পঞ্চম অধ্যায়

বিচলন বা বিক্ষেপণ ঃ ইয়াৰ বিভিন্ন পৰিমাপবোৰ
(DISPERSION AND ITS VARIOUS MEASURES)

ভূমিকা ঃ

কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপবোৰে বিভাজন এটাৰ আৰেক্ষণবোৰৰ (observations) সম্বন্ধে গড় হিচাপে বুজ লয়। প্ৰকৃতপক্ষে পৰিমাপবোৰৰ সীমাবদ্ধতা নথকা নহয়। দুই বা ততোধিক বিভাজনৰ গড়ৰ মান সমান হ'লেও বিভাজনকেইটা সদৃশ বুলি ক'ব নোৱাৰি। কিয়নো বিভাজনকেইটাৰ মানবোৰৰ গঠনৰ প্ৰকৃতি সম্বন্ধে বুজ নোলোৱাকৈ বিভাজনকেইটাৰ বিষয়ে মন্তব্য দাঙি ধৰাটো যুক্তিযুক্ত নহয়।

গড় হ'ল এটা বিভাজনৰ প্ৰতিনিধিস্বৰূপ। গড়ৰ মানটো বিভাজনৰ মানবোৰক সঠিকভাৱে প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পাৰিছে নে নাই এই কথাষাৰ সত্যাপন কৰাৰ উদ্দেশ্যে কেন্দ্ৰীয় মানৰ বা গড়ৰ পৰা মানবোৰৰ পাৰ্থক্য বা বিক্ষেপণ বা বিচলন বা বিচ্ছুৰণ কেনেকুৱা— এই বিষয়ে অধ্যয়নৰ আৱশ্যক।

বিচলনৰ সংজ্ঞা ঃ

বিচলন শব্দটোৰ অৰ্থ হ'ল বিক্ষেপণ বা বিচ্ছুৰণ অৰ্থাৎ বিভাজন এটাৰ গড়ৰ পৰা মানবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ পৰিমাপকেই বিচলন বোলা হয়। পাৰ্থক্যবোৰ ধনাত্মক নাইবা ঋণাত্মক হ'ব পাৰে।

কোনো বিভাজনৰ বিচলনৰ মান যিমানেই কম, সিমানেই বেছি প্ৰতিনিধিত্বমূলক হ'ব গড়ৰ মানটো। আনহাতে বিচলন যিমানেই বেছি সিমানেই কম প্ৰতিনিধিত্বমূলক হ'ব গড়ৰ মান। বিচলন কম হ'লে আৰেক্ষণবোৰ বেছি সংগতিপূৰ্ণ আৰু সমগোত্ৰীয় হ'ব।

স্পাইজেলৰ মতে, "তথ্যখিনিত থকা সংশ্লিষ্ট চলকৰ বিভিন্ন মানবোৰৰ গড়ৰ পৰা পাৰ্থক্যৰ মাত্ৰাকেই বিচলন বোলা হয়।"

এটা উদাহৰণেৰে ওপৰৰ কথাখিনিৰ তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰা হ'ল—

শ্ৰেণী A ঃ	50	50	50	50	50,	মুঠ = 250,	মাধ্য = 50
শ্ৰেণী B ঃ	48	45	52	50	55,	মুঠ = 250,	মাধ্য = 50
শ্ৰেণী C ঃ	2	110	40	30	68,	মুঠ = 250,	মাধ্য = 50

শ্ৰেণী A ৰ ক্ষেত্ৰত — প্ৰতিটো আৰেক্ষণৰ মান সমান। এতেকে বিচলনৰ মান = 0

শ্ৰেণী B ৰ ক্ষেত্ৰত — মাথোন এটা আৰেক্ষণক সম্পূৰ্ণৰূপে মাধ্যই প্ৰতিনিধিত্ব কৰিছে। অৱশ্যে বাকী আৰেক্ষণবোৰৰ মাধ্যৰ পৰা পাৰ্থক্য খুব বেছি নহয়। নিম্নতম বিচলন 2 আৰু উচ্চতম বিচলন 7।

শ্ৰেণী C ৰ ক্ষেত্ৰত — কোনো আৰেক্ষণকেই মাধ্যই প্ৰতিনিধিত্ব কৰা নাই আৰু বিচলনৰ মানো খুব বেছি।

এতেকে দেখা গ'ল তিনিওটা শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্যৰ মান সমান হ'লেও শ্ৰেণী তিনিটাক একেই বুলি ক'ব নোৱাৰি। এই প্ৰসংগত উল্লেখ কৰিব পাৰি যে গড়ৰ বৈশিষ্ট্য অধ্যয়নত বিচলন অধ্যয়ন এটা পৰিপূৰক ব্যৱস্থা। বিচলন অধ্যয়নৰ দ্বাৰাই বিভাজনটোৰ মানকেইটাৰ গঠনৰ প্ৰকৃতি কেনেকুৱা আৰু বিচলন কম বা বেছি হোৱাৰ কাৰণ কি— এই বিষয়ে জ্ঞান লাভ কৰিব পাৰি।

উদ্দেশ্য (Objective) ঃ 1. কোনো শ্ৰেণীৰ গড়ৰ মান কিমানখিনি বিশ্বাসযোগ্য আৰু গড়ৰ মানটো প্ৰতিনিধিত্বমূলক হয় নে নহয় এই বিষয়ে বুজ লোৱা।

2. কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপৰ পৰা তথ্যখিনিৰ বিচলন নিয়ন্ত্ৰণ কৰা।

3. দুই বা ততোধিক সদৃশ শ্ৰেণীৰ বিচলন তুলনা কৰা।

4. ভৱিষ্যৎ সাংখ্যিকীয় বিশ্লেষণত বেলেগ সাংখ্যিকীয় পৰিমাপ উদ্ভাৱন কৰা।

5. বস্তুৰ গুণাগুণ সংৰক্ষণত আৰু বস্তুবোৰৰ মানৰ বিচলন নিয়ন্ত্ৰণ কৰা।

6. কোনো শ্ৰেণীৰ বিচলনৰ সীমা নিৰ্ধাৰণ কৰা।

7. কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপৰ দুয়োফালে মানবোৰৰ থূপ খাই থকাৰ প্ৰকৃতি আৰু গঠনৰ বুজ লোৱা।

উপযোগিতা বা ব্যৱহাৰ ঃ 1. মানুহৰ আয় আৰু সম্পদৰ অসমতাৰ মাত্ৰা দূৰীকৰণত ভৱিষ্যৎ আঁচনি যুগুতোৱাত বিচলন অধ্যয়ন কাৰ্যকৰী।

2. উৎপাদিত বস্তুৰ গুণাগুণ আৰু মূল্য নিয়ন্ত্ৰণত বিচলনৰ ভূমিকা অনস্বীকাৰ্য।

3. তথ্যখিনিৰ আৰেক্ষণবোৰৰ বিচলন নজনাকৈ কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপবোৰৰ ব্যৱহাৰ অৰ্থহীন।

4. বহুতো সাংখ্যিকীয় পৰিমাপ উদ্ভাৱনত বিচলনৰ ভূমিকা নুই কৰিব নোৱাৰি।

বিচলনৰ আদৰ্শ পৰিমাপৰ ঃ

বৈশিষ্ট্য ঃ

1. বিচলনৰ পৰিমাপটো বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ হ'ব লাগে।
2. ইয়াৰ সংজ্ঞা সুদৃঢ় হ'ব লাগে।
3. ইয়াৰ গণনা কাৰ্যত আটাইকেইটা আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব লাগে।
4. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ হ'ব লাগে।
5. শ্ৰেণীটোত লঘুমান বা গুৰুমানৰ দ্বাৰা ই বেছি প্ৰভাৱান্বিত হ'ব নালাগে।
6. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই ই বেছি প্ৰভাৱান্বিত হ'ব নালাগে।

বিচলনৰ পৰিমাপবোৰ ঃ

পৰিমাপবোৰ হ'ল—

1. প্ৰসাৰ (Range)
2. চতুৰাংশ বিচলন (Quartile deviation)
3. গড় বিচলন (Average or Mean deviation)
4. মানক বিচলন (Standard deviation)

ওপৰৰ পৰিমাপবোৰক পৰম পৰিমাপ বোলা হয়।

বিচলনৰ পৰম পৰিমাপ আৰু আপেক্ষিক পৰিমাপ ঃ

বিচলনৰ যিবিলাক পৰিমাপৰ একক বিভাজনটোৰ সংশ্লিষ্ট এককৰ লগত একেই থাকে সেইবোৰক পৰম পৰিমাপ বুলি কোৱা হয়। এই পৰিমাপবোৰৰ দ্বাৰাই বিভিন্ন এককত প্ৰকাশিত থকা বিভাজনবোৰৰ বিচলন তুলনা কৰিব নোৱাৰি।

আনহাতে বিচলনৰ আপেক্ষিক পৰিমাপবোৰৰ কোনো একক নাথাকে আৰু এইবোৰ শুদ্ধ সংখ্যা। এই পৰিমাপবোৰ সাধাৰণতে শতাংশ বা গুণাংকত প্ৰকাশ কৰা হয়। সেয়েহে বিভাজনবোৰ বিভিন্ন এককত প্ৰকাশিত থাকিলেও আপেক্ষিক পৰিমাপৰ দ্বাৰাই বিচলন তুলনা কৰা সম্ভৱ।

এতিয়া আমি বিচলনৰ বিভিন্ন পৰিমাপ সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম।

1. প্ৰসাৰ (Range) ঃ প্ৰসাৰ হ'ল বিভাজনটোৰ সৰ্ব্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মানৰ পাৰ্থক্য,

অৰ্থাৎ, প্ৰসাৰ = H–L, H$\rightarrow$ সৰ্বোচ্চ মান

L$\rightarrow$ সৰ্বনিম্ন মান

প্ৰসাৰৰ গুণাংক (Co-efficient of range) $= \frac{H-L}{H+L}$

বিভাজনবোৰৰ এককবোৰ একেই বা বেলেগ হ'লেও, বিচলনৰ তুলনা প্ৰসাৰৰ গুণাংকেৰে কৰা হয়।

যদি বিভাজনটোৰ আটাইকেইটা আৰেক্ষণৰ মান একেই হয় তেনেস্থলত বিচলনৰ পৰিমাণ = 0 হ'ব।

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত— প্ৰসাৰ = চলকৰ (সৰ্ব্বোচ্চমান – সৰ্বনিম্ন মান)

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত — প্ৰসাৰ = অন্তিম বিভাগৰ উচ্চসীমা – প্ৰথম বিভাগৰ নিম্নসীমা।

প্ৰসাৰৰ সুবিধা আৰু অসুবিধাসমূহ ঃ

সুবিধা ঃ

1. প্ৰসাৰ বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ।
2. প্ৰসাৰ পৰিমাপটোৰে বিভাজনটোৰে আৰেক্ষণবোৰৰ সীমা নিৰ্দেশ কৰে আৰু সৰ্বোচ্চ বিলচনৰ পৰিমাণ সম্বন্ধে উনুকিয়াই।

অসুবিধা ঃ

1. গণনাকাৰ্যত আটাইকেইটা আৰেক্ষণ অন্তৰ্ভুক্ত নহয়। সেয়েহে এই পৰিমাপটো বিশ্বাসযোগ্য নহ'বও পাৰে।
2. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই বেছি প্ৰভাৱান্বিত হয়।

3. মুক্ত বিভাগ থকা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰসাৰ নিৰ্ণয় কৰিব নোৱাৰি।
4. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয়।
5. নমুনা (প্ৰতিদৰ্শ)ৰ আকাৰৰ ওপৰত প্ৰসাৰ নিৰ্ভৰশীল হোৱা বাবে প্ৰসাৰ বিচলনৰ ত্ৰুটিপূৰ্ণ পৰিমাপ হ'ব পাৰে।

