

Chapter 3. संख्याओं के साथ खेलना

Exercise 3.1

Q1. निम्नलिखित संख्याओं के सभी गुणनखण्ड लिखिए :

(a) 24

(b) 15

(c) 21

(d) 27

(e) 12

(f) 20

(g) 23

(i) 36

हल : $24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6 = 6 \times 4$

24 का गुणनफल = 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24

(b) $15 = 1 \times 15 = 3 \times 5 = 5 \times 3$

15 का गुणनफल = 1, 3, 5, 15

(c) $21 = 1 \times 21 = 3 \times 7 = 7 \times 3$

21 का गुणनफल = 1, 3, 7, 21

(d) $27 = 1 \times 27 = 3 \times 9 = 9 \times 3$

27 का गुणनफल = $1 \times 27 = 3 \times 9 = 9 \times 3$

(e) $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3$

12 का गुणनफल = 1, 2, 3, 4, 6, 12,

(f) $20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 5 \times 4$

20 का गुणनफल = 1, 2, 4, 5, 10, 20

(g) $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$

18 का गुणनफल = 1, 2, 3, 6, 9, 18

(h) $23 = 1 \times 23$

(f) $36 = 1 \times 36 = 2 \times 18 = 3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6$

36 का गुणनफल = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Q2. निम्न संख्याओं के प्रथम पाँच गुणज लिखिए :

(a) 5

(b) 8

(c) 9

हल : (a) $5 \times 1 = 5$, $5 \times 2 = 10$, $5 \times 3 = 15$, $5 \times 4 = 20$, $5 \times 5 = 25$

पाँच से गुणा करने पर पहली पाँच संख्याएँ हैं :- 5, 10, 15, 20, 25.

(b) $8 \times 1 = 8$, $8 \times 2 = 16$, $8 \times 3 = 24$, $8 \times 4 = 32$, $8 \times 5 = 40$

(c) $9 \times 1 = 9$, $9 \times 2 = 18$, $9 \times 3 = 27$, $9 \times 4 = 36$, $9 \times 5 = 45$

9 से गुणा करने पर पहली पाँच संख्याएँ हैं : - 9, 18, 27, 36, 45.

Q3. स्तंभ 1 की संख्याओं का स्तंभ 2 के साथ मिलान कीजिए :

स्तंभ 1	स्तंभ 2
(i) 35	(a) 8 का गुणज
(ii) 15	(b) 7 का गुणज
(iii) 16	(c) 70 का गुणज
(iv) 20	(d) 30 का गुणनखण्ड
(v) 25	(e) 50 का गुणनखण्ड

हल : (i) -(b)

(ii) - (d)

(iii) - (a)

(iv) - (f)

(v) - (e)

Q4.9 के सभी गुणज ज्ञात कीजिए जो 100 से कम हो ।

हल : 9 के सभी गुणज इस प्रकार हैं :- 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99,

Exercise 3.2

Q1. बताइए कि किन्हीं दो संख्याओं का योग सम होता है या विषम होता है, यदि वे दोनों

(a) विषम संख्याएँ हों

(b) सम संख्याएँ हों

हल : किसी भी सम संख्या और विषम संख्या का योग

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 5 = 8$$

(b) विषम संख्या का योग

$$2 + 4 = 6$$

$$6 + 8 = 14$$

Q2. बताइए कि निम्नलिखित में कौन- सा कथन सत्य है और कौन सा असत्य :

(a) तीन विषम संख्याओं का योग सम होता है ।

हल : असत्य

(b) दो विषम संख्याओं और एक सम संख्या का योग सम होता है ।

हल : सत्य

(c) तीन विषम संख्याओं का गुणनफल विषम होता है ।

हल : सत्य

(d) यदि किसी सम संख्या को 2 से भाग दिया जाए, तो भागफल सदैव विषम होता है ।

हल : सत्य

(e) सभी अभाज्य संख्याएँ विषम है ।

असत्य

(f) अभाज्य संख्याओं के कोई गुणनखण्ड नहीं होते ।

हल : असत्य

(g) दो अभाज्य संख्याओं का योग सदैव सम होता है ।

हल : असत्य

(h) केवल 2 ही एक सम अभाज्य संख्या है ।

हल : सत्य

(i) सभी सम संख्याएँ भाज्य संख्याएँ है ।

हल : असत्य

(j) दो सम संख्याओं का गुणनफल सदैव सम होता है ।

हल : सत्य

Q3. संख्या 13 और 31 अभाज्य संख्याएँ हैं । इन दोनों संख्याओं में दो अंक 1 और 3 हैं । 100 तक की संख्याओं में ऐसे अन्य सभी युग्म ज्ञात कीजिए ।

