Statistics – I

Ex. 5.1

1. **विद्यार्थ्यांनी जमा केलेल्या पूरग्रस्तांच्या निधीची वारंवारता वितरण सारणी खाली दिलेली आहे.**

पूरग्रस्त निधी (₹ मध्ये)	0 – 10	10 –20	20 – 30	30 –40	40 – 50
विद्यार्थी संख्या	5	7	5	2	6

त्यावरून विद्यार्थ्यांने जमा केलेल्या पूरग्रस्त निधीचा 'मध्य' सरळ पद्धतीने काढा. **[मार्च 14] [3 गुण]**

उकल :

पूरग्रस्त निधी (₹ मध्ये) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	विद्यार्थी संख्या वारंवारता f_i	$f_i x_i$
0 – 10	5	5	25
10 – 20	15	7	105
20 – 30	25	5	125
30 – 40	35	2	70
40 – 50	45	6	270
एकूण :	–	$\Sigma f_i = 25$	$\Sigma f_i x_i = 595$

मध्य $= \overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{595}{25} = 23.80$

∴ **विद्यार्थ्यांने जमा केलेल्या पूरग्रस्त निधीचा मध्य ₹ 23.80 आहे.**

2. **एका शहरातील हवेच्या प्रदूषणामुळे अस्थमा झालेले रुग्ण व त्यांचे वय यांची वारंवारता वितरण सारणी खाली दिली आहे.**

वय (वर्षांमध्ये)	7 – 11	11 – 15	15 – 19	19 – 23	23 – 27	27 – 31	31 – 35	35 – 39
रुग्णसंख्या	5	9	13	21	16	15	12	9

त्यावरून 'अस्थमा' झालेल्या रुग्णांच्या वयाचे मध्य 'सरळ पद्धतीने' काढा. **[3 गुण]**

उकल :

वय (वर्षांमध्ये) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	रुग्णसंख्या वारंवारता f_i	$f_i x_i$
7 – 11	9	5	45
11 – 15	13	9	117
15 – 19	17	13	221
19 – 23	21	21	441
23 – 27	25	16	400
27 – 31	29	15	435
31 – 35	33	12	396
35 – 39	37	9	333
एकूण :	–	$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma f_i x_i = 2388$

मध्य $= \overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{2388}{100} = 23.88$

∴ **'अस्थमा' झालेल्या रुग्णांच्या वयाचे मध्य 23.88 वर्षे आहे.**

3. एका स्क्रूच्या वरच्या गोलाकार भागाच्या व्यासाचे माप (मिमी) व स्क्रूंची संख्या यांची वारंवारता वितरण सारणी खाली दिली आहे.

व्यासाची लांबी (मिमी)	33 – 35	36 – 38	39 – 41	42 – 44	45 – 47
स्क्रूंची संख्या	10	19	23	21	27

त्यावरून गृहीत मध्य या पद्धतीने स्क्रूच्या व्यासाच्या मापाचे मध्य काढा. [3 गुण]

उकल :

व्यासाची लांबी (मिमी) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 40$	स्क्रूंची संख्यांची वारंवारता f_i	$f_i d_i$
33 – 35	34	–6	10	–60
36 – 38	37	–3	19	–57
39 – 41	40 → A	0	23	0
42 – 44	43	3	21	63
45 – 47	46	6	27	162
एकूण :	–	–	$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma f_i d_i = 108$

$$\bar{d} = \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = \frac{108}{100} = 1.08$$

∴ मध्य $= \bar{x} = A + \bar{d} = 40 + 1.08 = 41.08$

∴ स्क्रूच्या व्यासाच्या मापाचे मध्य 41.08 मिमी आहे.

4. विद्यार्थ्यांनी मिळविलेल्या गुणांची (100 पैकी) व विद्यार्थी संख्येची वारंवारता वितरण सारणी खाली दिली आहे.

