বহুপদ

(Polynomials)

দ্বিতীয় অধ্যায়

2.1 অৱতাৰণা (Introduction)

নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে এটা চলকৰ বহুপদ (polynomial of one variable) আৰু ইহঁতৰ মাত্ৰা (degree) সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰিছিলা। মনত পেলোৱা যে যদি x-অত $p(x)$ এটা বহুপদ, তেন্তে $p(x)$ ৰ ত x-ৰ উচ্চতম ঘাতটোকে $p(x)$ বহুপদটোৰ মাত্ৰা বোলা হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে, $4x + 2$, x চলকত এটা 1 মাত্ৰাৰ বহুপদ; $2y^2 - 3y + 4$ এটা y চলকত 2 মাত্ৰাৰ বহুপদ; $5x^3 - 4x^2 + x - \sqrt{2}$ এটা x চলকত 3 মাত্ৰাৰ বহুপদ আৰু $7u^6 - \frac{3}{2}u^4 + 4u^2 + u - 8$ এটা u চলকত 6 মাত্ৰাৰ বহুপদ।

$$\frac{1}{x-1},\ \sqrt{x} + 2,\ \frac{1}{x^2 + 2x + 3}$$ ইত্যাদি ধৰণৰ ৰাশিবোৰ বহুপদ নহয়।

এক মাত্ৰাৰ এটা বহুপদক **ৰৈখিক বহুপদ** (linear polynomial) বোলে। উদাহৰণ স্বৰূপে $2x - 3$, $\sqrt{3}x + 5$, $y + \sqrt{2}$, $x - \frac{2}{11}$, $3z + 4$, $\frac{2}{3}u + 1$ ইত্যাদি আটাইবোৰ ৰৈখিক বহুপদ। $2x + 5 - x^2$, $x^3 + 1$ ইত্যাদি বহুপদবোৰ ৰৈখিক নহয়।

দুই মাত্ৰাৰ বহুপদ এটাক **দ্বিঘাত বহুপদ** (quadratic polynomial) বোলে। ইংৰাজী quadratic শব্দটো 'quadrate' শব্দটোৰ পৰা উৎপন্ন হৈছে, যাৰ অৰ্থ বৰ্গ (square)। বাস্তৱ সংখ্যাৰ সহগ (coefficient) থকা তলৰ আটাইবোৰ বহুপদেই দ্বিঘাত:

$$2x^2 + 3x - \frac{2}{5},\ y^2 - 2,\ 2 - x^2 + \sqrt{3}x,\ \frac{u}{3} - 2u^2 + 5,\ \sqrt{5}v^2 - \frac{2}{3}v,\ 4z^2 + \frac{1}{7}$$ ইত্যাদি।

অতি সাধাৰণভাৱে, যদি a, b, c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$, তেন্তে x-অত থকা $ax^2 + bx + c$ আকাৰৰ যিকোনো বহুপদেই দ্বিঘাত বহুপদ।

তিনি মাত্ৰাৰ এটা বহুপদক ত্ৰিঘাত বহুপদ (cubic polynomial) বোলে। ত্ৰিঘাত বহুপদৰ কেইটামান উদাহৰণ হ'ল

$2 - x^3, x^3, 3 - x^2 + x^3, 3x^3 - 2x^2 + x - 1$ আদি।

প্ৰকৃততে এটা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ বেছি সাধাৰণ আৰ্হি হ'ল

$$ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

য'ত a, b, c, d বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$।

এতিয়া $p(x) = x^2 - 3x - 4$ বহুপদটো লোৱা। তেন্তে বহুপদটোত $x = 2$ বহুৱালে, আমি পাওঁ

$p(2) = 2^2 - 3 \times 2 - 4 = -6$।

$x^2 - 3x - 4$ ত xক 2ৰে সলনি কৰি পোৱা এই '-6' মানটোক $x^2 - 3x - 4$ৰ $x = 2$ত মান বোলে। একেদৰে $p(x)$ৰ $x = 0$'ত মান হ'ব $p(0)$ যিটো -4।

যদি xত $p(x)$ এটা বহুপদ, আৰু k এটা বাস্তৱ সংখ্যা, তেন্তে $p(x)$ত xক kৰে সলনি কৰি পোৱা মানটোক $p(x)$ৰ $x = k$ত মান বোলে; ইয়াক $p(k)$ৰে সূচোৱা হয়।

$p(x) = x^2 - 3x - 4$ৰ $x = -1$ত মান কি?

আমি পাওঁ, $p(-1) = (-1)^2 - \{3 \times (-1)\} - 4 = 0$

আকৌ লক্ষ্য কৰা, $p(4) = 4^2 - (3 \times 4) - 4 = 0$

যিহেতু $p(-1) = 0$ আৰু $p(4) = 0$, আমি $x^2 - 3x - 4$ এই দ্বিঘাত বহুপদটোৰ -1, আৰু 4ক শূন্য (zero) বুলি ক'ম।

অতি সাধাৰণভাৱে, এটা বাস্তৱ সংখ্যা kক এটা বহুপদ $p(x)$ৰ এটা শূন্য বোলে যদি $p(k) = 0$।

এটা বৈখিক বহুপদৰ শূন্য কিদৰে উলিয়ায় তাক তোমালোকে ইতিমধ্যেই নৱম শ্ৰেণীত পঢ়িছা। উদাহৰণ স্বৰূপে, যদি $p(x) = 2x + 3$ৰ k এটা শূন্য, তেন্তে $p(k) = 0$য়ে আমাক দিব $2k + 3 = 0$ অৰ্থাৎ $k = -\frac{3}{2}$।

সাধাৰণতে যদি $p(x) = ax + b$ৰ k এটা শূন্য, তেন্তে $p(k) = ak + b = 0$, অৰ্থাৎ $k = \frac{-b}{a}$।

গতিকে এটা বৈখিক বহুপদ $ax + b$ৰ শূন্যটো হ'ব, $\frac{-b}{a} = \frac{-(\text{ধ্ৰুৱক পদ})}{x \text{ ৰ সহগ}}$।

এইদৰে, এটা বৈখিক বহুপদৰ শূন্যটো ইয়াৰ সহগবোৰৰ লগত সম্পৰ্কিত। আন বহুপদবোৰৰ ক্ষেত্ৰতো জানো এই কথাটো খাটিব? উদাহৰণস্বৰূপে, এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ শূন্যবোৰতো জানো ইয়াৰ সহগবোৰৰ লগত সম্পৰ্ক আছে?

এই অধ্যায়ত আমি এনেবোৰ প্ৰশ্নৰে উত্তৰ দিব চেষ্টা কৰিম। আমি লগতে বহুপদৰ বিভাজন কলনবিধি সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰিম।

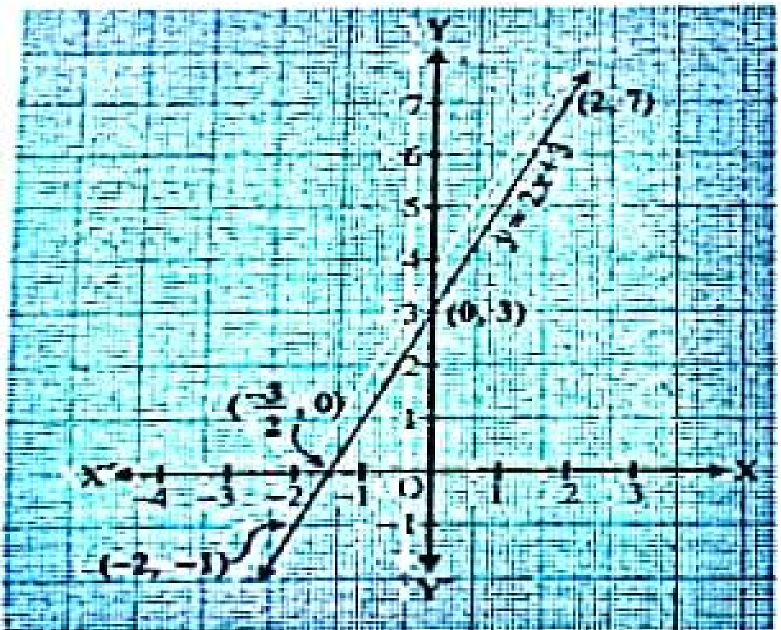
2.2 বহুপদ এটাৰ শূন্যবোৰৰ জ্যামিতিক অৰ্থ (Geometrical Meaning of the Zeroes of a Polynomial) :