हल : 17 और 71

37 और 73

79 और 97

Q4. 20 से छोटी सभी अभाज्य और भाज्य संख्याएँ अलग - अलग लिखिए ।

हल : अभाज्य संख्या = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

भाज्य संख्या = 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18

Q5. 1 और 10 के बीच में सबसे बड़ी अभाज्य संख्या लिखिए ।

हल : 1 और 10 के बीच k सबसे बड़ी अभाज्य संख्या 7

Q6. निम्नलिखित को दो विषम अभाज्य संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त कीजिए :

(a) 44

(b) 36

(c) 24

(d) 18

हल : $3 + 41 = 44$

(b) $5 + 31 = 36$

(c) $7 + 17 = 24$

(d) $7 + 11 = 18$

Q7. अभाज्य संख्याओं के ऐसे तीन युग्म लिखिए जिनका अंतर 2 हो ।

[टिप्पणी : दो अभाज्य संख्याएँ जिनका अंतर 2 हो अभाज्य युग्म (twin primes) कहलाती है।]

हल : (i) 3 और 5

(ii) 5 और 7

(iii) 11 और 13

Q8. निम्नलिखित में से कौन-सी संख्याएँ अभाज्य हैं ?

(a) 23

(b) 51

(c) 37

(d) 26

हल : (a) 23 और 37 दोनों संख्याएँ अभाज्य हैं ।

Q9. 100 से छोटी सात क्रमागत भाज्य संख्याएँ लिखिए जिनके बीच में कोई अभाज्य संख्या नहीं हो ।

हल : 7 भाज्य संख्याएँ इस प्रकार हैं और इनके बीच कोई अभाज्य संख्या नहीं है ।

90, 91, 92, 93, 94, 95, 96,

Q10. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक को तीन अभाज्य संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त कीजिए :

(a) 21

(b) 31

(c) 53

(d) 61

हल : $21 = 3 + 7 + 11$

(b) $31 = 3 + 11 + 17$

(c) $53 = 13 + 17 + 23$

(d) $61 = 19 + 29 + 13$

Q11. 20 से छोटी अभाज्य संख्याओं के ऐसे पाँच युग्म लिखिए जिनका योग 5 से विभाज्य (divisible) हो । (संकेत : $3 + 7 = 10$)

हल : $2 + 3 = 5$;

$3 + 17 = 20$;

$$5 + 5 = 10$$

$$7 + 13 = 20$$

$$2 + 13 = 15;$$

Q12. निम्न में रिक्त स्थानों को भरिए :

- (a) वह संख्या जिसके केवल दो गुणनखण्ड हों एक कहलाती है ।
- (b) वह संख्या जिसके दो से अधिक गुणनखण्ड हो एक कहलाती है ।
- (c) 1 न तो है और न ही।
- (d) सबसे छोटी अभाज्य संख्या है ।
- (e) सबसे छोटी भाज्य संख्या है ।
- (f) सबसे छोटी सम संख्या है ।

हल : (a) सम संख्या कहलाती है

(b) विषम संख्या

(c) सम और विषम संख्या

(d) 2

(e) 4

(f) 2

Exercise 3.3

Q3. विभाज्यता की जांच के नियमों का प्रयोग करते हुए, पता कीजिए कि निम्नलिखित संख्याओं में से कौन सी संख्याएँ 2 से विभाज्य है ; 3 से विभाज्य हैं ; 4 से विभाज्य हैं ; 5 से विभाज्य हैं, 6 से विभाज्य हैं, 8 से विभाज्य हैं, 9 से विभाज्य हैं, 10 से विभाज्य हैं या 11 से विभाज्य है (हाँ या नहीं कहिए) :

