39 ज्यामिति
(GEOMETARY)

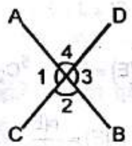
महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. तीन सरल रेखाओं से घिरी हुई आकृति त्रिभुज कहलाता है।
2. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° के बराबर होता है।
3. दो आसन्न कोणों का योग 180° के बराबर होता है।
4. यदि दो कोणों का योग 180° हो, तो वे कोण एक दूसरे के सम्पूरक कोण कहलाते है।

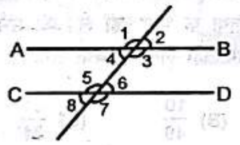
   अत: 95° का सम्पूरक कोण $= 180° - 95° = 85°$
5. यदि दो कोणों का योग 90° हो, तो वे कोण एक दूसरे के पूरक कोण कहलाते है।

   अत: 40° का पूरक कोण $= 90° - 40° = 50°$
6. यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिछेद करे तो शिर्षाभिमुख कोण समान होते है।

   अर्थात् $\angle 1 = \angle 3$ तथा $\angle 2 = \angle 4$



7. यदि दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटे, तो



   (i) एकान्तर कोण बराबर होते है –

   अर्थात् $\angle 4 = \angle 6$ तथा $\angle 3 = \angle 5$

   (ii) संगत कोण बराबर होते है –

   अर्थात् $\angle 2 = \angle 6$ तथा $\angle 1 = \angle 5$

   (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने दो अन्त: कोणों का योग 180° होता है।

   अर्थात् $\angle 3 + \angle 6 = 180°$ तथा $\angle 4 + \angle 5 = 180°$
8. दो त्रिभुज आपस में निम्न स्थितियों में ही सर्वांगसम हो सकते है –

   (i) S–A–S (भुजा-कोण-भुजा)

   (ii) A–S–A (कोण-भुजा-कोण)

   (iii) S–S–S (भुजा-भुजा-भुजा)

   (iv) R–H–S (समकोण-कर्ण-भुजा)
9. यदि दो त्रिभुज के संगत कोण आपस में समान हो, तो वह समरूप त्रिभुज कहलाता है।
10. किसी त्रिभुज में बड़ी कोण के सामने की भुजा बड़ी होती है।
11. किसी त्रिभुज में तीनो कोणों की अर्द्धक-रेखाएँ एक ही बिन्दु पर मिलती है, तो उस बिन्दु को त्रिभुज का अन्त: केन्द्र कहा जाता है।
12. यदि किसी त्रिभुज की तीनों मध्यगत रेखाएँ एक ही बिन्दु पर मिलती है, तो उस बिन्दु को त्रिभुज का गुरुत्व केन्द्र अथवा मध्य केन्द्र कहा जाता है।
13. किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं पर डाले गए लम्ब एक ही बिन्दु पर मिलते है तो उस बिन्दु को त्रिभुज का परिकेन्द्र अथवा बाह्य केन्द्र कहा जाता है।
14. किसी त्रिभुज में शीर्ष लम्ब एक ही बिन्दु पर मिलते है, उस बिन्दु को त्रिभुज का लम्ब केन्द्र कहा जाता है।
15. एक ही आधार पर तथा एक ही समानान्तर रेखाओं के बीच बने त्रिभुजों तथा समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बराबर होते है।
16. तीन असरैख बिन्दुओ से एक और केवल एक ही वृत खींचा जा सकता है।
17. किसी वृत्त के परिधि के किसी एक बिन्दु पर एक और केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।
18. किसी वृत्त के परिधि पर स्थित किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा, स्पर्श-बिन्दु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लम्ब होती है।
19. किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खिंची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयाँ बराबर होती है।
20. वृत की केन्द्र से समदुरस्थ जीवाएँ समान होती है।
21. वृत के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।
22. किसी वृत की समान जीवाओं द्वारा केन्द्र पर बनाएँ गए कोण समान होते है।
23. चार एक वृतीय बिन्दुओं से बना चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है।
24. आसन्न कोणों के समद्विभाजक द्वारा बना कोण समकोण होता है।

महत्त्वपूर्ण सूत्र

1. बहुभुज के सभी अन्त: कोणों का योग $= (2n-4) \times 90°$

   (जहाँ n = भुजाओं की संख्या)
2. समबहुभुज का प्रत्येक अंत: कोण $= \frac{(2n-4) \times 90°}{n}$
3. समबहुभुज का प्रत्येक बहिष्कोण $= \frac{360°}{n}$
4. दो वृतों के उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा की

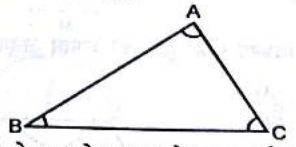
   $\text{लम्बाई} = \sqrt{(\text{केन्द्रो की बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं के अन्तर})^2}$
5. दो वृतो के उभयनिष्ठ तियर्क स्पर्श रेखा की

   $\text{लम्बाई} = \sqrt{(\text{केन्द्रो के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं के योग})^2}$
6. θ कोण का पूरक कोण $= (90° - \theta)$
7. θ कोण का सम्पूरक कोण $= (180° - \theta)$

Scanned by CamScanner

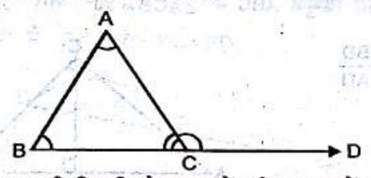
महत्त्वपूर्ण प्रमेय

1. त्रिभुज के तीनो कोणों का योग 180° होता है।
अर्थात् $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

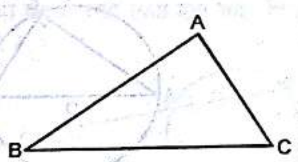


2. दो आसन्न कोणो का योग 180° के बराबर होता है।
अर्थात् $\angle AOC + \angle COB = 180°$

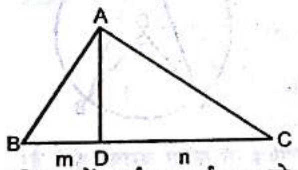
3. किसी त्रिभुज के बाह्य कोण का मान, त्रिभुज के दो सम्मुख अंतः कोणों के योग के बराबर होता है।
अर्थात् $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$