ব্যৱহাৰ ঃ

1. যিবিলাক তথ্যৰ বিচলনৰ পৰিমাণ খুব বেছি নহয়, যেনে— ষ্ট'ক বজাৰত ষ্ট'কৰ মূল্যৰ পৰিৱৰ্তন, মুদ্ৰা বিনিময়ৰ হাৰ ইত্যাদি এইবোৰ তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰসাৰ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।
2. উৎপাদিত বস্তুৰ সাংখ্যিকীয় গুণ নিয়ন্ত্ৰণৰ ক্ষেত্ৰত R-চিত্ৰ অৰ্থাৎ প্ৰসাৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। চিত্ৰটোৰ পৰা উৎপাদন অভিযন্তাজনে উৎপাদনৰ বিষয়ে জ্ঞান লাভ কৰিব পাৰে। বতৰৰ আগজাননী দিয়া বিভাগত প্ৰসাৰৰ ব্যৱহাৰ দেখা যায়। বতৰ বিজ্ঞান বিভাগে দৈনিক সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন তাপমাত্ৰা বা বৰষুণৰ পৰিমাণ নিৰ্দেশ কৰে। ফলত সংশ্লিষ্ট মানুহবোৰৰ সুবিধা হয়।
3. আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ বিভিন্ন সমস্যাবোৰ যেনে— এটা ব্যৱসায়িক প্ৰতিষ্ঠানৰ দৈনিক বিক্ৰীৰ পৰিমাণ, কৰ্মচাৰীসকলৰ মাহিলী দৰমহা, ফলৰ বাগিছা এটাৰ পৰা সম্ভাব্য ফল পোৱাৰ প্ৰত্যাশা ইত্যাদিৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰসাৰৰ ব্যৱহাৰ দেখা যায়।

2. **চতুৰাংশ বিচলন** (Quartiledeviation) ঃ চতুৰাংশ বিচলন হ'ল তৃতীয় আৰু প্ৰথম চতুৰাংশৰ পাৰ্থক্যৰ অৰ্ধাংশ অৰ্থাৎ,

চতুৰাংশ বিচলন $=\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$, য'ত Q_1 = প্ৰথম চতুৰ্থাংশ, Q_3 = তৃতীয় চতুৰ্থাংশ।

$(Q_3 - Q_1)$ক আন্তঃচতুৰাংশ প্ৰসাৰ (Inter-quartile range) বোলা হয়।

চতুৰাংশ বিচলন গুণাংক $=\dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

সমমিত বিভাজন (Symmetrical distribution)ৰ ক্ষেত্ৰত ঃ

$Q_3 - M_e = M_e - Q_1 \quad \therefore \ M_e = \dfrac{Q_3 + Q_1}{2}$, M_e = মধ্যমা

$Q_1 = M_e - QD, \ Q_3 = M_e + QD$

$\because$ 25% আৰেক্ষণ Q_1ৰ কম আৰু 25% আৰেক্ষণ Q_3-ৰ বেছি,

$\therefore$ 50% আৰেক্ষণ Q_1 আৰু Q_3 ৰ মাজত থাকে

আৰু Me ± Q.D.-য়ে সমমিত বিভাজনৰ 50% আৰেক্ষণ অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।

আৰ্থ-ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত সমমিত বিভাজন পোৱা টান, বেছিৰভাগ ক্ষেত্ৰতেই বিভাজনটো অসমমিত (asymmetrical) আকাৰৰ হয়, সেয়েহে অসমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত M_e ± Q.D-যে প্ৰায় 50% আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।

এই প্ৰসংগত মন কৰিবলগীয়া যে চতুৰাংশ বিচলন পৰিমাপটোক নিশ্চিতভাৱে বিচলনৰ পৰিমাপ বুলি ক'ব নোৱাৰি। কিয়নো ই গড়ৰ দুয়োফালে আৰেক্ষণবোৰৰ বিস্তৃতি নিৰ্দেশ নকৰে বৰং ইয়াক অৱস্থানমূলক গড় হিচাপে বিবেচনা কৰিব পাৰে।

টোকা ঃ

1. **সমমিত বিভাজন ঃ** এই বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত গড়ৰ দুয়োফালে আৰেক্ষণবোৰৰ বাৰংবাৰতা সমানুপাতিকভাৱে অৱস্থান কৰে।
2. বিভিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত চতুৰাংশ বিচলন নিৰ্ণয় কৰাৰ সময়ত শ্ৰেণীটোৰ Q_1 আৰু Q_3 ৰ মান (গড় অধ্যায়ত আলোচনা হৈছে) নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

চতুৰাংশ বিচলনৰ সুবিধা-অসুবিধাসমূহ ঃ

সুবিধা ঃ

1. ই বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ।
2. 50% আৰেক্ষণ ইয়াৰ গণনা কাৰ্যত অন্তৰ্ভুক্ত হ'লেও প্ৰসাৰৰ তুলনাত ই বেছি ফলপ্ৰসূ।
3. বিভাজনটোত লঘুমান বা গুৰুমানৰ দ্বাৰাই ই প্ৰভাৱান্বিত নহয় কিয়নো প্ৰথম 25% আৰেক্ষণ আৰু শেষৰ 25% আৰেক্ষণ ই অন্তৰ্ভুক্ত নকৰে।
4. মুক্ত সীমা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।
5. বিভাজনৰ বিভাগবোৰৰ অন্তৰাল অসমান হ'লেও ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।

অসুবিধা ঃ

1. ই আটাইকেইটা আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত নকৰাৰ ফলত বেছি বিশ্বাসযোগ্য নহয়।
2. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই ই বেছি প্ৰভাৱান্বিত হয়।
3. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয়।
4. গড়ৰ দুয়োফালে আৰেক্ষণবোৰৰ বিচলনৰ ধাৰণা নিদিয়ে।
5. বেছি পৰিমাণৰ বিচলন থকা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত ই বেছি ফলপ্ৰসূ নহয়।

ব্যৱহাৰ ঃ

1. সীমামুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত ইয়াৰ ব্যৱহাৰ দেখা যায়।
2. এটা বিভাজনৰ তথ্যখিনি সম্পূৰ্ণৰূপে পোৱা নহ'লেও চতুৰাংশ বিচলন ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।
3. আৰ্থ-সামাজিক ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ বিভাজন অসমমিত হোৱাৰ ফলত আৰু এইবোৰৰ বিচলন অধ্যয়নত চতুৰাংশ বিচলনৰ ব্যৱহাৰ দেখা যায়।

3. **গড় বিচলন** (Mean or Average Deviation) ঃ

প্ৰসাৰ আৰু চতুৰাংশ বিচলন— এই দুয়োটা পৰিমাপে গড়ৰ দুয়োফালে আৰেক্ষণবোৰৰ বিস্তৃতিৰ ধাৰণা নিদিয়ে। অৰ্থাৎ শ্ৰেণীটোৰ গঠনৰ প্ৰকৃতি কেনেকুৱা এই বিষয়ে ধাৰণা কৰিব নোৱাৰি।

গড় বিচলনৰ পৰিমাপটোৱে ওপৰৰ উল্লিখিত অসুবিধাবোৰ দূৰ কৰে।

সংজ্ঞা ঃ নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত ঃ

যদি X চলকৰ n সংখ্যক মান $x_1, x_2, \ldots x_n$ থাকে তেন্তে গড় বিচলন হ'ল গড় বা মধ্যমাৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ গাণিতিক গড় (অৱশ্যে পাৰ্থক্যবোৰৰ পৰম মান লোৱা হয়)। গড় বিচলনক δ (ডেল্টা) আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

অৰ্থাৎ, $\delta = \frac{1}{n}\sum |(x - \bar{x} \text{ বা } M_e)|$

x– বোৰ চলকৰ মান

$\bar{x}$ = মাধ্য, M_e = মধ্যমা
|| – চিহ্নটোক মডুলাছ চিহ্ন বোলা হয়।
|| – চিহ্নটোৱে পাৰ্থক্যবোৰৰ পৰম মানকে সূচায়।
n – হ'ল মুঠ আৰেক্ষণৰ সংখ্যা।

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত সূত্ৰটো তলত দিয়া ধৰণৰ হ'ব—

$\delta = \frac{1}{n}\sum f\,|x - \bar{x} \text{ বা } M_e|$, য'ত n = মুঠ পৰিসংখ্যা

f = বোৰ পৰিসংখ্যা

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x বোৰ = চলকৰ মানবোৰ

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x বোৰ = বিভাগৰ মধ্যমান।

$$\text{গড় বিচলন গুণাংক} = \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{মধ্য}} \text{ বা } \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{মধ্যমা}}$$

টোকা ঃ

1. কোনো শ্ৰেণীৰ মধ্যমাৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যবোৰৰ (পৰম মান) যোগফল (অইন গড় অৰ্থাৎ মাধ্য বা বহুলকৰ তুলনাত) ন্যূনতম। সেয়েহে গড় বিচলন গণনাত পাৰ্থক্যবোৰ মধ্যমাৰ পৰা ল'লে বেছি ফলপ্ৰসূ।
2. বীজগণিতীয় দৃষ্টিভংগীৰ পৰা পাৰ্থক্যবোৰৰ চিনবোৰক ধনাত্মক লোৱাৰ কোনো যুক্তি নাই যদিও চিনবোৰ ধণাত্মক বা ঋণাত্মক ল'লে পাৰ্থক্যবোৰৰ যোগফল শূন্য হ'ব (মাধ্যৰ ক্ষেত্ৰত) কিয়নো $\sum (x-\bar{x})=0$ মাধ্যৰ এই ধৰ্মটো আগতে আলোচনা কৰা হৈছে)

   সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত $\sum(x - M_e) = \sum(x - M_o) = 0$

   কিয়নো সমমিত বিভাজনত, $(\bar{x}=M_e=M_o)$ বা আংশিকভাৱে অসমমিত বিভাজনত।
3. গড় বিচলনৰ দ্বাৰাই বিভাজনটোৰ গড় হিচাপে বিচলনৰ পৰিমাণ গণনা কৰা আমাৰ উদ্দেশ্য। সেয়েহে পাৰ্থক্যবোৰৰ পৰম মান লোৱা হৈছে।

গড় বিচলনৰ সুবিধা আৰু অসুবিধা ঃ

সুবিধা ঃ

1. বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ।
2. আটাইকেইটা আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হয়।

3. গুৰুমান অথবা লঘুমানৰ দ্বাৰাই বেছি প্ৰভাৱান্বিত নহয়।
4. পাৰ্থক্যবোৰৰ পৰম মান লোৱাৰ ফলত বিভাজনটো অনিয়মীয়া তথ্যৰ প্ৰভাৱ মুক্ত হয় আৰু বিচলনৰ ধাৰণা পৰিষ্কাৰভাৱে পোৱা যায়।
5. যিহেতু গড় বিচলনত কেন্দ্ৰীয়মানৰ মানৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্য বিবেচনা কৰা হয়, সেয়েহে ইয়াক বিচলনৰ এটা ভাল পৰিমাপ বুলি ক'ব পাৰি।

অসুবিধা ঃ

1. পাৰ্থক্যখিনিৰ পৰম মান বিবেচনা কৰাটো গাণিতিকভাৱে যুক্তিযুক্ত নহয়।
2. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয়।
3. কোনো বিভাজনৰ মধ্যমা প্ৰতিনিধিত্বমূলক নহ'লে গড় বিচলনো ফলপ্ৰসূ নহয়।
4. সমাজবিজ্ঞানৰ সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত ই অনুপযোগী।
5. মুক্ত বিভাগ থকা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত গড় বিচলন নিৰ্ণয় কৰিব নোৱাৰি।
6. প্ৰতিদৰ্শ (নমুনা)ৰ আকাৰ বৃদ্ধি পালে গড় বিচলনো বৃদ্ধি পায়।