हल :

Q2. विभाज्यता की जांच के नियमों द्वारा ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित में से कौन - सी संख्याएँ 4 से विभाज्य हैं और कौन - सी 8 से विभाज्य हैं :

(a) 572

हल : 572, 4 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 72, 4 विभाज्य है ।

572, 8 से अभाज्य है क्योंकि इसकी अंतिम तीन संख्या 572, 8 से अभाज्य है ।

(b) 726352

हल : 726352, 4 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 52, 4. से विभाज्य है । 726352, 4 से विभाज्य है क्योंकि इसकी अंतिम तीन संख्या 572, 8 से विभाज्य है ।

(c) 5500

हल : (c) 5500 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 00, 4 विभाज्य है ।

5500, 8 से अभाज्य है क्योंकि इसकी अंतिम तीन संख्या 00, 8 से अभाज्य है ।

(d) 6000

हल : (d) 6000, 4 से विभाज्य क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 0, 4 से विभाज्य है ।

6000, 8 से विभाज्य क्योंकि इसका अंतिम तीन संख्या 0,8 से अभाज्य है ।

(e) 12159

हल : (e) 12159, 4 और 8 से अभाज्य है ।

(f) 14560

हल : (f) 14560, 4 से विभाज्य क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 60, 4 से विभाज्य है ।

14560, 8 से विभाज्य क्योंकि इसका अंतिम तीन संख्या 560,8 से अभाज्य है ।

(g) 21084

हल : (g) 21084, 4 से विभाज्य क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 84, 4 से विभाज्य है ।

21084, 8 से विभाज्य क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 84, 8 से विभाज्य है

(h) 795072

हल : (h) 31795072 , 4 से विभाज्य क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 72, 4 से विभाज्य है।

31795072 , 8 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 72, 8 से विभाज्य है ।

(i) 1700

हल : (i) 1700,4 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई का अंक 0, 4 से विभाज्य है ।

1700,4 से अभाज्य है क्योंकि इसके अंतिम तीन अंक 0, 4 से अभाज्य है ।

(j) 2150

(j) 5500,4 से विभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई अंक 0, 4 से विभाज्य है ।

5500,8 से अभाज्य है क्योंकि इसका इकाई और दहाई अंक 0, 8 से अभाज्य है ।

Q3. विभाज्यता की जांच के नियमों द्वारा ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित में से कौन- सी संख्याएँ 6 से विभाज्य है :

(a) 297144

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है क्योंकि यह सम संख्या है ।

यह 3 से विभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का योग 27 है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(b) 1258

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है क्योंकि यह सम संख्या है ।

यह 3 से विभाज्य नहीं है क्योंकि इन संख्याओं कुल योग 16 है जो की सम संख्या है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(c) 4335

हल : यह संख्या 2 से अभाज्य है क्योंकि यह विषम संख्या है ।

यह संख्या 3 से विभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का योग 15 है जो की विषम संख्या है ।

(d) 61233

हल : यह संख्या 2 से अभाज्य है क्योंकि यह सम संख्या नहीं है ।

यह संख्या 3 से विभाज्य है क्योंकि 15 एक विभाज्य संख्या है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(e) 901352

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है जो की एक सम संख्या है ।

यह संख्या 3 से अभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का योग 20 है जो की 3 से अभाज्य है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य नहीं है ।

(f) 438750

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है क्योंकि यह एक सम संख्या है ।

यह संख्या 3 से अभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का योग 27 है जो की 3 से अभाज्य है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(g) 1790184

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है क्योंकि यह एक सम संख्या है ।

यह संख्या 3 से विभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का कुल योग 30 है जो की 3 से विभाज्य है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(h) 12583

हल : यह संख्या 2 से अभाज्य है क्योंकि यह एक विषम संख्या है ।

यह संख्या 3 से अभाज्य है क्योंकि इन संख्याओं का कुल योग 19 है जो की अभाज्य है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य है ।

(i) 639210

हल : यह संख्या 2 से विभाज्य है क्योंकि यह एक सम संख्या है ।

यह 3 से अभाज्य है क्योंकि इस संख्या का योग 21 है जो की एक अभाज्य संख्या है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य नहीं है ।

