഢ അതിരിൽ നിന്നും പ്രതിപതിക്കുന്ന പ്രയാണ തരംഗത്തിനോ പൾസിനോ പ്രതിപതനത്തിനുശേഷം π ഫേസ് വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുമ്പോൾ തുറന്ന അതിരിൽ നിന്നുമുള്ള പ്രതിപതനം ഒരു ഫേസ് വ്യതിയാനവും വരുത്തുന്നില്ലായെന്ന് ഏറ്റവും ചുരുങ്ങിയ വാക്കുകളിൽ പറയാനാകും.

ഇപ്പറഞ്ഞ കാര്യം ഗണിത ഭാഷയിലാക്കുവാൻ ഒരു പതന പ്രയാണതരംഗത്തെ $y_2(x,t) \quad a\sin(kx-\omega t)$ എന്നെഴുതാം. ഇതിന്റെ ദൃഢ അതിരിൽ നിന്നുള്ള പ്രതിപതന തരംഗത്തെ

$$y_r(x, t) = a\sin(kx - \omega t + \pi).$$

$$= -a\sin(kx - \omega t) \qquad (15.35)$$

എന്നെഴുതാം.

അതേസമയം തുറന്ന അതിരിൽ നിന്നാണ് പ്രതിപതനം നടക്കുന്നതെങ്കിൽ പ്രതിപതന തരംഗം

$$y_r(x, t) = a\sin(kx \quad \omega t + 0).$$

$$= a\sin(kx \quad \omega t) \qquad (15.36)$$

എന്നാകും

ഇതിൽ നിന്നും അതിര് ദൃഢമാണെങ്കിൽ എല്ലായ്പ്പോഴും $y = y_2 + y_r = 0$ ആയിരിക്കുമെന്നു കാണാം.

15.6.1 നിശ്ചലതരംഗങ്ങളും സാമാന്യരീതികളും (STANDING WAVES & NORMAL MODES)

ഒരു അതിരിൽ (boundary) നിന്നുമുള്ള പ്രതിപതനമാണ് നാം മുകളിൽ പരിഗണിച്ചത്. എന്നാൽ രണ്ടോ അതിലധികമോ ബൗണ്ടറികളിൽ പ്രതിപതനം നടക്കുന്ന നമുക്കു പരിചിതമായ ചില സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്. (ഏതെങ്കിലും ഒരഗ്രം ബന്ധിപ്പിച്ച ഒരു ചരട് അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടഗ്രങ്ങളും അടച്ച ഒരു വായുയൂപം). ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു ചരടിൽ ഒരു ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗം ഒരറ്റത്ത് പ്രതിപതിച്ച് എതിർദിശയിലേക്ക് സഞ്ചരിച്ച് മറ്റേ അറ്റത്തു നിന്നും പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്നു. ചരടിൽ ഒരു സ്ഥിരതരംഗ പാറ്റേൺ ഉണ്ടാകുന്നതു വരെ ഈ പ്രക്രിയ തുടരുന്നു. ഇത്തരം തരംഗ പാറ്റേണുകളെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ (Standing waves) അഥവാ സ്ഥിരതരംഗങ്ങൾ (Stationary waves) എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഗണിതരൂപത്തിൽ ഇതിനെ മനസ്സിലാക്കാൻ x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തെയും x-അക്ഷത്തിന്റെ നെഗറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരേ ആയതിയും തരംഗദൈർഘ്യവുമുള്ള അതിന്റെ പ്രതിപതന തരംഗ (reflected wave) ത്തെയും പരിഗണിക്കുക. സമവാക്യം (15.2, 15.4) എന്നിവയിൽ നിന്നും $\phi = 0$ ആണെങ്കിൽ

$$y_1(x, t) = a\sin(kx \quad \omega t)$$

$$y_2(x, t) = a\sin(kx \quad \omega t)$$

അദ്ധ്യാരോപണതത്വപ്രകാരം സ്ട്രിങ്ങിലെ പരിണത തരംഗം ആണ്.

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

$$a\,[\sin(kx-\omega t)+\sin(kx-\omega t)]$$

ഇതിനു സമാനമായ ത്രികോണമിതി ഐഡന്റിറ്റി Sin (A–B) − Sin (A–B) − 2 sin A cosB ആണല്ലോ.

അതുകൊണ്ട് $y(x, t) - 2a \sin kx \cos \omega t$ ആകും (15.37)

സമവാക്യം 15.2 അഥവാ 15.4-ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗപാറ്റേണിൽ നിന്നും സമവാക്യം 15.37-ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗ പാറ്റേണിന്റെ പ്രധാനവ്യത്യാസങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക. പദങ്ങൾ kx ഉം ωt ഉം, $kx - \omega t$ യിലേതുപോലെ ഒരുമിച്ചല്ല, പ്രത്യേകമായാണ് കാണപ്പെടുന്നത്. ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആയതി $2a \sin kx$ ആണ്. അതായത്, ഈ തരംഗപാറ്റേണിന്റെ ആയതി x അനുസരിച്ച് മാറുന്നു. പക്ഷേ സ്ട്രിംഗിലെ ഓരോ ഘടകവും ഒരേ കോണീയ ആവൃത്തി ω അഥവാ ആവർത്തനകാലത്തിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു. തരംഗത്തിലെ വിഭിന്ന ഘടകങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഫേസ് വ്യത്യാസം ഇല്ല. വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ സ്ട്രിംഗ് വ്യത്യസ്ത ആയതികളോടുകൂടി ഒരേ ഫേസിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. തരംഗപാറ്റേൺ ഇടത്തോട്ടോ വലത്തോട്ടോ ചലിക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ അവയെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ (stationary waves) അഥവാ സ്ഥിരതരംഗങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥലത്ത് ആയതി നിശ്ചിതമാണ്. എന്നാൽ വ്യത്യസ്ത സ്ഥലങ്ങളിൽ ആയതി വ്യത്യസ്തവുമാണ്. ആയതി പൂജ്യമാകുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് (അതായത് അവിടെ ഒരു ചലനവുമില്ല) നോഡുകൾ (nodes), ആയതി ഏറ്റവും കൂടിയിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ ആന്റിനോഡുകൾ (anti nodes) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.12-ൽ വിപരീതദിശകളിലുള്ള രണ്ട് സഞ്ചാരതരംഗങ്ങളുടെ അതിവ്യാപനത്തിന്റെ ഫലമായുണ്ടാകുന്ന നിശ്ചല തരംഗപാറ്റേണിനെ കാണിക്കുന്നു. വ്യൂഹത്തിന്റെ കമ്പനത്തിന്റെ സാദ്ധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങളെയോ അഥവാ ആവൃത്തികളെയോ ബൗണ്ടറി സാഹചര്യങ്ങൾ നിയന്ത്രിക്കുന്നു (constrain) വെന്നാണ് സ്ഥിരതരംഗങ്ങളുടെ ഏറ്റവും പ്രധാനപ്പെട്ട കാര്യം. അതിനാൽ ഈ വ്യൂഹത്തിന് മറ്റ് ഏതെങ്കിലും ആവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യാൻ സാധിക്കുന്നില്ല. (ഹാർമോണിക സഞ്ചാരതരംഗങ്ങളുടേതിൽ നിന്നു വ്യത്യസ്തമായി). ഈ ദോലനങ്ങളുടെ ആവൃത്തികൾ ഒരുകൂട്ടം സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളാണ് (natural frequency). ഈ ആവൃത്തികളെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിംഗിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ ഇപ്പോൾ നമുക്ക് നിർണയിക്കാം.

ആദ്യം സമവാക്യം (15.37)-ൽ നിന്നും നോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ (ആയതി പൂജ്യമാകുന്ന സ്ഥലങ്ങൾ) ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$\sin kx = 0$.

ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്

$$kx = n\pi; \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$k = 2\pi/\lambda$, ആയതിനാൽ, നമുക്ക് ഇപ്രകാരം കിട്ടുന്നു.

$$x \quad \frac{n\lambda}{2}\ ;\ n \quad 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.38)$$

ഏതെങ്കിലും രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള നോഡുകളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം വ്യക്തമായും $\frac{\lambda}{2}$ ആണ്. അതേ രീതിയിൽ $\sin kx$ ന്റെ പരമാവധി മൂല്യങ്ങൾ ആന്റിനോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ (ആയതി ഏറ്റവും കൂടിയിരിക്കുന്ന സ്ഥലങ്ങൾ) തരുന്നു.

$|\sin kx| = 1$

ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്

$kx = (n + ½)\,\pi\,;\ n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$k \quad 2\pi/\lambda$, ആണെങ്കിൽ, നമുക്ക് ഇപ്രകാരം കിട്ടും

$$x = (n + ½)\frac{\lambda}{2}\ ;\ n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.39)$$

അതായത് രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ആന്റിനോഡുകളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരവും $\frac{\lambda}{2}$ ആണ്. സമവാക്യം (15.38), L നീളമുള്ളതും രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിപ്പിക്കപ്പെട്ടതുമായ വലിച്ചുമുറുക്കിയ ഒരു സ്ട്രിംഗിന്റെ കാര്യത്തിൽ നമുക്കു പ്രയോഗിക്കാം. ഒരഗ്രം $x = 0$ എന്നെടുത്താൽ ബൗണ്ടറി വ്യവസ്ഥ പ്രകാരം $x = 0$ യും $x = L$ ഉം നോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങളാണ്. $x = 0$ എന്ന വ്യവസ്ഥ നേരത്തെ തന്നെ പാലിക്കപ്പെട്ടതാണ്. $x = L$ എന്ന നോഡ് വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് L നീളത്തെ λയുമായി ഇപ്രകാരം ബന്ധിപ്പിക്കാം.

$$L = n\,\frac{\lambda}{2}; \quad n \quad 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.40)$$

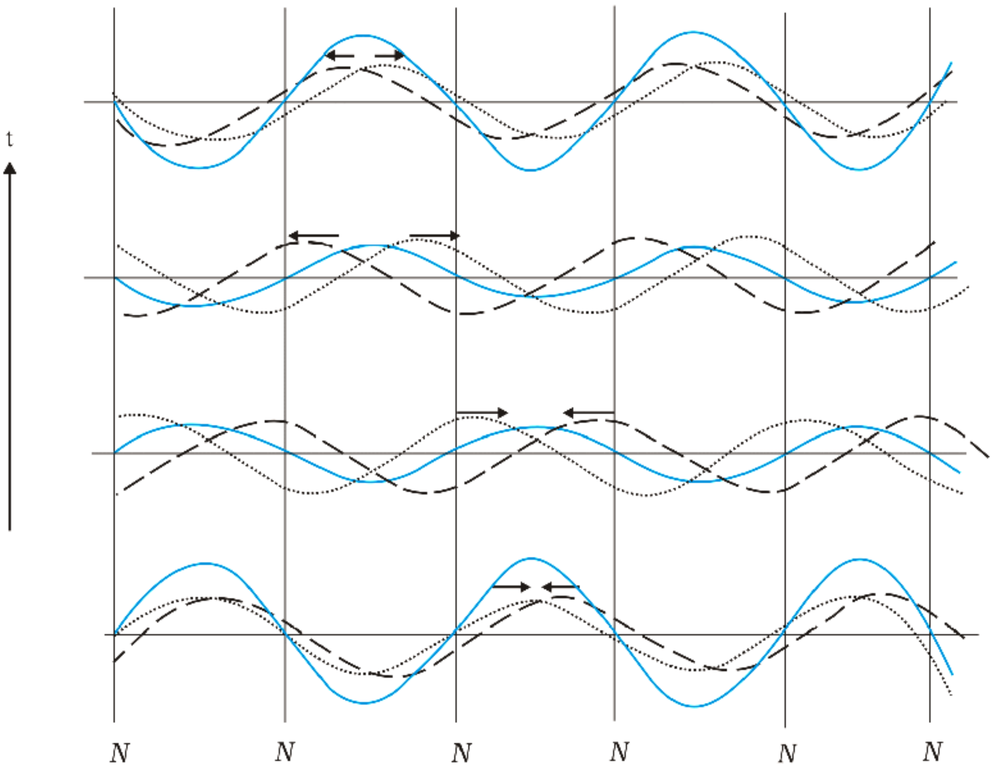
അതുകൊണ്ട് സ്ഥിരതരംഗങ്ങളുടെ സാദ്ധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്ന ബന്ധത്താൽ പരിമിതപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

$$\lambda = \frac{2L}{n}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.41)$$

ബന്ധപ്പെട്ട (corresponding) ആവൃത്തികൾ

$$\upsilon = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \qquad (15.42)$$

ആണ്.



ചിത്രം 15.12 വിപരീതദിശകളിൽ ചലിക്കുന്ന രണ്ട് ഹാർമോണികതരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണത്തിലൂടെ നിശ്ചലതരംഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. പൂജ്യം സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സ്ഥാനങ്ങൾ (നോഡുകൾ) എല്ലാ സമയത്തും സ്ഥിരമാണ്.

ഇപ്രകാരം നമുക്ക് സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികൾ കിട്ടുന്നു. വ്യൂഹത്തിലെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ. ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ സാദ്ധ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയെ പ്രഥമ ഹാർമോണികം അഥവാ ഫണ്ടമെന്റൽ മോഡ് എന്നു വിളിക്കാം. അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിതമായ വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിംഗിന്, സമവാക്യം 15.42-ൽ n=1 ന് തത്തുല്യമായി,

$$\upsilon = \frac{v}{2L}$$

ഇവിടെ υ എന്നത് മാദ്ധ്യമത്തിന്റെ ഗുണങ്ങളാൽ നിർണ്ണയിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗതയാണ്.

n=2 ന്റെ ദോലന ആവൃത്തിയെ രണ്ടാം ഹാർമോണികം (second harmonic) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

n=3 ഇതുപോലെ മൂന്നാം ഹാർമോണികവും നൽകുന്നു.

എല്ലാ ഹാർമോണികുകളെയും v_n ചിഹ്നം കൊണ്ട് അടയാളപ്പെടുത്താം ($n = 1, 2, ...$). അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന, വലിച്ചു മുറുക്കിയ ഒരു ചരടിലെ ആദ്യത്തെ ആറ് ഹാർമോണികങ്ങൾ ചിത്രം 15.13-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഇവയിലേതെങ്കിലും ഒന്നിൽ മാത്രമേ ഒരു ചരട് കമ്പനം നടത്തൂ എന്നില്ല. പൊതുവായി ഒരു ചരടിലെ കമ്പനം വിഭിന്ന മോഡുകളുടെ അധ്യാരോപണം ആണ്. അവയിൽ ചില മോഡുകൾ മറ്റുള്ളവയേക്കാൾ കൂടുതൽ പ്രബലമായി ഉത്തേജിതങ്ങളായിരിക്കും. സിതാർ അല്ലെങ്കിൽ വയലിൻ പോലെയുള്ള വാദ്യോപകരണങ്ങൾ ഈ തത്വത്തിൽ അധിഷ്ഠിതമായാണ് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്. ഏതു മോഡാണ് മറ്റുള്ളവയെ അപേക്ഷിച്ച് മുന്നിട്ടു നിൽക്കുന്നതെന്നത് സ്ട്രിങ്ങിൽ എവിടെയാണോ പ്ലക്ക് ചെയ്യുകയോ (pluck) ബോ ചെയ്യുകയോ (bow) ചെയ്യുന്നതെന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഒരഗ്രം അടഞ്ഞതും മറ്റേ അഗ്രം തുറന്നതുമായ വായു കോളത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ സാമാന്യമോഡുകൾ അടുത്തതായി നമുക്കു പരിഗണിക്കാം. ഭാഗികമായി വെള്ളം നിറച്ച ഒരു ഗ്ലാസ് ട്യൂബ് ഈ വ്യൂഹത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ജലവുമായി സ്പർശനത്തിൽ ഇരിക്കുന്ന അഗ്രം നോഡായിരിക്കുമ്പോൾ തുറന്ന അഗ്രം ആന്റിനോഡായിരിക്കും. നോഡിൽ മർദമാറ്റങ്ങൾ ഏറ്റവും കൂടുതലായിരിക്കും, സ്ഥാനാന്തരം ഏറ്റവും കുറവും (0).