गुण	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
विद्यार्थी संख्या	3	5	7	10	12	15	12	6	2	8

गृहीत मध्याची पद्धती वापरून विद्यार्थ्यांनी मिळविलेल्या गुणांचे मध्य काढा. [4 गुण]

उकल :

गुण वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 45$	विद्यार्थी संख्या वारंवारता f_i	$f_i d_i$
0 – 10	5	–40	3	–120
10 – 20	15	–30	5	–150
20 – 30	25	–20	7	–140
30 – 40	35	–10	10	–100
40 – 50	45 → A	0	12	0
50 – 60	55	10	15	150
60 – 70	65	20	12	240
70 – 80	75	30	6	180
80 – 90	85	40	2	80
90 – 100	95	50	8	400
एकूण :	–	–	$\Sigma f_i = 80$	$\Sigma f_i d_i = 540$

$$\bar{d} = \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{540}{80} = 6.75$$

$\therefore$ मध्य $= \bar{x} = A + \bar{d}$

$= 45 + 6.75 = 51.75$

$\therefore$ **विद्यार्थ्यांनी मिळविलेल्या गुणांचा मध्य 51.75 आहे.**

5. एका आठवड्यात 50 गायींनी दिलेल्या दुधाचे वारंवारता वितरण खालील सारणीत दिले आहे.

दूध (लीटरमध्ये)	24–30	30–36	36–42	42–48	48–54	54–60	60–66	66–72	72–78	78–84	84–90
गायींची संख्या	1	3	8	5	5	5	8	4	6	2	3

त्यावरून गायींनी आठवड्याला दिलेल्या दुधाचा मध्य 'मध्य प्रमाण विचलन' पद्धतीने काढा. [4 गुण]

उकल :

दूध (लीटरमध्ये) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 57$	गायींची संख्या वारंवारता f_i	$f_i d_i$
24 – 30	27	–30	1	–30
30 – 36	33	–24	3	–72
36 – 42	39	–18	8	–144
42 – 48	45	–12	5	–60
48 – 54	51	–6	5	–30
54 – 60	57 → A	0	5	0
60 – 66	63	6	8	48
66 – 72	69	12	4	48
72 – 78	75	18	6	108
78 – 84	81	24	2	48
84 – 90	87	30	3	90
एकूण :	–	–	$\Sigma f_i = 50$	$\Sigma f_i d_i = 6$

$$\bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{6}{50}$$

$$= 0.12$$

∴ मध्य = $\bar{x} = A + \bar{d}$

$$= 57 + 0.12$$

$$= 57.12$$

∴ गायींनी आठवड्याला दिलेल्या दुधाचा मध्य 57.12 लीटर आहे.

6. विविध गृहनिर्माण संस्थांनी केलेल्या वृक्षारोपणाचे वारंवारता वितरण खालील तक्त्यात दर्शविल्याप्रमाणे आहे.

वृक्षांची संख्या	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
गृहनिर्माण संस्थांची संख्या	2	7	9	8	6	4

'मध्य प्रमाण विचलन' पद्धतीने गृहनिर्माण संस्थांनी केलेल्या वृक्षारोपणाचे मध्य काढा. **[4 गुण]**

उकल :

वृक्षांची संख्या वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 22.5$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{5}$	गृहनिर्माण संस्थांची संख्या वारंवारता f_i	$f_i u_i$
10 – 15	12.5	–10	–2	2	–4
15 –20	17.5	–5	–1	7	–7
20 – 25	22.5 →A	0	0	9	0
25 – 30	27.5	5	1	8	8
30 – 35	32.5	10	2	6	12
35 – 40	37.5	15	3	4	12
एकूण :	–	–	–	$\sum f_i = 36$	$\sum f_i u_i = 21$

$$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{21}{36} = 0.5833$$

∴ मध्य = $\bar{x} = A + h\bar{u}$

$$= 22.5 + 5 \times 0.5833 = 22.5 + 2.92 = 25.42$$

∴ गृहनिर्माण संस्थांनी केलेल्या वृक्षारोपणाचा मध्य 25.42 आहे.