(j) 17852

हल : यह एक सम संख्या है जो की 2 से विभाज्य है ।

यह एक अभाज्य संख्या है क्योंकि इन संख्याओं का कुल योग 23 है जो की 3 से अभाज्य है ।

यह संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य नहीं है इसलिए यह 6 से भी विभाज्य नहीं है ।

Q4. विभाज्यता की जांच के नियमों द्वारा ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित में से कौन सी संख्याएँ 11 से विभाज्य है :

(a) 5445

विषम संख्या का योग = $4 + 5 = 9$

सम संख्या का योग = $4 + 5 = 9$

दोनों संख्याओं में अंतर = $9 - 9 = 0$

(b) 10824

विषम संख्या का योग = $4 + 8 + 1 = 13$

सम संख्याओं का योग = $2 + 0 = 2$

दोनों संख्याओं में अंतर = $13 - 2 = 11$

(c) 7138965

विषम संख्या का योग = $5 + 9 + 3 + 7 = 24$

सम संख्याओं का योग = $6 + 8 + 1 = 15$

दोनों संख्याओं में अंतर = $24 - 15 = 9$

(d) 70169308

विषम संख्याओं का योग = $8 + 3 + 6 + 0 = 17$

सम संख्याओं का योग = $0 + 9 + 1 + 7 = 17$

दोनों संख्याओं में अंतर = $24 - 15 = 9$

(e) 10000001

विषम संख्याओं का योग = $1 + 0 + 0 + 0 = 1$

सम संख्याओं का योग = $0 + 0 + 0 + 1 = 1$

दोनों संख्याओं में अंतर = $1 - 1 = 0$

(f) 901153

विषम संख्याओं का योग = $3 + 1 + 0 = 4$

सम संख्याओं का योग = $5 + 1 + 9 = 15$

दोनों संख्याओं में अंतर = $15 - 4 = 11$

Q5. निम्नलिखित में रिक्त स्थानों में सबसे छोटा अंक तथा सबसे बड़ा अंक लिखिए, जिससे संख्या 3 से विभाज्य हो ;

(a)6724

(b) 4765.....2

हल : सबसे छोटी संख्या 2 है = $26724 = 2 + 6 + 7 + 2 + 4 = 21$

सबसे बड़ी संख्या 8 है = $86724 = 8 + 6 + 7 + 2 + 4 = 27$

(b) हम जानते हैं की 3 से विभाज्य संख्या 3 है

इसलिए

सबसे छोटी संख्या : 0 = $476502 = 4 + 7 + 6 + 5 + 0 + 2 = 24$

सबसे बड़ी संख्या : 9 = $476592 = 4 + 7 + 6 + 5 + 0 + 2 = 33$

Q6. निम्नलिखित में रिक्त स्थानों में ऐसा अंक लिखिए ताकि संख्या 11 से विभाज्य हो :

(a) 92.....389

(b) 8.....9484

हल :

Exercise 3.4

Q1. निम्न के सार्व गुणनखंड ज्ञात कीजिए :

(a) 20 और 28

हल : 20 का गुणनखंड = 1, 2, 4, 5, 10, 20

28 का गुणनखंड = 1, 2, 4, 7, 14, 28

सार्व गुणनखंड = 1, 2, 4

(b) 15 और 25

हल : 15 का गुणनखण्ड = 1, 3, 5, 15

25 का गुणनखण्ड = 1, 5, 25

सार्व गुणनखण्ड = 1, 5

(c) 35 और 50

हल : 35 का गुणनखण्ड = 1, 5, 7, 35

50 का गुणनखण्ड = 1, 2, 5, 10, 25, 50

सार्व गुणनखण्ड = 1, 5

(d) 56 और 120

हल : 56 का गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

120 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 60, 120

सार्व का गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 8

Q2. निम्न के सार्व गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए :

(a) 4, 8 और 12

हल : 4 का गुणनखण्ड = 1, 2, 4

8 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 4, 8

12 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 4, 6, 12

(b) 5, 15 और 25

हल : 5 का गुणनखण्ड = 1, 5

15 का गुणनखण्ड = 1, 3, 5, 15

25 का गुणनखण्ड = 1, 5, 25

सार्व गुणनखण्ड = 5, 15, 25 = 1, 5

Q3. निम्न के प्रथम तीन सार्व गुणज ज्ञात कीजिए :

(a) 6 और 8

हल: 6 का गुणनखण्ड = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 28, 54, 60, 72.....