তোমালোকে জানিলা যে এটা বাস্তৱ সংখ্যা k, $p(x)$ বহুপদটোৰ শূন্য হ'ব যদি $p(k) = 0$। কিন্তু বহুপদ এটাৰ শূন্যবোৰৰ ইমান প্ৰয়োজন কিয়? ইয়াৰ উত্তৰ পাবলৈ, প্ৰথমে আমি বৈখিক আৰু দ্বিঘাত বহুপদবোৰৰ জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শন আৰু সিহঁতৰ শূন্যবোৰৰ জ্যামিতিক অৰ্থৰ বিষয়ে চাম।

প্ৰথমতে $ax + b = 0$, $a \neq 0$ বৈখিক সমীকৰণ এটা লোৱা। নৱম শ্ৰেণীৰ অধ্যয়নতে তোমালোকে পাইছা যে, $y = ax + b$ ৰ লেখ এটা সৰল ৰেখা। উদাহৰণ স্বৰূপে $y = 2x + 3$ ৰ লেখ $(-2, -1)$ আৰু $(2, 7)$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা এটা সৰলৰেখা।

x	-2	2
$y = 2x + 3$	-1	7

চিত্ৰ 2.1ৰ পৰা তোমালোকে দেখা পাবা যে $y = 2x + 3$ৰ লেখটোৱে x-অক্ষক $x = -1$ আৰু $x = -2$,ৰ সোঁমাজত অৰ্থাৎ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ বিন্দুটোত কাটিছে। তোমালোকে জানাও যে $2x + 3$ ৰ শূন্য $-\frac{3}{2}$। গতিকে $2x + 3$ৰ বহুপদটোৰ শূন্যটো $y = 2x + 3$ৰ লেখটোৱে x-অক্ষক কটা বিন্দুটোৰ x স্থানাংক।



চিত্ৰ-2.1

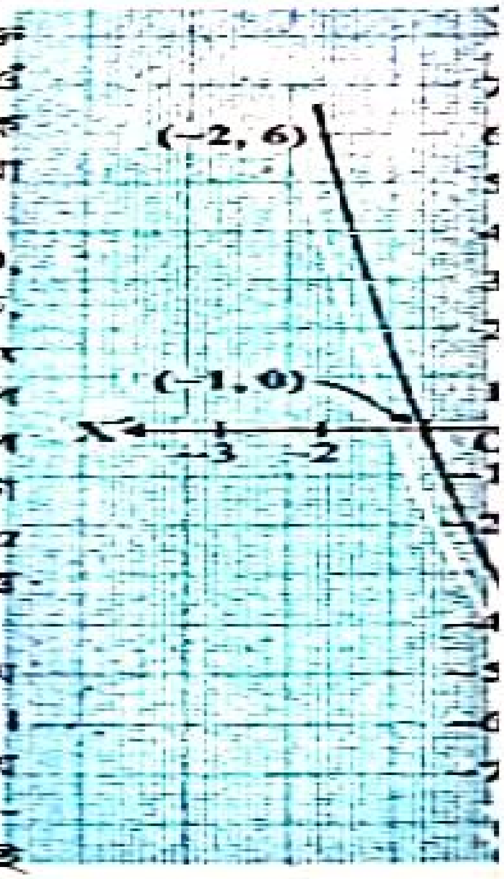
সাধাৰণতে, $ax + b = 0$, $a \neq 0$ এটা বৈখিক বহুপদৰ ক্ষেত্ৰত $y = ax + b$ এটা সৰলৰেখা, যিয়ে x-অক্ষক মাত্ৰ এটা বিন্দুতহে অৰ্থাৎ $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ বিন্দুটোত ছেদ কৰে। গতিকে $ax + b = 0$, $a \neq 0$, বৈখিক বহুপদটোৰ মাত্ৰ এটাহে শূন্য আছে, অৰ্থাৎ সেই বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক য'ত $y = ax+b$ৰ লেখটোৱে x-অক্ষত কাটে।

এতিয়া আমি এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ শূন্যৰ ক্ষেত্ৰত বিচাৰ কৰি
লোৱা। আমি $y = x^2 - 3x - 4$ৰ লেখটো কেনে দেখা হ
কেইটামান মানৰ অনুৰূপে $y = x^2 - 3x - 4$ৰ মানকেইটাৰ তা

তালিকা 2.1

x	-2	-1	0	1
$y = x^2 - 3x - 4$	6	0	-4	-6

আমি যদি ওপৰৰ তালিকাভুক্ত বিন্দুবোৰ এখন লেখ-কাকতত বহুৱাওঁ আৰু লেখটো আঁকো, তেন্তে ইয়াৰ প্ৰকৃততে চিত্ৰ 2.2 ত দিয়াৰ দৰেই দেখা যাব।



প্ৰকৃততে, $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, এনে যিকোনো দ্বিঘাত বহুপদৰ ক্ষেত্ৰতে, ইয়াৰ অনুৰূপ সমীকৰণ $y = ax^2 + bx + c$ ৰ লেখটোৰ আকৃতি হয় ∪ দৰে ওপৰমুখে খোলা নাইবা ∩ ৰ দৰে তলমুখে খোলা— এই দুটাৰ ভিতৰত এটা হ'ব আৰু ই নিৰ্ভৰ কৰিব $a > 0$ নাইবা $a < 0$ৰ ওপৰত। এনে বক্ৰবোৰক অধিবৃত্ত (parabola) বোলা হয়।

তালিকা 2.1ৰ পৰা দেখা পোৱা যে দ্বিঘাত বহুপদটোৰ শূন্য হ'ব -1 আৰু 4। আকৌ চিত্ৰ 2.2 অৰ পৰা লক্ষ্য কৰা যে $y = x^2 - 3x - 4$ অৰ লেখটোৱে x-অক্ষক য'ত কাটিছে -1 আৰু 4 হ'ল সেই বিন্দু দুটাৰ x-স্থানাংক। গতিকে দ্বিঘাত বহুপদ $x^2 - 3x - 4$ৰ শূন্য দুটাই হ'ল $y = x^2 - 3x - 4$ৰ (

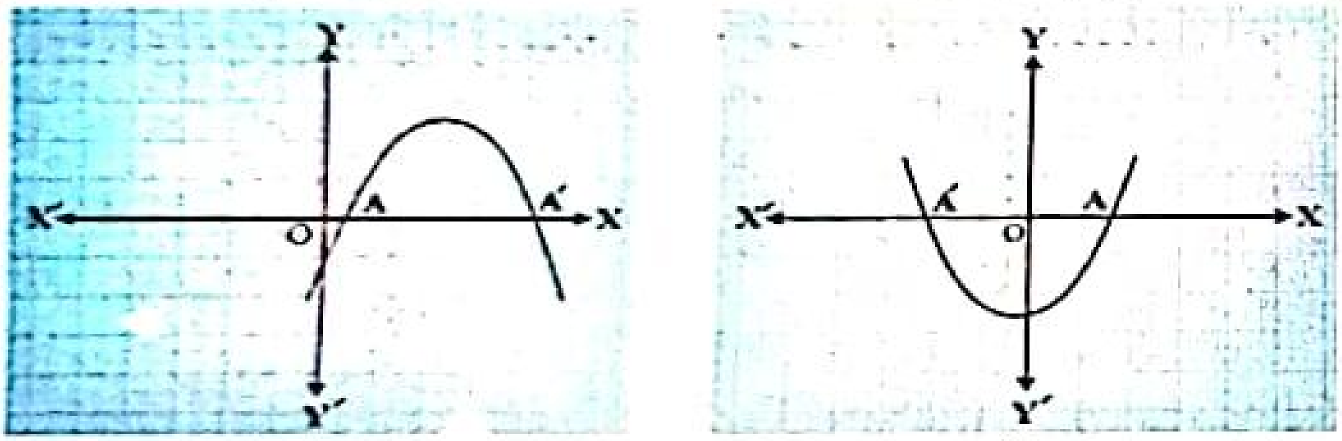
* দ্বিঘাত বা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ লেখ স্থাপন কৰাটো নাইবা লেখ কৰাটো ইয়াত বুজোৱা হোৱা নাই।

x-স্থানাংক।

এই কথাটো যিকোনো দ্বিঘাত বহুপদৰ ক্ষেত্ৰতেই সত্য, অৰ্থাৎ $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, এই বহুপদটোৰ শূন্যকেইটাই হ'ল $y = ax^2 + bx + c$ক প্ৰদৰ্শন কৰা লেখটোৱে x-অক্ষক কটা বিন্দুকেইটাৰ x-স্থানাংক।