തുറന്ന അഗ്രത്തിൽ ആന്റിനോഡിൽ ഇത് നേരെ മറിച്ച് ഏറ്റവും കുറവ് മർദ മാറ്റവും സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ പരമാവധി ആയതിയും. ജലവുമായി സ്പർശന ത്തിൽ വരുന്ന അഗ്രം $x = 0$ എന്നെടു ത്താൽ, നോഡ് വ്യവസ്ഥ സമവാക്യം (15.38) തൃപ്തികരമാണ്. മറ്റെ അഗ്രം ($x=L$) ഒരു ആന്റി നോഡാണെങ്കിൽ, സമവാക്യം 15.39 തരുന്നു.

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

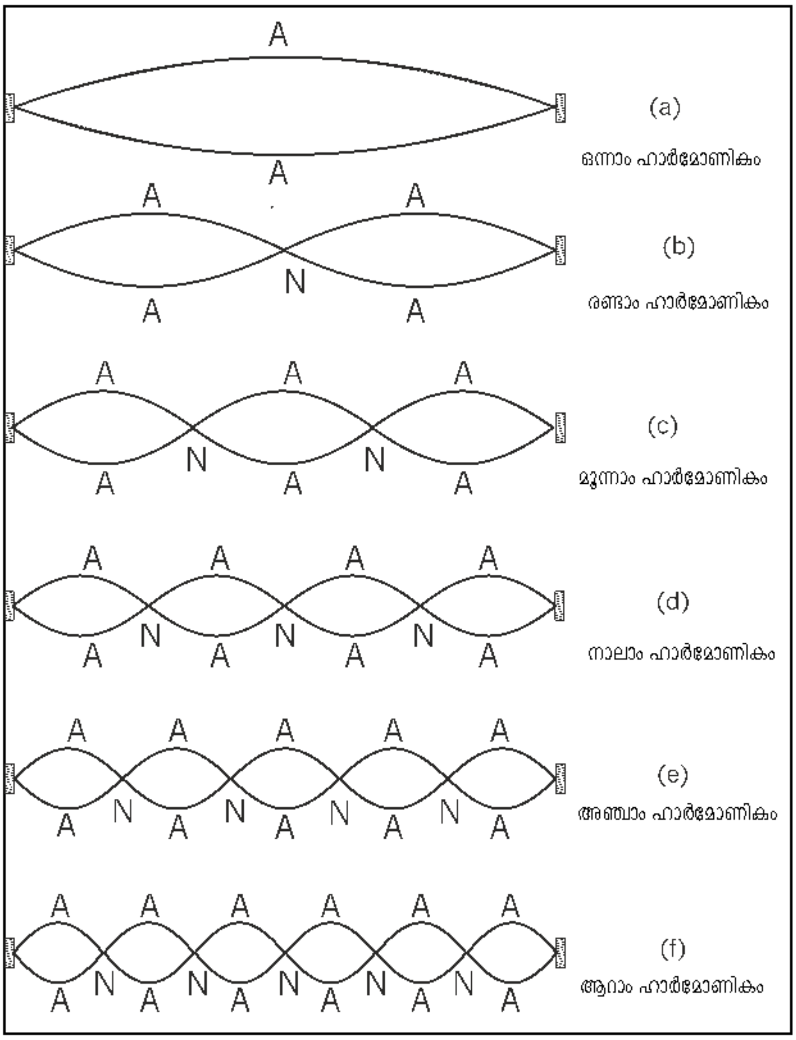
സാധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ താഴെ പറയുന്ന ബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് പരിമിത പ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

$$\lambda = \frac{2L}{(n + 1/2)}, \quad \text{for } n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{15.43}$$

സാമാന്യമോഡുകൾ – വ്യൂഹത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളാണ്.

$$\nu = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}; \; n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{15.44}$$

അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി n=0 യ്ക്ക് അനുരൂപമാണ്, അത് ഇവിടെ $\frac{v}{4L}$ ആണ്.



ചിത്രം 15.13 രണ്ട് അഗ്രങ്ങളും ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിങ്ങിലെ ആദ്യത്തെ ആറ് ഹാർമോണികങ്ങൾ.

ഉയർന്ന ആവൃത്തികൾ ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങളാണ്. അതായത് അടിസ്ഥാന ആവൃത്തിയുടെ ഒറ്റ ഗുണിത ങ്ങൾ (odd multiples) : $3\frac{v}{4L}$, $5\frac{v}{4L}$, etc. ചിത്രം 15.14 ഒരഗ്രം അടച്ചതും മറ്റേ അഗ്രം തുറന്നതുമായ വായുയൂപ ത്തിന്റെ ആദ്യത്തെ 6 ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങളെ കാണി ക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന ഒരു പൈപ്പിന് ഓരോ അഗ്രവും ഒരു ആന്റിനോഡ് ആണ്. രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന വായു യൂപം, എല്ലാ ഹാർമോണികങ്ങളും സൃഷ്ടിക്കുന്നുവെന്ന് എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ സാധി ക്കും. (ചിത്രം 15.15 കാണുക)

മുകളിലെ വ്യൂഹത്തിലും സ്ട്രിംഗുകളിലും വായുയൂപ ങ്ങളിലും പ്രചോദിത ദോലനങ്ങൾ (forced oscillations) ഉണ്ടാക്കുവാൻ സാധിക്കും. (അധ്യായം 14) ബാഹ്യ ആവൃത്തി ഏതെങ്കിലും സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളോട് അടുത്തു വരുമ്പോൾ വ്യൂഹം അനുനാദം (resonance) കാണിക്കുന്നു.

തബലയിലെപ്പോലെ ചുറ്റളവുമായി ദൃഢമായി ഉറപ്പിച്ചി രിക്കുന്ന ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള്ള സ്തരത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക രീതികൾ നിർണ്ണയിക്കുന്നത് ചുറ്റളവിലെ ഒരു ബിന്ദുവും കമ്പനം ചെയ്യുന്നില്ലായെന്ന ബൗണ്ടറി വ്യവസ്ഥയാണ്. ഈ വ്യൂഹത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക മോഡു കളുടെ ആവൃത്തികളുടെ നിർണ്ണയം വളരെ വിഷമം പിടിച്ചതാണ്. ഈ പ്രശ്നത്തിൽ ദ്വിമാനത്തിലുള്ള തരംഗ സഞ്ചാരം ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെങ്കിലും അവയ്ക്ക് അടി സ്ഥാനമായ ഭൗതികം ഒന്നുതന്നെയാണ്.

▶ *ഉദാഹരണം 15.5* 30.0cm നീളമുള്ള ഒരു ഒരു പൈപ്പ് രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും തുറന്നതാണ്. 1.1 kHz ലുള്ള ഒരു സ്രോതസ്സ്, പൈപ്പിന്റെ ഏത് ഹാർമോണിക രീതിയെ അനുനാദത്തിലൂടെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുന്നു. ഈ പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രം അടയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ ഇതേ സ്രോതസ്സുമായി അനുനാദം കാണിക്കുമോ? വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 330 m s^{-1} ആണെന്നു എടുക്കുക.

ഉത്തരം: ആദ്യത്തെ ഹാർമോണിക ആവൃത്തി ഇപ്രകാരമാണ്.

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} \quad \text{(തുറന്ന പൈപ്പ്)}$$

ഇവിടെ L പൈപ്പിന്റെ നീളമാണ്. ഇതിന്റെ n-ാമത്തെ ഹാർമോണികത്തിന്റെ ആവൃത്തി

$$\nu_n = \frac{nv}{2L},\; n = 1, 2, 3, \ldots \text{(തുറന്ന പൈപ്പ്)}$$

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിന്റെ ആദ്യത്തെ ഏതാനും ചില മോഡുകൾ ചിത്രം 15.15-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

$L = 30.0$ cm, $v = 330$ m s^{-1} നും

$$\nu_n = \frac{n\ 330\ (\text{m s}^{-1})}{0.6\ (\text{m})} = 550\, n\ \text{s}^{-1}$$

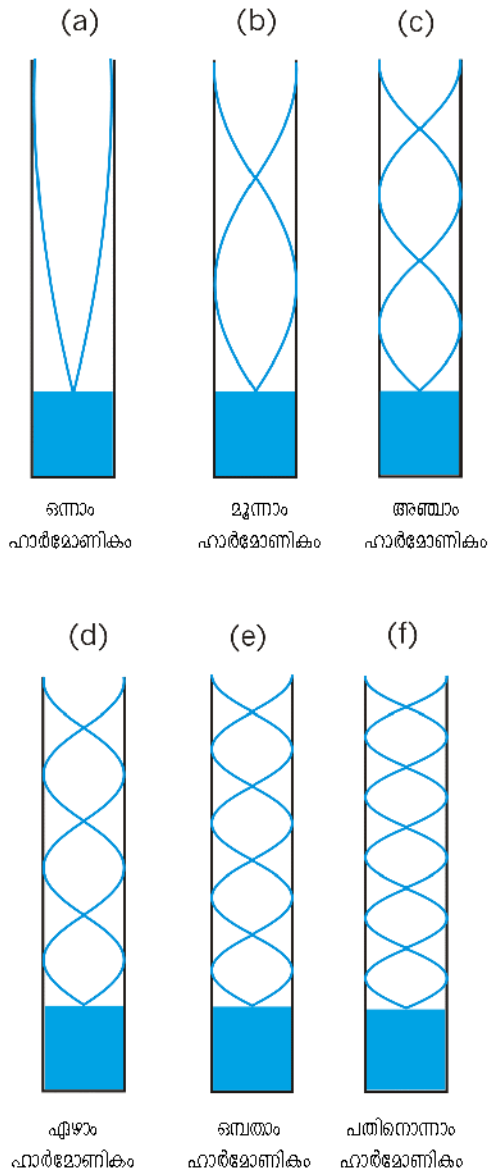
സ്പഷ്ടമായും 1.1 kHz ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു സ്രോതസ്സ്, രണ്ടാമത്തെ ഹാർമോണികം ν_2 ൽ അനുനാദം കാണിക്കുന്നു. പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രം അടച്ചതാണെങ്കിൽ (ചിത്രം 15.14) സമവാക്യം 14.38-ൽ നിന്നും അടിസ്ഥാന ആവൃത്തിയാണ്.

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L} \text{ (പൈപ്പ് ഒരറ്റത്ത് അടഞ്ഞിരിക്കുന്നു)}$$

ഇവിടെ ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

$$\nu_3 = \frac{3v}{4L},\ \nu_5 = \frac{5v}{4L} \text{ ഇങ്ങനെ തുടരുന്നു.}$$

$L = 30$ cm ഉം $v = 330$ m s^{-1} നും, ഒരഗ്രം അടഞ്ഞ പൈപ്പിന്റെ അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി 275 Hz ആണ്. സ്രോതസ്സിന്റെ ആവൃത്തി 4-ാമത്തെ ഹാർമോണികത്തിന് അനുരൂപമാണ്. ഈ ഹാർമോണികം സാദ്ധ്യമായ മോഡ് അല്ലാത്തതിനാൽ ഒരഗ്രം അടയ്ക്കുന്ന ക്ഷണത്തിൽ സ്രോതസ്സുമായി ഒരനുനാദവും കാണാൻ സാധിക്കുകയില്ല. ◀



ചിത്രം 15.14 *ഒരറ്റം അടഞ്ഞതും മറ്റേ അറ്റം തുറന്നതുമായ ഒരു വായുസ്തംഭത്തിലെ നോർമൽ മോഡുകൾ. ഇവിടെ സാധ്യമായത് ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങൾ മാത്രമാണ്.*

15.7 ബീറ്റുകൾ (BEATS)

തരംഗങ്ങളുടെ വ്യതികരണത്തിൽ (Interference) നിന്നും ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു രസകരമായ പ്രതിഭാസമാണ് ബീറ്റുകൾ. അടുത്തടുത്ത ആവൃത്തിയുള്ള, പക്ഷേ തുല്യമാല്ലാത്ത രണ്ട് ഹാർമോണിക ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ ഒരേ സമയത്ത് കേൾക്കുമ്പോൾ, നമ്മൾ സമാനമായ ആവൃത്തിയുള്ള (അടുത്തുടുത്തുള്ള രണ്ട് ആവൃത്തികളുടെയും ശരാശരി) ഒരു ശബ്ദം കേൾക്കുന്നതോടൊപ്പം ശബ്ദതീവ്രതയുടെ വൃദ്ധിക്ഷയങ്ങൾ (waxing & waning)

കൂടി വ്യക്തമായി കേൾക്കാൻ കഴിയും. ഈ ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ആവൃത്തികളുടെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. കലാകാരന്മാർ അവരുടെ സംഗീതോപകരണങ്ങൾ പരസ്പരം ട്യൂൺ ചെയ്യുമ്പോൾ ഈ പ്രതിഭാസം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നു. അവരുടെ സംവേദനക്ഷമമായ ചെവികൾ ബീറ്റുകളൊന്നും കേൾക്കാതെ വരുന്നതുവരെ ട്യൂൺ ചെയ്യുന്നതു തുടരുന്നു.

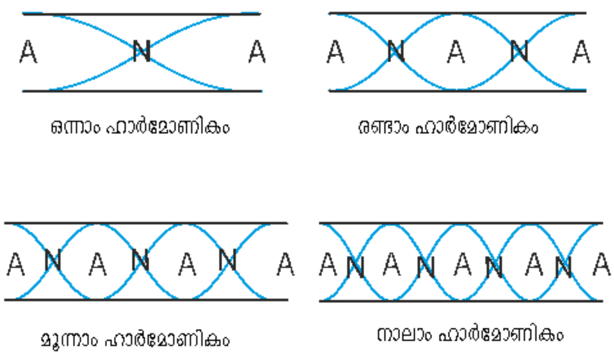
ഗണിതപരമായി ഇതിനെ സമീപിക്കാൻ, ഏകദേശം തുല്യമായ കോണീയ ആവൃത്തികൾ ω_1 ഉം ω_2 ഉം ഉള്ള രണ്ട് ഹാർമോണിക ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ പരിഗണിക്കുകയും അവയുടെ സ്ഥാനം സൗകര്യത്തിനു വേണ്ടി $x = 0$ എന്ന് എടുക്കുകയും ചെയ്യുക. അനുയോജ്യമായ ഫേസ് (phase) ($\phi = \pi/2$ ഓരോന്നിനും) തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും ആയതികൾ തുല്യമാണെന്ന് അനുമാനിക്കുകയും ചെയ്താൽ, സമവാക്യം 15.2 ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$s_1 = a \cos \omega_1 t \quad \text{and} \quad s_2 = a \cos \omega_2 t \qquad (15.45)$$

ഇവിടെ നമ്മൾ അനുപ്രസ്ഥസ്ഥാനാന്തരത്തിനു പകരം, അനുദൈർഘ്യസ്ഥാനാന്തരത്തെക്കുറിച്ച് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുകൊണ്ട്, ചിഹ്നം y യ്ക്കു പകരം s ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ട് ആവൃത്തികളിൽ അൽപ്പം വലുത് ω_1 ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അധ്യാരോപണ സിദ്ധാന്തപ്രകാരം, ആകെ സ്ഥാനാന്തരം

$$s = s_1 + s_2 = a\,(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$$

$$= 2\,a \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \cos \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \qquad (15.46)$$



ചിത്രം 15.15 രണ്ടറ്റവും തുറന്ന ഒരു പൈപ്പിലെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ

സംഗീത സ്തംഭങ്ങൾ

സംഗീത ഉപകരണങ്ങൾ വായിക്കുന്ന മനുഷ്യ രൂപങ്ങൾ ആലേഖനം ചെയ്തിരിക്കുന്ന തൂണുകൾ ക്ഷേത്രങ്ങളിൽ കാണാറുണ്ട്. പക്ഷേ ഈ തൂണുകൾ ഒരിക്കലും സ്വയം സംഗീതം പൊഴിക്കാറില്ല. തമിഴ്നാടിലെ നെല്ലൈയാപ്പർ അമ്പലത്തിൽ ഒരു കൂട്ടം സ്തൂപങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഇതിൽ മൃദുവായി മുട്ടിയാൽ ഭാരതീയ ശാസ്ത്രീയ സംഗീതത്തിലെ മൂല സ്വരങ്ങളായ സ, രി, ഗ, മ, പ, ധ, നി, സ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഈ തൂണുകളുടെ കമ്പനങ്ങൾ, അവയിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന കല്ലുകളുടെ ഇലാസ്തികതയെയും സാന്ദ്രതയെയും, ആകാരത്തെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

സംഗീത സ്തംഭങ്ങളെ മൂന്നായി തരംതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ആദ്യത്തേത് ശ്രുതി സ്തംഭം, ഇത് അടിസ്ഥാന സ്വരങ്ങൾ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തേത് 'ഗാനതൂണുകൾ' ഇത് രാഗങ്ങളുടെ മൂല ധ്വനി പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. മൂന്നാമത്തേത്, മുട്ടുമ്പോൾ 'താളം' (ബീറ്റുകൾ) പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന 'ലയതൂണുകൾ' ആണ്. നെല്ലൈയാപ്പർ അമ്പലത്തിലെ തൂണുകൾ, ശ്രുതി, ലയ ശ്രേണിയിലുള്ളതാണ്.