8 का गुणनखण्ड = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72,.....

6 और 8 का सार्व गुणनखण्ड = 24, 48, 72

(b) 12 और 18

12 का गुणनखण्ड = 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120,.....

18 का गुणनखण्ड = 18, 36, 54, 72, 90, 108,.....

12 और 18 का सार्व का गुणनखण्ड = 36, 72, 108

Q4. 100 से छोटी ऐसी सभी संख्याएँ लिखिए जो 3 और 4 के सार्व गुणज है ।

हल : 3 का गुणज = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99,

4 का गुणज = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100

3 और 4 का गुणज = 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

Q5. निम्नलिखित में से कौन - सी संख्याएँ सह - अभाज्य हैं ?

(a) 18 और 35

हल : 18 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 6, 9, 18

35 का गुणनखण्ड = 1, 5, 7, 35

सार्व गुणनखण्ड = 1

(b) 15 और 37

हल : 15 का गुणनखण्ड = 1, 3, 5, 15

37 का गुणनखण्ड = 1, 37

सार्व गुणनखण्ड = 1

(c) 30 और 415

हल : 30 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 5, 6, 15, 30

415 का गुणनखण्ड = 1, 5,.....83, 415

सार्व गुणनखण्ड = 1, 5

(d) 17 और 68

हल : 17 का गुणनखण्ड = 1, 17

68 का गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 17, 34, 68

सार्व गुणनखण्ड = 1, 17

(e) 216 और 215

हल : 216 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 36, 72, 108, 216,

215 का गुणनखण्ड = 1, 5, 43, 215

सार्व गुणनखण्ड = 1

(f) 81 और 16

हल : 81 का गुणनखण्ड = 1, 3, 9, 27, 81

16 का गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 8, 16

सार्व गुणनखण्ड = 1

Q6. एक संख्या 5 और 12 दोनों से विभाज्य है | किस अन्य संख्या से यह संख्या सदैव विभाजित होगी ?

हल : $5 \times 12 = 60$

Q7. एक संख्या 12 से विभाज्य है | और कौन सी संख्याएँ हैं जिनसे यह संख्या विभाज्य होगी ?

हल : 12 का गुणनखण्ड है : 1, 2, 3, 4, 6 और 12,

इसलिए, यह गुणनखंड विभाज्य है : 1, 2, 3, 4 और 6

Exercise 3.5

Q1. निम्नलिखित में से कौन - से कथन सत्य है ?

(a) यदि कोई संख्या 3 से विभाज्य है, तो वह 9 से भी विभाज्य होती है |

हल : असत्य

(b) यदि एक संख्या 9 से विभाज्य है, तो वह 3 से भी अवश्य विभाज्य होगी |

हल : सत्य

(c) एक संख्या 18 से भी विभाज्य होती है, यदि वह 3 और 6 दोनों से विभाज्य हो |

हल : सत्य

(d) यदि एक संख्या 9 और 10 दोनों से विभाज्य हो, तो वह 90 से भी विभाज्य होगी |

हल : सत्य

(e) यदि दो संख्याएँ सह - अभाज्य हो, तो इनमें से कम से कम एक अवश्य ही अभाज्य संख्या होगी |

हल : असत्य

(f) 4 से विभाज्य सभी संख्याएँ 8 से भी अवश्य विभाज्य होनी चाहिए |

हल : असत्य

(g) 8 से विभाज्य सभी संख्याएँ 4 से भी विभाज्य होनी चाहिए |

हल : सत्य

(h) यदि कोई संख्या दो संख्याओं को अलग - अलग पूरा - पूरा विभाजित करती है, तो वह उनके योग को भी पूरा - पूरा विभाजित करेगी |

हल : सत्य

(i) यदि कोई संख्या दो संख्याओं के योग को पूरी तरह विभाजित करती है, तो वह उन दोनों संख्याओं को अलग - अलग भी विभाजित करेगी |

हल : असत्य

Q2. यहाँ 60 के लिए दो भिन्न - भिन्न गुणनखण्ड वृक्ष दिए हैं | इनसे अज्ञात संख्याएँ लिखिए।

Q3. एक भाज्य संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों में किन गुणनखण्डों को सम्मिलित नहीं किया जाता है ?

