p1beiki6ir1brr15u o93r1o3ir2q4

PRAGATI-2

2016-2017

MATHEMATICS

Class VI

NOT FOR SALE

SCERT
स्वाध्यायान्मा प्रमदः
State Council of
Educational Research and Training

SPONSORED BY :
DELHI BUREAU OF TEXT BOOKS

GNCT OF DELHI
Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi

SCERT, DELHI
December 2016
No. of Copies 250

Published by State Council of Educational Research and Training, Delhi
Printed at Star Forms, Delhi - 07, Mob. No.: - 9810520802

Note

Delhi Government took a decision to involve all its teachers to look at children's books of classes 6 to 8 in small groups and create supplementary learning material based on the topics in their prescribed text books. The objective of this exercise was to provide a platform to teachers to discuss among themselves and create teaching learning material for children of their own classes based on the understanding of their existing learning level. In other words, it was an attempt to create material which is simple and contextual for children. Accordingly, workshop was organized by SCERT, Delhi during May-June 2016 involving about 20,000 teachers of the Directorate of Education teaching five subjects- Hindi, English, Maths, Social Science and Science. The sessions ofthis workshop was facilitated by Mentor Teachers with the assistance of Cluster Resource Coordinators (CRCs) of SSA. Apart from the content, the teachers also discussed about different methods of classroom transaction.

Thus, the core content for supplementary learning material of this subject was created by about 4000 {Science} Trained Graduate Teachers (TGTs). Subsequently, a sub group of Mentor Teachers, TGTs in {Science}, edited material of their respective subjects that was created during this workshop. The edited material was reviewed by Senior Lecturers of DIETs. This entire process has generated supplementary learning material which is aligned with the topics of prescribed textbooks.

This process and material should be viewed as "work in progress". This is not a substitute for prescribed text books; it is an additional material to support, assist and strengthen teaching and learning.

We encourage teachers and educators to give their feedback after using this material with children as well as give specific inputs for improvement and strengthening of such initiatives. Do send your feedback via an online feedback/input form which is available at the homepage of SCERT, Delhi.

Reviewed by:	Dr.	Anil Teotia, Principal, DIET Dilshad Garden.
	Mr.	Ajay Choubey, Vice Principal, Govt. Boys Sr. Sec. School, Dhaka, Delhi.
Editorial Group of : Mentor Teachers	Mrs.	Anju Pathak (20081047), JDSKV Mayur Vihar, Pkt 2, Phase I
	Dr.	Ashok Kumar (Tiwari) (19900432), ACC Govt. SBV, Jhilmil Colony
	Mr.	Gaurav Sharma (20081628), SBVM GSV, Shankracharya Marg
	Mrs.	Jaspal Kaur (20100095), SKV, Prahladpur
	Mrs.	Neeta Batra (20130835), S(Co-Ed.)S, Mangolpuri, C- Block
	Mr.	Rakesh Gujral (20050846), GSBV, Ramesh Nagar
	Mr.	Rakesh Kumar (20130834), GBSSS, Kair
	Mrs.	Shalini (20111699), SKV No. 1, Narela
	Mrs.	Supriya (20102300), RPSKV, Rithala
	Mrs.	Sunila Bhatia (19930502), VSSKV No. 1, Kalkaji
	Dr.	Sushma Singh (19930796), GGSSS, Shahbad dairy
	Mr.	Umashankar (20072427), GBSSS, Prem Nagar
	Mrs.	Vinod Bala (20072429), GGSSS Sector 3, Dwarka
Incharge Publication:	Ms.	Sapna Yadav, SCERT, Delhi
Publication Team:	Mr.	Navin Kumar, Ms. Radha and Jai Bhagwan

अध्यापकों से ...

संभावनओं की तलाश

विभिन्न विषयों से अलग गणित को आमतौर पर ऐसा विषय माना जाता है जिसमें छात्र कम रुचि लेते हैं। जो छात्रों को कम लुभाता है। इतना ही नहीं कुछ छात्रों को यह विषय बहुत रूखा और बोरिंग (उबाऊ) लगता है। ये कुछ ऐसे सवाल हैं जिनके उत्तर ढूंढ़ने के साथ-साथ उन कारणों की तलाश करनी होगी जिनके कारण ये प्रवृत्ति पनपती है। क्या कारण है कि एक छात्र अन्य विषयों के बनिस्बत गणित में उतनी रुचि नहीं लेता है। इसे समझना ज़रूरी है।

गौर से देखें तो इसके तीन प्रमुख बिंदु नज़र आते हैं।

- गणित में अमूर्त एवं मानने और जानने की धारणाओं का इस्तेमाल।
- 'गणित मुश्किल है' जैसी स्व प्रचारित टिप्पणियों का प्रसार।
- शिक्षण पद्धति में नीरस एवं रूढ़िगत विधियों का इस्तेमाल।

इन बिंदुओं को ज़रा विस्तार से समझते हैं। प्रमुखत: गणित शुरूआत से ही कुछ मानने के सिद्धांत पर आधारित है। संख्याओं के ज्ञान से लेकर गणित की तमाम शाखाओं में गणित की अवधारणा मूलत: आभासी है। जिसे समझने और समझाने के लिए कई बार अतिरिक्त ध्यान की अवश्यकता होती है। आभासी चीज़ों को प्राय: साकार रूप से स्वीकार कर लेने के लिए मस्तिष्क को एका ग्रचित्त होने की ज़रूरत होती है। जिसे कुछ लोग बड़ी आसानी से अपने साथ जोड़ लेते हैं और कुछ को जोड़ने में वक्त लगता है। यह प्रत्येक की अपनी दक्षता पर भी निर्भर करता है। और यही कारण है कि गणित जैसे विषय के बारे में तमाम भ्रांतियाँ प्रचारित कर दी जाती हैं। 'गणित मुश्किल है' जैसी टिप्पणी समाज में प्रचारित ऐसा जुमला बन गया है जिसे स्कूल जाता हर छात्र सुनता है बल्कि कुछ छात्रों को तो अपने घरों में ही इस तरह की टिप्पणियों का सामना करना पड़ता है। इस तरह की टिप्पणियाँ एक छात्र को स्वाभाविक तौर पर सीखने में बाधा पहुंचाती हैं। छात्र अपने बड़ों से न केवल सीखते हैं बल्कि प्रेरणा लेकर विवेचनात्मक कौशल को भी विकसित करते हैं। इसलिए हमें ऐसे बयानों और पूर्व धारणाओं को प्रचारित करने में सावधानी बरतनी चाहिए,जिससे किसी के अंदर होने वाला सहज और स्वाभाविक विकास प्रभावित न हो।

तीसरा और आखि़री बिंदु है - शिक्षण पद्धति में नीरस एवं रूढ़िगत विधियों का इस्तेमाल, जिसका एक छात्र क्रियान्वयन के स्तर पर विद्यालय में अक्सर सामना करता है। शिक्षण में एकरसता होने से ऊब पैदा होने का ख़तरा सदैव बना रहता है। सवाल ये है कि गणित जैसा विषय, जिसके अंदर सोचने और समझने की न केवल अपार संभावनाएँ हैं, बल्कि रचनात्मकता के स्तर पर इसके क्या क्या उपयोग रहे हैं - ये भी हमने देखा है। वैज्ञानिक हर गणना के लिए गणित का बारीक से बारीक इस्तेमाल होता है। और उसीका नतीजा है कि हम विकास के इस चरण में पहुंचे हैं। तो क्या गणित वाकई मुश्किल है? अब सवाल उठता है कि जिस विषय में इतनी संभावनाएँ हों, वो मुश्किल कैसे हो सकता है? वैसे भी किसी चीज़ का मुश्किल होना या न होना व्यक्तिपरक (सब्जेक्टिव) होता है। ये व्यकितगत क्षमताओं पर भी निर्भर करता है। और व्यक्तिगत क्षमताओं को विकसित करने में हमने कितना सार्थक प्रयास किया है, इसे भी आज परखने की ज़रूरत है।

ऐसे में गणित जैसे विषय के मुश्किल लगने या उबाऊ लगने के बारे में अगर हम किसी से पूछते हैं तो अमूमन एक ही तरह का उत्तर मिलता है कि पढ़ाई की शुरूआत से ही गणित से एक तरह का डर लगने लगा। डर क्यों ? बच्चे केअंदर ये डर पैदा होने के लिए क्या सिर्फ़ बच्चा ज़िम्मेदार है। या इसकी ज़िम्मेदारी विद्यालय की भी बनती है, जहां वह गणित नाम से परिचित हुआ, मगर उसे ठीक से सीख और समझ नहीं पाया।

अमूमन ये मान लिया जाता है कि गणित के अंदर गतिविधि कराने की कोई गुंजाइश नहीं है या बहुत ही कम है। हम अगर ध्यान से देखें तो गणित हमारी रोज़मर्रा की ज़िंदगी का हिस्सा होता है। संख्याओं का खेल कहीं न कहीं हमारी अपनी ज़िंदगी का खेल है। इसमें भी उतना ही रस है जितना किसी और विषय में। सवाल है उसके बारे में बनी सारी भ्रांतियों को तोड़ने का और उसे अपनी ज़िंदगी से जोड़ने का।

इस बार गणित में 'रोल प्ले' का इस्तेमाल करते हुए विषयवस्तु को और अधिक रोचक बनाने का प्रयास किया गया है। किसी भी विषय या प्रसंग के बारे में संक्षिप्त नाट्य प्रस्तुति अगर हम देखते हैं तो वह हम सबको बांधती है। जिससे विषय पर आना और उसके बारे में अवधारणा को स्पष्ट करना अपेक्षाकृत आसान तो हो ही जाता है बल्कि वह बच्चों के साथ भी सीधे-सीधे जुड़ता है। इस तरह गणित शिक्षण में 'थियेटर इन एजुकेशन' की शिक्षाशास्त्रीय नीति को अच्छे से अपनाया जा सकता है। 'रोल प्ले' उसी का एक अंग है।

हम सभी शिक्षक अगर सुझाए गए 'रोल प्ले' का इस्तेमाल ही करें, ये ज़रूरी नहीं है। इसके लिए शिक्षक को संपूर्ण स्वायत्तता है कि वो अपने अनुसार काम करे। इसके अंदर इंप्रोवाइज़ेशन की पूरी छूट है, बशर्ते ये इंप्रोवाइज़ेशन शिक्षक की देख-रेख में हों। हमारी कोशिश हो कि हम कक्षा के ज़्यादातर बच्चों को इसमें शरीक़ कर पाएँ। उनकी सहभागिता पूरी गतिविधि को जीवंत बना देगी। इसके लिए हम कक्षा के छात्रों के चार से पांच ग्रुप बना सकते हैं। सभी ग्रुप 'रोल प्ले' को अपने-अपने हिसाब से खेलेंगे। हाँ, इस बात का ध्यान रहे कि जब एक ग्रुप अपनी प्रस्तुति दे रहा होतो बाकी सभी ग्रुप उस प्रस्तुति को ध्यान से देखें। और उसके बारे में जो भी उनकी राय बने, उसे कापी के अंदर नोटकर लें। ताकि सभी प्रस्तुतियों के बाद जब सभी प्रस्तुतियों का मूल्यांकन किया जाए तो उन राय और मशविरों को सबके सामने रखा जाय। सुधार की हर संभावना का हमेशा स्वागत किया जाय।

'रोल प्ले' से कक्षा के प्रत्येक छात्र के विषय से जुड़ने की संभावना बढ़ जाती है। इस गतिविधि से एक और जो प्रत्यक्ष लाभ होगा, वो होगा छात्रों का शिक्षकों के साथ एक तरह से घुलना-मिलना जो हमारी सीखने की प्रवृत्ति को और मज़बूत करता है। और यहीं से उन बच्चों के अंदर गणित के प्रति डर के भाव ख़त्म होने की संभावना बढ़ेगी।

संभावनाओं की तलाश करते हुए, आइए प्रयास करते हैं।

विषय -सूची

अध्याय 1	आधारभूत ज्यामितीय अवधारणाएँ	1–33
अध्याय 2	प्रारंभिक आकारों को समझना	34–63
अध्याय 3	पूर्णांक	64–84
अध्याय 4	भिन्न	85–118
अध्याय 5	दशमलव	119–133
अध्याय 6	क्षेत्रमिति	134–153
अध्याय 7	बीजगणित	154–175
अध्याय 8	अनुपात और समानुपात	176–188
अध्याय 9	प्रायोगिक ज्यामिति	189–207

अध्याय 1 – आधारभूत ज्यामितीय अवधारणाएँ

आओ दोस्तो, नीचे दी गई बातों के बारे में आँख बंद करके सोचते है।

1. आसमान में दिखता तारा।
2. रात के समय बहुत दूर जलता हुआ बल्ब।
3. किसी सीधी सड़क पर बहुत–बहुत दूर खड़ी गाड़ी।

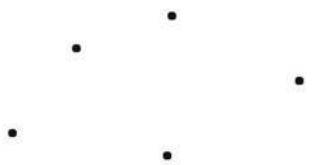
ऊपर दी गई तीनों बातें हमें बहुत बड़े क्षेत्र में लगभग बहुत छोटे दिखने वाली वस्तु का आभास कराती हैं।

अब कागज पर एक पेंसिल के नुकीले सिरे से एक ऐसा निशान बनाएँ जो बहुत कम जगह घेरता हो। आपकी पेंसिल का सिरा जितना नुकीला होगा उतना ही निशान कम जगह घेरेगा।

अब, क्या हम ऐसा चिह्न सोच सकते हैं जो बिल्कुल भी स्थान न घेरता हो ?

क्या, हम इस चिह्न की लंबाई, चौड़ाई या ऊँचाई माप पाएँगे ? अपने अध्यापक के साथ चर्चा कीजिए।

यह चिह्न ही बिंदु है और यह केवल एक स्थिति को दर्शाता है।



प्र० यहाँ कितने बिंदु दिखाए गए हैं ?

____

प्र० अलग–अलग बिंदुओं की पहचान कैसे करेंगे ?

____

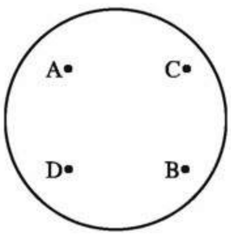
____

हम बिंदुओं को सामान्यतः अंग्रेजी के बड़े अक्षर से व्यक्त करते हैं।

अब ऊपर दिए गए चारों बिंदुओं के नाम अपने मन से लिखिए।

____

प्रयास करें:–
गोले में दिए गए बिंदुओं के नाम लिखें।



1. बिंदु A
2. __________
3. __________
4. __________

रेखाखंड

इन स्थितियों पर विचार करें:–

(1) एक आयताकार कागज को बीच से मोड़कर खोल दें। एक क्रीज बनती है।

(2) फ़र्श का किनारा एक सिरे से दूसरे सिरे तक।

(3) ब्लैक बोर्ड का किनारा एक सिरे से दूसरे सिरे तक।

आपको इन तीनों स्थितियों में क्या दिखाई देता है? चर्चा करें।

करके देखें

दिए गए दो बिंदुओं A तथा B को मिलाने का प्रयास करें। • A • B

प्र०:– हम इन्हें कितनी प्रकार से मिला सकते हैं?

प्र०:– बिंदु A से प्रारंभ करते हुए बिंदु B तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता कौन सा है? ____________

बिंदु A से बिंदु B तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता **सीधा** है और एक ही दिशा में चलने का है। यह एक **रेखाखंड** का आभास कराता है। इस रेखाखंड का नाम $\overline{AB}$ है।
AB के ऊपर लगा हुआ चिह्न(—) दर्शाता है कि यह एक रेखाखंड है।

अब इन रेखाखंडों के नाम बताइए :

		लिखें	पढ़ें
(i)	L ——————— M	$\overline{LM}$	(रेखाखंड LM)
(ii)	R ————————— S	________	( )
(iii)	P ————— Q	________	( )
(iv)	X ———————— Y	________	( )

रेखा

एक रेखाखंड CD बनाइए

ऐसा सोचिए कि रेखाखंड CD को C से आगे उसी दिशा में तथा D से आगे दूसरी दिशा में बढ़ाते जाएँ, बढ़ाते जाएँ और इतना बढ़ा दें कि अंत को कभी ढूँढ ही न पाएँ।

क्या हम इसे कागज़ पर खींच पाएँगे ?

_________________(हाँ/नहीं)

अध्यापक के साथ चर्चा कीजिए।

आओ हँसते हैं।

दो गप्पी आपस में लंबी–लंबी डींगे हाक रहे थे।

पहला गप्पी : पता है, मेरे दादाजी के पास इतनी लंबी नांद थी जिसमें सारी दुनिया के जानवर चारा खाते थे।

दूसरा गप्पी : अच्छा ! मेरे दादाजी के पास इतनी लंबी लकड़ी थी जिससे आसमान को छूने पर बारिश होने लगती थी।

पहला गप्पी : अच्छा ये बता, कि तेरे दादाजी उस लकड़ी को रखते कहाँ थे ?

दूसरा गप्पी : तेरे दादाजी की लंबी नांद में !

आपको क्या लगता है कि आसमान को छुआ जा सकता है ?

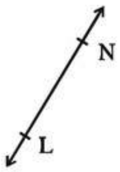
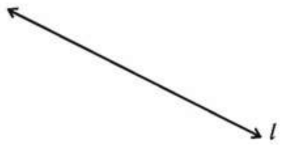
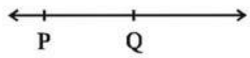
अगर हम आकाश में ऊपर की ओर चलते जाएँ, चलते जाएँ तो क्या हम आसमान के किसी सिरे पर पहुँच पाएँगे ?

इसी प्रकार यदि हम किसी रेखाखंड के दोनों सिरों को इस प्रकार बढ़ाएँ कि उसका अंत न ढूंढ़ पाएँ तो एक रेखा बनती है।

इस प्रकार सोचने पर हमें एक रेखा प्राप्त होती है जिसे हम $\overleftrightarrow{CD}$ से दर्शा सकते हैं। CD के ऊपर चिह्न (↔) रेखा को दर्शाता है।

हम रेखा को अंग्रेजी के छोटे अक्षरों से भी व्यक्त कर सकते हैं। किसी भी रेखा को उस रेखा पर स्थित बिंदुओं द्वारा दिखाया जा सकता है।

आओ करके देखें (रेखाओं के नाम लिखें और पढ़ें)

		लिखें	पढ़ें
(i)		$\overleftrightarrow{AB}$	(रेखा AB)
(ii)		______	( )
(iii)		*l*	(रेखा *l*)
(iv)		______	( )
(v)		______	( )

इन दो रेखाओं को देखकर उत्तर दीजिए: (हाँ/नहीं)

(i)

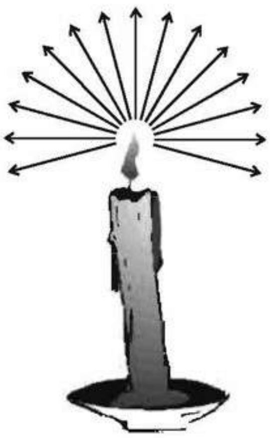
(ii)

प्र० क्या रेखा p, रेखा n से बड़ी है?

प्र० क्या रेखा p, रेखा n के बराबर है?

(अध्यापक के साथ चर्चा करके उत्तर दें।)

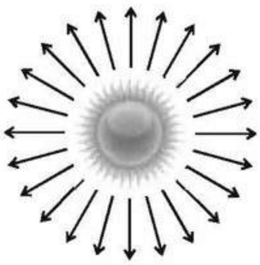
किरण



मोमबती का प्रकाश कहाँ से शुरू हुआ?

मोमबती का प्रकाश कहाँ–कहाँ तक गया?

एक और उदाहरण देखते हैं।



सूर्य का प्रकाश कहाँ से शुरू हुआ?

सूर्य का प्रकाश कहाँ कहाँ तक गया?

ऊपर दी गई स्थितियाँ हमें किरण का आभास कराती हैं। किरण रेखा का एक भाग होती है, जिसका एक आरंभिक बिंदु होता है।

किरण AB में A आरंभिक बिंदु है। B किरण पर एक और बिंदु है तथा किरण को AB दिशा में आगे बढ़ाया जा सकता है।
ऊपर दी गई किरण को $\overrightarrow{AB}$ से दिखा सकते है।

किसी भी किरण को दिखाने के लिए उसका आरंभिक बिंदु तथा उसका कोई एक और बिंदु पर्याप्त हैं।

आओ करें

प्र० निम्नलिखित आकृतियों को पहचानकर उनके नाम लिखिए।

(i)

____

(ii)

____

(iii)

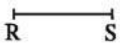
____

(iv)

____

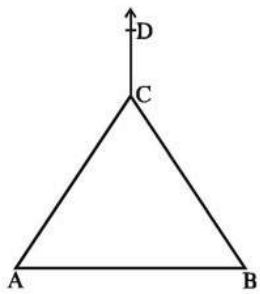
(v)

____

(vi) 

____

प्र० नीचे दी गई आकृति में :



बिंदुओं के नाम – ______, ______, ______, ______

रेखाखंडों के नाम – ______, ______, ______

किरणों के नाम – ______

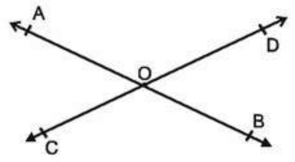
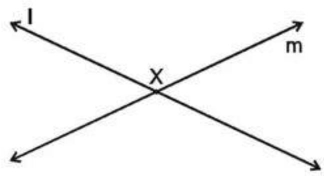
प्रतिच्छेदी रेखाएँ

एक आयतकार कागज का टुकड़ा लेकर उसे लंबाई में बीच से मोड़कर खोल लेते हैं, फिर चौड़ाई में बीच से मोड़कर खोल लेते हैं।

हम देखते हैं कि जहाँ पर दोनों रेखाखंड मिलते हैं, उस जगह हमें एक बिंदु का आभास होता है।

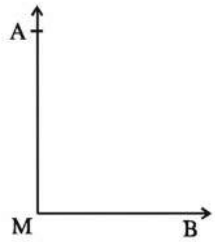
अभी हमने दो रेखाखंडों के मिलने के बारे में सोचा। अब क्या हम दो रेखाओं के एक दूसरे को काटने के बारे में सोच सकते हैं?

जब दो विभिन्न रेखाएँ एक दूसरे को किसी एक बिंदु पर काटती हैं तो वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं।

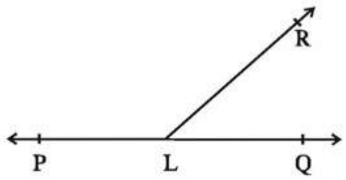
आओ करें।	प्रतिच्छेदी रेखाओं/ किरणों/रेखाखंडों के नाम	प्रतिच्छेदी बिंदु के नाम
	$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$	O
	___, ___	___

प्रतिच्छेदी रेखाओं/किरणों/रेखाखंडों के नाम

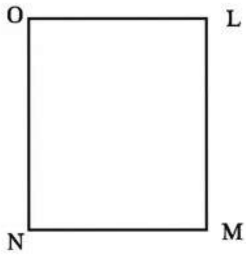
प्रतिच्छेदी बिंदु के नाम



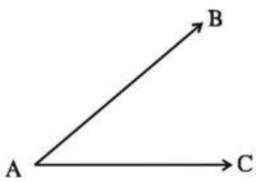
____ ____ ______



____ ____ ______



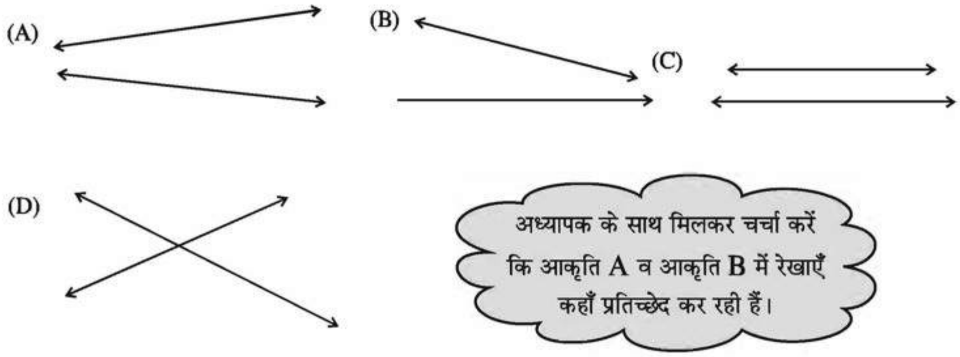
____ ____ ______



____ ____ ______

समांतर रेखाएँ

नीचे दिए गए रेखाओं के युग्मों को देखकर बताएँ कि कौन सी रेखाएँ प्रतिच्छेद कर रही हैं?



ऐसी रेखाएँ जो आपस में कभी प्रतिच्छेद नहीं करतीं, समांतर रेखाएँ कहलाती हैं।

दैनिक जीवन से समांतर रेखाखंडों के उदाहरण लिखें।

1. पुस्तक के किनारे
2. ____________________
3. ____________________
4. ____________________
5. ____________________
6. ____________________

आओ करें

मिलान करिए

(A)

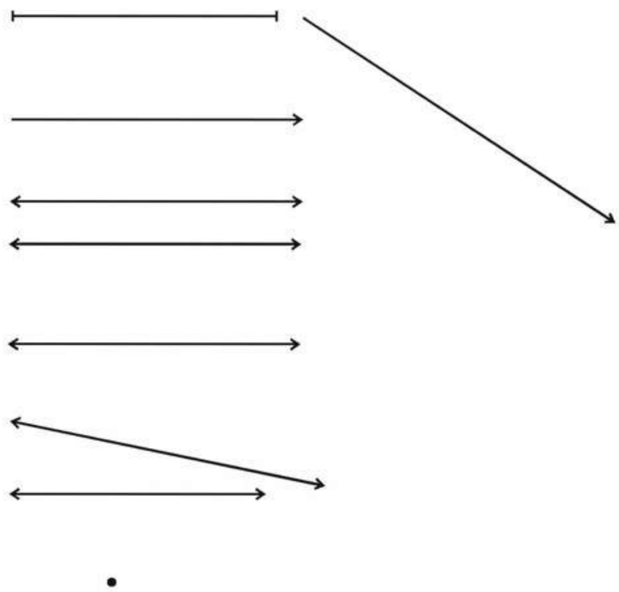
(B)

(C)

(D)

(E)

(F)



किरण

रेखा

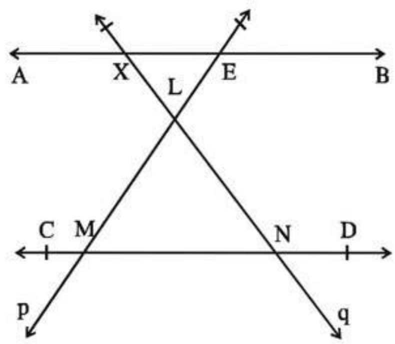
रेखाखंड

प्रतिच्छेदी रेखाएँ

बिंदु

समांतर रेखाएँ

आकृति को देखकर नाम लिखें



बिंदुओं के नाम ____________________

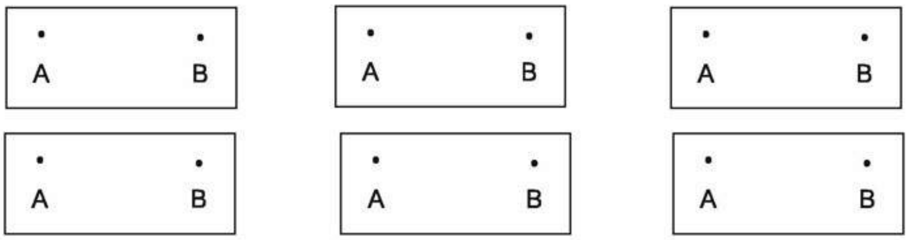
रेखाखंडों के नाम ____________________

प्रतिच्छेदी रेखाएँ ____________________

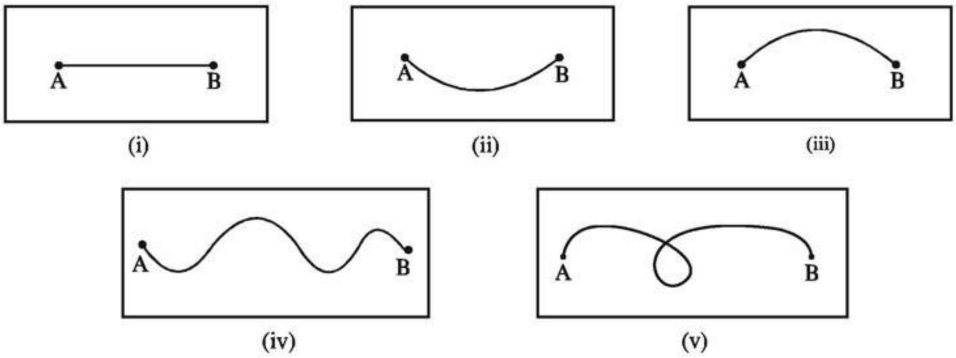
समांतर रेखाएँ ____________________

वक्र रेखाएँ

बिंदु A को बिंदु B से मिलाएँ। विभिन्न प्रकार से मिलाने का प्रयास करें।



आपके द्वारा दो बिंदुओं A और B को मिलाने वाला रास्ता क्या नीचे दिए गए रास्तों से अलग है? आओ देखें



ये सभी रास्ते जो बिंदु A को बिंदु B से मिलाते हैं, वक्र कहलाते हैं।

क्या यहाँ दी गई आकृति (i), (ii), (iii) व (iv) में चुना गया रास्ता एक जैसा है (हाँ/नहीं) ________________

वक्र (ii) ए (iii) व (iv) तथा वक्र (v) में क्या अंतर है? क्या आप बता सकते हैं? ________________

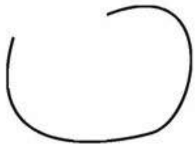
आकृति (i), (ii), (iii) व (iv) में वक्र खुद को नहीं काट रहा।

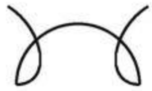
आकृति (v) में वक्र खुद को एक बिंदु पर काट रहा है।

ऐसे वक्र जो खुद को नहीं काटते, सरल वक्र कहलाते हैं।

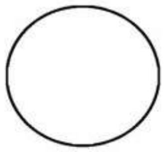
ऐसे वक्र जो स्वयं को कहीं से भी काट सकते हैं, बंद वक्र कहलाते हैं।
क्या नीचे दिए गए वक्र बंद हैं?

हाँ/नहीं

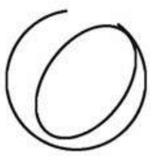
(i) 

(ii) 

(iii)

(iv) 

(v)

(vi) 

आइए दोस्तो नीचे एक रोल प्ले को पढ़ते हैं। इसे आप अपने अध्यापक के मदद से खेल सकते हैं।

ज्यामिति क्या है 1

आठ छात्र

क्लास में टीचर बच्चों को खेल कराता है। तरह-तरह की मुद्राओं में बच्चे चारों तरफ़ खाली स्थान में बिखरे हुए हैं। सभी बच्चे जहाँ खड़े हैं, वहीं अपनी आँखें बंद करके बैठ जाते हैं और आगे जो-जो निर्देश दिए जाते हैं, उन्हें ध्यान से सुनते हुए एक्शन करते हैं।

नीरज(टीचर) : सभी बच्चे क्या देख रहे हैं ?

अतुल : सर दिखेगा कहाँ से, हम सबकी आँखें तो बंद हैं।

नीरज : आँख बंद करके भी ध्यान से देखो क्या कुछ दिखाई दे रहा है ?

मोहसिन : सर अँधेरा नज़र आ रहा है।

डेविड : सर अँधेरे में कुछ तिनके तिनके से चलते नज़र आ रहे हैं।

नीरजः बिल्कुल सही, और ध्यान से देखो. उनमें सबसे छोटी चीज़ क्या नज़र आ रही है ?

