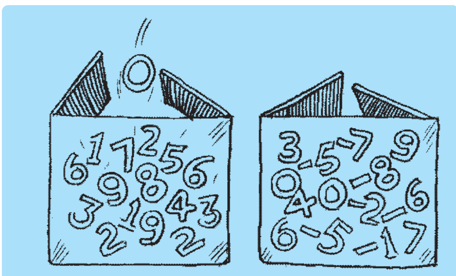
باب 1

صحیح اعداد

1.1 تعارف (Introduction)



ہم نے چھٹی کلاس میں مکمل اعداد اور صحیح اعداد کے بارے میں پڑھا ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ صحیح اعداد نمبروں کے ایک بڑے مجموعے کو تشکیل دیتے ہیں جن میں مکمل اعداد اور منفی اعداد شامل ہوتے ہیں۔ آپ مکمل اعداد اور صحیح اعداد کے بیچ اور کون کون سے فرق پاتے ہیں؟ اس سبق میں ہم صحیح اعداد کے بارے میں مزید پڑھیں گے۔ اولاً ہم نے پچھلی جماعت میں صحیح اعداد کے بارے میں جو کچھ سیکھا ہے اُسے دہرائیں گے۔

1.2 تجدید (Recall)

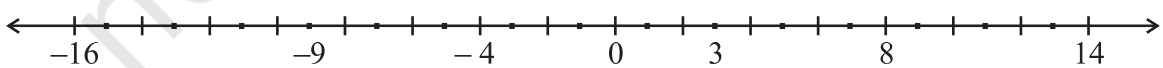
ہم جانتے ہیں کہ صحیح اعداد کو عددی خط پر کس طرح ظاہر کرتے ہیں۔ کچھ صحیح اعداد نیچے دیے گئے عددی خط پر ظاہر کیے گئے ہیں۔

کیا آپ ظاہر کئے گئے صحیح اعداد کو بڑھتی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟ ان اعداد کی بڑھتی ترتیب ہے:

$-5, -1, 3.$

ہم نے 5- کو سب سے چھوٹے عدد کے طور پر کیوں منتخب کیا؟

درج ذیل عددی خط پر کچھ صحیح اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے۔ ان صحیح اعداد کو گھٹتی ترتیب میں لکھیے۔

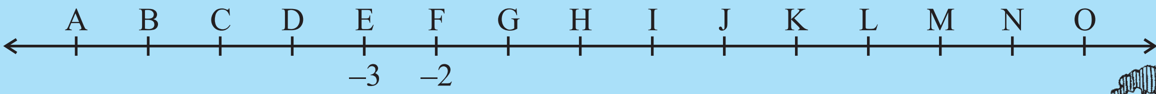


ان صحیح اعداد کی گھٹتی ترتیب ہے۔ ....,3 ,8 ,14

اوپر دیے گئے عددی خط پر چند صحیح اعداد دکھائے گئے ہیں۔ ہر ڈاٹ کے لیے مناسب اعداد لکھیے۔

کوشش کیجیے:

-1 نیچے دیا ہوا عددی خط صحیح اعداد کو ظاہر کرتا ہے۔



-3 اور -2 کی نشاندہی بالترتیب E اور F سے کی گئی۔ B، D، H، J، M اور O کن صحیح اعداد کو ظاہر کرتے ہیں؟

2 7، –5، 4، 0 اور -4 کو بڑھتی ترتیب میں رکھیے اور اپنے جواب کی جانچ کرنے کے لیے ان اعداد کو عددی خط پر دکھایئے۔

اپنے جواب کی جانچ کرنے کے لیے ان اعداد کو عددی خط پر دکھایئے۔

صحیح اعداد کی جمع اور تفریق ہم گذشتہ جماعت میں کر چکے ہیں۔ درج ذیل بیانات کو پڑھیے۔

کسی عددی خط پر

(i) ایک مثبت صحیح عدد کو جوڑنے کے لیے ہم دائیں جانب بڑھتے ہیں

(ii) ایک منفی صحیح عدد کو جوڑنے کے لیے ہم بائیں جانب بڑھتے ہیں

(iii) ایک مثبت صحیح عدد کو گھٹانے کے لیے ہم بائیں جانب بڑھتے ہیں

(iv) ایک منفی صحیح عدد کو گھٹانے کے لیے ہم دائیں جانب بڑھتے ہیں

بتایئے کیا درج ذیل بیانات درست ہیں یا نہیں۔ غلط بیانات کو درست کیجیے۔

(i) دو مثبت صحیح اعداد کو جوڑنے پر ہمیں ایک مثبت صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

(ii) دو منفی صحیح اعداد کو جوڑنے پر ہمیں ایک مثبت صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

(iii) ایک مثبت اور ایک منفی صحیح عدد کو جوڑنے پر ہمیں ہمیشہ ایک منفی صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

(iv) صحیح عدد 8 کا جمعی معکوس (–8) ہے اور (–8) کا جمعی معکوس 8 ہے۔

(v) تفریق کے لیے ہم صحیح عدد کے جمعی معکوس کو جوڑ دیتے ہیں جو کہ دوسرے صحیح عدد میں سے گھٹا دیا جاتا ہے۔

(vi) $(-10)+3=10-3$

(vii) $8+(-7)-(-4)=8+7-4$

اپنے جوابات کو نیچے دیے گئے جوابوں سے ملایئے۔

(i) درست۔ مثال کے طور پر

(a) $56 + 73 = 129$ (b) $113+82 =195$

اس بیان کی تصدیق کے لیے پانچ مثالیں اور دیجیے۔

(ii) غلط۔ کیونکہ $(-6)+(-7)=-13$ جو ایک مثبت صحیح عدد نہیں ہے۔ درست بیان ہوگا: دو منفی صحیح اعداد کو جوڑنے پر ہمیں ایک منفی صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر،

(a) $(-56)+(-73)= -129$ (b) $(-113)+(-82)=-195$

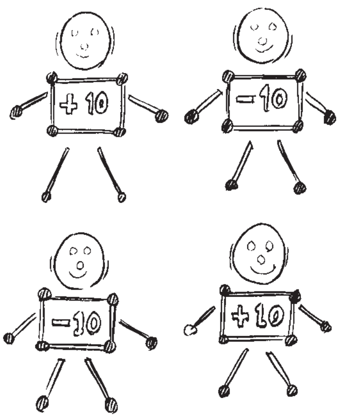
اس بیان کی تصدیق کے لیے پانچ مثالیں اور بنائیے۔

(iii) $-9+16=7$ جو کہ ایک منفی عدد نہیں ہے۔ درست بیان ہوگا:

غلط، کیوں کہ ایک مثبت اور ایک منفی صحیح عدد کو جوڑنے پر ہم ان دونوں اعداد کا فرق معلوم کرتے ہیں اور بڑے صحیح عدد کا نشان لگا دیتے ہیں۔ بڑے صحیح عدد کا فیصلہ دونوں صحیح اعداد کو ان کے نشانوں سے الگ کر کے کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر۔

(a) $(-56)+(73)=17$ (b) $(-113)+82= -31$

(c) $16+(-23)= -7$ (d) $125+(-101)=24$



اس بیان کی تصدیق کے لیے پانچ مثالیں اور بنائیے۔

(iv) درست۔ جمعی معکوس کی کچھ اور مثالیں نیچے دی جا رہی ہیں۔

صحیح اعداد	جمعی معکوس
10	−10
−10	10
76	−76
−76	76

لہٰذا، کسی صحیح عدد a کا جمعی معکوس $-a$ ہے اور $(-a)$ کا جمعی معکوس a ہے۔

(v) درست، تفریق جمع کے برعکس ہے اور اسی لیے ہم صحیح عدد کے جمعی معکوس کو، جو گھٹا دیا جاتا ہے، دوسرے صحیح عدد میں جوڑ دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

(a) $56-73=56+$ 73 کا جمعی معکوس $=56+(-73)\ -17$

(b) $56-(-73)=56+$ (-73) کا جمعی معکوس $=56+73=129$

(c) $(-79)-45=(-79)+(-45)=-124$

(d) $(-100)-(-172)=-100+172=72$ وغیرہ

اس بیان کی تصدیق کے لیے ایسی کم از کم پانچ مثالیں دیجیے۔

لہٰذا، دو صحیح اعداد a اور b کے لیے ہم نے پایا کہ

$a-b=a+$ b کا جمعی معکوس $=a+(-b)$

اور $a-(-b)=a+$ $(-b)$ کا جمعی معکوس $=a+b$

(vi) غلط، کیونکہ $10-3=7$ اور $(-10)+3=-7$

اس لیے $(-10)+3 \neq 10-3$

(vii) غلط، کیونکہ $8+(-7)-(-4)=8+(-7)+4=1+4=5$

اور $8+7-4=15-4=11$

جب کہ $8+(-7)-(-4) \neq 8-7+4$

کوشش کیجیے:

ہم گزشتہ کلاس میں اعداد کے مختلف پیٹرن کر چکے ہیں۔

کیا آپ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کے لیے ایک پیٹرن تلاش کر سکتے ہیں؟ اگر ہاں تو ان کو مکمل کیجیے

(a) 7, 3, –1, –5, ——, ——, ——

(b) –2, –4, –6, –8, ——, ——, ——

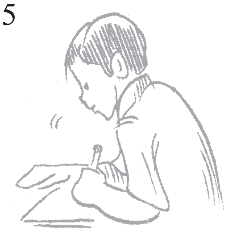
(c) 15, 10, 5, 0, ——, ——, ——

(d) –11, –8, –5, –2, ——, ——, ——

اسی طرح کے کچھ اور پیٹرن تیار کیجیے اور اپنے دوستوں سے ان کو مکمل کرنے کے لیے کہیے۔

مشق 1.1

1۔ مندرجہ ذیل عددی خط ایک خاص دن کا مختلف مقامات پر درج درجۂ حرارت ڈگری سیلس (°C) میں دکھا رہا ہے۔