7. उदा. क्र.2 'मध्य प्रमाण विचलन' पद्धतीने सोडवा. **[4 गुण]**

उकल :

वय (वर्षांमध्ये) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 21$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{4}$	लोकसंख्या वारंवारता f_i	$f_i u_i$
7 – 11	9	–12	–3	5	–15
11 – 15	13	–8	–2	9	–18
15 – 19	17	–4	–1	13	–13
19 – 23	$21 \rightarrow A$	0	0	21	0
23 – 27	25	4	1	16	16
27 – 31	29	8	2	15	30
31 – 35	33	12	3	12	36
35 – 39	37	16	4	9	36
एकूण :	–	–	–	$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma f_i u_i = 72$

$$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{72}{100} = 0.72$$

$\therefore$ मध्य = $\bar{x} = A + h\bar{u} = 21 + 4 \times 0.72$

$= 21 + 2.88 = 23.88$

$\therefore$ **'अस्थमा' झालेल्या रुग्णांच्या वयाचे मध्य 23.88 वर्षे आहे.**

8. उदा. क्र.3 'मध्य प्रमाण विचलन' पद्धतीने सोडवा. **[4 गुण]**

उकल :

व्यासाची लांबी (मिमी) वर्ग अवकाश	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 40$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{3}$	स्क्रूंची संख्या वारंवारता f_i	$f_i u_i$
33 – 35	34	–6	–2	10	–20
36 – 38	37	–3	–1	19	–19
39 – 41	$40 \rightarrow A$	0	0	23	0
42 – 44	43	3	1	21	21
45 – 47	46	6	2	27	54
एकूण :	–	–	–	$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma f_i u_i = 36$

$$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{36}{100} = 0.36$$

$\therefore$ मध्य = $\bar{x} = A + h\bar{u} = 40 + 3 \times 0.36$

$= 40 + 1.08$

$= 41.08$

$\therefore$ **स्क्रूच्या व्यासाच्या मापाचे मध्य 41.08 मिमी आहे.**

9. **उदा. क्र.6 'गृहीत मध्याची पद्धती' वापरून सोडवा.** **[मार्च 14] [4 गुण]**

उकल :

वृक्षांची संख्या वर्ग अवकाश	**वर्गमध्य** x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 22.5$	**गृहनिर्माण संस्थांची संख्या वारंवारता** f_i	$f_i d_i$
10 – 15	12.5	–10	2	–20
15 – 20	17.5	–5	7	–35
20 – 25	22.5 → A	0	9	0
25 – 30	27.5	5	8	40
30 – 35	32.5	10	6	60
35 – 40	37.5	15	4	60
एकूण :	–	–	$\Sigma f_i = 36$	$\Sigma f_i d_i = 105$

$$\bar{d} = \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = \frac{105}{36} = 2.92$$

∴ मध्य = $\bar{x} = A + \bar{d}$

$= 22.5 + 2.92$

$= 25.42$

∴ **गृहनिर्माण संस्थांनी केलेल्या वृक्षारोपणाचा मध्य 25.42 आहे.**

10. **उदा. क्र.4 'मध्य प्रमाण विचलन' पद्धतीने सोडवा.** **[4 गुण]**

उकल :

गुण वर्ग अवकाश	**वर्गमध्य** x_i	$d_i = x_i - A$ $d_i = x_i - 45$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{10}$	**विद्यार्थ्यांची संख्या वारंवारता** f_i	$f_i u_i$
0 – 10	5	–40	–4	3	–12
10 – 20	15	–30	–3	5	–15
20 – 30	25	–20	–2	7	–14
30 – 40	35	–10	–1	10	–10
40 – 50	45 → A	0	0	12	0
50 – 60	55	10	1	15	15
60 – 70	65	20	2	12	24
70 – 80	75	30	3	6	18
80 – 90	85	40	4	2	8
90 – 100	95	50	5	8	40
एकूण :	–	–	–	$\Sigma f_i = 80$	$\Sigma f_i u_i = 54$

$$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{54}{80} = 0.675$$

∴ मध्य = $\bar{x} = A + h\bar{u} = 45 + 10 \times 0.675 = 45 + 6.75 = 51.75$

∴ **विद्यार्थ्यांनी मिळविलेल्या गुणांचा मध्य 51.75 आहे.**

Ex 5.2

1. **खालील सारणीत एका तालुक्यातील शेतांची संख्या व त्यांची क्षेत्रफळे यांचे वारंवारता वितरण दिले आहे.**