(थोड़ी देर चुप्पी रहती है।)

अतुलः सर एक छोटा सा बिंदु नज़र आ रहा है।

डेविडः छोटे-छोटे बहुत से बिंदु हैं सर।

नीरजः ठीक है। क्या कोई ऐसी चीज़ भी नज़र आ रही है जो इतनी छोटी है कि उसे नाप नहीं सकते ?

अतुलः जी सर, बहुत छोटा और हल्का बिंदु।

नीरजः ठीक है अब ज़रा आँख खोलिए और ब्लैक बोर्ड पर उस छोटे और हल्के बिंदु को बनाकर दिखाओ।

(सभी आँखें खोलते हैं। क्लास में मैं-मैं का स्वर तेज़ हो जाता है। बच्चे अपने हाथ उठाते हैं। सभी बारी-बारी से ब्लैक बोर्ड पर आते हैं। बच्चे अपनी-अपनी कल्पना और सोच के मुताबिक बिंदु बनाते हैं।)

नीरजः मगर ये बिंदु है क्या और कितना बड़ा है ?

डेविडः सर जो सबसे छोटा है और सुई की पैनी नोंक के बराबर होता है।

मोहसिनः क़ुदरत में एक छोटी से छोटी चीज़ जिसे नापा न जा सके, बिंदु कहलाती है।

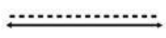
नीरजः ठीक है, इन बहुत सारे बिंदुओं को अगर पास पास रखा जाए तो क्या सूरत होगी ?

(नीरज चार पात्रों को स्टेज पर बुलाता है।)

नीरजः मान लीजिए ये चारों बच्चे चार बिंदु हैं और इन्हें सटाकर बिल्कुल पास पास रखा गया।

(चारों बच्चों को सटाकर खड़ा करता है।)

नीरजः इन बिंदुओं को अगर और सटा दिया जाय तो ये सूरत कुछ इस तरह होगी।



मोहसिनः अरे ये तो रेखा बन गई।

नीरजः बिल्कुल सही। ये एक रेखा बन गई। दरअसल ये तो रेखा का एक टुकड़ा है...इसे कहते हैं रेखाखंड। जैसे ये चार बच्चे ...न तो इनसे पहले कोई और बच्चा है और न ही इनके बाद कोई बच्चा है। दोनों ओर की सीमा तय हैं। इन्हें आगे पीछे नहीं बढ़ाया जा सकता।

मगर जब इस रेखाखंड को दोनों ही ओर घटाया-बढ़ाया जा सके तो इसे कहेंगे रेखा।

अतुलः मतलब चार बच्चों से पहले या बाद में बहुत से और भी बच्चे खड़े करते चले जाएँ तो उससे बनेगी रेखा।

नीरजः बिल्कुल ठीक। और अगर एक तरफ़ बहुत से बिंदु जोड़ते चले जाएँ और दूसरी तरफ़ कोई बिंदु न जोड़ें तो उसे क्या कहेंगे।

किरनः मैं बताऊँ ?

नीरजः ज़रूर बताओ।

किरनः इसे कहेंगे किरण।

नीरजः किरन, मगर तुम्हें ये कैसे मालूम ?

किरनः कल मेरे पापा ने बताया था कि किरण हमेशा एक ओर को चलती है। जैसे सूरज की किरणें सूरज से हमारी ओर आती हैं।

नीरजः अच्छा तो तुम्हारा नाम भी किरन इसलिए है क्योंकि तुम एक ही दिशा में चलती हो। क्लास से लाइब्रेरी की ओर। शाबाश। बहुत अच्छे।

किरन: मेरा एक सवाल है सर। क्या ये ज़रूरी है कि जब हम बिंदुओं को मिलाएँ तो वो सीधी रेखा में ही मिलें?

नीरज: बिल्कुल वाजिब सवाल। ये बिल्कुल ज़रूरी नहीं है कि वे बिंदु सीधी रेखा में ही मिलें। वो टेढ़े-मेढ़े भी मिल सकते हैं। और ऐसी टेढ़ी-मेढ़ी रेखाओं को कहते हैं वक्र रेखाएँ।

किरन: पर सर सीधी रेखा और टेढ़ी रेखा मतलब वक्र रेखा में हम कैसे फ़र्क करेंगे?

नीरज: किन्हीं दो बिंदुओं को मिलाने वाला छोटे से छोटा रास्ता सीधी रेखा कहलाएगा जबकि बाक़ी सभी रास्ते वक्र रेखा कहलाएँगे।

डेविड: तो सर क्या हम कुल मिलाकर कह सकते हैं कि बहुत सारे बिंदुओं को मिलाकर हमें रेखा प्राप्त होती है?

नीरज: हाँ, बिल्कुल सही डेविड। जब हम रेखा खींचते हैं तो बिंदु बिंदु करके नहीं खींचते। लगातार खींचते चले जाते हैं। इसका मतलब ये है कि उस रेखा को खींचने में हमने हज़ारों-लाखों बिंदुओं को बनाया और सभी को एक ही झटके में मिला दिया।

मोहसिन: तो क्या सर हम ये कह सकते हैं कि रेखा का कोई अंत बिंदु नहीं होता और किरण का एक अंत बिंदु होता है। वहीं रेखाखंड में दो अंत बिंदु होते हैं।

नीरज : एकदम ठीक मोहसिन। इन्हें हम एक साथ ऐसे समझ सकते हैं।

(ब्लैक बोर्ड पर खींचता है या पोस्टर के ज़रिये दिखाता है।)

मोहसिन: इससे तो ये समझ आता है कि रेखाखंड और किरण रेखा के ही भाग होते हैं?

नीरज: बिल्कुल सही कहा तुमने मोहसिन, रेखाखंड और किरण रेखा के ही भाग होते हैं।

(टीचर की भूमिका निभाता हुआ छात्र अब बाक़ी के सात बच्चों को बारी बारी से ब्लैक बोर्ड पर आने को कहता है। और तरह तरह की रेखाएं खींचने को कहता है। उनमें से कुछ बच्चे रेखाएँ खींचते हैं, कुछ रेखाखंड तो कुछ किरण।

नीरज: अब रेखाएँ इस तरह बनाओ कि वो एक दूसरे को काटें.

(छात्र विभिन्न प्रकार की रेखाओं के ज़रिये एक दूसरे को काटते हैं। इसके लिए सिर्फ़ रेखाओं के ज़रिये ही नहीं, वरन कुछ बच्चों को एक-एक रेखाखंड में खड़ाकर इस तरह बनाया जा सकता है कि ये रेखाखंड एक दूसरे को काटकर जाएँ।)

नीरज: जब दो रेखाएं एक दूसरे को काटती हैं, ऐसी रेखाओं को एक दूसरे को काटने वाली रेखाएँ कहते हैं। इन्हें प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहा जाता है।

किरन: सर, इस तरह तो प्रतिच्छेदी हमारे यहाँ सड़कें भी होती हैं, जिन्हें चौराहा भी कहते हैं।

मोहसिन: इस तरह तो कैंची भी होती है। जिसकी दोनों भुजाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।

डेविड: ख़तरे के निशान में भी दो रेखाओं एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।

नीरज: बिल्कुल सही कहा तुम तीनों ने। अच्छा अब ये बताओ अगर वे रेखाएँ एक-दूसरे को काटती नहीं हैं तो वे कैसी रेखाएँ होंगी?

(बच्चों में से किसी का कोई जवाब नहीं आता।)

नीरज: अब देखो इन रेखाओं को आगे पीछे कितना भी बढ़ाया जाये – ये एक-दूसरे को कभी नहीं काट सकतीं।

अतुल: कभी नहीं?

मोहसिन: ये तो रेलगाड़ी की पटरियों की तरह हैं।

नीरज: हाँ। सही कहा मोहसिन तुमने। ये रेलगाड़ी की पटरियों की ही तरह हैं। रेलगाड़ी की ये पटरियाँ क्या कभी एक-दूसरे को काटती हैं?

किरन: कभी नहीं। बल्कि दोनों पटरियों का अंतर हर जगह समान होता है।

नीरज: बिल्कुल सही किरन। अब चूंकि अंतर समान होता है इसलिए उन रेखाओं को कहते हैं – समान्तर रेखाएँ क्या कोई समान्तर रेखाओं के और नमूने बता सकता है?

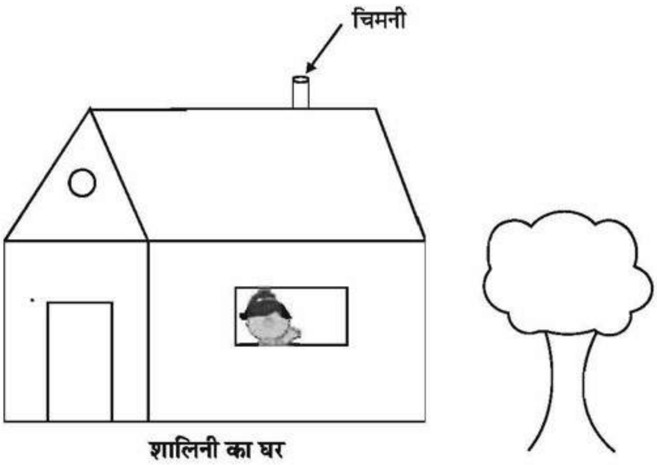
रमेश: (जो शुरू से चुपचाप था और बातें सुन रहा था।) स्केल के दोनों सिरे।

ममता: मेज़ के आमने-सामने के सिरे।

डेविड: छत में लगे गर्डर के दोनों ओर के सिरे।

नीरज: शाबाश प्यारे बच्चो। हम सब कल प्रतिच्छेदी और समांतर रेखाओं के ऐसे पांच-पांच उदहारण अपनी कापी में लिखकर लाएँगे जिन्हें हम अपने घर के आसपास देखते हैं।

आओ देखें :-



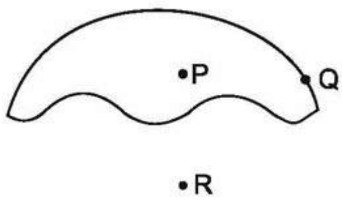
शालिनी का घर

(a) शालिनी कहाँ पर खड़ी है? घर के अंदर/बाहर/घर पर

(b) पेड़ कहाँ है? घर के अंदर/बाहर/घर पर

(c) चिमनी कहाँ है? घर के अंदर/बाहर/घर पर

यहाँ एक वक्र दिखाया गया है इसमें बिंदु P बिंदु Q तथा बिंदु R की स्थिति देखें।



बिंदु P की स्थिति बताएँ (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

बिंदु Q की स्थिति बताएँ। (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

बिंदु R की स्थिति बताएँ। (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

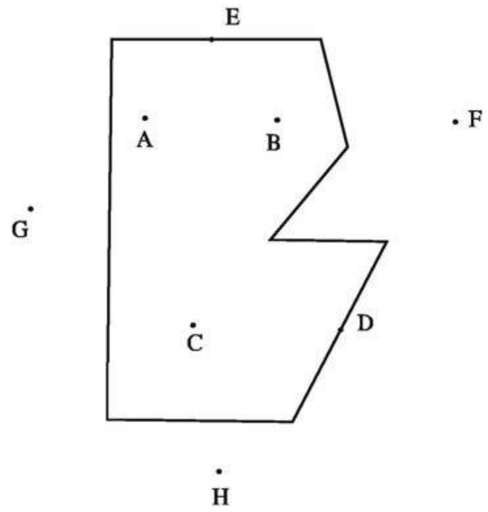
हम पीछे देख सकते हैं कि

बिंदु R वक्र के अंदर के भाग (अभ्यंतर) में है।

बिंदु R वक्र के बाहर के भाग (बहिर्भाग) में हैं।

बिंदु Q वक्र पर (परिसीमापर) है।

नीचे दी गई आकृति को देखें तथा सवालों के जवाब दें



वक्र के अभ्यंतर में कौन–कौन से बिंदु हैं? ____________________

वक्र के बहिर्भाग में कौन–कौन से बिंदु हैं? ____________________

वक्र की परिसीमा पर कौन–कौन से बिंदु हैं? ____________________

बहुभुज :-

(i) पाँच स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

(ii) चार स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

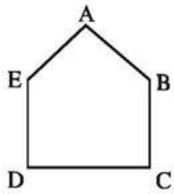
(iii) तीन स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

(iv) दो स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

आओ सोचें।

ऊपर दी गई स्थितियों में से किन स्थितियों में सरल बंद आकृति बन सकती है?

ऊपर दी गई स्थितियों में (i), (ii), (iii) व (iv) में जो बंद आकृतियाँ बनाई गई हैं, उसमें से पाँच भुजाओं वाली सरल आकृति इस प्रकार हो सकती है।



यहाँ आपको कितने बिंदु दिख रहे हैं? ____________

उनके नाम लिखें। ____________

इस आकृतियों में बनने वाले रेखाखंडों के नाम लिखें। ____________________

इस आकृति में कौन से दो रेखाखंड एक दूसरे के साथ सटे हुए हैं। इन दो रेखाखंडों का एक उभयनिष्ठ बिंदु है।

(i) $\overline{AB}$ और $\overline{AE}$ A

(ii) ____________   ______

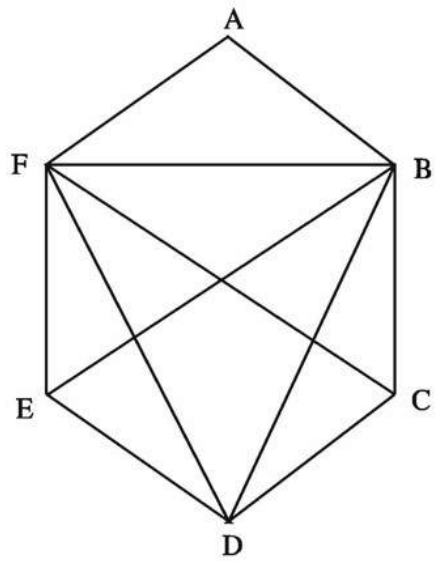
(iii) ____________   ______

(iv) ____________   ______

(v) ____________   ______

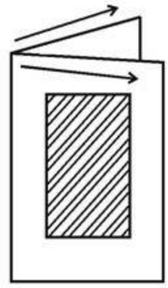
बहुभुज की कोई भी दो भुजाएँ जिनमें एक उभयनिष्ठ बिंदु हो, आसन्न भुजाएँ कहलाती हैं, तथा उभयनिष्ठ बिंदु आसन्न शीर्ष कहलाता है।

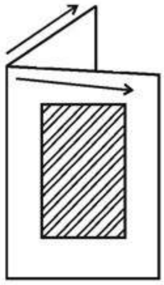
दी गई आकृति में आसन्न भुजाएँ तथा आसन्न शीर्षों के नाम लिखें :-



आसन्न भुजाएँ	उभयनिष्ठ शीर्ष
FE तथा ED	E

कोण





प्र० :- इन दो ग्रीटिंग कार्ड्स को देखकर बताएँ कि कौन सा अधिक खुला हुआ है ?

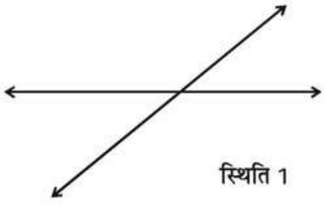
इन दोनों कार्ड्स के किनारे जो दो किरणों की तरह हैं, उनके बीच के झुकाव को कैसे मापा जा सकता है, अध्यापक से चर्चा करें।

इसी प्रकार के चार और उदाहरण अपने आसपास से दें जहाँ कोने बनते हों।

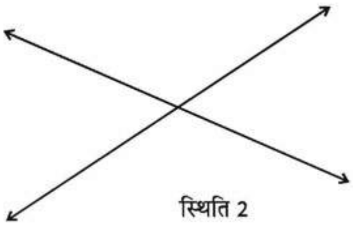
(i) ____________________ (ii) ____________________

(iii) ____________________ (iv) ____________________

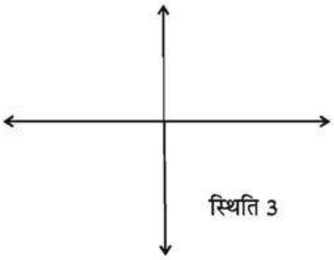
अपनी आँखें बंद करके सोचिए कि दो रेखाएँ एक-दूसरे को काट रही हैं। अब जो आपने सोचा, उसे कॉपी पर बनाएँ। आप देखेंगे कि दो रेखाएँ किसी भी तरह एक-दूसरे को काटें तो कुछ निम्न प्रकार की स्थितियाँ उभरती हैं।



स्थिति 1



स्थिति 2

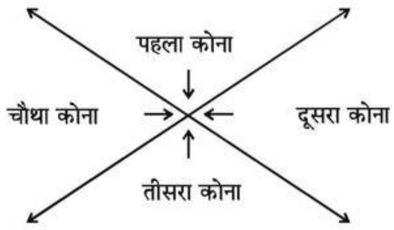


स्थिति 3

स्थिति 4

क्या आपकी बनाई गई आकृतियाँ पीछे दी गई आकृतियों से भिन्न हैं ? यदि हाँ, तो अपने दोस्तों से इसके बारे में चर्चा करें।

ऊपर दी गई आकृतियों में हम देखते हैं कि जहाँ रेखाएँ एक-दूसरे को काटती हैं, उस बिंदु के आसपास चार कोने बन गए हैं। क्या आप उन कोनों को देख सकते हैं ? यदि नहीं, तो अपने दोस्तों एवं अध्यापक की मदद लें।



इन्हीं कोनों को हम कोण कहते हैं। हम यह भी कह सकते हैं कि जब दो रेखाएँ/ रेखाखंड/ किरण एक-दूसरे को काटती (प्रतिच्छेद) हैं, तो कोण बनते हैं। कोणों को हम दो रेखाओं के एक-दूसरे से झुकाव द्वारा भी समझते हैं।

कोण बनाने के लिए हम एक ही बिंदु से दो अलग-अलग दिशाओं में किरण ले सकते हैं। आप भी अलग-अलग तरह के कोण बनाएँ और अपने दोस्तों को दिखाएँ।

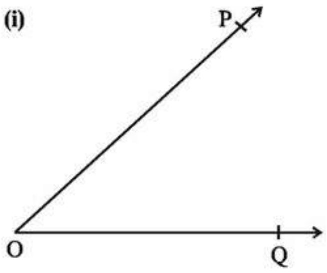
कोणों का मापन

जिस प्रकार हम लंबाई को स्केल की सहायता से नापते हैं, वज़न के लिए तराजू का इस्तेमाल करते हैं, उसी प्रकार कोण के लिए चाँदा (कोणमापक) का इस्तेमाल होता है। जैसे लंबाई को मीटर/से.मी. में, वज़न को किलोग्राम या ग्राम में मापा जाता है, उसी प्रकार कोण को डिग्री में मापते हैं। हम डिग्री में कोण को मापने के लिए चाँदा (कोणमापक) का इस्तेमाल करते हैं। आगे चलकर हम कोणों को मापना सीखेंगे।

हम दी गई आकृति में देख सकते हैं दो किरणें $\overrightarrow{BA}$ तथा $\overrightarrow{BC}$ एक कोण बना रही हैं। इसको हम $\angle ABC$ या $\angle CBA$ या फिर $\angle B$ के नाम से जानते हैं।

नीचे दी गई आकृति को देखें ओर जवाब दें।

(i)



प्र० किरणों के नाम लिखें।

____

प्र० दोनों किरणों के प्रांरभ बिंदु का नाम लिखें।

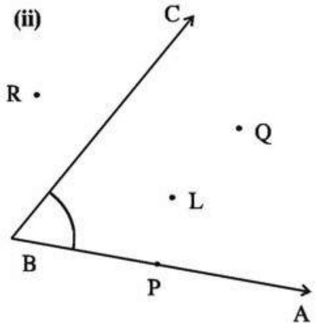
____

प्र० आकृति में दिए गए कोण का नाम लिखें।

____

अंदर का भाग – अभ्यंतर
बाहरी भाग – बहिर्भाग

(ii)



प्र० बिंदु P कहाँ पर स्थित है ? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

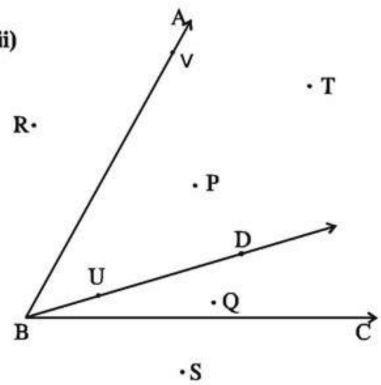
प्र० बिंदु R कहाँ पर स्थित है ? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

प्र० बिंदु L कहाँ पर स्थित है ? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

(iii)



∠ABC के अभ्यंतर में स्थित बिंदु ________

∠ABC के बहिर्भाग में स्थित बिंदु ________

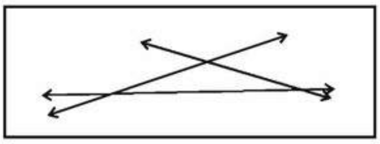
∠DBC पर स्थित बिंदु ________

∠ABD पर स्थित बिंदु ________

त्रिभुज

अपनी आँखें बंद करके ऐसी कल्पना करिए कि तीन रेखाएँ एक-दूसरे को अलग-अलग बिंदुओं पर काट रही हैं। अब आप के दिमाग में जो चित्र उभर रहा है। उसे नीचे बॉक्स में बनाएँ।

रीना ने भी कल्पना करते हुए निम्न आकृति बनाई।



आइए, कुछ सवालों के जवाब दें।

प्र० तीन रेखाओं के कटने से कोई बंद आकृति बनती है। ________ (हाँ/नहीं)

प्र० इस बंद आकृति की कितनी भुजाएँ हैं। ________

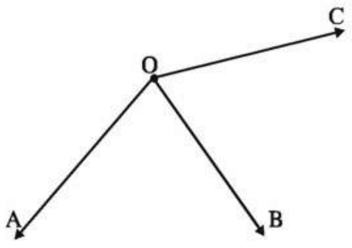
इस प्रकार बनी तीन भुजाओं की सरल बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।

नीचे दिए गए खाली स्थान में अलग-अलग त्रिभुज की आकृतियाँ बनाएँ।

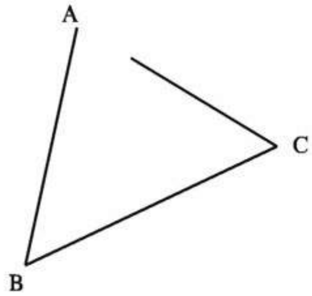
आइए नीचे दी गई आकृतियों को देखें और यह बताएँ कि क्या वह आकृति त्रिभुज है या नहीं। मज़ेदार बात यह है कि सभी आकृतियाँ तीन–तीन रेखाखंडों से मिलकर बनी हैं।

क्या आकृति त्रिभुज है (हाँ या नहीं)

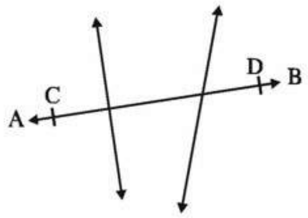
(i)



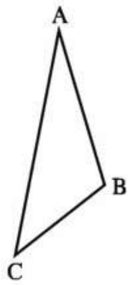
(ii)



(iii)

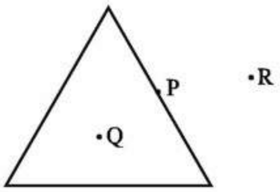


(iv)



पीछे दी गई आकृतियों के आधार पर क्या हम सोच सकते हैं कि एक त्रिभुज कब बना है तथा त्रिभुज की पहचान कैसे करेंगे?

आओ अब त्रिभुज के अंदर के भाग के बारे में सोचे। नीचे दिए गए त्रिभुज में रंग भरें।



यदि हमसे त्रिभुज के बाहर के भाग में रंग भरने के लिए कहा जाए तो हम कहाँ-कहाँ रंग भरेंगे? अपने साथियों एवं अध्यापक से चर्चा करें।

त्रिभुज के अंदर के बंद भाग को अभ्यंतर भाग तथा बाहर वाले भाग से बहिर्भाग कहते हैं।

अब बताएँ।

बिंदु Q कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के अंदर (अभ्यंतर)

बिंदु R कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के _____

बिंदु P कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के _____

क्या हम सोचकर बता सकते हैं कि एक त्रिभुज के अभ्यंतर भाग में कितने कोण में होते हैं?

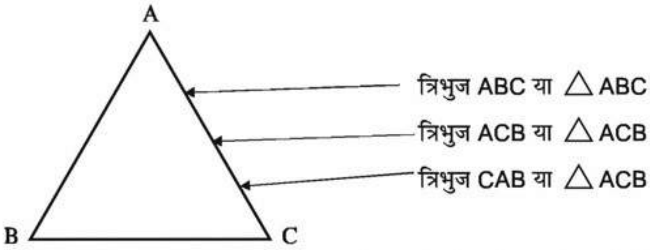
त्रिभुज को कुछ लोग त्रिकोण भी कहते हैं।

हम देख सकते हैं कि त्रिभुज के तीन शीर्ष, तीन भुजाएँ, तीन कोण होते हैं।

क्या हम जानते हैं एक शीर्ष कब बनता है? अपने साथियों एवं अध्यापक से इसकी चर्चा करें।

आइए, त्रिभुज का उसके शीर्ष बिंदुओं के नामों की सहायता से उसका नामकरण करते हैं।
जैसेः–

△ चिन्ह
त्रिभुज को दर्शाता है।

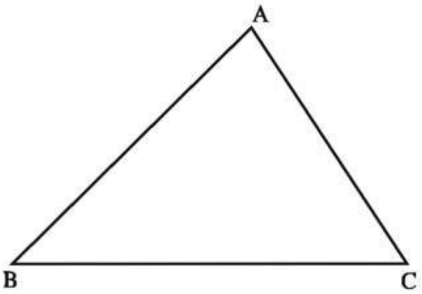


क्या त्रिभुज के और भी नाम हो सकते हैं?
लिखने का प्रयास कीजिए।

हम देखते है कि त्रिभुज को 6 नाम से संबोधित कर सकते हैं।

त्रिभुज ________ या ________
________ या ________
________ या ________

आइए, त्रिभुज को समझते हैं।



ΔABC में कितने कोण हैं? ☐

इन कोणों के नाम लिखो –

(1) ∠A या ∠BAC या ∠CAB

(2) ________

(3) ________

ΔABC में कितनी भुजाएँ हैं? ☐

इन भुजाओं के नाम लिखो

(1) AB

(2) ________

(3) ________

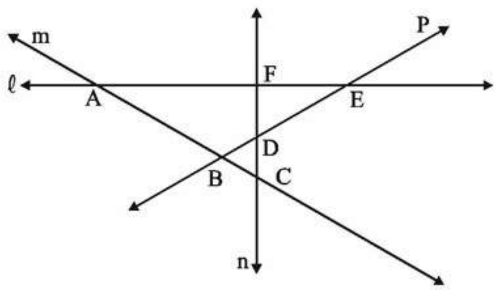
चतुर्भुज
आओ करके देखें।

अपनी कॉपी में चार रेखाएँ बनाइए और हम देखने की कोशिश करते हैं कि ये चार रेखाएँ अधिक से अधिक कितने बिंदुओं पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर सकती हैं।

आपके द्वारा बनाईं गई रेखाएँ कितने बिंदुओं पर काट रही हैं ?

जोसफ़, जो कि दिल्ली के एक सरकारी स्कूल में सातवीं कक्षा में पढ़ता है, ने भी ऐसी चार रेखाएँ बनाईं। उसने अपने साथियों से बातचीत करके कुछ इस तरह से रेखाएँ बनाईं कि उन्होंने एक दूसरे को 6 बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद किया।

आकृति



जोसफ़ की 4 रेखाएँ

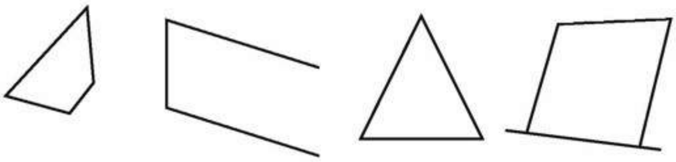
आकृति में हम देख सकते हैं कि चार रेखाएँ ℓ, m, n, p एक दूसरे को 6 बिंदुओं पर काट रही हैं। बिंदु A, B, C, D, E, F

हमने देखा जोसफ़ की 4 रेखाएँ 6 बिंदुओं पर काटती हैं। क्या आप 6 से अधिक बिंदुओं पर अपनी रेखाओं को प्रतिच्छेद करा सकते हैं ? करके देखिए।

- अगर आपका उत्तर 'नहीं' है तो आप भी अपनी 4 रेखाओं को 6 अलग-2 बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कराएँ।
- जोसफ़ की बनाई आकृति को देखकर बताएँ कि रेखाओं के काटने पर कितनी बंद आकृतियाँ बनीं ?
- आकृतियों के नाम भी दीजिए जैसे BDC, DEF, ABDF, ..., ..., ..., ...,
- जोसफ़ की बनाई गई आकृति में हम देख सकते हैं कि कुल 3 बंद आकृतियाँ हैं, जिनमें एक बंद आकृति ABDF ऐसी है जिसकी 4 भुजाएँ हैं।

चार भुजाओं वाली ऐसी बंद आकृतियाँ, चतुर्भुज कहलाती हैं।

चतुर्भुज आकृतियों पर घेरा कीजिए।



अब अपने आसपास दिखने वाली उन वस्तुओं के नामों की सूची बनाएँ जिनमें चतुर्भुज की आकृति दिखती है।

कमरे के अंदर दिखने वाली दीवार

....

....

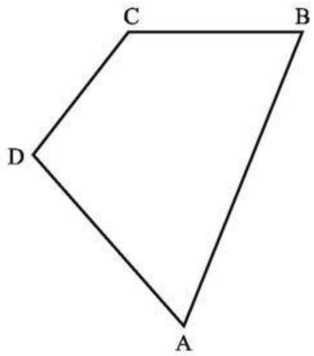
....

....

....

आइए, अब हम कोशिश करते हैं कि एक चतुर्भुज में कौन–कौन से ज़रूरी भाग हो सकते हैं।

रिक्त स्थान भरिए।

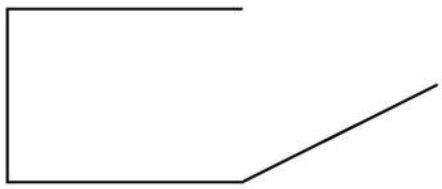


1. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसकी ....भुजाएँ होती हैं।

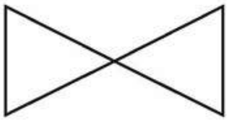
2. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसके..................शीर्ष होते हैं।

3. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसके......................अभ्यंतर (अंदर वाले) कोण होते हैं।

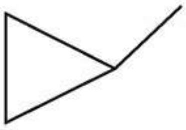
नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखते हैं और यह जानने की कोशिश करते हैं कि क्या ये आकृतियाँ चतुर्भुज हैं? अगर ये आकृतियाँ चतुर्भुज नहीं हैं तो क्यों?



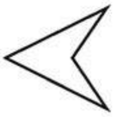
(a) क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ..

(b) 

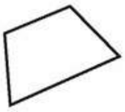
क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(c) 

क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(d) 

क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(e) 

क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(f)

क्या आकृति चतुर्भुज है................................ (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

आइए, दिए गए चतुर्भुज के बारे में कुछ और जानते हैं।

(i) दिए गए चतुर्भुज का नाम PQRS हो सकता है। क्या आप इस चतुर्भुज के और भी नाम बता सकते हैं?