ആർക്കിയോളജിസ്റ്റുകളുടെ കണക്കു പ്രകാരം ഈ അമ്പലം പാണ്ഡ്യൻ കുലത്തിലെ രാജാക്കന്മാർ 7-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഉണ്ടാക്കിയതാണ്.

ഈ അമ്പലവും ദക്ഷിണ ഭാരതത്തിൽ ഉണ്ടാക്കിയ പല അമ്പലങ്ങളും (ഹംപി - ചിത്രം കാണുക, കന്യാകുമാരിയിലെയും തിരുവനന്തപുരത്തെയും അമ്പലങ്ങൾ) സംഗീതസ്തംഭങ്ങൾ, നമ്മുടെ രാജ്യത്തിന്റെ മാത്രം സവിശേഷതയാണ്. ലോകത്തിലെ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിൽ ഒന്നും ഇതു കാണാൻ സാധിക്കുകയില്ല.

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} = \omega_b \text{ എന്നും } \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} = \omega_a$$

എന്നും എഴുതിയാൽ, സമീകരണം 15.46 ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$s = [2\,a \cos \omega_b t] \cos \omega_a t \qquad (15.47)$$

$|\omega_1 - \omega_2| << \omega_1, \omega_2$, ആണെങ്കിൽ $\omega_a >> \omega_b$ ആയിരിക്കും. സമീകരണം 15.47 താഴെപ്പറയും പ്രകാരം വ്യാഖ്യാനിക്കാം. പരിണത തരംഗങ്ങൾ (resultant wave) ശരാശരി കോണീയ ആവൃത്തി ω_a യിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു; പക്ഷേ അവയുടെ ആയതികൾ പരിപൂർണ്ണ ഹാർമോ

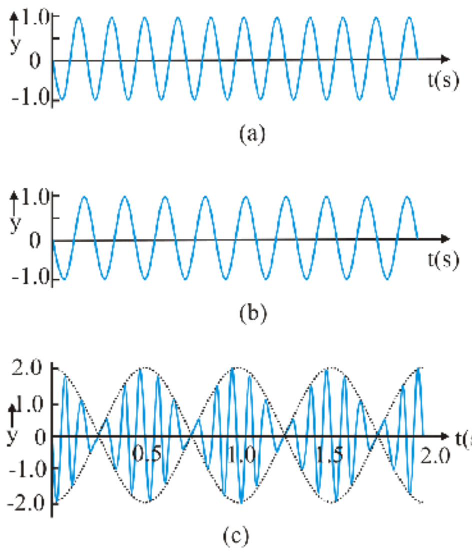
ണിക തരംഗങ്ങളുടേതു പോലെ സ്ഥിരമല്ല. $\cos \omega_b t$ യുടെ പരിധി വിലകൾ +1 അല്ലെങ്കിൽ -1 ആകുമ്പോൾ ആയതി അതിന്റെ പരമാവധി ആകുന്നു. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, പരിണത തരംഗങ്ങളുടെ (resultant waves) തീവ്രത, $2\omega_b = \omega_1 - \omega_2$. ആവൃത്തിയിൽ കൂടുകയും കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. $\omega = 2\pi\nu$; ആയതിനാൽ, ബീറ്റ് ആവൃത്തി $\nu_{ബീറ്റ്}$,

$$\nu_{ബീറ്റ്} = \nu_1 - \nu_2 \qquad (15.48)$$

ചിത്രം 15.16, 11 Hz ഉം 9 Hz ഉം ആവൃത്തി ഉള്ള രണ്ട് ഹാർമോണിക തരംഗങ്ങളുടെ ബീറ്റ് എന്ന പ്രതിഭാസം കാണിച്ചു തരുന്നു. പരിണത തരംഗത്തിന്റെ (resultant wave) ആവൃത്തി, 2 Hz. ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ കാണിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 15.6 'ഗ' ശബ്ദം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന രണ്ട് സിതാർ സ്ട്രിങുകൾ A ഉം B ഉം ട്യൂണിൽ ചെറിയ അന്തരം കാണിക്കുകയും 5 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ പുറപ്പെടുവിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. സ്ട്രിങ് B -യിലെ വലിവുബലം അൽപ്പം കൂട്ടുമ്പോൾ, ബീറ്റ് ആവൃത്തി 3 Hz ആയി കുറയുന്നു. 'A' യുടെ ആവൃത്തി 427 Hz ആണെങ്കിൽ 'B' യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി എത്രയാണ്.

ഉത്തരം : സ്ട്രിങിന്റെ വലിവുബലം കൂട്ടുന്നത് അതിന്റെ ആവൃത്തി വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. 'B' യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി (ν_B) 'A' യുടേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ, ν_B വീണ്ടും കൂട്ടുന്നത് ബീറ്റ് ആവൃത്തി കൂടുന്ന ഫലം ഉണ്ടാക്കിയേനേ. പക്ഷേ ബീറ്റ് ആവൃത്തി കുറയുന്നതാണ് കണ്ടത്. $\nu_B < \nu_A$ ആണെന്നാണ് ഇത് കാണിക്കുന്നത്. $\nu_A - \nu_B = 5$ Hz ഉം $\nu_A = 427$ Hz ഉം ആയതിനാൽ, $\nu_B = 422$ Hz എന്ന് കിട്ടും.



ചിത്രം 15.16 11 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ളതും (a) 9Hz ആവൃത്തിയിലുള്ളതും (b) ആയ രണ്ട് ഹാർമോണിക തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണം 2 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ തരുന്നു (c).

15.8 ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം (DOPPLER EFFECT)

വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിനിന്റെ വിസിലിന്റെ ശ്രുതി (Pitch അല്ലെങ്കിൽ ആവൃത്തി), അത് അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ കുറയുന്നുവെന്നത് ദൈനംദിന ജീവിതത്തിലെ അനുഭവമാണ്. നമ്മൾ നല്ല വേഗത്തിൽ, സ്ഥിര ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ശബ്ദസ്രോതസ്സിന്റെ അടുത്തേക്കു പോകുമ്പോൾ കേൾക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ശ്രുതി, (pitch) സ്രോതസ്സിന്റെ യഥാർത്ഥത്തിലുള്ള ശ്രുതിയേക്കാൾ അധികമാണെന്ന പ്രതീതി ഉളവാകുന്നു. നിരീക്ഷകൻ (observer) സ്രോതസ്സിൽ (source) നിന്നും അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ കേൾക്കുന്ന ശ്രുതി (pitch) യഥാർത്ഥത്തിലുള്ളതിനേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. ഈ ചലന-ബന്ധിതമായ ആവൃത്തി മാറ്റത്തെ ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം (Doppler effect) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ആസ്ട്രിയൻ ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞനായ ജോഹാൻ ക്രിസ്റ്റ്യൻ ഡോപ്ലർ ഈ പ്രതിഭാസം ആദ്യമായി 1842 ൽ പ്രസ്താവിച്ചു. ബയ്സ് ബാലട് (Buys Ballot) ഹോളണ്ടിൽ, 1845-ൽ ഇത് പരീക്ഷണത്തിലൂടെ തെളിയിച്ചു. ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം ഒരു തരംഗപ്രതിഭാസം ആണ്. ഇത് ശബ്ദതരംഗങ്ങൾക്ക് മാത്രമല്ല വൈദ്യുതകാന്തികതരംഗങ്ങൾക്കും ബാധകമാണ്. പക്ഷേ നമ്മൾ ഇവിടെ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ പരിഗണിക്കുകയുള്ളൂ.

ഇതിനായി നമ്മൾ മൂന്നു വ്യത്യസ്തമായ സാഹചര്യങ്ങളിൽ, ആവൃത്തിയിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം പരിഗണിക്കും:

(1) നിരീക്ഷകൻ (observer) സ്ഥിരമാണ്, പക്ഷേ സ്രോതസ് (source) ചലനത്തിലാണ്.

(2) നിരീക്ഷകൻ ചലനത്തിലാണ്, സ്രോതസ്സ് നിശ്ചലമാണ്.

(3) നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സും ചലനത്തിലാണ്. നിരീക്ഷകനും മാധ്യമത്തിനും (വായു) ഇടയിൽ ആപേക്ഷിക ചലനം ഉണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ ഇല്ല എന്ന കാരണത്താൽ (1) ഉം (2) ഉം തമ്മിൽ വ്യത്യാസം ഉണ്ട്. മിക്കവാറും തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമത്തിന്റെ ആവശ്യം ഉണ്ട്; എന്നാൽ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ല. മാധ്യമത്തിന്റെ സാന്നിധ്യം ഇല്ലെ

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രതിപതനം

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിൽ ചലിക്കുന്ന വായുവിന്റെ, ഉയർന്ന മർദത്തിലുള്ള ഒരു സ്പന്ദനം ഇതിന്റെ രണ്ടാമത്തെ അഗ്രത്തിൽ എത്തുമ്പോൾ ഇതിന്റെ ആക്കം വായുവിനെ പുറത്തേക്ക് തള്ളിവിടും. ഇവിടെ ഇതിന്റെ മർദം അന്തരീക്ഷ മർദത്തിലേക്ക് പെട്ടെന്ന് താഴുന്നു. തൽഫലമായി ഈ സ്പന്ദനത്തിന്റെ പുറകെ വരുന്ന കുറച്ച് വായുവും കൂടി പുറത്തേക്ക് തള്ളപ്പെടുന്നു. ട്യൂബിന്റെ അഗ്രത്തിലെ താഴ്ന്ന മർദം, പൈപ്പിൽ, ഇതിന്റെ മുകളിലെ കുറച്ച് വായുവിനെ താഴോട്ട് വലിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ കുറഞ്ഞ മർദത്തിന്റെ മേഖല മുകളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു അങ്ങനെ താഴെക്ക് ചലിക്കുന്ന ഉയർന്ന മർദത്തിന്റെ സ്പന്ദനം, താഴ്ന്ന മർദസ്പന്ദനം ആയി മാറി മുകളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു. മർദ തരംഗങ്ങൾ, 180° ഫേസ് മാറ്റത്തൊടുകൂടി തുറന്ന അഗ്രത്തിൽ പ്രതിപതനം ചെയ്യപ്പെട്ടു എന്നുപറയാം. പുല്ലാംങ്കുഴൽ പോലെ തുറന്ന പൈപ്പ് ഉപകരണങ്ങളിൽ തരംഗങ്ങളുടെ, പ്രതിപതനം, ഈ പ്രതിഭാസത്തിന്റെ ഫലമാണ്. ഇതിനെ, ഉയർന്ന മർദതരംഗങ്ങൾ അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ വരുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കുന്നു എന്നതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യാം; അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ ഇടിച്ച് വായു വിപരീതദിശയിൽ തിരിച്ചുവരുന്നു. ഇവിടെ മർദതരംഗങ്ങളെ ഒരു ഫേസ് മാറ്റവും കൂടാതെ പ്രതിപതനം ചെയ്തു എന്നു നമുക്ക് പറയാവുന്നതാണ്.

ങ്കിൽ, ഈ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളും തമ്മിൽ വേർതിരിച്ച് അറിയാൻ പറ്റാത്ത കാരണം, നിരീക്ഷകൻ ചലിച്ചാലും സ്രോതസ്സ് ചലിച്ചാലും ഡോപ്ലർ ഷിഫ്ടുകൾ (shifts) സമാനമാണ്.

15.8.1 സ്രോതസ്സ് ചലിക്കുന്നു: നിരീക്ഷകൻ സ്ഥിരമാണ് (Source in motion : observer at rest)

നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള പ്രവേഗത്തിന്റെ ദിശ പോസിറ്റീവ് (Positive) ആണെന്ന രീതി നമുക്കു തിരഞ്ഞെടുക്കാം. ഇപ്പോൾ നമ്മൾ v_s പ്രവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു സ്രോതസ്സ് S ഉം മാധ്യമം സ്ഥിരമായിരിക്കുന്ന ഒരു ഫ്രേമിൽ നിശ്ചലമായി ഇരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകനെയും പരിഗണിക്കാം. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ പ്രവേഗം 'v' ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് നിശ്ചലമായി ഇരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകൻ അളക്കുന്ന ഈ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി ω യും ആവർത്തനകാലം T_0 യും ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഓരോ തവണയും തരംഗത്തിന്റെ ശൃംഗം (crest) വരുമ്പോൾ എണ്ണാൻ നിരീക്ഷകന്റെ പക്കൽ ഒരു സംവേദിനി (detector) ഉണ്ടെന്നു കരുതുക. ചിത്രം 15.17 പ്രകാരം, സ്രോതസ്സ്, ബിന്ദു S_1 ആയിരിക്കുമ്പോൾ നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും 'L' ദൂരത്ത് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ഈ സമയത്ത് സ്രോതസ്സ് ഒരു ശൃംഗം (crest) പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ $t_1 = L/v$ സമയം കൊണ്ട് എത്തിച്ചേരുന്നു. $t = T_0$ സമയം കൊണ്ട് സ്രോതസ്സ്, $v_s T_0$ ദൂരം സഞ്ചരിച്ച് നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും $L + v_s T_0$ ദൂരത്തിലുള്ള S_2വിൽ എത്തിച്ചേരുമ്പോൾ സ്രോതസ്സ് രണ്ടാമതൊരു തരംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ

$$t_2 = T_0 + \frac{(L + \upsilon_s T_0)}{v}$$

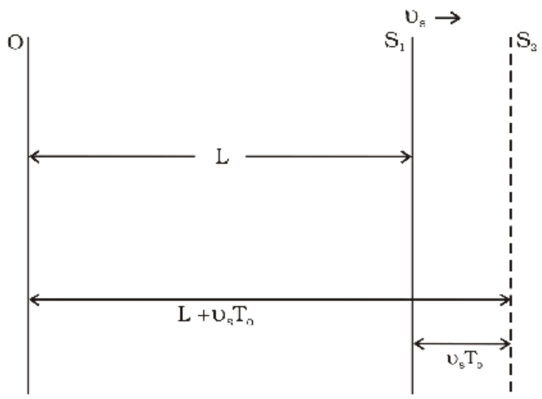
സമയത്ത് എത്തിച്ചേരുന്നു. $n\ T_0$, സമയത്തിൽ സ്രോതസ്സ് അതിന്റെ $(n-1)$-ാം മത് ശൃംഗം (crest) പുറപ്പെടുവിക്കുകയും ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ

$$t_{n+1} = n\ T_0 + \frac{(L + n\,\upsilon_s T_0)}{v}$$

സമയത്തിൽ എത്തിച്ചേരുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ

$$\left[nT_0 + \frac{(L + n v_s T_0)}{v} - \frac{L}{v} \right]$$

ഇടവേളയിൽ നിരീക്ഷകന്റെ സംവേദിനി (detector) 'n' ശൃംഗങ്ങൾ (crest) എണ്ണുകയും നിരീക്ഷകൻ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം 'T' താഴെ പറയും പ്രകാരം രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 15.17 സ്രോതസ്സ് ചലിക്കുകയും നിരീക്ഷകൻ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലായിരിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം.

$$T = \left[nT_0 + \frac{(L + nv_s T_0)}{v} - \frac{L}{v} \right] / n$$

$$= T_0 + \frac{v_s T_0}{v}$$

$$= T_0 \left(1 + \frac{v_s}{v} \right) \quad (15.49)$$

15.49 നമുക്ക് ആവൃത്തിയുടെ സമവാക്യമായി എഴുതാം. സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി v_0 ആണെങ്കിൽ സ്രോതസ്സ് ചലിക്കുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി v, ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$v = v_0 \left(1 + \frac{v_s}{v} \right)^{-1} \quad (15.50)$$

തരംഗവേഗം v യുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ v_s ചെറുതാണെങ്കിൽ v_s/vയുടെ ആദ്യത്തെ ഓർഡറിൽ ബൈനോമിയൽ എക്സ്പാൻഷൻ എടുത്ത് ഉയർന്ന പവറുകളെ (higher power) അവഗണിച്ചാൽ സമവാക്യം (15.50) ഏകദേശം ഇപ്രകാരമായിരിക്കും.

$$v = v_0 \left(1 - \frac{v_s}{v} \right) \quad (15.51)$$

സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്തേക്ക് വരികയാണെങ്കിൽ v_s നും പകരം $-v_s$ കൊടുക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് കിട്ടും.

$$v = v_0 \left(1 + \frac{v_s}{v} \right) \quad (15.52)$$

സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകനിൽ നിന്ന് അകന്നു പോകുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി, അത് നിശ്ചലമായിരിക്കുമ്പോൾ അളക്കുന്നതിനെക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകന്റെയടുത്തോക്കു വരുമ്പോൾ, ഉയർന്ന ആവൃത്തി അളക്കുന്നു.