ব্যৱহাৰ ঃ

গাণিতিক দৃষ্টিভংগীত দুৰ্বল হ'লেও গড় বিচলন আৰ্থ-ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত বেছি কাৰ্যকৰী। ব্যৱসায় চক্ৰৰ ভৱিষ্যৎবাণী, জাতীয় অৰ্থনৈতিক অনুসন্ধান— এইবোৰ বিষয়ত গড় বিচলন নিৰ্ণয় বেছি ফলপ্ৰসূ।

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ তথ্যৰ গড় বিচলন (মাধ্যৰ পৰা) নিৰ্ণয় কৰা ঃ

7, 10, 15, 22, 26

সমাধান ঃ ইয়াত মাধ্য $(\bar{x}) = \frac{7+10+15+22+26}{5}$

$= \frac{80}{5} = 16$, ইয়াত $n=5$.

	x	|x-16|
	7	9
	10	6
	15	1
	22	6
	22	6
	26	10
মুঠ	80	32

এতিয়া, $\delta = \frac{1}{n}\sum|x = \bar{x}|$

$= \frac{1}{5} \times 32 = 6.4$

উদাহৰণ 2 ঃ তলৰ তথ্যৰ মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচলন আৰু গড় বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা।

নম্বৰ (x) ঃ	5	10	15	20	25
ছাত্ৰ সংখ্যা (f) ঃ	6	7	8	11	8

শ্ৰেণীটো বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী

সমাধান ঃ

	নম্বৰ (x)	**ছাত্ৰ সংখ্যা** f	**সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা** cf	$\|x-15\|$	$f\|x-15\|$
	5	6	6	10	60
	10	7	13	5	35
	15	8	21	0	0
	20	11	32	5	55
	25	8	40	10	80
মুঠ		40–n			230

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$ তম ছাত্ৰজন $= \frac{40}{2}$ তম ছাত্ৰজন = 20 তম ছাত্ৰজন, 21 সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত আৰু অনুৰূপ চলকৰ মান 15 নম্বৰ সেয়েহে মধ্যমা = 15 নম্বৰ

এতিয়া, $\delta = \frac{1}{n}\sum f|x - M_e| = \frac{1}{40} \times 230 = 5.75$ নম্বৰ

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{\delta}{M_e} = \frac{5.75}{15} = 0.363$

উদাহৰণ 3 ঃ তলৰ তথ্যৰ মাধ্যৰ পৰা গড় বিচলন আৰু গড় বিচলনৰ গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা ঃ

ওজন (পাউণ্ড) ঃ	95–105	105–115	115–125	125–135
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	20	26	38	16

শ্ৰেণীটো অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী

ওজন (পাউণ্ড)	মানুহৰ সংখ্যা f	মধ্যমান x	f.x	$\|x-115\|$	$f\|x-115\|$
95–105	20	100	2000	15	300
105–115	26	110	2860	5	130
115–125	38	120	45.60	5	190
125–135	16	130	2080	15	240
মুঠ	100=n		11500		860

এতিয়া, $\overline{x} = \frac{\sum fx}{n} = \frac{11500}{100} = 115,$

$$\delta = \frac{1}{n}\sum f|x - \overline{x}| = \frac{1}{100} \times 860 = 8.60 \text{ পাউণ্ড}$$

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{\delta}{\overline{x}} = \frac{8.60}{115} = 0.074$

4. **মানক বিচলন** (Standard Deviation) **(নিৰ্দিষ্ট শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ**

সংজ্ঞা ঃ যদি x চলকৰ n সংখ্যক মান $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ লোৱা হয়, তেন্তে মানকেইটাৰ মানক বিচলন হ'ল— মাধ্যৰ পৰা মানকেইটাৰ পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ মাধ্যৰ ধনাত্মক বৰ্গমূল। মানক বিচলনক σ (ছিগ্‌মা) আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

এতেকে— $\sigma = +\sqrt{\frac{1}{n}\sum(x - \overline{x})^2}$ .... (i)

য'তে $\overline{x}$ = মাধ্য, n = মুঠ আৰেক্ষণৰ সংখ্যা, x' বোৰ চলকৰ মান।

(1) নং সূত্ৰটো এটা প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি।

(1) নং সূত্ৰটোৰ পৰা পাওঁ—

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum\left(x^2 - 2\overline{x}.x + \overline{x}^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - 2\overline{x}.\frac{\sum x}{n} + \frac{1}{n}\overline{x}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - 2\overline{x}.\overline{x} + \overline{x}^2}$$

$$\therefore \overline{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \overline{x}^2}$ .... (2) [প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি]

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত মানক বিচলনৰ সূত্ৰটো হ'ল—

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum f(x - \overline{x})^2}$ .... (3) [প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি]

ইয়াত n = মুঠ পৰিসংখ্যা, f^1 বোৰ পৰিসংখ্যা

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x^1 বোৰ হ'ল চলকৰ মান

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x^1 বোৰ হ'ল বিভাজনৰ মধ্যমান

$\overline{x}$ = মাধ্য

মানক বিচলন ঃ

কল্পিত গড় পদ্ধতি (নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত)

সূত্ৰটো হ'ল ঃ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$ .... (4)

য'ত, $d_i = x_i - A, \quad i = 1, 2, 3, ... n$

A = কল্পিত গড়

n = মুঠ আৰেক্ষণৰ সংখ্যা

মানক বিচলন ঃ কল্পিত গড় পদ্ধতি (বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ

মানক বিচলনৰ সূত্ৰকেইটা হ'ল—

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2} \text{ .... (5)}$$

আৰু $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(d^1)^2}{n} - \left(\frac{\sum fd^1}{n}\right)^2} \times i$ .... (6)

য'ত $d = x - A$, A = কল্পিত গড়

$d^1 = \frac{x - A}{i}$, i বিভাগৰ অন্তৰাল

n = মুঠ পৰিসংখ্যা

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x^1 বোৰ চলকৰ মান

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x^1 বোৰ বিভাগৰ মাধ্যমান

(5) নং সূত্ৰটো বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন দুয়োটা শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য

(6) নং সূত্ৰটো অকল অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য। অৱশ্যে বিভাগবোৰৰ অন্তৰাল একেই থাকিব লাগিব। যদি বিভাগবোৰৰ অন্তৰাল একেই নাথাকে তেন্তে (6) নং সূত্ৰ প্ৰযোজ্য নহয়, সেইক্ষেত্ৰত (5) নং সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিবা।

টোকা ঃ

1. বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত কল্পিত গড় A ৰ মান চলকৰ মানকেইটাৰ মাজৰ পৰা ধৰিব লাগে।
2. অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত কল্পিত গড় A ৰ মান বিভাগবোৰৰ মধ্যমানবোৰৰ মাজৰ পৰা ল'ব লাগে।

মানক বিচলনৰ ধৰ্মসমূহ ঃ

1. মূলবিন্দু পৰিৱৰ্তনত মানক বিচলন প্ৰভাৱান্বিত নহয়, কিন্তু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনত প্ৰভাৱান্বিত হয়।

প্ৰমাণ ঃ ধৰা হ'ল, x- চলকৰ মানবোৰ হ'ল— $x_1, x_2, ..., x_n$

ধৰা হ'ল, $d_i = x_i - A$ (i=1,2,...., n)

A = এটা ধ্ৰুৱক সংখ্যা (অৰ্থাৎ মূলবিন্দু A-ৰ পৰা চলকৰ মানবোৰৰ পাৰ্থক্য লোৱা হৈছে)

প্ৰমাণ কৰিব লাগে— $\sigma_x = \sigma_d$

আমি জানো— $\sigma_x{}^2 = \frac{1}{n}.\sum(x_i - \overline{x})^2, \overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

এতিয়া, $d_i = x_i - A \quad \therefore x_i = A + di$

$\therefore \sum d_i = \sum(x_i) - \sum(A) = \sum x_i - nA$

$\Rightarrow \frac{\sum d_i}{n} - \frac{\sum x_i}{n} - A$ (উভয়পক্ষক n ৰে ভাগ কৰি)

$\Rightarrow \overline{d} = \overline{x} - A$ অৰ্থাৎ, $\overline{x} = A + \overline{d}$

এতিয়া, $x_i - \overline{x}(A + d_i) - \left(A + \overline{d}\right) = di - \overline{d}$

$$\therefore \sigma_x{}^2 = \frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n} = \frac{1}{n}\sum\left(d_i - \overline{d}\right)^2 = \sigma_d{}^2$$

অৰ্থাৎ $\sigma_x = \sigma_d$

এতেকে দেখা গ'ল যে মূলবিন্দুৰ পৰিৱৰ্তন মানক বিচলন একেই থাকে। অৰ্থাৎ মানক বিচলন পৰিৱৰ্তন নহয়।

আকৌ, x চলকৰ মানবোৰ $x_1, x_2, \ldots.. x_n$ লোৱা হ'ল। এই মানবোৰক 'h'ৰে ভাগ কৰি নতুন চলক এটা u পোৱা গ'ল অৰ্থাৎ—

$$u = \frac{x}{h} \qquad \therefore x = hu$$

সংজ্ঞা মতে, $\sigma_x{}^2 = \frac{\sum(x - \overline{x})^2}{n}, \ \sigma_x{}^2 = \frac{\sum(x - \overline{x})^2}{n}$.......... (1)

এতিয়া, $u = \frac{x}{h} \Rightarrow x = hu$

$\therefore \overline{x} = h\overline{u}$

আকৌ, $x - \overline{x} = hu - h\overline{u} = h(u - \overline{x})$

$\therefore \sigma_x{}^2 = \frac{\sum h\{u - \overline{x}\}^2}{n} = h^2.\sigma_x{}^2$ [(1) ৰ পৰা]

$\therefore \sigma_x = h.\sigma x$

অৰ্থাৎ, $\sigma_x = \frac{\sigma_x}{h}$

এতেকে দেখা গ'ল মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনত মানক বিচলনৰ পৰিৱৰ্তন হয়।

2. x-চলকৰ দুটা মান x_1 আৰু x_2ৰ মানক বিচলন মান দুটাৰ পাৰ্থক্যৰ আধা।

প্ৰমাণ ঃ ইয়াত, চলকৰ মান দুটা x_1 আৰু x_2, অৰ্থাৎ, $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

এতিয়া, $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2}{2}$ (6-ৰ সংজ্ঞা মতে)

$$= \frac{1}{2}\left[\left(x_1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(x_2 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2\right]$$

$$\therefore \sigma = \frac{1}{2}(x_1 - x_2) \ \therefore \sigma \text{ সদায় ধনাত্মক}$$

3. দুটা বিভাগৰ যুগ্ম মানক বিচলন হ'ল—

$$\sigma_{12} = \sqrt{\frac{x_1\sigma_1{}^2 + x_2\sigma_2{}^2 + n_1d_1{}^2 + n_2d_2{}^2}{n_1 + n_2}}$$

য'ত, σ_{12} = বিভাগ দুটাৰ যুগ্ম মানক বিচলন
σ_1 = প্ৰথম বিভাগৰ মানক বিচলন
σ_2 = দ্বিতীয় বিভাগৰ মানক বিচলন
$d_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_{12}$
$d_2 = \bar{x}_2 - \bar{x}_{12}$
$\bar{x}_{12}$ = বিভাগ দুটাৰ যুগ্ম গড়
$\bar{x}_1$ = প্ৰথম বিভাগৰ গড়
$\bar{x}_2$ = দ্বিতীয় বিভাগৰ গড়

টোকা ঃ

তিনিটা বা ততোধিক বিভাগৰো ওপৰৰ সূত্ৰটো মতে লিখিব পৰা যাব।

4. n সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন হ'ব—

$\sigma = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{12}}$ (প্ৰমাণ দিয়া নহ'ল)

5. পাৰ্থক্যবোৰ $\bar{x}$ৰ বাহিৰে অইন কোনো ধ্ৰুৱক সংখ্যাৰ পৰা লোৱা হ'লে মানক বিচলনৰ মান $s = \frac{1}{n}\Sigma(x_i - A)^2$ তকৈ ন্যূনতম, A = ধ্ৰুৱক সংখ্যা
(প্ৰমাণ দিয়া নহ'ল)

