अध्याय 5

वैदिक गणित

5.1 इस कक्षा में वैदिक गणित के अध्याय में आप उर्ध्वतिर्यक सूत्र से दो एवं तीन अंकों की संख्याओं का गुणा करना, सूत्र निखिलम आधार एवं उपाधार के अन्तर्गत तीन संख्याओं का गुणा एवं घनफल के साथ– साथ ध्वजांक विधि से भाग करना सीखेंगे।

5.1.1 गुणनसंक्रिया (उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र)

उर्ध्वतिर्यक सूत्र पर आधारित विधि से कोई भी गुणा किया जा सकता है। सूत्र का प्रथम शब्द उर्ध्व का अर्थ ठीक ऊपर (ऊपर–नीचे लिखे अंकों का गुणा) इसी प्रकार दूसरे शब्द तिर्यक का अर्थ है तिरछा (तिरछे लिखे अंकों का गुणा) है।

उदाहरण 1 आइए 32 व 14 का गुणा करते हैं।

चरण 1. गुण्य 32 व गुणक 14 को गुणा के लिए इस तरह लिखते हैं–

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ 14 \\ \hline \end{array}$$

चरण 2. समूह बनाना– दो अंकों का दो अंकों से गुणा में तीन समूह होंगे। जिसे III II व I द्वारा दर्शाया गया है।

	III	II	I
समूह बनाना	3	3 2	2
	1	1 4	4
चरण 3. गुणन क्रिया	3x1 /	3x4+1x2 /	2x4
चरण 4. गुणनफल	3 /	12+2 /	8
चरण 5	3 /	14 /	8

गुणा करते समय समूह की संख्या (2 n -1) से ज्ञात करेंगे।
जहाँ n = गुण्य व गुणक में अधिकतम अंको की संख्या यहाँ 32 व 14 में अधिकतम अंक = 2
अतः 2 x 2 -1 = 3 समूह

चरण 6 पंक्ति–1 3 4 8 या 3 / 4 / 8 (जहाँ 3+1=4)

पंक्ति–2 1 +1

चरण 7 योग क्रिया 4 4 8 4 4 8

अतः 32 x 14 का अभीष्ट गुणनफल = 448 प्राप्त होता है।

प्रत्येक समूह में एक–एक अंक रहेगा यहाँ II समूह में 14 है जो दहाई का अंक 1 III में योग होगा।

उदाहरण 2 123 x 45 का गुणा उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् विधि से करना।

चरण 1. 123 गुण्य व 45 गुणक है। गुणक को तीन अंकों में बनाने के लिए 045 लिखेंगे।

```
 123
x 45
```

चरण 2. तीन अंकों की संख्या में समूहों की संख्या 5 होगी। जो V, IV, III, II, I है।

V	IV	III	II	I
1	1 2	1 2 3	2 3	3
0	0 4	0 4 5	4 5	5

चरण 3. गुणन क्रिया व गुणनफल

गुणन क्रिया 1x0/1x4+2x0/1x5+3x0+2x4/2x5+3x4/3x5

गुणनफल 0 / 4+0 / 5+0+8 / 10+12 / 15

योग क्रिया 0 / 4 / 13 / 22 / 15

चरण 4 प्रथम द्वितीय व तृतीय भाग में 2 अंक हैं लेकिन आधार 10 होने से प्रत्येक भाग में एक अंक ही रखा जाता है अतः प्रथम द्वितीय व तृतीय भाग के इकाई अंक को पंक्ति 1 में एवं दहाई अंक को पंक्ति 2 में एक स्थान आगे लिखकर संख्याओं को समायोजित कर योग करते हैं।

पंक्ति–1	4	3	2	5
पंक्ति–2	1	2	1	-
चरण 5. योग क्रिया	5	5	3	5

अतः 123 x 45 का अभीष्ट गुणनफल = 5535

उदाहरण 3 57 x 68 का गुणा कीजिए।

समूह की संख्या = 3

```
   57
 x 68
5x6/5x8+6x7/7x8
30 / 40+42 / 56
30 /  82  / 56
   3876
```