15.8.2 നിരീക്ഷകൻ ചലിക്കുന്നു, സ്രോതസ്സ് സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നു.

സ്രോതസ്സ് നിശ്ചലമായിരിക്കുകയും നിരീക്ഷകൻ v_0 പ്രവേഗത്തോടെ സ്രോതസ്സിലേക്കു ചലിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള ഡോപ്ലർ ഷിഫ്റ്റ് രൂപീകരിക്കാൻ നമുക്ക് മറ്റൊരു രീതിയിൽ മുന്നോട്ടു പോകേണ്ടിവരും. നമുക്ക് ചലിക്കുന്ന നിരീക്ഷകന്റെ ഫ്രെയിമിൽ (refer-cncc frame) നിന്നുകൊണ്ട് നിരീക്ഷിക്കാം. ഈ ഫ്രെയിമിൽ സ്രോതസ്സും മാധ്യമവും v_0 വേഗത്തിൽ അടുത്തേക്കു വരുന്നു. തരംഗം അടുത്തേക്കു വരുന്ന വേഗം v_0 v ആണ്. മുമ്പത്തെ സാഹചര്യത്തിന് സമാനമായ രീതി പിന്തുടർന്നാൽ, ആദ്യത്തേതും $(n+1)$-ാമത്തേതും ശൃംഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഇടവേള.

$$t_{n-1} - t_1 = n T_0 - \frac{n v_0 T_0}{v_0 + v}$$

നിരീക്ഷകൻ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം താഴെ പറയും പ്രകാരം അളക്കും.

$$= T_0 \left(1 - \frac{v_0}{v_0 + v} \right) = T_0 \left(\frac{v}{v_0 + v} \right)$$

$$= T_0 \left(1 + \frac{v_0}{v} \right)^{1}$$

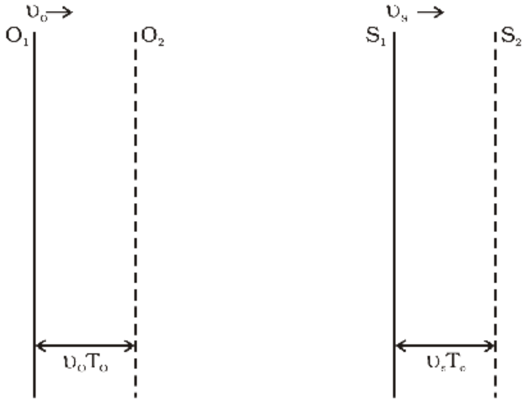
ഇതിൽ നിന്നും,

$$v = v_0 \left(1 + \frac{v_0}{v} \right) \quad (15.53)$$

സമവാക്യം (15.53) ഉം (15.51) ഉം സമാനമാകയാൽ, $\frac{v_0}{v}$ ചെറുതാണെങ്കിൽ, നിരീക്ഷകൻ ചലിച്ചാലും സ്രോതസ്സ് ചലിച്ചാലും ഡോപ്ലർ ഷിഫ്റ്റ് ഏകദേശം ഒരുപോലെയായിരിക്കും.

15.8.3 സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും ചലിക്കുമ്പോൾ

സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും ചലിക്കുമ്പോൾ, നമുക്ക് ഡോപ്ലർ നീക്കം ഒരു പൊതുവായ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കാം. മുമ്പത്തെ പോലെ നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള ദിശ പോസിറ്റീവാണെന്ന് എടുക്കും. സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും യഥാക്രമം V_S ഉം V_0 പ്രവേഗത്തിൽ ചിത്രം 15.18ൽ കാണിച്ച പ്രകാരം സഞ്ചരിക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. $t = 0$ സമയത്തിൽ നിരീക്ഷകൻ O_1 ലും സ്രോതസ്സ് S_1ലും ആയിരിക്കട്ടെ. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് വിശ്രമാവസ്ഥയിൽ ആണ് നിരീക്ഷകൻ. സ്രോതസ്സ് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗം v യും ആവൃത്തി 'v' യും ആവർത്തനകാലം T_0 യും ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. $t = 0$ സമയത്തിൽ സ്രോതസ്സ് ആദ്യത്തെ ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുമ്പോൾ O_1 നും S_1നും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം L ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇപ്പോൾ നിരീക്ഷകൻ ചലിക്കുന്നതിനാൽ, നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് തരംഗത്തിന്റെ പ്രവേഗം $v + v_0$ ആണ്. അതിനാൽ ആദ്യത്തെ ശൃംഗം നിരീക്ഷകനിൽ എത്തുന്ന സമയം $t_1 = L/(v+v_0)$ആണ്. t T_0 സമയത്ത് സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും അവരുടെ പുതിയ സ്ഥാനമായ S_2, O_2 വിലേക്ക് സ്ഥാനം മാറിയിരിക്കും നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സിനും ഇടയിലുള്ള പുതിയ ദൂരം $L+(v_s-v_0)\,T_0$ ആയിരിക്കും. S_2



ചിത്രം 15.18 സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും വ്യത്യസ്ത പ്രവേഗങ്ങളിൽ ചലിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം

വിൽ സ്രോതസ്സ് രണ്ടാമതൊരു ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു.

ഇത് നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്ത് എത്തുന്ന സമയം

$$t_2 = T_o + [L + (v_s - v_o)T_o)] /(v - v_o)$$

സമയം nT_o ൽ സ്രോതസ് അതിന്റെ $(n+1)$-ാം ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ എത്തുന്ന സമയം

$$t_{n+1} = nT_o + [L + n(v_s - v_o)T_o)] /(v - v_o)$$

അതിനാൽ $t_{n+1} - t_1$ ഇടവേളയിൽ അതായത്,

$$nT_o + [L + n(v_s - v_o)T_o)] /(v + v_o) - L/(v - v_o),$$

നിരീക്ഷകൻ 'n' ശൃംഗങ്ങൾ എണ്ണുകയും ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം

$$T = T_0\left(1 + \frac{v_s - v_o}{v + v_0}\right) = T_0\left(\frac{v + v_s}{v + v_0}\right) \qquad (15.54)$$

എന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യും.

നിരീക്ഷകൻ നിരീക്ഷിക്കുന്ന ആവൃത്തി ν ഇപ്രകാരം ആണ്.

$$\nu = \nu_0\left(\frac{\upsilon + \upsilon_0}{\upsilon + \upsilon_s}\right) \qquad (15.55)$$

നേരെയുള്ള ട്രാക്കിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ട്രെയിനിൽ ഇരിക്കുന്ന ഒരു യാത്രക്കാരിയെ സങ്കൽപ്പിക്കുക. ട്രെയിനിന്റെ ഡ്രൈവർ ഹോൺ മുഴക്കുന്നത് അവർ കേട്ടു എന്നിരിക്കട്ടെ. അവർ എത്ര ആവൃത്തിയിലായിരിക്കും ശബ്ദം കേൾക്കുക? ഇവിടെ സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷ

ഡോപ്ലർ പ്രഭാവത്തിന്റെ പ്രയോജനങ്ങൾ

ചലിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾ തരംഗങ്ങളിൽ ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം കാരണം ഉണ്ടാക്കുന്ന ആവൃത്തി മാറ്റം, അളന്ന് മിലിട്ടറി, ഔഷധ-ശാസ്ത്രം, ജ്യോതിശാസ്ത്രം (astrophysics) മുതലായ വിവിധ മേഖലകളിൽ, അവയുടെ പ്രവേഗം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. വാഹനങ്ങൾ വേഗപരിധി ലംഘിക്കുന്നുണ്ടോയെന്ന് അന്വേഷിക്കാനും പോലീസ് ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ആവൃത്തി അറിയാവുന്ന ഒരു ശബ്ദ തരംഗം അല്ലെങ്കിൽ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗം ചലിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ നേർക്ക് അയയ്ക്കുന്നു ചലിക്കുന്ന വസ്തുക്കളിൽ തട്ടി പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തി ഒരു മോണിറ്ററിംഗ് സ്റ്റേഷനിൽ അളക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടെയും ആവൃത്തികൾക്കിടയിലുള്ള അന്തരത്തിനെ ഡോപ്ലർ ഷിഫ്ട് (Doppler shift) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

വിമാനത്താവളത്തിൽ വിമാനങ്ങൾക്ക് മാർഗനിർദേശം കൊടുക്കാനും, ശത്രുവിന്റെ വിമാനം കണ്ടുപിടിക്കാനും ഇതുപയോഗിക്കുന്നു. ജ്യോതിശാസ്ത്രജ്ഞർ ഇതിനെ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ പ്രവേഗം നിർണയിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഹൃദയ സ്പന്ദനങ്ങളെയും ശരീരത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ഭാഗങ്ങളിലെ രക്ത പ്രവാഹങ്ങളെയും പഠിക്കാൻ ഡോക്ടർമാർ ഇതുപയോഗിക്കുന്നു. ഇവിടെ അവർ അൾട്രാസോണിക് തരംഗങ്ങളെ (ultrasonic waves) ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇതിനെ സോണോഗ്രാഫി എന്നും വിളിക്കുന്നു.

അൾട്രാസോണിക് തരംഗങ്ങൾ വ്യക്തിയുടെ ശരീരത്തിൽ പ്രവേശിക്കുകയും പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ, രക്തത്തിന്റെ ചലനത്തെക്കുറിച്ചും ഹൃദയ വാൽവുകളുടെ സ്പന്ദനങ്ങളെക്കുറിച്ചും ഭ്രൂണത്തിന്റെ ഹൃദയത്തിന്റെ സ്പന്ദനങ്ങളെ ക്കുറിച്ചും വിവരങ്ങൾ തരികയും ചെയ്യുന്നു. ഹൃദയത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ ഇങ്ങനെ സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന ചിത്രത്തെ എക്കോകാർഡിയോഗ്രാം (echo cardiogram) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

കനും സമാനവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നതിനാൽ ആവൃത്തിയിൽ അന്തരം ഉണ്ടാകുകയില്ല. യാത്രക്കാരി, സ്രോതസ്സ് ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്ന സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി കേൾക്കും പക്ഷേ പാളത്തിന്റെ സമീപത്ത് നിൽക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകൻ ട്രെയിൻ അടുത്തേക്കു വരുമ്പോൾ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയേക്കാൾ കൂടുതൽ കേൾക്കും. ട്രെയിൻ

അയാളിൽ നിന്നും ദൂരേക്കു പോകുമ്പോൾ, കുറഞ്ഞ ആവൃത്തിയും കേൾക്കുന്നു.

നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള ദിശയെ പോസിറ്റീവ് ദിശയായി എടുത്തുവെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക. അതിനാൽ നിരീക്ഷകൻ സ്രോതസിന്റെ അടുത്തേക്ക് ചലിക്കുമ്പോൾ; v_0വിന്റെ മൂല്യം പോസിറ്റീവാണ്. പക്ഷേ 'O' സ്രോതസ്സ് 'S' ൽ നിന്നും അകലേക്ക് പോകുമ്പോൾ, v_0 യുടെ മൂല്യം നെഗറ്റീവാണ്. മറ്റൊരുതരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 'S' നിരീക്ഷകൻ 'O' യിൽ നിന്നും അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ v_Sന് പോസിറ്റീവ് മൂല്യവും 'O' യുടെ അടുത്തേക്ക് പോകുമ്പോൾ, V_S ന് നെഗറ്റീവ് മൂല്യവുമാണ്.

സ്രോതസ്സ് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദം എല്ലാദിശകളിലും സഞ്ചരിക്കുന്നു. നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്തേക്കുവരുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ഭാഗത്തെയാണ് നിരീക്ഷകൻ കേൾക്കുകയും നിർണ്ണയിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത്. അതിനാൽ നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് ശബ്ദത്തിന്റെ ആപേക്ഷികപ്രവേഗം എല്ലായ്പ്പോഴും $v+v_0$ ആയിരിക്കും.

ഉദാഹരണം 15.7 ഒരു റോക്കറ്റ് 200 m s^{-1} പ്രവേഗത്തിൽ ഒരു സ്ഥിരലക്ഷ്യത്തിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു. ചലിക്കുമ്പോൾ അത് 1000 Hz ആവൃത്തിയിൽ തരംഗങ്ങൾ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ലക്ഷ്യത്തിലെത്തിച്ചേരുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ കുറച്ചുഭാഗം റോക്കറ്റിലേക്ക് പ്രതിപതിക്കുന്നു. (1) ലക്ഷ്യത്തിൽ നിർണ്ണയിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തിയും (2) റോക്കറ്റ് നിർണ്ണയിക്കുന്ന പ്രതിധ്വനിയുടെ ആവൃത്തിയും കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം (1) നിരീക്ഷകൻ വിശ്രമാവസ്ഥയിലാകുകയും സ്രോതസ്സ് 200 m s^{-1} വേഗതയിൽ ചലിക്കുകയുമാണ്. ഇത് ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രവേഗമായ 330 m s^{-1} മായി താരതമ്യം ചെയ്യാവുന്നതാണ്. അതിനാൽ നമ്മൾ സമവാക്യം 15.51 അല്ല സമവാക്യം (15.50) ആണ് ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്. സ്രോതസ്സ്, സ്ഥിരലക്ഷ്യത്തിന്റെ അടുത്തേക്ക് വരുന്നതിനാൽ, $v_o = 0$, ഉം v_sന് പകരം $-v_s$ ഉം എഴുതാവുന്നതാണ്.
അങ്ങനെ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത്;

$$v = v_0\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)^{-1}$$

$$v = 1000 \text{ Hz} \times [1 - 200 \text{ m s}^{-1}/330 \text{ m s}^{-1}]^{-1}$$

$$\simeq 2540 \text{ Hz}$$

(2) ലക്ഷ്യം ആണ് ഇപ്പോഴത്തെ പുതിയ സ്രോതസ്സ് (പ്രതിധ്വനിയുടെ പുതിയ സ്രോതസ്സ്) റോക്കറ്റിന്റെ ഡിറ്റക്ടർ ആണ് ഇപ്പോൾ ഡിറ്റക്ടർ അല്ലെങ്കിൽ സ്വീകർത്താവ് (കാരണം ഇത് പ്രതിധ്വനിയെ സ്വീകരിക്കുന്നു) അങ്ങനെ $v_s = 0$ യുടെയും v_o യുടെയും മൂല്യം പോസിറ്റീവാണ്. സ്രോതസ്സ് ലക്ഷ്യം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി v ആണ്. റോക്കറ്റ് രേഖപ്പെടുത്തുന്ന ആവൃത്തി;

$$v' = v\left(\frac{v + v_0}{v}\right)$$

$$= 2540 \text{Hz} \times \left(\frac{200\text{ms}^{-1} + 330\text{ms}^{-1}}{330\text{ms}^{-1}}\right)$$

$$\simeq 4080 \text{ Hz}$$

സംഗ്രഹം

1. യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾക്ക് ദ്രവ്യമാധ്യമങ്ങളിൽ നിലനിൽക്കാൻ കഴിയും. ഇവ ന്യൂട്ടന്റെ ചലനനിയമങ്ങൾ അനുസരിക്കുന്നു.
2. അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണങ്ങൾ, തരംഗ സഞ്ചാരത്തിന്റെ ദിശയ്ക്ക് ലംബമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു.
3. അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണങ്ങൾ, തരംഗ പ്രേഷണ ദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു.
4. പ്രോഗ്രസ്സീവ് തരംഗം എന്നാൽ മാധ്യമത്തിന്റെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് ചലിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ ആണ്.
5. പോസിറ്റീവ് 'x' ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സൈനുസോയിഡൽ തരംഗങ്ങളുടെ സറാനാന്തരം ആണ് $y(x, t) \quad a \sin(kx - \omega t + \phi)$