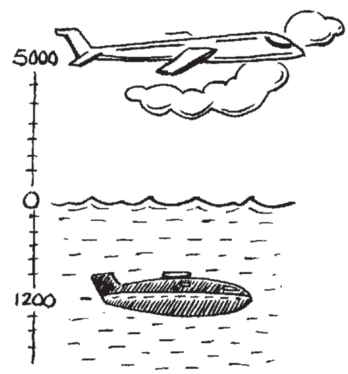


(a) اس عددی خط کا مشاہدہ کیجیے اور اس پر درج مختلف مقامات کا درجۂ حرارت لکھیے۔

(b) اوپر دیے گئے مقامات میں سب سے زیادہ گرم اور سب سے زیادہ سرد مقام کے درجۂ حرارت کے فرق کو بتائیے؟

(c) لاہول اسپیتی اور سری نگر کے درجۂ حرارت میں کتنا فرق ہے؟

(d) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ سری نگر اور شملہ دونوں کا درجۂ حرارت ملا کر شملہ درجۂ حرارت سے کم ہے؟ کیا یہ سری نگر کے درجہ حرارت سے بھی کم ہے؟



2۔ ایک معلوماتی مقابلے میں درست جوابات کے لیے مثبت اعداد اور غلط جوابات کے لیے منفی اعداد دیے گئے۔ اگر جیک کو پانچ لگاتار باریوں میں 25، –5، –10، 15 اور 10 ملے تو آخر میں اس کا کل اسکور کیا ہوگا؟

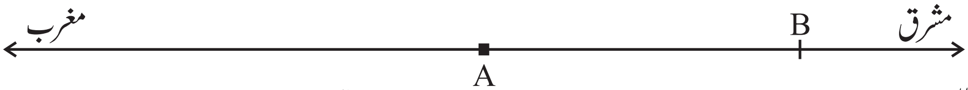
3۔ سری نگر میں پیر کے دن درجہ حرارت –5°C تھا۔ منگل کو یہ درجہ حرارت 2°C اور کم ہو گیا۔ منگل کو سری نگر میں کتنا درجہ حرارت تھا۔ بدھ کو یہ 4°C بڑھ گیا۔ اس دن کتنا درجہ حرارت تھا؟

4۔ ایک ہوائی جہاز سطح سمندر سے 5000 میٹر اوپر اڑ رہا ہے۔ ایک خاص مقام پر جہاز اس پنڈبی سے ٹھیک اوپر آ گیا جو کہ سطح سمندر سے 1200 میٹر نیچے تیر رہی ہے۔ ہوائی جہاز اور پنڈبی کے درمیان کا عمودی فاصلہ بتائیے؟

5۔ موہن نے اپنے بینک کے کھاتے میں ₹ 2,000 جمع کیے اور اگلے دن اس میں سے ₹ 1,642 نکال لیے۔ اگر نکالی گئی رقم کو منفی صحیح عدد سے ظاہر کیا جائے تو آپ جمع کی گئی رقم کو کس طرح ظاہر کریں گے؟

رقم نکالنے کے بعد موہن کے کھاتے میں باقی بچی رقم بتائیے؟

6۔ ریتا نقطہ A سے 20 کلومیٹر مشرق کی جانب چل کر نقطہ B پر پہنچ گئی۔ نقطہ B سے اس سڑک پر چلتے ہوئے وہ 30 کلومیٹر مغرب کی جانب گئی۔ اگر مشرق کی جانب کے فاصلے کو مثبت صحیح عدد سے ظاہر کیا جائے تو آپ مغرب کی جانب کے فاصلے کو کیسے ظاہر کریں گے؟ نقطہ A سے شروع کرتے ہوئے اس کی آخری حالت کو آپ کس صحیح عدد سے ظاہر کریں گے؟



7۔ ایک طلسمی مربع ایسا چارخانہ ہوتا ہے جس کے اندر بنے چوکور خانوں میں درج اعداد کی گنتی افقی، عمودی، وتری ہر قطار میں یکساں ہوتی ہے۔ جانچ کیجیے کہ درج ذیل میں کون سا طلسمی مربع ہے۔

5	–1	– 4
–5	–2	7
0	3	–3

(i)

1	– 10	0
–4	– 3	– 2
–6	4	– 7

(ii)

8۔ a اور b کی درج ذیل قیمتوں کے لیے $a-(-b)=a+b$ کی جانچ کیجیے

(i) $a = 21, b = 18$ (ii) $a = 118, b = 125$

(iii) $a = 75, b = 84$ (iv) $a = 28, b = 11$

9۔ درج ذیل بیانات کو درست بنانے کے لیے باکس میں >، < یا = کے نشان لگائیے۔

(a) $(-8)+(-4)$ ☐ $(-8)-(-4)$

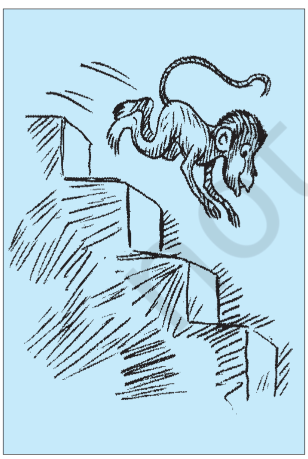
(b) $(-3)+7-(19)$ ☐ $15-8+(-9)$

(c) $23-41+11$ ☐ $23-41-11$

(d) $39+(-24)-(15)$ ☐ $36+(-52)-(-36)$

(e) $-231+79+51$ ☐ $-399+159+81$

10۔ پانی کے ایک ٹینک میں نیچے کی طرف سیڑھیاں جا رہی ہیں، سب سے اوپر والی سیڑھی پر ایک بندر بیٹھا ہوا ہے (یعنی پہلی سیڑھی پر)۔ پانی کی سطح نویں سیڑھی پر ہے۔



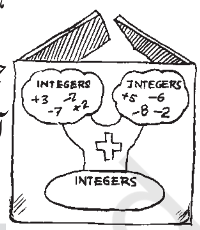
(i) وہ 3 سیڑھی نیچے کود جاتا ہے اور پھر دو سیڑھی اوپر کود جاتا ہے۔ کتنی بار کودنے پر وہ پانی کی سطح تک پہنچ جائے گا؟

(ii) پانی پینے کے بعد وہ واپس جانا چاہتا ہے۔ اس کے لیے وہ ہر بار 4 سیڑھیاں اوپر جاتا ہے اور 2 سیڑھیاں نیچے کود جاتا ہے۔ کتنی بار کودنے پر وہ سب سے اوپر کی سیڑھی پر پہنچ جائے گا؟

(iii) اگر نیچے جانے والی سیڑھیوں کو منفی صحیح عدد اور اوپر جانے والی سیڑھیوں کو مثبت صحیح عدد سے ظاہر کیا جاتا ہے تو درج ذیل کو مکمل کرتے ہوئے حصہ (i) اور (ii) میں بندر کی چھلانگوں کو ظاہر کیجیے : (a) $-3+2$ ... $=-8$، (b) $4-2+$ ... $=8$۔ (a) میں جواب (–8) نیچے جانے والی سیڑھیوں کو ظاہر کر رہا ہے تو (b) میں جواب 8 کس کو ظاہر کرے گا؟

1.3 صحیح اعداد کے جمع اور تفریق کی خصوصیات

1.3.1 جمع کی بندشی خاصیت (Closure Under Addition)



ہم پڑھ چکے ہیں کہ دو مکمل اعداد کا جوڑ ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $17+24=41$ جس کا جواب ایک مکمل عدد ہی ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ اس خصوصیت کو مکمل اعداد کی جمع کے لیے بندشی خاصیت کہتے ہیں۔

آ یئے دیکھتے ہیں کہ کیا یہ خصوصیت صحیح اعداد کے لیے بھی درست ہے۔

ذیل میں صحیح اعداد کے کچھ جوڑے دیے گئے ہیں۔ درج ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور پھر اس کو مکمل کیجیے۔

	بیانات	مشاہدات
(i)	$17 + 23 = 40$	جواب صحیح عدد ہے
(ii)	$(-10) + 3 =$ _____	_____
(iii)	$(-75) + 18 =$ _____	_____
(iv)	$9 + (-25) = -6$	جواب صحیح عدد ہے
(v)	$27 + (-27) =$ _____	_____
(vi)	$(-20) + 0 =$ _____	_____
(vii)	$(-35) + (-10) =$ _____	_____

آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ کیا دو صحیح اعداد کا جوڑ ہمیشہ ایک صحیح عدد ہوتا ہے؟

کیا آپ صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑا بتا سکتے ہیں جس کا جوڑ صحیح عدد نہ ہو؟

کیونکہ صحیح اعداد کو جوڑنے پر صحیح اعداد ہی حاصل ہوتے ہیں۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی جمع بندشی خاصیت رکھتی ہے۔ عام طور پر کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے $a+b$ ایک صحیح عدد ہوتا ہے۔

1.3.2 تفریق کی بندشی خاصیت (Closure Under Subtraction)

اگر ایک صحیح عدد کو دوسرے صحیح عدد میں سے گھٹایا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ دو صحیح عدد کو گھٹانے پر ایک صحیح عدد حاصل ہوگا؟

درج ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور پھر اس کو مکمل کیجیے۔

	بیانات	مشاہدات
(i)	$7 - 9 = -2$	جواب صحیح عدد ہے
(ii)	$17 - (-21) =$ _____	
(iii)	$(-8) - (-14) = 6$	_____
(iv)	$(-21) - (-10) =$ _____	جواب صحیح عدد ہے
(v)	$32 - (-17) =$ _____	_____
(vi)	$(-18) - (-18) =$ _____	_____
(vii)	$(-29) - 0 =$ _____	_____

آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟ کیا صحیح اعداد کا کوئی جوڑا ایسا بھی ہے جن کا فرق صحیح عدد نہیں ہے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تفریق بندشی خاصیت رکھتی ہے؟ ہاں، ہم دیکھ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تفریق بندشی خاصیت رکھتی ہے؟