जैसे QRSP, SPQR, SRQP, _____, _____, _____, _____, _____,

(ii) चतुर्भुज के चारों कोणों के नाम _____ _____ _____ _____ हैं।

(iii) चतुर्भुज की चारों भुजाओं के नाम _____ _____ _____ _____ हैं।

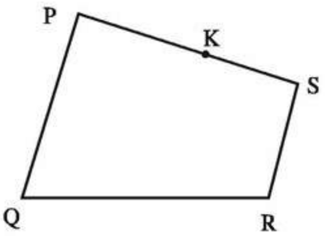
(iv) बिंदु K _______ भुजा पर स्थित है।

(v) PS तथा SR ________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

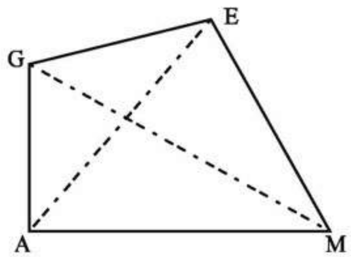
(vi) PS तथा QR ________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

(vii) PQ तथा QR ________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

(viii) PQ तथा SR ________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)



दिए गए चतुर्भुज GAME में G को M से तथा A को E से सीधी रेखा द्वारा मिलाइए।



रेखाखंड GM तथा AE चतुर्भुज के विकर्ण हैं।

प्र० आसन्न भुजाओं के जोड़ों के नाम लिखिए।

GE और EM, _______, _______, _______,

प्र० सम्मुख भुजाओं के जोड़ों के नाम लिखिए।

GE और AM, _______

वृत्त

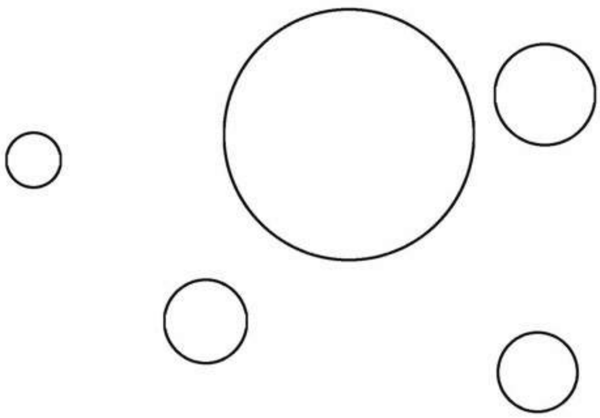
दोस्तो, आपने बचपन में एक कविता पढ़ी होगी। कविता कुछ इस तरह से है :

मम्मीजी की रोटी गोल–गोल
पापाजी के पैसे गोल–गोल
दादाजी का चश्मा गोल–गोल
दादीजी की बिंदी गोल–गोल
चमकता चंदा गोल–गोल
दमकता सूरज गोल–गोल
हम भी गोल–गोल, तुम भी गोल–गोल
सारी दुनिया गोल–गोल

एक गोल सरल बंद वक्र को हम वृत्त कहते हैं। वृत्त एक बहुभुज नहीं है।

अपने आसपास से कुछ वस्तुओं के उदाहरण दीजिए जो वृत्त की आकृति से मिलती हों।

(i) चूड़ी
(ii) _____
(iii) _____
(iv) _____
(v) _____
(vi) _____
(vii) _____
(viii) _____
(ix) _____
(x) _____



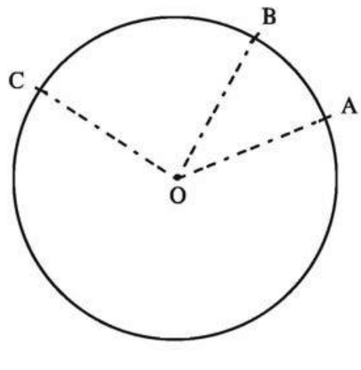
आओ करके देखें :-

किसी चूड़ी या गोल ढक्कन को कागज़ पर रखकर उसके चारों तरफ पेंसिल घुमाकर एक वृत्त बनाएँ।

अब परकार की सहायता से एक वृत्त बनाएँ।

वृत्त बनाते हुए आपने जहाँ परकार की नोंक रखी, उस बिंदु को हम **केन्द्र** कहेंगे।

वृत्त के भाग



O वृत्त का केन्द्र है। A, B तथा C वृत्त पर कोई तीन बिंदु हैं। OA, OB तथा OC को मिलाकर, उनको मापें।

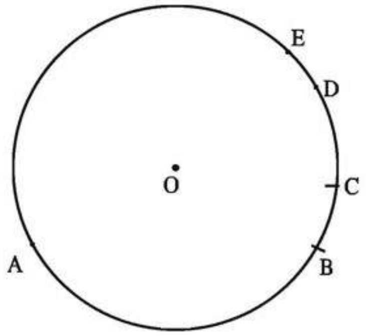
OA = ________

OB = ________

OC = ________

हम देखते हैं कि वृत्त के केन्द्र से वृत्त की परिसीमा की दूरी हमेशा बराबर रहती है। इस दूरी को त्रिज्या कहते हैं।

(OA, OB तथा OC सभी वृत्त की त्रिज्याएँ हैं।)



A को B से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को C से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को D से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को E से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।

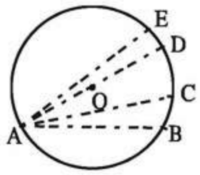
प्र० बिंदु A, B, C और D कहाँ पर स्थित हैं? __________ (वृत्त पर / वृत्त के अंदर / वृत्त के बाहर)

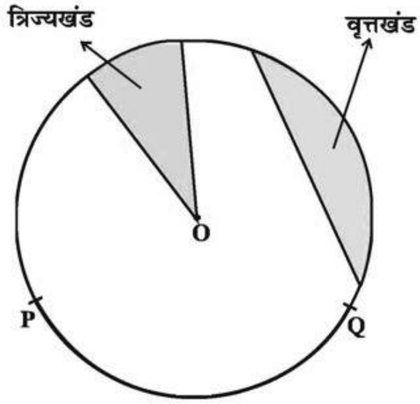
प्र० रेखाखंड AB, AC, तथा AD में, O से गुज़रने वाला रेखाखंड कौन सा है? __________

प्र० क्या बिंदु A, O तथा D एक ही रेखा में हैं? __________ (हाँ/नहीं)

प्र० AE, AD तथा AC में सबसे बड़ा रेखाखंड कौन सा है? __________

ऊपर दी गई आकृति में AB, AC, AD तथा AE वृत्त की जीवाएं हैं। AD विशेष जीवा है, जो केन्द्र से गुज़रती है। इसे व्यास कहते हैं।

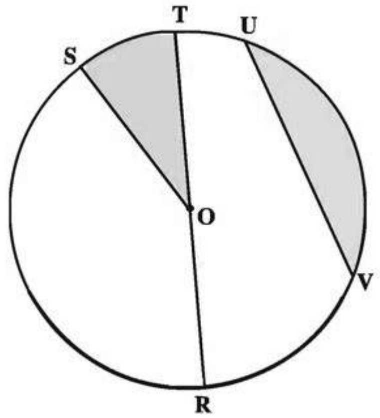




- वृत्त की परिसीमा के साथ-साथ चली गई दूरी उसकी परिधि कहलाती है।
- PQ वृत्त की परिसीमा का एक भाग है। जिसे हम वृत्त की चाप भी कह सकते हैं।
- वृत्त के अंदर का वह भाग जो दो त्रिज्याओं तथा संगत चाप से घिरकर बना हो, त्रिज्यखंड कहलाता है।
- वृत्त के अंदर का वह भाग जो वृत्त की एक जीवा और संगत चाप से घिरकर बना हो, वृत्तखंड कहलाता है।

दी गई आकृति को देखकर बताइए :

1. वृत्त के केन्द्र का नाम
2. वृत्त की तीन त्रिज्याओं के नाम
3. वृत्त के एक व्यास का नाम
4. वृत्त की दोनों जीवाओं के नाम
5. वृत्त की एक चाप का नाम



आओ करके देखें

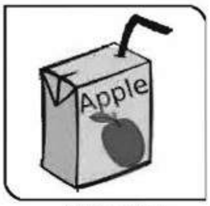
किसी चूड़ी या गोल ढक्कन को कागज़ पर रखकर उसके चारों तरफ एक पेंसिल घुमाकर एक वृत्त बनाएँ। अब उस वृत्त को काट लें। क्या आप कागज़ के उस वृत्त का केन्द्र ज्ञात कर सकते हैं? अपने अध्यापक से चर्चा करें।

अध्याय 2 – प्रारंभिक आकारों को समझना

बच्चो,

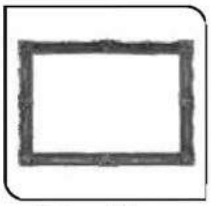
अब तक हम रेखा, रेखाखंड, वक्र, किनारा, त्रिभुज, वृत्त, ... आदि आकृतियों की जानकारी प्राप्त कर चुके हैं। आज हम प्रारंभिक आकारों को समझने की कोशिश करेंगे।

- क्या आप कोने, किनारे, तल, खुला वक्र और बंद वक्र को पहचान पाते हैं ?
- नीचे दी गई वस्तुओं के चित्रों में यह पहचानने की कोशिश कीजिए कि कितने रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, बहुभुज और वृत्त दिखाई दे रहे हैं ?



Juice Box
(जूस बॉक्स)

Soup Can
(सूप कैन)



Picture Frame
(फोटो फ्रेम)

Basketball
(बॉस्केट बॉल)

Clock
(घड़ी)

Ice Cream
(आइसक्रीम)

Paper
(पेपर)

Ice
(बर्फ)

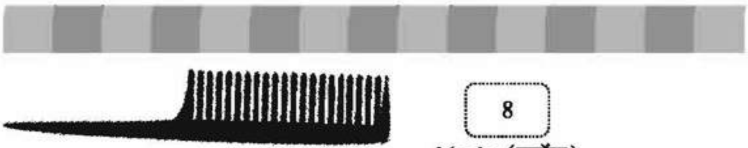
- हम देखते हैं कि इन चित्रों में जो रेखाखंड, कोण ... आदि दिखाई दे रहे हैं, उनमें कोई छोटा है तो कोई बड़ा या हम कह सकते हैं इनके साइज़ (माप) अलग-अलग हैं।
- छोटी रेखा या बड़ी रेखा के साइज़ में कितना फर्क है? यह जानने के लिए हमें इनके मापों की तुलना करनी सीखनी होगी।

देखकर तुलना करना:-

इन चित्रों को देखो:- यदि आपसे कहा जाए कि बताइए पेंसिल बड़ी है या घड़ी? तो आप सोच में पड़ जाएँगे। परंतु यदि यह बताना हो कि पेंसिल बड़ी है या कंघा? तो उत्तर है -कंघा (आप चित्र देखकर तुलना कर रहे हैं।) हम ब्लॉक गिनकर भी तुलना कर सकते हैं।

करके देखो।

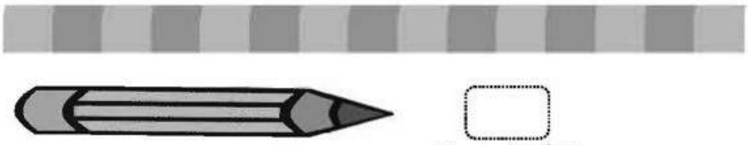
(1)



8

blocks (ब्लॉक)

(2)

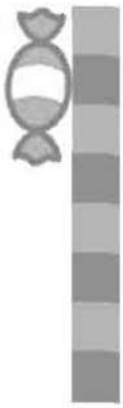


blocks (ब्लॉक)

(3)

blocks (ब्लॉक)

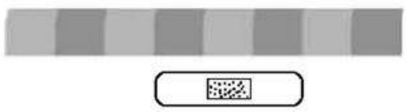
(4)



blocks (ब्लॉक)

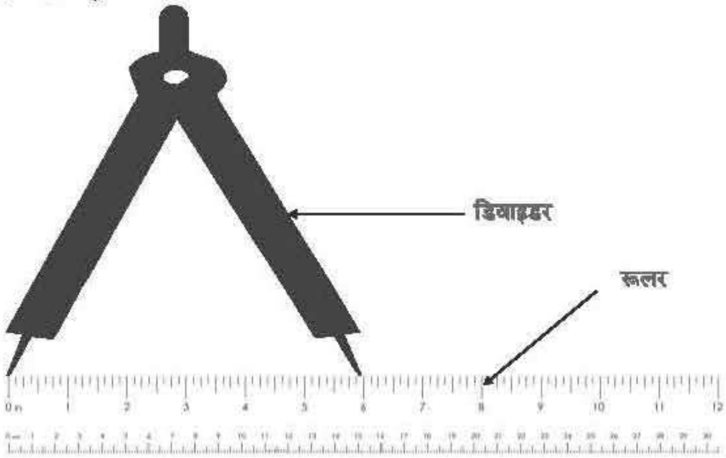
(5)

(6)



blocks (ब्लॉक)

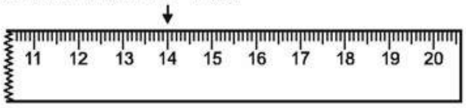
रूलर और डिवाइडर द्वारा तुलना



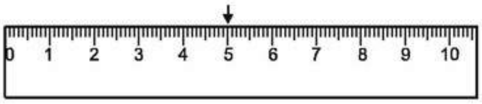
- आपके ज्यामिति बॉक्स में रूलर तथा डिवाइडर है।
- वस्तुओं को रूलर की मदद से भी नापा जा सकता है।
- वस्तु के दोनों किनारों तक डिवाइडर को खोलकर और रूलर पर रखकर वस्तु की लंबाई/चौड़ाई ज्ञात की जा सकती है।

(रूलर को पढ़ना)

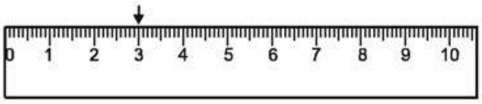
नीचे आपको रूलर के चित्र दिए गए है। आपको (↓) Arrow के निशान से पढ़कर बताना है कि (↓) का निशान कितने cm पर है।

1) 

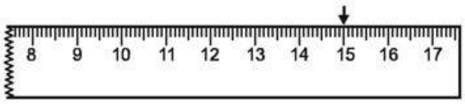
_______ cm

2) 

_______ cm

3) 

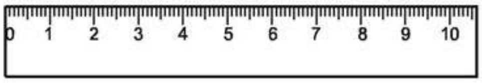
_______ cm

4) 

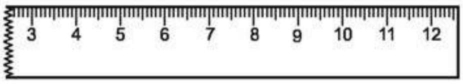
_______ cm

दिए गए मान का रूलर पर (↓)का निशान बनाइए।

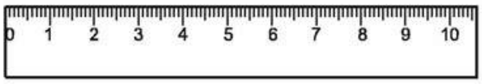
5) 5 cm



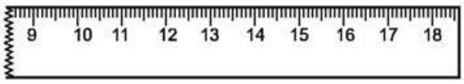
6) 11 cm



7) 9 cm



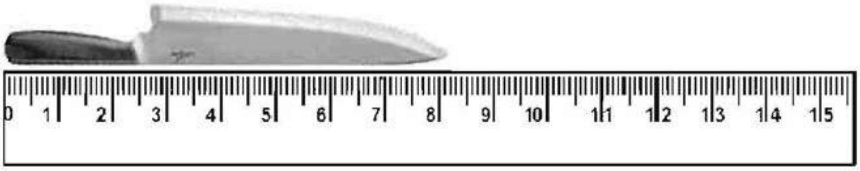
8) 17 cm



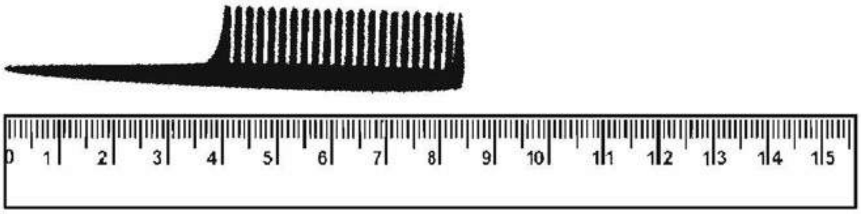
वस्तुओं को मापिए

नीचे दी गई वस्तुओं को रूलर की सहायता से cm में मापिए।

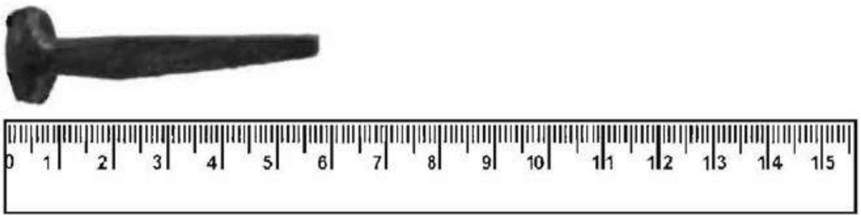
(1)



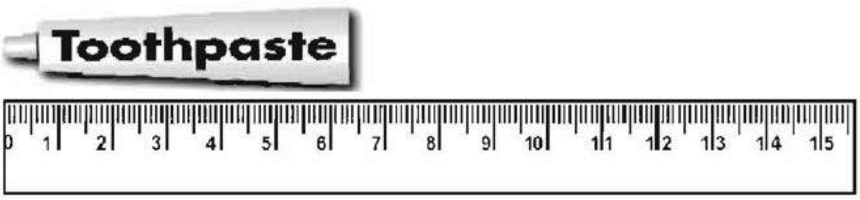
(2)



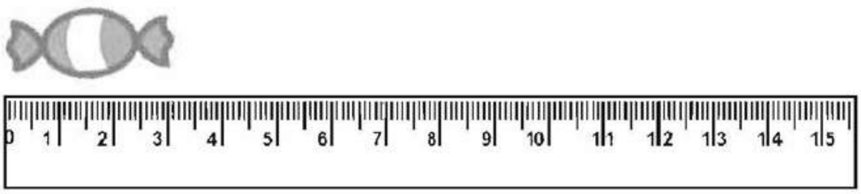
(3)



(4)

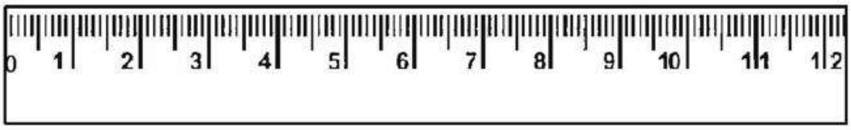


(5)



(रूलर की सहायता से रेखाखंडों को मापना)

अब तक आप रूलर का प्रयोग करना सीख गए होंगे। नीचे दिए गए रेखाखंडों को रूलर की मदद से मापकर लिखिए।



(1) ____________________________ ☐ cm

(2) _______________________ ☐ cm

(3) __________ ☐ cm

(4) ________________________ ☐ cm

(5) __________ ☐ cm

दिए गए मापों के रेखाखंड बनाइए।

(1) 4.5 cm

(2) 3 cm

(3) 6 cm

(4) 2.7 cm

(5) 5 cm

कोण-समकोण और ऋजुकोण

आप चारों दिशाओं के बारे में जानते हैं।

(1) उत्तर (North) (N)

(2) दक्षिण (South) (S)

(3) पूर्व (East) (E)

(4) पश्चिम (West) (W)

अगर आपसे पूछा जाए उत्तर के विपरीत दिशा कौन सी है ?

आइए, इसे हम घड़ियों की मदद से जानने की कोशिश करते हैं।

इन घड़ियों पर उत्तर को N, दक्षिण S, पूर्व को E तथा पश्चिम को W से लिखा गया है।

अगर हम उत्तर की तरफ मुँह करके खड़े हों, और हमें पश्चिम या पूर्व जाना है तो हमें थोड़ा सा घूमना पड़ेगा। कितना ?

N से E → $\frac{1}{4}$ भाग (पूरे चक्कर का) या माप (90°) कोण पर घूमना पड़ेगा

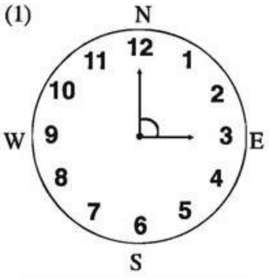
N से S → $\frac{1}{2}$ भाग (पूरे चक्कर का) या 180° कोण पर घूमना पड़ेगा।

N से N → पूरा चक्कर या 360° का कोण

90° → समकोण **180° → ऋजुकोण** **360° → सम्पूर्णकोण**	**← कोणों के नाम**

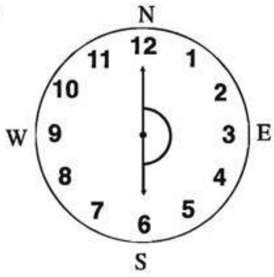
दी गई घड़ियों में कोणों को पहचानो तथा बॉक्स में कोणों के नाम एवं माप लिखिए।

(1)

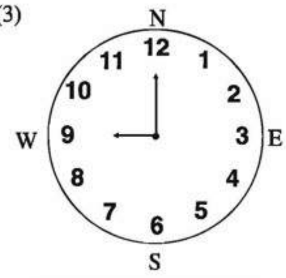


कोण – 90° (समकोण)
घूमे – $\frac{1}{4}$ चक्कर

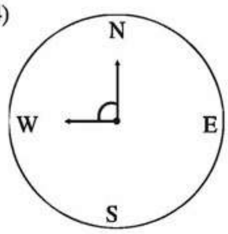
(2)



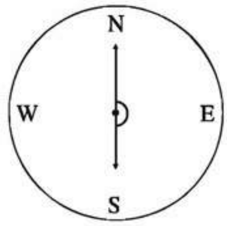
(3)



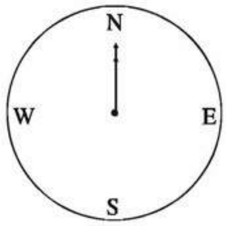
(4)



(5)

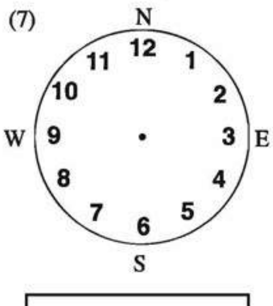


(6)

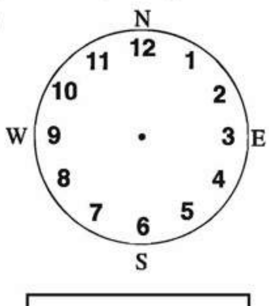


निम्न में क्रमशः एक समकोण, एक ऋजुकोण तथा एक सम्पूर्णकोण बनाइए।

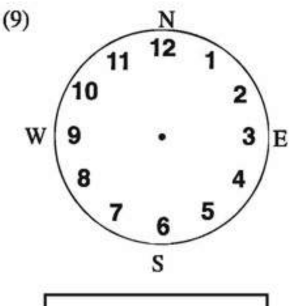
(7)



(8)



(9)



कोण- न्यून, अधिक, प्रतिवर्ती

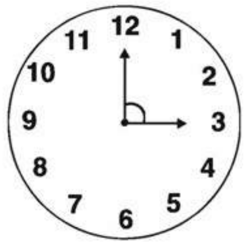
कोण केवल 90°, 180° या 360° के ही नहीं होते

- कुछ कोण 90° से कम भी हो सकते है और कुछ 90° से अधिक।
- कुछ कोण 180° से कम भी हो सकते है तथा 180° से अधिक।

	कोण	माप	नाम
(1)	90° से कम	89°, 88° … 1°	न्यूनकोण
(2)	90°	90°	समकोण
(3)	90° से अधिक तथा 180° से कम	91° … 179°	अधिककोण
(4)	180°	180°	ऋजुकोण (सरल कोण)
(5)	180° से अधिक तथा 360° से कम	181°… 359°	प्रतिवर्ती कोण
(6)	360°	360°	सम्पूर्ण कोण

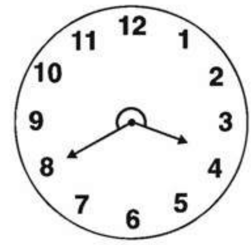
दी गई घड़ियों में दोनों सुइयों के बीच के कोण को पहचानकर लिखिए (समकोण/न्यूनकोण/अधिककोण/प्रतिवर्ती कोण)

(1)



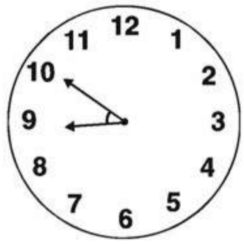
कोण________

(2)



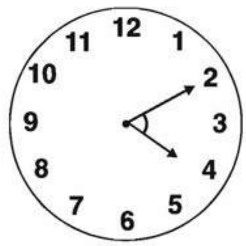
कोण________

(3)



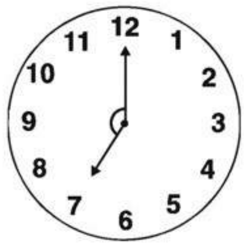
कोण________

(4)



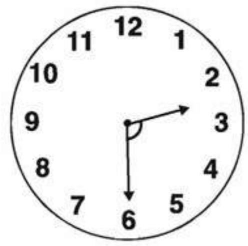
कोण________

(5)



कोण________

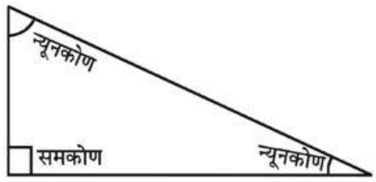
(6)



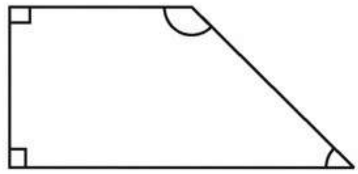
कोण________

निम्न आकृतियों में कोणों को पहचानो और उनके नाम लिखिए (समकोण/न्यूनकोण/अधिककोण/प्रतिवर्ती कोण)

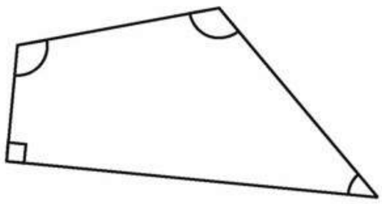
(1)



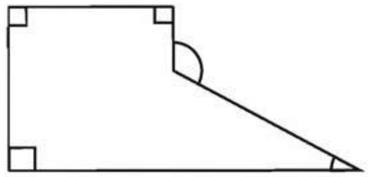
(2)



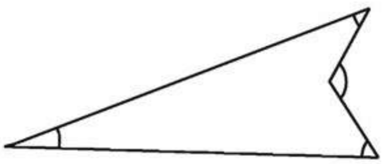
(3)



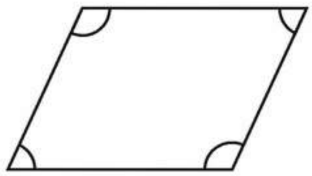
(4)



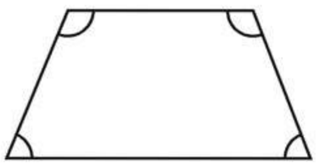
(5)



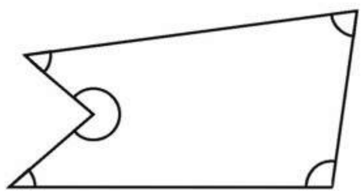
(6)



(7)

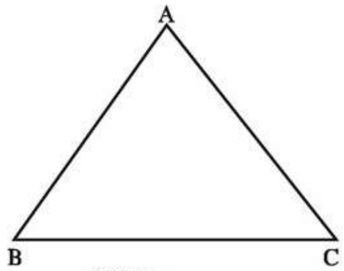


(8)



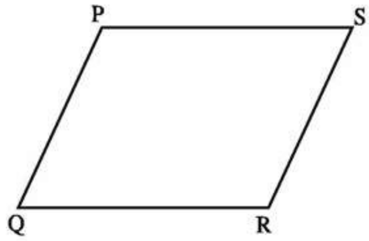
आइए, नीचे दिए गए कोणों के नाम लिखें।

(1)



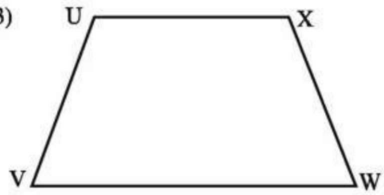
$\angle ABC$ = ______

(2)



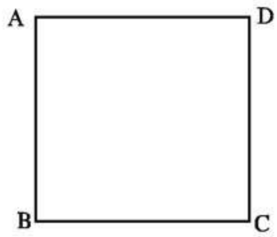
$\angle QRS$ = ______

(3)



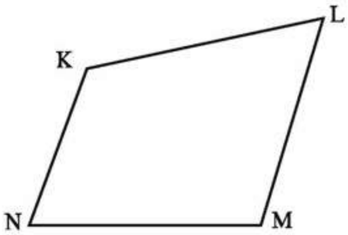
$\angle UVW$ = ______

(4)



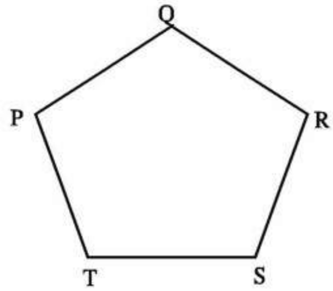
$\angle ADC$ = ______

(5)



$\angle NML$ = ______

(6)

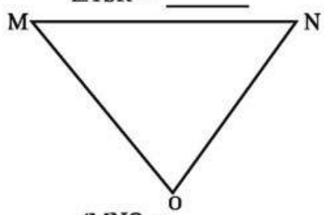


$\angle TSR$ = ______

(7)

$\angle ABC$ = ______

(8)

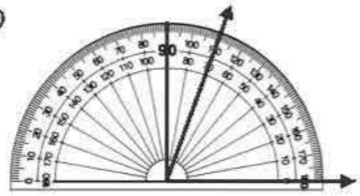


$\angle MNO$ = ______

कोणमापक (चाँदा) की मदद से कोणों को मापना

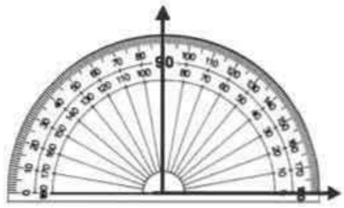
कोण की माप लिखिए।

(1)



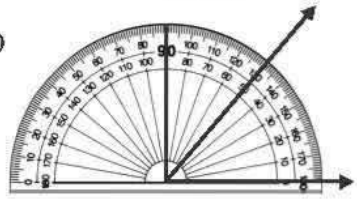
कोण <u>70°</u>

(2)



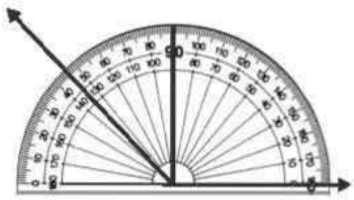
कोण ______

(3)



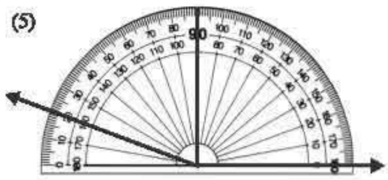
कोण ______

(4)



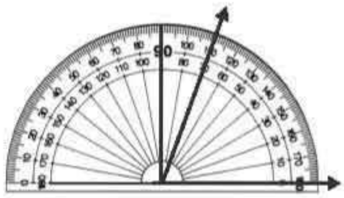
कोण ______

(5)



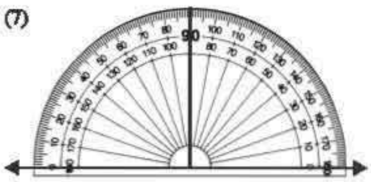
कोण ______

(6)



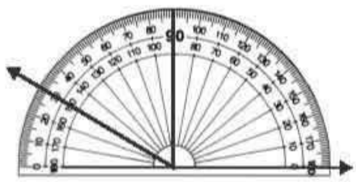
कोण ______

(7)



कोण ______

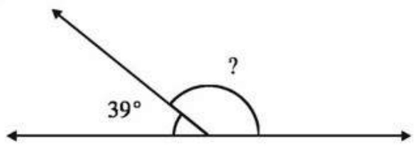
(8)



कोण ______

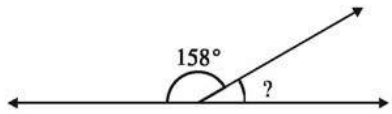
कोणमापक की सहायता से कोण को मापकर लिखिए

(1)



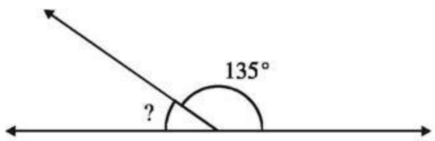
141°

(2)



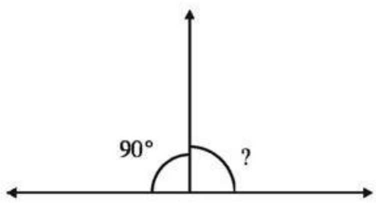
....