   ഇവിടെ 'a' തരംഗത്തിന്റെ ആയതിയും 'k' കോണീയ തരംഗ സംഖ്യയും 'ω' കോണീയ ആവൃത്തിയും $(kx - \omega t + \phi)$ ഫേസും, ϕ ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം അല്ലെങ്കിൽ ഫേസ് കോണും ആണ്.
6. ഒരു പ്രോഗ്രസ്സീവ് തരംഗത്തിന്റെ തരംഗദൈർഘ്യം 'λ' ഒരു നിശ്ചിത സമയത്ത് ഒരേ ഫേസിലുള്ള അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരമാണ്. ഒരു സറിരതരംഗത്തിൽ ഇത് അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നോഡുകൾ അഥവാ ആന്റി നോഡുകൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരമാണ്.
7. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം (T) എന്നാൽ മാധ്യമത്തിലെ ഒരു ഘടകം ഒരു മുഴുവൻ ദോലനത്തിലുടെയും കടന്നുപോകാൻ എടുക്കുന്ന സമയമാണ്. ഇത് കോണീയ ആവൃത്തി ω യുമായി താഴെ പറയും പ്രകാരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. $T = \frac{2\pi}{\omega}$
8. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തി $\nu = \frac{1}{T}$ ആയി നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ കോണീയ ആവൃത്തിയുമായി താഴെ പറയും പ്രകാരം ബന്ധപ്പെടുത്താം.

   $$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$$ ആണ്.
9. ഒരു മുന്നേറ്റ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$ ആണ്.
10. ഒരു വലിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന ചരടിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളുടെ വേഗം ആ ചരടിന്റെ സ്വഭാവഗുണങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. വലിവുബലം T യും രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രത μ ഉം ഉള്ള ചരടിലെ വേഗതയാണ് $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$
11. ശബ്ദ തരംഗങ്ങൾ ഖരത്തിൽ കൂടിയും ദ്രവത്തിൽ കൂടിയും സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയുന്ന അനുദൈർഘ്യ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളാണ്. ബൾക്ക് മോഡുലസ് Bയും മാസ് സാന്ദ്രത ρ യും ഉള്ള ഒരു ദ്രവത്തിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗമാണ്

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

ഒരു ലോഹബാറിൽ അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളുടെ വേഗം

$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ ആണ്

വാതകങ്ങൾക്ക് B=γP ആകയാൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം

$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ ആണ്

P മർദവും 'γ' വാതകത്തിന്റെ രണ്ട് വിശിഷ്ട താപധാരിതകളുടെ അനുപാതവുമാണ്.

$$\left(\gamma = \frac{C_p}{C_v}\right)$$

12. രണ്ടോ അതിലധികമോ തരംഗങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ ഒരേ സമയം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ, മാധ്യമത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഘടകത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം ഓരോ തരംഗം മൂലമുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെയും ആകെത്തുകയാണ് ഇത് തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണതത്വം [principle of super position] എന്നു അറിയപ്പെടുന്നു.

$$y = \sum_{i=1}^{n} f_i(x - vt)$$

13. ഒരേ ചരടിലെ രണ്ടു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗങ്ങൾ അദ്ധ്യാരോപണതത്വപ്രകാരം കൂടിച്ചേരുകയും ഇല്ലാതാക്കപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നതിലൂടെ ഇന്റർഫെറൻസ് പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു. ഒരേ ആയതി a യും ഒരേ ആവൃത്തിയുമുള്ള പക്ഷേ, ഒരു ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം ϕ വഴി ഫേസിൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതുമായ രണ്ട് തരംഗങ്ങൾ ഒരേ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിന്റെ പരിണതഫലം ഒരേ കോണീയ ആവൃത്തി ω ഉള്ള ഒറ്റ തരംഗമായിരിക്കും. ഈ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സമവാക്യമാണ്.

$$y(x, t) = \left[2a \cos \frac{1}{2}\phi\right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi\right)$$

$\phi = 0$ അല്ലെങ്കിൽ 2π യുടെ പൂർണാങ്ക ഗുണിതങ്ങൾ ആണെങ്കിൽ തരംഗങ്ങൾ ഒരേ ഫേസിലായിരിക്കുകയും പോഷക ഇന്റർഫറൻസ് ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും. $\phi = \pi$ ആണെങ്കിൽ അവ കൃത്യമായും വിപരീതമാകുകയും അവ ശോഷക ഇന്റർഫറൻസ് ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും.

14. ഒരു സഞ്ചാരതരംഗം ഒരു ദൃഢമായ ബൗണ്ടറി (rigid boundary) അഥവാ ഒരു അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ നേർവിപരീത ഫേസിൽ പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്നു. പക്ഷേ ഒരു തുറന്ന ബൗണ്ടറിയിൽ പ്രതിപതനം ഫേസ് മാറ്റമില്ലാതെ നടക്കുന്നു.

പതനതരംഗത്തിന് $y_i(x, t) = a \sin(kx - \omega t)$

ദൃഢബൗണ്ടറിയിൽ നിന്ന് പ്രതിപതിച്ച തരംഗമാണ് $y_r(x, t) = -a \sin(kx + \omega t)$

തുറന്ന ബൗണ്ടറിയിലെ പ്രതിപതനത്തിന് $y(x, t) = [2a \sin kx] \cos \omega t$

15. വിപരീതദിശകളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് സദൃശ തരംഗങ്ങളുടെ ഇന്റർഫെറൻസ് മൂലം നിശ്ചലതരംഗങ്ങൾ (stationary wave) ഉണ്ടാകുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ച

അഗ്രങ്ങളോടു കൂടിയ ചരടിലുണ്ടാകുന്ന, നിശ്ചലതരംഗ (standing wave) ത്തിന്റെ സമവാക്യം ഇപ്രകാരമാണ്.

$y(x, t) = [2a \sin kx] \cos \omega t$

നോഡുകൾ (nodes) എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്ന പൂജ്യം സ്ഥാനാന്തരമുള്ള നിയതസ്ഥാനങ്ങളും ആന്റിനോഡുകൾ (antinodes) എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്ന പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമുള്ള നിശ്ചിതസ്ഥാനങ്ങളും നിശ്ചലതരംഗങ്ങളുടെ ലക്ഷണങ്ങളാണ്. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നോഡുകളുടെയോ ആന്റിനോഡുകളുടെയോ ഇടയിലുള്ള ദൂരം $\lambda/2$ ആണ്.

L നീളമുള്ളതും രണ്ടഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതുമായ വലിച്ചുമുറുക്കിയ ഒരു ചരട് താഴെപ്പറയുന്ന ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു.

$$\nu = \frac{n\,v}{2\,L}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

മുകളിലെ സമവാക്യം (relation) തരുന്ന ആവൃത്തികളുടെ കൂട്ടത്തെ വ്യൂഹത്തിന്റെ (system) ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ (nodes) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഏറ്റവും കുറവ് ആവൃത്തിയുള്ള ദോലന മോഡിനെ അടിസ്ഥാന മോഡ് (fundamental mode) അഥവാ പ്രഥമഹാർമോണികം (first harmonic) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ദ്വിതീയ ഹാർമോണികം n = 2 ഉള്ള ദോലന മോഡാണ്. ഇത് ഇങ്ങനെ തുടർന്നു പോകുന്നു.

ഒരഗ്രം അടച്ചതും മറ്റേ ആഗ്രം തുറന്നതുമായ L നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പ് (ഉദാഹരണത്തിന് വായുയൂപം) താഴെപ്പറയുന്ന ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു.

$$\nu = \left(n + \tfrac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

മുകളിലെ സമവാക്യം പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ആവൃത്തികളുടെ കൂട്ടമാണ് അങ്ങനെയുള്ള ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ.

$v/4L$ തരുന്ന ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ആവൃത്തിയാണ് അടിസ്ഥാനമോഡ് അഥവാ പ്രഥമ ഹാർമോണികം.

16. L നീളുമുള്ള രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിച്ച ഒരു ചരട് അല്ലെങ്കിൽ ഒരഗ്രം തുറന്നതും മറ്റേ അഗ്രം അടഞ്ഞതുമായ വായു യൂപം അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന ഒരു വായു യൂപം മുതലായവ നോർമൽ മോഡുകൾ എന്നു വിളിക്കുന്ന ചില നിശ്ചിത ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. ഈ ആവൃത്തികൾ ഓരോന്നും വ്യൂഹത്തിന്റെ അനുനാദ ആവൃത്തിയാണ്.

17. ആയതികളിൽ വലിയ അന്തരമില്ലാത്തതും വളരെ ചെറിയ വ്യത്യാസം ആവൃത്തികളിലുള്ളതുമായ രണ്ടു തരംഗങ്ങൾ അതിവ്യാപനം നടത്തുമ്പോൾ ബീറ്റു *(beats)* യും ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തികൾ ν_1 ഉം ν_2 ഉം ആണെങ്കിൽ ബീറ്റിന്റെ ആവൃത്തി,

$\nu_{beat} = \nu_1 \sim \nu_2$ ആയിരിക്കും.

18. സ്രോതസ്സ് S അല്ലെങ്കിൽ നിരീക്ഷകൻ O അതുമല്ലെങ്കിൽ രണ്ടും മാധ്യമത്തിന് ആപേക്ഷികമായി ചലിക്കുമ്പോൾ ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തിയിൽ നിരീക്ഷിക്കപ്പെടുന്ന മാറ്റമാണ് ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം.

$$v = v_o \left(\frac{v + v_0}{v + v_S} \right)$$

ഇവിടെ v എന്നത് മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രവേഗമാണ്. v_0 എന്നത് മാധ്യമത്തിനെ അപേക്ഷിച്ച് നിരീക്ഷകന്റെ പ്രവേഗം ആണ്. v_s എന്നത് മാധ്യമത്തിനെ അപേക്ഷിച്ച് സ്രോതസിന്റെ പ്രവേഗമാണ് ഈ ഫോർമുല ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ OS ദിശയിലുള്ള പ്രവേഗങ്ങൾ പോസിറ്റീവായും എതിർദിശയിലുള്ളവ നെഗറ്റീവായും എടുക്കേണ്ടതാണ്.

ഭൗതിക അളവ്	ചിഹ്നം	ഡൈമൻഷനുകൾ	യൂണിറ്റ്	റിമാർക്കുകൾ
തരംഗദൈർഘ്യം	λ	[L]	m	ഒരേ ഫേസിലുള്ള അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരം
സഞ്ചാരസ്ഥിരാങ്കം	k	$[L^{-1}]$	m^{-1}	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
തരംഗപ്രവേഗം	υ	$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$\upsilon = \nu\lambda$
ബീറ്റ് ആവൃത്തി	ν_{beat}	$[T^{-1}]$	s^{-1}	അടുത്തടുത്ത് ആവൃത്തിയുള്ള രണ്ട് അധ്യാരോപിത തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തികളുടെ വ്യത്യാസം

വിചിന്തന വിഷയം

1. ഒരു തരംഗമെന്നത് ഒരു മാധ്യമത്തിലെ പദാർഥത്തിന്റെ മുഴുവനായുള്ള ചലനമല്ല. ഒരു കാറ്റ് വായുവിലെ ശബ്ദതരംഗത്തിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഒരു സ്ഥലത്തു നിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് വായുവിന്റെ ചലനം ഉൾക്കൊള്ളുന്നതാണ് കാറ്റ്. എന്നാൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുപാളികളുടെ ഉച്ചമർദവും നീചമർദവും (compressions & rarefactions) ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.

2. ഒരു തരംഗത്തിൽ ദ്രവ്യമല്ല ഊർജമാണ് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് മാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നത്.

3. മാധ്യമത്തിന്റെ അടുത്തടുത്തുള്ള ദോലനഭാഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഇലാസ്തിക ബലങ്ങളിലൂടെയുള്ള ബന്ധനം (coupling) കാരണമാണ് യാന്ത്രിക തരംഗത്തിൽ ഊർജമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നത്.

4. അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങൾക്ക് ഇലാസ്തിക ഷിയർമോഡുലസ് ഉള്ള മാധ്യമങ്ങളിലൂടെ മാത്രമേ സഞ്ചരിക്കാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾക്ക് ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആവശ്യമാണ്. അതുകൊണ്ടു അവ എല്ലാ മാധ്യമങ്ങളിലും (ഖരങ്ങളിലും ദ്രാവകങ്ങളിലും വാതകങ്ങളിലും) സാധ്യമാണ്.

5. ഒരു പ്രത്യേക ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ഹാർമോണിക മുന്നേറ്റ തരംഗത്തിൽ, എല്ലാ കണികകൾക്കും ഒരു പ്രത്യേക നിമിഷത്തിൽ ഒരേ ആയതിയും വ്യത്യസ്ത ഫേസുകളുമായിരിക്കും. സ്ഥിരതരംഗത്തിൽ രണ്ടു നോഡുകൾക്കിടയിലുള്ള എല്ലാ കണികകൾക്കും ഒരു പ്രത്യേക നിമിഷത്തിൽ ഒരേ ഫേസും വ്യത്യസ്ത ആയതികളുമായിരിക്കും.

6. ഒരു മാധ്യമത്തിലെ വിശ്രമാവസ്ഥയിൽ ഇരിക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് ആ മാധ്യമത്തിലെ ഒരു യാന്ത്രികതരംഗത്തിന്റെ വേഗം v, മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക ഗുണത്തോടൊപ്പം മറ്റു (മാസ്, സാന്ദ്രത തുടങ്ങിയ) ഗുണങ്ങളെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇത് സ്രോതസ്സിന്റെ പ്രവേഗത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

7. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് പ്രവേഗം v_0 യിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകന് തരംഗത്തിന്റെ വേഗം v ൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും അത് $v \pm v_0$ എന്ന് കണക്കാക്കാം.

പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

15.1 2.50kg മാസ്സുള്ള ഒരു ചരട് 200 N വലിവുബലത്തിലാണ്. വലിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന ചരടിന്റെ നീളം 20.0m ആണ്. ചരടിന്റെ ഒരറ്റത്ത് ഒരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗം ഉണ്ടാകുന്നവിധത്തിൽ ഒരു തട്ടു കൊടുത്താൽ അതിന്റെ പ്രഭാവം മറ്റെ അഗ്രത്ത് ചെല്ലാൻ എത്ര സമയം എടുക്കും?

15.2 300 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ടവറിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും താഴേക്കിട്ട കല്ല്, ടവറിന്റെ അടിയിൽ ഉള്ള ഒരു കുളത്തിലെ വെള ളത്തിൽ പതിക്കുമ്പോഴുള്ള ശബ്ദം, എപ്പോഴാണ് മുകളിൽ കേൾക്കുന്നത്. വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $340ms^{-1}$ ആയി എടുക്കാം. ($g = 9.8ms^{-1}$)

15.3 ഒരു സ്റ്റീൽ വയറിന് 12.0m നീളവും 2.10kg മാസുമുണ്ട്. വയറിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളുടെ വേഗം, $20^{o}C$ താപനി ലയിലുള്ള വരണ്ട വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $343ms^{-1}$ നോട് തുല്യമാകുമ്പോൾ വയറിലെ വലിവുബലം എത്രയാണ്?

15.4 $v = \sqrt{\dfrac{\gamma P}{\rho}}$ എന്ന ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗതയ്ക്ക് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗുണ ങ്ങൾ എന്തുകൊണ്ട് ലഭിച്ചുവെന്ന് വിശദീകരിക്കാം.

a) മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല

b) താപനിലയ്ക്ക് അനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്നു.

c) ആർദ്രത (Moisture) യ്ക്കനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്നു.

15.5 ഏകമാനത്തിലെ ഒരു സഞ്ചാര തരംഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഫലനം $y = f(x, t)$ ആണെന്ന് നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടു ണ്ടല്ലോ. ഇവിടെ x ഉം vt യും കാണപ്പെടുന്നത്, $x - vt$ അല്ലെങ്കിൽ $x + vt$ എന്ന രീതിയിലാണ്. അതായത് $y = f(x \pm t)$ ഇതിന്റെ വിപരീതം സാധ്യമാണൊ? താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന 'y' യുടെ ഫലനങ്ങൾ ഒരു സഞ്ചാരിതരം ഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കാനാകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

(a) $(x - vt)^2$

(b) $\log [(x + vt)/x_0]$

(c) $1/(x - vt)$

15.6 ഒരു വവ്വാൽ, 1000kHz ആവൃത്തിയുള്ള ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുവിൽ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ശബ്ദം ജല ഉപരിതല ത്തിൽ തട്ടുകയാണെങ്കിൽ a) പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ b) കടത്തിവിടുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ തരംഗദൈർ ഘ്യം എത്ര?

വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം 340m/s ഉം ജലത്തിൽ 1486m/s ഉം ആണ്.

15.7 ആശുപത്രികളിൽ ശരീരത്തിലെ ട്യൂമറുകളുടെ സ്ഥാന നിർണ്ണയം നടത്താൻ അൾട്രാസോണിക് സ്കാൻ ഉപയോ ഗിക്കുന്നു. ശരീര കലകളിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $1.7kms^{-1}$ ആണെങ്കിൽ തംരഗദൈർഘ്യം എത്ര? സ്കാനറിന്റെ പ്രവർത്തന ആവൃത്തി 4.2MHz ആണ്.

15.8 ഒരു ചരടിലെ അനുപ്രസ്ഥ ഹാർമോണിക തരംഗത്തെ താഴെപ്പറയും പ്രകാരം വിവരിച്ചിരിക്കുന്നു.

$$y(x, t) = 3.0 \sin (36\ t - 0.018\ x - \pi/4)$$

ഇവിടെ x ഉം y ഉം cm ലും t സെക്കൻഡിലും ആണ് x ന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശ ഇടത്തു നിന്നും വലത്തേക്കാണ്.

a) ഇത് ഒരു സഞ്ചാരതരംഗമാണോ അതോ സ്ഥിര തരംഗമാണോ?

ഇതൊരു സഞ്ചാരതരംഗമാണെങ്കിൽ സഞ്ചാരത്തിന്റെ ദിശയും വേഗതയും എന്താണ്?

b) ആയതിയും ആവൃത്തിയും എത്രയാണ്?

c) പ്രാരംഭഫേസ് എത്രയാണ്?

d) തരംഗത്തിലെ രണ്ട് അടുത്തടുത്ത ശൃംഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം എത്രയാണ്?

15.9 പരിശീലന പ്രശ്നം 15.8 ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന് $x = 0, 2cm, 4cm$ എന്നിവയ്ക്ക് സ്ഥാനാന്തരം y ഉം സമയം t യും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫുകൾ വരയ്ക്കുക. ഈ ഗ്രാഫുകളുടെ ആകൃതി എന്താണ്? ഒരു സഞ്ചാരതരംഗത്തിന്റെ ആയതി, ആവൃത്തി അല്ലെങ്കിൽ ഫേസ് എന്നിവയിൽ ഏതാണ് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്?

15.10 സഞ്ചരിക്കുന്ന ഹാർമോണികതരംഗം

$y(x, t) = 2.0 \cos 2\pi (10t - 0.0080 x + 0.35)$ ൽ x ഉം y ഉം cm ലും t സെക്കന്റിലും ആണ്. രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ ദോലനചലനത്തിന്റെ ഫേസ് വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക. ബിന്ദുക്കളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം താഴെപ്പറയുന്നവയായി എടുത്തുകൊണ്ട് ഓരോ സാഹചര്യത്തിനും ഫേസ് വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

(a) 4 m,

(b) 0.5 m,

(c) $\lambda/2$,

(d) $3\lambda/4$

15.11 ഒരു സ്ട്രിംഗിന്റെ അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരം (ഇതിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്നു) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$$y(x, t) = 0.06 \sin \left(\frac{2\pi}{3} x\right) \cos (120 \pi t)$$

ഇവിടെ x ഉം y ഉം മീറ്ററിലും t സെക്കന്റിലും ആണ്. സ്ട്രിങിന്റെ നീളം 1.5m ഉം ഇതിന്റെ മാസ് 3.0×10^{-2} kg ആണ്.

താഴെ പറയുന്നവയ്ക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

a) ഫലനം, സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തെയാണോ സ്ഥിര തരംഗത്തെയാണോ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത്.

b) തരംഗത്തിനെ രണ്ട് വിപരീത ദിശയിൽ ചലിക്കുന്ന തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണമായി കണക്കാക്കി ഓരോ തരംഗത്തിന്റെയും തരംഗദൈർഘ്യവും, ആവൃത്തിയും വേഗവും എത്രയാണെന്ന് നിർണയിക്കുക.

c) സ്ട്രിംഗിലെ വലിവുബലം നിർണയിക്കുക.

15.12 പരിശീലനപ്രശ്നം 15.11 ൽ വിശദീകരിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ട്രിംഗിലെ തരംഗത്തിന്റെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഒരേ a) ആവൃത്തി b) ഫേസ് c) ആയതി എന്നിവയിലാണോ ദോലനം ചെയ്യുന്നത്? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുക. ഒരഗ്രത്തിൽ നിന്നും 0.375m അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ ആയതി എത്രയാണ്?

15.13 ഒരു ഇലാസ്തികതരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന x ന്റെയും t യുടെയും ചില ഫലനങ്ങൾ താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (സ്ഥാനാന്തരം അനുപ്രസ്ഥമോ അനുദൈർഘ്യമോ ആകാം).

(a) $y = 2 \cos (3x) \sin (10t)$

(b) $y = 2\sqrt{x - vt}$

(c) $y = 3 \sin (5x - 0.5t) + 4 \cos (5x - 0.5t)$

(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

(ഇവയിലേതാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നതെന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.

(i) പ്രയാണ തരംഗത്തെ

(ii) നിശ്ചല തരംഗത്തെ

(iii) രണ്ടും അല്ലാത്തത്

15.14 രണ്ട് ദൃഢമായ താങ്ങുകൾക്കിടയിൽ വലിച്ചു നിർത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു വയർ, അതിന്റെ അടിസ്ഥാന മോഡിൽ (fundamental mode) 45 Hz ആവൃത്തിയോടുകൂടി കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. വയറിന്റെ മാസ്സ് 3.5×10^{-2} kg ഉം രേഖീയ മാസ്സ് സാന്ദ്രത 4.0×10^{-2} kg m^{-1} ഉം ആണ്. (a) സ്ട്രിങിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗത്തിന്റെ വേഗവും (b) സ്ട്രിങിലെ വലിവ് ബലവും എത്രയാണ്?

15.15 ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരഗ്രം തുറന്നതും മറ്റേ അഗ്രം ചലിപ്പിക്കാവുന്ന ഒരു പിസ്റ്റൺ കൊണ്ട് അടച്ചതും ആയി ഒരു കുഴലിലെ വായു യുപത്തിന്റെ നീളം 25.5 സെ.മീ. ആയിരിക്കുമ്പോഴും 79.3 സെ.മീ. ആയിരിക്കുമ്പോവും 340Hz ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ട്യൂണിംഗ് ഫോർക്കുമായി അനുനാദം കാണിക്കുന്നു. പരീക്ഷണത്തിന്റെ താപനിലയിൽ വായു വിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക. വായു യൂപത്തിന്റെ അഗ്ര പ്രഭാവങ്ങൾ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്.

15.16 100 cm നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ റോഡ് മധ്യത്തിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. റോഡിന്റെ അനുദൈർഘ്യ കമ്പനങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി 2.53 kHz ആണ് എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. സ്റ്റീലിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം എത്രയാണ്?

15.17 20cm നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പ് ഒരഗ്രത്തിൽ അടഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഒരു 430 Hz സ്രോതസ്സ് പൈപ്പിന്റെ ഏത് ഹാർമോണിക മോഡിനെയാണ് അനുനാദത്തിലൂടെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുന്നത്. പൈപ്പിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്നതാണെങ്കിൽ ഇതേ സ്രോതസ്സ് പൈപ്പുമായി അനുനാദത്തിലായിരിക്കുമോ? (ശബ്ദത്തിന്റെ വായുവിലെ വേഗം 340 m s^{-1})

15.18 'ഗ' എന്ന സ്വരശ്രുതി മീട്ടുന്ന രണ്ട് സിതാർസ്ട്രിംഗുകൾ A യും B യും ചെറുതായി ശ്രുതി മാറ്റി 6 Hz ആവൃത്തി യിൽ ബീറ്റുകൾ ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നു. സ്ട്രിംഗ് A യിലെ വലിവുബലം ചെറുതായി കുറയ്ക്കുമ്പോൾ ബീറ്റ് ആവൃത്തി 3Hz ലേക്ക് കുറഞ്ഞതായി കണ്ടു. A യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി 324 Hz ആണെങ്കിൽ B യുടെ ആവൃത്തി എത്ര?

15.19 എന്തുകൊണ്ട് അഥവാ എങ്ങനെയെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) ശബ്ദതരംഗത്തിലെ ഒരു സ്ഥാനാന്തര നോഡ് ഒരു മർദ ആന്റിനോഡ് ആണ്. നേരെ മറിച്ച് ഒരു സ്ഥാനാന്തര ആന്റിനോഡ് ഒരു മർദനോഡും ആണ്?

(b) വവ്വാലുകൾക്ക് കണ്ണുകളില്ലാതെ ദൂരങ്ങളും ദിശകളും തടസ്സങ്ങളുടെ പ്രകൃതിയും വലിപ്പവും നിർണയിക്കാൻ കഴിയും.

(c) ഒരു വയലിൻ ശ്രുതിയും സിത്താർ ശ്രുതിയും ഒരേ ആവൃത്തിയിൽ ആകാം എങ്കിലും രണ്ട് ശ്രുതികളും വേർതിരിച്ചറിയാം.

(d) ഖരവസ്തുക്കൾക്ക് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളെയും കടത്തിവിടാൻ സാധിക്കും. എന്നാൽ വാതകങ്ങളിൽ അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ സഞ്ചരിക്കൂ.

(e) ഒരു പ്രകീർണന മാധ്യമത്തിലൂടെ (dis-persive medium) സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു പൾസിന്റെ ആകൃതിക്ക് രൂപാന്തരം സംഭവിക്കുന്നു.

15.20 റെയിൽവേ സ്റ്റേഷനിലെ ബാഹ്യ സിഗ്നലിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിൻ നിശ്ചല വായുവിൽ 400 Hz ആവൃത്തി യിൽ വിസിൽ മുഴക്കുന്നു. താഴെ പറയുന്ന സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഒരു പ്ലാറ്റ് ഫോം നിരീക്ഷകൻ ശ്രവിക്കുന്ന വിസി ലിന്റെ ആവൃത്തി എത്രയായിരിക്കും. (i) (a) 10ms^{-1} വേഗതയിൽ പ്ലാറ്റ്ഫോമിന്റെ അടുത്തേക്കു ട്രെയിൻ വരുന്നു. (b) 10ms^{-1} വേഗതയിൽ പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ നിന്നും അകലേക്ക് പോകുന്നു. (ii) ഓരോ സാഹചര്യങ്ങളിലും ശബ്ദ ത്തിന്റെ വേഗത എത്രയാണ്. നിശ്ചല വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 340 m s^{-1} ആണ്.

15.21 സ്റ്റേഷൻ യാർഡിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിൻ നിശ്ചല വായുവിൽ 400Hz ആവൃത്തിയുള്ള വിസിൽ മുഴക്കുന്നു. കാറ്റ് യാർഡിൽ നിന്നും സ്റ്റേഷനിലേക്കുള്ള ദിശയിൽ 10 m s^{-1} വേഗത്തിൽ വീശുന്നു. സ്റ്റേഷന്റെ പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകന് ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി തരംഗദൈർഘ്യം, വേഗം ഇവ എത്രയാണ്. സാഹചര്യം, വായു നിശ്ച ലമായിരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകൻ യാർഡിന്റെ ദിശയിലേക്ക് 10 m s^{-1} വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന സാഹചര്യത്തിനു സമാന മാണോ? നിശ്ചല വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം 340 m s^{-1} എന്ന് എടുക്കാം.

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

15.22 ഒരു സ്ട്രിംഗിലെ പ്രയാണ ഹാർമോണിക തരംഗം ഇപ്രകാരം വിവരിക്കാം.

$$y(x, t) = 7.5 \sin (0.0050x - 12t + \pi/4)$$

(a) $x = 1$ cm ലും $t = 1$s ലും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരവും പ്രവേഗവും എത്രയാണ്? ഈ പ്രവേഗം തരംഗം പ്രേഷണത്തിന്റെ പ്രവേഗത്തിനു തുല്യമാണോ?

(b) സ്ട്രിംഗിലെ $x = 1$cm ബിന്ദുവിലെ $t = 2$s ലും, 5 s, 11s സമയങ്ങളിൽ ഉള്ള അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളും പ്രവേഗവും സ്വായത്തമാക്കിയിട്ടുള്ള മറ്റു ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ട്രിംഗിലെ സ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

15.23 ഒരു നേർത്ത ശബ്ദ സ്പന്ദനം (ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു വിസിലിന്റെ ചെറിയ മുഴക്കം) ഒരു മാദ്ധ്യമത്തിനു കുറുകെ അയയ്ക്കുന്നു.

(a) ഈ സ്പന്ദനത്തിന് നിശ്ചിതമായ (i) ആവൃത്തി (ii) തരംഗദൈർഘ്യം (iii) സഞ്ചാരത്തിന്റെ വേഗം ഇവയുണ്ടോ?

(b) സ്പന്ദനനിരക്ക് 20s ൽ 1 എന്ന രീതിയിലാണെങ്കിൽ (അതായത് ഓരോ 20 സെക്കൻഡിനു ശേഷം സെക്കൻഡിന്റെ ഒരംശ സമയത്തേക്ക് വിസിൽ ഊതുന്നു) വിസിലിന്റെ ശ്രുതിയുടെ ആവൃത്തി 1/20 ആണോ അഥവാ 0.05 Hz ആണോ?

15.24 8.0×10^{-3} kg m^{-1} രേഖീയ സാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു നീളമുള്ള സ്ട്രിംഗിന്റെ ഒരഗ്രം 256Hz ആവൃത്തിയുള്ള വിദ്യുത് ചലിത ട്യൂണിംഗ് ഫോർക്കുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മറ്റേ അഗ്രം ഒരു കപ്പിയിലൂടെ കടത്തിവിട്ട് 90Kg മാസുള്ള ഒരു പാനുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കപ്പി ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള അഗ്രം അതിനടുത്തേക്കുവരുന്ന ഊർജത്തെ മുഴുവൻ ആഗിരണം ചെയ്യുന്നതിനാൽ ഈ അഗ്രത്തിൽ നിന്നും പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾക്ക് വളരെ ചെറിയ (ഒഴിവാക്കത്തക്ക) ആയതി മാത്രമേ ഉള്ളൂ. t=0 യിൽ സ്ട്രിംഗിന്റെ ഇടത്തേ അറ്റം (ഫോർക്ക് അഗ്രം) x=0 യിൽ പൂജ്യം അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരവും (y = 0) ഉണ്ട്. അപ്പോൾ അതിന്റെ ചലന പോസിറ്റീവ് y- ദിശയിലേക്ക് ആണ്. തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 5cm ആണ്. സ്ട്രിംഗിലെ തരംഗത്തെ വിവരിക്കുന്ന അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സമവാക്യം x- ന്റെയും t- യുടേയും ഫലനമായി എഴുതുക.

15.25 ഒരു മുങ്ങിക്കപ്പലിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സോണാർ സിസ്റ്റം 40.0KHz ൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നു. ഒരു ശത്രു മുങ്ങിക്കപ്പൽ സോണാറിന്റെ (SONAR) അടുത്തേക്കു 360 km/h വേഗതയിൽ വരുന്നു. മുങ്ങിക്കപ്പൽ പ്രതിദ്ധ്വനിപ്പിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി എത്രയാണ്? ജലത്തിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 1450m/s ആണ്.

15.26 ഭൂകമ്പങ്ങൾ ഭൂമിയിൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. വാതകങ്ങളിൽ നിന്നും ഭിന്നമായി ഭൂമിക്ക് അനുപ്രസ്ഥവും (*S*) അനുദൈർഘ്യവുമായ (*P*) ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ കടത്തിവിടാൻ കഴിയും. S തരംഗത്തിന്റെ വേഗം 4.0 km s^{-1} ഉം P തരംഗത്തിന്റെ വേഗം 8.0 km s^{-1} ആണ്. ഒരു ഭൂകമ്പത്തിൽ നിന്നുള്ള P യും, S ഉം തരംഗങ്ങളെ ഒരു സീസ്മോഗ്രാഫ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ആദ്യത്തെ P തരംഗം S തരംഗത്തിന് 4 മിനിട്ടു മുമ്പ് വരുന്നു. തരംഗങ്ങൾ നേർരേഖയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്ന് അനുമാനിച്ചാൽ ഭൂകമ്പം എത്ര ദൂരെയാണ് സംഭവിച്ചത്?