(जहाँ 82+5=87 में 7 दहाई पर व 8 आगे 30 में जुड़कर 38 बनते हैं।)

अतः अभीष्ट गुणनफल 3876

उदाहरण 4 349 x 986 का गुणा कीजिए।

समूह की संख्या = 5

$$\begin{array}{c} 3\ 4\ 9 \\ \times\ 9\ 8\ 6 \\ \hline 3\times9 / 3\times8+4\times9 / 3\times6+9\times9+4\times8 / 4\times6+9\times8 / 9\times6 \\ 27 / 24+36 / 18+81+32 / 24+72 / 54 \\ 27 / 60 / 131 / 96 / 54 \end{array}$$

संख्याओं को पंक्तिवार व्यवस्थित कर योग करते हुए

$$\begin{array}{cccccc|l} 1 & 7 & 0 & 1 & 6 & 4 & \text{पंक्ति–1} \\ 2 & 6 & 3 & 9 & 5 & & \text{पंक्ति–2} \\ & 1 & & & & & \text{पंक्ति–3} \\ \hline 3 & 4 & 4 & 1 & 1 & 4 & \end{array}$$

अतः संख्या 349 x 986 का अभीष्ट गुणनफल = 344114 प्राप्त होता है।

करो और सीखो

1. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र का उपयोग करते हुए गुणा कीजिए।

(i) 15 x 12 (ii) 60 x 18
(iii) 71 x 8 (iv) 122 x 4
(v) 706 x 56 (vi) 497 x 173

5.1.2 सूत्र निखिलम् (उपाधार) से गुणा

निखिलम् द्वारा किसी प्रश्न के बड़े विचलन प्राप्त हो जाते हैं कि उनका गुणा कठिन हो जाता है जैसे 32 x 34 में यदि आधार 10 लेते हैं तो इनका विचलन 22 व 24 का गुणा बड़ा हो जाता है। अतः निकटतम दहाई के आधार पर उपाधार का चयन करते है जिससे उपाधार से विचलन छोटा प्राप्त होता है। जैसे – 68 x 66 में उपाधार 7 x 10 = 70 लेते है एवं 32 x 27 में उपाधार 3 x 10 = 30 लेते है शेष विधि पूर्व की भाँति है।

उदाहरण 5 32 x 34 का मान ज्ञात कीजिए।

चरण 1.

संख्या	विचलन–
32	+ 2
34	+ 4
/	

चरण 2. हल दो खण्डों में होगा

32	+ 2
34	+ 4
/	8

संकेत

(i) आधार = 10, उपाधार = 3 x 10 = 30

(ii) उपाधार अंक = उपाधार ÷ आधार = 30 ÷ 10 = 3

(iii) उपाधार से विचलन = संख्या – आधार
= 32 - 30 = +2
= 34 - 30 = +4

दाहिने पक्ष में विचलनों का गुणा = 2 x 4 = 8

चरण 3.

बाएँ पक्ष में कोई एक संख्या और शेष संख्या का विचलन का योग करके उसे उपाधार अंक 3 से गुणा करेंगे।

$$\begin{array}{ll} 32 & +2 \\ 34 & +4 \\ \hline 108\,/ & \end{array}$$

(जहाँ 32 + 4 = 36 या 34 + 2 = 36 एवं 3 x 36 = 108)

चरण 4.