हल :

Q4. चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या लिखिए और उसे अभाज्य गुणनखंडन के रूप में व्यक्त कीजिए ।

हल : चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या है : 9999

इस संख्या का गुणनखण्ड है : $3 \times 3 \times 11 \times 101$.

Q5. पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या लिखिए और उसे अभाज्य गुणनखंडन के रूप में व्यक्त कीजिए ।

हल : पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या = 10000.

10000 का गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$.

Q6. 1729 के सभी अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए और उन्हें आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए । अब दो क्रमागत अभाज्य गुणनखण्डों में यदि कोई संबंध है तो लिखिए ।

हल : अभाज्य संख्याएँ का गुणनखंड $1729 = 7 \times 13 \times 19$.

दो क्रमागत अभाज्य संख्याओं का गुणनखण्ड 6 है ।

Q7. तीन क्रमागत संख्याओं का गुणनफल सदैव 6 से विभाज्य होता है । इस कथन को कुछ

उदाहरणों की सहायता से स्पष्ट कीजिए ।

हल : तीन क्रमागत संख्याओं में विषम संख्या और सम संख्या का होना चाहिए और 3 का गुणनखंड,

उदाहरण : (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$

(ii) $4 \times 5 \times 6 = 120$

Q8. दो क्रमागत विषम संख्याओं का योग 4 से विभाज्य होता है । कुछ उदाहरण लेकर इस कथन का सत्यापन कीजिए ।

हल : $3 + 5 = 8$ और 4, 8 का विभाज्य है ।

$5 + 5 = 12$ और 4, 12 का विभाज्य है ।

$7 + 9 = 16$ और 4, 16 का विभाज्य है

$9 + 11 = 20$ और 4, 20 का विभाज्य है ।

Q9. निम्न में से किन व्यंजकों में अभाज्य गुणनखण्डन किए गये हैं :

(a) $24 = 2 \times 3 \times 4$

(b) $56 = 1 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2$

(c) $70 = 2 \times 5 \times 7$

(d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

हल : (b) और (c), यह अभाज्य संख्या है ।

Q10. बिना भाग किए ज्ञात कीजिए कि क्या 25110 संख्या 45 से विभाज्य है ।

[संकेत : 5 और 9 सह - अभाज्य संख्याएँ है । दी हुई संख्या की 5 और 9 से विभाज्यता की जांच कीजिए]]

हल : 45 का अभाज्य संख्या = 5×9

5 से विभाज्य है 25110

9 से विभाज्य संख्या 25110 =

इसलिए, विभाज्य संख्या $5 \times 9 = 45$

Q11. संख्या 18, 2 और 3 दोनों से विभाज्य है | यह $2 \times 3 = 6$ से भी विभाज्य है | इसी प्रकार, एक संख्या 4 और 6 दोनों से विभाज्य है | क्या हम कह सकते हैं कि वह संख्या $4 \times 6 = 24$ से भी विभाज्य होगी | यदि नहीं, तो अपने उत्तर की पुष्टि के लिए एक उदाहरण दीजिए |

हल : संख्या 12, 6 और 4 दोनों से विभाजित होती है लेकिन 24, 12 से अभाज्य है |

Q12. मैं चार भिन्न - भिन्न अभाज्य गुणनखंडों वाली सबसे छोटी संख्या हूँ | क्या आप मुझे ज्ञात कर सकते हैं |

हल : सबसे छोटी अभाज्य संख्या हैं : 2, 3, 5 और 7.