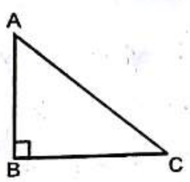
4. किसी त्रिभुज की किन्ही दो भुजाओं की लम्बाइयों का योग तीसरी भुजा की लम्बाई से अधिक होता है।
अर्थात् $AB + BC > AC$
इसी प्रकार
$BC + AC > AB$
$AC + AB > BC$



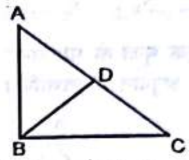
5. किसी त्रिभुज के किसी अंतः कोण का अर्द्धक उस कोण के सामने की भुजाओं को उसी अनुपात में विभाजित करता है जो त्रिभुज की शेष दो भुजाओं का अनुपात होता है।
अर्थात् $\frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$, या $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$



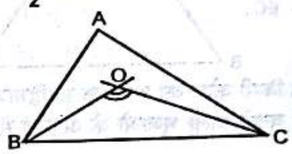
6. किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
अर्थात् $AC^2 = AB^2 + BC^2$



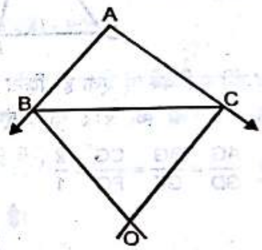
7. किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण के मध्य बिन्दु को समकोण वाले शीर्ष से मिलाने वाली रेखा कर्ण की आधी होती है।
अर्थात् $BD = \frac{1}{2}AC$



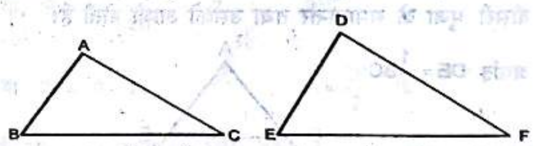
8. किसी त्रिभुज के दो अंतः कोणों के अर्द्धको के बीच का कोण
$\angle BOC = 90° + \frac{\angle A}{2}$



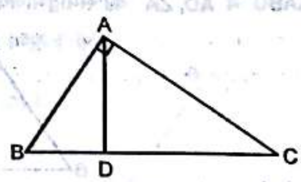
9. किसी त्रिभुज के दो बहिष्कोणों के अर्द्धको के बीच का कोण
$\angle BOC = 90° - \frac{\angle A}{2}$



10. दो समरूप त्रिभुज की भुजाएँ समान अनुपात में होते है।
अर्थात् $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

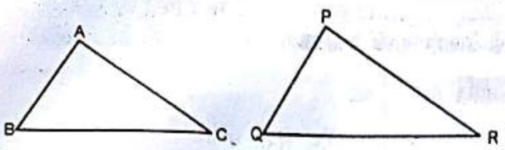


11. यदि किसी त्रिभुज में समकोण वाले शीर्ष पर से कर्ण पर लम्ब डाला जाए तो इस प्रकार बने दो त्रिभुज एवं मूल त्रिभुज आपस में समरूप होते है।
अर्थात् $DC^2 = AD \times BD$



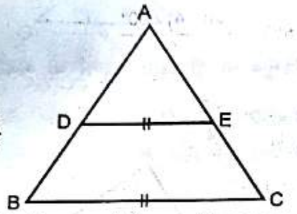
12. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उसकी संगत भुजाओ के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
अर्थात् $\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{CA^2}{RP^2}$

Scanned by CamScanner



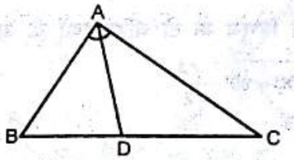
13. **किसी त्रिभुज की एक भुजा के समानान्तर खींची गई रेखा, अन्य दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।**

अर्थात् $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



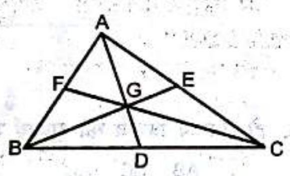
14. **एक त्रिभुज के किसी कोण का आंतरिक समद्विभाजक सम्मुख भुजा को, उस कोण को बनाने वाली भुजाओ के अनुपात में विभाजित करता है।**

अर्थात् $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$



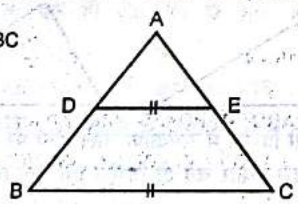
15. **त्रिभुज की माध्यिकाएँ एक ही बिन्दु से होकर जाती है और वह बिन्दु प्रत्येक माध्यिका को २:१ के अनुपात में विभाजित करता है।**

अर्थात् $\frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{FG} = \frac{2}{1}$

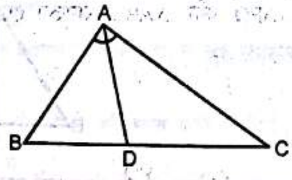


16. **किसी त्रिभुज की दो भुजाओ के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समानान्तर तथा उसकी आधी होती है।**

अर्थात् $DE = \frac{1}{2}BC$

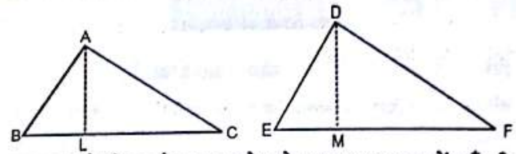


17. **ΔABC में $AD, \angle A$ का समद्विभाजक हो, तो** $\frac{Area\,(\Delta ABD)}{Area\,(\Delta ADC)} = \frac{AB}{AC}$



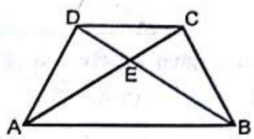
18. **दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल का अनुपात उनके संगत भुजाओं, ऊँचाईयों, माध्यिकाओं या समद्विभाजकों के वर्गों के समानुपाती होता है -**

अर्थात् $\frac{Area\,(\Delta ABC)}{Area\,(\Delta DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{AL^2}{DM^2}$



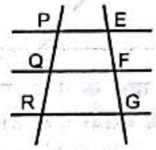
19. **समलम्ब के विकर्ण एक दूसरे को समान अनुपात में बाँटती है।**