चरण 1 से 3 तक समेकित करना व संक्रिया कर व्यवस्थित करना।

$$\begin{array}{ll} 32 & +2 \\ 34 & +4 \\ \hline \end{array}$$

$= 108 / 8$

$= 1088$ तिरछी रेखा हटाने पर

अतः 32 x 34 का अभीष्ट गुणनफल = 1088

उदाहरण 6 54 x 57 को हल कीजिए।

पूर्व उदाहरण के चरण 4 का सीधा उपयोग करना–

संख्या	विचलन
54	+4
57	+7

5{(54+7) या (57+4)} / 4x7

= 5 x 61 / 28

= 305 / $_2$8

= 3078

संकेत

(i) आधार = 10 उपाधार = 5 x 10 = 50

(ii) उपाधार अंक = 5

(iii) उपाधार से विचलन =+ 4 व +7

(iv) आधार 10 में एक शून्य से दाहिने पक्ष में एक अंक ही होगा।

(v) दहाई का अंक बाएँ पक्ष में जोड़ने पर = 305 + 2 = 307

उदाहरण 7 78 x 76 को हल कीजिए।

संख्या	विचलन
78	-2
76	-4

=8x (78-4) / -2x-4

=8 x74 / 8

=592 / 8

=5928

संकेत

(i) आधार 10, उपाधार = 8 x 10 = 80

(ii) उपाधार अंक = 8

(iii) उपाधार से विचलन = - 2 व - 4

उदाहरण 8 63 x 58 को हल कीजिए।

संख्या	हल
63	+3
58	- 2

= 6x (63-2) / + 3x-2

= 6 x (61) / -6

= 366 / -6

= 365+1 / -6

= 365 / 10-6

= 365 / 4

= 3654

संकेत

(i) आधार = 10, उपाधार = 6 x 10 = 60

(ii) उपाधार अंक = 6

(iii) उपाधार से विचलन = (63 - 60 = + 3 व 58 - 60 = -2) = +3 व -2

(iv) आधार दाहिने पक्ष में विचलनों का गुणा = 3 x - 2 = -6 जो ऋणात्मक है अतः धनात्मक के लिए बाएँ पक्ष से 1 दहाई = 10 को इकाई पक्ष में लेने पर 10 - 6 = 4 होगा।

(v) अतः गुणनफल = 3654

करो और सीखो ◆ निम्न का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) 11 x 15 (ii) 12 x 18 (iii) 19 x 17

(iv) 28 x 22 (v) 51 x 49 (vi) 99 x 96

5.2 तीन संख्याओं का गुणन

5.2.1 सूत्र निखिलम् (आधार)

सूत्र निखिलम् द्वारा तीन संख्याओं का गुणनफल भी सरलता से किया जा सकता है जिनका विचलन समान आधार 10 या 10 की घात के सापेक्ष प्राप्त हो–

आइए इसे समझने का प्रयास करते हैं।

उदाहरण 9 12 x 13 x 17 का गुणा कीजिए।

चरण 1 12 , 13 , 17 का आधार = 10 एवं विचलन +2, +3, +7 लेते हैं।

संख्या	विचलन
12	+2
13	+3
17	+7

चरण 2 हल तीन खण्ड में होगा जिन्हें क्रमशः दाएँ भाग, मध्य भाग एवं बाएँ भाग से जाना जाएगा। दाएँ भाग में तीनों विचलनों का गुणा करते हैं।

संख्या	विचलन
12	+2
13	+3
17	+7
	/ 2x3x7

चरण 3 मध्य भाग में दो–दो विचलनों के गुणनफलों एवं उन का योग करते हैं। विचलन चरण में $2 \times 3, 3 \times 7$ व 7×2 है।

12	+2
13	+3
17	+7

/ 2x3+3x7+2x7 /

चरण 4 बाएँ भाग में कोई एक संख्या और शेष दो संख्याओं का विचलन यानि 12 + 3 + 7 या 13 + 2 + 7 या 17 + 3 + 2 में से कोई एक लेते हैं।

संख्या	विचलन
12	+ 2
13	+ 3
17	+ 7

12 + 3 + 7 = 22
या
13 + 2 + 7 = 22
या
17 + 3 + 2 = 22 /

चरण 5 चरण 1 से 4 को समेकित करते हैं व संक्रिया कर व्यवस्थित करते हैं।

संख्या	विचलन
12	+2
13	+3
17	+7

(आधार 10 होने से मध्य पद को 1 से व बाएँ पद को 1^2 से गुणा)