(3)



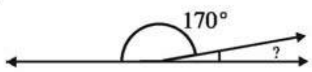
....

(4)



....

(5)

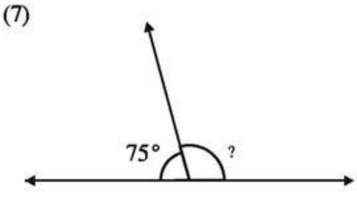


....

(6)

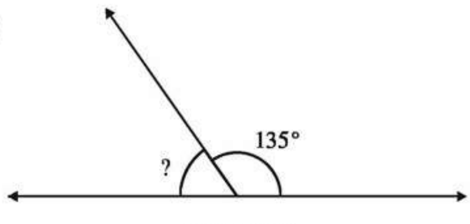
....

(7)



....

(8)



....

त्रिभुजों का मापन

बच्चो, आप जानते हो कि एक त्रिभुज में 3 भुजाएँ तथा 3 कोण होते हैं।

भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के नाम

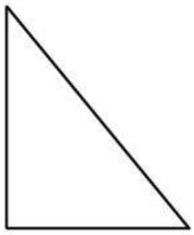
	त्रिभुज की भुजाओं की माप	त्रिभुज का नाम
1.	तीनों भुजाओं के माप अलग–अलग	विषमबाहु त्रिभुज
2.	दो भुजाओं की माप समान	समद्विबाहु त्रिभुज
3	तीनों भुजाओं की माप समान	समबाहु त्रिभुज

कोणों के आधार पर त्रिभुजों के नाम

	त्रिभुज के कोण की माप	त्रिभुज का नाम
1.	तीनों कोण 90° से कम	न्यूनकोण त्रिभुज
2.	कोई एक कोण 90°	समकोण त्रिभुज
3	कोई एक कोण 90° से अधिक	अधिककोण त्रिभुज

भुजाओं को मापकर अथवा अनुमान लगाकर, भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए।

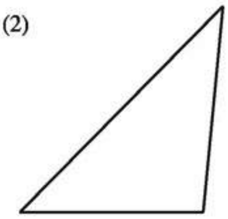
(1)



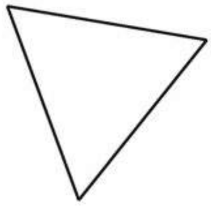
अनुमान से : विषमबाहु त्रिभुज

मापकर: विषमबाहु त्रिभुज

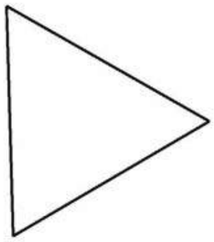
(2)



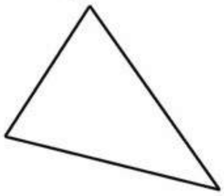
(3)



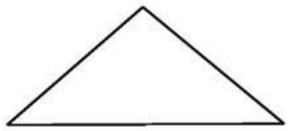
(4)



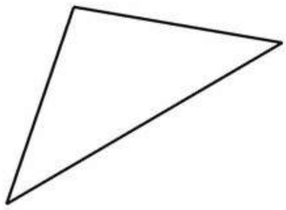
(5)



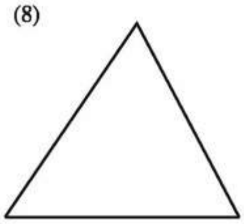
(6)



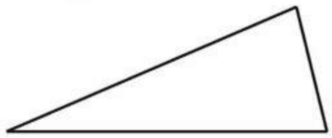
(7)



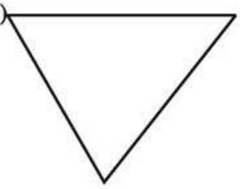
(8)



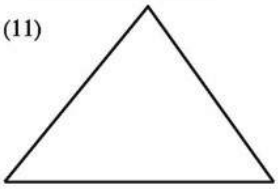
(9)



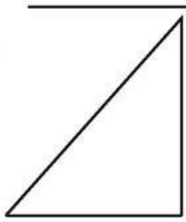
(10)



(11)

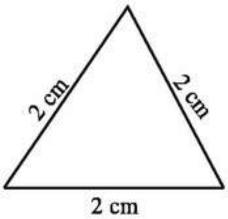


(12)



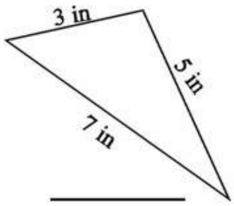
त्रिभुजों को पहचानिए तथा नाम लिखिए

(1)

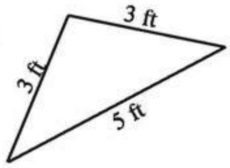


समबाहु त्रिभुज

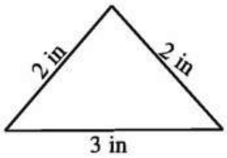
(2)



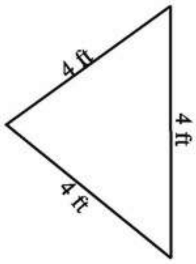
(3)



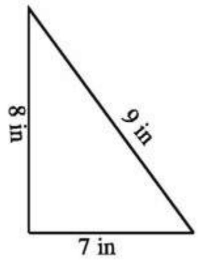
(4)



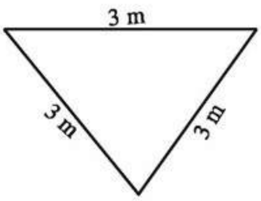
(5)



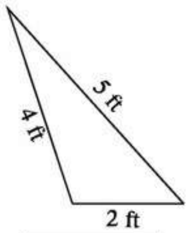
(6)



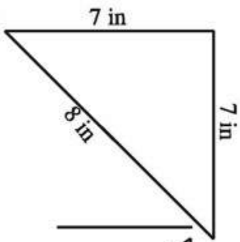
(7)



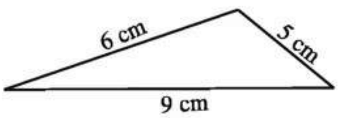
(8)



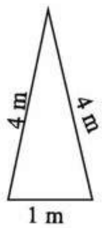
(9)



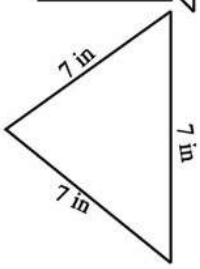
(10)



(11)

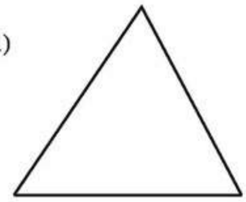


(12)



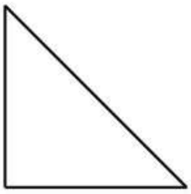
भुजाओं को मापो तथा त्रिभुजों के नाम लिखिए

(1)



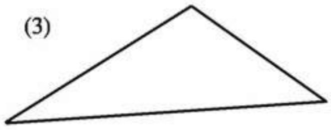
____

(2)



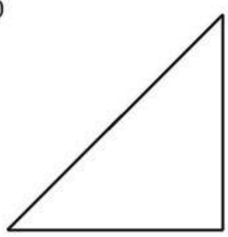
____

(3)



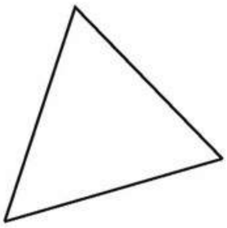
____

(4)



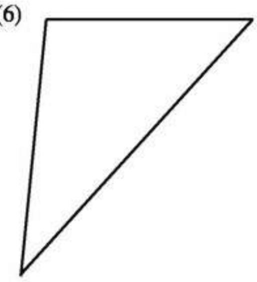
____

(5)



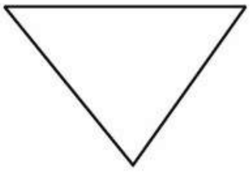
____

(6)



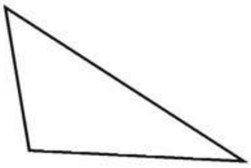
____

(7)



____

(8)

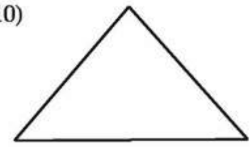


____

(9)

____

(10)

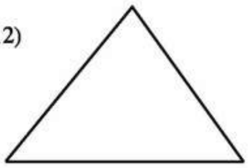


____

(11)

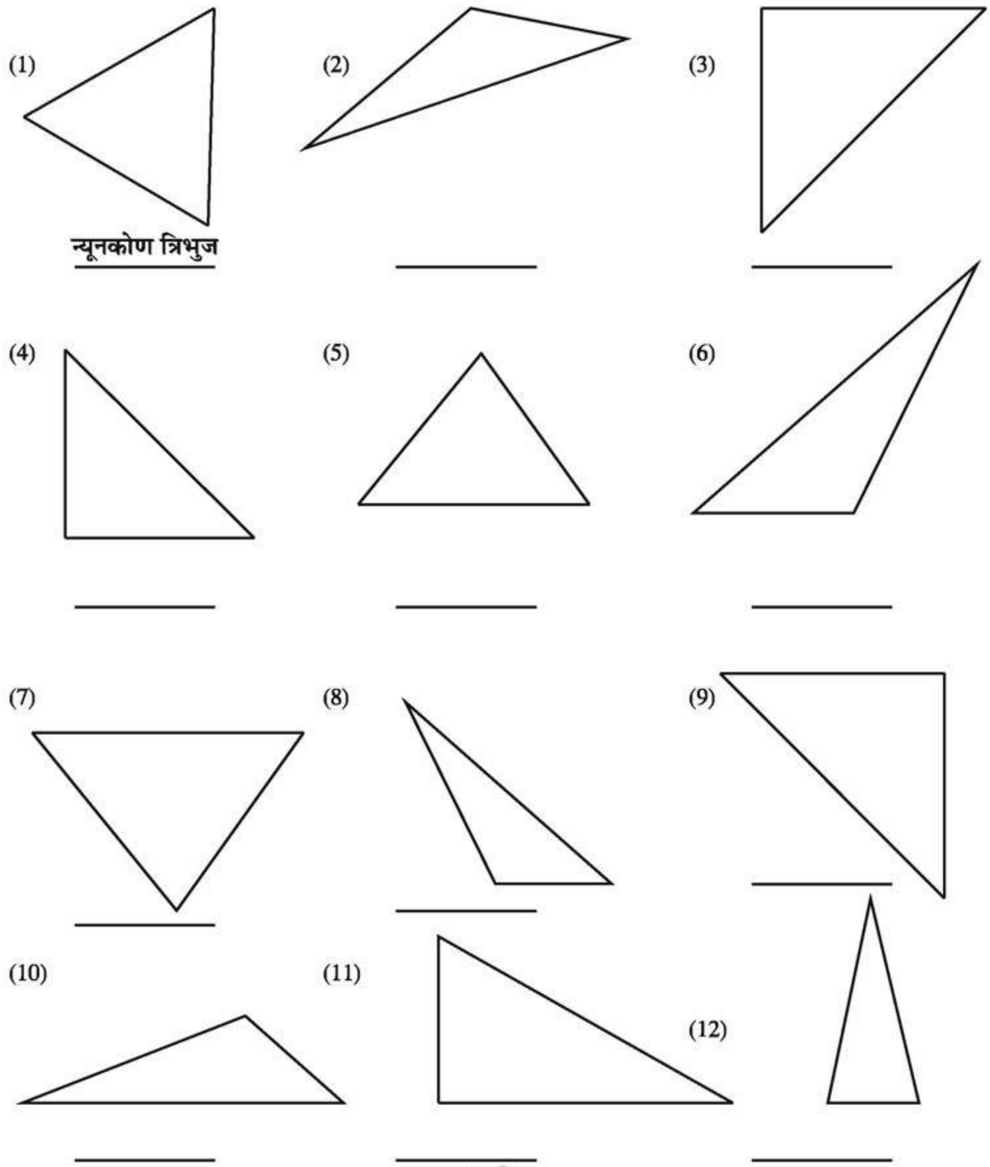
____

(12)



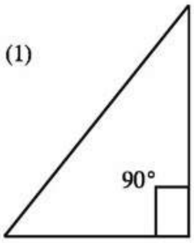
____

कोणों के अनुमान के आधार पर नीचे दिए गए त्रिभुजों के नाम लिखिए।



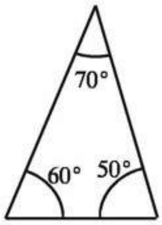
कोणों के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए।

(1)



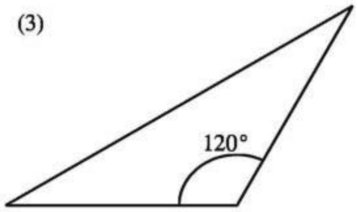
समकोण त्रिभुज

(2)



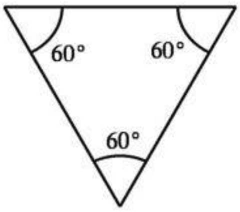
____

(3)



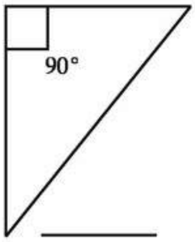
____

(4)



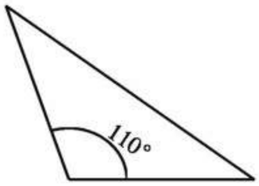
____

(5)



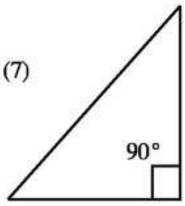
____

(6)



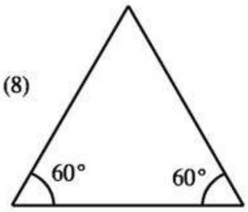
____

(7)



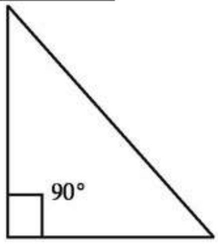
____

(8)



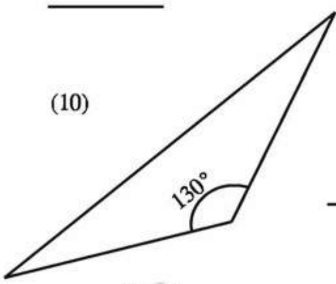
____

(9)



____

(10)



____

कोणों की माप के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए

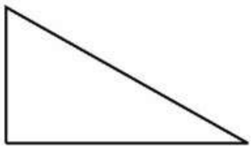
(1)

<u>अधिककोण त्रिभुज</u>

(2)

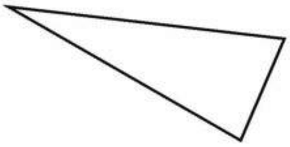
____

(3)



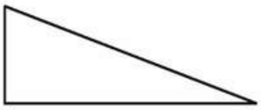
____

(4)



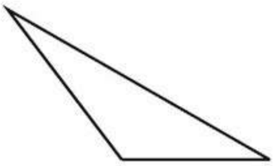
____

(5)



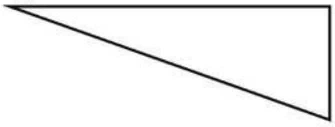
____

(6)



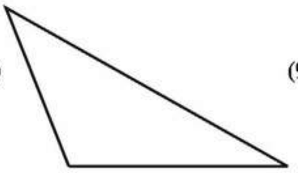
____

(7)



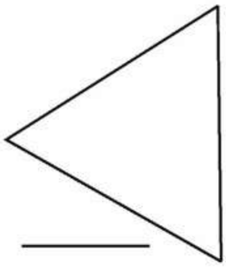
____

(8)



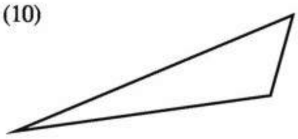
____

(9)



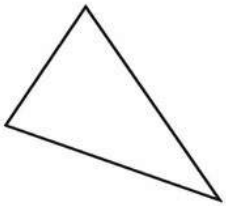
____

(10)



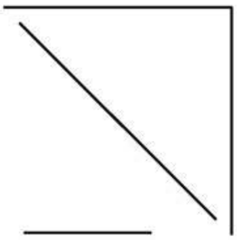
____

(11)



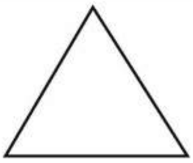
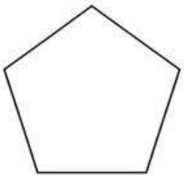
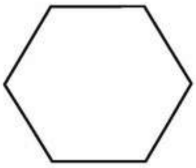
____

(12)



____

तालिका को पूरा कीजिए

आकृति का नाम/चित्र	भुजाओं की संख्या	(कोनों की संख्या) शीर्षों की संख्या
		
		
		

बहुभुजों की पहचान कीजिए।

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

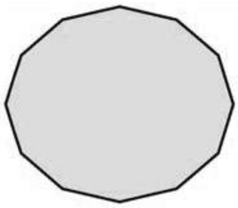
(6)

(7)

(8)

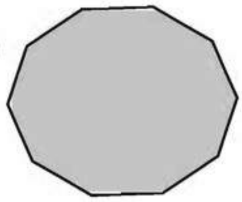
बहुभुजों को पहचानकर उनके नाम लिखिए

(1)

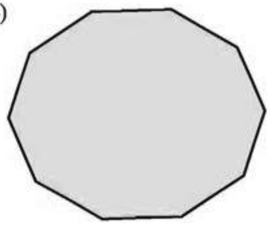


(2)

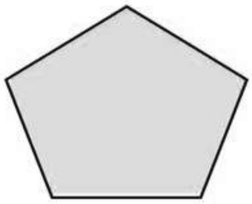
(3)



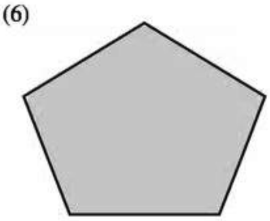
(4)



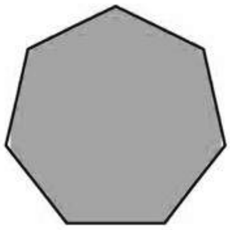
(5)



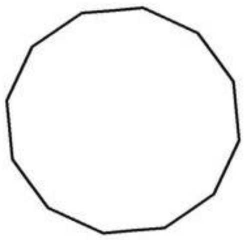
(6)



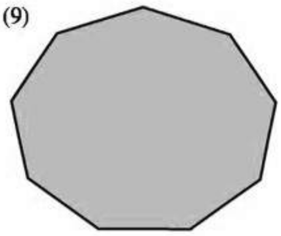
(7)



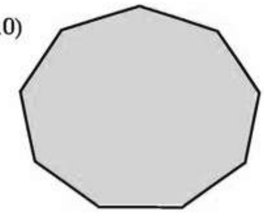
(8)



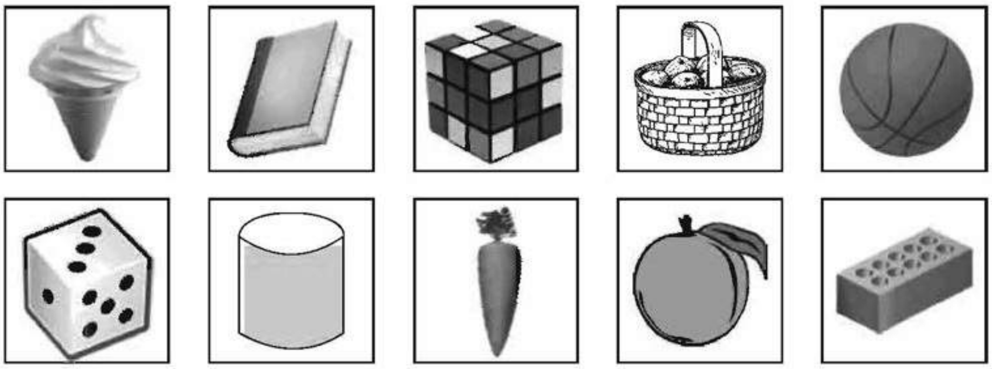
(9)



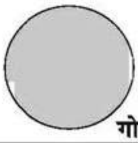
(10)



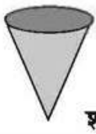
आकारों की पहचान

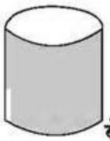


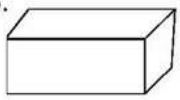
ऊपर दी गई वस्तुओं को नीचे दिए गए आकारों के अनुसार चुनिए तथा बॉक्स में बनाइए।

1. 
गोला

2.
घन

3. 
शंकु

4. 
बेलन

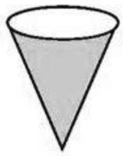
5. 
घनाभ

सही नाम पर (✓) कीजिए।

1\.

☐ (प्रिज़्म)
☐ (बेलन)
☐ (शंकु)

2\.

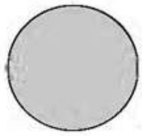


☐ (पिरामिड)
☐ (गोला)
☐ (शंकु)

3\.

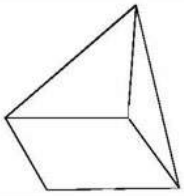
☐ (घन)
☐ (प्रिज़्म)
☐ (बेलन)

4\.



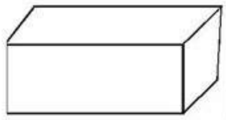
☐ (बेलन)
☐ (गोला)
☐ (घन)

5\.



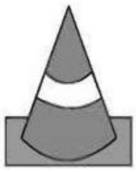
☐ (प्रिज़्म)
☐ (बेलन)
☐ (पिरामिड)

6\.



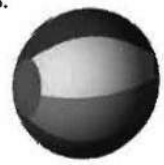
☐ (घन)
☐ (प्रिज़्म)
☐ (शंकु)

7\.



☐ (पिरामिड)
☐ (बेलन)
☐ (त्रिशंकु)

8\.

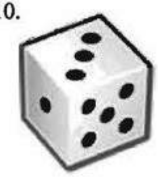


☐ (गोला)
☐ (घन)
☐ (बेलन)

9\.

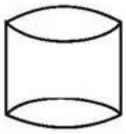
☐ (प्रिज़्म)
☐ (घन)
☐ (पिरामिड)

10\.



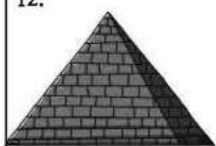
☐ (शंकु)
☐ (प्रिज़्म)
☐ (घन)

11\.



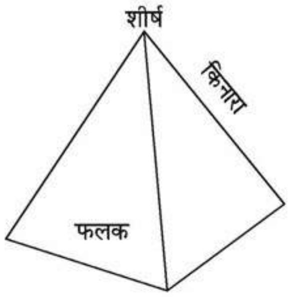
☐ (शंकु)
☐ (बेलन)
☐ (गोला)

12\.

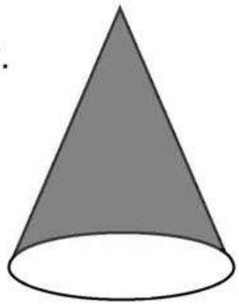


☐ (पिरामिड)
☐ (प्रिज़्म)
☐ (शंकु)

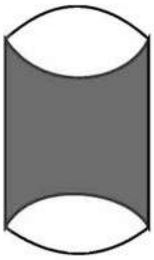
चित्र से देखकर खाली स्थान भरिए



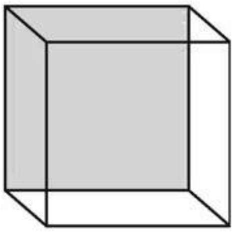
1.



2.

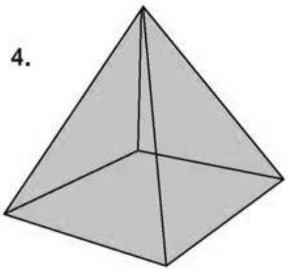


3.

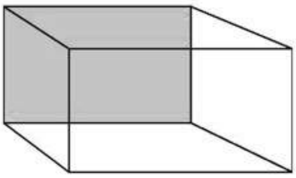


शंकु (Cone)	बेलन (Cylinder)	घन (Cube)
फलक...............	फलक...............	फलक...............
किनारे...............	किनारे...............	किनारे...............
शीर्ष..................	शीर्ष..................	शीर्ष..................

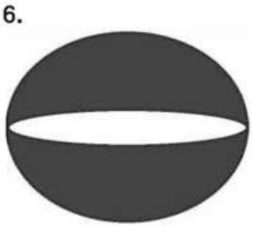
4.



5.

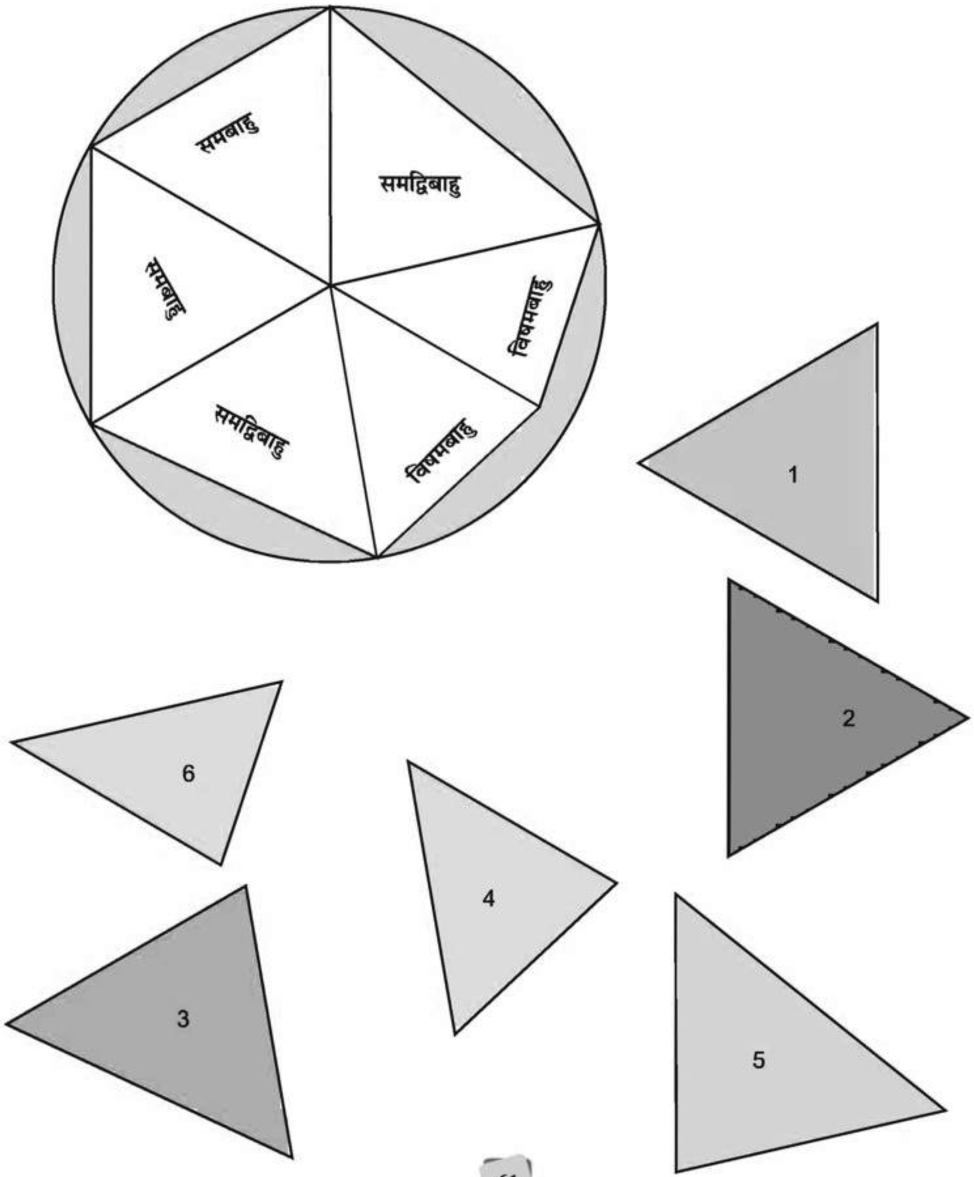


6.

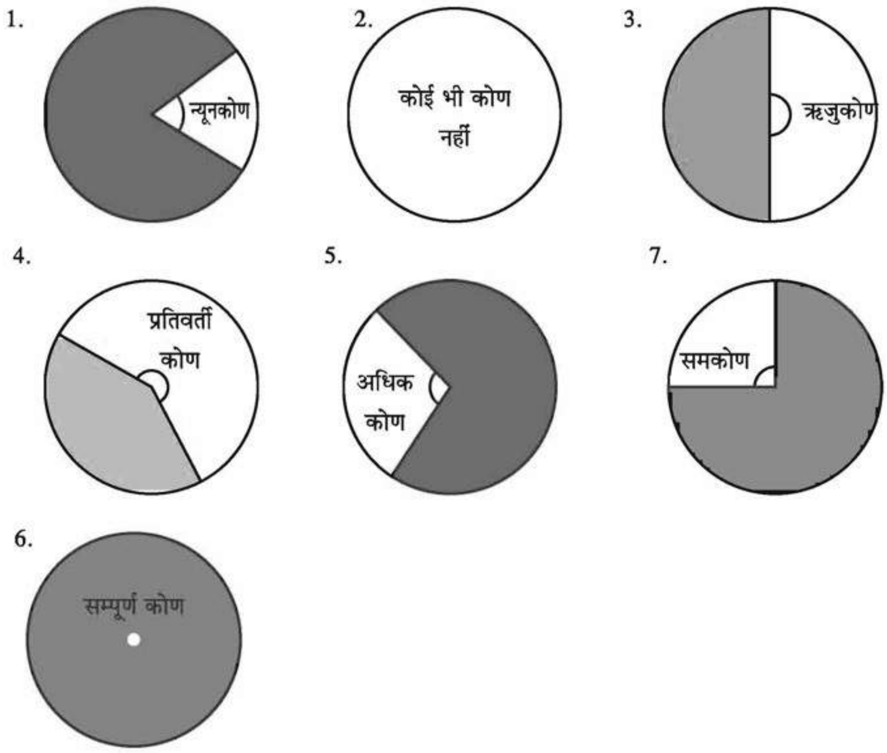


Pyramid (पिरामिड)	Rectangular Prism (आयताकार प्रिज़्म)	Sphere(गोला)
फलक...............	फलक...............	फलक...............
किनारे...............	किनारे...............	किनारे...............
शीर्ष..................	शीर्ष..................	शीर्ष..................