अर्थात् $\frac{DE}{EB} = \frac{CE}{EA}$



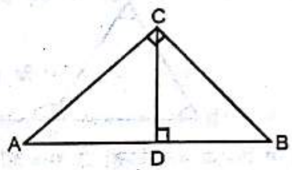
20. **तीन समानान्तर रेखाओं को दो तिर्यक रेखा समान अनुपात में विभाजित करती है।**

अर्थात् $\frac{PQ}{QR} = \frac{EF}{FG}$



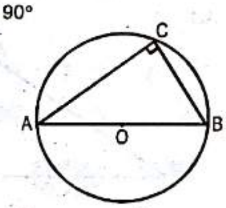
21. **यदि किसी त्रिभुज ABC में $\angle ACB = 90°$ और $CD \perp AB$ हो, तो**

$\frac{CB^2}{CA^2} = \frac{BD}{AD}$



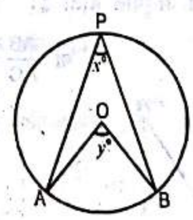
22. **अर्द्धवृत में स्थित कोण समकोण होता है।**

अर्थात् $\angle ACB = 90°$



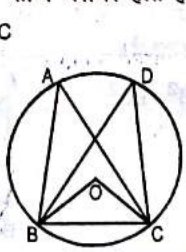
23. **किसी वृत में एक ही चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण उसके द्वारा परिधि पर अन्तरित कोण का दुगुना होता है।**

अर्थात् $\angle y° = 2\angle x°$



24. **एक ही वृत खण्ड के कोण बराबर होते है।**

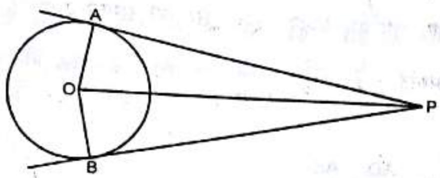
अर्थात् $\angle BAC = \angle BDC$



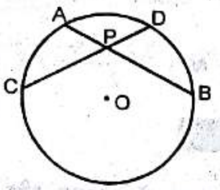
Scanned by CamScanner

25. एक वृत पर किसी बाह्य बिन्दु से केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींचीं जा सकती है और वे आपस में बराबर होती है। तथा स्पर्श रेखा की

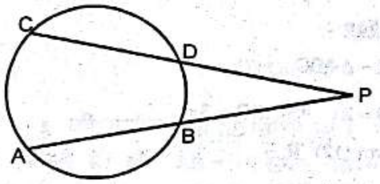
लम्बाई $= \sqrt{(\text{केन्द्र से बाह्य बिन्दु की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्या})^2}$



26. यदि किसी वृत की दो जीवाएँ परस्पर वृत के अन्दर या बाहर काटें, तो पहली स्थिति में, $AP \times PB = CP \times PD$

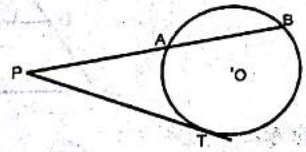


दूसरी स्थिति में, $PA \times PB = PC \times PD$



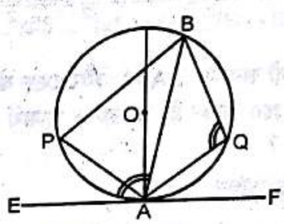
27. यदि स्पर्श रेखा PT तथा छेदक रेखा PAB एक बाह्य बिन्दु P से वृत पर खींची जाती है, तो

$PT^2 = PA \times PB$



28. यदि एक रेखा वृत्त को स्पर्श करती है तो स्पर्श बिन्दु से खींची गई जीवा और स्पर्श रेखा के बीच बने कोण, एकान्तर वृत खण्डों के बराबर होते है।

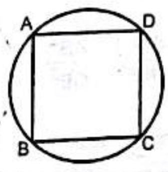
अर्थात् $\angle AQB = \angle EAB$



29. चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° के बराबर होता है।

अर्थात् $\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$



महत्त्वपूर्ण तथ्य, सूत्र एवं THEORM पर आधारित प्रश्न

TYPE - 1

1. एक पंचभुज के प्रत्येक अन्तः कोण का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण तथ्य (2) से,

प्रत्येक कोण $= \frac{(2n-4)\times 90°}{n} = \frac{(2\times 5-4)\times 90°}{5} = 108°$

2. वह कोण क्या होगा, जो अपने सम्पूरक का पाँच गुणा होता है ?

Speedy Solution :-

माना अभीष्ट कोण θ है।

$\therefore$ सम्पूरक कोण $= 180° - \theta$

प्रश्नानुसार

$\theta = 5 \times (180° - \theta)$ $\therefore \theta = 150°$

3. किसी समअष्टभुज के अन्तः कोणों का योग क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण सूत्र (1) से,

अंत कोणों का योग $= (2n-4) \times 90°$

$= (2 \times 8 - 4) \times 90° = 12 \times 90° = 1080°$

4. यदि किसी समबहुभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 1440 हो, तो उस बहुभुज में कितनी भुजाएँ है ?

Speedy Solution :-

माना बहुभुज की n भुजाएँ है।

महत्त्वपूर्ण सुत्र (1) से,

अंतः कोणों का योग $= (2n-4) \times 90°$

या, $2n - 4 = \frac{1440°}{90°} = 16°$

या, $2n = 16 + 4$ $\therefore n = \frac{20}{2} = 10$

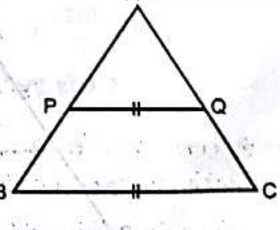
5. किसी ΔABC में $PQ \| BC$ यदि $AP = 2$ सेमी॰, $PB = 6$ सेमी॰ और $PQ = 3$ सेमी॰ हो, तो BC का मान बताये ?