আমি আগতে $y = ax^2 + bx + c$ৰ লেখটোৰ আকৃতি নিৰীক্ষণ কৰাৰ পৰা তলৰ তিনিটা ক্ষেত্ৰই হ'ব পাৰে।

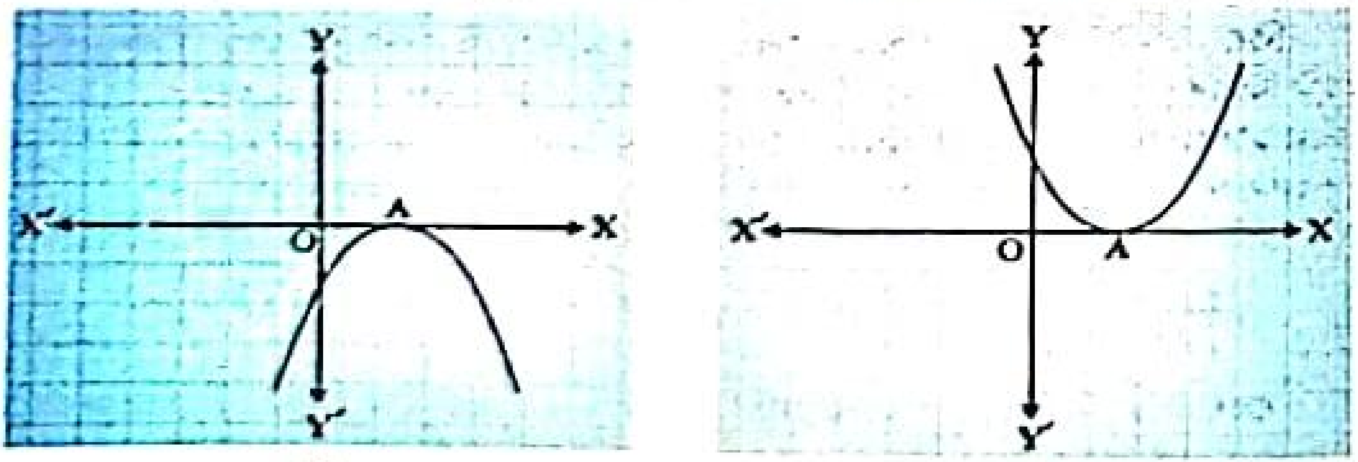
ক্ষেত্ৰ (i) : ইয়াত লেখটোৱে x-অক্ষক A আৰু A' এই দুটা স্পষ্ট বিন্দুত কাটে। এই ক্ষেত্ৰত— A আৰু A' ৰ x-স্থানাংক দুটাই $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ শূন্য দুটা হ'ব (চিত্ৰ 2.3 চোৱা)



(i) (ii)

চিত্ৰ 2.3

ক্ষেত্ৰ (ii) : ইয়াত লেখটোৱে x-অক্ষৰ সঠিক এটা বিন্দুত কাটে, অৰ্থাৎ দুটা লগ লগা বিন্দুত। গতিকে ক্ষেত্ৰ (i)ৰ A আৰু A' বিন্দু দুটাই এটা হৈ লগ লাগিব (চিত্ৰ 2.4 চোৱা)

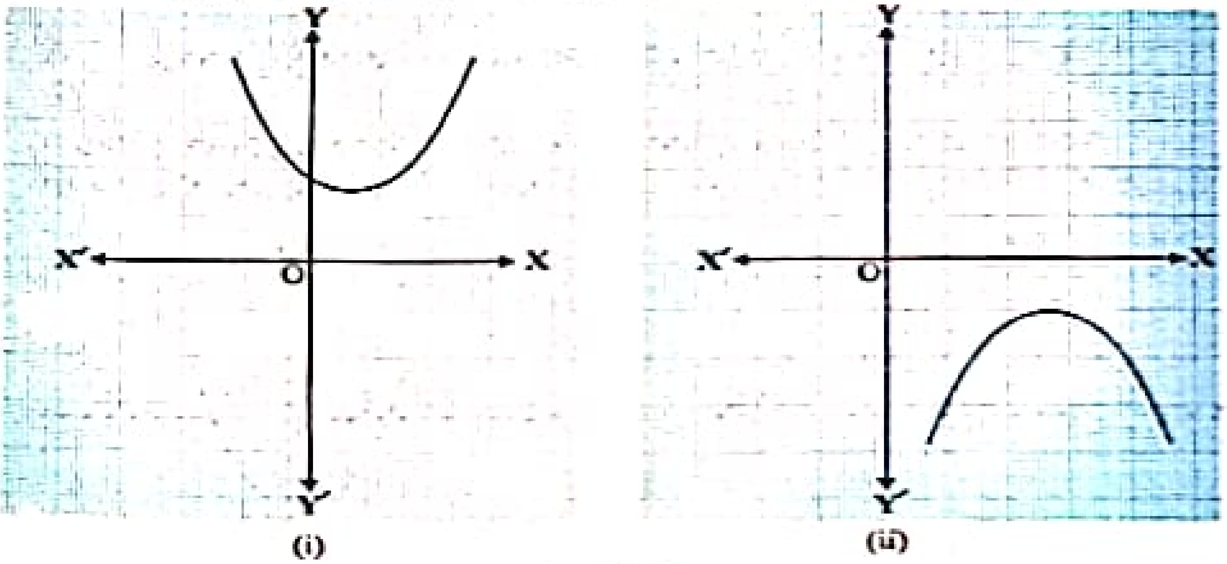


(i) (ii)

চিত্ৰ 2.4

এই ক্ষেত্ৰত $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ বাবে A বিন্দুৰ x-স্থানাংকটোৱে একমাত্ৰ শূন্য হ'ব।

ক্ষেত্ৰ (iii) : ইয়াত লেখটো হয় সম্পূৰ্ণভাৱে x-অক্ষৰ ওপৰফালে নহয় সম্পূৰ্ণভাৱে x-অক্ষৰ তলৰ ফালে থাকিব। সেয়ে ই x-অক্ষক কোনো বিন্দুতে নেকাটে (চিত্ৰ 2.5 চোৱা)।



চিত্ৰ 2.5

গতিকে $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ এই ক্ষেত্ৰত কোনো শূন্য নাথাকিব।

গতিকে জ্যামিতিকভাৱে আমি দেখা পাওঁ যে এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ হয়তো দুটা স্পষ্ট শূন্য থাকে বা দুটা একে সমান শূন্য (অৰ্থাৎ এটা শূন্য) থাকে নাইবা এটাও শূন্য নাথাকে। ইয়াৰ অৰ্থ এইটোৱেই যে এটা দুই মাত্ৰাৰ বহুপদৰ খুব বেছি দুটা শূন্য থাকে।

এতিয়া তোমালোকে এটা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ শূন্যবোৰৰ জ্যামিতিক অৰ্থ কি হ'ব বুলি আশা কৰা? আমি বিচাৰি চাওঁ আহা। $x^3 - 4x$ ত্ৰিঘাত বহুপদটোকে লোৱা। $y = x^3 - 4x$ ৰ লেখটো দেখাত কেনে হ'ব চাবলৈ হ'লে আমি তালিকা 2.2 ত দেখুওৱাৰ দৰে xৰ কিছুমান মানৰ অনুৰূপে কিছুমান yৰ মানৰ তালিকা উলিয়াওঁ আহা।