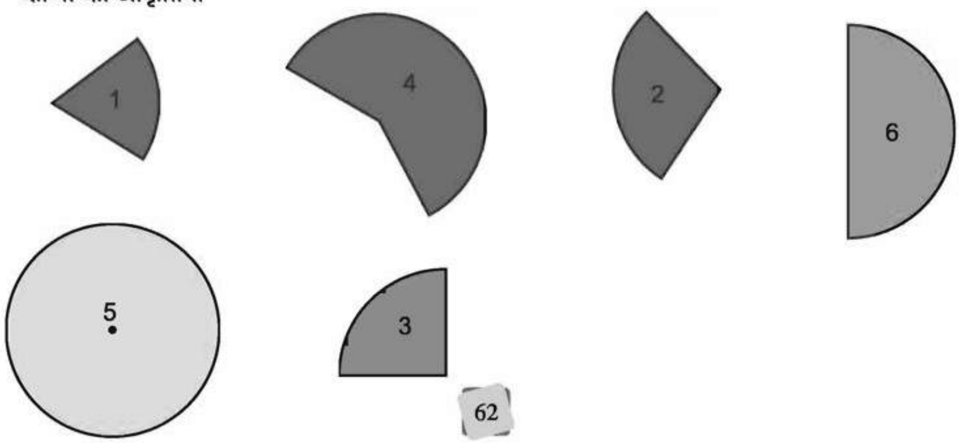
बताइए कौन से नंबर का त्रिभुज वृत्त में कहाँ लगाया जाएगा (नंबर लिखिए)



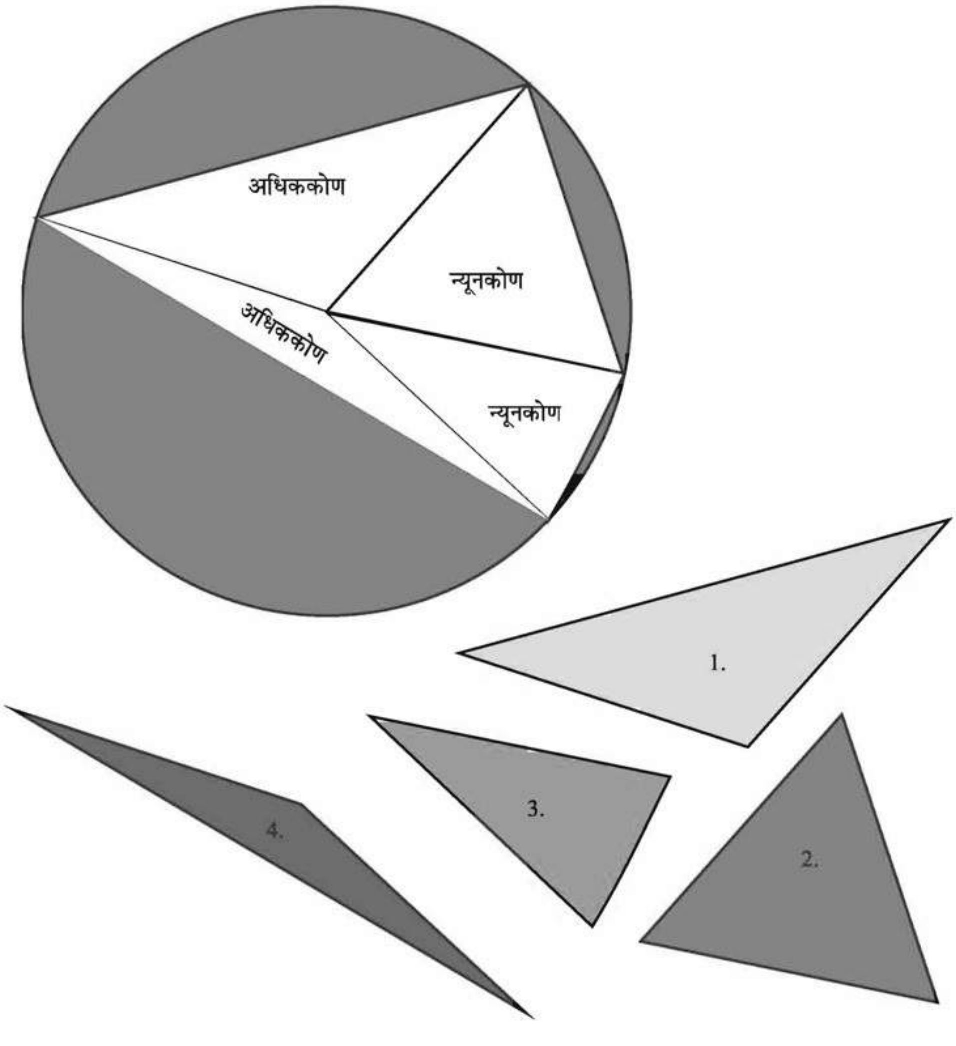
आइए, कोणों की आकृतियों के नंबर वृत्त में सही जगह लिखें।



कोणों की आकृतियाँ



त्रिभुज के नामों का नंबर से मिलान कीजिए।



अध्याय 3 – पूर्णांक

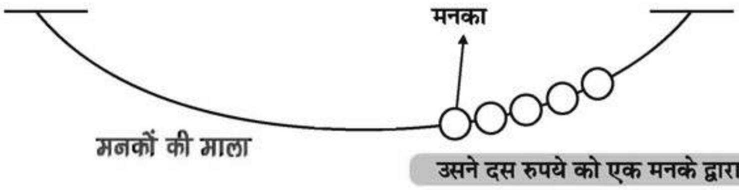
आओ दोस्तो, आगे बढ़ने से पहले एक कहानी पढ़ें तथा साथ-साथ प्रश्नों के उत्तर देते चलें।

एक व्यक्ति रामफल ने 200 रु में फूल बेचने का काम शुरू किया। जिस मंडी में से वह फूलों की टोकरी लेता था, वह उसे 200 रु की मिलती थी तथा दुकानदार 200 रु से कम के फूल किसी को भी नहीं देता था।

रामफल **पहले दिन** 200 रु के फूल लेकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। उस दिन उसने 250 रु के फूल बेचे।

रामफल को पहले दिन कितने रुपयों का फ़ायदा/नुकसान हुआ? ➜ **उत्तर : 50 रु का फ़ायदा**

रामफल ने 200 रु से अतिरिक्त जितने भी रुपये कमाए उसे अपने घर की संदूक में जमा कर दिया तथा संदूक में कितने रुपये जमा हैं, यह जानने के लिए अपने कमरे में मनकों की माला टाँग दी। इस प्रकार



उसने दस रुपये को एक मनके द्वारा दर्शाया।

क्या हम बता सकते हैं कि पहले दिन रामफल ने माला में कितने मनके डाले होंगे? ____________

दूसरे दिन रामफल फिर से 200 रु के फूल खरीदकर बाजार में बेचने के लिए गया। उस दिन वह 200 रु के ही फूल बेच पाया क्योंकि कुछ फूलों के गुच्छे खराब हो गए थे।

रामफल को दूसरे दिन कितने रुपयों का फ़ायदा/नुकसान हुआ? ➜ **उत्तर :**

रामफल की मनकों की माला में क्या कोई अंतर आया? ➜ **उत्तर :**

तीसरे दिन रामफल फिर से 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। बाजार में फूलों की माँग न होने के कारण उसने सारे फूल 170 रु के बेच दिए।

रामफल को तीसरे दिन कितने रुपयों का लाभ/हानि हुई? ➜ **उत्तर :**

रामफल को अगले दिन के लिए फूल खरीदने के लिए 30 रु अपनी जमा राशि (संदूक में) में से निकालने पड़े। नीचे दी गई माला में मनकों की शेष संख्या को नीचे दी गई माला में दिखाओ।

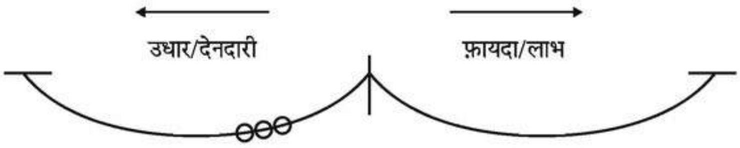
चौथे दिन भी रामफल 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। लेकिन रास्ते में ही उसके फूलों की टोकरी गिर गई तथा उसके बहुत सारे फूल खराब हो गए। बचे हुए फूलों को वह बाज़ार ले गया जो उसने 150 रु के फूल बेचे।

रामफल को चौथे दिन कितने रुपयों का लाभ/हानि हुई? ➜ **उत्तर :**

रामफल के पास अब कुल कितने रुपये शेष हैं? **उत्तर :** ➜

क्या अगले दिन रामफल बाज़ार से फूल खरीद पाएगा। **उत्तर :** ➜

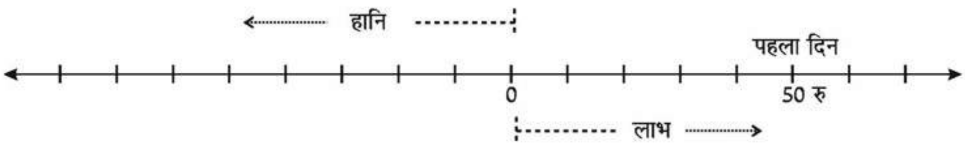
अब रामफल ने 30 रु अपने दोस्त से उधार लिए ताकि उसके पास 200 रु हो जाएँ तथा इस स्थिति को उसने अपनी माला में दर्शाने के लिए एक और माला बनाई जो कि उसकी देनदारी (उधार) को दर्शाती है। कुछ इस प्रकार से:–



रामफल **पाँचवे दिन** भी 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। उसने उस दिन 220 रु के फूल बेचे। अब उसकी माला में मनकों की स्थिति बताओ।

रामफल अपने हर दिन के हिसाब–किताब को लिखने में आपकी मदद चाहता है।

नीचे दी गई रेखा पर हिसाब दर्शाने में रामफल की मदद कीजिए।



पहले, दूसरे दिन की कमाई की स्थिति के अनुसार, अन्य दिनों की कमाई की स्थिति भी रेखा पर दर्शाइए।

जीवन में ऋणात्मक पूर्णांकों की आवश्यकता

ऊपर जाना (Above), हानि (Loss), जमा (Deposit), आगे बढ़ना (Onwards), निकासी (Withdraw), नीचे जाना (Below), पीछे हटना (Backward), घटना (Decrease), बढ़ना (Increase), लाभ (Profit)

ऊपर बॉक्स में लिखित स्थितियों को नीचे तालिका में दर्शाइए।

गणितीय परिस्थितियों के आधार पर

धनात्मक स्थितियाँ	ऋणात्मक स्थितियाँ
जिन स्थितियों में हमारे पास कुछ बढ़ता या जमा होता है, उन स्थितियों को धनात्मक स्थिति कहा जा सकता है।	जिन स्थितियों में हमारे पास कुछ घटता या कम होता है, उन स्थितियों को ऋणात्मक स्थिति कहा जा सकता है।
लाभ	हानि

बनाई गई तालिका में विपरीत परिस्थितियों का मिलान कीजिए।

मेरे साथ चिह्न लगाइए

	परिस्थिति	उचित चिह्न द्वारा संख्यात्मक निरूपण
1	खाते में 500 रु जमा करना।	+500
2	शिमला का तापमान 0° C से 2° C नीचे।	
3	खाते में से 200 रु निकालना	
4	एक पनडुब्बी समुद्र तल से 400 मीटर की गहराई पर चल रही है।	
5	दिल्ली का तापमान 0° C से 40° C ऊपर।	
6	2000 रु का लाभ।	
7	भूतल से 2 मंज़िल नीचे।	
8	1,500 रु की हानि।	

शापिंग मॉल की सैर

क्या आपे बड़े-बड़े शापिंग मॉल (Shopping Mall) में गए हो?

हाँ/ना ☐

क्या इस बिल्डिंग में लिफ्ट होगी? ⇒ हाँ/ना ☐

लिफ्ट के अंदर कुछ इस तरह के बटन है

6	3	0	-3
5	2	-1	↑
4	1	-2	↓

आप लिफ्ट में है।

ऊपर बनी बिल्डिंग के अलग-अलग तल को देखते हुए उत्तर लिखिए। **उत्तर लिखिए**

भूतल (Ground Floor) से चौथी मंज़िल ऊपर जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

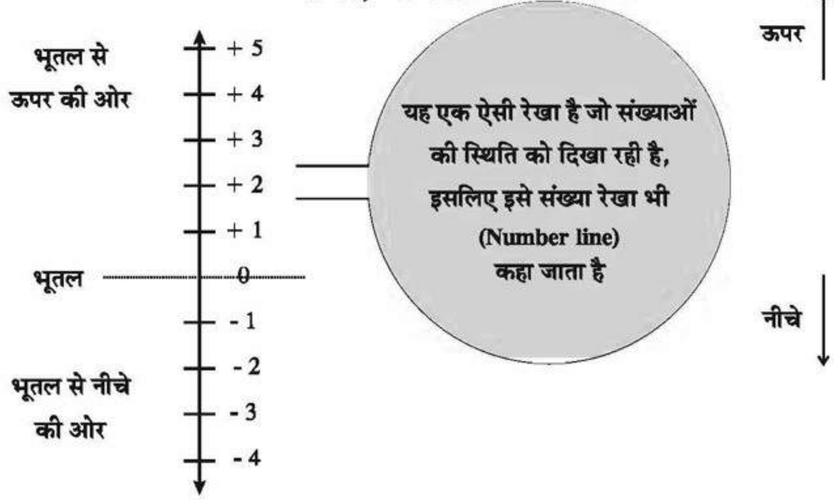
DISCO (डिस्को) में जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

स्टोर में जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

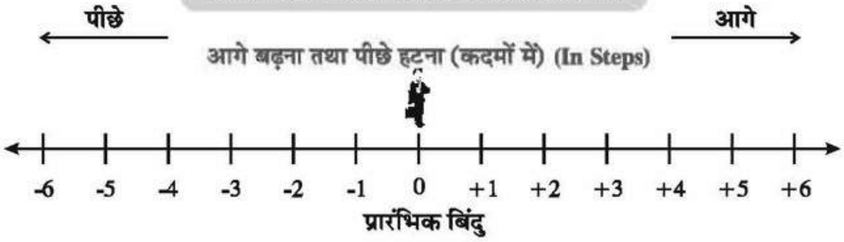
आपने अपना स्कूटर पार्किंग 3 में खड़ा कर रखा है।

स्कूटर के पास जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

आओ, सोचें।



आओ। हम कुछ और परिस्थितियों को भी संख्या रेखा के द्वारा प्रदर्शित करते हैं।



आप जिस स्थान पर खड़े हो, उसे प्रारंभिक बिंदु मान लेते हैं तथा उस स्थिति को '0' से संबोधित करते हैं नीचे दी गई स्थितियों को रिक्त स्थान पूरा करके दर्शाइए।

+ 4 = 4 कदम आगे की ओर बढ़ना

- 3 = 3 कदम पीछे की ओर हटना

-1 = ____________________

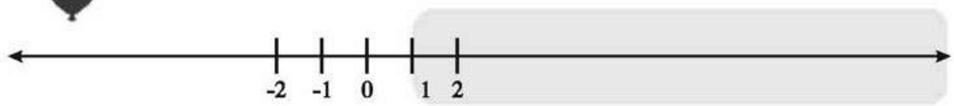
2 = ____________________

संख्या रेखा पर संख्या पीछे की ओर तथा नीचे की ओर, जितनी बढ़ेगी, उतनी ही वह छोटी होती चली जाएगी।

संख्या रेखा पर संख्या आगे की ओर तथा ऊपर की ओर, जितनी बढ़ेगी, उतनी ही वह बड़ी होती चली जाएगी।

यहाँ ध्यान देने वाली बात यह है कि '+2' और '2' का मान एक ही होता है।

संख्या समूह का नाम दीजिए

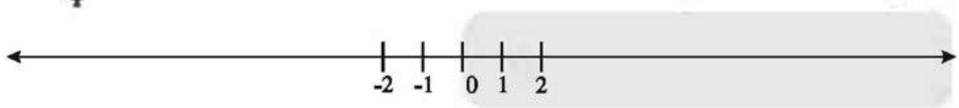
(1) 

संख्या बाईं ओर जाने पर घटती चली जाएगी

संख्या दाईं ओर जाने पर बढ़ती चली जाएगी

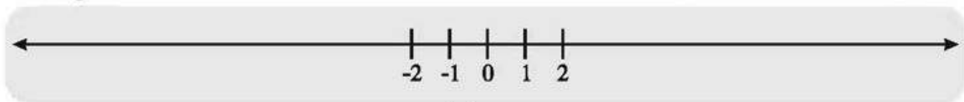
संख्या रेखा में बॉक्स के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने स्थान में लिखिए। उत्तर इसी पेज़ पर गुब्बारों में छुपे हुए है।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

(2) 

आकृति के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने बॉक्स में लिखिए।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

(3) 

आकृति के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने बॉक्स में लिखिए।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम दें? अध्यापक के साथ चर्चा करके लिखिए।

संख्याओं की तुलना कीजिए

$>$, $<$ या $=$ के चिन्हों का प्रयोग करके

बड़ी संख्या की ओर चिन्ह का मुँह खुला रहता है।

$6 > 3$

$3 < 6$

हम लोग जब संख्याओं की छोटी और बड़ी होने की तुलना करते हैं तो उस स्थिति को गणितीय रूप में दर्शाने के लिए चिन्ह $<$ या $>$ का प्रयोग करते हैं।

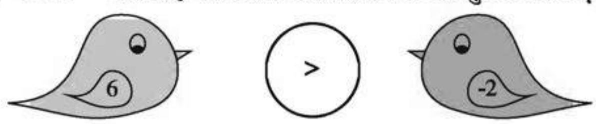
7 बड़ा है 5 से	$7 > 5$
–7 छोटा है –5 से	$-7 < -5$

सोचिए और बताइए, ऐसा क्यों?

(संख्याओं की तुलना)

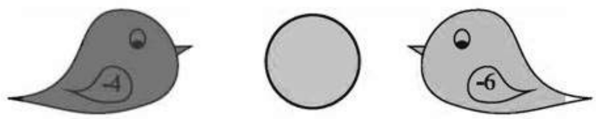
$>$, $<$ या $=$ के चिन्हों का प्रयोग करके संख्याओं की तुलना कीजिए।

उदाहरण



आओ करके देखें

(i)



(ii)

>, <या = के चिन्हों का प्रयोग कर, तुलना कीजिए

आधार से 5 सीढ़ी नीचे | आधार से 2 सीढ़ी नीचे

अंकों में लिखिए -5 [<] -2

4000 रु कमाए | 2000 रु गँवाए

अंकों में लिखिए ____ [ ] ____

तापमान 0°C से 10°C नीचे | तापमान 0°C से 2°C नीचे

अंकों में लिखिए ________ [ ] ________

समुद्र तल से 2000 मीटर की गहराई | समुद्र तल से 3000 मीटर की गहराई

अंकों में लिखिए ________ [ ] ________

मानक वजन से 3 किलोग्राम कम | मानक वज़न से 5 किलोग्राम अधिक

अंकों में लिखिए ________ [ ] ________

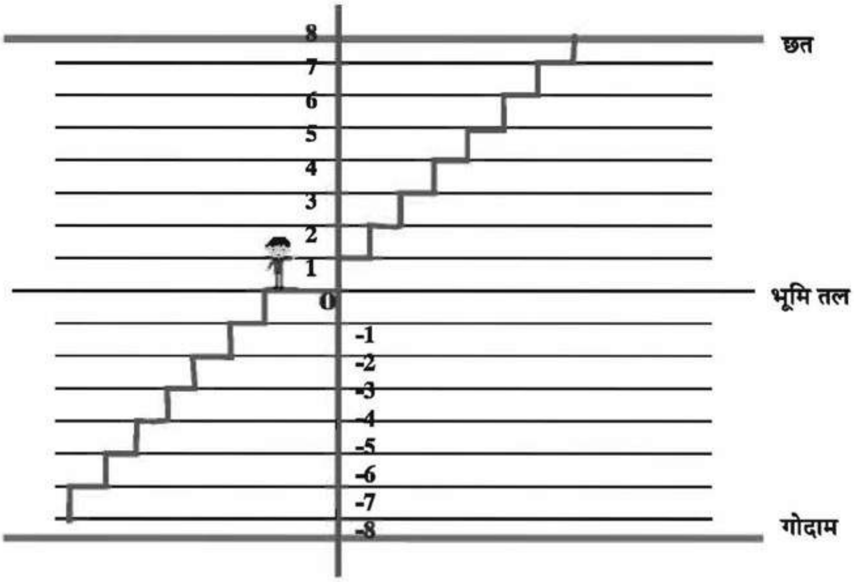
>, < या = चिह्नों का प्रयोग करके, पूर्णांकों की तुलना कीजिए।

0	☐	-34	13	☐	0
48	☐	48	-16	☐	-16
-25	☐	-45	-125	☐	-100
111	☐	-270	-1000	☐	1000

पूर्णांक का योग

(ऊपर और नीचे जाना या चलना)

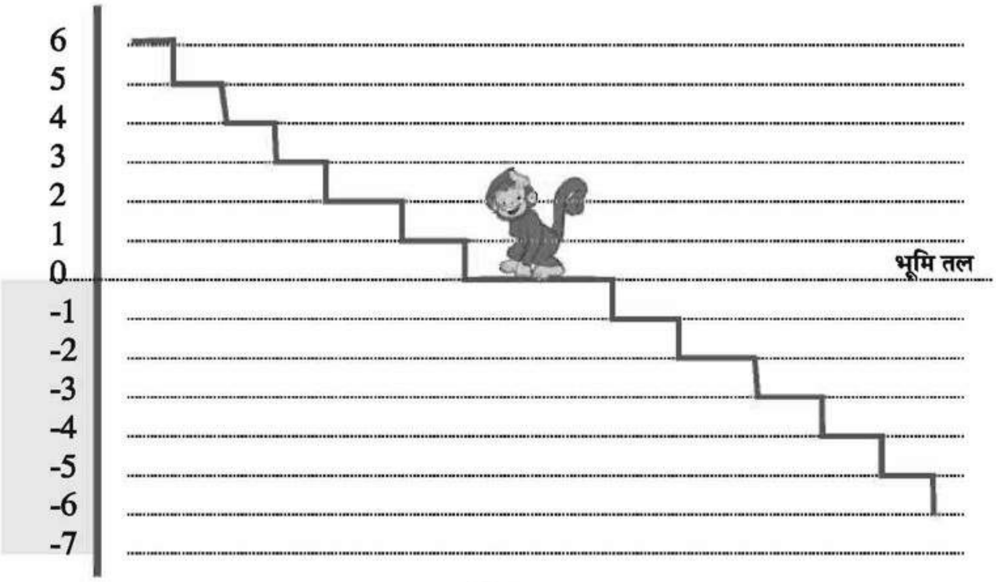
विजय के घर में छत पर जाने के लिए और भूमिगत गोदाम में जाने के लिए सीढ़ियाँ बनी हुई हैं।



आप कौन सी सीढ़ी पर होंगे?
वृत में उत्तर लिखिए।

(क) भूमि तल से 2 सीढ़ी ऊपर चढ़िए और वहाँ से 3 सीढ़ी और ऊपर चढ़िए।	=	(+2) + (+3)	
(ख) भूमि तल से 6 सीढ़ी नीचे उतरिए और वहाँ से 2 सीढ़ी और नीचे उतरिए।	=	(-6) + (-2)	
(ग) भूमि तल से 7 सीढ़ी नीचे उतरिए और वहाँ से 5 सीढ़ी ऊपर चढ़िए।	=	(-7)+(+5)	
(घ) भूमि तल से 3 सीढ़ी नीचे उतरिए और फिर वहाँ से 8 सीढ़ी ऊपर चढ़िए।	=	(-3)+(+8)	
(ङ) भूमि तल से 6 सीढ़ी ऊपर चढ़िए और फिर वहाँ से 8 सीढ़ी नीचे उतरिए।	=	(+6)+(-8)	

बंदर की छलांग



बताइए बंदर कौन सी सीढ़ी पर होगा?

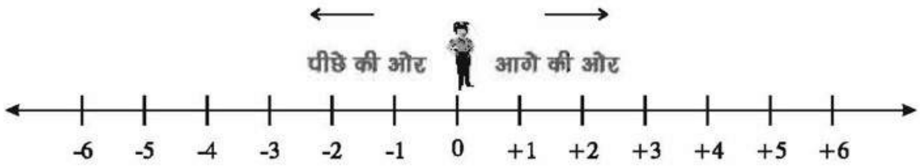
	संख्या को खाली स्थान में भरिए	बंदर कौन सी सीढ़ी पर होगा
(a) पहली छलांग में 3 सीढ़ी ऊपर और दूसरी छलांग में 2 सीढ़ी नीचे	= (3) + (-2)	= 1
(b) पहली छलांग में 1 सीढ़ी ऊपर और दूसरी छलांग में 4 सीढ़ी नीचे	= ( ) + ( )	=
(c) पहली छलांग में 2 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में भी 2 सीढ़ी नीचे	= ( ) + ( )	=
(d) पहली छलांग में 4 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में 5 सीढ़ी ऊपर	= ( ) + ( )	=
(e) पहली छलांग में 3 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में 2 सीढ़ी ऊपर	= ( ) + ( )	=

एक संख्या रेखा बनाएँ और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर डब्बे में भरिए।

संख्या रेखा

−3 और −1 के बीच का पूर्णांक	=	-2
−10 से छोटे कोई भी चार पूर्णांक	=	
−1 से बड़े कोई भी तीन पूर्णांक	=	
ऐसा पूर्णांक जो न ही धनात्मक पूर्णांक है, और न ही ऋणात्मक पूर्णांक हैं	=	
−8 और −10 में कौन सा पूर्णांक छोटा है?	=	

योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse)



रेशमा जिस स्थिति पर खड़ी है वह '0' है। वह बार-बार अपनी स्थिति को बदल लेती है। आपको रेशमा को उसके मूल स्थान पर लेकर आना है। जैसे:-

रेशमा ने अपना मूल स्थान बदला | हमने रेशमा का स्थान बदला

(i) (रेशमा अपने मूल स्थान से चार कदम पीछे गई।) + (फिर रेशमा चार कदम आगे गई) = मूल स्थान

संख्यात्मक रूप $(-4) + (+4) = 0$

(ii) (तीन कदम आगे की ओर) + (   ) = मूल स्थान

संख्यात्मक रूप $(+3) + (\ \ ) = 0$

(iii) (   ) + (सात कदम आगे की ओर) = शुरूआती स्थान

संख्यात्मक रूप $(\ \ ) + (+7) = 0$

(iv) (   ) + (नौ कदम पीछे की ओर) = शुरूआती स्थान

संख्यात्मक रूप $(\ \ ) + (-9) = 0$

योज्य प्रतिलोम

जिन दो संख्याओं को जोड़ने पर (0) प्राप्त होता है, ऐसी संख्याएँ एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse) कहलाती हैं।

संख्याओं का योज्य प्रतिलोम लिखिए

संख्या	योज्य प्रतिलोम
10	
-15	
-18	
4	

रिक्त स्थान भरिए

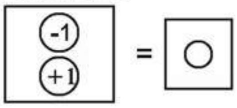
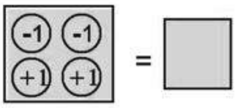
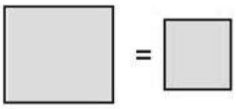
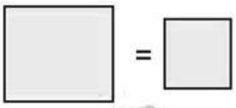
- 8 + _____ = 0

__ + (-20) = 0

(-40) + (40) = ___

____+ _____= 0

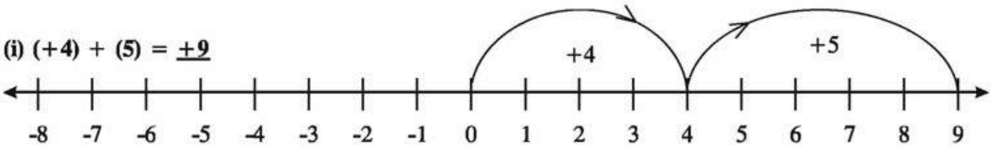
नीचे दिए गए उदाहरण के अनुसार खाली स्थान भरिए

	संख्यात्मक रूप			चित्रात्मक रूप
(1)	-1 + 1	=	0	
	(-1) + (+1)	=	0	
(2)	-2 + 2	=	0	
	(-2) + (+2)	=	0	
(3)	-4 + 4	=	___	
	________	=	___	
(4)	-6 + 6	=	___	
	________	=	___	

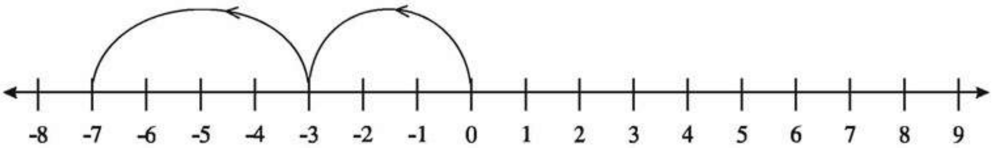
(-1) और (+1) जुड़कर शून्य हो जाता है।

संख्या रेखा के द्वारा पूर्णांकों का योग

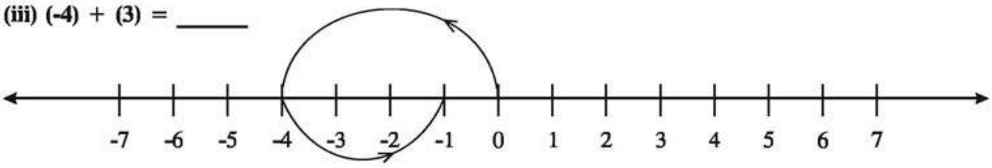
(i) (+4) + (5) = <u>+9</u>



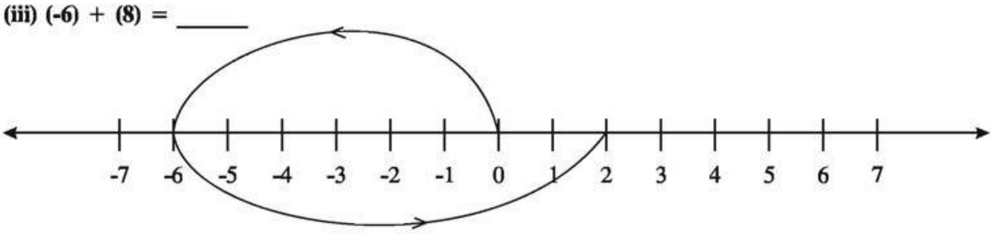
(ii) (-3) + (-4) = _____



(iii) (-4) + (3) = ______



(iii) (-6) + (8) = ______



ऊपर दी गई संख्या रेखा के आधार पर हम यह कह सकते हैं कि यदि किसी संख्या में धनात्मक संख्या जोड़ते हैं तो संख्या रेखा के दाईं ओर जाएँगे तथा अगर ऋणात्मक संख्या जोड़ते हैं तो संख्या रेखा के बाईं ओर जाएँगे।

संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, योग ज्ञात कीजिए।

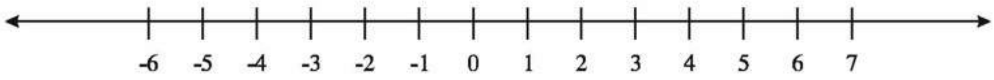
(a) (-2) + (6) = _____

(b) (-5) + (-3) = _____

(c) (+7) + (-2) = _____

(d) (+4) + (-6) = ______

दिए गए उदाहरण के अनुसार हल कीजिए।



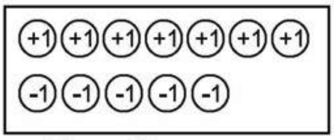
0 से 5 कम	=	0 - 5	=	- 5
2 से 4 ज्यादा	=	2 + 4	=	6
7 से 5 कम	=	______	=	
1 से 3 कम	=	______	=	
−2 से 3 ज्यादा	=	______	=	
−3 से 2 कम	=	______	=	

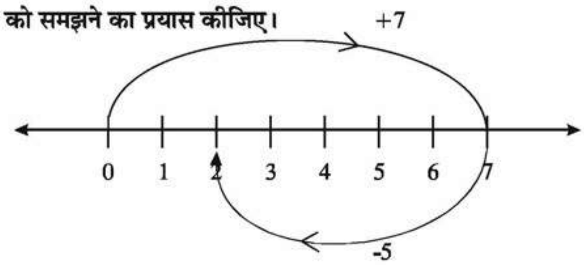
विद्यार्थी अध्यापक के साथ चर्चा करें कि क्या हम 4+5 = 9 को (4) - (-5) लिख सकते हैं या फिर 3 - 2 =1 को (3) + (-2) भी लिख सकते हैं?