1^2 (12+3+7)/1 (2x3+3x7+2x7)/2x3x7

= 22/6 + 21 + 14/42

= 22/41/42

= 22 /$_4$1 /$_4$2

= 2 6 5 2

(आधार 10 में एक शून्य है अतः दाएँ भाग व मध्य भाग में एक–एक अंक ही रहेगा। दूसरा अगले पद में ले जाएँगें जैसे 42 में 4 को मध्य पद में एव 2 दाहिने पद में रहेगा। 41 तथा में 4 जुडकर 45 होंगे जिसमे 5 मध्य पद में एव 4 बाएँ पक्ष 22 में जुड जाएगा।)

संख्या 12 x 13 x 17 का अभीष्ट गुणनफल = 2652

उदाहरण 10 9 x 8 x 15 का गुणा सूत्र निखिलम् (आधार 10) द्वारा करना।

संख्या	विचलन	समान आधार = 10
9	-1	(आधार = 10, विचलन = -1)
8	-2	(आधार = 10, विचलन = -2)
15	+5	(आधार = 10, विचलन = +5)

पूर्व उदाहरण के चरण 5 का सीधा उपयोग करना–

संख्या	विचलन
9	-1
8	-2
15	+5

$1^2\,(15-2-1) / 1\{5x(-2)+(-2)x(-1)+(5)x(-1)\} / (-1)x(-2)x(5)$ (आधार 10 होने से मध्य पद को उपाधार 1 व बाएँ पद को उपाधार 1^2 से गुणा)

$12 / -10 \; +2- 5 / 10$

$12 / -15 + 2 / 10$

$10+2 / -13 / 10$

(12 = 10 + 2)

$10 / 20 - 13 / 10$

बाएँ पक्ष से 2 को मध्य खण्ड में 2 x 10 = 20 लेकर 20 - 13 = 7 लिखेंगे।

$10 / 7 / {}_{1}0$

1080

उदाहरण 11 22 x 23 x 24 का गुणा सूत्र निखिलम् (उपाधार) द्वारा करना।

22	+2
23	+3
24	+4

आधार = 10 उपाधार = 10 x 2 = 20
उपाधार अंक = 2
उपाधार से विचलन = +2, +3, +4
उपाधार 2 x 10 होने से मध्य पद को उपाधार अंक 2 व बाएँ पद को उपाधार 2^2 से गुणा

$2^2\,(22+3+4) / 2\{2x3+3x4+4x2\} / 2x3x4$

$= 2^2\,(29) / 2\,(6+12+8) / 24$

$= 4\,(29) / 2\,(26) / 24$

$= 116 / {}_{5}2 / {}_{2}4$

$= 12144$

संख्या 22 x 23 x 24 का अभीष्ट गुणनफल = 12144 होगा।

उदाहरण 12 101 x 102 x 103 का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

समान आधार = 100

101	+01	(विचलन = +01)
102	+02	(विचलन = +02)
103	+03	(विचलन = +03)

$$101+2+3 \,/\, 2\text{x}3+1\text{x}2+3\text{x}1 \,/\, 06$$

$$= 101+2+3 \,/\, 6+2+3 \,/\, 06$$

$$= 106/11/06$$

$$= 1061106$$

ध्यान रहे आधार 100 होने से दाएँ और मध्य पद में दो–दो अंक रहेंगे क्योंकि आधार 100 में दो शून्य है अतः दाएँ में 6 के स्थान पर 06 लिखेंगे।

उदाहरण 13 99 x 98 x 97 का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

समान आधार 100

99	- 01	(विचलन = - 01)
98	- 02	(विचलन = - 02)
97	- 03	(विचलन = - 03)

$$99-02-03 \,/\, (-02)\text{x}(-03)+(-01)\text{x}(-02)+(-03)\text{x}(-01) \,/\, (-01)\text{x}(-02)\text{x}(-03)$$

$$= 94 \,/\, 6+2+3 \,/\, \overline{06}$$

$$= 94/11/\overline{06}$$

$$= 94/10/_{1}\,\overline{06}$$

मध्य पद से 1 को दाएँ भाग में 1 x 100 = 100 के रूप में लेंगे।

$$= 94/10/100-6$$

$$= 941094$$

करो और सीखो

तीन संख्याओं का गुणा सूत्र निखिलम् द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i) 11 x 12 x 13 (ii) 8 x 9 x 10