15.27 ഒരു ഗുഹയിൽ ഒരു വവ്വാൽ അൾട്രാസോണിക് ശബ്ദവീചികളുപയോഗിച്ച് ദിശ നിയന്ത്രണം നടത്തി പാറിപ്പറന്നു നടക്കുന്നു. വവ്വാൽ പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദ ആവൃത്തി 40 kHz എന്നു അനുമാനിക്കുക. ഒരു പരന്ന ഭിത്തിക്ക് അഭിമുഖമായി പറക്കുന്ന വവ്വാലിന്റെ വേഗം വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത്തിന്റെ 0.03 മടങ്ങാണ്. ഭിത്തിയിൽ തട്ടി പ്രതിദ്ധ്വനിച്ച് എത്ര ആവൃത്തികൾ വവ്വാൽ കേൾക്കും?

ഉത്തരസൂചിക

യൂണിറ്റ് 9

9.1 1.8

9.2 (a) തന്നിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫിൽ നിന്നും 150×10^{6} Nm^{-2} സ്ട്രെസ്സിന് സ്ട്രെയിൻ 0.002 ആണ്.

(b) പദാർഥത്തിന്റെ ഏകദേശ യീൽഡ്ശക്തി 3×10^{8} Nm^{-2} ആണ്.

9.3 (a) A എന്ന പദാർഥം

(b) പദാർഥം A , പദാർഥം B യേക്കാൾ ദൃഢതയുള്ളതായിരിക്കും. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ ദൃഢത നിർണയിക്കുന്നത് അത് പൊട്ടിപ്പോകാൻ കാരണമായ സ്ട്രെസ്സിന്റെ അളവാണ്.

9.4 (a) തെറ്റ്

(b) ശരി

9.5 1.5×10^{-4}m (സ്റ്റീൽ), 1.3×10^{-4}m (ബ്രാസ്സ്)

9.6 വിഭ്രംശം $- 4 \times 10^{-6}$m

9.7 2.8×10^{-6}

9.8 0.127

9.9 7.07×10^{4} N

9.10 D കോപ്പർ/ D ഇരുമ്പ് – 1.25

9.11 1.539×10^{-4}m

9.12 2.026×10^{9} Pa

9.13 1.034×10^{3} kg m^{3}

9.14 0.0027

9.15 $0.058 cm^{3}$

9.16 2.2×10^{6} N/m^{2}

9.17 അൻവില്ലിന്റെ അഗ്രത്തുള്ള മർദ്ദം 2.5×10^{11}Pa

9.18 (a) 0.7m (b) സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽനിന്നും 0.43m അകലെ

9.19 ഏകദേശം 0.01m

9.20 260kN

9.21 $2.51 \times 10^{-4} m^{3}$

യൂണിറ്റ് 10

10.3 (a) കുറയുന്നു

(b) വാതകങ്ങളുടെ η കൂടുന്നു, (B) ദ്രാവകങ്ങളുടെ η താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് കുറയുന്നു.

(c) ഷിയർ സ്ട്രെയിൻ, ഷിയർ സ്ട്രെയിൻ തോത്

(d) ദ്രവ്യ സംരക്ഷണം, ബർണൂയി സമവാക്യം (c) കൂടുതൽ

10.5 6.2×10^6 Pa

10.6 10.5m

10.7 സമുദ്രത്തിന്റെ ആഴത്തിലെ മർദ്ദം ഏകദേശം 3×10^5 Pa ആണ്. ഈ സംവിധാനം അനുയോജ്യമാണ്. കാരണം ഇതിന് വലിയ മർദ്ദം അല്ലെങ്കിൽ സ്ട്രെസ്സ് താങ്ങാൻ കഴിവുണ്ട്.

10.8 6.92×10^5 Pa

10.9 0.800

10.10 സ്പിരിറ്റ് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഭുജത്തിൽ മെർക്കുറി ഉയരും. മെർക്കുറി ലെവലുകളിലുള്ള വ്യത്യാസം 0.221cm ആണ്.

10.11 ഇല്ല. ബർണൂയിയുടെ തത്വം ധാരാരേഖീയ പ്രവാഹത്തിനാണ് ബാധകമായുള്ളത്.

10.12 ഇല്ല. ബർണൂയിയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലെ അന്തരീക്ഷ മർദ്ദങ്ങളിൽ വലിയ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുന്നതു വരെ.

10.13 9.8×10^2 Pa (റെയ്നോൾഡ് അക്കം ഏകദേശം 0.3 ആയതിനാൽ ഒഴുക്ക് ലാമിനാർ ആണ്).

10.14 1.5×10^3 N

10.15 ചിത്രം (a) ശരിയല്ല. (കാരണം: ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്ത് ദ്രവ്യസംരക്ഷണ നിയമം കാരണം ഒഴുക്കിന്റെ വേഗത കൂടുതലാണ്. തൽഫലമായി ബർണൂയി സമവാക്യ പ്രകാരം അവിടുത്തെ മർദ്ദം ചെറുതാണ്.)

10.16 $0.64 ms^{-1}$

10.17 2.5×10^{-2} Nm^{-1}

10.18 4.5×10^{-2} N (b) യ്ക്കും (c) യ്ക്കും (a) യിലേതു തന്നെയാണ്.

10.19 അധിക മർദ്ദം = 310Pa, ആകെ മർദ്ദം = 1.0131×10^5 3 സാർഥക അക്കങ്ങളിലേക്ക് റൗണ്ട് ചെയ്ത് 1.01×10^5 Pa

10.20 കുമിളയിലെ അധിക മർദ്ദം = 20.0 Pa സോപ് ലായനിയിലെ വായു കുമിളയിലെ അധിക മർദ്ദം 10.0 Pa. വായു കുമിളയുടെ ബാഹ്യമർദ്ദം $1.01 \times 10^5 + 0.4 \times 103 \times 9.8 \times 12 = 1.06 \times 10^5$Pa. അധിക മർദ്ദം ഇത്ര കണ്ട് ചെറുതാണ്. 3 സാർഥക അക്കങ്ങൾ വരെ എടുത്താൽ വായു കുമിളയിലെ ആകെ മർദ്ദം = 1.06×10^5 Pa. ആണ്.

10.21 55N (ചുവട്ടിലെ പരപ്പളവ് ഉത്തരത്തെ ബാധിക്കുന്നില്ല എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക)

10.22 (a) കേവല മർദ്ദം = മെർക്കുറിയുടെ 96 cm

ഗേജ് മർദ്ദം = മെർക്കുറിയുടെ - 18 cm (b) യ്ക്ക്

രണ്ട് ഭുജങ്ങളിലെ ലെവൽ വ്യത്യാസം 19cm ആകുന്നതു വരെ ഇടത്തെ ഭുജത്തിൽ മെർക്കുറി ഉയരും.

10.23 മർദവും (അതിനാൽ ബലവും) തുല്യമായ ചുവട് പരപ്പളവ് ആയതിനാൽ ഒരു പോലെയാണ്. പക്ഷേ ജലം പാത്രത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ ബലം കൊടുക്കുന്നുണ്ട്. ഇതിന്റെ ലംബഘടകം, വശങ്ങൾ, ചുവടിന് ലംബമല്ലാതെ ആയിരിക്കുമ്പോൾ, പൂജ്യമല്ല. ബലത്തിന്റെ ഈ പരിണിത ലംബഘടകം, ആദ്യത്തെ പാത്രത്തിൽ രണ്ടാമത്തേതിനെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുതലാണ്.

10.24 0.2m

10.25 (a) മർദ വീഴ്ച (b) യിലാണ് കൂടുതൽ പ്രവാഹ പ്രവേഗ വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം കൈവരുന്നു.

10.26 (a) $0.98 ms^{-1}$ (b) $1.24 \times 10^{5} m^{3}s^{-1}$.

10.27 4393Kg

10.28 5.8 cm s^{-1}, 3.9×10^{10}N.

10.29 5.34 mm

10.30 ആദ്യത്തെ കുഴലിന്, മർദവ്യത്യാസം (കോൺവെക്സ് കോൺകേവ് വശങ്ങൾക്കിടയിൽ)

രണ്ടാമത്തെ കുഴലിന്, മർദവ്യത്യാസം = 97.3 Pa

തത്ഫലമായി രണ്ടു കുഴലുകളിലെയും ലെവൽ വ്യത്യാസം $(48.7/10^{3} \times 9.8)$m = 5.0mm ആണ്.

ഇടുങ്ങിയ കുഴലിലെ ലെവൽ ഉയർന്നതാണ്. (സമ്പർക്കകോൺ പൂജ്യമാവുമ്പോൾ, മെനിസ്കസിന്റെ ആരം കുഴലിന്റെ ആരത്തിന് തുല്യമാവും. പ്രതലത്തിന്റെ കോൺകേവ് വശത്തെ മർദ്ദം രണ്ടു കുഴലുകളിലും 1atm ആണ്.

10.31. (b) 8 km. ഉയരത്തിന് അനുസരിച്ച് 'g' മാറുന്നത് പരിഗണിച്ചാൽ, ഉയരം അല്പം കൂടുതലാണ്. ഏകദേശം 8.2km.

യൂണിറ്റ് 11

11.1 നിയോൺ $^{-}248.58^{\circ}C$ – $^{-}415.44^{\circ}F$;

CO_2 : $^{-}56.60^{\circ}C$ – $^{-}69.88^{\circ}F$

($t_F - \frac{9}{5} t_c$ 32 ഉപയോഗിക്കുക)

11.2 $T_A \quad (\frac{4}{7}) T_B$

11.3 384.8 K

11.4 (a) ട്രിപ്പിൾപോയിന്റിന് ഒരു പ്രത്യേക താപനിലയുണ്ട്. ഖരാങ്കനിലയും തിളനിലയും താപനില മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു.

(b) മറ്റേ സ്ഥിരതാപനില അബ്സൊല്യൂട്ട് പൂജ്യം ആകുന്നു.

(c) ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് $0.01^{\circ}C$ ആകുന്നു, $0^{\circ}C$അല്ല

(d) 491.69

11.5 (a) T_A – 392.69K, T_B – 391.98K

(b) വാതകങ്ങൾ പൂർണമായും ആദർശവാതകങ്ങൾ അല്ലാത്തതുകൊണ്ടാണ് ഈ വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നത്. ഇത് കുറയ്ക്കാൻ, ഏറ്റവും താഴ്ന്ന മർദത്തിലെ റീഡിംഗുകൾ എടുത്ത് താപനിലയും അബ്സൊല്യൂട്ട് മർദവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റിൽ കണക്കുകൂട്ടി മർദം പൂജ്യം ആകുന്ന ലിമിറ്റിലുള്ള താപനില കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ താപനിലയിൽ വാതകങ്ങൾ ആദർശവാതകസ്വഭാവത്തിന് അടുത്തായിരിക്കും.

11.6 ദണ്ഡിന് $45.0^{\circ}C$ ൽ ഉള്ള യഥാർഥ നീളം – (63 0.0136)cm – 63.0136cm (മൂന്ന് അക്കങ്ങൾക്ക് നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം 0.0136cm ആകുന്നു, പക്ഷേ ആകെ നീളം – 63.0cm, $27.0^{\circ}C$ ൽ അതേ ദണ്ഡിന്റെ നീളം – 63cm

11.7 ഷാഫ്റ്റ് $69^{\circ}C$ ലേക്ക് തണുപ്പിച്ചാൽ ചക്രം ഷാഫ്റ്റിൽ നിന്ന് വഴുതിപ്പോകും.

11.8 വ്യാസത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവ് – 1.44×10^{-2} cm

11.9 3.8 10^2 N.

11.10 ദണ്ഡുകളുടെ അഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിട്ടില്ലാത്തതിനാൽ ഓരോന്നും സ്വതന്ത്രമായി വികസിക്കുന്നു.

$\Delta l_{brass.........}$ – 0.21cm , $\Delta l_{(steel)}$ – 0.126cm – 0.13cm, തെർമൽ സ്ട്രെസ് ഇല്ല.

11.11 0.0147 – 1.5×10^{-2}

11.12 $103^{\circ}C$

11.13 1.5 kg

11.14 $0.43 J g^{-1} K^{-1}$; ചെറുത്

11.15 വാതകങ്ങൾ ദ്വയാറ്റോമികങ്ങളാണ്. കൂടാതെ മറ്റ് ഡിഗ്രീസ് ഓഫ് ഫ്രീഡവും ഉണ്ട്. (മറ്റ് രീതിയിലുള്ള ചലനങ്ങളാവാം). വാതകത്തിന്റെ താപനില ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ഉയർത്താൻ, എല്ലാ രീതികളുടേയും ശരാശരി ഊർജം വർധിപ്പിക്കാൻ താപം നൽകേണ്ടിവരും. തൽഫലമായി ദ്വയാറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏകഅറ്റോമിക വാതകങ്ങളേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. പരിക്രമണ രീതികൾ മാത്രം പരിഗണിച്ചാൽ ദ്വയാറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏകദേശം $\left(\frac{5}{2}R\right)$ആയിരിക്കും. ഇത് ക്ലോറിൻ ഒഴികെ പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുമായി നോക്കിയാൽ ശരിയാകും. ക്ലോറിന്റെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയുടെ ഉയർന്ന വിലകൾ അതിനു പരിക്രമണത്തിനു പുറമേ, കമ്പനവും കൂടി ഉള്ളതുകൊണ്ടാണ്.

11.16 4.3 ഗ്രാം/മിനുട്ട്

11.17 3.7 കി.ഗ്രാം

11.18 238°C

11.19

11.20 9 മിനിട്ട്

11.21

(a) ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റിൽ താപനില = –56.6°C, മർദം = 5.11 atm

(b) CO_2 ന്റെ തിളനിലയും ദ്രവണാങ്കവും മർദം കുറയുമ്പോൾ കുറയുന്നു.

(c) CO_2 ന്റെ ക്രാന്തിക താപനിലയും മർദവും യഥാക്രമം 31.1°C ഉം 73.0atm ആകുന്നു. ഈ താപനിലയ്ക്കു മുകളിൽ, CO_2 ഉയർന്ന മർദത്തിൽപ്പോലും ദ്രാവകമായി മാറുന്നില്ല.

(d) (a) ബാഷ്പം (b) ഖരം (c) ദ്രാവകം

11.22

(a) ഇല്ല. ആവി നേരിട്ട് ഖരമായി ഘനീഭവിക്കുന്നു.

(b) ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്കു കടക്കാതെ ഇത് നേരിട്ട് ഘനീഭവിച്ച് ഖരമായി മാറുന്നു.

(c) ആദ്യം ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്കും പിന്നീട് വാതകാവസ്ഥയിലേക്കും മാറുന്നു. ദ്രവണാങ്കവും തിളനിലയും സ്ഥിര മർദമായ 10atms ൽ ദ്രവീകരണ ബാഷ്പീകരണ ഗ്രാഫുകൾ P-T ഡയഗ്രത്തിലെ തിരശ്ചീനരേഖയിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ഭാഗത്താണ്.

(d) ഇത് ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്ക് ഒരു വ്യക്തമായ മാറ്റം കാണിക്കുന്നില്ല, എങ്കിലും മർദം കൂടുന്തോറും ആദർശവാതക സ്വഭാവത്തിൽനിന്ന് കൂടുതൽ അകലുന്നു.

യൂണിറ്റ് 12

12.1 മിനിട്ടിൽ 16 g

12.2 934 J

12.4 2.64

12.5 16.9 J

12.6 (a) 0.5 atm (b) zero (c) zero (വാതകം ആദർശ വാതകമായിട്ടാണ് പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത്) (d) ഇല്ല, എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഈ പ്രക്രിയ (free expansion) ധ്രുതഗതിയിൽ നടക്കുന്നതിനാൽ ഇത് നിയന്ത്രണവിധേയമല്ല. ഈ പ്രക്രിയയുടെ ഇടനിലാ ഘട്ടങ്ങൾ അസന്തുലിതാവസ്ഥ ഘട്ടങ്ങളായതിനാൽ ഇവ ആദർശ വാതക സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്നില്ല. ഏറെ നേരം കഴിയുമ്പോൾ വാതകം സന്തുലിതാവസ്ഥ പ്രാപിക്കും.

12.7 15%, 3.1×10^9 J

12.8 25 W

12.9 450 J

12.10 10.4

യൂണിറ്റ് 13

13.1 4×10^{4}

13.3 (a) ഗ്രാഫിലെ കുത്തിട്ട ഭാഗങ്ങൾ ഐഡിയൽ വാതക സ്വഭാവത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

(d) $T_1 > T_2$;

(c) 0.26 J K^{1};

13.4 0.14 kg

13.5 5.3×10^{6} m^3

13.6 6.10×10^{26}

13.7 (a) 6.2×10^{21} J (b) 1.24×10^{19} J (c) 2.1×10^{16} J (d) അല്ല.