विपरीत चिह्न वाले पूर्णांकों का योग

उदाहरण को समझने का प्रयास कीजिए।

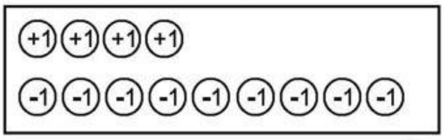
(i) (+7) + (-5) = + 2

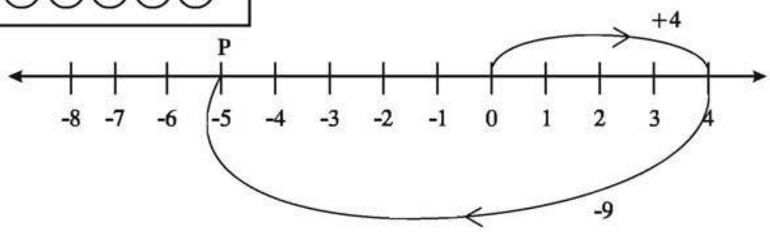




(+1) और (-1) मिलकर '0' हो जाते हैं।

(ii) (+4) + (-9) = ______





प्र०– उत्तर संख्या के आगे, धनात्मक (+) या ऋणात्मक (-) चिह्न लगाइए

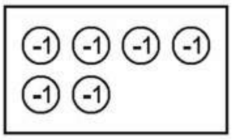
(a)	(+4) + (-2)	=	2	(c)	(-10) + (+16)	=	6
(b)	(-8) + (+3)	=	5	(d)	(+9) + (-4)	=	5

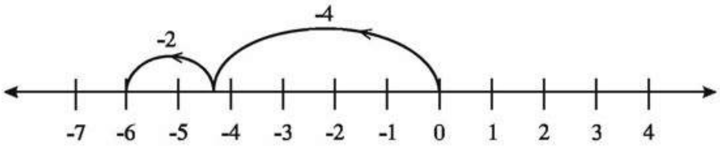
प्र०– हल कीजिए।

(I)	(-10) + (+12)	=	____	(III)	(+4) + (-7)	=	______
(II)	(+8) + (-10)	=	____	(IV)	(-1) + (+4)	=	______

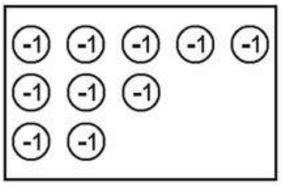
ऋणात्मक पूर्णांकों का योग

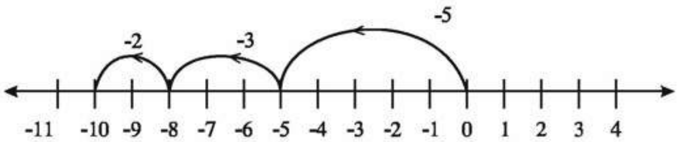
(i) (-4) + (-2) = <u>-6</u>





(i) (-5) + (-3) + (-2) = _____





हल कीजिए

(1) (-5) + (-4) = ________

(2) (-1) + (-9) + ________

(3) (-4) + (-2) + (-1) = __________

(4) (-3) + (-4) + (-5) = __________

पूर्णांकों का घटाव (व्यवकलन)

दिए गए पैटर्न को समझकर आगे बढाइए :

(a)

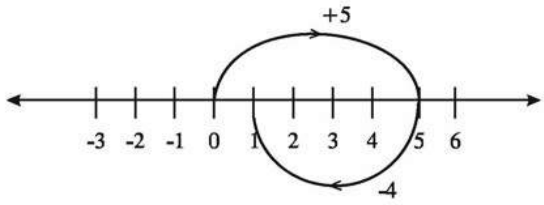
3 - 1 = 2
3 - 2 = 1
3 - 3 = 0
3 - 4 = -1
3 - 5 = -2
3 - 6 = ___
3 - 7 = ___

(b)

3 - 3 = 0
3 - 2 = 1
3 - 1 = 2
3 - 0 = 3
3 - (-1) = 4
3 - (-2) = ___
3 - (-3) = ___

आओ, पूर्णांकों के घटाव को और समझें।

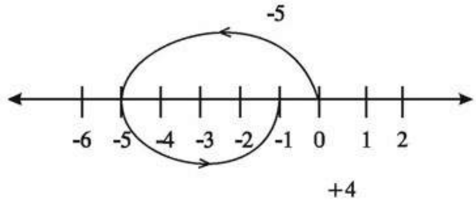
1) 5 - 4 या (+5) - (+4) = ______



संख्या रेखा पर 5 मात्रक आगे (दाएँ) जा कर, 4 मात्रक पीछे (बाएँ) आना ।

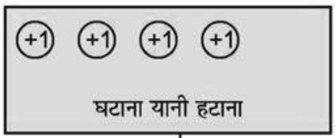
यहाँ हमने (+5) में से (+4) को कम किया है?
इसलिए (+1) बचा है।

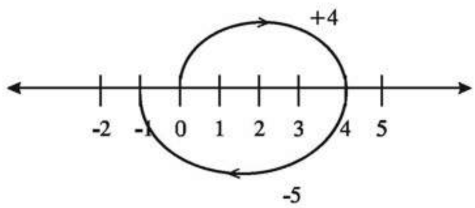
2) (-5) - (-4) = ______



यहाँ हमने (-5) में से (-4) को कम किया है?
इसलिए (-1) बचा है।

3) (+4) - (+5) या 4 - 5 = ______





समस्या: हम देख सकते हैं कि (+4) में से (-5) **नहीं घटा पा रहे हैं क्योंकि हमारे पास केवल चार (+1) है जिनमें से पाँच (+1) घटाना संभव नहीं है।**

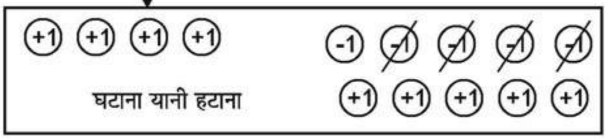
समाधान: बॉक्स में एक (+1) और एक (-1) जोड़ दीजिए एक (+1)और एक (-1) मिलकर शून्य (0) बनाते हैं। इसलिए (0) को जोड़ने से बॉक्स में कोई फर्क नहीं पड़ेगा।

(+4) - (+5) = -1
4 - 5 = -1

1 (+4) - (-5) या 4 - (-5) ________

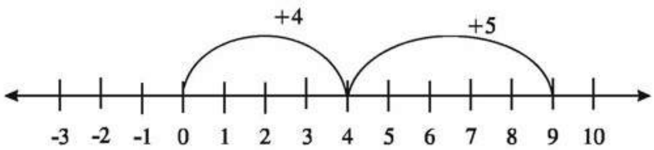
समस्या! **(+1) में से (-5) नहीं घटा सकते।**

समाधानः बॉक्स में (+5) और (-5) जोड़ दीजिए। (+5)और (-5) मिलकर शून्य (0) बनाते हैं।(0) को जोड़ने से बॉक्स में कोई फर्क नहीं पड़ेगा।



= 4 - (-5)
= 4+5=9

इसे हम संख्या रेखा से भी समझ सकते है।



अपने समतुल्य से मिलान कीजिए

a) 4 - (-5)	I) - 3 - 4
b) (-3) + (-4)	II) 4 + 5
c) 8 - (+5)	III) -3 + 4
d) -3 - (-4)	IV) 8 - 5

करो तो मानें!

10 - (15) = ◯	-3 - (-4) = ◯
12 - (-4) = ◯	(-7) + (-3) = ◯
-8 + (5) = ◯	-2 - (-4) = ◯

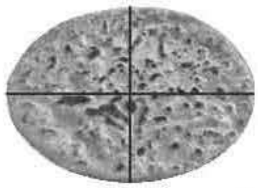
रिक्त स्थान भरिए

(-4) + ________ = 0	2 + ________ = -4
________ - 15 = 6	13 + ________ = 10
________ (-5) = -8	-3 - ________ = -1

अध्याय 4 – भिन्न

मैरी के दो बच्चे हैं बैरी और चैरी। दोनों बच्चे बाहर से खेलकर घर में आते हैं। दोनों को बहुत तेज़ भूख लग रही है। मैरी बच्चों के लिए आलू का परौंठा बनाकर दे रही है। परौंठा दोनों को खाने को मिल जाए इसके लिए वह एक परौंठे को 4 बराबर भागों में बाँट रही है।

आलू का परौंठा



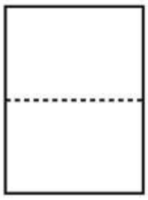
4 बराबर भाग हुए, आलू का परौंठा

आइए अब हम भिन्न को और समझने का प्रयास करते हैं।

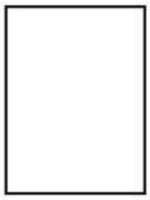
आइए , हम किसी आकृति को बराबर भागों में बाँटते हैं, और उसकी पूर्ण के साथ तुलना करते हैं।

यह एक पन्ना है।

→ दिए गए पन्ने को दो बराबर भागों में बाँटिए।

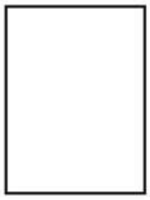


→ दिए गए पन्ने को चार बराबर भागों में बाँटिए।



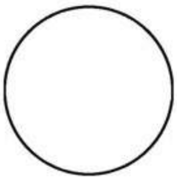
→ दिए गए पन्ने को छः बराबर भागों में बाँटिए।

→ दिए गए पन्ने को आठ बराबर भागों में बाँटिए।

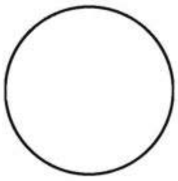


इसी प्रकार नीचे दिए गए वृत्त को भी बराबर भागों में बाँटिए।

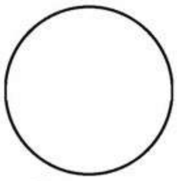
दो बराबर भागों में बाँटिए



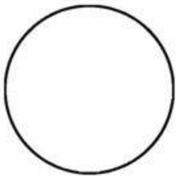
तीन बराबर भागों में बाँटिए



चार बराबर भागों में बाँटिए



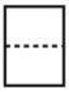
आठ बराबर भागों में बाँटिए

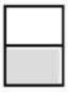


आइए, अब हम पूर्ण वस्तु के किए गए बराबर भागों को गणितीय रूप में लिखना सीखते हैं।

उदाहरण

पूर्ण भाग

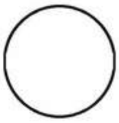
 यहाँ एक पन्ने के कितने बराबर भाग किए हैं? ________

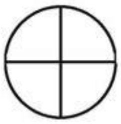
 छायांकित भाग, एक पन्ने के दो बराबर भागों में से कितना भाग लिए हुए है? ________

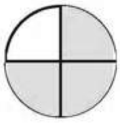
हमने यहाँ एक बराबर भाग लिया, पूर्ण के दो बराबर भागों में से।

इसलिए हम इसे गणितीय रूप में इस प्रकार से लिखेंगे = $\frac{1}{2}$ छायांकित भाग लिया / एक पन्ने के कुल बराबर भाग

आइए, हम एक और उदाहरण देखते हैं।

 एक वृत्त

 यहाँ हमने एक वस्तु को कितने बराबर भागों में बाँटा है? ________

 छायांकित भाग, एक वृत्त के चार बराबर भागों में से कितना भाग लिए हुए है? ________

हमने यहाँ तीन बराबर भाग लिए हैं, चार बराबर भागों में से।

इसलिए हम इसे गणितीय रूप में इस प्रकार से लिखेंगे $\frac{3}{4}$ छायांकित भाग लिया / एक पन्ने के कुल बराबर भाग

यहाँ हमने एक पूर्ण वस्तु के किए गए बराबर भागों को गणितीय रूप में लिखना सीखा है।

आओ दोस्तो एक रोल प्ले पढ़ते हैं। तथा इसे अपने अध्यापक के मदद से खेलते हैं।

भिन्न

(क्लास के अंदर तीन पात्र एक्टिंग एरिया में प्रवेश करते है. इस क्लास का एक नियम ये भी है कि हर रोज़ विनोद सर बारी–बारी से बच्चों से एक सवाल पूछते हैं, वहीं वह बच्चा जिससे सवाल पूछा गया है, विनोद सर से भी एक सवाल पूछता है।)

विनोद (टीचर): देखो प्यारे बच्चो ! हमारे खाने में ऐसा क्या है जिसे हम अमूमन बार–बार खाते हैं ?

विनम्र: रोटी, सर।

विनोद: सही। और क्या चीज़ है, जो हो सकती है।

प्रेम: चावल, पुलाब, सब्ज़ी बग़ैरा बग़ैरा।

विनोद: ठीक है। चलो रोटी के बारे में तो सबको पता है।

सभी: यस सर।

विनोद: तो आज किसकी बारी है सवाल पूछे जाने की ?

सभी: गोल्डी की।

विनोद: तो गोल्डी को बुलाएँ।

(सभी गोल्डी–गोल्डी–गोल्डी कहते हुए आवाज़ लगाते हैं, गोल्डी धीरे–धीरे विनोद सर के क़रीब आता है। क्लास में खुशनुमा माहौल।)

विनोद: हाँ तो गोल्डी...आज कोई सवाल जवाब नहीं। (गोल्डी चौंककर विनोद सर और बच्चों की ओर देखता है।)

विनोद: हाँ सचमुच ! आज हम कुछ बात करेंगे। (गोल्डी के चेहरे पर आया तनाव कुछ–कुछ छँटने लगता है।)

विनोद: गोल्डी आज तुमने खाना खाया ?

गोल्डी: जी सर, खा लिया।

विनोद: रोटी खाई ?

गोल्डी: जी सर।

विनोद: बहुत अच्छा, अब अगर तुम एक रोटी में से आधी रोटी खालो तो कितनी रोटी बचेगी ?

गोल्डी: जी एक।

विनोद: देखो गोल्डी, हमारे पास एक रोटी है, आधी खा ली तो कितनी बची ?

गोल्डी: जी एक।

(विनोद सर झुँझला जाते हैं। उनका सुर थोड़ा ऊँचा हो जाता है।)

विनोद: अरे भाई ये बात तुम्हारी समझ में क्यों नहीं आ रही कि एक रोटी में से अगर आधी खाली तो कितनी बची ?

गोल्डी: (चुप)।

विनोद: कुछ तो जवाब दो......

(शुरूआत में विनोद सर ने गोल्डी जैसे बच्चे के लिए जो अनुकूल वातावरण बनाया था, जिसमें गोल्डी काफ़ी सहज महसूस कर रहा था, उसमें धीरे–धीरे तनाव आने लगा। विनोद सर की ऊँची होती जाती आवाज़ गोल्डी के अंदर एक अनजाना सा डर पैदा कर रही थी। विनोद सर फिर नार्मल होने की कोशिश करने लगे।)

विनोद: देखो गोल्डी इसमें कुछ मुश्किल नहीं है। हम इसे फिर से समझने की कोशिश करते हैं। हमारे पास एक रोटी है, हमने आधी खा ली तो कितनी बच गई ?

(क्लास के दूसरे बच्चों का 'मैं बताऊँ सर', 'मै बताऊँ सर' का सुर तेज होने लगा। तभी एक छात्र हामिद अपने लंच बॉक्स में से एक रोटी निकलकर लाया।)

हामिद: (रोटी दिखाते हुए) सर मैं कुछ बोलूं ?

विनोद सर : हाँ बोलो हामिद।

हामिद: (रोटी दिखाते हुए ..गोल्डी से) यह एक रोटी है और इसमें से आधी रोटी तोड़कर खा ली। कुछ इस तरह..... (आधी रोटी तोड़कर बस्ते पर रख दी और आधी रोटी को दिखाते हुए) ...अब ये रोटी हमारे पास बची है।

गोल्डी: ठीक है।

हामिद : अब ये कितनी है ?

गोल्डी: (झिझकते हुए) आधी।

विनोद: (ख़ुशी से) कितनी ?

गोल्डी: (धीमी आवाज़ में) आधी।

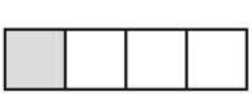
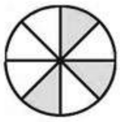
विनोद: बिल्कुल सही गोल्डी, जब हम एक रोटी को बराबर–बराबर दो भागों में बाँटते हैं तो दो भागों में बँटे हुए हिस्सों को हम आधा–आधा कहते हैं। अब एक आधा भाग हमने अगर खा लिया तो बचने वाला भाग कितना होगा ?

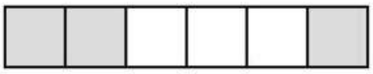
गोल्डी: आधा सर।

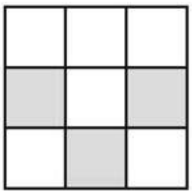
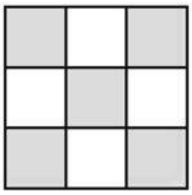
हामिद: आधा सर नहीं, आधी रोटी। (सब हँसते हैं।)

विनोद: शाबास गोल्डी। और शाबाश हामिद तुमने एक्टिविटी के ज़रिये आधा भाग समझने में मदद की।

छायांकित भागों को गणितीय रूप में लिखिए।

 = ______  = ______

 = ______ = ______

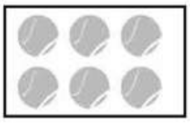
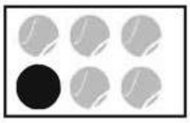
 = ______  = ______

अब तक हमने एक पूर्ण वस्तु को बराबर भागों में बाँटकर उसे गणितीय रूप में लिखना सीखा है।
पूर्ण, एक अकेली वस्तु हो सकती है अथवा वस्तुओं का समूह भी हो सकता है।

आइए, अब हम एक समूह में रखी बराबर वस्तुओं में से वस्तुओं का चयन कर, उसे गणितीय रूप में लिखना सीखेंगे।

उदाहरण:

एक समूह जिसमें 6 गेंद है।

 ⇒ इसमें से हम एक गेंद का चयन करते हैं। 

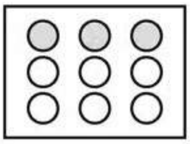
→ यहाँ पूर्ण, गेंदों (Balls) का एक समूह है।

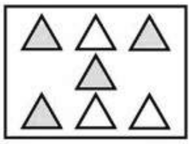
→ इस एक समूह में कितनी एक जैसी गेंदें (Balls) हैं? ________गेंद

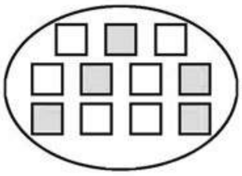
→ कितनी गेंद, हमने चयन की हैं? ________गेंद

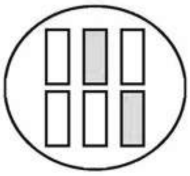
चयन की गई गेंद को गणितीय रूप में लिखना = $\frac{1}{6}$ (चयन की गई गेंद) / (समूह में कुल गेंद)

छायांकित भागों को गणितीय रूप में लिखिए।

1)  = ________

2)  = ________

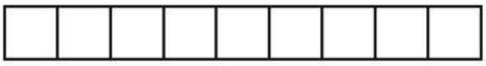
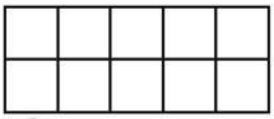
3)  = ________

4)  = ________

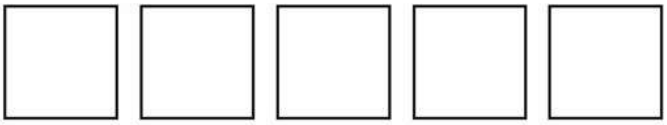
हमने अभी तक समझा कि भिन्न एक प्रकार की संख्या है
जो एक पूरे (पूर्ण) का भाग या समूह का भाग होती है।

आइए अब हम भिन्न संख्याओं को विभिन्न आकृतियों में
दिखाने का अभ्यास करते हैं।

दी गई आकृतियों को छायांकित कर, भिन्न की संख्याओं को दिखाइए।

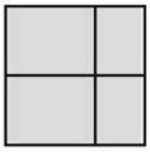
भिन्न संख्या	**आकृति**
1) $\frac{4}{7}$	
2) $\frac{1}{4}$	
3) $\frac{5}{9}$	
4) $\frac{3}{4}$	
5) $\frac{8}{10}$	

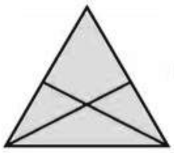
नीचे दी गई आकृतियों को अलग-अलग तरीकों से दो बराबर भागों में बाँटने का प्रयास कीजिए।

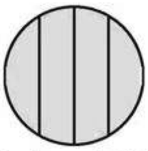


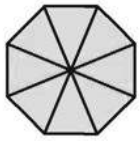
अगर आपको कठिनाई महसूस हुई हो तो अपने साथियों एवं अध्यापक की मदद लें।

नीचे दी गई आकृतियों में कौन-2 सी आकृतियाँ बराबर भागों में बँटी हुई हैं। (✓)चयन कीजिए।

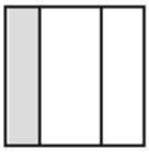
1) 

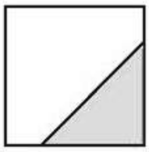
2) 

3) 

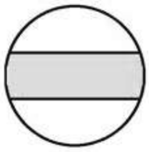
4) 

नीचे दी गई आकृतियों में कौन-2 सी आकृतियों का $\frac{1}{3}$ भाग छायांकित है, चयन (✓) कीजिए।

1) 

2) 

3)

4) 

5)

अपने साथियों तथा अध्यापक से चर्चा करें और यह समझने की कोशिश करें कि क्यों भिन्न के लिए बराबर भागों की आवश्यकता होती है।

आओ दोस्तो एक रोल प्ले पढ़ते हैं। और इसे अपने अध्यापक के मदद से खेलते हैं।

भिन्न

(आज अनु का जन्मदिन है। बर्थडे पार्टी की तैयारियां चल रही हैं। अनु के दोस्त और क्लासफ़ेलो पार्टी में शरीक होने आए हैं। सभी को इस बात का इंतज़ार है कि अनु के पापा आ जाएँ तो केक कटे। अनु के पापा गणित के टीचर हैं।अनु भी अपनी दो छोटी बहनों के साथ उनका बड़ी बेसब्री से इंतज़ार कर रही है। इस मौके के लिए अनु की मम्मी ने खासतौर पर एक बड़ा केक तैयार करवाया है। सभी अपनी-अपनी बातों में मशगूल हैं। अनु पापा द्वारा दी गई किताब को बच्चों को दिखाने में मशगूल है। पापा का प्रवेश।)

पापा : मेरे प्यारे बच्चो, मैं देरी के लिए सबसे माफ़ी चाहता हूँ। आप सबने बहुत देर इंतज़ार किया।

मम्मी : बच्चो, अब चूँकि हमें भूख भी लगी है और देर भी हो रही है, इसलिए हम अब केक काटते हैं।

(सभी बच्चे केक के पास आते हैं। अनु केक काटती है। हैप्पी बर्थडे गीत गाते हैं।)

अनु : पापा, अब आप केक को 11 भागों में बाँट दें।

मम्मी : अरे भाई 11 क्यों, 13 क्यों नहीं होने चाहिए अनु ?

पापा : वाह! अनु तुमने अपने दोस्तों को गिन लिया, अपनी बहनों को गिन लिया, मगर हम दोनों को छोड़ दिया।

मम्मी : अरे भाई 8 तुम्हारे दोस्त, तीन तुम बहनें और दो हम लोग। हुए न 13 ?

शबनम : मैथ्स ने यहाँ भी पीछा नहीं छोड़ा हमारा! (हँसती है।)

अनु : गनीमत है शबनम, तुम पापा के साथ हमारे घर में नहीं रहती हो। वरना मैथ्स से हमेशा के लिए तोबा कर लेतीं।

(सब ठहाका लगाकर हँसते हैं। पापा केक के लगभग बराबर-बराबर 13 हिस्से करते हैं। सभी खाते हैं।)

....

हमने सीखा कि भिन्नों को हम निम्नलिखित रूप से दर्शाते हैं।

$\frac{4}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, —, —, —, आदि

> भिन्न के कुल बराबर भागों को 'हर' कहते हैं
> तथा छायांकित या उसमें से लिए गए बराबर भागों को 'अंश' कहते हैं।

उदाहरण

$\frac{8}{9}$ $\rightarrow$ अंश
$\rightarrow$ हर

दिए गए भिन्नों में से अंश और हर का चयन कीजिए।

भिन्न	अंश	हर
$\frac{1}{4}$	1	4
$\frac{3}{7}$		
$\frac{5}{6}$		

भिन्न	अंश	हर
$\frac{2}{5}$		
$\frac{4}{9}$		
$\frac{2}{11}$		

आइए दैनिक जीवन में प्रयोग में आने वाली भिन्नों को पढ़ते हैं तथा उन्हे भाषाई रूप में लिखते हैं।

आधा $\frac{1}{2}$

एक तिहाई $\frac{1}{3}$

एक चौथाई $\frac{1}{4}$

दो तिहाई ________

तीन चौथाई ________

हमने अभी तक समझा है कि एक भिन्न, पूर्ण का भाग होता है

जैसे हम $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ आदि के रूप में लिखते हैं।

तथा इनसे इस प्रकार का अर्थ निकलता है:

$\frac{4}{7}$ 7 बराबर भागों में से 4 भाग लेना

$\frac{2}{3}$ 3 बराबर भागों में से 2 भाग लेना

$\frac{1}{4}$ 4 बराबर भागों में से 1 भाग लेना

} इस प्रकार की भिन्नों को हम **उचित भिन्न** कहते हैं।

उचित भिन्न में हर संख्या बड़ी होती है तथा अंश संख्या छोटी होती है।

जैसे $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{9}$ आदि

आइए अब हम ऐसी भिन्नों के बारे में समझते हैं जिनमें हर संख्या छोटी होती है तथा अंश संख्या बड़ी होती है।

$\frac{3}{2}$ भिन्न से अर्थ निकलता है, 2 बराबर भागों में से 3 भाग लेना

क्या ऐसा संभव है? ◯ हाँ / नहीं

हम दो बराबर भागों में से 3 भाग नहीं ले सकते, इसलिए हम इस प्रकार लिखे गए भिन्नों को **विषम भिन्न** कहते हैं।

विषम भिन्न में अंश संख्या बड़ी होती है तथा हर संख्या छोटी होती है।

जैसे $\frac{7}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{5}$ आदि

संबंधित भिन्न का चयन (✓) से कीजिए।

भिन्न	उचित भिन्न	विषम भिन्न
$\frac{4}{3}$		✓
$\frac{15}{10}$		
$\frac{4}{7}$		

भिन्न	उचित भिन्न	विषम भिन्न
$\frac{8}{9}$		
$\frac{10}{3}$		
$\frac{4}{8}$		

आइए, हम समझते हैं कि एक दिन, एक सप्ताह का कितना भाग (भिन्न) है?

हम जानते हैं कि एक सप्ताह में सात बराबर दिन होते हैं। तो हम कह सकते हैं

1 सप्ताह = 7 बराबर भाग → 7 दिन

हम जानते है भिन्न = $\frac{\text{लिया गया भाग}}{\text{कुल भाग}}$ इसलिए $\frac{\text{1 दिन}}{\text{7 दिन}}$ या $\frac{1}{7}$

क्या हम बता सकते हैं कि

1) 8 घंटे एक पूरे दिन का कौन सा भाग (भिन्न) है?

हल: पूरे दिन में कुल घंटे = 24

चयन किए गए घंटे = 8

भिन्न रूप = $\frac{8}{24}$

2) 5 सेकंड एक पूरे मिनट का कौन सा भाग (भिन्न) है?