शेताचे क्षेत्रफळ (एकरमध्ये)	**5 – 15**	**15 – 25**	**25 – 35**	**35 – 45**	**45 – 55**	**55 – 65**	**65 – 75**
शेतांची संख्या	**7**	**12**	**17**	**25**	**31**	**5**	**3**

त्यावरून शेतांच्या क्षेत्रफळाचे मध्यक काढा. **[4 गुण]**

उकल :

शेताचे क्षेत्रफळ (एकरमध्ये) वर्ग अवकाश	**शेतांची संख्या वारंवारता** f_i	**संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)**
5 – 15	7	7
15 – 25	12	19
25 – 35	17	$36 \rightarrow c.f.$
35 – 45	$25 \rightarrow f$	61
45 – 55	31	92
55 – 65	5	97
65 – 75	3	100
एकूण :	$\Sigma f_i = 100$	–

येथे, $\Sigma f_i = N = 100$

$\therefore \quad \frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$

50 पेक्षा मोठी असलेली संचित वारंवारता (पेक्षा कमी) 61 आहे.

$\therefore$ तिचा संबंधित मध्यक वर्ग 35 – 45 हा आहे.

आता,

$L = 35, f = 25, c.f. = 36, h = 10.$

$\therefore$ मध्यक $= L + \left(\frac{N}{2} - c.f.\right)\frac{h}{f} = 35 + (50 - 36) \times \frac{10}{25} = 35 + \frac{14 \times 10}{25} = 35 + 5.60 = 40.60$

$\therefore$ **शेतांच्या क्षेत्रफळाचे मध्यक 40.60 एकर आहे.**

2. **खालील सारणीत एका शहरातील दुकानात दररोजचा नफा (₹ मध्ये) व दुकानांची संख्या यांचे वारंवारता वितरण दिले आहे.**

नफा (₹ मध्ये)	**500–1000**	**1000–1500**	**1500–2000**	**2000–2500**	**2500–3000**	**3000–3500**	**3500–4000**
दुकानांची संख्या	**8**	**18**	**27**	**21**	**20**	**18**	**8**

त्यावरून दुकानांच्या नफ्याचे मध्यक काढा. **[4 गुण]**

उकल :

नफा (₹ मध्ये) वर्ग अवकाश	**दुकानांची संख्या वारंवारता** f_i	**संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)**
500 – 1000	8	8
1000 – 1500	18	26
1500 – 2000	27	$53 \rightarrow c.f.$
2000 – 2500	$21 \rightarrow f$	74
2500 – 3000	20	94
3000 – 3500	18	112
3500 – 4000	8	120
एकूण :	$\Sigma f_i = 120$	–

येथे, $\Sigma f_i = N = 120$

$\therefore \quad \dfrac{N}{2} = \dfrac{120}{2} = 60$

60 पेक्षा मोठी असलेली संचित वारंवारता (पेक्षा कमी) 74 आहे.

$\therefore$ तिचा संबंधित मध्यक वर्ग 2000 – 2500 हा आहे.

आता, $L = 2000, f = 21, c.f. = 53, h = 500$

$\therefore$ मध्यक $= L + \left(\dfrac{N}{2} - c.f.\right)\dfrac{h}{f}$

$$= 2000 + (60 - 53) \times \frac{500}{21}$$

$$= 2000 + \frac{7 \times 500}{21} = 2000 + 166.67 = 2166.67 \approx 2167$$

$\therefore$ **दुकानांच्या नफ्याचे मध्यक ₹ 2167 आहे.**

3. **खालील कोष्टकात एका गावातील विजेचे बिल भरण्यासाठी प्रत्येक घरी होणारा मासिक खर्च (₹ मध्ये) व घरांची संख्या यांचे वारंवारता वितरण दिलेले आहे.**