(iii) 6 x 7 x 8 (iv) 27 x 28 x 29

(v) 98 x 99 x 99 (vi) 51 x 52 x 53

5.3 घनफल

घन संख्याएँ 1, 8, 27, 64 - - - - - - हैं जो किसी संख्या को उसी संख्या से तीन बार गुणा करने पर प्राप्त होती है जैसे –

$$1 \times 1 \times 1 = 1$$
$$2 \times 2 \times 2 = 8$$
$$3 \times 3 \times 3 = 27$$
- - - - - - - -

घन संख्याओं को घात 3 से प्रदर्शित करते हैं। जैसे 2 का घनफल 2^3, 3 का घन 3^3 होगा। सूत्र निखिलम् द्वारा तीन संख्याओं के गुणा के बारे में अध्ययन कर चुके है। घनफल ज्ञात करने के लिए वही प्रक्रिया दोहराएँगे यहाँ तीनों संख्याएँ समान हैं।

उदाहरण 14 11 x 11 x 11 का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

आधार = 10

11	+1	(विचलन = +1)
11	+1	(विचलन = +1)
11	+1	(विचलन = + 1)

11+1+1 / (1)x(1)+(1)x(1)+(1)x(1)/ (1)x(1)x(1)

अर्थात् **संख्या +2 x (विचलन)/3 (विचलन)^2/(विचलन)^3**

मानक रूप में लिखा गया है। अब हम मानक रूप का उपयोग कर हल करेंगे।

उदाहरण 15 15 का घनफल ज्ञात कीजिए।

15 में संख्या 15 व विचलन 5 है तो

$(15)^3 = 15 + 2 \times 5 / 3 \times 5^2 / 5^3$

$= 15 + 10 / 75 / 125$

$= 25 / 75 / 125$

संख्याओं को पंक्तिवार व्यवस्थित कर योग करते हुए

I	2	5	5	5
II		7	2	-
III		1	-	-
	3	3	7	5

या

25/75/5 (12)

25/8 7/5

= 33/7/5

= 3375

अतः संख्या 15 x 15 x 15 का अभीष्ट गुणनफल 3375 होगा।

उदाहरण 16 103 का घनफल ज्ञात कीजिए।

हल आधार = 100, विचलन =+03

$103^3 = 103 + 2 \times 3 / 3\times(03)^2 / (03)^3$

$= 103 + 6 / 27 / 27$

$= 1092727$

उदाहरण 17 96 का घनफल ज्ञात कीजिए।

हल आधार =100, विचलन (= -04)

$96^3 = 96 + 2 \times (-04) / 3\times(-04)^2 / (-04)^3$

$= 96 - 08 / 3\times16 / -64$

$= 88 / 48 / -64$

$= 88 / 48 / 1\text{-}64$ (1 सैकड़े के स्थान पर है अतः 1 का तात्पर्य 100 इकाई है)

$= 88 / 47 / 100-64$

$= 88 / 47 / 36$

$= 884736$

5.4 ध्वजांक विधि

यह अनुप्रयोग सूत्र ऊर्ध्वतिर्यक एवं सूत्र ध्वजांक पर आधारित है और इस विधि से भाग संक्रिया का प्रत्येक प्रश्न बड़ी सरलता से हल किया जा सकता है संक्रिया प्रारंभ करने से पूर्व प्रश्न लिखते समय निम्न बिन्दु ध्यान रखने योग्य है।