Speedy Solution :-

$\because PQ \| BC$

$\therefore \Delta APQ$ और ΔABC समरूप हुए

$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$ (Theorm (10) से)



या, $\frac{AP}{AP+PB} = \frac{PQ}{BC}$

या, $\frac{2}{2+6} = \frac{3}{BC}$ $\therefore BC = \frac{3 \times 8}{2} = 12$ सेमी॰

Scanned by CamScanner

6. ΔABC की भुजाएँ AB और AC पर क्रमशः बिन्दु P और Q इस प्रकार है कि AP = 2 सेमी॰, PB = 4 सेमी॰, AQ = 3 सेमी॰ और QC = 6 सेमी॰ तो BC:PQ का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

$\because \frac{AP}{AB}=\frac{1}{3}$ (i)

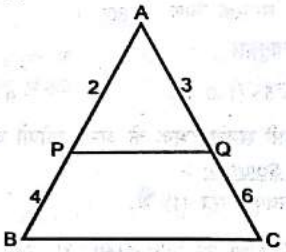
तथा $\frac{AQ}{AC}=\frac{3}{3+6}=\frac{1}{3}$ (ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$\frac{AP}{AB}=\frac{AQ}{AC}$ (iii)

$\angle A=\angle A$ (iv)

$\therefore \Delta APQ \sim \Delta ABC$



$\therefore \frac{AP}{AB}=\frac{PQ}{BC}=\frac{AQ}{AC}$

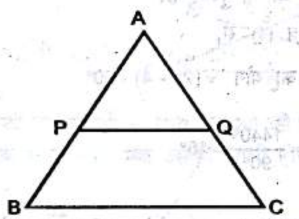
या, $\frac{1}{3}=\frac{PQ}{BC}$

$\therefore BC:PQ=3:1$

TYPE - 2

7. एक त्रिभुज ABC में AB = AC है। P तथा Q क्रमशः AB तथा AC का मध्य बिन्दु है। यदि BC = 10 है, तो भुजा PQ की माप क्या होगी?

Speedy Solution :-

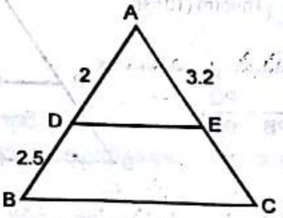


Theorm (16) से,

$PQ=\frac{BC}{2}=\frac{10}{2}=5$ सेमी॰

8. ΔABC में DE$\|$BC यदि AD = 2 सेमी॰, DB = 2.5 सेमी॰ DE = 4 सेमी॰ तथा AE = 3.2 सेमी॰ हो, तो BC तथा AC का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-



$\because \Delta ADE \sim \Delta ABC$

$\therefore$ Theorm (10) से,

$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$

या, $\frac{2}{2+2.5}=\frac{4}{BC}$

$\therefore BC=\frac{4\times 4.5}{2}=9$ सेमी॰

पुनः $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

या, $\frac{2}{2+2.5}=\frac{3.2}{AC}$

$\therefore AC=\frac{3.2\times 4.5}{2}=7.2$ सेमी॰

TYPE - 3

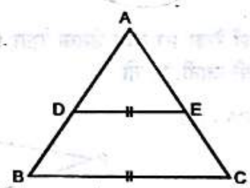
9. ΔABC में DE$\|$BC और AD:DB = 2:3 हो, तो दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$

माना $AD=2x$ तथा $DB=3x$

$\therefore$ Theorm (12) से



$\frac{ar(\Delta ADE)}{ar(\Delta ABC)}=\frac{AD^2}{AB^2}$

$=\frac{AD^2}{(AD+DB)^2}=\frac{(2x)^2}{(2x+3x)^2}=\frac{4x^2}{25x^2}=\frac{4}{25}=4:25$

10. यदि दो समरूप ΔABC और DEF के क्षेत्रफल क्रमशः 392 सेमी॰² तथा 200 सेमी॰² है, तो संगत भुजायें AB और DE में क्या अनुपात होगा ?

Speedy Solution :-

$\because \Delta ABC$ और ΔDEF दो समरूप Δ है।

$\therefore$ Theorm (12) से,

$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta DEF)}=\frac{AB^2}{DE^2}$

या, $\frac{392}{200}=\frac{AB^2}{DE^2}$ या, $\frac{49}{25}=\frac{AB^2}{DE^2}$

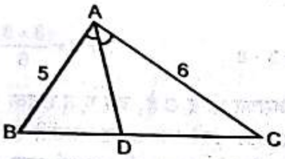
Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{AB}{DE} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} = 7:5$

TYPE - 4

11. ΔABC में $\angle A$ का अन्तः समद्विभाजक AD है, जो BC को D पर मिलता है। यदि AB = 5 सेमी॰ और AC = 6 सेमी॰ हो, तो BD:DC क्या होगा ?

Speedy Solution :-



$\because$ AD समद्विभाजक है $\angle BAC$ का

$\therefore$ Theorm (5) से

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

या, $\frac{5}{6} = \frac{BD}{DC}$ $\qquad \therefore BD:DC = 5:6$

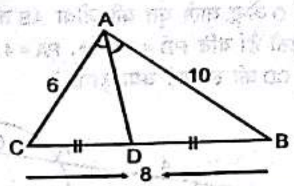
12. ΔABC में $\angle A$ की अर्द्धक रेखा AD खींची गई है, जो आधार BC को D पर मिलती है। यदि AB = 10 सेमी॰, BC = 8 सेमी॰ तथा AC = 6 सेमी॰ है, तो BD की माप क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$\because$ AD, $\angle A$ का अर्द्धक है।

$\therefore$ Theorm (5) से,

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD}$$

या, $\frac{AC}{AB} + 1 = \frac{CD}{BD} + 1$

या, $\frac{AC + AB}{AB} = \frac{CD + BD}{BD}$

या, $\frac{6 + 10}{10} = \frac{BC}{BD}$

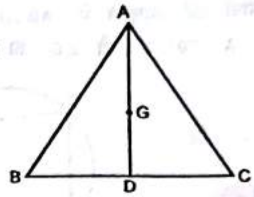
या, $\frac{16}{10} = \frac{8}{BD}$ $\quad \therefore BD = \frac{8 \times 10}{16} = 5$

TYPE - 5

13. ΔABC में BC भुजा का मध्य बिन्दु D है, यदि त्रिभुज का गुरूत्व केन्द्र G हो, तो AG:GD का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$\because \Delta ABC$ का गुरूत्व केन्द्र है।

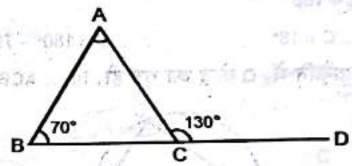


$\therefore$ Theorm (15) से,

AG:GD = 2:1

TYPE - 6

14. नीचे की आकृति में $\angle BAC$ का मान क्या होगा ?