मासिक खर्च (₹ मध्ये)	**150–225**	**225–300**	**300–375**	**375–450**	**450–525**	**525–600**	**600 पेक्षा जास्त**
घरांची संख्या	**65**	**171**	**196**	**75**	**53**	**26**	**14**

यावरून घरांच्या वीज बिलावर होणाऱ्या खर्चाचे मध्यक काढा. **[4 गुण]**

उकल :

मासिक खर्च (₹ मध्ये) वर्ग अवकाश	**घरांची संख्या वारंवारता f_i**	**संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)**
150 – 225	65	65
225 – 300	171	236 → *c.f.*
300 – 375	196 → *f*	432
375 – 450	75	507
450 – 525	53	560
525 – 600	26	586
600 पेक्षा जास्त	14	600
एकूण :	$\Sigma f_i = 600$	–

येथे, $\Sigma f_i = N = 600$

$\therefore \quad \frac{N}{2} = \frac{600}{2} = 300$

300 पेक्षा मोठी असलेली संचित वारंवारता (पेक्षा कमी) 432 आहे.

$\therefore$ तिचा संबंधित मध्यक वर्ग 300 – 375 हा आहे.

आता, $L = 300, f = 196, c.f. = 236, h = 75$.

$\therefore$ मध्यक $= L + \left(\frac{N}{2} - c.f.\right)\frac{h}{f}$

$$= 300 + (300 - 236) \times \frac{75}{196} = 300 + 64 \times 0.3826 = 300 + 24.49 = 324.49$$

$\therefore$ **घरांच्या वीज बिलावर होणाऱ्या खर्चाचे मध्यक ₹ 324.49 आहे.**

4. खालील वारंवारता वितरणामध्ये 300 रुग्णांची वये (वर्षामध्ये) आणि एका दवाखान्यात दररोज उपचार घेणाऱ्या रुग्णांची संख्या दिली आहे.

वय (वर्षामध्ये)	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
रुग्णांची संख्या	60	42	55	70	53	20

त्यावरून रुग्णांच्या वयांचे मध्यक काढा. [मार्च 15] [4 गुण]

उकल :

वय (वर्षांमध्ये) वर्ग अवकाश	रुग्णांची संख्या वारंवारता f_i	संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)
10 – 20	60	60
20 – 30	42	$102 \rightarrow c.f.$
30 – 40	$55 \rightarrow f$	157
40 – 50	70	227
50 – 60	53	280
60 – 70	20	300
एकूण :	$\Sigma f_i = 300$	–

येथे, $\Sigma f_i = N = 300$

$\therefore \quad \frac{N}{2} = \frac{300}{2} = 150$

150 पेक्षा मोठी असलेली संचित वारंवारता (पेक्षा कमी) 157 आहे.

$\therefore$ मध्यक वर्ग 30 – 40 हा आहे.

आता, $L = 30, f = 55, c.f. = 102, h = 10.$

$$\therefore \text{मध्यक} = L + \left(\frac{N}{2} - c.f.\right)\frac{h}{f}$$

$$= 30 + (150 - 102) \times \frac{10}{55}$$

$$= 30 + 48 \times 0.1818$$

$$= 30 + 8.73 = 38.73$$

$\therefore$ **रुग्णांच्या वयांचे मध्यक 38.73 वर्षे आहे.**

Ex. 5.3

1. खालील सारणीत 70 पाकिटांतील कॉफीच्या ग्रॅममधील वजनाचे वारंवारता वितरण दिले आहे.

वजन(ग्रॅममध्ये)	200 – 201	201– 202	202 – 203	203 –204	204 – 205	205 – 206
पाकिटांची संख्या	12	26	20	9	2	1

त्यावरून पाकिटातील कॉफीच्या वजनाचे बहुलक काढा. **[मार्च 12] [3 गुण]**

उकल :

वजन(ग्रॅममध्ये) वर्ग अवकाश	पाकिटांची संख्या वारंवारता f_i
200 – 201	$12 \rightarrow f_1$
201 – 202	$26 \rightarrow f_m$
202 – 203	$20 \rightarrow f_2$
203 –204	9
204 – 205	2
205 – 206	1

येथे, सर्वांत जास्त वारंवारता 26 आहे.