لہٰذا، اگر a اور b دو صحیح اعداد ہیں تو a–b ہمیشہ ایک صحیح عدد ہوگا۔ کیا مکمل اعداد بھی یہ خصوصیت رکھتے ہیں؟

1.3.3 تقلیبی خصوصیت (Commutative Property)

ہم جانتے ہیں کہ 3+5=5+3=8 یعنی مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جوڑا جاسکتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں مکمل اعداد کی جمع تقلیبی خصوصیت رکھتی ہیں۔ کیا ہم یہی بات صحیح اعداد کے لیے بھی کہہ سکتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ 5+(–6)=–1 اور (–6)+5=–1

اس لیے،

$5+(-6)=(-6)+5$

کیا درج ذیل برابر ہیں؟

(i) $(-9)+(-8)$ اور $(-8)+(-9)$

(ii) $(-23)+32$ اور $32+(-23)$

(iii) $(-45)+0$ اور $0+(-45)$

صحیح اعداد کے پانچ اور دوسرے صحیح اعداد کے جوڑوں کے لیے اس کو کر کے دیکھیے۔ کیا آپ کو صحیح اعداد کا کوئی جوڑا ایسا ملا جس کی ترتیب بدلنے پر جوڑ مختلف آئے؟ یقیناً نہیں۔ لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی جمع تقلیبی خاصیت رکھتی ہے۔

عام طور پر کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$a+b=b+a$$

- ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کی تفریق تقلیبی خاصیت نہیں رکھتی ہے۔ کیا صحیح اعداد کی تفریق تقلیبی خاصیت رکھتی ہے؟

  صحیح اعداد 5 اور (–3) کو لیجیے۔

  کیا $5-(-3)$ اور $(-3)-5$ ایک جیسے ہیں؟ نہیں، کیونکہ $5-(-3)=5+3=8$ اور $(-3)-5=-3-5=-8$

  صحیح اعداد کے کم از کم پانچ جوڑے لیجیے اور اس کی جانچ کیجیے۔

  نتیجہ کے طور پر، ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تفریق تقلیبی خاصیت نہیں رکھتی ہے۔

1.3.4 تلازمی خصوصیت (Associative Property)

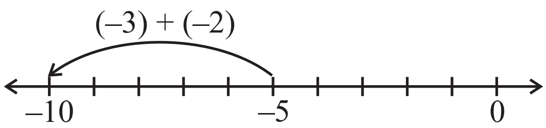
درج ذیل مثالوں کا مشاہدہ کیجیے

صحیح اعداد –3، –2 اور –5 کو لیجیے۔

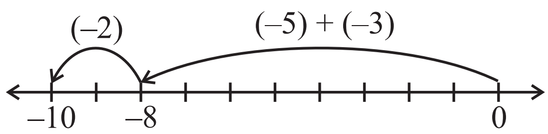
$(-5)+[(-3)+(-2)]$ اور $[(-5)+(-3)]+(-2)$ پر دھیان دیجیے۔

پہلے سوال میں (–3) اور (–2) کا ایک گروپ بنایا گیا ہے جب کہ دوسرے سوال میں (–5) اور (–3) کا ایک گروپ بنایا گیا ہے۔ آ ئیے

ہم جانچ کر کے دیکھتے ہیں کہ کیا ہمیں مختلف نتائج ملیں گے۔



$(-5) + [(-3) + (-2)]$



$[(-5) + (-3)] + (-2)$

دونوں ہی حالتوں میں ہم کو 10– حاصل ہوتا ہے۔

یعنی $(-5) + [(-3) + (-2)] = [(-5) + (-2)] + (-3)$

بالکل اسی طرح 3–، 1 اور 7– کو لیجیے۔

$(-3) + [1 + (-7)] = -3 + \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_$

$[(-3) + 1] + (-7) = -2 + \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_$

کیا $(-3) + [1 + (-7)]$ اور $[(-3) + 1] + (-7)$ ایک جیسے ہیں؟

ایسی ہی پانچ اور مثالیں لیجیے۔ آپ کو ایسی کوئی بھی مثال نہیں ملے گی جس کے جوابات مختلف ہوں۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ صحیح اعداد کی جمع تلازمی خاصیت رکھتی ہے۔

عام طور پر کسی بھی صحیح اعداد a، b اور c کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$a + (b + c) = (a + b) + c$

1.3.5 جمعی تماثلہ (Additive Indentity)

جب ہم کسی مکمل عدد میں صفر کو جوڑتے ہیں تو ہم کو وہی مکمل عدد حاصل ہوتا ہے۔ مکمل اعداد کے لیے صفر جمعی تماثلہ ہے۔ کیا یہ صحیح اعداد کے لیے بھی جمعی تماثلہ ہے؟

درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو بھریے۔

(i) $(-8) + 0 = -8$ (ii) $0 + (-8) = -8$

(iii) $(-23) + 0 = \_\_\_\_$ (iv) $0 + (-37) = -37$

(v) $0 + (-59) = \_\_\_\_$ (vi) $0 + \_\_\_\_ = -43$

(vii) $-61 + \_\_\_\_ = -61$ (viii) $\_\_\_\_ + 0 = \_\_\_\_$

اوپر دی گئی مثالوں سے ظاہر ہوتا ہے کہ صحیح اعداد کے لیے صفر جمعی تماثلہ ہے۔

آپ کسی بھی دوسرے پانچ صحیح اعداد میں صفر کو جوڑ کر اس کی جانچ کر سکتے ہیں۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لیے

$a + 0 = a = 0 + a$

کوشش کیجیے:

1۔ صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑ بتایئے جس کا جوڑ

(a) منفی صحیح عدد ہو　　(b) صفر ہو

(c) دونوں صحیح اعداد سے چھوٹا صحیح عدد ہو　　(d) کسی بھی ایک صحیح عدد سے چھوٹا ہو

(e) دونوں صحیح اعداد سے بڑا صحیح عدد ہو۔

2۔ صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑا بنایئے جس کا فرق

(a) منفی صحیح عدد ہو　　(b) صفر ہو

(c) دونوں صحیح اعداد سے چھوٹا صحیح عدد ہو　　(d) کسی بھی ایک صحیح عدد سے چھوٹا ہو

(e) دونوں صحیح اعداد سے بڑا صحیح عدد ہو

مثال نمبر 1 صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑا بنایئے جس کا:

(a) جوڑ -3 ہے　　(b) فرق -5 ہے

(c) فرق 2 ہے　　(d) جوڑ 0 ہے

حل

(a) $(-1) + (-2) = -3$　یا　$(-5) + 2 = -3$

(b) $(-9) - (-4) = -5$　یا　$(-2) - 3 = -5$

(c) $(-7) - (-9) = 2$　یا　$1 - (-1) = 2$

(d) $(-10) + 10 = 0$　یا　$5 + (-5) = 0$

کیا آپ ان مثالوں کے کچھ اور جوڑے لکھ سکتے ہیں؟

مشق 1.2

1۔ صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑ لکھیے جس کا:

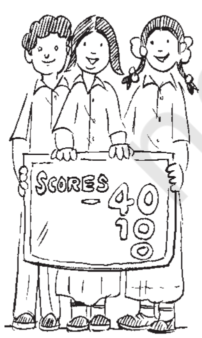
(a) جوڑ -7 ہے　　(b) فرق -10 ہے

(c) جوڑ 0 ہے

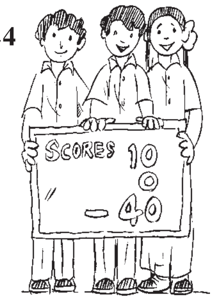
2۔ (a) صحیح اعداد کا ایک ایسا جوڑ جس کا فرق 8 ہو۔

(b) ایک ایسا منفی اور ایک مثبت صحیح عدد لکھیے جن کا جوڑ -5 ہو۔

(c) ایک ایسا منفی اور ایک مثبت صحیح عدد لکھیے جن کا فرق -3 ہو۔



3۔ ایک مقابلے میں ٹیم A کا تین لگاتار باریوں میں اسکور -40، 10، 0 اور ٹیم B کا اسکور 10، 0، -40 ہے۔ کون سی ٹیم کا اسکور زیادہ ہے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جوڑا جا سکتا ہے؟



4- درج ذیل بیانات کو صحیح کرنے کے لیے خالی جگہوں کو بھریے:

(i) $(-5) + (-8) = (-8) + (............)$

(ii) $-53 + ... = -53$

(iii) $17 + ... = 0$

(iv) $[13 + (-12)] + (............) = 13 + [(-12) + (-7)]$

(v) $(-4) + [15 + (-3)] = [-4 + 15] + ...$

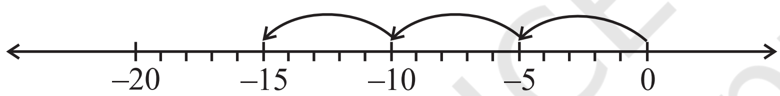
1.4 صحیح اعداد کی ضرب

ہم صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کر سکتے ہیں۔ آیئے اب ہم صحیح اعداد کی ضرب سیکھتے ہیں۔

1.4.1 ایک مثبت اور ایک منفی صحیح عدد کی ضرب

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کی ضرب دراصل ان کی بار بار جمع ہے۔ مثال کے طور پر

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$



کیا آپ صحیح اعداد کی بار بار جمع کو بھی اسی طرح ظاہر کر سکتے ہیں؟

درج ذیل عددی خط سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ $(-5) + (-5) + (-5) = -15$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے

$4 \times (-8)$,

$8 \times (-2)$,

$3 \times (-7)$,

$10 \times (-1)$

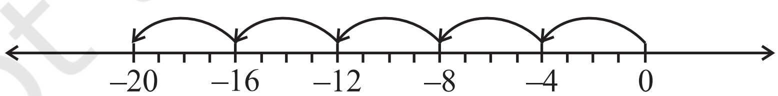
لیکن ہم یہ بھی لکھ سکتے ہیں

$(-5) + (-5) + (-5) = 3 \times (-5)$

اس لیے $3 \times (-5) = -15$

اسی طرح

$(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = 5 \times (-4) = -20$



اور $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) =$ __________ $=$ __________

نیز $(-7) + (-7) + (-7) =$ __________ $=$ __________

آیئے اب ہم دیکھتے ہیں کہ عددی خط کا استعمال کیے بنا ایک مثبت اور ایک صحیح عدد کی ضرب کیسے کی جاتی ہے۔

آیئے $3\times(-5)$ کو مختلف طریقوں سے حل کرتے ہیں۔ پہلے 3×5 کو معلوم کیجیے اور پھر حاصل ضرب سے پہلے منفی نشان (–) لگایئے۔ آپ

کو15–حاصل ہوگا۔یعنی ہم(3×5)– معلوم کریں گے 15– حاصل کرنے کے لیے۔

اسی طرح

$5\times(-4)=-(5\times4)=-20$

بالکل اسی طریقے سے معلوم کیجیے

$4 \times (-8) =$ _____ $=$ _____, $3 \times (-7) =$ _____ $=$ _____

$6 \times (-5) =$ _____ $=$ _____, $2 \times (-9) =$ _____ $=$ _____

اسی طریقے کا استعمال کرکے ہم کو حاصل ہوگا

$10 \times (-43) =$ _____ $-(10 \times 43) = -430$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے

(i) $6 \times (-19)$

(ii) $12 \times (-32)$

(iii) $7 \times (-22)$

اب تک صحیح اعداد کی ضرب ہم اس طرح کرتے آئے ہیں (مثبت صحیح اعدد)×(منفی صحیح عدد)

اب ذرا ان کو اس طرح ضرب کیجیے (منفی صحیح عدد)×(مثبت صحیح عدد)

ہم پہلے 5 × 3– معلوم کریں گے

اس کو معلوم کرنے کے لیے درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے :

ہم جانتے ہیں

$3 \times 5 = 15$

$2 \times 5 = 10 = 15 - 5$

$1 \times 5 = 5 = 10 - 5$

$0 \times 5 = 0 = 5 - 5$

اس طرح

$-1 \times 5 = 0 - 5 = -5$

$-2 \times 5 = -5 - 5 = -10$

$-3 \times 5 = -10 - 5 = -15$

ہم پہلے ہی جانتے ہیں $3 \times (-5) = -15$

اور اب ہم کو حاصل ہوا ہے $(-3) \times 5 = -15 = 3 \times (-5)$

اس طرح کے پیٹرن کا استعمال کرکے ہم $(-5) \times 4 = -20 = 5 \times (-4)$ بھی حاصل کرسکتے ہیں۔

پیٹرن کا استعمال کرکے معلوم کیجیے $(-4) \times 8$، $(-3) \times 7$، $(-6) \times 5$ اور $(-2) \times 9$

جانچ کیجیے کیا، $(-4) \times 8 = 4 \times (-8)$، $(-3) \times 7 = 3 \times (-7)$، $(-6) \times 5 = 6 \times (-5)$

اور $(-2) \times 9 = 2 \times (-9)$

اس کا استعمال کرکے ہم کو حاصل ہوگا $(-33) \times 5 = 33 \times (-5) = -165$

اس طرح ہم کو معلوم ہوا کہ جب ایک مثبت صحیح عدد اور ایک منفی صحیح عدد کو ضرب کیا جاتا ہے تو ہم ان کو مکمل اعداد کی طرح ہی ضرب کرتے ہیں اور حاصل ضرب سے پہلے (–) کا نشان لگا دیتے ہیں۔اس طرح ہم کو ایک منفی صحیح عدد حاصل ہوجاتا ہے۔

کوشش کیجیے:

1۔ معلوم کیجیے

(a) $15 \times (-16)$ (b) $21 \times (-32)$

(c) $(-42) \times 12$ (d) -55×15

2۔ جانچ کیجیے

(a) $25 \times (-21) = (-25) \times 21$ (b) $(-23) \times 20 = 23 \times (-20)$

ایسی ہی پانچ اور مثالیں لکھیے۔

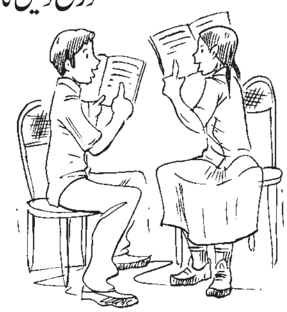
عام طور پر کسی بھی دو مثبت صحیح اعداد a اور b کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

1.4.2 دو منفی صحیح اعداد کی ضرب

کیا آپ $(-3)\times(-2)$ کا حاصل ضرب معلوم کر سکتے ہیں؟

درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے:



$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$

$-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$

$-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$

$-3 \times 0 = 0 \quad = -3 - (-3)$

$-3 \times -1 = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$

$-3 \times -2 = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$

کیا آپ کو اس میں کوئی پیٹرن نظر آ رہا ہے؟ مشاہدہ کیجیے کہ کیسے حاصل ضرب بدل رہے ہیں۔

اس مشاہدہ کی بنیاد پر درج ذیل کو مکمل کیجیے:

$-3 \times -3 =$ _____ $-3 \times -4 =$ _____

اب ان خالی جگہوں کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو بھریے

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12 \quad = -16 + 4$

$-4 \times 2 =$ _____ $= -12 + 4$

$-4 \times 1 =$ _____

$-4 \times 0 =$ _____

$-4 \times (-1) =$ _____

$-4 \times (-2) =$ _____

$-4 \times (-3) =$ _____

ان پیٹرنس سے ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ

$(-3) \times (-1) = 3 = 3 \times 1$

$(-3) \times (-2) = 6 = 3 \times 2$

$(-3) \times (-3) = 9 = 3 \times 3$

اور $(-4) \times (-1) = 4 = 4 \times 1$

اس لیے $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 =$ _____

$(-4) \times (-3) =$ _____ $=$ _____

کوشش کیجیے:

(i) $(-5) \times 4$ سے شروع کرتے ہوئے $(-5) \times (-6)$ معلوم کیجیے۔

(ii) $(-6) \times 3$ سے شروع کرتے ہوئے $(-6) \times (-7)$ معلوم کیجیے۔

ان حاصل ضرب کا مشاہدہ کرنے کے بعد ہم کہہ سکتے ہیں کہ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ایک مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ ہم دو منفی صحیح اعداد کو مکمل اعداد کی طرح ضرب کرتے ہیں اور پھر ان کے حاصل ضرب سے پہلے مثبت نشان لگا دیتے ہیں۔

لہٰذا $(-10) \times (-12) = +120 = 120$

اسی طرح $(-15) \times (-6) = +90 = 90$

عام طور پر کوئی بھی دو مثبت صحیح اعداد a اور b کے لیے

$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے: $(-31) \times (-100)$، $(-25) \times (-72)$، $(-83) \times (-28)$

کھیل 1

(i) ایک ایسا بورڈ لیجیے جس میں 104– سے 104 تک کے اعداد لکھے گئے ہیں۔ جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

(ii) ایک بیگ لیجیے جس میں دو نیلے اور دو لال پانسے ہوں۔ نیلے پانسے پر دکھائے گئے ڈاٹ مثبت صحیح اعداد کو ظاہر کرتے ہیں اور لال پانسے پر دکھائے گئے ڈاٹ منفی صحیح اعداد کو ظاہر کرتے ہیں۔

(iii) ہر کھلاڑی اپنی گوٹ صفر پر رکھے گا۔

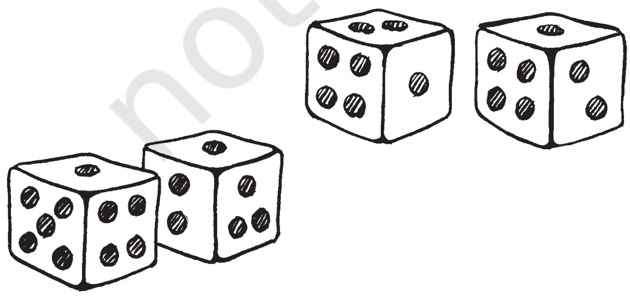
(iv) ہر کھلاڑی ایک بار میں بیگ میں سے دو پانسے نکالے گا اور ان کو پھینکے گا۔

104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72
61	60	63	64	65	66	67	68	69	70	71
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–27	–26	–25	–24	–23	–23	–21	–20	–19	–18	–17
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
–49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
–50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	–60
–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–72	–73	–74	–75	–76	–77	–78	–79	–80	–81	–82
–93	–92	–91	–90	–89	–88	–87	–86	–85	–84	–83
–94	–95	–96	–97	–98	–99	–100	–101	–102	–103	–104

(v) ہر باری میں پانسہ پھینکنے کے بعد کھلاڑی کو دونوں پانسوں پر حاصل ہوئے اعداد کو ضرب کرنا ہوگا۔

(vi) اگر حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہے تو کھلاڑی اپنی گوٹ 104 کی طرف بڑھائے گا لیکن اگر حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوا تو کھلاڑی اپنی گوٹ 104– کی طرف بڑھائے گا۔

(vii) جو کھلاڑی 104 پر پہلے پہنچے گا وہی جیتے گا۔



1.4.3 تین یا زیادہ منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب

ماہرین ریاضی ایولر نے اپنی کتاب 'انکیٹنگ زر الجبرا (1770) میں سب سے پہلے $(-1) \times (-1) = 1$ کو ثابت کرنے کی کوشش کی۔

ہم نے مشاہدہ کیا کہ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ایک مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟ چار منفی صحیح اعداد کا؟ درج ذیل مثالوں کا مشاہدہ کیجیے:

(a) $(-4) \times (-3) = 12$

(b) $(-4) \times (-3) \times (-2) = [(-4) \times (-3)] \times (-2) = 12 \times (-2) = -24$

(c) $(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1) = [(-4) \times (-3) \times (-2)] \times (-1) = (-24) \times (-1)$

(d) $(-5) \times [(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1)] = (-5) \times 24 = -120$

ایک خاص مسئلہ

درج ذیل بیانات اور ان کے حاصل ضرب کو دیکھیے

$(-1) \times (-1) = +1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر عدد (-1) کو جفت مرتبہ ضرب دیا جائے تو حاصل $+1$ ہوگا اور اگر عدد (-1) کو طاق مرتبہ ضرب دیا جائے تو حاصل -1 آئے گا۔ (-1) کے جوڑے بنا کر اس کی جانچ کی جا سکتی ہے۔ اعداد کا حاصل ضرب نکالنے میں اس سے مدد ملتی ہے۔

اوپر دیے گئے حاصل ضرب سے ہم نے مشاہدہ کیا کہ

(a) دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔

(b) تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوتا ہے۔

(c) چار منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔

(d) پانچ منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟

اس لیے چھ منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟

ہم نے یہ بھی دیکھا کہ اوپر دیے گئے (a) اور (c) میں دیے گئے منفی اعداد کی تعداد جفت عدد ہے۔ (بالترتیب دو اور چار)۔ اور (a) اور (c) کا حاصل ضرب مثبت صحیح اعداد ہے۔ جب کہ (b) اور (d) میں دیے گئے منفی اعداد کی تعداد طاق عدد ہے اور (b) اور (d) کا حاصل ضرب منفی صحیح اعداد ہیں۔

ہم نے معلوم کیا کہ اگر کسی ضرب میں منفی صحیح اعداد کی تعداد جفت ہے تو حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا اور اگر ضرب میں منفی صحیح اعداد کی تعداد طاق ہے تو حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔

ہر قسم کی پانچ مثالیں لے کر اس کی جانچ کیجیے۔

سوچیے، بات چیت کیجیے اور لکھیے

(i) $(-9) \times (-5) \times (-6) \times (-3)$ کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا جب کہ $(-9) \times (-5) \times 6 \times (-3)$ کا حاصل ضرب منفی ہوگا۔ کیوں؟

(ii) اگر ہم درج ذیل کو ایک ساتھ ضرب کریں تو حاصل ضرب کا نشان کیا ہوگا

(a) 8 منفی صحیح اعداد اور 3 مثبت صحیح اعداد

(b) 5 منفی صحیح اعداد اور 4 مثبت صحیح اعداد

(c) (–1) کو بارہ مرتبہ

(d) (–1) کو $2m$ مرتبہ جہاں m ایک فطری عدد ہے

1.5 صحیح اعداد کے ضرب کی خصوصیات (Properties Of Multiplication Of Integers)

1.5.1 ضرب کی بندشی خصوصیت (Closure under Multiplication)

1۔ درج ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور پھر اس کو مکمل کیجیے۔

بیانات	اخذ کیے گیے نتائج
(–20) × (–5) = 100	حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہے
(–15) × 17 = – 255	حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہے
(–30) × 12 = _____	
(–15) × (–23) = _____	
(–14) × (–13) = _____	
12 × (–30) = _____	

آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟ کیا آپ کو صحیح اعداد کا کوئی ایسا جوڑا ملا جس کا حاصل ضرب صحیح عدد نہ ہو؟ نہیں۔ اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ دو صحیح اعداد کا حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہی ہوتا ہے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی ضرب بندشی خصوصیت رکھتی ہے۔

عام طور پر

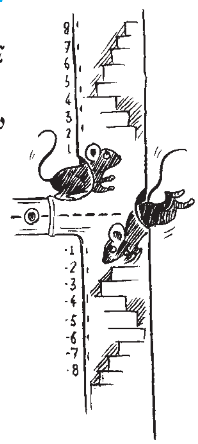
کسی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے a × b بھی ایک صحیح عدد ہوتا ہے۔

پانچ مزید صحیح اعداد کے جوڑے معلوم کیجیے اور درج بالا بیان کو جانچیے۔

1.5.2 ضرب کی تقلیبی خصوصیت (Commutativity of Multiplication)

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کی ضرب تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے۔ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی ضرب بھی تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے؟

درج ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور اس کو مکمل کیجیے:



بیان 1	بیان 2	اخذ کیے گیے نتائج
3 × (– 4) = –12	(– 4) × 3 = –12	3 × (– 4) = (– 4) × 3
(–30) × 12 = _____	12 × (–30) = _____	
(–15) × (–10) = 150	(–10) × (–15) = 150	
(–35) ×(–12)= _____	(–12) × (–35) =	
(–17) × 0 = _____		
__________ = _____	(_1) × (_15) =	

آپ کے مشاہدات کیا ہیں؟ اوپر کی مثالیں یہ ظاہر کرتی ہیں کہ صحیح اعداد کی ضرب تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے۔ ایسی ہی پانچ اور مثالیں لیجیے اور اس کی جانچ کیجیے۔

عام طور پر کسی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے

$$a \times b = b \times a$$

1.5.3 صفر سے ضرب (Multiplication by Zero)

ہم جانتے ہیں کہ جب کسی مکمل عدد کو صفر سے ضرب کرتے ہیں تو صفر ہی حاصل ہوتا ہے۔ درج ذیل منفی اعداد اور صفر کی ضرب کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ پہلے کیے جا چکے پیٹرن سے حاصل ہوئے ہیں۔

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-4) = 0$

$-5 \times 0 =$ _____

$0 \times (-6) =$ _____

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ منفی عدد کو صفر سے ضرب کرنے پر صفر ہی حاصل ہوتا ہے۔

عام طور پر کسی بھی صحیح عدد a کے لیے

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

1.5.4 ضربی تماثلہ (Multiplicative Identity)

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کا ضربی تماثلہ 1 ہے۔

ذرا جانچ کیجیے کہ کیا صحیح اعداد کا ضربی تماثلہ بھی 1 ہے۔ درج ذیل صحیح اعداد اور 1 کی ضرب کا مشاہدہ کیجیے:

$(-3) \times 1 = -3$	$1 \times 5 = 5$
$(-4) \times 1 =$ _____	$1 \times 8 =$ _____
$1 \times (-5) =$ _____	$3 \times 1 =$ _____
$1 \times (-6) =$ _____	$7 \times 1 =$ _____

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ صحیح اعداد کا ضربی تماثلہ بھی 1 ہے۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لیے

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

اگر ہم کسی صحیح عدد کو 1– سے ضرب کریں تو کیا ہوتا ہے؟ درج ذیل کو مکمل کیجیے:

$(-3) \times (-1) = 3$

$3 \times (-1) = -3$

$(-6) \times (-1) =$ _____

$(-1) \times 13 =$ _____

$(-1) \times (-25) =$ _____

$18 \times (-1) =$ _____

صحیح اعداد کا جمعی تماثلہ 0 ہے اور ضربی تماثلہ 1 ہے۔ اگر ہم کسی صحیح عدد a کو (-1) سے ضرب کرتے ہیں تو ہم کو اس عدد a کا جمعی معکوس حاصل ہوتا ہے۔ یعنی $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$

آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کا ضربی تماثل 1– ہے؟ نہیں۔

1.5.5 ضرب کی تلازمی خصوصیت (Associativity for Multiplication)

–3، –2 اور 5 کو لیجیے۔

$[(-3) \times (-2)] \times 5$ اور $(-3) \times [(-2) \times 5]$ کو دیکھیے

پہلی حالت میں (–3) اور (–2) کو اکٹھا کیا گیا ہے جب کہ دوسری حالت میں (–2) اور 5 کو اکٹھا کیا گیا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ $[(-3) \times (-2)] \times 5 = 6 \times 5 = 30$

اور $(-3) \times [(-2) \times 5] = (-3) \times (-10) = 30$

تو، دونوں حالتوں میں ہم کو ایک ہی جواب ملا۔

لہٰذا، $[(-3) \times (-2)] \times 5 = (-3) \times [(-2) \times 5]$

اس کو دیکھیے اور حاصل ضرب کو مکمل کیجیے:

$[(7) \times (-6)] \times 4 = \_\_\_\_\_\_\_\_ \times 4 = \_\_\_\_\_\_\_\_$

$7 \times [(-6) \times 4] = 7 \times \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_$

کیا $[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times 4]$ ؟

کیا صحیح اعداد کی گروپینگ، ان کے حاصل ضرب پر اثر انداز ہوتی ہے؟ نہیں۔

عام طور پر کسی بھی تین صحیح اعداد a، b اور c کے لیے

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

a، b اور c ہر ایک کی پانچ پانچ قیمتیں لیجیے اور اس خصوصیت کی جانچ کیجیے۔

لہٰذا، مکمل اعداد کی طرح، تین صحیح اعداد کی ضرب، صحیح اعداد کی گروپینگ پر منحصر نہیں ہوتی ہے اور اس خصوصیت کو صحیح اعداد کی ضرب کی تلازمی خصوصیت کہتے ہیں۔

1.5.6 تقسیمی خصوصیت (Distributive Property)

ہم جانتے ہیں کہ

$16 \times (10 + 2) = (16 \times 10) + (16 \times 2)$ (جمع پر ضرب کا تقسیمی کلیہ)

ذرا جانچ کیجیے کہ کیا یہ صحیح اعداد کے لیے بھی درست ہے۔

درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے:

(a) $(-2) \times (3 + 5) = -2 \times 8 = -16$

اور $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16$

اس لیے $(-2) \times (3 + 5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

(b) $(-4) \times [(-2) + 7] = (-4) \times 5 = -20$

اور $[(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7] = 8 + (-28) = -20$

اس لیے $(-4) \times [(-2) + 7] = [(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7]$

(c) $(-8) \times [(-2) + (-1)] = (-8) \times (-3) = 24$

اور $[(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)] = 16 + 8 = 24$

اس لیے $(-8) \times [(-2) + (-1)] = [(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)]$

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت رکھتے ہیں؟ ہاں۔

عام طور پر کوئی سے بھی تین صحیح اعداد a، b اور c کے لیے

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

a، b اور c ہر ایک کے لیے پانچ پانچ مختلف قیمتیں لیجیے اور اوپر دی گئی تقسیمی خصوصیت کی جانچ کیجیے۔

کوشش کیجیے:

(i) کیا $10 \times [(6 + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$?