Speedy Solution :-

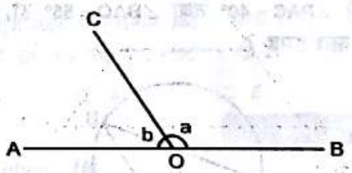
$\because$ Theorm (3) से

$\angle ACD = \angle CBA + \angle BAC$

या, $130° = 70° + \angle BAC$

$\therefore \angle BAC = 130° - 70° = 60°$

15. नीचे की आकृति में यदि $a - b = 30°$ हो, तो a का मान क्या होगा?



Speedy Solution :-

$\because a - b = 30°$ ——(i)

पुनः $a + b = 180°$ (ii) [Theorm (2) से,]

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$\begin{aligned} a - b &= 30° \\ a + b &= 180° \\ \hline 2a &= 210° \end{aligned}$$

$\therefore a = \frac{210°}{2} = 105°$

16. नीचे की आकृति में y. का मान क्या होगा ?

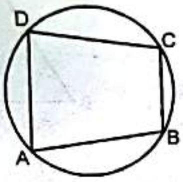
Scanned by CamScanner

Speedy Solution :-

Theorm (23) से,

$60° = 2y$ $\quad \therefore y = \frac{60}{2} = 30°$

17. नीचे की आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, जिसमें $\angle A = 70°$ हो, तो $\angle C$ का मान बतायें ?



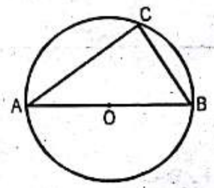
Speedy Solution :-

Thoerm (29) से,

$\angle A + \angle C = 180°$

या, $70° + \angle C = 18°$ $\quad \therefore \angle C = 180° - 70° = 110°$

18. नीचे की आकृति में, O केन्द्र का वृत हो, तो $\angle ACB$ का मान क्या होगा ?

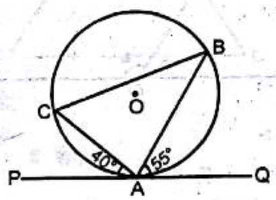


Speedy Solution :-

Theorm (22) से,

$\angle ACB = 90°$ होगा।

19. आकृति में $\angle PAC = 40°$ तथा $\angle BAQ = 55°$ हो, तो $\angle CAB$ के का मान क्या होगा ?



Speedy Solution :-

$\because \angle ABC$ एकान्तर वृतखण्ड का कोण है।

$\therefore$ Theorm (28) से,

$\angle ABC = \angle PAC = 40°$

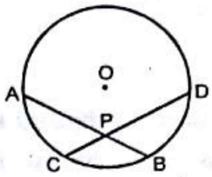
तथा $\angle BCA = \angle BAQ = 55°$

$\therefore \angle CAB = 180° - (\angle ABC + \angle BCA) = 180° - (40° + 55°) = 85°$

TYPE - 7

20. AB और CD किसी वृत की दो जीवायें है, जो परस्पर वृत के अन्दर बिन्दु P पर काटती है, यदि AP = 6 सेमी॰, CP = 3 सेमी॰ और PD = 8 सेमी॰ हो, तो PB का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

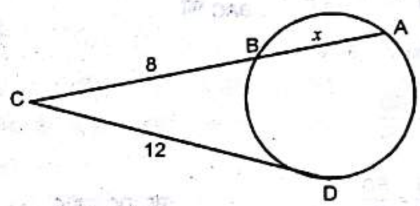


Theorm 26 (i) से,

$\because AP \times PB = CP \times DP$

या, $6 \times PB = 3 \times 8$ $\quad \therefore PB = \frac{3 \times 8}{6} = 4$ सेमी॰

21. चित्र में वृत जिसका केन्द्र O है, की एक छेदक रेखा ABC तथा एक स्पर्श रेखा DC एक दूसरे को C पर काटती है। यदि BC = 8 सेमी॰, CD = 12 सेमी॰ तो जीवा AB की लम्बाई क्या होगी ?



Speedy Solution :-

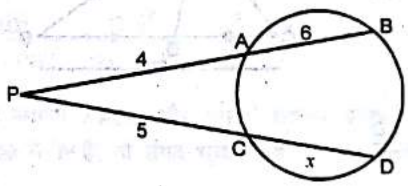
Theorm (27) से,

$CD^2 = BC \times AC$

या, $(12)^2 = 8 \times (8 + x)$ $\quad$ या, $144 = 8 \times (8 + x)$

या, $8 + x = \frac{144}{8} = 18$ $\quad \therefore x = 18 - 8 = 10$ सेमी॰

22. चित्र में O केन्द्र वाले वृत की जीवा AB तथा CD एक दूसरे को P पर काटती है। यदि PB = 6 सेमी॰, PA = 4 सेमी॰ तथा PC = 5 सेमी॰ हो, तो CD की लम्बाई क्या होगी ?



Speedy Solution :-

Theorm 26 (ii) से,

$PB \times PA = PD \times PC$

या, $(4 + 6) \times 4 = (5 + x) \times 5$ $\quad$ या, $40 = (5 + x) \times 5$

या, $5 + x = \frac{40}{5} = 8$ $\quad \therefore x = 8 - 5 = 3$

$\therefore$ CD की लम्बाई = 3 सेमी॰

Scanned by CamScanner

1. किसी बहुभुज के अन्तः कोणों का योग 540° है, तो बहुभुज में कितनी भुजाएँ है ?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

Speedy Solution : (B)

महत्त्वपूर्ण सुत्र (1) से,

अंतः कोणों का योग $=(2n-4)\times 90°$

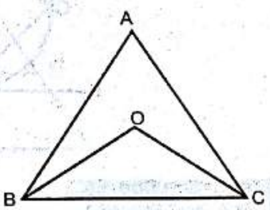
या, $540=(2n-4)\times 90°$ $\therefore n=5$