∴ तिचा संबंधित बहुलकीय वर्ग 201 – 202 हा आहे.

आता, $L = 201, f_m = 26, f_1 = 12, f_2 = 20, h = 1$.

∴ $\text{बहुलक} = L + \left[\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right]h = 201 + \left[\frac{26-12}{2\times 26 - 12 - 20}\right]\times 1 = 201 + \left[\frac{14}{20}\right] = 201 + 0.70 = 201.70$

∴ **पाकिटातील कॉफीच्या वजनाचे बहुलक 201.70 ग्रॅम आहे.**

2. 40 व्यक्तींच्या रक्तातील हिमोग्लोबीनचे शेकडा प्रमाण तपासण्यात आले (मि.ग्रॅम/मिली). पुढील कोष्टकात हिमोग्लोबीनचे शे. प्रमाण व व्यक्तींची संख्या यांचे वारंवारता वितरण देण्यात आले आहे.

हिमोग्लोबीनचे प्रमाण % (मि.ग्रॅम /100 मिली)	13.1 – 14	14.1 – 15	15.1 – 16	16.1 – 17	17.1 – 18
व्यक्तींची संख्या	8	12	10	6	4

त्यावरून व्यक्तींच्या रक्तातील हिमोग्लोबीनच्या शे. प्रमाणाचे बहुलक काढा. **[4 गुण]**

उकल :

दिलेले वर्ग सलग नसल्याने ते प्रथम सलग करून घेऊन आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

हिमोग्लोबीनचे प्रमाण % (मि.ग्रॅम/100 मिली) वर्ग अवकाश	सलग वर्ग	व्यक्तींची संख्या वारंवारता f_i
13.1 – 14	13.05 – 14.05	$8 \rightarrow f_1$
14.1 – 15	14.05 – 15.05	$12 \rightarrow f_m$
15.1 – 16	15.05 – 16.05	$10 \rightarrow f_2$
16.1 – 17	16.05 – 17.05	6
17.1 – 18	17.05 – 18.05	4

येथे, सर्वांत जास्त वारंवारता 12 आहे.

∴ तिचा संबंधित बहुलकीय वर्ग 14.05 – 15.05 हा आहे.

आता, $L = 14.05, f_m = 12, f_1 = 8, f_2 = 10, h = 1$

∴ बहुलक $= L + \left[\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right]h = 14.05 + \left[\frac{12-8}{2\times12-8-10}\right]\times 1 = 14.05 + \frac{4}{6} = 14.05 + 0.67 = 14.72$

∴ **व्यक्तीच्या रक्तातील हिमोग्लोबीनच्या शेकडा प्रमाणाचे बहुलक 14.72 (मि. ग्रॅम/100 मिली) आहे.**

3. क्रिकेट प्रशिक्षण केंद्रावरील 33 खेळाडूंच्या गोलंदाजीचा वेग (किमी/तास) व खेळाडूंची संख्या यांचे वारंवारता वितरण खालील कोष्टकात दिले आहे.

गोलंदाजीचा वेग (किमी/तास)	85 – 100	100 – 115	115 – 130	130 – 145
खेळाडूंची संख्या	9	11	8	5

त्यावरून खेळाडूंच्या गोलंदाजीच्या वेगाचे बहुलक काढा. **[जुलै 15][3 गुण]**

उकल :

गोलंदाजीचा वेग (किमी/तास) वर्ग अवकाश	खेळाडूंची संख्या वारंवारता f_i
85 – 100	$9 \rightarrow f_1$
100 – 115	$11 \rightarrow f_m$
115 – 130	$8 \rightarrow f_2$
130 – 145	5

येथे, सर्वांत जास्त वारंवारता 11 आहे.

∴ तिचा संबंधित बहुलक वर्ग 100 – 115 हा आहे.