हल: 1 मिनट में कुल सैकंड = _____

चयन किए गए सैकंड = _____

भिन्न रूप = _____

3) 5 सेकंड एक पूरे घंटे का कौन सा भाग (भिन्न) है? _____

क्या आपके प्रश्न 2 तथा 3 के उत्तर अलग-अलग हैं? अपने साथियों से इसकी चर्चा करें।

विषम भिन्न से मिश्रित भिन्न की ओर:-

जब हम एक पूर्ण के किसी भाग को लेते है तो हम 'उचित भिन्न' प्राप्त करते हैं।

जैसे आधी रोटी या $\frac{1}{2}$ रोटी, उचित भिन्न में अंश हर से छोटा होगा।

अब यदि हम तीन आधी-आधी रोटियों को मिला दें तो हम देखते हैं कि डेढ़ रोटियाँ बन गईं।

डेढ़ मतलब → 1 पूरा + 1 आधा 1 पूरा + 1 आधा

डेढ़ मतलब = $1 + \frac{1}{2}$

इसको हम इस रूप में भी लिख सकते हैं। $\Rightarrow 1\frac{1}{2}$

डेढ़ मतलब = $1\frac{1}{2}$

इस तरह की संख्याएँ जहाँ एक पूरा भाग तथा एक उचित भिन्न से मिलकर बनी हों, उन्हें हम **मिश्रित भिन्न** कहते हैं।

जैसे हम कभी–कभी घड़ी का टाइम देखकर बोलते हैं कि सवा एक बजा है या ढाई बजा है या पौने 4 बजे हैं या कहें साढ़े 5 बजे हैं तो हम सवा, ढाई शब्दों में मिश्रित भिन्न का प्रयोग कर रहे होते हैं।

सवा एक बजने का मतलब है कि 1 घंटा और 15 मिनट

हम जानते हैं कि 15 मिनट एक घंटे का $\frac{1}{4}$ भाग है।

इसलिए सवा का आशय हुआ $\Rightarrow 1 + \frac{1}{4}$ या $1\frac{1}{4}$

निम्नलिखित को भिन्न के रूप में दर्शाइए।

1) ढाई $2\frac{1}{2}$

2) साढ़े तीन ______

3) सवा पाँच ______

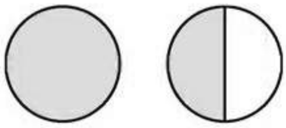
4) पौने छः ______

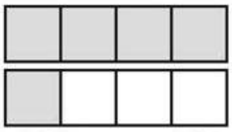
निम्नलिखित भिन्नों को उचित भिन्न, मिश्रित भिन्न या विषम भिन्न के बॉक्स में लिखिए।

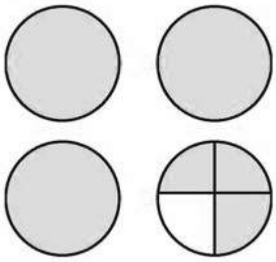
$\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{2}$, $3\frac{5}{4}$

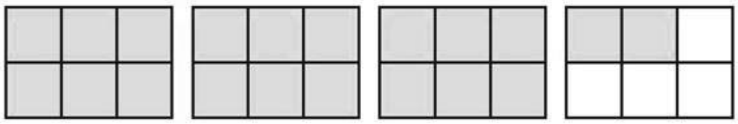
उचित भिन्न बॉक्स	मिश्रित भिन्न बॉक्स	विषम भिन्न बॉक्स

आकृतियों के छायांकित भागों को मिश्रित भिन्न के रूप में लिखिए

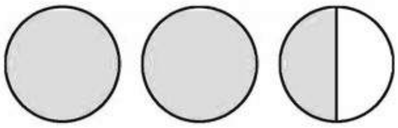
1)  $= 1\frac{1}{2}$

2)  $= 1\frac{1}{4}$

3)  = ——

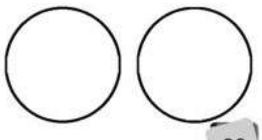
4)  = ——

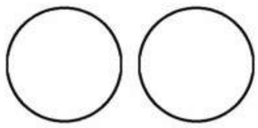
दी गई आकृतियों को छायांकित कर उसमें मिश्रित भिन्न आकृतियों को दर्शाइए:

1) $2\frac{1}{2}$ 

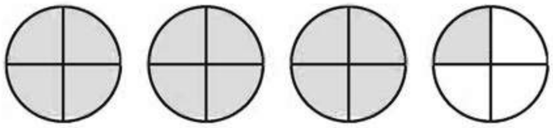
2) $4\frac{1}{4}$

3) $3\frac{2}{3}$

4) $1\frac{1}{3}$ 

5) $1\frac{3}{4}$ 

उदाहरण 1) जैकब ने बाज़ार से 4 पिज्ज़ा मंगवाए। जैकब और उसकी बहन ने छायांकित पिज्ज़ा के भागों को खा लिया।



जैकब और उसकी बहन द्वारा खाया गया पिज्ज़ा = $3\frac{1}{4}$

जैकब और उसकी बहन द्वारा खाया गया पिज्ज़ा के कुल भाग = 13

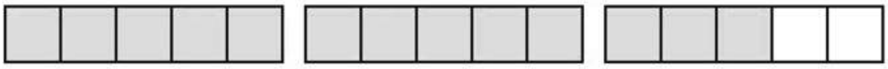
एक पूर्ण पिज्ज़ा में कुल बराबर भाग = 4

विषम भिन्न रूप = $\frac{13}{4}$

विषम भिन्न को हम इस प्रकार से भी ज्ञात कर सकते हैं।

$$3\frac{1}{4} = \frac{3 \times 4+1}{4} = \frac{12+1}{4} = \frac{13}{4}$$

उदहारण 2) बिनीता और उसके भाई ने छायांकित चॉकलेट के भागों को खाया है।



बिनीता और उसके भाई ने चॉकलेट खाई = $2\frac{3}{5}$

बिनीता और उसके भाई द्वारा खाई गई चॉकलेट के कुल भाग = ———

एक पूर्ण चॉकलेट में कुल बराबर भाग = ———

विषम भिन्न रूप = ———

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \times 5+3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$$

दिए गए मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए।

मिश्रित भिन्न		विषम भिन्न
a)	$2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
b)	$3\frac{2}{3}$	
c)	$1\frac{1}{4}$	

मिश्रित भिन्न		विषम भिन्न
d)	$4\frac{1}{3}$	
e)	$2\frac{2}{4}$	
f)	$3\frac{2}{5}$	

विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलना।

उदाहरण 1)

$\frac{8}{3}$ → आठ भाग लिए
→ एक पूर्ण के तीन बराबर भाग किए

मिश्रित भिन्न = $2\frac{2}{3}$

या $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ ←

$$3\overline{)\,8\,}(2$$
$$\underline{6}$$
$$2$$

उदाहरण 2)

$\frac{7}{2}$ → सात भाग लिए
→ एक पूर्ण के दो बराबर भाग किए

मिश्रित भिन्न = ______

या $\frac{7}{2}$ = ______

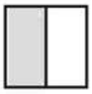
$$2\overline{)\,7\,}($$

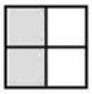
दिए गए विषम भिन्नों को मिश्रित भिन्न में बदलिए।

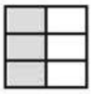
विषम भिन्न	मिश्रित भिन्न
1) $\frac{23}{5}$	$4\frac{3}{5}$
2) $\frac{7}{3}$	
3) $\frac{7}{5}$	

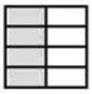
विषम भिन्न	मिश्रित भिन्न
4) $\frac{14}{4}$	
5) $\frac{11}{2}$	
6) $\frac{31}{4}$	

नीचे दी गई आकृतियों में छायांकित भाग को भिन्न के रूप में लिखिए।

1)  = ______

2)  = ______

3)  = ______

4)  = ______

हमने देखा कि बेशक भिन्न अलग-अलग हों, पर छायांकित भाग समान हैं। अर्थात चारों प्रश्नों में पूर्ण का समान भाग छायांकित है। इसलिए आपने जो भिन्न लिखे हैं वो सभी एक दूसरे के बराबर रहे होंगे। हम इन्हें समतुल्य भिन्न कहते हैं।

अब हम कह सकते हैं कि $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ सभी समतुल्य भिन्न हैं।

क्या हम $\frac{1}{2}$ के और भी समतुल्य भिन्नों का उदहारण दे सकते हैं?

नीचे दिए गए प्रतिरूप को समझें और पूरा कीजिए।

$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$ $\qquad$ $\frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$

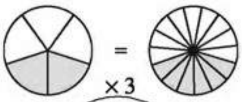
$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$ $\qquad$ $\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{5}{10}$ $\qquad$ $\frac{5 \div \square}{10 \div \square} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{6}{\square}$ $\qquad$ $\frac{6 \div \square}{12 \div \square} = \frac{6}{\square}$

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि '0' को छोड़कर यदि किसी भी संख्या से अंश और हर दोनों को गुणा किया जाए तो प्राप्त भिन्न दिए गए भिन्न का समतुल्य भिन्न होती है।

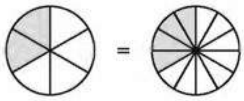
नीचे दी गई आकृतियों में छायांकित भाग को देखकर समतुल्य भिन्न लिखो।

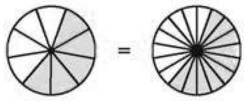
1) 

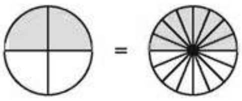
×3

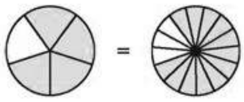
$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

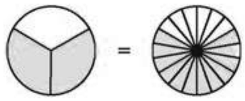
×3

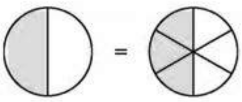
2) 

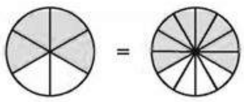
3) 

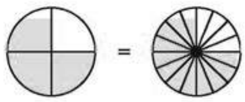
4) 

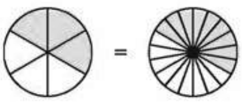
5) 

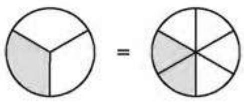
6) 

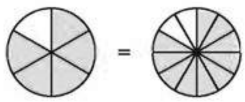
7) 

8) 

9) 

10) 

11) 

12) 

1 पूर्ण									
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$								
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$							
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$						
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$					
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$				
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

ऊपर दी गई तालिका को देखकर प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1) कितने $\frac{1}{4}$ (एक चौथाई) मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

2) कितने $\frac{1}{6}$ मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

3) कितने $\frac{1}{8}$ मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

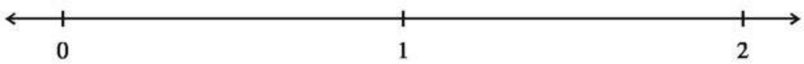
4) कितने $\frac{1}{10}$ मिलकर 1 बनाते हैं? _____

भिन्न का संख्या रेखा पर प्रदर्शन

आइए, अब हम भिन्न को संख्या रेखा पर दर्शाने का प्रयास करते हैं।

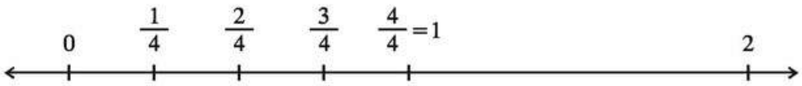
हम जानते है भिन्न $\rightarrow \frac{\text{लिए गए बराबर भाग}}{\text{कुल बराबर भाग}}$

मान लीजिए हमें $\frac{3}{4}$ को संख्या रेखा पर दर्शाना है। हम जानते हैं $\frac{3}{4}$ एक उचित भिन्न है। इसलिए यह पूर्ण '1' से होता है। इसलिए यह संख्या रेखा पर एक से पहले आएगा।



हम जानते हैं $\frac{3}{4}$ का अर्थ है 4 बराबर भागों में से 3 भाग।

इसलिये हम 0 से 1 के बीच की दूरी को 4 बराबर भागों में बाँटते हैं।

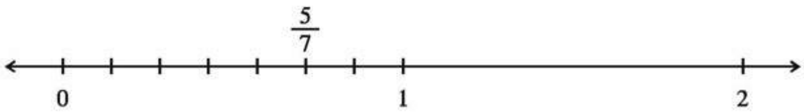


संख्या रेखा

$\frac{1}{4}$ **दर्शा रहा है** **<u>4 बराबर भागों में से 1 भाग</u>** $\frac{3}{4}$ **दर्शा रहा है** __________________

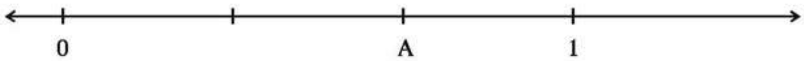
$\frac{2}{4}$ **दर्शा रहा है** __________________ $\frac{4}{4}$ **दर्शा रहा है** __________________

इसी प्रकार हमें $\frac{5}{7}$ को दर्शाना हो तो हम 0 से 1 के बीच में सात बराबर हिस्से (भाग) करेंगे।

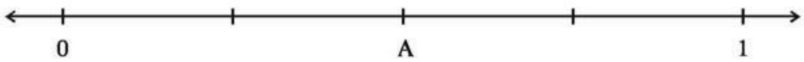


अब नीचे दी गई प्रत्येक स्थिति में से बताइए कि बिंदु A किस भिन्न को दर्शा रहा है, दिए गए बॉक्स में लिखिए हैं।

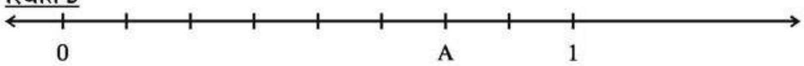
<u>स्थिति 1</u>



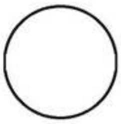
<u>स्थिति 2</u>



<u>स्थिति 3</u>

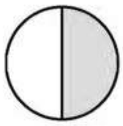


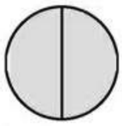
नीचे दिए गए वृत्त को यदि एक पूर्ण मानें तो

 → 1 पूर्ण

आओ, इसे दो बराबर भागों में बाँटते हैं

<u>स्थिति 1</u>

 → छायांकित भाग का भिन्न = $\frac{1}{2}$

 → यदि हम दूसरे भाग को भी छायांकित कर दें तो छायांकित भाग = $\frac{2}{2}$

हम देखते हैं कि दोनों भागों को पूरा छायांकित करने पर 1 पूरा वृत्त छायांकित हो गया।

इसलिये $\frac{2}{2} \rightarrow$ 1 पूर्ण

<u>स्थिति 2</u>

→ आइए एक वृत्त को 3 बराबर भागों में बाँटें।

अब इसके भागों को छायांकित करें।

→ $\frac{1}{3}$ भाग

→ $\frac{2}{3}$ भाग

→ $\frac{3}{3}$ भाग

इसलिये $\frac{3}{3} \rightarrow$ 1 पूर्ण

इसका अर्थ हुआ यदि हम 1 को भिन्न के रूप में दिखाना चाहते हैं तो उसे $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ से किसी भी रूप में लिख सकते हैं।

आइए, अब हम भिन्नों को सरलतम रूप में लिखना सीखते हैं।

जब हम अंश और हर को एक ही संख्या से भाग करते–करते ऐसे भिन्न पर पहुँच जाएँ जहाँ अंश और हर को संख्या 1 को छोड़कर किसी से भाग न कर सकें तो वह भिन्न का सरलतम रूप होता है।

जैसे एक भिन्न लें $\frac{24}{84}$

$$\frac{24 \div 2}{84 \div 2} = \frac{12}{42}$$

$\frac{12}{42}$ सरलतम भिन्न नहीं है क्योंकि अभी 12 और 42 को 2 से भाग कर सकते हैं।

$$\frac{12 \div 2}{42 \div 2} = \frac{6}{21}$$

$\frac{6}{21}$ सरलतम भिन्न नहीं है क्योंकि अभी भी 6 और 21 को 3 तीन से भाग कर सकते हैं।

$$\frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7}$$

$\frac{2}{7}$ एक सरलतम भिन्न है क्योंकि 2 तथा 7 को संख्या 1 के अलावा और कोई संख्या भाग नहीं कर सकती है।

हमने देखा $\frac{24}{84}$, $\frac{12}{42}$, $\frac{6}{21}$, $\frac{2}{7}$ सभी समतुल्य भिन्न हैं, जिन $\frac{2}{7}$ एक सरलतम भिन्न है।

भिन्नों को सरलतम रूप में लिखिए।

(1) $\frac{3}{21}$ (2) $\frac{4}{6}$ (3) $\frac{8}{24}$

(4) $\frac{9}{21}$ (5) $\frac{8}{12}$ (6) $\frac{6}{14}$

(7) $\frac{8}{20}$ (8) $\frac{14}{21}$ (9) $\frac{18}{36}$

आइए, अब हम समान और असमान भिन्नों को समझते हैं।

भिन्नों के दोनों समूहों को ध्यानपूर्वक देखिए:

समूह 1

$\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

समूह 2

$\frac{2}{7}, \frac{1}{5}, \frac{4}{9}$

रिक्त स्थान भरिए

समूह 1 में सभी भिन्न समान ____________ (अंश/हर) वाले हैं।
समहू 2 में सभी भिन्न समान ____________ (अंश/हर) वाले नहीं हैं।

समान हर वाले भिन्नों को समान भिन्न कहते हैं।

जिन भिन्नों के हर समान नहीं होते हैं उन्हें असमान भिन्न कहते हैं।

दिए गए समूह में से समान तथा असमान भिन्न को छाँटकर लिखिए

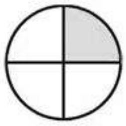
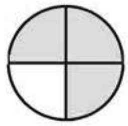
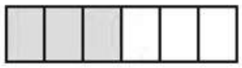
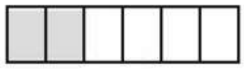
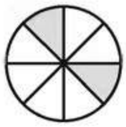
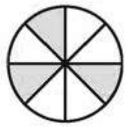
$\frac{1}{7}, \frac{4}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{9}, \frac{4}{7}$

समान भिन्न ________________

$\frac{4}{11}, \frac{3}{18}, \frac{4}{8}, \frac{5}{7}, \frac{1}{8}$

समान भिन्न ________________

समान भिन्नों की तुलना (<, >, = चिन्हों के प्रयोग द्वारा)

आकृति	छायांकित आकृति का भिन्न रूप		छायांकित आकृति का भिन्न रूप	आकृति
	$\frac{1}{4}$	$<$	$\frac{3}{4}$	
	______	☐	______	
	______	☐	______	

ऊपर दिए गए प्रश्न में हमने समान हर वाली भिन्न संख्याओं की तुलना की है।

भिन्नों की तुलना कीजिए

(a) $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{10}{12}$ (b) $\frac{7}{15}$ ☐ $\frac{6}{15}$ (c) $\frac{11}{75}$ ☐ $\frac{10}{75}$

भिन्नों को बढ़ते क्रम में लिखिए

(1) $\frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}$

बढ़ता क्रम:– ____, ____, ____, ____

(2) $\frac{7}{15}, \frac{4}{15}, \frac{1}{15}, \frac{9}{15}$

बढ़ता क्रम:– ____, ____, ____, ____

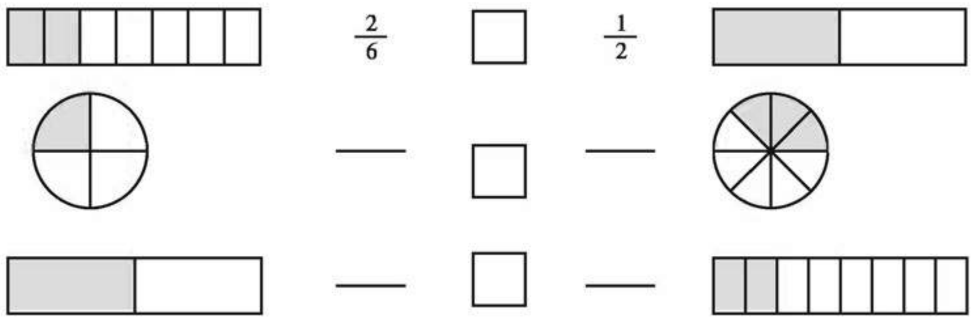
भिन्नों को घटते क्रम में लिखिए

(1) $\frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{12}{20}, \frac{9}{20}$

घटता क्रम:– ____, ____, ____, ____

(2) $\frac{4}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}$

घटता क्रम:– ____, ____, ____, ____



आइए, अब हम बिना आकृतियों की मदद से असमान भिन्नों की तुलना करना सीखते हैं।

उदाहरण 1

$\frac{4}{5}$, $\frac{2}{10}$ की तुलना कीजिए

दोनों भिन्नों के हर समान नहीं हैं।

चरण 1 $\frac{4 \times 2}{5 \times 2}$, $\frac{2 \times 1}{10 \times 1}$

दोनों भिन्नों को समान भिन्न में बदलिए।

चरण 2 $\frac{8}{10} \boxed{>} \frac{2}{10}$

समान भिन्नों की तुलना कीजिए।

उदाहरण 2 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$

दोनों भिन्नों को समान भिन्न में बदलिए।

चरण 1 $\frac{3 \times 4}{5 \times 4}$, $\frac{3 \times 5}{4 \times 5}$ की तुलना कीजिए

दोनों भिन्नों को समान भिन्न में बदलिए।

चरण 2 $\frac{12}{20} \square \frac{15}{20}$

समान भिन्नों की तुलना कीजिए।

उदाहरण 3 :- $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{6}$ **की तुलना कीजिए**

भिन्नों के हर समान नहीं हैं।

$\frac{4 \times 3}{8 \times 3}$, $\frac{5 \times 4}{6 \times 4}$

भिन्नों को समान हर में बदलिए।

8 के गुणन

= 8, 16, (24), …

6 के गुणन

= 6, 12, 18, (24), …

भिन्नों की तुलना

$\frac{12}{24}$ $\boxed{<}$ $\frac{20}{24}$

असमान भिन्नों की तुलना कीजिए

(1) $\frac{4}{20}$, $\frac{3}{10}$ $\frac{4 \times 1}{20 \times 1}$, $\frac{3 \times 2}{10 \times 2}$ $\frac{4}{20}$ $\boxed{<}$ $\frac{6}{20}$ $\frac{4}{20}$ $\boxed{>}$ $\frac{3}{10}$	(2) $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{3}$ $\frac{5 \times}{4 \times}$, $\frac{7 \times}{3 \times}$ __ □ __ $\frac{5}{4}$ □ $\frac{7}{3}$	(3) $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{9}$ $\frac{4 \times}{6 \times}$, $\frac{2 \times}{9 \times}$ __ □ __ $\frac{4}{6}$ □ $\frac{2}{9}$
(4) $\frac{4}{15}$, $\frac{3}{15}$ $\frac{4 \times}{15 \times}$, $\frac{3 \times}{10 \times}$ __ □ __ $\frac{4}{15}$ □ $\frac{3}{10}$	(5) $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{12}$ $\frac{5 \times}{8 \times}$, $\frac{3 \times}{12 \times}$ __ □ __ $\frac{5}{8}$ □ $\frac{3}{12}$	(6) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ $\frac{4 \times}{5 \times}$, $\frac{2 \times}{3 \times}$ __ □ __ $\frac{4}{5}$ □ $\frac{2}{3}$

असमान भिन्नों को बढ़ते क्रम में लिखना

$\frac{4}{6}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{1}{8}$

$\frac{4 \times 4}{6 \times 4}$, $\frac{3 \times 2}{12 \times 2}$, $\frac{1 \times 3}{8 \times 3}$

$\frac{16}{24}$, $\frac{6}{24}$, $\frac{3}{24}$

6 के गुणज = 6, 12, 18, (24), 30,
12 के गुणज = 12, (24), 36
8 के गुणज = 8, 16, (24)

बढ़ते क्रम में लिखना $\frac{3}{24} < \frac{6}{24} < \frac{16}{24}$

$\frac{1}{8} < \frac{3}{12} < \frac{4}{6}$

यहाँ 6, 12, और 8 को सबसे पहला सार्व गुणज 24 है।

> समतुल्य भिन्न की अवधारणा का प्रयोग कर हमने तीनों भिन्नों के हर को 24 बनाया।

करके देखें

$\frac{8}{10}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{12}{20}$

10 के गुणज = __, __, __, __, __, __
15 के गुणज = __, __, __, __, __, __
20 के गुणज = __, __, __, __, __, __

यहाँ 10, 15 और 20 का सबसे पहला सार्व गुणज ________ है।

> समतुल्य भिन्नों की अवधारणा का प्रयोग कर, तीनों भिन्नों के हर को हम _____ बनाएँगे।

$\frac{8 \times}{10 \times}$, $\frac{7 \times}{15 \times}$, $\frac{13 \times}{20 \times}$

बढते क्रम में लिखना :- __ < __ < __

__ < __ < __

असमान भिन्नों को घटते क्रम में लिखना

(1) $\frac{7}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$

3 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __
4 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __
6 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __

यहाँ 3, 4 और 6का सबसे छोटा सार्व गुणज _____ है।

$\frac{7\times}{3\times}$, $\frac{3\times}{4\times}$, $\frac{1\times}{6\times}$ = ___, ___, ___

घटते क्रम में लिखना :- __ > __ > __ ⇒ __ > __ > __

(2) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{6}{15}$

5 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __
10 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __
15 के गुणज = __, __, __, __, __, __, __, __

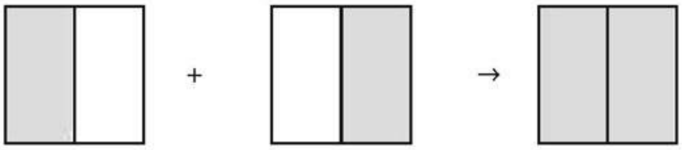
यहाँ 5, 10 और 15 का सबसे छोटा सार्व गुणज ____ है।

$\frac{4\times}{5\times}$, $\frac{2\times}{10\times}$, $\frac{6\times}{15\times}$ = ___, ___, ___

घटते क्रम में लिखना :- __ > __ > __ ⇒ __ > __ > __

भिन्नों का जोड़

इसी प्रकार, आइए हम कुछ नीचे दी गई आकृतियों में जोड़ को समझते हैं।



छायांकित भाग   छायांकित भाग   छायांकित भाग

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{2}$

यहाँ हमने कुल दो छायांकित भाग लिए, एक पूर्ण के दो बराबर भागों में से

इसी प्रकार

छायांकित भाग   छायांकित भाग   छायांकित भाग

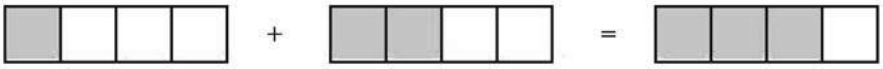
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{3}$

यहाँ हमने दो छायांकित भाग लिए, एक पूर्ण के तीन बराबर भाग में से।

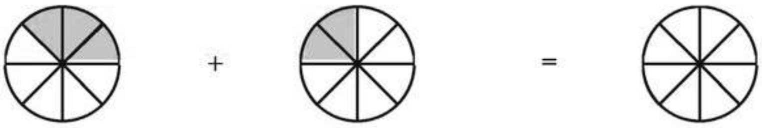
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$

हमने देखा यदि समान भिन्नों को जोड़ने के लिए हमें केवल उनके अंशों को ही जोड़ना पड़ता है तथा हर समान ही रहता है।

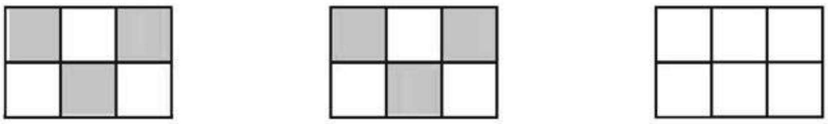
आकृतियों के छायांकित भागों को दिए गए उदाहरण के अनुसार जोड़ कीजिए।

(1) 

भिन्न रूप : $\frac{1}{4}$ + $\frac{2}{4}$ = $\frac{3}{4}$

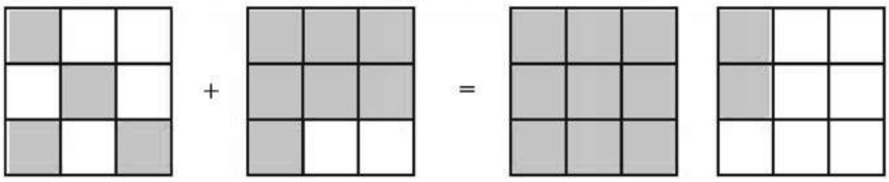
(2) 

भिन्न रूप : ______ + ______ = ______

(3) 

भिन्न रूप : ______ + ______ = ______

एक विशेष स्थिति जब समान भिन्नों का जोड़ हमें असमान भिन्न मिलता है।

(4) 

भिन्न रूप : $\frac{4}{9}$ + $\frac{7}{9}$ $= \frac{11}{9}$

यहाँ हमें 11 भाग प्राप्त हुए,
एक पूर्ण के 9 बराबर भागों में से

मिश्रित भिन्न = $1\frac{2}{9}$

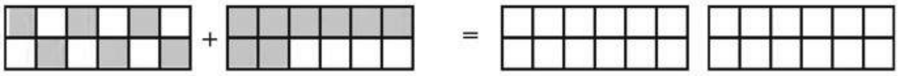
छायांकित कीजिए

(5)

भिन्न रूप : ________ + ________ = ________

मिश्रित भिन्न = ________

(6)



भिन्न रूप : ________ + ________ = ________

मिश्रित भिन्न = ________

आओ गलती ढूँढ़ें

बिल्लू को एक प्रश्न दिया गया जिसमें उसे $\frac{1}{5}$ तथा $\frac{2}{5}$ को जोड़ना था।

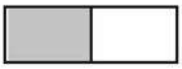
नीचे दिए गए हल में बिल्लू से कुछ गलती हुई है। की गई गलती को पहचानिए तथा उस पर गोला कीजिए। दिए गए बॉक्स में हल को ठीक करके लिखिए।

$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \quad \frac{1+2}{5+5} = \frac{3}{10}$

असमान भिन्नों का जोड़

उदाहरण:-

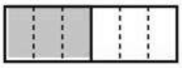
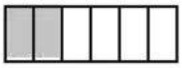
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

 +

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

यहाँ दोनों आकृतियों में बराबर भाग नहीं हैं, इसलिए हम इन्हें जोड़ नहीं पाएँगे।

आइए आकृतियों को जोड़ने के लिए हम इनको और बराबर भागों में बाँटते हैं।

 + 

$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$

हमें असमान भिन्नों को जोड़ने के लिए उसके हरों को बराबर करना होगा।

भिन्नों का जोड़ कीजिए

(1) $\frac{4}{5} + \frac{3}{10}$

$\frac{4 \times 2}{5 \times 2} + \frac{3 \times 1}{10 \times 1}$

$\frac{8}{10} + \frac{3}{10} = \frac{11}{10}$

(2) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

$\frac{2 \times}{3 \times} + \frac{1 \times}{5 \times}$

___ + ___ = ___

(3) $\frac{3}{6} + \frac{2}{4}$

$\frac{3 \times}{6 \times} + \frac{2 \times}{4 \times}$

___ + ___ = ___

(4) $\frac{1}{9} + \frac{2}{6}$

$\frac{1 \times}{9 \times} + \frac{2 \times}{6 \times}$

___ + ___ = ___

(2) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$

$\frac{3 \times}{8 \times} + \frac{1 \times}{4 \times}$

___ + ___ = ___

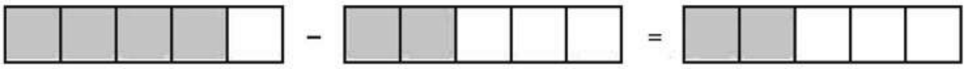
(3) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$

$\frac{1 \times}{2 \times} + \frac{3 \times}{7 \times}$

___ + ___ = ___

समान भिन्नों का घटाव

उदाहरण



$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

यहाँ 4 बराबर भागों में से 2 भाग घटाने के बाद हमारे पास 2 ही भाग शेष हैं, एक पूर्ण के 5 बराबर भागों में से 1

घटाव कीजिए

(1) $\frac{6}{7} - \frac{3}{7}$

$= \frac{6-3}{7}$

$= \frac{3}{7}$

(2) $\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$

=

=

(3) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

=

=

जिस प्रकार हम असमान भिन्नों के योग में भिन्नों के हर को समान बनाते हैं, उसी प्रकर हम घटाव में भी समान हर बनाएँगे जैसे:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$= \frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2}$

$= \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

2 के गुणज = 2, 4, ⑥ , 8

3 के गुणज = 3, ⑥ , 9, 12

भिन्नों का घटाव कीजिए।

(1) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

(2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

(3) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

(4) $\frac{6}{7} - \frac{1}{2}$

(5) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

(4) $\frac{4}{3} - \frac{1}{7}$

नीचे कुछ प्रश्नों को हल करते हुए कुछ त्रुटियाँ की गई हैं। उन त्रुटियों को पहचानकर उन पर गोला कीजिए तथा त्रुटि को साथ दिए गए बॉक्स में सही करके लिखिए।

1) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4} = \frac{1+3}{3} = \frac{4}{3}$

2) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4} = \frac{2+1}{3+3} = \frac{3}{6}$

3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{1}{2+3} = \frac{1}{5}$

4) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4} = \frac{1-1}{4} = \frac{0}{4}$

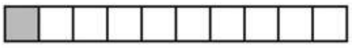
5) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2} = \frac{1-1}{2-2} = \frac{0}{0}$

अध्याय 5 – दशमलव

बच्चे अपने दादाजी के साथ कुछ बात कर रहे हैं। आइए उनकी बातों को समझते हैं।

दशमलव एक विशेष प्रकार के भिन्न होते हैं, जिनका हर 10, 100, 1000 आदि होता है।
जैसे $\frac{4}{10}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{25}{1000}$ आदि

आइए दशमलव को भिन्नों से तुलना करते हुए और अधिक समझते हैं।



छायांकित भाग का भिन्न रूप $= \frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$ का अर्थ है $\Rightarrow$ 10 बराबर भागों में से 1 भाग $\Rightarrow$ पूर्ण का दसवाँ भाग।
पूर्ण के दसवें भाग को दशांश भी कहा जाता है।

$\frac{1}{10}$ को दशमलव रूप में हम 0.1 लिखेंगे।

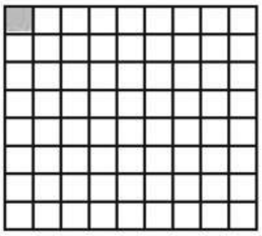
$\boxed{\frac{1}{10} = 0.1}$ 0.1 एक दसवाँ भाग

$\boxed{\frac{2}{10} = 0.2}$ 0.2 दो दसवाँ भाग

यहाँ 'दशमलव' दसवें भाग को दिखा रहा है।

दसवें भाग को दिखाने के लिए हम संख्या के दाएँ से एक अंक पहले दशमलव लगाते हैं। जैसे:

$\frac{8}{10} = 0.8$, $\frac{7}{10} = 0.7$



छायांकित भाग का भिन्न रूप $= \frac{1}{100}$

$\frac{1}{100}$ का अर्थ है $\Rightarrow$ 100 बराबर भागों में से 1 भाग
$\Rightarrow$ पूर्ण का सौवाँ भाग

पूर्ण के सौवें भाग को शतांश भी कहा जाता है।
$\frac{1}{100}$ को दशमलव रूप में हम 0.01 लिखेंगे।