(1) सर्वप्रथम भाजक को सुविधाजनक दो भागों में विभाजित करते हैं। भाजक के इकाईयुक्त भाग का ध्वजांक और शेष भाग को मुख्यांक अथवा संशोधित भाजक कहते हैं। ध्वजांक में केवल इकाई अथवा इकाई युक्त कई अंक हो सकते हैं।

(2) भाग संक्रिया की पूर्व विधियों के समान इस विधि में भी निर्धारित स्थान को तीन खण्डों में विभाजित करते हैं।

(क) प्रथम खण्ड में भाजक के दोनों भाग लेंगे। मुख्यांक नीचे अर्थात आधार स्थान पर तथा ध्वजांक उसके ऊपर अर्थात घातांक के स्थान पर लिखेंगे।

(ख) ध्वजांक में जितने अंक हो, भाज्य के उतने ही अंतिम अंक (इकाई से लेकर) तृतीय खण्ड में तथा उसके शेष अंक मध्य खण्ड में लिखेंगे।

(3) ध्वजांक विधि के लिए 529 ÷ 23 को निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड		तृतीय खण्ड	
ध्वजांक	3	5	2	9	
मुख्यांक	2				
		भागफल		शेषफल	क्षैतिज रेखा

विधिः— (1) मध्यखण्ड के लिए भाज्य के सबसे बाएँ अंक में मुख्यांक का भाग देने पर भाग का जो प्रथम अंक आता है उसे क्षैतिज रेखा के नीचे भागफल के निर्धारित स्थान पर लिखा जाता है।

(2) प्राप्त शेषफल को बाईं ओर से दूसरे अंक से पहले और नीचे लिखा जाता है जो नया भाज्य बन जाता है।

(3) नए भाज्य से निम्न सूत्र से संशोधित भाज्य प्राप्त होता है।
संशोधित भाज्य = नया भाज्य - भागफल अंक x ध्वजांक

(4) संशोधित भाज्य में मुख्यांक का फिर भाग देने से पिछली क्रियाओं की पुनरावृति होती है। भाग क्रिया संपूर्ण होने पर भागफल और शेषफल प्राप्त हो जाता है।

विधि को निम्न उदाहरणों से स्पष्ट किया जा रहा है।

उदाहरण 18 ध्वजांक विधि से 552 में 23 का भाग दीजिए।

हल

$_2\,3$	$5\ \ _15$	$_12$
	2 4	0

संकेत

(i) मध्यखण्ड के 5 में 2 का भाग दिया।

(ii) भागफल का प्रथम अंक 2, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।

(iii) शेषफल = 1 लिखा मध्यखण्ड के 5 से पहले और नया भाज्य =15 प्राप्त हुआ।

(iv) संशोधित भाज्य = नया भाज्य - प्रथम भागफल x ध्वजांक
=15 - 2 x 3 = 9

(v) 9 में मुख्यांक 2 का भाग दिया। भागफल का दूसरा अंक 4, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।

(vi) शेषफल =1 तृतीय खण्ड के 2 से पहले और नया भाज्य = 12 प्राप्त हुआ।

(vii) संशोधित भाज्य = नया भाज्य - द्वितीय भागफल x ध्वजांक
=12 - 4 x 3 = 0

(viii) अतः भागफल =24, शेषफल =0

उदाहरण 19 4096 ÷ 64 (ध्वजांक विधि द्वारा)

हल

ध्वजांक	4	40 $_4$9	$_1$6
मुख्यांक 6			
		6 4	

संकेत

(i) भाज्य = 40 में 6 का भाग दिया भागफल 6 शेषफल 4 है।

(ii) संशोधित भाज्य =49 - 6 x 4 = 25

(iii) 25 में मुख्यांक 6 का भाग दिया। भागफल का दूसरा अंक 4 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।