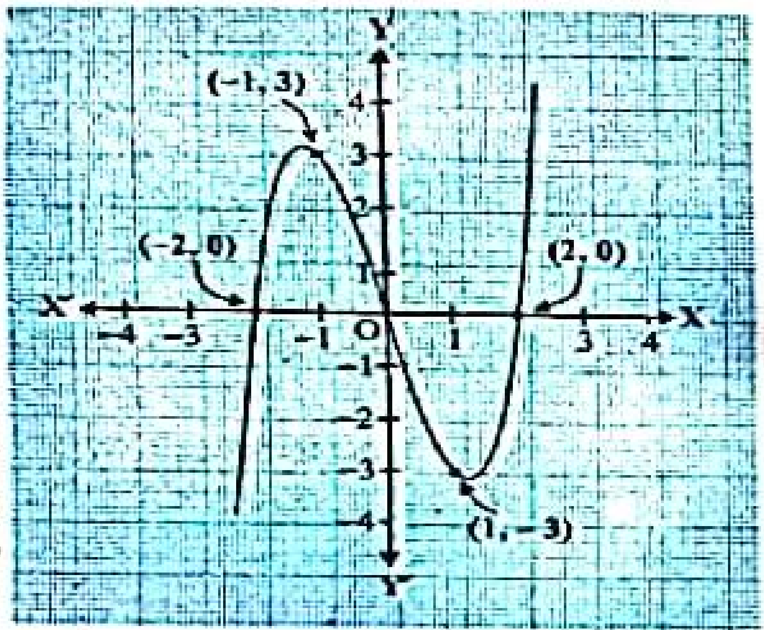
তালিকা 2.2

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^3 - 4x$	0	3	0	-3	0

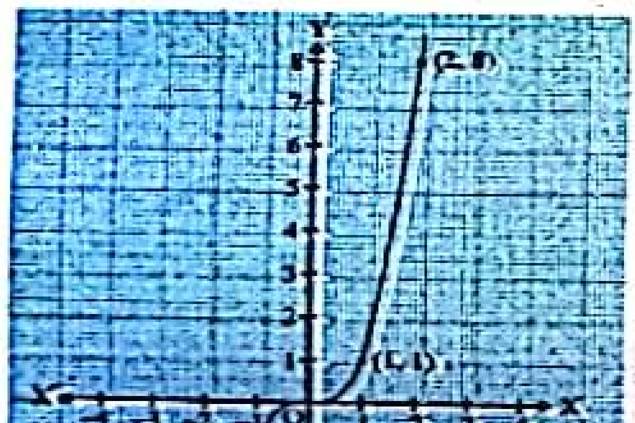
লেখ কাকত এখনত বিন্দুবোৰ স্থাপন কৰি আৰু লেখটো আঁকিলে আমি দেখা পাওঁ যে $y = x^3 - 4x$ৰ লেখটো প্ৰকৃততে চিত্ৰ 2.6ত দিয়াৰ দৰে হয়।

ওপৰৰ তালিকাখনৰপৰা আমি দেখোঁ যে, $x^3 - 3x$ বহুপদটোৰ শূন্যবোৰ – 2, 0 আৰু 2। লক্ষ্য কৰা যে, –2, 0 আৰু 2 সংখ্যাকেইটা প্ৰকৃততে $y = x^3 - 4x$ ৰ লেখটোৱে মাত্ৰ x-অক্ষক কটা বিন্দু কেইটাৰহে x-স্থানাংক। যিহেতু লেখটোৱে x-অক্ষক মাত্ৰ এই তিনিটা বিন্দুতহে কাটে, এই বিন্দুকেইটাৰ x-স্থানাংকবোৰেহে কেৱল বহুপদটোৰ শূন্য।

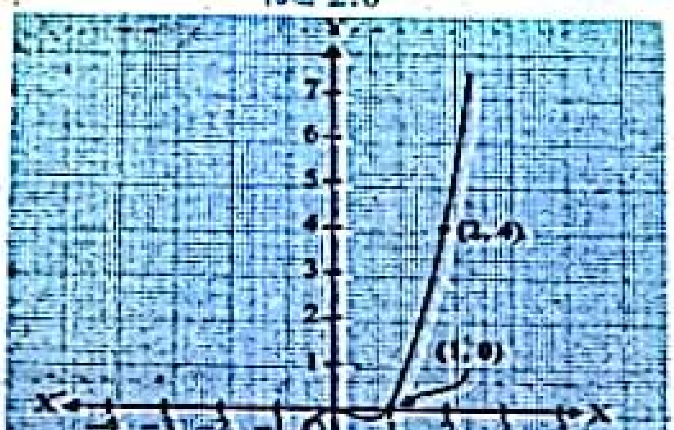
আমি আৰু কেইটামান উদাহৰণ লওঁ। x^3 আৰু $x^3 - x^2$ ত্ৰিঘাত বহুপদকেইটা লোৱা। চিত্ৰ 2.7 আৰু 2.8অত আমি $y = x^3$ আৰু $y = x^3 - x^2$ ৰ লেখ দুটা আঁকিছো।



চিত্ৰ 2.6



চিত্ৰ 2.7



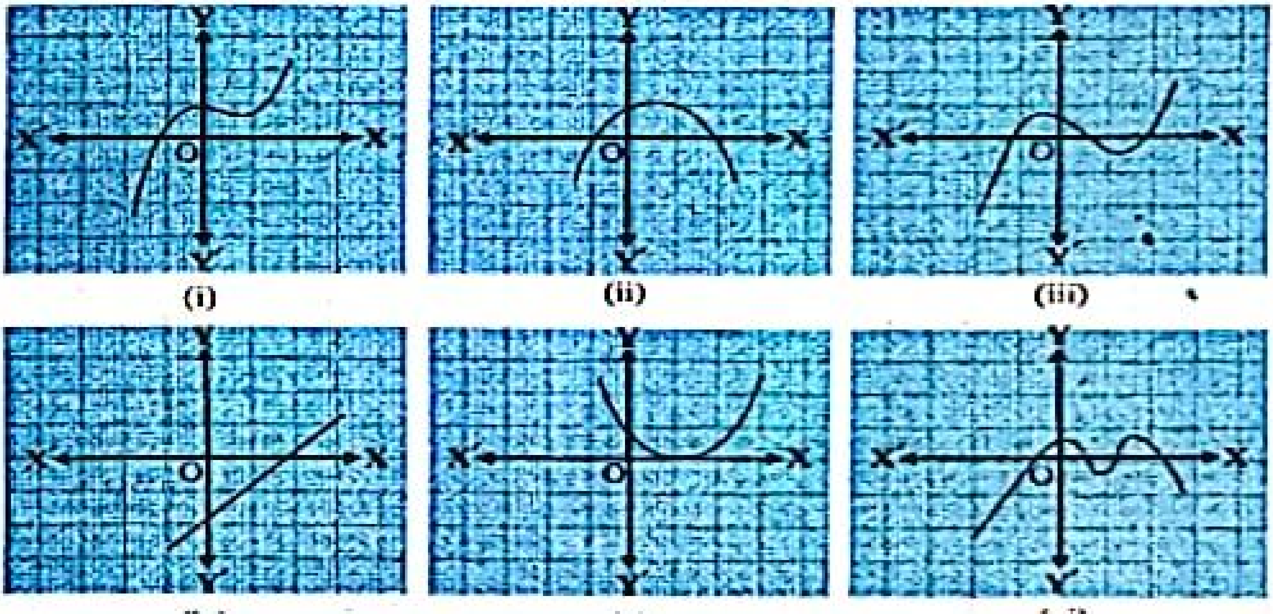
চিত্ৰ 2.8

লক্ষ্য কৰা, x^3 বহুপদটোৰ 0 টোৱে একমাত্ৰ শূন্য। আকৌ চিত্ৰ 2.7ৰ পৰা দেখা পাবা যে $y = x^3$ৰ লেখটোৱে x-অক্ষক কটা একমাত্ৰ বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক হ'ল 0। এক্ষেত্ৰে যিহেতু $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$, গতিকে $x^3 - x^2$ বহুপদটোৰ 0 আৰু 1 হে একমাত্ৰ শূন্য। আকৌ চিত্ৰ 2.8ৰ পৰা এই মানকেইটাই হ'ল $y = x^3 - x^2$ ৰ লেখটোৱে মাত্ৰ x-অক্ষক কটা বিন্দুকেইটাৰ x-স্থানাংক।

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাৰ পৰা আমি দেখিবলৈ পাওঁ যে— এটা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ খুব বেছি তিনিটা শূন্য থাকে। আনভাবাত, তিনি মাত্ৰাৰ এটা বহুপদৰ খুব বেছি তিনিটা শূন্য থাকে।

মন্তব্য (Remark) : সাধাৰণতে, n মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ $p(x)$ দিয়া থাকিলে, $y = p(x)$ ৰ লেখটোৱে x-অক্ষক খুব বেছি nটা বিন্দুত কাটে। গতিকে n মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ $p(x)$ৰ খুব বেছি nটা শূন্য থাকিব।