বিচলনৰ পৰিমাপবোৰৰ কেইটামান সম্বন্ধ ঃ

মানক বিণ্টন বা সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত—

1. চতুৰাংশ বিচলন $= \frac{2}{3}$ মানক বিচলন $= \frac{5}{6}$ গড় বিচলন

2. গড় বিচলন $= \frac{4}{5}$ মানক বিচলন।

3. 6 চতুৰাংশ বিচলন = 5 গড় বিচলন = 4 মানক বিচলন।

মানক বিচলনৰ সুবিধা-অসুবিধাসমূহ ঃ

সুবিধা ঃ

1. ইয়াৰ সংজ্ঞা সঠিক
2. ই আটাইকেইটা আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।
3. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ।
4. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই ই বেছি প্ৰভাৱান্বিত হয়।
5. বিভিন্ন শ্ৰেণীৰ বিচলন তুলনা কৰাৰ ক্ষেত্ৰত মানক বিচলন গুণাংকৰ ব্যৱহাৰ বেছি দেখা যায়। (মানক বিচলন গুণাংক $=\frac{6}{x}\times100$)

অসুবিধা ঃ

1. মানক বিচলন বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ টান।
2. গুৰুমান বা লঘুমানৰ দ্বাৰাই মানক বিচলন বেছি প্ৰভাৱান্বিত হয়।

ব্যৱহাৰ ঃ বিচলনৰ পৰিমাপবোৰৰ ভিতৰত মানক বিচলন এটা আদৰ্শ পৰিমাপ। কিয়নো ই আদৰ্শ পৰিমাপৰ প্ৰায়বোৰ বৈশিষ্ট্য সিদ্ধ কৰে আৰু বেলেগ পৰিমাপবোৰৰ তুলনাত ই বেছি ভাগ সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য হয়। সহ-সম্বন্ধ-সমাশ্ৰয়ণ, নমুনাতত্ত্বত (Sampling theory), প্ৰকল্প পৰীক্ষাত, সাংখ্যিকীয় গুণাগুণ নিয়ন্ত্ৰণ সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত তত্ত্বগত বণ্টন ইত্যাদিৰ ক্ষেত্ৰত মানক বিচলনৰ ভূমিকা অনস্বীকাৰ্য।

টোকা ঃ

মানক বিচলনৰ বৰ্গক প্ৰসৰণ (variance) বুলি কোৱা হয়।

বিচলন গুণাংক (Coeffient of Variation) ঃ

বিচলনৰ পৰম পৰিমাপবোৰ যেনে— প্ৰসাৰ, চতুৰাংশ বিচলন, গড় বিচলন আৰু মানক বিচলনৰ দ্বাৰাই দুই বা ততোধিক বিভাজন বিভিন্ন এককত প্ৰকাশিত থাকিলে বিচলনৰ তুলনা কৰা সম্ভৱ নহয়। কিয়নো এই পৰিমাপবোৰ সংশ্লিষ্ট বিভাজনৰ এককত (অৰ্থাৎ ভিন্ ভিন্ এককত) থাকিব।

আনহাতে তুলনা কৰিব লগা বিভাজনবোৰৰ মাধ্যৰ মানবোৰৰ পাৰ্থক্য যথেষ্ট বেছি হ'লে বিচলনৰ পৰম পৰিমাপবোৰৰ দ্বাৰাই (বিভাজনবোৰৰ একক একেই থাকিলেও) বিচলনৰ তুলনা যুক্তিযুক্ত নহয়।

সেয়েহে, কাৰ্ল পীয়াৰছনে এটা আপেক্ষিক পৰিমাপ যেনে— বিচলন গুণাংকৰ দিহা দিছে। তেওঁৰ মতে, বিচলন গুণাংক হ'ল মাধ্যৰ শতাংশ বিচলন অৰ্থাৎ,

বিচলন গুণাংক $=\frac{6}{x}\times100$

= মানক বিচলন গুণাংক × 100

বিচলন গুণাংক এটা শুদ্ধ সংখ্যা আৰু ই এককমুক্ত।

সেয়েহে বিভাজনবোৰৰ একক যিয়েই নহওক লাগিলে, বিচলন গুণাংকৰে বিচলনৰ তুলনা কৰা সম্ভৱ।

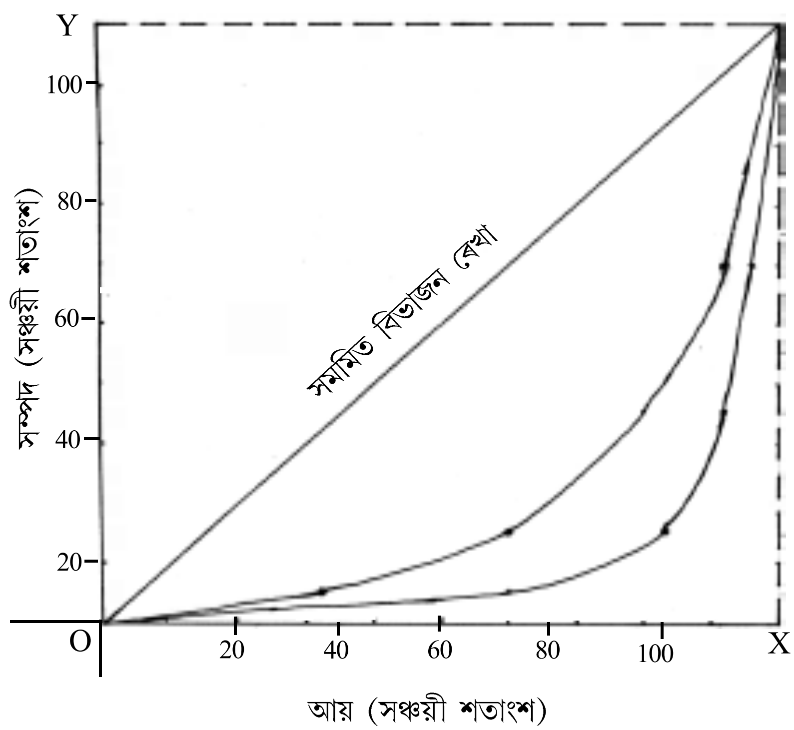
এটা বিভাজন A-ৰ বিচলন গুণাংকৰ মান অইন এটা বিভাজন B-ৰ বিচলন গুণাংকৰ মানতকৈ কম হ'লে A-বিভাজনটোৰ আৰেক্ষণবোৰ B-ৰ তুলনাত বেছি সংগতিপূৰ্ণ (Consistent) আৰু সমমিত বুলি কোৱা হয়।

ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ (Lorenz Curve) ঃ

ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ হ'ল বিচলন অধ্যয়নৰ এটা লৈখিক পদ্ধতি। এই বক্ৰটোৰ উদ্ভাৱক হ'ল প্ৰখ্যাত আৰ্থ-পৰিসংখ্যানবিদ ড° মেক্স-ও-ল'ৰেঞ্জ। তেখেতে আয় আৰু সম্পদৰ বিচলন অধ্যয়ন কৰিবলৈ এই বক্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিছিল। এই উদ্দেশ্যে আয় আৰু সম্পদৰ মানকেইটাৰ সঞ্চয়ী সংখ্যা শতাংশত প্ৰকাশ কৰি এইবোৰ ক্ৰমে X আৰু Y অক্ষৰেখাত (উপযুক্ত পৰিমাপ মাত্ৰ লৈ) সংস্থাপিত কৰি মসৃণ বক্ৰৰে সংযোগ কৰি যিটো বক্ৰ পোৱা হয় তাকেই ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ বোলা হয়। লেখ কাগজৰ প্ৰথম চ'কক যিটো ৰেখাই সমদ্বিখণ্ডিত কৰে তাক সমমিত বিভাজন ৰেখা (Line of equal distribution) বোলা হয়। বক্ৰটো সমমিত বিভাজন ৰেখাৰ পৰা যিমানেই আঁতৰত থাকে সিমানেই বিভাজনটোৰ বিচলন বেছি হয় আৰু কম আঁতৰত থাকিলে বিভাজনটোৰ বিচলন কম হয়।

ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ অকল আয় আৰু সম্পদৰ ক্ষেত্ৰত সীমাবদ্ধ নহয়। যিকোনো দুটা সম্বন্ধ থকা চলকৰ বিচলন অধ্যয়নত এই বক্ৰৰ ব্যৱহাৰ দেখা যায়।

ল'ৰেঞ্জ বক্ৰই বিচলনৰ পৰিমাণক সংখ্যাৰে জুখিব নোৱাৰে সঁচা বৰং বিচলনৰ গুণগত দিশৰ দিহা দিয়ে। ল'ৰেঞ্জ বক্ৰই বিচলন অধ্যয়নৰ এটা থূলমূল আভাস দাঙি ধৰে।



ব্যাখ্যাসূচক উদাহৰণ ঃ

1. তলৰ তথ্যৰ মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(a) 9, 7, 5, 11, 3

(b)

বয়স (বছৰত) ঃ	30	40	50	60	70
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	64	132	153	140	51

(c)

উচ্চতা (ইঞ্চি) ঃ	60–62	62–64	64–66	66–68	68–70
ছাত্ৰ সংখ্যা ঃ	34	27	20	13	6

সমাধান ঃ

(a) প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এটা নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণী।

দুটা পদ্ধতিত অৰ্থাৎ প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি আৰু কল্পিত গড় পদ্ধতিত মানক বিচলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

সূত্ৰ দুটা হ'ল ঃ $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(x-\overline{x})^2}$ .... (1)

আৰু $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$ .... (2), $d = x-A$

A = কল্পিত গড় = 5 (ধৰা হ'ল)

	x	$x-\overline{x}$ $x-7$	$(x-7)^2$	$d=x-5$	d^2
	9	2	4	4	16
	7	0	0	2	4
	5	–2	4	0	0
	11	4	16	6	36
ইয়াত n=5	3	–4	16	–2	4
মুঠ	35		40	10	60

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{35}{5} = 7$$

(1) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.83$

(2) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{60}{5} - \left(\frac{10}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{12-4} = \sqrt{8} = 2.83$

(b) প্রদত্ত তথ্যখিনি এটা বিচ্ছিন্ন শ্রেণী।

ইয়াত, কল্পিত গড় পদ্ধতিৰ সূত্র ব্যৱহাৰ কৰি মানক বিচলন নির্ণয় কৰা হ'ব।

সূত্রটো হ'ল ঃ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2} \quad d = x - A$$

A = কল্পিত গড় = 50 (ধৰা হ'ল), n = মুঠ পৰিসংখ্যা

টোকা ঃ

তালিকাখন প্রস্তুত কৰাৰ সময়ত সূত্রত লাগতিয়াল প্রতীক চিনবোৰৰ আধাৰত তালিকাৰ স্তম্ভকেইটা তৈয়াৰ কৰা হয়।

	বয়স x **বছৰত**	**মানুহৰ সংখ্যা** f	d = x–50	d^2	fd	fd^2
	30	64	–20	400	–1280	25600
	40	132	–10	100	–1320	13200
	50	153	0	0	0	0
	60	140	10	100	1400	14000
	70	51	20	400	1020	20400
মুঠ		540-n			–180	73200

$$\sigma = \sqrt{\frac{73200}{540} - \left(\frac{-180}{540}\right)^2}$$

$$= \sqrt{135.5 - 0.01}$$

$$= \sqrt{135.44}$$

= 11.64 বছৰ (প্রায়)

টোকা ঃ

প্রসৰণ = $\sigma^2 = (11.64)^2$

= 135.4896 বর্গ বছৰ

(c) প্রদত্ত তথ্যখিনি এটা অবিচ্ছিন্ন শ্রেণীৰ উদাহৰণ আৰু প্রত্যেকটো বিভাগৰ অন্তৰাল সমান। সেয়েহে কল্পিত গড় পদ্ধতিৰ তলত উল্লেখ কৰা সূত্রটো ব্যৱহাৰ কৰা সুবিধাজনক।

সূত্ৰটো হ'ল— $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(d^/)^2}{n} - \left(\frac{\sum fd^/}{n}\right)^2} \times i$, $d^/ = \frac{x-A}{i}$

A = কল্পিত গড়

65 = (ধৰা হ'ল) i= 2.