(iv) शेषफल 1 को तृतीय खण्ड के 6 से पहले और नया भाज्य = 16 प्राप्त हुआ।

(v) पुनः संशोधित भाज्य =16 - 4 x 4 = 0

(vi) अतः भागफल = 64, शेषफल = 0 ।

उदाहरण 20 ध्वजांक विधि द्वारा 87653 ÷ 53 हल कीजिए।

हल

ध्वजांक	3	8 $_3$7 $_4$6 $_3$5	$_5$3
मुख्यांक	5		
योगफल		1 6 5 $\cancel{4}$ 3	53-3x3 = 44

संकेत

(i) मध्यखण्ड के 8 में 5 का भाग दिया

(ii) भागफल का प्रथम अंक 1, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखा।

(iii) शेषफल 3 मध्यखण्ड के 7 से पहले और नीचे लिखिए

(iv) नया भाज्य = 37

(v) संशोधित भाज्य = 37 -1x3 = 34

(vi) 34 में मुख्यांक 5 का भाग दिया भागफल का दूसरा अंक 6 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।

(vii) शेषफल 4 मध्यखण्ड के 6 से पहले और नीचे लिखेंगे।

(viii) नया भाज्य = 46

(ix) संशोधित भाज्य = 46 - 6x3 = 28

(x) 28 में मुख्यांक 5 का भाग दिया भागफल का तीसरा अंक 5 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।।

(xi) शेषफल 3 जिसे मध्यखण्ड में 5 से पहले और उसके नीचे लिखा।

(xii) नया भाज्य = 35

(xiii) संशोधित भाज्य = 35 - 5 x 3 =20

(xiv) 20 में मुख्यांक 5 का भागफल 4 बार गया शेषफल 0 है।

(xv) संशोधित भाज्य = 3 - 3 x 4=-9 अतः ऋणात्मक संख्या में भागफल न देकर पूर्व में 4 के स्थान पर 3 बार भागफल दिया जावे।

(xvi) शेषफल 05 रहता है जिसे अंतिम खण्ड में 3 के नीचे एवं पहले लिखा गया शेषफल 0 है।

(xvii) शेषफल = 53 - 3 x 3 = 44

करो और सीखो

ध्वजांक विधि से भाग संक्रिया कीजिए–

(1) 1737 ÷ 21 (2) 37941 ÷ 47 (3) 23754 ÷ 74

(4) 3257 ÷ 74 (5) 7453 ÷ 79 (6) 59241 ÷ 82

प्रश्नावली 5

1. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र का उपयोग कर गुणा कीजिए।

   (i) 101 x 105 (ii) 11 x 15 (iii) 18 x 81

   (iv) 121 x 129

2. निखिलम् सूत्र का उपयोग कर गुणा कीजिए।

   (i) 48 x 51 (ii) 27 x 29 (iii) 36 x 34

   (iv) 18 x 21 (v) 21 x 22 x 23 (vi) 31 x 28 x 27

   (vii) 96 x 97 x 95 (viii) 18 x 18 x 18 (ix) 99 x 99 x 99

3. ध्वजांक सूत्र का उपयोग कर भाग कीजिए।

   (i) 3987 ÷ 28 (ii) 5786 ÷ 78 (iii) 7396 ÷ 82

हमने सीखा

1. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् उर्ध्व एवं तिर्यक दो शब्दों से मिलकर बना है।, उर्ध्व का अर्थ ठीक ऊपर या नीचे लिखे अंक एवं तिर्यक का अर्थ तिरछा अर्थात तिरछे लिखे अंकों का गुणनफल है।
2. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र से गुणा करते समय संख्याओं का समूहीकरण करते हैं। दो अंक का दो अंक से गुणा करते समय समूह तीन एवं तीन अंक का तीन अंक से गुणा करते समय समूह पांच बनते हैं।
3. सूत्र निखिलम् द्वारा घनफल ज्ञात करने का संक्षिप्त में इस प्रकार लिखा जा सकता है।
   जब संख्या x विचलन y व उपाधार अंक z हो, तो $z^2 (x + 2y) / 3y^2z / y^3$
4. उपाधार अंक ज्ञात करने के लिए उपाधार में आधार का भाग दिया जाता है।