(ii) کیا $(-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-7) + (-15) \times (-1)$?

درج ذیل پر غور کیجیے:

کیا ہم کہہ سکتے ہیں؟ $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

ذرا جانچ کیجیے:

$4 \times (3 - 8) = 4 \times (-5) = -20$

$4 \times 3 - 4 \times 8 = 12 - 32 = -20$

اس لیے $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

درج ذیل کو دیکھیے

$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times 2 = -10$

$[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$

اس لیے $(-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

$(-9) \times [10 - (-3)]$ اور $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$ کے لیے جانچ کیجیے

آپ پائیں گے کہ یہ بھی برابر ہیں۔ اور

عام طور پر کوئی بھی تین صحیح اعداد a، b اور c کے لیے

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

a، b اور c ہر ایک کے لیے کم از کم پانچ پانچ مختلف قیمتیں لیجیے اور اس خصوصیت کی جانچ کیجیے۔

کوشش کیجیے:

(i) کیا $10 \times (6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$؟

(ii) کیا $(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$؟

1.5.7 ضرب کو آسان بنائیے (Making Multiplication Easier)

درج ذیل پر غور کیجیے

(i) ہم $(-25) \times 37 \times 4$ کو درج ذیل طریقہ سے بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

$$[(-25) \times 37] \times 4 = (-925) \times 4 = -3700$$

یا ہم اس کو اس طرح بھی کر سکتے ہیں

$$(-25) \times 37 \times 4 = (-25) \times 4 \times 37 = [(-25) \times 4] \times 37 = (-100) \times 37 = -3700$$

کون سا طریقہ آسان ہے؟

یقیناً دوسرا طریقہ زیادہ آسان ہے کیونکہ (25–) اور 4 کو ضرب کرنے سے 100– حاصل ہوتا ہے جس کو 37 سے ضرب کرنا زیادہ آسان ہے۔ ذرا دھیان دیجیے دوسرے طریقہ میں صحیح اعداد کی تقلیبی اور تلازمی خصوصیات شامل ہیں۔

اس طرح ہم نے دیکھا کہ صحیح اعداد کی تقلیبی، تلازمی اور تقسیمی خصوصیات کی مدد سے ہمارا حساب کتاب آسان ہو جاتا ہے۔ آیئے ذرا اور دیکھتے ہیں کہ ان خصوصیات کا استعمال حساب کو کیسے آسان بناتا ہے۔

(ii) معلوم کیجیے 16×12

16×12 کو $16 \times (10 + 2)$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$16 \times 12 = 16 \times (10 + 2) = 16 \times 10 + 16 \times 2 = 160 + 32 = 192$$

(iii) $(-23) \times 48 = (-23) \times [50 - 2] = (-23) \times 50 - (-23) \times 2 = (-1150) - (-46) = -1104$

(iv) $(-35) \times (-98) = (-35) \times [(-100) + 2] = (-35) \times (-100) + (-35) \times 2 = 3500 + (-70) = 3430$

(v) $52 \times (-8) + (-52) \times 2$

$(-52) \times 2$ کو $52 \times (-2)$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

اس لیے $52 \times (-8) + (-52) \times 2 = 52 \times (-8) + 52 \times (-2)$

$= 52 \times [(-8) + (-2)] = 52 \times [(-10)] = -520$

کوشش کیجیے:

تقسیمی خصوصیت کی مدد سے درج ذیل کی قیمت معلوم کیجیے

$(-49) \times 18;\ (-25) \times (-31);\ 70 \times (-19) + (-1) \times 70$

مثال 2 درج ذیل میں ہر ایک کے لیے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $(-18) \times (-10) \times 9$ (ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6)$

حل

(i) $(-18) \times (-10) \times 9 = [(-18) \times (-10)] \times 9 = 180 \times 9 = 1620$

(ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = -20 \times (-2 \times -5) \times 7 = [-20 \times 10] \times 7 = -1400$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6) = [(-1) \times (-5)] \times [(-4) \times (-6)] = 5 \times 24 = 120$

مثال 3 جانچ کیجیے $(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

حل $(-30) \times [13 + (-3)] = (-30) \times 10 = -300$

$[(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)] = -390 + 90 = -300$

اس لیے $(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

مثال 4 ایک کلاس کی جانچ کے پرچہ میں 15 سوال دیے گئے تھے۔ اس میں ہر صحیح جواب کے لیے 4 نمبر اور ہر غلط جواب کے لیے (2-) نمبر دیے گئے۔

(i) گرپریت نے تمام سوال حل کیے مگر اس کے صرف 9 جواب صحیح تھے۔ اس نے کل کتنے نمبر حاصل کیے۔

(ii) اس کی ایک دوست کے صرف 5 جواب صحیح تھے اس کو کتنے نمبر ملے؟

حل (i) ایک صحیح جواب کے لیے حاصل ہونے والے نمبر = 4

اس لیے 9 صحیح جوابات کے لیے حاصل ہونے والے نمبر = $4 \times 9 = 36$

ایک غلط جواب کے لیے حاصل ہونے والے نمبر = -2

اس لیے $(15 - 9) = 6$ غلط جوابات کے لیے حاصل ہونے والے نمبر = $(-2) \times 6 = -12$

اس لیے، گرپریت نے کل نمبر حاصل کیے $= 36 + (-12) = 24$

(ii) ایک صحیح جواب کے لیے حاصل ہونے والے نمبر $= 4$

اس لیے، 5 صحیح جوابات کے لیے حاصل ہونے والے نمبر $= 4 \times 5 = 20$

ایک غلط جواب کے لیے حاصل ہونے والے نمبر $= (-2)$

اس لیے، $(5 - 15 =)$ 10 غلط جوابات کے لیے حاصل ہونے والے نمبر $= (-2) \times 10 = -20$

اس لیے، اس کی دوست کو کل نمبر ملے $= 20 + (-20) = 0$

مثال 5 مان لیجیے ہم نے سطح زمین سے اوپر کے فاصلے کو مثبت صحیح عدد اور سطح زمین سے نیچے کے فاصلہ کو منفی صحیح عدد سے ظاہر کیا ہے۔

درج ذیل کے جواب دیجیے:

(i) ایک رافع مشین ایک کان میں 5 میٹر فی منٹ کی رفتار سے اندر اتری۔ ایک گھنٹہ بعد وہ کہاں ہوگی؟

(ii) اگر یہ مشین سطح زمین سے 15 میٹر اونچائی سے نیچے اترنا شروع کرے تو یہ 45 منٹ بعد کہاں ہوگی۔

حل

(i) کیونکہ مشین نیچے جارہی ہے اس لیے اس کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ منفی صحیح عدد سے ظاہر کیا جائے گا۔

ایک منٹ میں رافع مشین دوری طے کرتی ہے $= -5$ میٹر

60 منٹ بعد رافع مشین دوری طے کرے گی $= -5 \times 60 = -300$ میٹر

یعنی سطح زمین سے 300 میٹر نیچے

(ii) رافع مشین 45 منٹ میں دوری طے کرے گی $= -5 \times 45 = -225$ میٹر

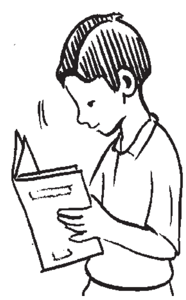
یعنی سطح زمین سے 225 میٹر نیچے

اس لیے، رافع مشین کل دوری طے کرے گی $= -225 + 15 = -210$ میٹر

یعنی سطح زمین سے 210 میٹر نیچے۔

مشق 1.3

1۔ درج ذیل کے لیے حاصل ضرب معلوم کیجیے



(a) $3 \times (-1)$

(b) $(-1) \times 225$

(c) $(-21) \times (-30)$

(d) $(-316) \times (-1)$

(e) $(-15) \times 0 \times (-18)$

(f) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(g) $9 \times (-3) \times (-6)$

(h) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$

(j) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

2۔ درج ذیل کو ثابت کیجیے :

(a) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(b) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

3۔ (i) کسی بھی صحیح عدد a کے لیے $(-1) \times a$ کس کے برابر ہوگا؟

(ii) وہ صحیح عدد بتائیے جس کا (-1) کے ساتھ حاصل ضرب ہے۔

(a) -22 (b) 37 (c) 0

4۔ $(-1) \times 5$ سے شروع کرتے ہوئے $(-1) \times (-1) = 1$ کو کچھ پیٹرن کے ذریعے دکھاتے ہوئے مختلف حاصل ضرب لکھیے۔

5۔ مناسب خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کا حاصل ضرب معلوم کیجیے:

(a) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ (b) $8 \times 53 \times (-125)$

(c) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ (d) $(-41) \times 102$

(e) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$ (f) $7 \times (50 - 2)$

(g) $(-17) \times (-29)$ (h) $(-57) \times (-19) + 57$

6۔ ایک خاص انجمادی عمل کسی کمرے کے درجۂ حرارت کو جو کہ $40^{\circ}C$ ہے، $5^{\circ}C$ فی گھنٹہ کی شرح سے کم کرتا ہے۔ یہ عمل شروع ہونے کے 10 گھنٹے بعد کمرے کا درجۂ حرارت کیا ہوگا؟