संख्या की जरूरत है $= 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

Exercise 3.6

Q1. निम्नलिखित संख्याओं के म. स. ज्ञात कीजिए :

(a) 18, 48

हल : 18 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 3$

48 का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

म. स. (18, 48) $= 2 \times 3 = 6$

(b) 30, 42

हल : 30 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 5$

42 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 7$

म. स. (30, 42) $= 2 \times 3 = 6$

(c) 18, 60

हल : 18 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 3$

60 का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

म. स. (18, 60) $= 2 \times 3 = 6$

(d) 27, 63

हल : 27 का गुणनफल $= 3 \times 3 \times 3$

63 का गुणनफल $= 3 \times 3 \times 7$

म. स. (27, 63) $= 3 \times 3 = 9$

(e) 36, 84

हल : 36 का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

84 का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 3 \times 7$

म. स. (36, 84) $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

(f) 34, 102

हल : 34 का गुणनफल $= 2 \times 17$

102 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 17$

म. स. $(34, 102) = 2 \times 17 = 34$

(g) 70, 105, 175

हल : 70 का गुणनफल $= 2 \times 5 \times 7$

105 का गुणनफल $= 3 \times 5 \times 7$

175 का गुणनफल $= 5 \times 5 \times 7$

म. स. $(70, 105, 175) = 5 \times 7 = 35$

(h) 91, 112, 49

हल : 91 का गुणनफल $= 7 \times 13$

112 का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

म. स. $(91, 112, 49) = 1 \times 7 = 7$

(i) 18, 54, 81

हल : 18 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 3$

54 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 3$

81 का गुणनफल $= 3 \times 3 \times 3 \times 3$

म. स. $(18, 54, 81) = 3 \times 3 = 9$

(j) 12, 45, 75

हल : 12 का गुणनफल $= 2 \times 3 \times 3$

45 का गुणनफल $= 3 \times 3 \times 5$

75 का गुणनफल $= 3 \times 5 \times 5$

म. स. $(12, 45, 75) = 1 \times 3 = 3$

Q2. निम्न का म. स. क्या है ?

(a) दो क्रमागत संख्याएँ

हल : (a) दो क्रमागत संख्याएँ हैं 1.

(b) दो क्रमागत सम संख्याएँ

हल : दो क्रमागत संख्याएँ हैं 2.

(c) दो क्रमागत विषम संख्याएँ

हल : दो क्रमागत विषम संख्याएँ हैं 1.

Q3. अभाज्य गुणनखण्ड द्वारा दो सह - अभाज्य संख्याओं 4 और 15 का म.स. इस प्रकार ज्ञात किया गया :

$4 = 2 \times 2$ और $15 = 3 \times 5$

चूँकि इन गुणनखण्डों में कोई अभाज्य सार्व गुणनखण्ड नहीं है, इसलिए 4 और 15 का म. स. शून्य है | क्या यह उत्तर सही है ? यदि नहीं तो सही म.स. क्या है ?

हल : संख्या 1 सही म.स. है |

Exercise 3.7

Q1. रेणु 75 किग्रा और 69 किग्रा भारों वाली दो खाद की बोरियाँ खरीदती हैं। भार के उस बट्टे का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जो दोनों बोरियों के भारों को पूरा - पूरा माप ले।

हल : अधिकतम भार का मान ज्ञात करने के लिए, हमारे पास 75 और 69.

$$75 \text{ का गुणनफल} = 3 \times 5 \times 5$$

$$69 \text{ का गुणनफल} = 3 \times 69$$

$$\text{म.स.} = 3$$

इसलिए 3 किग्रा भार की जरूरत है।

Q2. तीन लड़के एक ही स्थान से एक साथ कदम उठाकर चलना प्रारंभ करते हैं। उनके कदमों की माप क्रमशः 63 सेमी. 70 सेमी. और 77 सेमी. हैं। इनमें से प्रत्येक कितनी न्यूनतम दूरी तय करे कि वह दूरी पूरे - पूरे कदमों में तय हो जाए ?