2. यदि त्रिभुज ABC में आधार पर के $\angle B$ तथा $\angle C$ रेखा BO तथा CO से क्रम से समद्विभाजित हो, तब $\angle BOC$ बराबर है –

(A) $90°+\frac{A}{2}$ (B) $90°-\frac{A}{2}$ (C) $180°-\frac{A}{2}$ (D) $190°+\frac{A}{2}$

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

Speedy Solution : (A)



$\therefore$ Theorm (8) से,

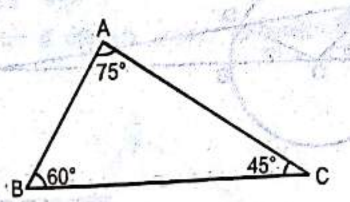
$\angle BOC=90°+\frac{A}{2}$

3. ΔABC में $\angle A=75°$, $\angle B=60°$ और $\angle C=45°$ तब सबसे बड़ी भुजा है –

(A) AB (B) BC (C) AC (D) कोई नहीं

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

Speedy Solution : (B)



महत्त्वपूर्ण तथ्य (10) से,

बड़ी भुजा = BC

4. दो समरूप ΔABC तथा ΔPQR की परिमाप क्रमशः 36 सेमी॰ तथा 24 सेमी॰ है। यदि PQ = 10 सेमी॰ हो, तब AB की माप होगी –

(A) $6\frac{2}{3}$ सेमी॰ (B) $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ सेमी॰

(C) 15 सेमी॰ (D) $66\frac{2}{3}$ सेमी॰

(RRB चण्डीगढ़ C.C., 2002)

Speedy Solution : (C)

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\therefore \frac{AB}{PQ}=\frac{36}{24}=\frac{3}{2}$

$\therefore AB=\frac{3}{2}\times PQ=\frac{3}{2}\times 10=15$ सेमी॰

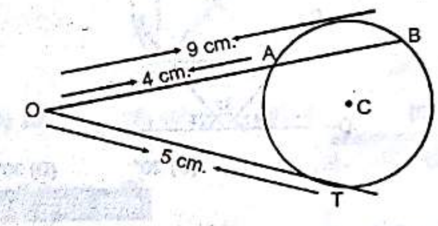
5. एक बाह्य बिन्दु O से खींची गई छेदक रेखा दिए हुए वृत को बिन्दु A तथा B पर इस प्रकार काटती है कि OA = 4 सेमी॰ एवं OB = 9 सेमी॰, तो बिन्दु O से इस वृत पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी –

(A) $\sqrt{13}$ सेमी॰ (B) $\sqrt{5}$ सेमी॰

(C) 6 सेमी॰ (D) $\sqrt{97}$ सेमी॰

(RRB चण्डीगढ़ C.C., 2002)

Speedy Solution : (C)



Theorm (27) से,

$\because OT^2=OA\times OB=4\times 9=36$

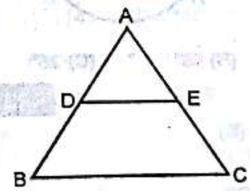
$\therefore OT=\sqrt{36}=6$ सेमी॰

6. एक त्रिभुज ABC में AB एवं AC के मध्य बिन्दु D एवं E है और यदि AB = 12, BC = 9 तथा AC = 10 हो, तो DE की माप होगा –

(A) 4.5 (B) 4 (C) 5 (D) 6

(RRB भोपाल C.C., 18-5-2003)

Speedy Solution : (A)



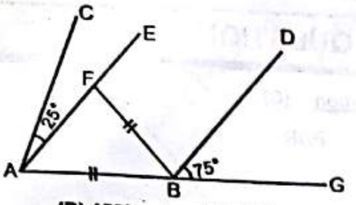
$\because \Delta ABC$ तथा ΔADF समरूप है

$\because$ Theorm (16) से,

$DE=\frac{1}{2}\times BC=\frac{1}{2}\times 9=4.5$

7. इस चित्र में, $AC\parallel BD$, $\angle CAF=25°$ व $\angle DBG=65°$ व AB = BF है। $\angle BFE$ किसके बराबर है ?

Scanned by CamScanner



(A) 125° (B) 155° (C) 130° (D) 165°

(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर TC, 2003)

Speedy Solution : (C)

चित्र में,

AC ∥ BD

$\therefore \angle CAB = \angle DBG = 75°$ (संगत कोण)

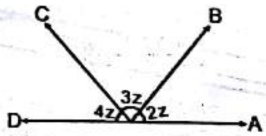
$\therefore \angle EAB = 75° - 25° = 50°$

तथा AB = BF

$\therefore \angle EAB = \angle AFB = 50°$ $\because \angle EFB + \angle BFA = 180°$

$\therefore \angle EFB = 180° - \angle BFA = 180° - 50° = 130°$

8. दिये गए चित्र में 'Z' का मान डिग्री में होगा –



(A) 40° (B) 10° (C) 20° (D) 30°

(RRB अजमेर ASM, 2001)

Speedy Solution : (C)

Theorm (2) से,

$4z + 3z + 2z = 180°$

या, $9z = 180°$ $\therefore z = \frac{180°}{9} = 20°$

9. यदि निम्नलिखित वृत में केन्द्र O पर का $\angle AOB = 90°$ हो, तो $\angle APB$ का मान होगा –

(A) 30° (B) 45° (C) 25° (D) 60°

(RRB चेन्नई A.S.M., 2001)

Speedy Solution : (B)

Theorm (23) से,

$\angle AOB = 2\angle APB$

या, $90° = 2\angle APB$ $\therefore \angle APB = \frac{90°}{2} = 45°$

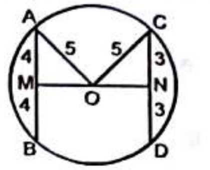
10. एक 5 सेमी॰ की त्रिज्या वाले वृत्त में AB व CD दो समानान्तर जीवाओं की लम्बाईयाँ क्रमशः 8 सेमी॰ व 6 सेमी॰ है, तो जीवाओं के बीच की दूरी क्या होगी, यदि वे केन्द्र के विपरीत तरफ है ?