উদাহৰণ 1 : তলৰ চিত্ৰ 2.9ৰ লেখবোৰলৈ চোৱা। প্ৰতিটোৱে $p(x)$ বহুপদ এটাৰ ক্ষেত্ৰত $y = p(x)$ৰ লেখ। প্ৰতিটো লেখৰ ক্ষেত্ৰত $p(x)$ৰ শূন্যৰ সংখ্যা উলিওৱা।



চিত্ৰ 2.9

সমাধান :

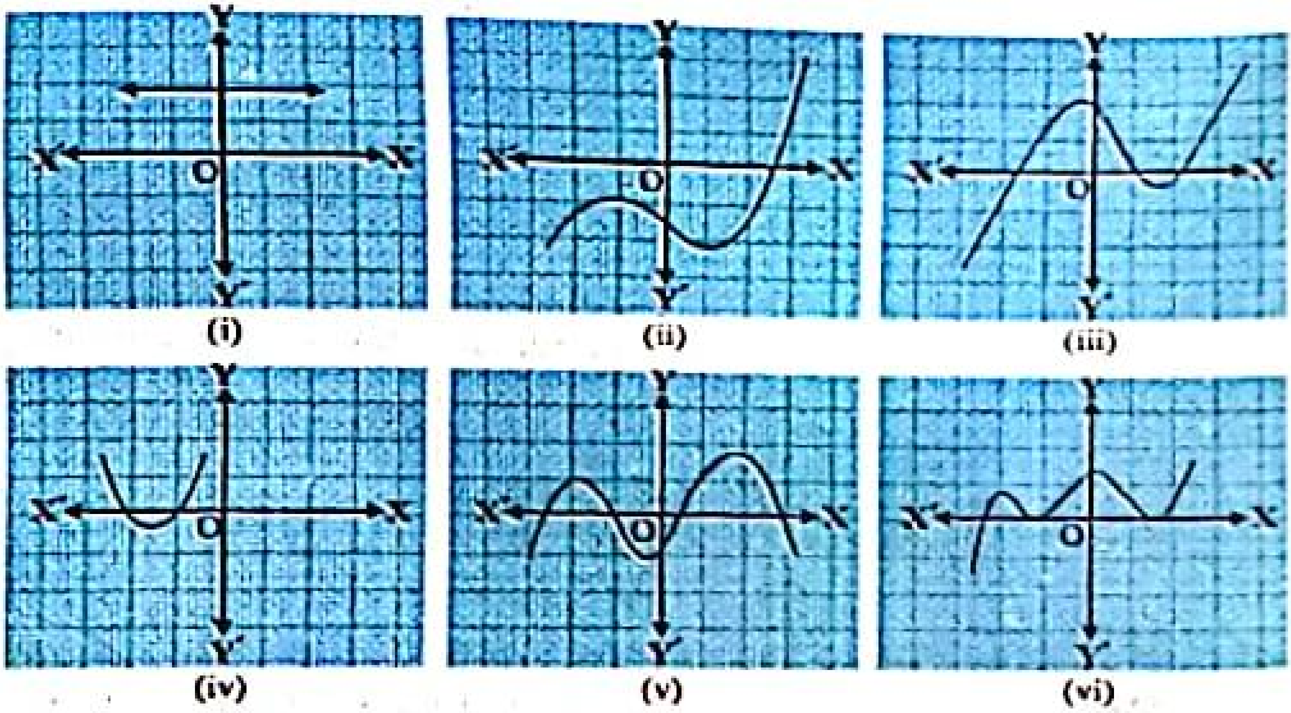
(i) যিহেতু লেখটোৱে x-অক্ষক মাত্ৰ এটা বিন্দুতহে কাটে, শূন্যৰ সংখ্যা 1।

(ii) যিহেতু লেখটোৱে x-অক্ষক মাত্ৰ দুটা বিন্দুতহে কাটে, শূন্যৰ সংখ্যা 2।

(iii) শূন্যৰ সংখ্যা 3 (কিয় ?)
(iv) শূন্যৰ সংখ্যা 1 (কিয় ?)
(v) শূন্যৰ সংখ্যা 1 (কিয় ?)
(vi) শূন্যৰ সংখ্যা 4 (কিয় ?)

অনুশীলনী 2.1

1. কিছুমান বহুপদ $p(x)$ৰ ক্ষেত্ৰত $y = p(x)$ ৰ লেখবোৰ তলৰ চিত্ৰ 2.10 ত দিয়া আছে। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $p(x)$ৰ শূন্যৰ সংখ্যা উলিওৱা।



চিত্ৰ 2.10

2.3 এটা বহুপদৰ শূন্য আৰু সহগৰ মাজৰ সম্পৰ্ক (Relationship between Zeroes and Coefficients of a Polynomial)

তোমালোকে ইতিমধ্যে দেখা পাইছা যে, এটা ৰৈখিক বহুপদ $ax + b$ ৰ শূন্যটো $-\frac{b}{a}$। আমি এতিয়া অনুচ্ছেদ 2.1ত উত্থাপন কৰা এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ শূন্য আৰু সহগৰ মাজৰ সম্পৰ্ক সম্বন্ধীয় প্ৰশ্নৰ উত্তৰ পাবলৈ চেষ্টা কৰিম। ইয়াৰ বাবে, আমি এটা দ্বিঘাত বহুপদ, যেনে $p(x) = 2x^2 - 8x + 6$ লওঁ

আছা। নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে দ্বিঘাত বহুপদ এটাক কিদৰে মাজৰ পদটোক দুভাগ কৰি উৎপাদক উলিয়াব শিকিছা। গতিকে, ইয়াত মধ্যপদ '$-8x$'ক দুটা পদৰ যোগফল হিচাপে ভাগ কৰিব লাগিব যাৰ পূৰণফল হ'ব $6 \times 2x^2 = 12x^2$। গতিকে আমি লিখোঁ

$$2x^2 - 8x + 6 = 2x^2 - 6x - 2x + 6 = 2x(x-3) - 2(x-3)$$
$$= (2x-2)(x-3) = 2(x-1)(x-3)$$

গতিকে $p(x) = 2x^2 - 8x + 6$ৰ মান শূন্য, যেতিয়া $x - 1 = 0$ বা $x - 3 = 0$, অৰ্থাৎ যেতিয়া $x = 1$ বা $x = 3$। গতিকে $2x^2 - 8x + 6$ ৰ শূন্যবোৰ 1 আৰু 3। লক্ষ্য কৰা যে

$$\text{শূন্য দুটাৰ সমষ্টি} = 1 + 3 = 4 = \frac{-(-8)}{2} = \frac{-(x\text{ৰ সহগ})}{x^2\text{ৰ সহগ}}$$

$$\text{শূন্য দুটাৰ গুণফল} = 1 \times 3 = 3 = \frac{6}{2} = \frac{\text{ধ্ৰুৱক পদ}}{x^2\text{ৰ সহগ}}$$

আমি আৰু এটা বহুপদ লওঁ, যেনে ধৰা $p(x) = 3x^2 + 5x - 2$, মধ্যপদটো ভাগ কৰা পদ্ধতিৰে,

$$3x^2 + 5x - 2 = 3x^2 + 6x - x - 2 = 3x(x+2) - 1(x+2)$$
$$= (3x-1)(x+2)$$

গতিকে, $3x^2 + 5x - 2$ৰ মান শূন্য হয়, যেতিয়া $3x - 1 = 0$ বা $x + 2 = 0$ অৰ্থাৎ যেতিয়া $x = \frac{1}{3}$ বা $x = -2$। গতিকে $3x^2 + 5x - 2$ৰ শূন্য দুটা $\frac{1}{3}$ আৰু -2। লক্ষ্য কৰা যে,

$$\text{শূন্য দুটাৰ সমষ্টি} = \frac{1}{3} + (-2) = \frac{-5}{3} = \frac{-(x\text{ৰ সহগ})}{x^2\text{ৰ সহগ}}$$

$$\text{শূন্য দুটাৰ গুণফল} = \frac{1}{3} \times (-2) = \frac{-2}{3} = \frac{\text{ধ্ৰুৱক পদ}}{x^2\text{ৰ সহগ}}$$

সাধাৰণতে যদি $p(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$, বহুপদটোৰ α* আৰু β* শূন্য, তেন্তে তোমালোকে জানা যে $x - \alpha$ আৰু $x - \beta$ দুয়ো $p(x)$ৰ উৎপাদক। সেইকাৰণে

$$ax^2 + bx + c = k(x-\alpha)(x-\beta), \text{ য'ত } k \text{ এটা ধ্ৰুৱক}$$
$$= k[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta]$$
$$= kx^2 - k(\alpha+\beta)x + k\alpha\beta$$

দুয়োপিনে x^2, x আৰু ধ্ৰুৱক পদবোৰৰ সহগবোৰ তুলনা কৰিলে, আমি পাওঁ—

* α, β আদি গ্ৰীক অক্ষৰ, পঢ়া হয় অনুক্ৰমে 'আলফা' আৰু 'বিটা' বুলি, পিছলৈ আমি আৰু এটা অক্ষৰ γ ব্যৱহাৰ কৰিম, পঢ়া হয় 'গামা' বুলি।

$a = k$, $b = -k(\alpha + \beta)$ আৰু $c = k\alpha\beta$.