हल : न्यूनतम दूरी प्राप्त करने के लिए, हमें 63, 70, और 77, का L.C.M निकालना पड़ेगा

$$63 \text{ और } 70 \text{ और } 77 \text{ का L.C.M.} = 7 \times 9 \times 10 \times 11 = 6930 \text{ cm.}$$

इसलिए, न्यूनतम दूरी = 6930 cm. है।

Q3. किसी कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 825 सेमी, 675 सेमी और 450 सेमी हैं। ऐसा सबसे लंबा फीता (tape) ज्ञात कीजिए जो कमरे की तीनों विमाओं (dimensions) को पूरा - पूरा माप ले।

हल : सबसे लंबा फीता = 825 म.स. cm. 675 cm और 450 cm

$$\text{गुणनफल का } 825 = 3 \times 5 \times 5 \times 11$$

$$\text{गुणनफल का } 675 = 3 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$\text{गुणनफल का } 450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\text{म.स.} = 3 \times 5 \times 5 = 75 \text{ cm}$$

इसलिए, सबसे बड़ा फीता = 75 cm.

Q4. 6,8 और 12 से विभाज्य तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : 6,8 और 12 का L.C.M. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

$$3 \text{ अंकों की सबसे छोटी संख्या} = 100$$

संख्या को ज्ञात करने के लिए, हमें भाग करना पड़ेगा 100 को 24 से

$$100 = 24 \times 4 + 4$$

इसलिए, जरूरी संख्या है = $100 + (24 - 4) = 120$,

Q5. 8,10 और 12 से विभाज्य तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : 8, 10, और 12 का L.C.M. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

$$\text{तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या} = 999$$

$$\text{अब इसलिए, आवश्यक संख्या है} = 999 - 39 = 960$$

Q6. तीन विभिन्न चौराहों की ट्राफिक लाइट (traffic lights) क्रमशः प्रत्येक 48 सैकंड, 72 सैकंड और 108 सैकंड बाद बदलती है। यदि वे एक साथ प्रातः 7 बजे बदलें, तो वे पुनः एक साथ कब बदलेगी ?

हल : 48, 72, 108, का L.C.M. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432 \text{ sec.}$

432 सैकंड बाद

432 सैकंड = 7 मिनट 12 सैकंड इसलिए समय = 7 a.m. + 7 मिनट 12 सैकंड
= 7 : 07 : 12

Q7. तीन टैंकरों में क्रमशः 403 लीटर, 434 लीटर और 465 लीटर डीज़ल है | उस बर्तन की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए जो इन तीनों टैंकरों के डीज़ल को पूरा - पूरा माप देगा |

हल : टैंकरों की अधिकतम धारिता : H.C.F. (403, 434, 465)

403 का गुणनखण्ड = 13×31

434 का गुणनखण्ड = $2 \times 7 \times 31$

465 का गुणनखण्ड = $3 \times 5 \times 31$

H.C.F. = 31

Q9. चार अंकों की वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 18, 24 और 32 से विभाज्य है |

हल : 18, 24, और 32 का L.C.M. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 288$

सबसे छोटी 4 अंकों की संख्या = 10000

अब इसलिए, आवश्यक संख्या $1000 + (288 - 136) = 1152$.

Q10. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स. ज्ञात कीजिए जिनमें एक संख्या दूसरी संख्या का एक गुणनखण्ड है :'

(a) 9 और 4

(b) 12 और 5

(d) 6 और 5

(d) 15 और 4

प्राप्त ल.स. में एक सामान्य गुण का अवलोकन कीजिए | क्या ल.स. प्रत्येक स्थिति में दोनों संख्याओं का गुणनफल है ? क्या हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि दो संख्याओं का ल.स. सदैव 3 का गुणज है ?

हल : (a) 9 और 4 का ल.स. = $2 \times 2 \times 3 \times 3$

= 36

(b) 12 और 5 का ल.स. = $2 \times 2 \times 3 \times 5$

= 60

(c) 6 और 5 का ल.स. = $2 \times 2 \times 3 \times 5$

= 60

(d) 15 और 4 का ल.स. = $2 \times 2 \times 3 \times 5$

= 60

Q11. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स. ज्ञात कीजिए जिनमें एक संख्या दूसरी संख्या का एक गुणनखंड है :

(a) 5, 20

(b) 6, 18

(c) 12, 48

(d) 9, 45

प्राप्त परिणामों में आप क्या देखते हैं ?

हल : 5 और 20