(A) 8 सेमी॰ (B) 7 सेमी॰ (C) 9 सेमी॰ (D) 6 सेमी॰

(RRB गोरखपुर ASM, 2002)

Speedy Solution : (B)

माना वृत्त में AB व CD दो समानान्तर जीवाओं के मध्य बिन्दु क्रमशः M तथा N है और वृत्त का केन्द्र O है।



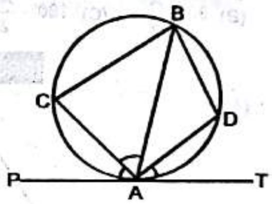
$\therefore OM = \sqrt{(5)^2 - (4)^2} = 3$ $ON = \sqrt{(5)^2 - (3)^2} = 4$

∴ दोनों जीवाओं के बीच की दूरी

$MN = OM + ON = 4 + 3 = 7$ सेमी॰

11. चित्र में यदि $\angle BAT = 65°$ हो, तो $\angle BDA$ ज्ञात करें –

(A) 65° (B) 125° (C) 115° (D) 85°



(RRB भुवनेश्वर ASM, 2002)

Speedy Solution : (C)

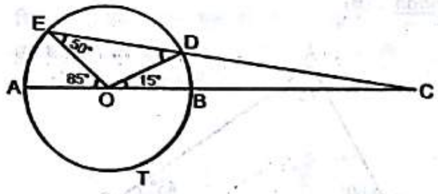
दिए गए चित्र में,

$\angle BAT = 65°$

$\therefore \angle BDA = \angle BAP = 180° - \angle BAT = 180° - 65° = 115°$

12. नीचे दिए गए वृत्त में, AB व्यास है। $\angle BOD = 15°$ व $\angle EOA = 85°$ हो, तो $\angle ECA = ?$

(A) 20° (B) 35° (C) 40° (D) 45°



(RRB भुवनेश्वर ASM, 2002)

Speedy Solution : (B)

दिए गए वृत्त में AB व्यास है, तथा

$\angle BOD = 15°$ व $\angle EOA = 85°$

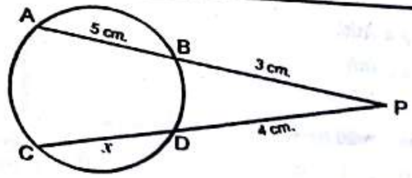
$\therefore \angle EOD = 180° - (85° + 15°) = 80°$

$\therefore \angle ECA = 180° - (50° + 80° + 15°) = 180° - 145° = 35°$

13. दिए गए चित्र में AB तथा CD दो जीवाएँ बिन्दु P पर मिलती है। यदि AB = 5 सेमी॰, PB = 3 सेमी॰ तथा PD = 4 सेमी॰ हो, तो CD की लम्बाई क्या होगी ?

(A) 4 सेमी॰ (B) 3 सेमी॰ (C) 2.5 सेमी॰ (D) 2 सेमी॰

Scanned by CamScanner



(RRB राँची ASM, 2002)

Speedy Solution : (D)

Theorm 26 (ii) से,

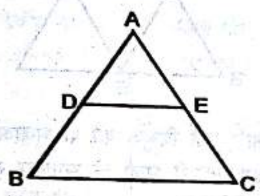
$CP \times DP = AP \times BP$

$\Rightarrow (4+x) \times 4 = (5+3) \times 3$

$\Rightarrow (4+x) = \frac{8 \times 3}{4}$ $\therefore x = 6 - 4 = 2$

14. दिए गए चित्र में, DE∥BC तथा $\frac{AD}{BD} = \frac{3}{5}$, यदि AC = 4.8 सेमी॰ है, तो AE का मान निकाले –

(A) 1.6 सेमी॰ (B) 2.0 सेमी॰ (C) 1.5 सेमी॰ (D) 1.8 सेमी॰



(RRB राँची ASM, 2002)

Speedy Solution : (D)

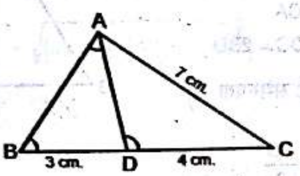
Theorm (13) से,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{AC - AE}$ $\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{4.8 - AE}$

$\therefore$ AE = 1.8 सेमी॰

15. दिए गए चित्र में यदि AD, ∠BAC का समद्विभाजक है, तो AB है –



(A) 5 सेमी॰ (B) 5.5 सेमी॰ (C) 5.25 सेमी॰ (D) 4 सेमी॰

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

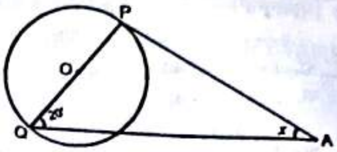
Speedy Solution : (C)

Theorm (14) से,

$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AB}{7}$ $\therefore AB = \frac{3 \times 7}{4} = \frac{21}{4} = 5.25$ सेमी॰

16. दिये चित्र में, यदि ∠PQA = 20° है, तो PAQ का मान होगा –



(A) 20° (B) 45° (C) 60° (D) 70°

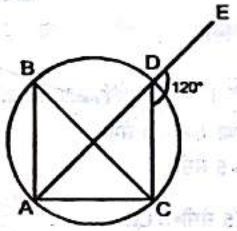
(RRB गुवाहाटी TA. 2005)

Speedy Solution : (D)

∵ त्रिज्या जो स्पर्श रेखा पर लम्ब हो 90° का कोण बनाती है।

∴ OPA = 90° ∴ $x = 180° - (90° + 20°) = 70°$

17. दिए गए चित्र में, ∠ABC का माप क्या होगा –



(A) 20° (B) 60° (C) 45° (D) 75°

(RRB गुवाहाटी T.A., 2005)

Speedy Solution : (B)

चित्र से,

∠ADC = 180° − 120° = 60°

Theorm (24) से,

∵ ∠ABC = ∠ADC ∴ ∠ABC = 60°

18. किसी त्रिभुज के तीनों कोण क्रमश: $(3x)°, (2x-7)°$ और $(4x-11)°$ है, तो x का मान होगा –

(A) 18° (B) 20° (C) 22° (D) 30°

(RRB मुम्बई Group D, 2003)

Speedy Solution : (C)

त्रिभुज के तीनों कोणों का मान = 180°

प्रश्नानुसार,

$\because (3x)° + (2x-7)° + (4x-11)° = 180°$

या, $3x° + 2x° - 7° + 4x° - 11° = 180°$

या, $9x° - 18° = 180°$ या, $9x = 180 + 18$

या, $x = \frac{198}{9}$ $\therefore x = 22°$

19. नीचे दिए गए त्रिभुज ABC में, AB = BC, ∠B = x और ∠A = $2x - 20°$ है, तो ∠B का मान क्या होगा ?