	উচ্চতা (ই)	মধ্যমান x	ছাত্ৰসংখ্যা f	$d^/ = \frac{x-65}{2}$	$(d^/)^2$	$fd^/$	$f(d^/)^2$
	60–62	61	34	–2	4	–68	136
	62–64	63	27	–1	1	–27	27
	64–66	65	20	0	0	0	0
	66–68	67	13	1	1	13	13
	68–70	69	6	2	4	12	24
মুঠ			100=n			–70	200

এতিয়া, $\sigma = \sqrt{\frac{200}{100} - \left(\frac{-70}{100}\right)^2} \times 2$

$= \sqrt{2 - 0.49} \times 2$

$= \sqrt{1.51} \times 2$

$\simeq 1.23 \times 2 \simeq 2.46$ ইঞ্চি

উদাহৰণ 2 ঃ

(a) n সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন $\sqrt{14}$ হ'লে n-ৰ মান কিমান?

(b) দুটা প্ৰতিদৰ্শত ক্ৰমে 60 টা আৰু 90 টা আৰেক্ষণ আছে আৰু সিহঁতৰ মাধ্য আৰু ক্ৰমে 52 আৰু 48 আৰু মানক বিচল ক্ৰমে 9 আৰু 12 হ'লে প্ৰতিদৰ্শ দুটাৰ যুগ্ম গড় আৰু যুগ্মমানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(c) যদি Q_1=142, Q_3–Q_1=18 হয় তেন্তে মধ্যমা কিমান?
(বিভাজনটো মধ্যমাৰ লগত সমমিত)

(d) 20 টা সংখ্যাৰ মাধ্য আৰু মানক বিচলন ক্ৰমে 10 আৰু 2। পিছত দেখা গ'ল এটা সংখ্যা ভুলক্ৰমে 8 লোৱা হৈছে। শুদ্ধ মাধ্য আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা যদি

(i) অশুদ্ধ সংখ্যাটো বাদ দিয়া হয়।

(ii) অশুদ্ধ সংখ্যাৰ সলনি 12 অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হয়।

(e) এটা শ্ৰেণীত 100 টা আৰেক্ষণ আছে। 4 চে.মিৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ যোগফল আৰু আৰেক্ষণবোৰ পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ যোগফল ক্ৰমে – 11 চে. মি. আৰু 257 বৰ্গ চে.মি. হ'লে বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা।

(f) বিচলন গুণাংক 25 আৰু মাধ্য 20 হ'লে, মানক বিচলন কিমান?

(g) প্ৰতিষ্ঠান এটাৰ বনুৱাসকলৰ গড় মজুৰি 8 টকাৰ পৰা 12 টকালৈ বৃদ্ধি পালে আৰু মজুৰিৰ মানক বিচলন 1 টকাৰ পৰা 5 টকালৈ বৃদ্ধি পালে। বৰ্তমান বনুৱাসকলৰ মজুৰি বেছি নে কম সংগতিপূৰ্ণ?

(h) 5 টা সংখ্যাৰ মাধ্য 4.4 আৰু প্ৰসৰণ 8.24। যদি তিনিটা সংখ্যা 4, 6 আৰু 9 হয়, তেন্তে বাকী দুটা সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

উদাহৰণ 3 ঃ

(a) দুটা সংখ্যাৰ মানক বিচলন 5 আৰু ইয়াৰে এটা সংখ্যা 12 হ'লে অইন সংখ্যাটো কিমান?

(b) 5, 5, 5, 7, 7, 7 ৰ মানক বিচলন কিমান?

(c) যদি 2, 5, 6, 8, 9 ৰ মানক বিচলন 2.449 হয় তেন্তে তলৰ তথ্যখিনিৰ মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা— (গণনা নকৰাকৈ)

(i) 15, 18, 19, 21, 22, (ii) 4, 10, 12, 16, 18 (iii) 5, 11, 13, 17, 19

(d) x ৰ মানক বিচলন 14 হ'লে মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $x - 2$ (ii) $x + 1$ (iii) $2x$

(iv) $\frac{x}{2}$ (v) $2x + 1$ (vi) $-x + 1$

উদাহৰণ 4 ঃ

(a) যদি x আৰু y চলক দুটাৰ সম্বন্ধ $5x-7y=11$ হয় আৰু x-ৰ প্ৰসাৰ 5 হয়, তেন্তে y-ৰ প্ৰসাৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) যদি x আৰু y চলক দুটাৰ সম্বন্ধ $2x+3y=7$ হয় আৰু x-ৰ চতুৰাংশ বিচলন 3 হয়, তেন্তে y-ৰ চতুৰাংশ বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(c) যদি x আৰু y চলক দুটাৰ সম্বন্ধ $5x+2y=17$ হয় আৰু y-ৰ মাধ্য 6 ৰ পৰা y-ৰ গড় বিচলন 5 হয় তেন্তে মাধ্যৰ পৰা x-ৰ গড় বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(d) মিঃ বৰুৱাই 10,000 টকা দুটা কোম্পানী A অথবা B-ত খটুৱাব বিচাৰে। A কোম্পানিটোৰ বছৰেকীয়া গড় আয় 16000 টকা আৰু মানক বিচলন 125 টকা। B কোম্পানিটোৰ বছৰেকীয়া গড় আয় 20,000 টকা আৰু মানক বিচলন 200 টকা। কোনটো কোম্পানিত টকা বিনিয়োগ কৰা লাভজনক হ'ব?

উদাহৰণ 2 ঃ

সমাধান ঃ (a) আমি জানো যে, n সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন—

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{14} = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{n^2-1}{12}$$ (উভয় পক্ষক বৰ্গ কৰি)

$\Rightarrow n^2 = 169 \quad \therefore\ n = 13$ উত্তৰ

(b) ইয়াত, $n_1 = 60,\ n_2 = 90,\ \overline{x}_1 = 53,\ \overline{x}_2 = 48,\ \sigma_1 = 9,\ \sigma_2 = 12$

এতিয়া, $\overline{x}_{12} = \frac{x_1\overline{x}_1 + x_2\overline{x}_2}{n_1+n_2} = \frac{60\times 52 + 90\times 48}{60+90}$

$$= \frac{3120+4320}{150} = \frac{7440}{150} = 49.6$$

$$d_1 - \overline{x}_1 - \overline{x}_{12} = 52 - 49.6 = 2.4$$

$$d_2 = \overline{x}_2 - \overline{x}_{12} = 48 - 49.6 = -1.6$$

$$\sigma_{12} = \sqrt{\frac{n_1\sigma_1{}^2 + n_2\sigma_2{}^2 + n_1 d_1{}^2 + n_2 d_2{}^2}{n_1+n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{60\times 9^2 + 90\times 12^2 + 60\times(2.4)^2 + 90\times(-1.6)^2}{60+90}}$$

$\therefore\ \sigma_{12} = 11.1$ (গণনা কৰাৰ পিছত)

(c) ইয়াত, $Q_1=143,\ Q_3-Q_1=18$ অৰ্থাৎ, $Q_3=18+Q_1=18+142=160$

$\therefore$ বিভাজনটো মধ্যমাৰ লগত সমমিত,

$\therefore\ M_e - Q_1 = Q_3 - M_e$

$\Rightarrow\ 2M_e = Q_3 + Q_1 = 160+142$

$\therefore\ M_e = \frac{302}{2} = 151$

(d) (i) প্ৰশ্নমতে, 19 টা সংখ্যাৰ সমষ্টি (শুদ্ধ) $= 20\times 10 - 8 = 192$

$\therefore$ শুদ্ধ মাধ্য $= \frac{192}{19} = 10.11$

(ii) 20 টা সংখ্যাৰ সমষ্টি (শুদ্ধ) = $20\times 10 - 8 + 12 = 204$

$\therefore$ শুদ্ধ মাধ্য $= \frac{204}{20} = 10.2$

আকৌ,

(i) অশুদ্ধ মানক বিচলন $= \sqrt{\frac{\text{অশুদ্ধ } \sum x^2}{n} - \text{অশুদ্ধ } \bar{x}^2}$

$\Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{\text{অশুদ্ধ } \sum x^2}{20} - 10^2}$

$\Rightarrow 104 \times 20 = \text{অশুদ্ধ } \sum x^2$ (উভয় পক্ষক বৰ্গ কৰি)

$\therefore$ শুদ্ধ $\sum x^2 = 2080 - 8^2 = 2016$

এতিয়া, শুদ্ধ মানক বিচলন $= \sqrt{\frac{\text{শুদ্ধ } \sum x^2}{19} - \text{শুদ্ধ } \bar{x}^2}$

$= \sqrt{\frac{2016}{19} - (10.11)^2}$

= 1.98 (গণনা কৰাৰ পিছত)

(ii) একেদৰে,

শুদ্ধ $\sum x^2 = 2080 - 8^2 + 12^2 = 2160$

এতেকে, শুদ্ধ মানক বিচলন $= \sqrt{\frac{\text{শুদ্ধ } \sum x^2}{20} - \text{শুদ্ধ } \bar{x}^2}$

$= \sqrt{\frac{2160}{20} - (10.2)^2}$

$= \sqrt{108 - 104.04}$

$= \sqrt{3.96}$

$= 1.99$

(e) ইয়াত, $\sum d = \sum(x-4) = -11$ চে.মি., A=4, n = 100

$\sum d^2 = \sum(x-4)^2 = 257$ বৰ্গ চে.মি., বিচলন গুণাংক = ?

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n} = 4 + \frac{-11}{100} = 3.89$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{257}{100} - \left(\frac{-11}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2.57 - 0.0121} = \sqrt{2.5579} = 1.59$$

আকৌ, বিচলন গুণাংক $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1.59}{3.89} \times 100 = \frac{15900}{389} \simeq 41\%$

(f) ইয়াত, বিচলন গুণাংক = 25, $\overline{x}=20$, $\sigma=?$

আমি জানো যে, বিচলন গুণাংক $=\frac{\sigma}{\overline{x}}\times 100$

$$\Rightarrow 25=\frac{\sigma}{20}\times 100 \quad \therefore \sigma=5$$

(g) বনুৱাসকলৰ মজুৰি সংগতিপূৰ্ণ নিৰ্ণয় কৰাৰ ক্ষেত্ৰত, বিচলন গুণাংকৰে তুলনা কৰা হ'ব।

প্ৰথম অৱস্থাত, বিচলন গুণাংক $=\frac{\sigma}{\overline{x}}\times 100=\frac{1}{8}\times 100=12.5\%$

দ্বিতীয় অৱস্থাত বিচলন গুণাংক $=\frac{\sigma}{\overline{x}}\times 100=\frac{5}{12}\times 100=\frac{125}{3}=41\frac{2}{3}\%$

$$\because 41\frac{2}{3}\%>12.5\%$$

$\therefore$ বৰ্তমানে বনুৱাসকলৰ মজুৰিৰ কম সংগতিপূৰ্ণ।

(h) ধৰা হ'ল, বাকী থকা সংখ্যা দুটা ক্ৰমে x_1 আৰু x_2

এতিয়া $\overline{x}=\frac{\sum x}{n}$

$$\Rightarrow 4.4=\frac{\sum x}{5} \quad \therefore \sum x=22$$

$\because$ তিনিটা সংখ্যাৰ মান 4, 6 আৰু 9 $\therefore$ $x_1+x_2=22-4-6-9=3$

অৰ্থাৎ $x_1+x_2=3$ .... (1)