आता, $L = 100, f_m = 11, f_1 = 9, f_2 = 8, h = 15$

∴ बहुलक $= L + \left[\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right]h = 100 + \left[\frac{11-9}{2\times11-9-8}\right]\times 15 = 100 + \frac{2}{5}\times15 = 100 + 6 = 106$

∴ **खेळाडूंच्या गोलंदाजीच्या वेगाचे बहुलक 106 किमी/तास आहे.**

4. खालील सारणीत एका तलावातील माशांचे वजन (ग्रॅम) व माशांची संख्या यांचे वारंवारता वितरण दिले आहे.

माशांचे वजन (ग्रॅममध्ये)	15 – 15.9	16 – 16.9	17 – 17.9	18 – 18.9	19 –19.9	20 – 20.9
माशांची संख्या	2	4	8	6	6	4

त्यावरून तलावातील माशांच्या वजनाचे बहुलक माहीत करा. **[4 गुण]**

उकल :

वर्ग सलग नसल्याने ते प्रथम सलग करून आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

माशांचे वजन (ग्रॅममध्ये) वर्ग अवकाश	वर्ग मर्यादा	माशांची संख्या वारंवारता f_i
15 – 15.9	14.95 – 15.95	2
16 – 16.9	15.95 – 16.95	$4 \rightarrow f_1$
17 – 17.9	16.95 –17.95	$8 \rightarrow f_m$
18 – 18.9	17.95 – 18.95	$6 \rightarrow f_2$
19 – 19.9	18.95 – 19.95	6
20 – 20.9	19.95 – 20.95	4

येथे, सर्वांत जास्त वारंवारता 8 आहे.

∴ तिचा संबंधित बहुलक वर्ग 16.95 –17.95 हा आहे.

आता, L = 16.95, $f_m = 8, f_1 = 4, f_2 = 6, h = 1$

∴ $$\text{बहुलक} = L + \left[\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right] h$$

$$= 16.95 + \left[\frac{8-4}{2\times 8-4-6}\right]\times 1$$

$$= 16.95 + \left[\frac{4}{6}\right] = 16.95 + 0.67 = 17.62$$

∴ **तलावातील माशांच्या वजनाचे बहुलक 17.62 ग्रॅम आहे.**

Ex. 5.4

1. एका वारंवारता वितरणाच्या, मध्य आणि बहुलक यांच्या किमती अनुक्रमे 54.6 आणि 54 आहेत तर मध्यक काढा.

[मार्च 14] [2 गुण]

उकल :

केंद्रीय प्रवृत्तीच्या परिमाणांमधील परस्पर संबंधानुसार,

मध्य − बहुलक = 3(मध्य − मध्यक)

∴ 54.6 − 54 = 3(54.6 − मध्यक)

∴ $\frac{0.6}{3}$ = 54.6 − मध्यक

∴ 0.2 = 54.6 − मध्यक

∴ मध्यक = 54.6 − 0.2

∴ **मध्यक = 54.4**

2. एका वारंवारता वितरणासाठी मध्यक आणि बहुलक यांच्या किमती अनुक्रमे 95.75 आणि 95.5 आहेत तर मध्य काढा.

[2 गुण]

उकल:

केंद्रीय प्रवृत्तीच्या परिमाणांमधील परस्पर संबंधानुसार,

मध्य − बहुलक = 3 (मध्य − मध्यक)

∴ मध्य − 95.5 = 3(मध्य − 95.75)

∴ मध्य − 95.5 = 3 मध्य − 287.25

∴ 287.25− 95.5= 3 मध्य − मध्य

∴ 191.75 = 2 मध्य

∴ मध्य = $\frac{191.75}{2}$

∴ **मध्य = 95.875**

3. एका वारंवारता वितरणासाठी मध्याची किंमत 101 आणि मध्यक 100 आहे तर बहुलक काढा. [मार्च 12, 15] [2 गुण]

उकल :

केंद्रीय प्रवृत्तीच्या परिमाणांमधील परस्पर संबंधानुसार,

मध्य − बहुलक = 3(मध्य − मध्यक)

∴ मध्य − 3(मध्य − मध्यक) = बहुलक

∴ 101 − 3(101 − 100) = बहुलक

∴ 101 − 3(1) = बहुलक

∴ बहुलक = 101 − 3

∴ **बहुलक = 98**