ইয়াৰ পৰা, $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$,

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

অৰ্থাৎ শূন্য দুটাৰ সমষ্টি $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(x \text{ ৰ সহগ})}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$,

শূন্য দুটাৰ গুণফল $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{ধ্ৰুৱক পদ}}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$

আহি কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ :

উদাহৰণ 2 : $x^2 + 7x + 10$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ শূন্যবোৰ উলিওৱা আৰু এই শূন্য আৰু সহগবোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান : আমি পাওঁ, $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$

গতিকে $x^2 + 7x + 10$ ৰ মান শূন্য হ'ব যেতিয়া $x + 2 = 0$ বা $x + 5 = 0$, অৰ্থাৎ যেতিয়া $x = -2$ বা $x = -5$। গতিকে $x^2 + 7x + 10$ৰ শূন্য দুটা -2 আৰু -5।

∴ এতিয়া শূন্য দুটাৰ সমষ্টি $= -2 + (-5) = -7 = \frac{-(7)}{1} = \frac{-(x \text{ ৰ সহগ})}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$

শূন্য দুটাৰ গুণফল $= (-2) \times (-5) = 10 = \frac{10}{1} = \frac{\text{ধ্ৰুৱক পদ}}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$

উদাহৰণ 3 : $x^2 - 3$ বহুপদটোৰ শূন্য উলিওৱা আৰু এই শূন্যবোৰৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ অভেদটো মনত পেলোৱা। এইটো ব্যৱহাৰ কৰি আমি লিখিব পাৰো

$$x^2 - 3 = \left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right)$$

গতিকে $x^2 - 3$ৰ মান শূন্য হ'ব যেতিয়া $x = \sqrt{3}$ বা $x = -\sqrt{3}$.

সেয়ে $x^2 - 3$ৰ শূন্যদুটা $\sqrt{3}$ আৰু $-\sqrt{3}$.

এতিয়া, শূন্য দুটাৰ সমষ্টি $= \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 = \dfrac{-(x \text{ ৰ সহগ})}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$

শূন্য দুটাৰ গুণফল $= (\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = -3 = \dfrac{-3}{1} = \dfrac{\text{ধ্ৰুৱক পদ}}{x^2 \text{ ৰ সহগ}}$

উদাহৰণ 4 : এটা দ্বিঘাত বহুপদ উলিওৱা যাৰ শূন্য দুটাৰ সমষ্টি আৰু গুণফল দুটা যথাক্ৰমে -3 আৰু 2।

সমাধান : ধৰা দ্বিঘাত বহুপদটো $ax^2 + bx + c$ আৰু ইয়াৰ শূন্য দুটা α আৰু β। আমি পাওঁ,

$$\alpha + \beta = -3 = \frac{-b}{a},$$

আৰু $$\alpha\beta = 2 = \frac{c}{a}$$

যদি $a = 1$, তেন্তে $b = 3$ আৰু $c = 2$। গতিকে প্ৰদত্ত চৰ্ত পূৰ কৰা এটা বহুপদ হ'ব $x^2 + 3x + 2$।

তোমালোকে পৰীক্ষা কৰিব পাৰা যে এইবোৰ চৰ্ত পূৰ কৰা অইন যিকোনো দ্বিঘাত বহুপদেই $k(x^2 + 3x + 2)$ আকাৰৰ হ'ব, য'ত k এটা বাস্তৱ সংখ্যা।

আমি এতিয়া ত্ৰিঘাত বহুপদবোৰলৈ চাওঁ। তোমালোকে এই ত্ৰিঘাত বহুপদবোৰৰ শূন্য আৰু সহগবোৰৰ মাজতো একে ধৰণৰ সম্পৰ্কই থাকিব বুলি ভাবানে?

আমি লওঁ, $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$।

পৰীক্ষা কৰা যে, $p(x) = 0$ হ'ব, যেতিয়া $x = 4, -2$ আৰু $\frac{1}{2}$। যিহেতু $p(x)$ৰ খুব বেছি তিনিটাহে শূন্য থাকিব পাৰে, এইকেইটাই $2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$ৰ শূন্য হ'ব।

এতিয়া শূন্য তিনিটাৰ সমষ্টি $= 4 + (-2) + \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{2} = \dfrac{-(x \text{ ৰ সহগ})}{x^3 \text{ ৰ সহগ}}$

শূন্য তিনিটাৰ গুণফল $= 4 \times (-2) \times \dfrac{1}{2} = -4 = \dfrac{-8}{2} = \dfrac{-(\text{ধ্ৰুৱক পদ})}{x^3 \text{ ৰ সহগ}}$

হ'লেও, ইয়াত আৰু এটা সম্পৰ্ক আছে। শূন্যবোৰ একেলগে দুটা দুটাকৈ লৈ কৰা গুণফলকেইটাৰ সমষ্টি লোৱা। আমি পাওঁ,

$$\{4 \times (-2)\} + \left\{(-2) \times \frac{1}{2}\right\} + \left\{\frac{1}{2} \times 4\right\}$$

$$= -8 - 1 + 2 = -7 = \frac{-14}{2} = \frac{x\text{ৰ সহগ}}{x^3\text{ৰ সহগ}}$$

সাধাৰণতে, এইটো প্ৰমাণ কৰিব পাৰি যে, যদি α, β, γ ঘাত $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ত্ৰিঘাত বহুপদটোৰ শূন্য হয়, তেন্তে

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a},$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a},$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$$

এটা উদাহৰণ চাওঁ

উদাহৰণ 5* : সত্যাপন কৰা যে, 3, −1, $-\frac{1}{3}$ সংখ্যাকেইটা $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ ত্ৰিঘাত বহুপদটোৰ শূন্য। লিখক এই শূন্য আৰু সহগবোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক সত্যাপন কৰা।

সমাধান : প্ৰদত্ত বহুপদটোক $ax^3 + bx^2 + cx + d$ৰ লগত বিজাই আমি পাওঁ,

$a = 3, b = -5, c = -11, d = -3.$

অনুৰূপে $p(3) = 3 \times 3^3 - (5 \times 3^2) - (11 \times 3) - 3 = 81 - 45 - 33 - 3 = 0,$

$p(-1) = 3 \times (-1)^3 - 5 \times (-1)^2 - 11 \times (-1) - 3 = -3 - 5 + 11 - 3 = 0,$

$$p\left(-\frac{1}{3}\right) = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 11 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 3,$$

$$= -\frac{1}{9} - \frac{5}{9} + \frac{11}{3} - 3 = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$$

সেয়ে 3, −1 আৰু $-\frac{1}{3}$ সংখ্যাকেইটা $3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ৰ শূন্য।

---

* পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নহয়।

গতিকে আমি ল'ম $\alpha = 3$, $\beta = -1$ আৰু $\gamma = -\frac{1}{3}$।

এতিয়া,

$$\alpha + \beta + \gamma = 3 + (-1) + \left(-\frac{1}{3}\right) = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = \frac{-(-5)}{3} = \frac{-b}{a},$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3 \times (-1) + (-1) \times \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) \times 3 = -3 + \frac{1}{3} - 1 = \frac{-11}{3} = \frac{c}{a},$$

$$\alpha\beta\gamma = 3 \times (-1) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 = \frac{-(-3)}{3} = \frac{-d}{a}.$$

অনুশীলনী 2.2

1. তলৰ দ্বিঘাত বহুপদবোৰৰ শূন্য উলিওৱা আৰু এই শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক সত্যাপন কৰা।