আকৌ, $\sigma^2=\frac{\sum x^2}{n}-\overline{x}^2$

$$\Rightarrow 8.24=\frac{x_1^2+x_2^2+4^2+6^2+9^2}{5}-(4.4)^2$$

$$\Rightarrow (8.24+19.36)\times 5-16-36-81=x_1^2+x_2^2$$

$$\Rightarrow 138-133=x_1^2+x_2^2$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2=5 \text{............ (2)}$$

এতিয়া, (1) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ, $x_2=3-x_1$

এতেকে (2) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ, $x_1^2+(3-x_1)^2=5$

$\Rightarrow 2x_1^2-6x_1+4=0$

$\Rightarrow x_1^2-3x_1+2=0$ (উভয়পক্ষক 2 ৰে ভাগ কৰি)

$\Rightarrow x_1^2-2x_1-x_1+2=0$

$\Rightarrow x_1(x_1-2)-1(x_1-2)=0$

$\therefore x_1=1$ or 2

আৰু (1) ৰ পৰা পাওঁ, $x_2=2$ or 1

অৰ্থাৎ, সংখ্যা দুটা হ'ল 1 আৰু 2।

উদাহৰণ 3 ঃ

সমাধান ঃ

(a) দুটা সংখ্যাৰ মানক বিচলন $=\frac{1}{2}(x_1-x_2)$ ধৰা হ'ল অইন সংখ্যাটো x_2

$$\Rightarrow 5=\frac{1}{2}(12-x_2)$$
$$\Rightarrow 10=12-x_2$$
$$\therefore x_2 = 2$$

যদি, $x_2>x_1$ হয় তেন্তে, $5=\frac{1}{2}(x_2-x_1)=\frac{1}{2}(x_2-12)$

$$\Rightarrow 10=x_2-12$$
$$\therefore x_2=22$$

অৰ্থাৎ, অইন সংখ্যাটো 2 অথবা 22 (উত্তৰ)

(b) 5, 5, 5, 7, 7 অৰু 7 ৰ মানক বিচলন = 5 আৰু 7 ৰ মানক বিচলন $=\frac{1}{2}(7-5)=1$

(c) ইয়াত, 2, 5, 6, 8 আৰু 9 ৰ মানক বিচলন = 2.449

(i) 2, 5, 6, 8 আৰু 9 শ্ৰেণীটোৰ প্ৰত্যেকটো আৰেক্ষণৰ লগত 13 যোগ কৰিলে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীটো পোৱা যায়।

যিহেতু মানক বিচলন মূল বিন্দুৰ পৰিৱৰ্তনৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল নহয়, এতেকে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীৰ মানক বিচলন আগৰ দৰেই থাকিব অৰ্থাৎ 2.449 হ'ব।

(ii) 2, 5, 6, 8 আৰু 9 শ্ৰেণীটোৰ প্ৰত্যেকটো আৰেক্ষণক 2-ৰে হৰণ কৰিলে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীটো পোৱা যায়।

যিহেতু মানক বিচলন মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনত নিৰ্ভৰশীল, সেয়েহে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীৰ মানক বিচলন $= 2.449 \times 2 = 4.898$

(iii) 2, 5, 6, 8 আৰু 9 শ্ৰেণীটোৰ প্ৰত্যেকটো আৰেক্ষণক 2 ৰে গুণ কৰি 1 যোগ দিলে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীটো পোৱা যায়, সেয়েহে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীৰ মানক বিচলন = 2.449 × 2 = 4.898 (কাৰণ মূল বিন্দুৰ পৰিৱৰ্তনত মানক বিচলন নিৰ্ভৰশীল নহয় আৰু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনৰ ওপৰতহে নিৰ্ভৰশীল)

(d) ইয়াত, x-ৰ মানক বিচলন = 14

(i) $\sigma = 14$ (ii) $\sigma = 14$ (iii) $\sigma = 2\times14=28$

(iv) $\sigma=\frac{14}{2}=7$ (v) $\sigma = 14 \times 2 = 28$ (vi) $\sigma = 14$ ($\because \sigma > 0$)

(কাৰণ, মানক বিচলন মূলবিন্দুৰ পৰিৱৰ্তনত নিৰ্ভৰশীল নহয় কিন্তু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনত নিৰ্ভৰশীল)

উদাহৰণ 4 ঃ

সমাধান ঃ আমি জানো যে,

যদি $ax+by+c=0$ হয়, (a, b আৰু c ধ্ৰুৱক সংখ্যা)

তেন্তে, $|a|\times x$ বিচলন $|b|\times y$-ৰ বিচলন (বিচলন শব্দটো প্ৰসাৰ, চতুৰাংশ, বিচলন, গড় বিচলন আৰু মানক বিচলন— এই আটাইকেইটা পৰিমাপকেই বুজায় আৰু ওপৰৰ সূত্ৰটো প্ৰত্যেকটো পৰিমাপৰ বাবেই প্ৰযোজ্য হ'ব)

(a) ইয়াত, x আৰু y ৰ সম্বন্ধটো হ'ল ঃ $5x-7y-11=0$ (ইয়াত $a=5$, $b=-7$)

x-ৰ প্ৰসাৰ = 5, $\therefore$ $|5|\times x$-ৰ প্ৰসাৰ $=|-7|\times y$-ৰ প্ৰসাৰ

$= 5\times5=7y$-ৰ প্ৰসাৰ $\therefore$ y-ৰ প্ৰসাৰ $=\frac{25}{7}$

(b) আগৰ দৰেই, $|2|\times x$ৰ চতুৰাংশ বিচলন $=|3|\times y$-ৰ চতুৰাংশ বিচলন

$\Rightarrow 2\times3=3\times y$-ৰ চতুৰাংশ বিচলন

$\therefore$ y-ৰ চতুৰাংশ বিচলন = 2

(c) আগৰ দৰেই, $=|5|\times x$ৰ গড় বিচলন $=|2|\times y$ৰ গড় বিচলন

$\Rightarrow 5\times x$–ৰ গড় বিচলন $= 2\times5$

$\therefore$ xৰ গড় বিচলন = 2

(d) কোম্পানিত লাভজনকভাৱে টকা বিনিয়োগ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত দুয়োটা কোম্পানিৰ লাভৰ বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব।

A কোম্পানিৰ ক্ষেত্ৰত, বিচলন গুণাংক $=\frac{\sigma}{X}\times100=\frac{125}{16000}\times100=0.8\%$ (প্ৰায়)

B কোম্পানিৰ ক্ষেত্ৰত, বিচলন গুণাংক $=\frac{\sigma}{X}\times100=\frac{200}{20000}\times100=1\%$ (প্ৰায়)

$\because 0.8\% < 1\%$

এতেকে, কোম্পানিত A-ত টকা বিনিয়োগ কৰা লাভজনক হ'ব।

উদাহৰণ 5 ঃ

(a) তলৰ তথ্যৰ $\overline{x}=135.3$ আৰু $6=9.6$ বিভাগ অন্তৰাল আৰু বিভাগবিলাক নিৰ্ণয় কৰা।

d' :	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f :	2	5	8	18	22	13	8	4

(b) তলৰ তথ্যৰ ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ অংকন কৰা।

দৰমহা (টকাত) ঃ	50–70	70–90	90–110	110–130	130–150
প্ৰতিষ্ঠান A-ত কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা ঃ	20	15	20	25	20
প্ৰতিষ্ঠান B-ত কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা ঃ	150	100	90	110	50

কোনটো প্ৰতিষ্ঠানত দৰমহাৰ বিচলন বেছি? [নিজে চেষ্টা কৰা, প্ৰতিষ্ঠানত B-ত বেছি]

(c) 80টা আৰেক্ষণৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 63.2 আৰু 25.93। ইয়াৰে 60 টা আৰেক্ষণৰ মাধ্য 64.8 আৰু মানক বিচলন = 4। বাকী থকা 20 টা আৰেক্ষণৰ মাধ্য আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(d) তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা (i) 44 টকাতকৈ বেছি (ii) 22 টকা আৰু 58 টকাৰ ভিতৰত দৰমহা পোৱা শতকৰা কেইভাগ কৰ্মচাৰী আছে নিৰ্ণয় কৰা। (iii) চতুৰাংশ বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

দৰমহা (টকাত) ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা ঃ	20	45	85	160	70	55	35	30

(e) দুটা প্ৰতিষ্ঠান A আৰু B ৰ পৰা তলৰ তথ্যখিনি পোৱা গ'ল—

	প্ৰতিষ্ঠান A	**প্ৰতিষ্ঠান B**
বনুৱাৰ সংখ্যা ঃ	586	648
গড় মজুৰি ঃ	52.5 টকা	47.5 টকা
মজুৰিৰ প্ৰসৰণ ঃ	100	121

(i) কোনটো প্ৰতিষ্ঠানৰ মজুৰিৰ পৰিমাণ বেছি?

(ii) কোনটো প্ৰতিষ্ঠানৰ মজুৰিৰ বিচলন বেছি?

(f) ছাৰ্টৰ কলাৰ উৎপাদনকাৰী এজনে মানুহবোৰৰ ডিঙিৰ পৰিধিৰ মাপৰ তথ্যখিনি তলত দিয়া ধৰণে পালে।

ডিঙিৰ পৰিধিৰ মধ্যমান (ইঞ্চিত) ঃ	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	4	19	30	63	66	29	18	1	1

তথ্যখিনিৰ মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু $(\bar{x} \pm 3\sigma)$ ৰাশিটোৰ ব্যৱহাৰ কৰি সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন কলাৰৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা, যাতে উৎপাদনকাৰীজনে সৰহসংখ্যক মানুহৰ প্ৰয়োজন মিটাব পাৰে; অৱশ্যে মন কৰিবলগীয়া যে মানুহবিলাকে ডিঙিৰ পৰিধিতকৈ $\frac{3}{4}$ ইঞ্চিত বেছি মাপৰ কলাৰহে ব্যৱহাৰ কৰে।

সমাধান ঃ (a) ইয়াত, $\bar{x} = 135.3$, $\sigma = 9.6$, $i = ?$

	d'	f	fd'	$(d')^2$	$f(d')^2$
	−4	2	−8	16	32
	−3	5	−15	9	45
	−2	8	−16	4	32
	−1	18	−18	1	18
	0	22	0	0	0
	1	13	13	1	13
	2	8	16	4	32
	3	4	12	9	36
মুঠ,		80	−16		208

এতিয়া,

$\overline{x} = A + \frac{\sum fd'}{n} \times i$, A = কল্পিত গড়,   i = বিভাগৰ অন্তৰাল

$\Rightarrow 135.3 = A + \frac{-16}{80} \times i = A - \frac{i}{5} = \frac{5A - i}{5}$

$\Rightarrow$ 5A–i = 676.5 ....(i)

আকৌ, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(d')^2}{n} - \left(\frac{\sum fd'}{n}\right)^2} \times i$

$\Rightarrow 9.6 = \sqrt{\frac{208}{80} - \left(\frac{-16}{80}\right)} \times i$

$= \sqrt{2.6 - 0.04} \times i$

$= \sqrt{2.56 \times i}$

= 1.6 i

$\therefore i = \frac{9.6}{1.6} = 6$

(1)ৰ পৰা পাওঁ ঃ 5A–6 = 676.5

$\therefore\ A = \frac{682.5}{5} = 136.5$

বিভাজনটোৰ মধ্যমানবোৰ—

112.5   118.5   124.5   130.5   136.5   142.5   148.5   154.5

$\therefore$ প্ৰথম বিভাগটো হ'ব— $112.5 - \frac{i}{2} - 112.5 + \frac{i}{2}$ অৰ্থাৎ 109.5–115.5

এতেকে, বাকী বিভাগবোৰ ঃ 115.5–121.5, 121.5–127.5, 127.5–133.5, 133.5–139.5, 139.5–145.5, 145.5–151.5, 151.5–157.5

(c) ইয়াত 80 টা আৰেক্ষণক দুটা বিভাগত ভাগ কৰা হৈছে।

প্ৰথম বিভাগত 60 টা (n_1) আৰু দ্বিতীয় বিভাগত 20 টা (n_2)

আৰু, $\overline{x}_1 = 64.8, \sigma_1 = 4$ আৰু $n_1=60_1$, $n_2 = 20$.