7۔ کسی کلاس کے جانچ کے پرچے میں کل 10 سوالات دیے گئے ہیں۔ اس میں ہر صحیح جواب کے لیے 10 نمبر اور ہر غلط جواب کے لیے (-2) نمبر دیے جاتے ہیں اور اگر کوئی سوال کیا ہی نہیں ہے تو 0 نمبر دیے جاتے ہیں۔

(i) موہن نے چار صحیح اور چھ غلط سوال کیے، اس کا اسکور کیا ہوگا؟

(ii) ریشماں نے پانچ صحیح اور پانچ غلط سوال کیے، اس کا اسکور کیا ہوگا؟

(iii) حِنا نے کل سات سوال کیے جس میں دو صحیح اور پانچ غلط ہیں، اس کا اسکور کیا ہے؟

8۔ ایک سیمنٹ کی کمپنی ہر سفید سیمنٹ کی بوری بیچنے پر 8 ₹ نفع اور ہر سرمئی سیمنٹ کی بوری بیچنے پر 5 ₹ کا نقصان اٹھاتی ہے۔

(a) کمپنی نے ایک مہینے میں 3,000 بوریاں سفید سیمنٹ کی اور 5,000 بوریاں سرمئی سیمنٹ کی بیچیں۔ اس کا کل نفع یا نقصان بتائیے؟

(b) اگر کمپنی 6,400 بوریاں سرمئی سیمنٹ کی بیچتی ہے تو اس کو کتنی بوریاں سفید سیمنٹ کی بیچنی ہوں گی تاکہ اس کو نہ تو کوئی نفع ہو اور نہ ہی نقصان ہو۔

9۔ دیے گئے بیانات کو صحیح بنانے کے لیے خالی جگہوں کو صحیح عدد سے بھریے

(a) $(-3) \times$ _____ $= 27$ (b) $5 \times$ _____ $= -35$

(c) _____ $\times (-8) = -56$ (d) _____ $\times (-12) = 132$

1.6 صحیح اعداد کی تقسیم (Division of Integers)

ہم جانتے ہیں کہ تقسیم، ضرب کا برعکس عمل ہے۔ آیئے مکمل اعداد کے لیے ایک مثال پر غور کریں۔

کیونکہ $3 \times 5 = 15$

اس لیے $15 \div 5 = 3$ اور $15 \div 3 = 5$

اسی طرح $4 \times 3 = 12$ سے حاصل ہوگا $12 \div 4 = 3$ اور $12 \div 3 = 4$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کی ضرب کے ہر بیان کے لیے ہم دو تقسیم کے بیانات دے سکتے ہیں۔

کیا آپ صحیح اعداد کی ضرب کے بیان اور اس کے لیے تقسیم کے بیانات لکھ سکتے ہیں؟

• درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے اور اس کو مکمل بھی کیجیے:

ضربی بیانات	ہم آہنگ تقسیمی بیانات
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$, $(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$, $(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div$ _____ = _____ , $72 \div$ _____ = _____
$(-3) \times (-7) =$ _____	_____ $\div (-3) =$ _____ , __________
$(-8) \times 4 =$ _____	__________ , __________
$5 \times (-9) =$ _____	__________ , __________
$(-10) \times (-5) =$	__________ , __________

اوپر دیے گئے بیانات سے ہم نے مشاہدہ کیا کہ:

$(-12) \div 2 = \quad (-6)$

$(-20) \div (5) = \quad (-4)$

$(-32) \div 4 = \quad -8$

$(-45) \div 5 = \quad -9$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے:

(a) $(-100) \div 5$ (b) $(-81) \div 9$

(c) $(-75) \div 5$ (d) $(-32) \div 2$

ہم نے مشاہدہ کیا کہ جب ہم ایک منفی صحیح عدد کو ایک مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہم ان اعداد کو مکمل اعداد کی طرح ہی تقسیم کرتے ہیں اور خارج قسمت سے پہلے (–) کا نشان لگا دیتے ہیں۔

$50 \div (-10) = -5$ اور $72 \div (-8) = -9$

$50 \div (-5) = -10$ \quad $72 \div (-9) = -8$

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب ہم ایک مثبت صحیح عدد کو ایک منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہم پہلے ان کو مکمل اعداد کی طرح ہی تقسیم کرتے ہیں اور پھر خارج قسمت سے پہلے ایک منفی نشان لگا دیتے ہیں۔

عام طور پر کوئی بھی دو مثبت صحیح اعداد a اور b کے لیے

$a \div (-b) = (-a) \div b$ جہاں $b \neq 0$

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$?

آؤ چیک کریں۔ ہم جانتے ہیں کہ

$(-48) \div 8 = -6$

اور $48 \div (-8) = -6$

اس لیے $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$

چیک کیجیے اس کے لیے

(i) $90 \div (-45)$ and $(-90) \div 45$

(ii) $(-136) \div 4$ and $136 \div (-4)$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے

(a) $125 \div (-25)$ (b) $80 \div (-5)$ (c) $64 \div (-16)$

اور آخر میں ہم یہ بھی مشاہدہ کرتے ہیں کہ

$(-12) \div (-6) = 2;$ $(-20) \div (-4) = 5;$ $(-32) \div (-8) = 4;$ $(-45) \div (-9) = 5$

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب ہم ایک منفی صحیح عدد کو ایک منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہم پہلے ان کو مکمل اعداد کی طرح ہی تقسیم کرتے ہیں تو ہم پہلے ان کو مکمل اعداد کی طرح ہی تقسیم کرتے ہیں اور پھر خارج قسمت سے پہلے ایک مثبت نشان (+) لگا دیتے ہیں۔

عام طور پر کسی دو مثبت صحیح اعداد a اور b کے لیے

$(-a) \div (-b) = a \div b$ جہاں $b \neq 0$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے (a) $(-36) \div (-4)$ (b) $(-201) \div (-3)$ (c) $(-325) \div (-13)$

1.7 صحیح اعداد کی تقسیم کی خصوصیات (Properties Of Division Of Integers)

درج ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور اس کو مکمل کیجیے:

بیانات	حاصل کردہ نتائج	بیانات	حاصل کردہ نتائج
$(-8) \div (-4) = 2$	جواب ایک صحیح عدد ہے	$(-8) \div 3 = \frac{-8}{3}$	________
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8}$	جواب ایک صحیح عدد نہیں ہے	$3 \div (-8) = \frac{3}{-8}$	________

آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟ ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تقسیم بندشی خصوصیت نہیں رکھتی ہے۔

پانچ اور مثالوں سے اس کو ثابت کیجیے۔

- ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کی تقسیم تقلیبی خصوصیت نہیں رکھتی ہے۔اس کو صحیح اعداد کے لیے بھی جانچیے۔

آپ جدول سے دیکھ سکتے ہیں کہ $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$

کیا $(-9) \div 3$ اور $3 \div (-9)$ ایک سے ہیں؟

کیا $(-30) \div (-6)$ اور $(-6) \div (-30)$ ایک سے ہیں؟

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تقسیم تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے؟ نہیں۔

صحیح اعداد کے پانچ اور جوڑے لے کر آپ اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

- مکمل اعداد کی طرح ہی کسی بھی صحیح عدد کو صفر سے تقسیم کرنا بے معنی ہے اور اگر صفر کو صفر کے علاوہ کسی دوسرے صحیح عدد سے تقسیم کرنے پر صفر ہی حاصل ہوتا ہے، یعنی کسی بھی صحیح عدد a کے لیے $a \div 0$ بے معنی ہے لیکن $0 \div a = 0$ جہاں $a \neq 0$

- جب ہم کسی مکمل عدد کو 1 سے تقسیم کرتے ہیں تو ہمیں وہ مکمل عدد حاصل ہوتا ہے۔ ذرا جانچیے تو کیا یہ بات منفی صحیح اعداد کے لیے بھی درست ہے۔

درج ذیل کا مشاہدہ کیجیے:

$(-13) \div 1 = -13$	$(-11) \div 1 = -11$	$(-8) \div 1 = (-8)$
$(-48) \div 1 =$ ____	$(-37) \div 1 =$ ____	$(-25) \div 1 =$ ____

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ کسی منفی عدد کو جب 1 سے تقسیم کیا جاتا ہے تو وہی صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے کسی بھی صحیح عدد کو 1 سے تقسیم کرنے پر وہی صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لیے

$$a \div 1 = a$$

- اگر ہم کسی صحیح عدد کو (1–) سے تقسیم کریں تو کیا ہوگا؟ درج ذیل جدول کو مکمل کیجیے

$13 \div (-1) =$ ____	$11 \div (-1) = -11$	$(-8) \div (-1) = 8$
$-48 \div (-1) =$ ____	$(-37) \div (-1) =$ ____	$(-25) \div (-1) =$ ____

آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی صحیح عدد کو (1–) سے تقسیم کرنے پر وہی صحیح عدد حاصل نہیں ہوتا ہے۔

- کیا ہم کہہ سکتے ہیں $[(-16) \div 4] \div (-2)$ اور $(-16) \div [4 \div (-2)]$ دونوں ایک ہی ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

اور $(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$

اس لیے $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تقسیم تلازمی خصوصیت رکھتی ہے؟ نہیں۔

آپ اپنے سے کوئی پانچ مثالیں لے کر اس کو ثابت کیجیے۔

مثال 6 ایک جانچ میں ہر صحیح جواب کے لیے (5+) اور ہر غلط جواب کے لیے (2–) نمبر دیے گئے۔

(i) رادھیکا نے تمام سوالوں کے جواب دیے اور اس کو 30 نمبر ملے جب کہ اس کے دس جواب صحیح تھے۔

(ii) جے نے بھی سارے سوالوں کے جواب دیے اور اس کو (12–) نمبر ملے جب کہ اس کے 4 جواب صحیح تھے۔