   (i) $x^2 - 2x - 8$ (ii) $4s^2 - 4s + 1$ (iii) $6x^2 - 3 - 7x$

   (iv) $4u^2 + 8u$ (v) $t^2 - 15$ (vi) $3x^2 - x - 4$

2. তলৰ যোৰকেইটাৰ সংখ্যা দুটাক ক্ৰমে শূন্যবোৰৰ সমষ্টি আৰু গুণফল হিচাপে ধৰি প্ৰত্যেকৰ ক্ষেত্ৰত একোটা দ্বিঘাত বহুপদ নিৰ্ণয় কৰা।

   (i) $\frac{1}{4}, -1$ (ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$ (iii) $0, \sqrt{5}$

   (iv) $1, 1$ (v) $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ (vi) $4, 1$

2.4 বহুপদৰ বিভাজন কলনবিধি (Division Algorithm for Polynomials)

তোমালোকে জানা যে এটা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ খুব বেছি তিনিটা শূন্য থাকে। যদি তোমাক মাত্ৰ এটা শূন্য দিয়া থাকে, তুমি বাকী দুটা উলিয়াব পাৰিবানে? এইটো চাবলৈ, $x^3 - 3x^2 - x + 3$ ত্ৰিঘাত বহুপদটো বাচি লওঁ। যদি আমি তোমাক কৈ দিওঁ ইয়াৰ শূন্যবোৰৰ এটা 1, তেন্তে তুমি জানা যে $x^3 - 3x^2 - x + 3$ৰ এটা উৎপাদক হ'ল $x - 1$। গতিকে তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত শিকি অহাৰ দৰে $x^3 - 3x^2 - x + 3$ক $x - 1$ৰে হৰণ কৰিব পাৰা যাতে ভাগফল $x^2 - 2x - 3$ পোৱা।

পিছত $x^2 - 2x - 3$ৰ মধ্যপদটো ভাগ কৰিলে ইয়াৰ উৎপাদক $(x + 1)(x - 3)$ হিচাপে পাবা।

ইয়ে তোমাক দিব, $x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)$$

গতিকে এতিয়া ত্ৰিঘাত বহুপদটোৰ গোটেই তিনিটা শূন্যই $1, -1, 3$ বুলি তুমি জানিলা।

আমি এতিয়া অলপ বিতংভাৱে এটা বহুপদক আন এটা বহুপদেৰে ভাগ কৰা পদ্ধতি আলোচনা কৰে। ইয়াৰ সোপানবোৰ বিধিগতভাৱে মন কৰাৰ আগতে, এটা উদাহৰণ লোৱা।

উদাহৰণ 6 : $x + 2$ ৰে $2x^2 + 3x + 1$ ক হৰণ কৰা।

$$\begin{array}{r|l} & 2x - 1 \\ \hline x+2 & 2x^2 + 3x + 1 \\ & \underline{2x^2 + 4x} \\ & \quad\; - \quad - \\ & -x + 1 \\ & \underline{-x - 2} \\ & \quad + \quad + \\ & 3 \end{array}$$

সমাধান : মন কৰা যে এটা হৰণ প্ৰণালীত আমি ভাগক্ৰিয়া শেষ কৰো যদি ভাগশেষ শূন্য হয় নাইবা যদি ভাজকটোৰ মাত্ৰাতকৈ ভাগশেষৰ মাত্ৰা কম হয়। গতিকে ইয়াত ভাগফল $2x - 1$ আৰু ভাগশেষ 3। আকৌ

$$(2x-1)(x+2) + 3 = 2x^2 + 3x - 2 + 3$$
$$= 2x^2 + 3x + 1$$

অৰ্থাৎ $2x^2 + 3x + 1 = (x+2)(2x-1) + 3$

গতিকে, ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ।

আমি এতিয়া এই প্ৰণালীটোক এটা বহুপদক এটা দ্বিঘাত বহুপদেৰে হৰণ কৰালৈকে বিস্তাৰ কৰো আহা।

উদাহৰণ 7 : $3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ক $1 + 2x + x^2$ ৰে হৰণ কৰা।

$$\begin{array}{r|l} & 3x - 5 \\ \hline x^2 + 2x + 1 & 3x^3 + x^2 + 2x + 5 \\ & \underline{3x^3 + 6x^2 + 3x} \\ & \quad - \quad\; - \quad\; - \\ & -5x^2 - x + 5 \\ & \underline{-5x^2 - 10x - 5} \\ & \quad + \quad\; + \quad\; + \\ & 9x + 10 \end{array}$$

সমাধান : আমি প্ৰথমে ভাজ্য আৰু ভাজক পদবোৰ সিহঁতৰ মাত্ৰাৰ অধঃক্ৰম অনুসৰি সজাই লওঁ। মনত পেলোৱা যে পদবোৰক এইদৰে ক্ৰমত সজাই লোৱাকেই বহুপদবোৰক আদৰ্শ ঠাঁচত লিখা বুলি কোৱা হয়। এই উদাহৰণত ভাজ্যটো ইতিমধ্যে আদৰ্শ ঠাঁচত আছেই আৰু ভাজকটোৰ আদৰ্শ ঠাঁচ হ'ল $x^2 + 2x + 1$।

সোপান 1 : ভাগফলৰ প্ৰথমটো পদ পাবলৈ ভাজ্যৰ উচ্চতম মাত্ৰাৰ পদটোক (অৰ্থাৎ $3x^3$) ভাজকৰ উচ্চতম ঘাতৰ পদটোৰে (অৰ্থাৎ x^2) হৰণ কৰা। এইটো $3x$। পিছত হৰণ প্ৰণালীটো চলাই যোৱা। যি বাকী থাকে সেইটো $-5x^2 - x + 5$।

সোপান 2 : এতিয়া, ভাগফলৰ দ্বিতীয়টো পদ পাবলৈ, নতুন ভাজ্যৰ উচ্চতম ঘাত থকা পদটোক (অৰ্থাৎ $-5x^2$ক) ভাজকৰ উচ্চতম ঘাত থকা পদটোৰে (অৰ্থাৎ x^2ৰে) হৰণ কৰা। ইয়েই দিব -5। আকৌ হৰণ প্ৰণালীটো $-5x^2 - x + 5$ৰ সৈতে চলাই থাকা।

সোপান 3 : যি বাকী থাকে সেইটো $9x + 10$। এতিয়া $9x + 10$ৰ মাত্ৰা ভাজক $x^2 + 2x + 1$ৰ মাত্ৰাতকৈ কম। গতিকে আমি হৰণ ক্ৰিয়া ইয়াৰ পিছলৈকে চলাই থাকিব নোৱাৰিম।

গতিকে, ভাগফল হ'ল $3x - 5$, ভাগশেষ হ'ল $9x + 10$। আকৌ

$$(x^2 + 2x + 1) \times (3x - 5) + (9x + 10) = 3x^3 + 6x^2 + 3x - 5x^2 - 10x - 5 + 9x + 10$$
$$= 3x^3 + x^2 + 2x + 5$$

ইয়াৰপৰা আকৌ, আমি দেখিবলৈ পালো যে,

ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ।

ইয়াত আমি যি প্ৰয়োগ কৰিলো সি তোমালোকে অধ্যায়-1 ত অধ্যয়ন কৰি অহা ইউক্লিডৰ বিভাজন কলনবিধিৰ সদৃশ। ইয়ে কয় যে—

যদি $p(x)$ আৰু $g(x)$ দুটা বহুপদ যাতে $g(x) \neq 0$, তেন্তে আমি বহুপদ $q(x)$ আৰু $r(x)$ উলিয়াব পাৰো যাতে,

$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$,

য'ত $r(x) = 0$ বা $r(x)$ৰ মাত্ৰা < $g(x)$ৰ মাত্ৰা।

এই ফলনটোক বহুপদৰ ক্ষেত্ৰত বিভাজন কলনবিধি বোলা হয়।

ইয়াৰ ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ আমি এতিয়া কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা :

উদাহৰণ 8 : $x - 1 - x^2$ৰে $3x^2 - x^3 - 3x + 5$ক হৰণ কৰা আৰু বিভাজন কলনবিধিটো সত্যাপন কৰা।

সমাধান : লক্ষ্য কৰা যে প্ৰদত্ত বহুপদকেইটা আদৰ্শ ঠাঁচত নাই। হৰণ ক্ৰিয়া চলাবলৈ, আমি প্ৰথমে ভাজ্য আৰু ভাজক উভয়কে সিহঁতৰ অধঃক্ৰমত লিখি ল'ম।