$\overline{x}_2$ = ? σ_2 = ?, $\overline{x}_{12} = 63.2$, $\sigma_{12}^2 = 25.93$

আমি জানো, $\overline{x}_{12} = \frac{x_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{x_1 + x_2}$

$$\Rightarrow 63.2 = \frac{64.8 \times 60 + 20 \times \overline{x}_2}{80}$$

$$\Rightarrow 5056 - 3888 = 20\overline{x}_2 \quad \therefore \overline{x}_2 = \frac{1168}{20} = 58.4$$

আকৌ, $d_1 = \overline{x}_1 - \overline{x}_{12} = 64.8 - 63.2 = +1.6$

$d_2 = \overline{x}_2 - \overline{x}_{12} = 58.4 - 63.2 = -4.8$

এতিয়া, $\sigma_{12}\sqrt{\frac{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_1d_1^2 + n_2d_2^2}{n_1 + n_2}}$

$$\Rightarrow 25.93 = \frac{60 \times 4^2 + 20 \times \sigma_2^2 + 60 \times (1.6)^2 + 20(-4.8)^2}{80}$$

(সৰল কৰাৰ পিছত)

$\sigma_2 = 5$

(d) (i) 40–50 বিভাগটোৰ অন্তৰাল 10

$\therefore$ বিভাগটোত গড়ে কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা = $\frac{70}{10} = 7$

এতেকে 44 তকৈ বেছি আৰু 50 লৈ, কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা = $7 \times 6 = 42$ জন

তথ্যখিনিৰ পৰা 50 টকাতকৈ বেছি পোৱা কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা = $55 + 35 + 30 = 120$

(বিভাগ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
f :	20	45	85	160	70	55	35	30

$\therefore$ 44 টকাতকৈ বেছি পোৱা কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা =42 + 120 = 162

আৰু নিৰ্ণেয় শতকৰা ভাগ $= \frac{162}{500} \times 100 = 32.4$

(ii) একেদৰেই, 22 টকাতকৈ বেছি আৰু 58 টকাতকৈ কম পোৱা কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা $= 8.5 \times 8 + 160 + 70 + 5.5 \times 8 = 342$

আৰু নিৰ্ণেয় শতকৰা ভাগ $= \frac{342}{500} \times 100 = 68.4$

(iii) চতুৰাংশ বিচলন $= \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$

[তথ্যখিনিৰ পৰা Q_1 আৰু Q_3 নিৰ্ণয় কৰা। চতুৰাংশ বিচলন = 11.12 (উত্তৰ) নিজে চেষ্টা কৰা]

(e) ইয়াত, $n_1 = 586$, $n_2 = 648$,

$\overline{x}_1 = 525$ টকা, $\overline{x}_2 = 47.5$ টকা

$\sigma_1^2 = 100$, $\sigma_2^2 = 121$

$\therefore \sigma_1 = 10$, $\sigma_2 = 11$

(i) প্ৰতিষ্ঠান A-ৰ বনুৱাসকলৰ মুঠ = $x_1 \bar{x}_1 = 586 \times 525$ টকা

$= 30,765$ টকা

প্ৰতিষ্ঠান B-ৰ বনুৱাসকলৰ মুঠ মজুৰি = $x_2 \bar{x}_2 = 648 \times 47.5$ টকা

$= 30,780$ টকা

∴ প্ৰতিষ্ঠান B-ৰ মজুৰিৰ পৰিমাণ বেছি।

(ii) প্ৰতিষ্ঠান দুটাৰ বনুৱাসকলৰ মজুৰিৰ বিচলন নিৰ্ধাৰণ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰতিষ্ঠান দুটাৰ বনুৱাসকলৰ মজুৰিৰ বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

বিচলন গুণাংক (প্ৰতিষ্ঠান A) $= \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{10}{52.5} \times 100 = 19.04$

বিচলন গুণাংক (প্ৰতিষ্ঠান B) $= \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{11}{47.5} \times 100 = 23.16$

এতেকে দেখা গ'ল যে প্ৰতিষ্ঠান Bৰ বনুৱাসকলৰ মজুৰিৰ বিচলন বেছি।

(f) **সংকেত ঃ** ইয়াত, $\bar{x} = 14.232$, $\sigma = 0.72$ (ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে নিজে চেষ্টা কৰিব)

সৰ্বোচ্চ কলাৰৰ মাপ $= \bar{x} + 3\sigma$

$= 14.232 + 3 \times 0.72$

$= 16.392$

সৰ্বনিম্ন কলাৰৰ মাপ $= \bar{x} - 3\sigma = 14.232 - 3 \times 0.72$

$= 12.072$

∵ মানুহবিলাকে নিজৰ ডিঙিৰ পৰিধিতকৈ $\frac{3}{4}$ ইঞ্চি মাপৰ কলাৰ ব্যৱহাৰ কৰে,

∵ সৰ্বোচ্চ কলাৰৰ মাপ = 16.392 + 0.75 = 17.14 ইঞ্চি

আৰু সৰ্বনিম্ন কলাৰৰ মাপ = $12.072 + 0.75 = 12.82$ ইঞ্চি

উদাহৰণ 6 ঃ তলৰ তথ্যৰ প্ৰসাৰ, চতুৰাংশ বিচলন, গড় বিচলন (মধ্যমাৰ পৰা) আৰু সেইবোৰৰ গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a) 11, 12, 14, 17, 19, 21, 27, 28, 30, 32, 33

(b)

x:	5	10	15	20	25
f:	6	7	8	11	8

(c)

বিভাগ ঃ	3.50–5.50	5.50–7.50	7.50–9.50	9.50–11.50	11.50–13.50
পৰিসংখ্যা ঃ	6	14	16	10	4

সমাধান ঃ (a) ইয়াত, সৰ্বোচ্চ মান = 33 ∴ প্ৰসাৰ = $33 - 11 = 22$

সৰ্বনিম্ন মান =11 প্ৰসাৰ গুণাংক = $\frac{33-11}{33+11} = \frac{22}{44} = 0.5$

ইয়াত, n = 11

$Q_1 = \frac{n+1}{4}$ তম্ সংখ্যাৰ মান $= \frac{11+1}{4} = 3$ (তৃতীয় সংখ্যাৰ মান)

= 14 (প্ৰদত্ত মানকেইটা ঊৰ্ধ্বক্ৰমত সজোৱা আছে)

$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4} = 9$ (অৰ্থাৎ নৱম সংখ্যাৰ মান)

= 30

এতিয়া, চতুৰাংশ বিচলন $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{30-3}{2} = 13.5$

চতুৰাংশ বিচলন গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{27}{33} = \frac{9}{11} = 0.82$ (প্ৰায়)

আকৌ, মধ্যমা $= \frac{n+1}{2}$ তম সংখ্যাৰ মান = ষষ্ঠ সংখ্যাৰ মান

= 21

এতিয়া, গড় বিচলন $= \frac{1}{n}\Sigma$ |(x–মধ্যমা)|

x	|x–মধ্যমা=21|
11	10
12	9
14	7
17	4
19	2
21	0
27	6
28	7
30	9
32	11
33	12
মুঠ	77

∴ গড় বিচলন $= \frac{1}{11} \times 77 = 7$

গড় বিচলনৰ গুণাংক $= \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{মধ্যমা}}$

$= \frac{7}{21} = 0.33$ (প্ৰায়)

(b) ইয়াত, সৰ্বোচ্চ মান = 25

সৰ্বনিম্ন মান = 5

∴ প্ৰসাৰ = 25 – 5 = 20

প্ৰসাৰ গুণাংক $= \frac{25-5}{25+5} = \frac{20}{30} = 0.67$ (প্ৰায়)

x :	5	10	15	20	25
বাৰংবাৰতা ঃ	6	7	8	11	8
সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা ঃ	6	13	21	32	40

$Q_1 = \frac{n}{4}$তম চলকৰ মান $= \frac{40}{4}$ তম চলকৰ মান = 10 তম চলকৰ মান

$\because$ 10 তম চলকৰ মান সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা 13-ত অন্তৰ্ভুক্ত

আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে চলকৰ মান 10

$\therefore$ প্ৰথম চতুৰাংশ $(Q_1) = 10$

$Q_3 = \frac{3n}{4}$ তম চলকৰ মান = 30 তম চলকৰ মান

$\therefore Q_3 = 20$

এতিয়া, চতুৰাংশ বিচলন $= \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2}(20-10) = 5$

চতুৰাংশ বিচলন গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{20-10}{20+10} = \frac{10}{30} = 0.33$ (প্ৰায়)

ইয়াত, মধ্যমা $= \frac{n}{2}$তম চলকৰ মান $= \frac{40}{2}$ তম চলকৰ মান

= 20 তম চলকৰ মান

$\therefore$ মধ্যমা = 15

x	f	cf	|x–মধ্যমা|
5	6	6	10
10	7	13	5
15	8	21	0
20	11	32	5
25	8	40	10
মুঠ	40		30

এতিয়া, গড় বিচলন $= \frac{1}{n}\Sigma$ |x–মধ্যমা|

$= \frac{1}{40} \times 30$

$= 0.75$

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{মধ্যমা}}$

$= \frac{0.75}{15} = 0.05$

(c) ইয়াত, সৰ্বোচ্চ মান = 13.50 $\therefore$ প্ৰসাৰ = 1350–3.50 = 10

সৰ্বনিম্ন মান = 3.50 প্ৰসাৰ গুণাংক = $= \frac{1350-350}{13,50+350} = \frac{10}{17} \cong 0.59$ (প্ৰায়)

বিভাগ	মধ্যমান x	f	cf	8.13 |x–মাধ্যমা|	f|x–মধ্যমা|
3.50–5.50	4.50	6	6	3.63	21.78
5.50–7.50	6.50	14	20	1.63	22.82
7.50–9.50	8.50	16	36	0.37	4.92
9.50–11.50	10.50	10	46	2.37	23.70
11.50–13.50	12.50	4	50	4.37	17.48
মুঠ		50			90.70

ইয়াত, মধ্যমা = $\frac{n}{2}$ তম মান = $\frac{50}{2}$ তম মান = 25 তম মান

$\therefore$ মধ্যমা বিভাগ = 7.50–9.50

মধ্যমা $= L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times i,$ i = বিভাগ অন্তৰাল = 2

$= 7.50 + \frac{25 - 20}{16} \times 2$

$= 7.50 + \frac{10}{16}$ = 7.50+0.63 $\simeq$ 8.13

Q_1 = $\frac{n}{4}$ তম মান = $\frac{50}{4}$ তম মান = 12.50 তম মান

$\therefore$ প্ৰথম চতুৰাংশ (Q_1) বিভাগ = 5.50–7.50

$Q_3 = \frac{3n}{4}$ তম মান = 37.50 তম মান

$\therefore$ তৃতীয় চতুৰাংশ বিভাগ = 9.50–11.50 বিভাগ
(Q_3)

এতিয়া, $Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - cf}{f} \times i$

$= 5.50 + \frac{12.50 - 6}{14} \times 2$

$= 5.50 + \frac{13}{14}$

= 5.50+0.92

= 6.42

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - cf}{f} \times i$$

$$= 9.50 + \frac{37.50 - 36}{10} \times 2$$

$$= 9.50 + \frac{3}{10} = 9.50 + 0.30 = 9.80$$

চতুৰাংশ বিচলন $= \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2}(9.80 – 6.42)$

$$= \frac{1}{2} \times 3.38$$

$$= 1.69$$

চতুৰাংশ বিচলন গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{3.38}{16.22} = \frac{338}{1622} = 0.2$