ان لوگوں نے کتنے سوال غلط کیے؟

حل

(i) ایک صحیح سوال کے لیے نمبر ملے =5

اس لیے 10 صحیح سوالوں کے لیے نمبر ملے 50=5×10

رادھیکا کا اسکور ہے =30

غلط جوابوں کے لیے نمبر ملے 20–=30–50

ایک غلط سوال کے لیے نمبر ملے =(2–)

اس لیے کل غلط سوالوں کی تعداد = 10=(2–) ÷ (20–)

(ii) 4 صحیح جوابوں کے لیے نمبر ملے 20=5×4

جے کا اسکور ہے = 12–

غلط جوابوں کے لیے نمبر ملے 32–=20–12–

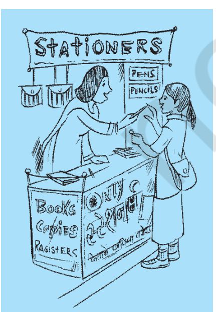
ایک غلط جواب کے لیے نمبر =(2–)

اس لیے کل غلط سوالوں کی تعداد= 16 = (2–) ÷ (32–)

مثال 7 ایک دکاندار ایک پین بیچ کر ₹ 1 نفع کماتا ہے جب کہ اپنے پرانے رکھے سامان کی ایک پنسل بیچنے سے اس کو 40 پیسے کا نقصان ہوتا ہے۔

(i) ایک مہینے میں اس کو کل 5 روپے کا نقصان ہوا۔ اس میں اس نے 45 پین بیچے۔ بتائیے اس نے اس مہینے میں کتنی پنسلیں بیچیں۔

(ii) اگلے مہینے میں اس کو نہ تو کوئی نفع ہوا اور نہ ہی کوئی نقصان ہوا۔ اگر اس نے 70 پین بیچے تو اس نے کتنی پینسلیں بیچیں؟



حل

(i) ایک پین بیچنے سے کمایا گیا نفع = ₹ 1

45 پین بیچنے پر کمایا گیا نفع = ₹ 45

اس کو ہم 45+ ₹ سے ظاہر کریں گے

کل سہا گیا نقصان = 5 ₹ ، اس کو ہم 5- ₹ سے ظاہر کریں گے۔

کمایا گیا نفع + سہا گیا نقصان = کل نقصان

اس لیے سہا گیا نقصان = کل نقصان - کمایا گیا نفع

= ₹ (–5 – 45)

= ₹(–50)

= 5000 پیسے

ایک پنسل بیچنے سے سہا گیا نقصان = 40 پیسے، جس کو ہم 40- پیسے سے ظاہر کریں گے۔

اس لیے بیچی گئی پنسلوں کی تعداد = $(-5000) \div (-40) = 125$

اگلے مہینے میں نہ کوئی نفع ہوا اور نہ ہی نقصان اس لیے کمایا گیا نفع + سہا گیا نقصان = 0

یعنی کمایا گیا نفع = –سہا گیا نقصان

اب 70 پین بیچنے سے کمایا گیا نفع = 70 ₹

اس لیے پنسلوں کو بیچنے سے سہا گیا نقصان = 70 ₹ جس کو ہم 70- ₹ یا 7,000- پیسے ظاہر کریں گے۔

بیچی گئی کل پنسلوں کی تعداد = $(-7000) \div (-40) = 175$ پنسلیں

مشق 1.4

1۔ درج ذیل کی قیمت معلوم کیجیے

(a) $(-30) \div 10$ (b) $50 \div (-5)$ (c) $(-36) \div (-9)$

(d) $(-49) \div (49)$ (e) $13 \div [(-2) + 1]$ (f) $0 \div (-12)$

(g) $(-31) \div [(-30) + (-1)]$ (h) $[(-36) \div 12] \div 3$ (i) $[(-6) + 5)] \div [(-2) + 1]$

2۔ a، b اور c کی درج ذیل قیمتوں کے لیے $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ کی جانچ کیجیے

(a) $a = 12, b = -4, c = 2$ (b) $a = (-10), b = 1, c = 1$

3۔ خالی جگہیں بھریے

(a) $369 \div$ _____ $= 369$ (b) $(-75) \div$ _____ $= -1$

(c) $(-206) \div$ _____ $= 1$ (d) $-87 \div$ _____ $= 87$

(e) _____ $\div 1 = -87$ (f) _____ $\div 48 = -1$

(g) $20 \div \_\_\_\_ = -2$ (h) $\_\_\_\_ \div (4) = -3$

4۔ کوئی پانچ صحیح اعداد کے جوڑے (a,b) اس طرح لکھیے کہ $a \div b = -3$ ہو۔ ایسا ایک جوڑا $(6, -2)$ ہے کیونکہ $6 \div (-2) = (-3)$

5۔ 12 بجے دوپہر کا درجہ حرارت صفر سے $10^\circ C$ زیادہ ہے۔ اگر یہ آدھی رات تک $2^\circ C$ فی گھنٹے کی شرح سے گھٹتا ہے تو صفر سے $8^\circ C$ کم درجہ حرارت کس وقت ہوگا؟ آدھی رات کو درجہ حرارت کیا ہوگا؟

6۔ کلاس کی ایک جانچ میں ہر صحیح جواب کے لیے $(+3)$ نمبر، ہر غلط جواب کے لیے (-2) نمبر دیے گئے ہیں۔ اگر کوئی سوال حل نہیں کیا گیا ہے تو اس کے کچھ بھی نمبر نہیں دیے گئے ہیں۔ (i) رادھیکا کو 20 نمبر ملے ہیں۔ اگر اس کے 12 جواب صحیح ہیں تو اس کے غلط جوابات کی تعداد کیا ہے؟ (ii) موہنی کو اس جانچ میں -5 نمبر ملے جب کہ اس کے 7 جواب صحیح تھے۔ اس نے کتنے غلط جواب دیے ہیں؟

7۔ ایک رافع مشین ایک کان میں 6 میٹر فی منٹ کی رفتار سے نیچے جاتی ہے اور سطح زمین سے 10 میٹر کی اونچائی سے اس مشین نے جانا شروع کیا تو 350 میٹر کی گہرائی تک پہنچنے میں اس کو کتنی دیر لگے گی۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ مکمل اعداد اور ان کے منفی اعداد کو ملا کر بننے والا بڑا مجموعہ صحیح اعداد ہوتے ہیں۔ اس کا تعارف چھٹی کلاس میں کرایا جا چکا ہے۔

2۔ آپ پچھلی جماعت میں عددی خط پر صحیح اعداد کا اظہار اور ان کی جمع و تفریق سیکھ چکے ہیں۔

3۔ اب ہم جمع اور تفریق کی کچھ خصوصیات کے بارے میں پڑھتے ہیں۔

(a) صحیح اعداد کی جمع اور تفریق دونوں ہی بندشی خصوصیت رکھتی ہیں۔ یعنی $a+b$ اور $a-b$ دونوں صحیح اعداد ہیں۔ جہاں a اور b صحیح اعداد ہیں۔

(b) صحیح اعداد کی جمع تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے۔ یعنی سبھی صحیح اعداد a اور b کے لیے $a + b = b + a$

(c) صحیح اعداد کی جمع تلازمی خصوصیت رکھتی ہے۔ یعنی سبھی صحیح اعداد a، b اور c کے لیے $(a + b) + c = a + (b + c)$

(d) صحیح اعداد کا جمعی تماثلہ صحیح عدد 0 ہے۔ یعنی کسی بھی صحیح عدد a کے لیے $a + 0 = 0 + a = a$

4۔ ہم نے پڑھا ہے کہ صحیح اعداد کی ضرب کیسے ہوتی ہے اور ہم نے دیکھا کہ ایک مثبت اور ایک منفی صحیح عدد کا حاصل ضرب ایک منفی صحیح عدد ہوتا ہے، جب کہ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ایک مثبت صحیح عدد ہے۔ مثال کے طور پر $-2\times7=-14$ اور $-3\times-8=24$

5۔ ضرب کیے جانے والے منفی صحیح اعداد کی تعداد اگر جفت ہے تو حاصل ضرب مثبت ہوگا اور اگر یہ تعداد طاق ہے تو حاصل ضرب منفی ہوگا۔

6۔ صحیح اعداد کی ضرب کی بھی کچھ خصوصیات ہیں۔

(a) صحیح اعداد کی ضرب بندشی خصوصیت رکھتی ہے، یعنی کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے $a \times b$ بھی ایک صحیح عدد ہے۔

(b) صحیح اعداد کی ضرب تقلیبی خصوصیت رکھتی ہے۔ یعنی کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے $a \times b = b \times a$ ہے۔

(c) صحیح عدد 1، صحیح اعداد کا ضربی تماثلہ ہے۔ یعنی کسی بھی صحیح عدد a کے لیے $a = a \times 1 = 1 \times a$ ہے

(d) صحیح اعداد کی ضرب تلازمی خصوصیت بھی رکھتی ہے۔ یعنی کسی بھی تین صحیح اعداد a، b اور c کے لیے $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

7۔ صحیح اعداد کی جمع اور ضرب کی ایک اور خصوصیت بھی ہے جس کو تقسیمی خصوصیت کہتے ہیں۔ یعنی کسی بھی تین صحیح اعداد a، b اور c کے لیے $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

8۔ صحیح اعداد کی جمع اور ضرب کے تحت تقلیبی، تلازمی اور تقسیمی خصوصیات ہمارے حساب کو آسان کرنے میں مددگار ثابت ہوتی ہیں۔

9۔ ہم نے صحیح اعداد کی تقسیم بھی سیکھی۔ ہم نے پایا کہ

(a) جب ایک مثبت صحیح عدد کو کسی منفی صحیح عدد سے تقسیم کیا جاتا ہے تو خارج قسمت منفی عدد آتا ہے اور اس کا الٹا بھی۔

(b) ایک منفی صحیح عدد کو کسی منفی صحیح عدد سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت مثبت عدد آتا ہے۔

10۔ کسی بھی صحیح عدد a کے لیے

(a) $a \div 0$ بے معنی ہے

(b) $a \div 1 = a$