ഒരേ വിലകൾ ലഭിക്കുന്നതിന് 6.3×10^{-5} kg ഹൈഡ്രജന് സാധിക്കും.

13.8 അതെ, അവോഗാഡ്രോ നിയമമനുസരിച്ച് അല്ല. മൂന്നു വാതകങ്ങളിൽ v_{rms} ന്റെ വില ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഭാരം കുറഞ്ഞ നിയോൺ വാതകത്തിനാണ്.

13.9 2.52×10^3 K

13.10 മീൻ ഫ്രീ പാത്തിന്റെ സമവാക്യം $\bar{l} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$ ഉപയോഗിക്കാം ഇതിൽ d എന്നത് തന്മാത്രയുടെ വ്യാസമാണ്. തന്നിരിക്കുന്ന മർദ്ദത്തിലും താപനിലയിലും $N/V = 5.10 \times 10^{25}$ m^{3} യും $\bar{l} = 1.0 \times 10^{-7}$ m ഉം ആണ്. $v_{rms} = 5.1 \times 10^2 \text{ m s}^{1}$.

കൊളീഷൻ ആവൃത്തി $= \dfrac{v_{rms}}{\bar{l}} = 5.1 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$

കൊളീഷനെടുത്ത സമയം $= d/v_{rms} = 4 \times 10^{13}$ s

അടുത്തടുത്ത കൊളീഷനെടുത്ത സമയം $1/v_{rms} = 2 \times 10^{-10}$ s. അതിനാൽ ഒരു കൊളീഷനാവശ്യമായ സമയത്തിന്റെ 500 മടങ്ങാണ്. അടുത്തടുത്ത കൊളീഷനെടുക്കുന്ന സമയം. അതുകൊണ്ട് ഒരു വാതക തന്മാത്ര അടിസ്ഥാനപരമായി ഭൂരിഭാഗം സമയവും സ്വതന്ത്രമായിരിക്കും.

13.11 ഏകദേശം 24cm മെർക്കുറി പുറത്തേക്കൊഴുകുകയും അവശേഷിക്കുന്ന 52cm മെർക്കുറി + അതിനു മുകളിലായുള്ള 48 cm വായുയൂപവും അന്തരീക്ഷമർദ്ദവുമായി സന്തുലനാവസ്ഥയിലാകുകയും ചെയ്യുന്നു. (ഈ പ്രക്രിയയിലങ്ങോളം താപനിലയിൽ വ്യത്യാസമില്ലായെന്ന് നമുക്ക് സങ്കൽപിക്കാം)

13.12 ഓക്സിജൻ

13.14 കാർബൺ (1.29Å)

സ്വർണം (1.59Å)

ദ്രാവക നൈട്രജൻ (1.77Å)

ലിഥിയം (1.73Å)

ദ്രാവക ഫ്ളൂറിൻ (1.88Å)

യൂണിറ്റ് 14

14.1 (b), (c)

14.2 (b) യും (c) യും സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണ്. (a) യും (d) യും ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളാണ് എന്നാൽ സരളഹാർമോണിക ചലനം അല്ല (ഒരു ബഹു അറ്റോമിക തന്മാത്രയിൽ ധാരാളം സ്വാഭാവിക അവൃത്തങ്ങൾ ഉണ്ട്. വ്യത്യസ്ത ആവൃത്തിയുള്ള ധാരാളം സരളഹാർമോണിക ചലനങ്ങൾ കൂടിചേർന്ന ഒരു കമ്പനമാണ് ഇവിടെ ഉണ്ടാകുന്നത്. ഈ ചലനം ക്രമാവർത്തനമാണ് എന്നാൽ സരള ഹാർമോണിക ചലനം അല്ല.

14.3 (b) യും (d) യും ക്രമവർത്തനചലനങ്ങളാണ്. ഓരോന്നിന്റേയും ക്രമാവർത്തന കാലം 2δ ആണ്. (a) യും (c) യും ക്രമാവർത്തനചലനങ്ങൾ അല്ല. (ചലനം (c) യിൽ ഒരു കാര്യം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കുക. ഒരു സ്ഥാനത്തെ ചലനത്തിന്റെ ആവർത്തനം മൂലം ഒരു ചലനം ക്രമാവർത്തന ചലനമാകില്ല. പകരം ഒരു ക്രമാവർത്തന കാലത്തെ മുഴുവൻ ചലനവും തുടർച്ചയായി ആവർത്തിക്കണം)

14.4 (a) സരളഹാർമോണികം, $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$

(b) ക്രമാവർത്തനം $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ എന്നാൽ സരളഹാർമോണികമല്ല.

(c) സരള ഹാർമോണികം, $T = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)$

(d) ക്രമാവർത്തനം $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ എന്നാൽ സരളഹാർമോണികമല്ല.

(e) ക്രമാവർത്തനമല്ലാത്തത്

(f) ക്രമാവർത്തനമല്ലാത്തത്

14.5

14.6 (c) ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

14.7 A= $\sqrt{2}$ cm ....= $\frac{7\pi}{4}$; B = $\sqrt{2}$ cm a= $\frac{\pi}{4}$

14.8 219 N

14.9 ആവൃത്തി $3.2s^{-1}$ മാസിന്റെ പരമാവധി ത്വരണം $8.0ms^{-2}$ ഉം മാസിന്റെ പരമാവധി വേഗം $0.4ms^{-1}$ ഉം ആണ്.

14.10 (a) $x = 2 \sin 20t$

(b) $x = 2 \cos 20t$

(a) $x = -2 \cos 20t$

ഇവിടെ m ൽ ആണ്. ഈ ഫലനങ്ങളിൽ ആയതിയോ, ആവർത്തിയോ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നില്ല. അവയുടെ ആദ്യഫേസിലാണ് വ്യത്യാസമുള്ളത്

14.11 (a) $x = -3 \sin \pi t$ ഇവിടെ x, cm ൽ ആണ്.

(b) $x = -2 \cos \frac{\pi}{2} t$ ഇവിടെ x, cm ൽ ആണ്.

14.12

14.13 (a) $\frac{f}{k}$ a യ്ക്കും b യ്ക്കും

(b)$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (a) യ്ക്കും $2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$

(b) യ്ക്കും

14.14 100m/min

14.15 8.4S'

14.16 (a) ഒരു സരളപെൻഡുലത്തിൽ k യും m ഉം അനുപാതത്തിലാണ്. അതിനാൽ m വിലകൾ റദ്ദുചെയ്യപ്പെടുന്നു.

(b) $\sin\theta < \theta$ പുനഃസ്ഥാപനബലം $Mg\sin\theta$ യ്ക്ക് പകരം $Mg\theta$ ഉപയോഗിച്ചാൽ വലിയ കോണുകളിൽ ഇത് കോണീയ ത്വരണത്തിൽ കുറവു വരുത്തുകയും ക്രമാവർത്തന കാലം വർദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ എന്ന് ലഭിക്കാൻ ഇവിടെ $\sin\theta = \theta$ എന്ന് കരുതണം.

(c) അതെ, റിസ്റ്റ് വാച്ചിലെ സൂചികളുടെ ചലനം സ്പ്രിംഗ് പ്രവർത്തനം മൂലമാണ്. അതിനാൽ ഭൂഗുരുത്വ ത്വരണത്തിന് ഈ ചലനത്തിൽ യാതൊരു സ്വാധീനവുമില്ല.

(d) സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്ക് വീഴുന്ന പെട്ടിയിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന സരളപെൻഡുലത്തിൽ ഗ്രാവിറ്റി അപ്രത്യക്ഷമാകുന്നു. അതിനാൽ ആവൃത്തി പൂജ്യം ആകുന്നു.

14.17 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 - v^2/r^2}}}$ സൂചന : തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ആരമിക ത്വരണം കാരണമായി ഗ്രാവിറ്റി മൂലമുള്ള സഫല ത്വരണം കുറയുന്നു.

14.18 സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ കോർക്കിന്റെ ഭാരം ജലം മുകളിലേക്ക് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന് തുല്യമാണ്. കോർക്കിനെ ദ്രാവകത്തിൽ x ദൂരം താഴ്ത്തിയ ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കിയപ്പോൾ ഉള്ള മുകളിലേക്കുള്ള സഫലബലം $Ax\rho_1 g$. അതിനാൽ ബലസ്ഥിരാങ്കം $K = Ax\rho_1 g$, $m = Ah\rho$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചാൽ $T = 2\pi\sqrt{\frac{h\rho}{\rho_1 g}}$ എന്ന സമവാക്യം ലഭിക്കും.

14.19 എപ്പോഴാണോ u ട്യൂബിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും വായുവിലേക്ക് തുറന്ന് ഇരിക്കുകയും, രണ്ട് കോളങ്ങളിലും ഉള്ള ദ്രാവകത്തിന്റെ അളവിൽ h ന്റെ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്താൽ അവിടുത്തെ ദ്രാവകത്തിലെ സഫലബലം Ahfg ആയിരിക്കും. A എന്നത് ട്യൂബിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവും f ദ്രാവകത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയുമാണ്. പുനഃ സ്ഥാപനബലം h ന് അനുപാതത്തിലായതിനാൽ ഇവിടുത്തെ ചലനം സരളഹാർമോണികമാണ്.

14.20 $T = 2\pi\sqrt{\frac{Vm}{Ba^2}}$ എന്നത് വായുവിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആണ് ഐസോതെർമൽ വ്യതിയാനത്തിന് B=P ആണ്.

14.21 (a) $5 \times 10^4 Nm^{-1}$ (b) $1344.6 kgs^{-1}$

14.22 സൂചന ശരാശരി ഗതികോർജം = $\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}mv^2 dt$

ശരാശരി സ്ഥിതികോർജം= $\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kx^2 dt$

14.23 സൂചന : ഒരു ടോർഷൻ പെൻഡുലത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തനകാലം $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\alpha}}$ ആണ്. I എന്നത് കറക്കുന്ന അക്ഷത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള മൊമന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ ആണ്. ഇവിടെ $I=\frac{1}{2}MR^2$. M എന്നത് ഡിസ്ക്കിന്റെ മാസും R ആരവുമാണ്. തന്നിരിക്കുന്ന വിലകൾ നൽകിയാൽ $\alpha = 2.0 Nmrad^{-1}$ എന്ന് ലഭിക്കും.

14.24 (a) $-5\pi^2 ms^{-2}$; 0

(b) $-3\pi^2 ms^{-2}$; $0.4\pi ms^{-1}$

(c) 0; $0.5\pi ms^{-1}$

14.25 $\sqrt{\left(x_0^2 + \frac{V0^2}{w^2}\right)}$

യൂണിറ്റ് 15

15.1 0.5s

15.2 8.7s

15.3 2.06×10^{4}N

15.4 ഐഡിയൽ വാതക നിയമം അനുമാനിക്കുക:

$PV = RT$

$$P\frac{M}{\rho} = RT$$

$$P = \frac{\rho RT}{M}$$, P എന്നത് സാന്ദ്രതയാണ്.

അതിനാൽ $v = \frac{\sqrt{\gamma P}}{\rho} = \frac{\sqrt{\gamma \rho RT}}{\rho.M}$

M തൻമാത്രമാസ്സും T വാതകത്തിന്റെ താപനില. ഇതിൽ നിന്നും $V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ V,

(a) മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

(b) $\sqrt{T}$ ന് അനുപാതമായി കൂടുന്നു.

(c) ജലത്തിന്റെ തൻമാത്ര മാസ്സ് (18) N_2(28) ഉം O_2(32) വിനേക്കാൾ കുറവാണ്. അതിനാൽ ആർദ്രത കൂടുന്ന വായുവിന്റെ സഫല തൻമാത്രമാസ്സ് കുറയുന്നു. അതിനാൽ 'v' കൂടുന്നു.

15.5 ഇതിന്റെ വിപരീതം ശരിയല്ല. ഒരു പ്രയാണ തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഫലനത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്തെന്നാൽ അത് എല്ലായിടത്തും എല്ലാ സമയത്തും നിശ്ചിതമായിരിക്കണം. ഫലനം (c) മാത്രമേ ഈ വ്യവസ്ഥ പാലിക്കുന്നു. മറ്റു ഫലനങ്ങൾ ഒരു സഞ്ചാരി തരംഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നില്ല.

15.6 (a) 3.4×10^{-4}m (b) 1.49×10^{-3}m

15.7 4.1×10^{-4}m

15.8 (a) ഒരു പ്രയാണതരംഗം. ഇത് ഇടത്തുനിന്നും വലത്തേക്ക് 20ms^{-1} വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു.

(b) 3.0cm, 5.7Hz

(c) $\pi / 4$

(d) 3.5m

15.9 എല്ലാ ഗ്രാഫുകളും സൈനുസോയിഡൽ ആണ്. അവയ്ക്ക് ഒരേ ആയതിയും ആവൃത്തിയും ഉണ്ട്. എന്നാൽ വ്യത്യസ്തമായ പ്രാരംഭ ഫേസുകളും ഉണ്ട്.

15.10 (a) 6.4 π rad

(b) 0.8 π rad

(c) π rad

(d) $\pi/2$ rad

15.11 (a) സ്ഥിര തരംഗം

(b) ഓരോ തരംഗത്തിനും $l=3$m, $n=60$Hz ഉം $v=180$ms^{-1} ആണ്

(c) 648 N

15.12(a) സ്ട്രിങ്ങിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കൾക്കും നോഡുകൾ ഒഴിച്ച് ഒരേ ആവൃത്തിയും ഫേസും ഉണ്ട്. പക്ഷേ ഒരേ ആയതി അല്ല.

(b) 0.042m

15.13 (a) സറിര തരംഗം

(b) ഒരു തരംഗത്തിന്റെ സ്വീകാര്യമല്ലാത്ത ഫലനം.

(c) സഞ്ചാര ഹാർമോണിക തരംഗം

(d) രണ്ട് സറിര തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണം

15.14 (a) $79 ms^{-1}$

(b) 284 N

15.15 $347 ms^{-1}$

സൂചന : ഒരുവശം അടഞ്ഞ കുഴലിന് $Vn = \frac{(2n-1)V}{4l}$; $n=1, 2, 3.....$

$\ell_1 \rightarrow$ ഒന്നാം അനുനാദത്തിന്റെ നീളം

$\ell_2 \rightarrow$ രണ്ടാം അനുനാദത്തിന്റെ നീളം

$\frac{T}{2} = (\ell_2 - \ell_1)$ അല്ലെങ്കിൽ $\lambda = 2(\ell_2 - \ell_1)$

$v = n\lambda$

$= 340 \times 2(\ell 2 - \ell 1) = 340 \times 2 \times [79.3 - 25.9] \times 10^{12} = 363.1 m/s$

15.16 $5.06 kms^{-1}$

15.17 ഒന്നാം ഹാർമോണികം (അടിസ്ഥാനം); അല്ല

15.18 318 Hz

15.20 (i) (a) 412Hz (b) 389Hz

(ii) $340 ms^{-1}$ ഓരോ സാഹചര്യത്തിലും

15.21 400Hz, 0.875m, $350 ms^{-1}$ അല്ല. കാരണം ഈ സാഹചര്യത്തിൽ മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സും ചലനത്തിലാണ്.

15.22 (a) 1.666cm, $87.75 cms^{-1}$; അല്ല. തരംഗ സഞ്ചാരത്തിന്റെ പ്രവേഗം $24 ms^{-1}$ ആണ്.

(b) ദൂരത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും $n\lambda$, $(n=\pm 1, \pm 2, \pm 3....)$ ഇവിടെ $\lambda = 12.6 m$, $x = 1 cm$ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും

15.23 (a) സ്പന്ദനത്തിന് നിശ്ചിത തരംഗ ദൈർഘ്യമോ ആവൃത്തിയോ ഇല്ല. പക്ഷേ നിശ്ചിത സഞ്ചാര വേഗം ഉണ്ട്. (പ്രകീർണ്ണനം നടക്കാത്ത മാധ്യമത്തിൽ)

(b) അല്ല

15.24 $y = 0.05 \sin(\omega t - kx)$; ഇവിടെ $\omega = 1.61 \times 10^3 s^{-1}$, $k = 4.84 m^{-1}$; x ഉം y ഉം മീറ്ററിലാണ്.

15.25 45.9 kHz

15.26 1920 km

15.27 42.47kHz