গড় বিচলন $= \frac{1}{n}\sum f\,|x - \text{মধ্যমা}\,| = \frac{1}{50} \times 90.7 = \frac{907}{500} = 1.79$ (প্ৰায়)

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{মধ্যমা}} = \frac{1.79}{8.13} = \frac{179}{813} = 0.21$ (প্ৰায়)

অনুশীলনী

1. বিচলনৰ অৰ্থ কি? গড় আৰু বিচলন একেলগে অধ্যয়ন কৰাৰ কাৰণ কি? বিচলনৰ পৰিমাপবোৰে কি উদ্দেশ্য সিদ্ধ কৰে? পৰম আৰু আপেক্ষিক বিচলনৰ পাৰ্থক্য কি? দুটা বিভাজনৰ বিচলনৰ তুলনাত কি ধৰণৰ বিচলন বেছি ফলপ্ৰসূ? কাৰণ উল্লেখ কৰা।
2. বিচলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। বিচলনৰ বিভিন্ন পৰিমাপবোৰ কি কি? প্ৰত্যেকৰে সংজ্ঞা উল্লেখ কৰি সিহঁতৰ সুবিধা আৰু অসুবিধাসমূহ লিখা।
3. বিচলনৰ প্ৰত্যেকটো পৰিমাপৰ ব্যৱহাৰ আলোচনা কৰা।
4. বিচলনৰ আদৰ্শ পৰিমাপৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ লিখা।
5. মানক বিচলনক আদৰ্শ পৰিমাপ বুলি কোৱা হয় কিয়?
6. বিচলন গুণাংক কি? ই কি উদ্দেশ্য সিদ্ধ কৰে? প্ৰসৰণ বুলিলে কি বুজা?
7. দেখুউৱা যে— মানক বিচলন মূল বিন্দুৰ পৰিৱৰ্তনত নিৰ্ভৰশীল নহয় কিন্তু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল।
8. টোকা লিখা ঃ ল'ৰেঞ্জ বক্ৰ আৰু মানক বিচলন।
9. সাংখ্যিকীয় অধ্যয়নত বিচলনৰ ভূমিকা ব্যাখ্যা কৰা।
10. প্ৰসাৰ আৰু চতুৰ্থাংশ বিচলনৰ তুলনাত গড় বিচলন বেছি ফলপ্ৰসূ নে? তোমাৰ মতামতৰ সপক্ষে যুক্তি দাঙি ধৰা।
11. গড় বিচলন আৰু মানক বিচলনৰ তুলনা কৰা। অৰ্থনীতিবিদসকলে কিয় মানক বিচলনৰ তুলনাত গড় বিচলনক বেছি প্ৰাধান্য দিয়ে?
12. তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

    (i) 15, 15, 15, 15, 15 ৰ মানক বিচলন কিমান?

    (ii) x_1, x_2,...........x_n-ৰ মানক বিচল σ হ'লে—

    (a) $x_1 \pm 10$, $x_2 \pm 10$,........,$x_n \pm 10$ ৰ মানক বিচলন কিমান?

    (b) $3x_1$, $3x_2$, ..., $3x_n$ৰ মানক বিচলন কিমান?

    (iii) 50, 60, 70, 80, 90, 100 আৰু 5, 6, 8, 9, 10 শ্ৰেণী দুটাৰ মানক বিচলনৰ সম্বন্ধ কি?

    (iv) 5, 7, 7, 5, 7, 5-ৰ মানক বিচলন কিমান?

    (v) কোনটো শ্ৰেণীৰ মানবোৰ বেছি সংগতিপূৰ্ণ?

    18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 অথবা

    5, 12, – 20, 18, 27, 40, 59, 82

(vi) দুজন খেলুৱৈৰ গড় স্কোৰ আৰু স্কোৰৰ মানক বিচল ক্ৰমে 50, 48 আৰু 15, 12 হ'লে কোনজন খেলুৱৈ বেছি পাকৈত?

(vii) এটা বিভাজনৰ মাধ্য আৰু মানক বিচলন ক্ৰমে 20 আৰু 31 যদি বিভাজনটোৰ প্ৰত্যেক আৰেক্ষণৰ লগত 2 যোগ কৰা হয় তেন্তে নতুন শ্ৰেণীটোৰ বিচলন গুণাংক কিমান?

(viii) বিচলনৰ কোনটো পৰিমাপ একক মুক্ত?

(ix) এটা শ্ৰেণীৰ চতুৰাংশ বিচলন 10 হ'লে, প্ৰসৰণ কিমান?

(x) এটা শ্ৰেণীৰ গড় বিচলন 16 হ'লে, মানক বিচলন কিমান?

(xi) চতুৰাংশ বিচলন, গড় বিচলন আৰু মানক বিচলনৰ আসন্ন অনুপাত কিমান?

(xii) 10 টা আৰেক্ষণৰ মানক বিচলন 14 হ'লে, আৰেক্ষণবোৰৰ বৰ্গৰ সমষ্টি কিমান?

(xiii) প্ৰমাণ কৰা — *n* সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন $\sqrt{\frac{x^2-1}{12}}$ আৰু প্ৰথম 5 টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গড় বিচলন $\sqrt{2}$

(xiv) 4, 6, 8, 12, 15 আৰেক্ষণকেইটাৰ মাধ্য 9 আৰু মানক বিচলন 4

(i) মানক বিচলন 20 হ'বলৈ হ'লে নতুন আৰেক্ষণকেইটা কি কি হ'ব লাগিব?

(ii) মাধ্য 50 হ'বলৈ হ'লে আৰেক্ষণকেইটা কি কি হ'ব লাগিব।

(xv) যদি n=10, $\bar{x}=13, \sum x^2=1730$ হয়, বিচলন গুণাংক কিমান?

(xvi) দুজন খেলুৱৈ A আৰু B ৰ গড় স্ক'ৰ আৰু স্ক'ৰবোৰৰ মানক বিচলন ক্ৰমে 50, 15 আৰু 48, 12 হ'লে, কোনজন খেলুৱৈক সাংখ্যিকীয় দৃষ্টিভংগীত বাছনি কৰা উচিত?

13. *n* সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

14. খালীঠাই পূৰ কৰা ঃ

(i) সীমামুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত উপযুক্ত বিচলনৰ পৰিমাপ হ'ল ——।

(ii) মানক বিচলনৰ মাপ প্ৰসাৰতকৈ ——।

(iii) বিচলনৰ সকলো আপেক্ষিক পৰিমাপ —— মুক্ত।

(iv) এটা বিভাগৰ 25% আৰেক্ষণৰ মান 10 তকৈ কম আৰু 25% আৰেক্ষণ 40 ৰ বেছি হ'লে চতুৰাংশ বিচলন —।

(v) মানক বিচলন মূল বিন্দু পৰিৱৰ্তনৰ ওপৰত —— ; কিন্তু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তনৰ ওপৰত ——।

(vi) যদি x-ৰ মানক বিচলন 2 হয় তেন্তে (x–2) ৰ মানক বিচলন ——

(vii) 8 আৰু 12 ৰ মানক বিচলন ——

(viii) (Q_3-Q_1) ক —— বোলা হয়।

(ix) এটা অসমাৰ্মত বিভাজনৰ মানক বিচলন 4 হ'লে বিভাজনটোৰ গড় বিচলন ———— আৰু চতুৰাংশ বিচলন ———।

(x) p আৰু q ৰ মানক বিচলন ——।

(xi) —— আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ যোগফল ন্যূনতম।

(xii) সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত উচ্চ আৰু নিম্ন চতুৰাংশ দুটা —— সমদূৰৱৰ্তী।

(xiii) —— বিচলনৰ শ্ৰেষ্ঠ পৰিমাপ।

(xiv) প্ৰসৰণ ——

(xv) এটা বিভাজনৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু মানক বিচলন ক্ৰমে 18, 17 আৰু 4। প্ৰতিটো আৰেক্ষণৰ লগত 4 যোগ কৰিলে, মাধ্য = — মধ্যমা = —, মানক বিচলন ——।

(xvi) এটা সমমিত বিভাজনৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক ——।

(xvii) বিচলন গুণাংক —— পৰিমাপ আৰু ——

(xviii) ল'ৰেঞ্জ বক্ৰই বিচলনৰ পৰিমাপ —— নিৰূপণ নকৰে।

(xix) অৰ্থনৈতিক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত বিচলনৰ পৰিমাপ —— বিশেষ ভূমিকা লয়।

(xx) বতৰ বিজ্ঞানৰ ক্ষেত্ৰত বিচলনৰ —— বেছি ফলপ্ৰসূ।

(xxi) বিচলন অধ্যয়ন —— ভূমিকা নুই কৰিব নোৱাৰি।

(xxii) দুই বা ততোধিক বিভাজনৰ মাধ্য সমান হ'লেও সিঁহতৰ মানক বিচলন —— হ'ব বুলি ক'ব নোৱাৰি।

বিক্ষেপণ (অনুশীলনী)

উত্তৰ

প্ৰশ্ন নং 12

(i) 0

(ii) (a) = 6 (b) 3σ

(iii) প্ৰথম শ্ৰেণীৰ মানক বিচলন = 10 × দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ মানক বিচলন।

(iv) 1

(v) প্ৰথম শ্ৰেণীৰ

(vi) দ্বিতীয়জন খেলুৱৈ।

(vii) নতুন শ্ৰেণীটোৰ বিচলন গুণাংক 15%। (পৰিৱৰ্তন নহয়)

(viii) বিচলন গুণাংক

(ix) চতুৰাংশ বিচলন $=\frac{2}{3}\times$ মানক বিচলন

$\Rightarrow 10=\frac{2}{3}\times$ মানক বিচলন

$\therefore$ মানক বিচলন = 15, প্ৰসৰণ = $15^2=225$

(x) গড় বিচলন $=\frac{4}{5}\times$ মানক বিচলন

$\Rightarrow 16=\frac{4}{5}\times$মানক বিচলন $\therefore$ মানক বিচলন = 20

(xi) 8 : 12 : 15

(xii) $SD=\sqrt{\frac{1}{10}\sum(x-\overline{x})^2}=14$

$\Rightarrow 196=\frac{1}{10}\sum(x-\overline{x})^2$

$\therefore \sum(x-\overline{x})^2=1960$

(xiv) (i) 20, 30, 40, 60, 75

(ii) 50, 52, 54, 58, 61

(xv) $\sigma=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\overline{x}^2}=\sqrt{\frac{1730}{10}-13^2}=2$

$\therefore$ বিচলন গুণাংক$=\frac{6}{\overline{x}}\times 100=\frac{2}{13}\times 100=15\frac{5}{13}\%$

(xvi) $CV(A) = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} \times 100 = \frac{15}{50} \times 100 = 30\%$

$CV(B) = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \times 100 = \frac{12}{48} \times 100 = 25\%$

$\because CV(B) < CV(A)$

$\therefore$ সাংখ্যিকীয় দৃষ্টিভংগীত খেলুৱৈজনক বাছনি কৰা উচিত।

প্ৰশ্ন নং 14 (i) চতুৰাংশ বিচলন (ii) কম (iii) একক (iv) 15 (v) নিৰ্ভৰশীল নহয়, নিৰ্ভৰশীল (vi) 2 (vii) 2 (viii) আন্তঃচতুৰাংশ প্ৰসাৰ (ix) $\frac{16}{5}, \frac{8}{3}$ (x) $\frac{1}{2}(p \sim q)$ (xi) মাধ্যৰ পৰা (xii) মধ্যমাৰ পৰা (xiii) মানক বিচলন (xiv) 0^2 (xv) 22, 17, 4 (xvi) একেই (xvii) আপেক্ষিক, এককমুক্ত (xviii) সংখ্যাৰে (xix) গড় বিচলন (xx) প্ৰসাৰ (xxi) গড়ৰ (xxii) সমান।

* * *