(A) 30° (B) 40° (C) 44° (D) 64°

(RRB मुम्बई Group D, 2003)

Speedy Solution : (C)

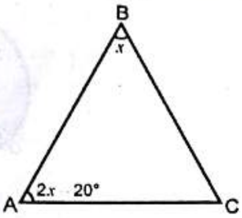
∴ दिया है भुजा AB = BC

∴ ∠BAC = ∠BCA ∵ ∠BAC = $2x - 20°$

∠ABC = x तथा ∠A = ∠C

Scanned by CamScanner

(∵ त्रिभुज के तीनों कोणों का मान 180° होता है।)
प्रश्नानुसार,



$\because 2x-20+2x-20+x=180°$

या, $5x-40=180$

या, $5x=180+40$

या, $x=\frac{220}{5}$

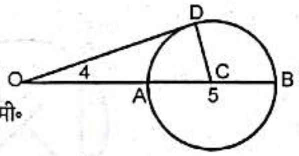
$\therefore x=44°$

20. एक बाह्य बिन्दु O से खींची गई छेदक रेखा दिए हुए वृत्त को बिन्दु A और B पर इस प्रकार काटती है कि OA = 4 सेमी॰ एवं OB = 9 सेमी॰, तो बिन्दु O से इस वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी –

(A) $\sqrt{13}$ सेमी॰ **(B)** $\sqrt{5}$ सेमी॰ **(C)** 6 सेमी॰ **(D)** $\sqrt{97}$ सेमी॰

(RRB चण्डीगढ़ TC, 2002)

Speedy Solution : **(C)**



OA = 4 सेमी॰ तथा OB = 9 सेमी॰

$\therefore AB=9-4=5$ सेमी॰

$\therefore AC=\frac{5}{2}=2.5$ सेमी॰ = CD

$\because OD^2=6.5^2-2.5^2=42.25-6.25=36$

$\therefore OD=\sqrt{36}=6$ सेमी॰

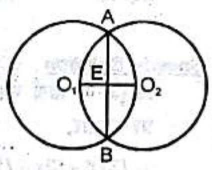
21. r त्रिज्या वाले दो एकसमान वृत्त इस प्रकार प्रतिच्छेद करते है जिससे कि दोनों एक दूसरे के केन्द्र से होकर गुजरते हैं। सर्वनिष्ठ जीवा की लम्बाई क्या होगी ?

(A) $r\sqrt{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ **(C)** $\sqrt{r}$ **(D)** $r\sqrt{2}$

(RRB मुंबई/भोपाल Goods Guard, 2003)

Speedy Solution : **(A)**

O_1 और O_2 को मिलाया



$O_1O_2=O_1A=O_2A=r$

$AE=\sqrt{r^2-\frac{r^2}{4}}=\frac{r\sqrt{3}}{2}$

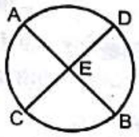
$AB=2AE=\frac{r\sqrt{3}}{2}\times 2=r\sqrt{3}$

22. एक वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD, E पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती है, जिससे AE = 2.4 सेमी॰, BE = 3.2 सेमी॰ व CE = 1.6 सेमी॰ है। DE की लम्बाई है –

(A) 4.8 सेमी॰ **(B)** 6.4 सेमी॰ **(C)** 1.6 सेमी॰ **(D)** 3.2 सेमी॰

(RRB इलाहाबाद A.S.M., 2002)

Speedy Solution : **(A)**



AE = 2.4 सेमी॰

BE = 3.2 सेमी॰

CE = 1.6 सेमी॰

∴ Theorm 26 (i) से,

$AE\times BE=CE\times DE$

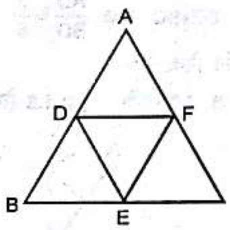
$\therefore DE=\frac{2.4\times 3.2}{1.6}=4.8$ सेमी॰

23. एक त्रिभुज की भुजाएँ 5 सेमी॰, 6 सेमी॰ और 7 सेमी॰ है, इन भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़कर एक और त्रिभुज बनाया गया है, इस दूसरे त्रिभुज का परिमाप सेमी॰ में क्या होगा –

(A) 18 **(B)** 12 **(C)** 9 **(D)** 6

(RRB कोलकाता Traffic Asst. Driver, 2002)

Speedy Solution : **(C)**



ΔDEF नया बना Δ है त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य, बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, तीसरी भुजा के समान्तर और आधी होती है।

∴ नये Δ का परिमाप $=\frac{5}{2}+\frac{6}{2}+\frac{7}{2}=\frac{18}{2}=9$ सेमी॰

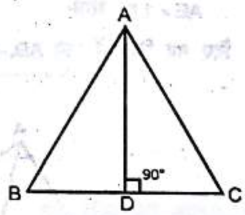
24. एक समबाहु त्रिभुज ABC में यदि $AD\perp BC$ हो, तो –

(A) $2AB^2=3AD^2$ **(B)** $3AB^2=4AD^2$

(C) $5AB^2=6AD^2$ **(D)** $4AB^2=5AD^2$

(RRB कोलकाता T.C., 2003)

Speedy Solution : **(B)**



$AB=BC=CA$

$BC=BD+DC=2BD$

($\because BD=DC$ समरुपता से)

$BD=\frac{BC}{2}=\frac{AB}{2}$

ΔABD में

$\because AB^2=AD^2+BD^2$

या, $AB^2=AD^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2$

या, $AB^2=AD^2+\frac{AB^2}{4}$

या, $4AB^2-AB^2=4AD^2$

$\therefore 3AB^2=4AD^2$

Scanned by CamScanner