গতিকে ভাজ্য $= -x^3 + 3x^2 - 3x + 5$ আৰু ভাজক $= -x^2 + x - 1$।

$$\begin{array}{r|l} & x - 2 \\ -x^2 + x - 1 & -x^3 + 3x^2 - 3x + 5 \\ & -x^3 + x^2 - x \\ & \underline{+ \quad - \quad +} \\ & 2x^2 - 2x + 5 \\ & 2x^2 - 2x + 2 \\ & \underline{- \quad + \quad -} \\ & 3 \end{array}$$

হৰণ প্ৰণালীটো সোঁহাতে দেখুওৱা হ'ল। আমি ইয়াতেই বন্ধ কৰিম কাৰণ 3ৰ মাত্ৰা $= 0 < 2$

$= (-x^2 + x - 1)$ৰ মাত্ৰা

গতিকে ভাগফল $= x - 2$, ভাগশেষ $= 3$।

এতিয়া, ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ

$= (-x^2 + x - 1)(x - 2) + 3$

$= -x^3 + x^2 - x + 2x^2 - 2x + 2 + 3$

$= -x^3 + 3x^2 - 3x + 5$

= ভাজ্য

এইদৰে বিভাজন কলনবিধি সত্যাপন কৰা হ'ল।

উদাহৰণ 9 : $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ ৰ আটাইবোৰ শূন্য উলিওৱা, যদি তুমি জানা যে ইয়াৰ দুটা শূন্য $\sqrt{2}$ আৰু $-\sqrt{2}$ ।

সমাধান : যিহেতু দুটা শূন্য $\sqrt{2}$ আৰু $-\sqrt{2}$, গতিকে $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = x^2 - 2$ প্ৰদত্ত বহুপদটোৰ এটা উৎপাদক। এতিয়া আমি প্ৰদত্ত বহুপদটোক $x^2 - 2$ৰে হৰণ কৰিম।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 - 3x + 1 \\
\hline
x^2 - 2 & 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 \\
 & \underline{\overset{-}{2x^4} \qquad \overset{+}{-4x^2}} \\
 & -3x^3 + x^2 + 6x - 2 \\
 & \underline{\overset{+}{-3x^3} \qquad \overset{-}{+6x}} \\
 & x^2 - 2 \\
 & \underline{\overset{-}{x^2} \qquad \overset{+}{-2}} \\
 & 0
\end{array}
$$

ভাগফলৰ প্ৰথমপদ $\frac{2x^4}{x^2} = 2x^2$

ভাগফলৰ দ্বিতীয় পদ $\frac{-3x^3}{x^2} = -3x$

ভাগফলৰ তৃতীয় পদ $\frac{x^2}{x^2} = 1$

গতিকে $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = (x^2 - 2)(2x^2 - 3x + 1)$।

এতিয়া $-3x$ক ভাগ কৰি আমি $2x^2 - 3x + 1$ ক উৎপাদক কৰি পাওঁ $(2x - 1)(x - 1)$। গতিকে ইয়াৰ শূন্যকেইটা $x = \frac{1}{2}$ আৰু $x = 1$। সেয়ে প্ৰদত্ত বহুপদটোৰ শূন্যবোৰ হ'ব $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$ আৰু 1।

অনুশীলনী 2.3

1. $p(x)$ বহুপদটোক $g(x)$ বহুপদটোৰে হৰণ কৰা আৰু প্ৰতিটোৰে ক্ষেত্ৰত ভাগফল আৰু ভাগশেষ নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, $g(x) = x^2 - 2$
   (ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$, $g(x) = x^2 + 1 - x$
   (iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6$, $g(x) = 2 - x^2$
2. দ্বিতীয় বহুপদটোক প্ৰথম বহুপদেৰে হৰণ কৰি প্ৰথম বহুপদটো দ্বিতীয় বহুপদটোৰ এটা উৎপাদক হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা :
   (i) $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$
   (ii) $x^2 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$
   (iii) $x^3 - 3x + 1, x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$
3. যদি দুটা শূন্য $\sqrt{\frac{5}{3}}$ আৰু $-\sqrt{\frac{5}{3}}$, তেন্তে $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ৰ বাকী আটাইবোৰ শূন্য উলিওৱা।
4. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ ক এটা বহুপদ $g(x)$ৰে হৰণ কৰাত ভাগফল $x - 2$ আৰু ভাগশেষ $-2x + 4$ পোৱা গ'ল। $g(x)$ উলিওৱা।
5. কেইটামান বহুপদ $p(x), g(x), q(x)$ আৰু $r(x)$ৰ উদাহৰণ দিয়া যাতে ইহঁতে বিভাজন কলনবিধি সিদ্ধ কৰে আৰু
   (i) $p(x)$ৰ মাত্ৰা = $q(x)$ৰ মাত্ৰা (ii) $q(x)$ৰ মাত্ৰা = $r(x)$ৰ মাত্ৰা (iii) $r(x)$ৰ মাত্ৰা = 0

অনুশীলনী 2.4 (ঐচ্ছিক)*

1. সত্যাপন কৰা যে তলত ত্ৰিঘাত বহুপদৰ লগে লগে দিয়া সংখ্যাকেইটা ইহঁতৰ শূন্য হ'ব। আকৌ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে শূন্য আৰু সহগৰ মাজৰ সম্পৰ্কও সত্যাপন কৰা।
   (i) $2x^3 + x^2 - 5x + 2;\ \frac{1}{2}, 1, -2$ (ii) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2;\ 2, 1, 1$
2. এটা ত্ৰিঘাত বহুপদ উলিওৱা যাৰ শূন্যবোৰৰ সমষ্টি, শূন্যবোৰ দুটা দুটাকৈ লৈ কৰা গুণফলবোৰৰ সমষ্টি আৰু শূন্যবোৰৰ গুণফলটো যথাক্ৰমে 2, –7 আৰু –14 হয়।
3. যদি $x^3 - 3x^2 + x + 1$ বহুপদটোৰ শূন্য তিনিটা $a - b, a$ আৰু $a + b$ হয় তেন্তে a আৰু b কিমান?
4. যদি $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ বহুপদটোৰ দুটা শূন্য $2 \pm \sqrt{3}$, তেন্তে আন শূন্যবোৰ উলিওৱা।

*এই অনুশীলনীটো পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰপৰা নহয়।

5. যদি $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ বহুপদটোক আন এটা বহুপদ $x^2 - 2x + k$ বে হৰণ কৰা হয়, তেন্তে ভাগশেষ ওলায় $x + a$। k আৰু a উলিওৱা।

2.5 সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলৰ কথাবোৰ পঢ়িলা :

1. 1, 2 আৰু 3 মাত্ৰাৰ বহুপদবোৰক যথাক্ৰমে ৰৈখিক, দ্বিঘাত আৰু ত্ৰিঘাত বহুপদ বোলে।
2. বাস্তৱ সহগৰ, x ত দ্বিঘাত এটা বহুপদ $ax^2 + bx + c$ আৰ্হিৰ, য'ত a, b আৰু c বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$।
3. এটা বহুপদ $p(x)$ ৰ শূন্যকেইটা সঠিকভাৱে $y = p(x)$ৰ লেখটোৱে x-অক্ষক কটা বিন্দুবোৰৰ x-স্থানাংক।
4. এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ শূন্য খুব বেছি 2টা থাকিব পাৰে আৰু এটা ত্ৰিঘাত বহুপদৰ শূন্য খুব বেছি 3 টা থাকিব পাৰে।
5. যদি α আৰু β দ্বিঘাত বহুপদ $ax^2 + bx + c$ৰ শূন্য, তেন্তে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$।
6. যদি α, β, γ ত্ৰিঘাত বহুপদ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ৰ শূন্য তেন্তে

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a},$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a},$$

আৰু $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$.

7. বিভাজন কলনবিধিয়ে বৰ্ণনা কৰে যে— যিকোনো বহুপদ $p(x)$ আৰু এটা অশূন্য বহুপদ $g(x)$ দিয়া থাকিলে, এনে বহুপদ $q(x)$ আৰু $r(x)$ পোৱা যায়, যাতে

$$p(x) = g(x)\, q(x) + r(x),$$

য'ত $r(x) = 0$ নাইবা মাত্ৰা $r(x)$ < মাত্ৰা $g(x)$.