$\boxed{\frac{1}{100} = 0.01}$ 0.01 एक सौवाँ भाग

दशांश की तुलना में हमारा छायांकित भाग 10 गुना और कम है इसलिए हमने संख्या के दाएँ से दो अंक के पहले दशमलव लगाया है।

$\frac{7}{100} = 0.07$ $\frac{13}{100} = 0.13$

जब हम $\frac{1}{1000}$ भिन्न को देखते हैं तो यह 1000 भागों में से 1 भाग को दिखाता है।

$\frac{1}{1000}$ को हज़ारवाँ भाग कहते हैं।

पूर्ण के हज़ारवें भाग को हज़ारांश भी कहा जाता है।

$\frac{1}{1000}$ का दशमलव रूप होगा।

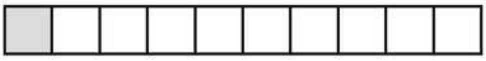
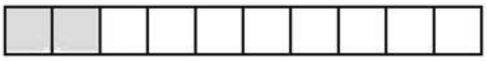
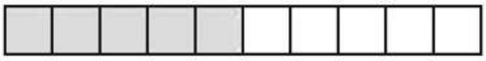
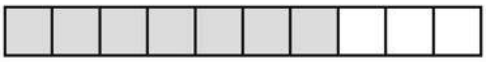
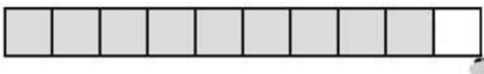
$\frac{1}{1000} = 0.001$

0.001 एक हज़ारवाँ भाग

शतांश की तुलना $\frac{1}{1000}$,में 10 गुना कम है। इसलिए हमने संख्या के दायें से तीन अंकों के बाद दशमलव लगाया है।

$\frac{2}{1000} = 0.002$ $\frac{5}{1000} = 0.005$ आदि

आइए, हम भिन्नों को दशमलव रूप में बदलने का और अभ्यास करते हैं।

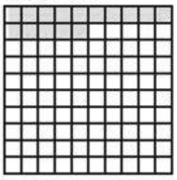
आकृति	भिन्न रूप		दशमलव रूप
	$\frac{1}{10}$	एक दशांश	0.1
	$\frac{2}{10}$	दो दशांश	0.2
	____	________	____
	____	________	____
	____	________	____

हमने अभी तक पढ़ा कि $\Rightarrow$

दशांश $\rightarrow$ एक पूर्ण का दसवाँ भाग
शतांश $\rightarrow$ एक पूर्ण का सौवाँ भाग
हज़ारांश $\rightarrow$ एक पूर्ण का हज़ारवाँ भाग

छायांकित भागों को दशमलव में बदलना

उदाहरण :-



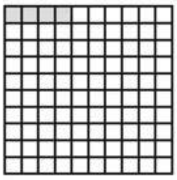
दी हुई आकृति में हमारे पास 1 दशांश तथा 5 शतांश हैं।
तो इसे हम दशमलव रूप में इस प्रकार से लिखेंगे।

$\frac{15}{100}$ = 1 दशांश तथा 5 शतांश = 0.15

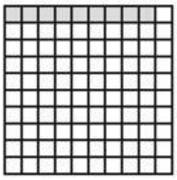
यह स्थान दशांश को दर्शाता है।

यह स्थान शतांश को दर्शाता है।

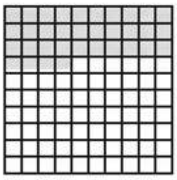
अब आप छायांकित भागों को दशमलव में बदलने का प्रयास कीजिए।



$\frac{4}{100}$ = 0 दशांश तथा 4 शतांश = 0.04

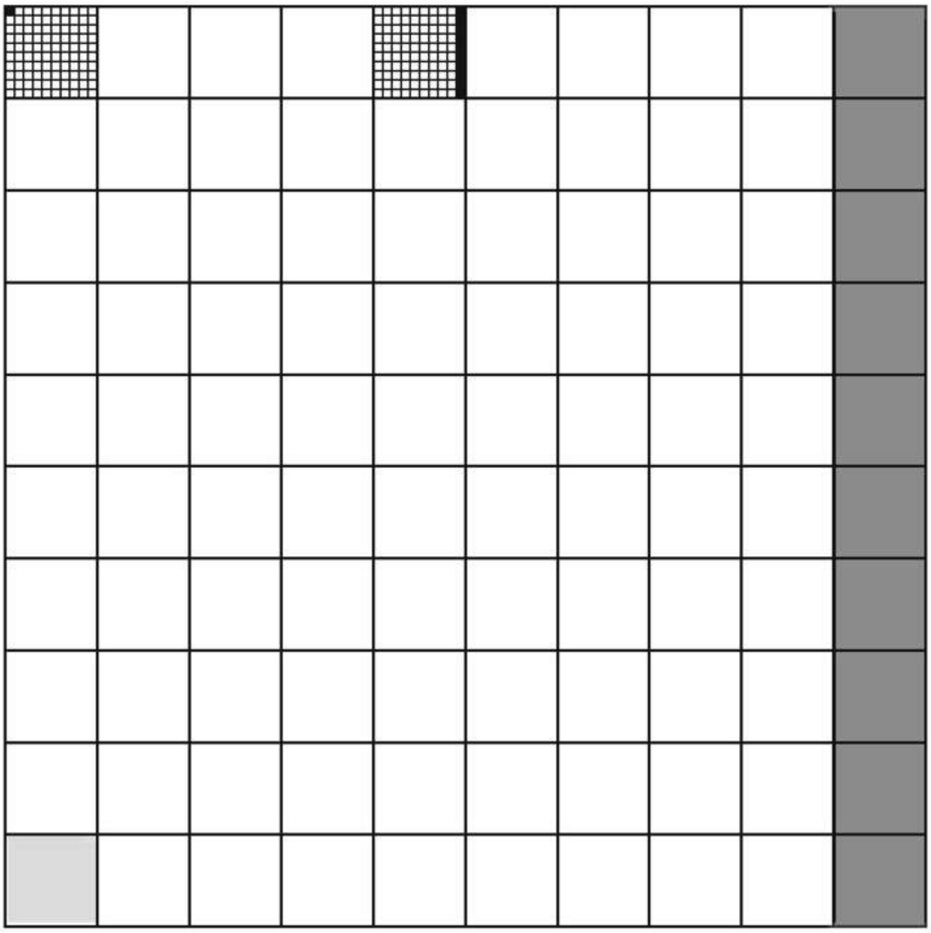


______ = ____________ = ______



______ = ____________ = ______

नीचे दी गई आकृति में हमने दसवें, सौवें, हज़ारवें तथा दस हज़ारवें भागों को दिखाया है। आप इनको ध्यान से देखिए तथा समझने की कोशिश कीजिए कि इन सभी में क्या संबंध है। ध्यान देने वाली बात यह है कि सबसे बड़ा वर्ग एक पूर्ण को दिखा रहा है।



नीले रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के दसवें भाग को दिखा रहा है।

पीले रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के सौवें भाग को दिखा रहा है।

लाल रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के हज़ारवें भाग को दिखा रहा है।

हरे रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के दस हज़ारवें भाग को दिखा रहा है।

दसवाँ (दशांश) एक पूर्ण के 10 बराबर भागों को दर्शाता है।
सौवाँ (शतांश) एक पूर्ण के 100 बराबर भागों को दर्शाता है।

<u>दहाई और दसवाँ में अंतर</u>

- दहाई, असल में 10 इकाइयाँ हैं।
- जबकि दसवाँ, इकाई के 10 बराबर भागों में से एक भाग है।

<u>सैंकड़ा और सौवाँ में अंतर</u>

सैंकड़ा असल में 100 इकाइयाँ हैं।
जबकि सौवाँ, इकाई के 100 बराबर भागों में से एक भाग है।

पीछे दिए गए उदाहरणों की मदद से नीचे दिए गए प्रश्नों के जवाब दीजिए।

प्र०1 2 इकाई दिखाने के लिए कितने दशांशों की आवश्यकता होगी ? <u>20 दशांश</u>

1 इकाई 10 दशांश

2 इकाई $= 2 \times 10$ दशांश

$= 20$ दशांश

प्र०2 3 इकाई दिखाने के लिए कितने दशांशों की आवश्यकता होगी ? ____

प्र०3 3 दशांशों को दिखाने के लिए कितने शतांशों की आवश्यकता होगी ? ____

प्र०4 7 दशांशों को दिखाने के लिए कितने शतांशों की आवश्यकता होगी ? ____

प्र०5 3 दशांशों को दिखाने के लिए कितने हज़ारांशों की आवश्यकता होगी ? ____

दिए गए उदाहरणों के अनुसार तालिका को पूरा कीजिए।

भिन्न	विस्तारित रूप	दशमलव रूप
$\frac{38}{1000}$	$\frac{30+8}{1000} = \frac{30}{1000} + \frac{8}{1000}$ 0 दशांश +3 शतांश +8 हजारांश	0.038
$\frac{4}{1000}$	$\frac{4}{1000}$ 0 दशांश +0 शतांश +4 हजारांश	0.004
$\frac{405}{1000}$	__________ __________	______
$\frac{25}{1000}$	__________ __________	______
$\frac{7}{1000}$	__________ __________	______

दिए गए उदाहरणों के अनुसार संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखिए

(1) 45.751 = $4\times10+5\times1+7\times\frac{1}{10}+5\times\frac{1}{100}+1\times\frac{1}{1000}$

(2) 530.07 = $5\times100+3\times10+0\times1+0\times\frac{1}{10}+7\times\frac{7}{100}$

(3) 702.135 = ____________________

(4) 43.004 = ____________________

(5) 692.121 = ____________________

दिए गए भिन्नों को दशमलव रूप में बदलिए

भिन्न	दशमलव
$\frac{5}{10}$	
$\frac{7}{10}$	
$\frac{11}{100}$	
$\frac{3}{1000}$	

भिन्न	दशमलव
$\frac{1}{100}$	
$\frac{87}{100}$	
$\frac{9}{10}$	
$\frac{25}{1000}$	

दशमलव संख्याएँ संख्या प्रणाली का ही एक हिस्सा हैं।

आइए देखते हैं कैसे :-

स्थानीय मान चार्ट

हज़ार 1000	दहाई 10	इकाई 1	दशांश $\frac{1}{10}$	शतांश $\frac{1}{100}$	हज़ारांश $\frac{1}{1000}$

जैसे–जैसे हम स्थानीय मान के चार्ट में बाएँ से दाएँ ओर एक स्थान आगे बढते हैं, हम देखते हैं कि हर स्थान पहले वाले स्थान का दसवाँ $\left(\frac{1}{10}\right)$ होता है।

इकाई, दहाई का $\frac{1}{10}$ होता है।

दहाई, सैंकड़े का $\frac{1}{10}$ होता है और सैंकड़ा, हज़ार का होता है।

दशमलव संख्याओं को पढ़ना

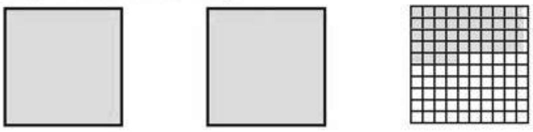
आइए कुछ उदाहरणों को समझते हैं।

2.44 **दो दशमलव चार चार** (इसे दो दशमलव चवालीस नहीं पढ़ा जा सकता।)

2.44 में 2 इकाइयाँ, 4 दसवें भाग व 4 सौवें भाग हैं।

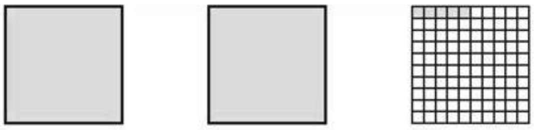
इसे हम 2 इकाइयाँ व 44 सौवें भाग भी लिख सकते हैं।

आइए 2.44 को छायांकित करते हैं।



→ यह छायांकित भाग 0.44 को दिखाता है।

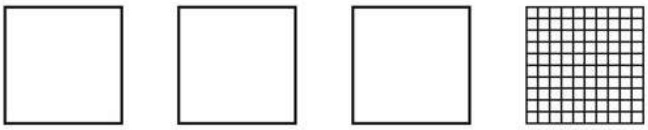
2.06 को छायांकित कीजिए। (इसमें 2 पूर्ण और 6 सौवाँ भाग है।)



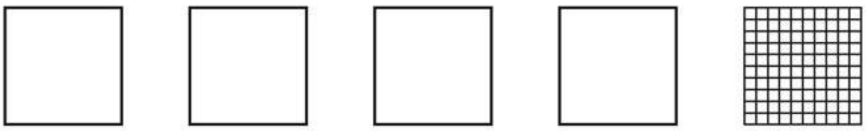
यहाँ से पता चलता है कि हमने '0' का प्रयोग दशांश के खाली बचे स्थान के लिए किया है।

अब आप प्रयास कीजिए।

3.06 को छायांकित कीजिए। (इसमें 3 पूर्ण तथा 6 सौवाँ भाग है।)



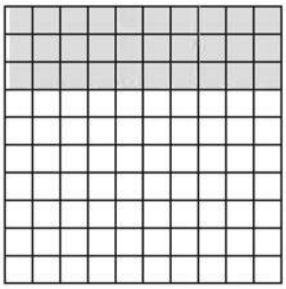
4.2 को छायांकित कीजिए। (इसमें 4 पूर्ण और 2 दसवाँ भाग है)



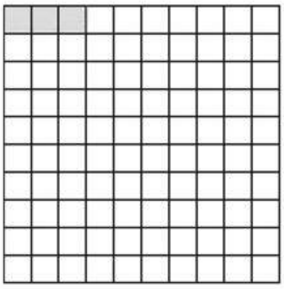
4.2 संख्या में सौवाँ भाग नहीं है !

क्या हमें सौवें भाग के स्थान पर शून्य रखने की ज़रूरत है? चर्चा कीजिए।

दशमलव संख्याओं की तुलना करना और 0.3 व 0.03 जैसी संख्याओं के बीच अंतर को समझना।



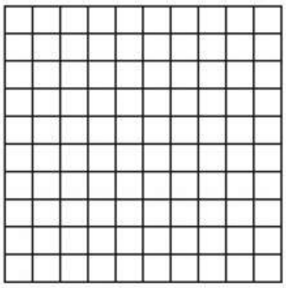
$\frac{3}{10} = 0.3$



$\frac{3}{100} = 0.03$

0.3और 0.03 में कौन सी संख्या बड़ी है? __________

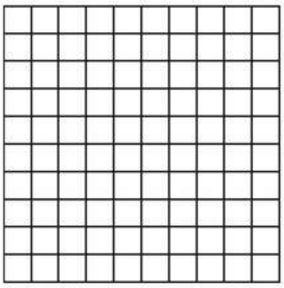
0.4 को छायांकित कीजिए।



छायांकित भाग का भिन्न रूप = ______

दशमलव रूप = ______

0.37 को छायांकित कीजिए।



छायांकित भाग का भिन्न रूप = ______

दशमलव रूप = ______

0.4 और 0.37 में कौन सी संख्या बड़ी है? __________

<, > तथा = का प्रयोग कर संख्याओं की तुलना कीजिए।

(1) 0.4 ____ 0.04

(2) 0.7 ____ 0.17

(3) 0.05 ____ 0.5

(4) 0.32 _____ 0.4

(5) 0.8 _____ 0.80

(6) 0.20 _____ 0.2

दी गई संख्याओं को शब्दों में तथा बढ़ते क्रम में लिखिए।

				शब्दों में लिखिए
·	3	2	5	दशमलव तीन दो पाँच
·	.3			______________
·	0	2		______________
·	0	0	5	______________

ऊपर दी गई चारों संख्याओं को बढ़ते क्रम में भी लिखिए : _____ , _____ , _____ , _____

संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए :-

(1)3.2 , 0.32, 1.03, 0.003 ____, ____, ____, ____, ____,

(2)4.17, 4.017, 4.071, 4.107 ____, ____, ____, ____,

संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए :-

(1)1.01, 1.1, 1.001, 1.101 ____, ____, ____, ____, ____,

(2)2.03, 2.3, 2.35, 2.005 ____, ____, ____, ____,

आइए, कुछ और भिन्न संख्याओं को दशमलव संख्याओं में बदलना सीखते हैं।

$$\frac{245}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{200}}}{\underset{10}{\cancel{1000}}} + \frac{\overset{4}{\cancel{40}}}{\underset{100}{\cancel{1000}}} + \frac{5}{1000} = \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$$ इसमें 2 दशांश हैं, 4 शतांश हैं तथा 5 हज़ारांश हैं।

इसका दशमलव रूप है $\Rightarrow \frac{245}{1000} = 0.245$

दशमलव के इस्तेमाल की व्यावहारिक गतिविधियाँ

1 रुपया = 100 पैसे

10 पैसा, एक रुपये का भाग होगा $= \frac{10}{100}$ रु = 0.10 रु

1 पैसा, एक रुपये का भाग होगा $= \frac{1}{100}$ रु = 0.01 रु

क्या 0.10 व 0.01 एक ही मात्रा को दिखा रहे हैं? ( ) हाँ/नहीं (अपने साथियों के साथ चर्चा कीजिए)

दशमलव का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित को रुपये के रूप में व्यक्त कीजिए।

(1) 5 पैसे	$= \frac{5}{100}$ रु = .05 रु	(2) 250 पैसे	= ____ = ____
(3) 75 पैसे	= ____ = ____	(4) 500 पैसे	= ____ = ____
(5) 85 रुपये 75 पैसे	= ____ = ____	(6) 2 रुपये 50 पैसे	= ____ = ____

1 kg = 1000gm

kg = किलोग्राम
gm = ग्राम

1 gm , 1 kg का भाग होगा $= \frac{1}{1000}$ kg = 0.001 kg

10 gm , 1 kg का भाग होगा $= \frac{10}{1000}$ kg = 0.010 kg

आइए निम्नलिखित को kg में व्यक्त करें

(i)	500gm	$= \frac{500}{1000}$ kg	=	0.5kg
(ii)	5450gm	$= \frac{5450}{1000}$ kg	=	5.450kg
(iii)	50 gm	= ______kg	=	________kg
(iv)	900 gm	= ______kg	=	________kg
(v)	6300 gm	= ______kg	=	________kg

1 km = 1000 m
1 m = 100 cm
1 cm = 10 mm

km = किलोमीटर
m = मीटर
cm = सेंटीमीटर
mm = मिलीमीटर

1 m, 1 km का भाग है = $\frac{1}{1000}$ km = 0.001 km

1 cm, 1 m का भाग है = $\frac{1}{100}$ m = 0.01 m

1 mm, 1 cm का भाग है = $\frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm

m को km में बदलिए

(1) 5 m = $\frac{5}{1000}$km = 0.005 km	(2) 2075 m = $\frac{2075}{1000}$ km = 2.075 km
(3) 750 m =_____ = _____	(4) 1915 m =_____ = _____
(5) 45 m =_____ = _____	(6) 2 m =_____ = _____

cm को m में बदलिए

(1) 8 cm = $\frac{8}{100}$ m = 0.8 m	(2) 215 cm = $\frac{215}{100}$ cm = 2.15 cm
(3) 155 cm =_____ = _____	(4) 3 cm =_____ = _____

mm को cm में बदलिए

(1) 2 mm = $\frac{2}{10}$ cm = 0.2cm	(2) 19 mm = $\frac{19}{10}$ cm = 1.9 cm
(3) 25 mm =_____ = _____	(4) 6 mm =_____ = _____

दशमलव संख्याओं का जोड़

उदाहरण :-

21.47+35.98 को जोड़िए

दशमलव संख्याओं के जोड़ में भी

शतांश, शतांश से जुड़ेगा

दशांश, दशांश से जुड़ेगा तथा

हज़ारांश, हज़ारांश से जुड़ेगा

$$\begin{array}{r} 21.47 \\ +35.98 \\ \hline 57.45 \\ \hline \end{array}$$

15 शतांश = 1 दशांश और 5 शतांश

14 दशांश = 1 इकाई और 4 दशांश

दशमलव संख्याओं का जोड़ कीजिए।

(1) 142.07+381.1

$$\begin{array}{r} 142.07 \\ +381.1 \\ \hline 523.17 \\ \hline \end{array}$$

(2) 810.35+149.42

(3) 42.175+39.18

(4) 83.205+149.53

(5) 62.12+169.345

(6) 893.01+472.82

दशमलव संख्याओं का घटाव

आइए, इस उदाहरण को समझते हैं :-

जैसे हम पूर्ण संख्याओं का घटाव करते हैं, उसी प्रकार से दशमलव संख्याओं का घटाव किया जाएगा।

743.12 में से 249.63 को घटाइए।

दशमलव संख्याओं के घटाव में भी,

शतांश, शतांश से घटेगा

दशांश, दशांश से घटेगा

हज़ारांश, हज़ारांश से घटेगा

$$\begin{array}{r} 743.12 \\ -\ 249.63 \\ \hline 493.49 \\ \hline \end{array}$$

दशमलव संख्याओं का घटाव कीजिए।

(1) 749.63 – 432.10

$$\begin{array}{r} 749.63 \\ -\ 432.10 \\ \hline 317.53 \\ \hline \end{array}$$

(2) 40.15 – 32.02

(3) 142.70 – 39.82

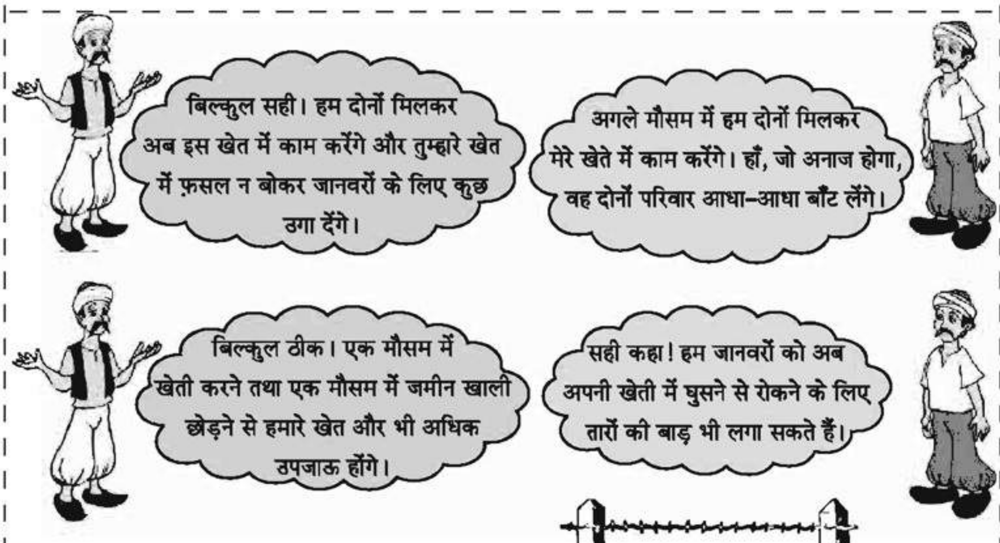
(4) 36.853 – 14.240

(5) 462.14 – 139.67

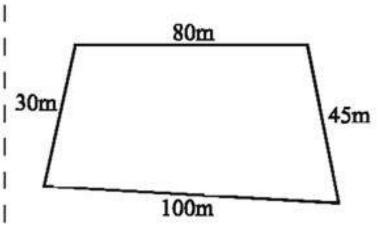
(6) 8936 – 32.4

अध्याय 6 – क्षेत्रमिति

दो किसान रामलाल तथा श्यामलाल आपस में बातचीत कर रहे हैं।



आइए अब हम रामलाल के खेत में तारों की बाड़ लगाते हैं।



खेत के घेरे की लंबाई को मापकर लिख दिया गया है। आपको बताना है कि बाड़ के लिए कितनी लंबाई की तार की ज़रूरत होगी?

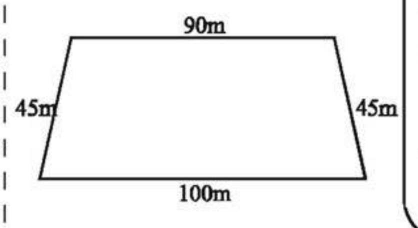
1. रामलाल के खेत के घेरे की कुल लंबाई

   100m+45m+80m+30m=255m

   रामलाल को अपने खेत में बाड़ लगाने के लिए कितना तार चाहिए?

   ....

अगर हमें श्यामलाल के खेत में भी तारों की बाड़ लगानी पड़े, तो हमें कितने लंबे तार की ज़रूरत होगी? आइए, पता करते हैं।



खेत के घेरे की लंबाई को मापकर लिख दिया गया है। आपको बताना है कि बाड़ के लिए कितनी लंबाई की तार की ज़रूरत होगी?

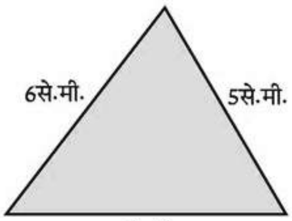
2. श्यामलाल के खेत के घेरे की कुल लंबाई

   ____+____+____+____=____

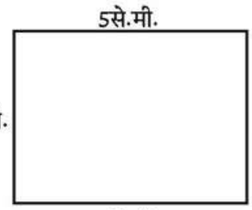
   श्यामलाल को अपने खेत में बाड़ लगाने के लिए कितना तार चाहिए?

   ....

अब यदि आपसे पूछा जाए कि आपको धागे से नीचे दी गई दो आकृतियाँ बनानी हैं तो किस आकृति में ज़्यादा धागा लगेगा?



(I)



(II)

त्रिभुज में धागा लगेगा = ______

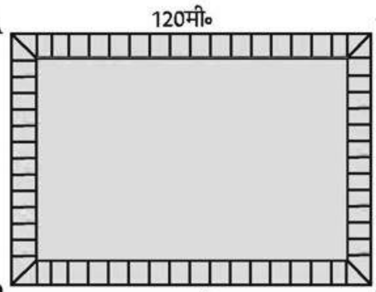
आयत में धागा लगेगा = ______

किसी बंद आकृति के घेरे (परिसीमा) की लंबाई को परिमाप कहा जा सकता है।

परिमाप – बंद आकृति के चारों तरफ़ एक पूरे चक्कर में तय की गई दूरी।

आइए, एक प्रश्न का हल ढूँढ़ें।

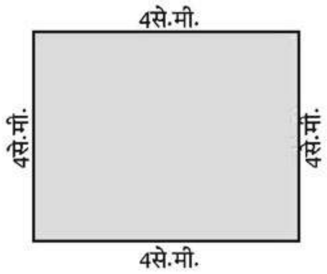
➡ हमने एक मैदान में टॉय ट्रेन (Toy Train) के लिए रेल पटरी बिछाई है। पटरी की बाहरी सीमा की कुल लंबाई क्या होगी?



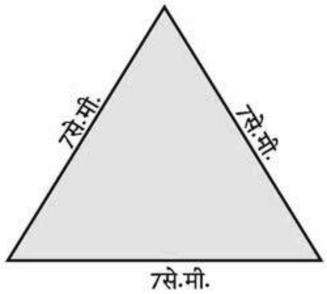
आपका उत्तर : ______

आओ परिमाप निकालें।

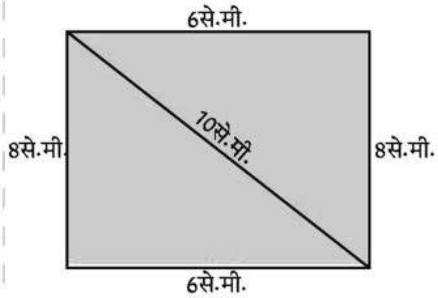
नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई हैं। आइए परिमाप निकालें।



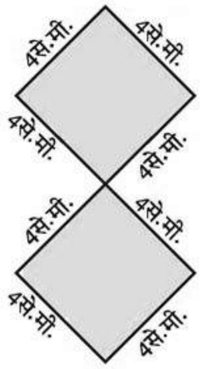
परिमाप : ....



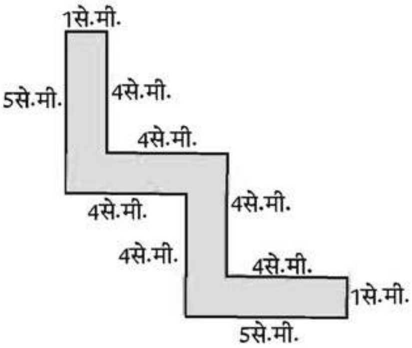
परिमाप : ....



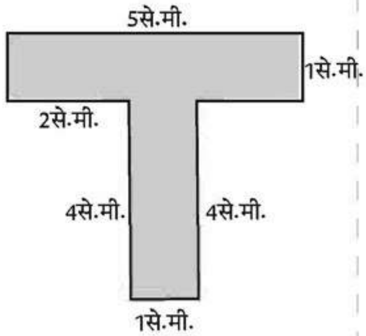
परिमाप : ....



परिमाप : ....

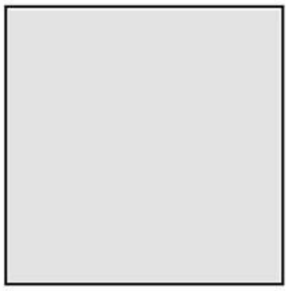


परिमाप : ....



परिमाप : ....

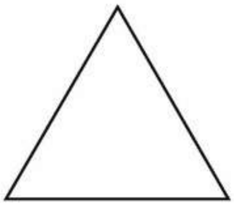
क्या हमें पता है कि समबहुभुज क्या होता है? अपने साथियों से चर्चा करें।
आइए अब हम कुछ समबहुभुज आकृतियों का परिमाप निकालते हैं।



5 से.मी.

वर्ग का परिमाप
= 5cm + 5cm + 5cm + 5cm
= 4 X 5 cm = 20 cm.

हमें पता चला कि **वर्ग का परिमाप = 4 X भुजा**



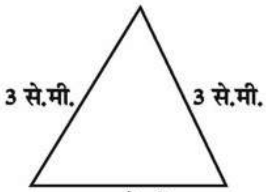
4 से.मी.

समबाहु त्रिभुज का परिमाप
= 4cm + 4cm + 4cm
= 3 X 4 cm = 12 cm.

हमें पता चला कि **समबाहु त्रिभुज का परिमाप = 3 X भुजा**

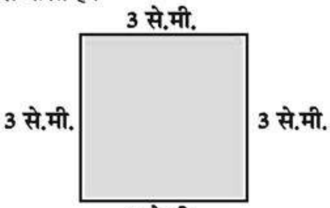
आइए, हम कुछ और आकृतियों के परिमाप निकालने का प्रयास करते हैं।

1)



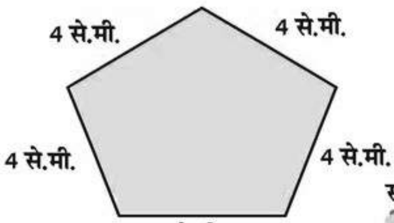
त्रिभुज का परिमाप = 3 X ______
= ______

2)



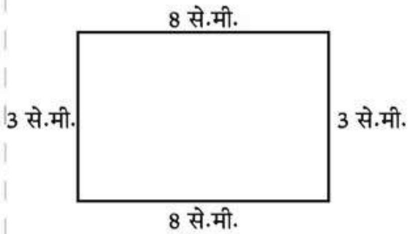
वर्ग का परिमाप = 4 X ______
= ______

3)

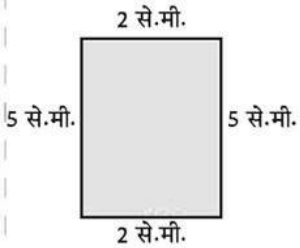


समपंचभुज का परिमाप = 5 X ______
= ______

आइए, अब नीचे दी गई आकृतियों के परिमाप की गणना एक नए तरीके से पता करने की कोशिश करते हैं।



आयत की दोनों लंबाइयों का जोड़ : ....
आयत की दोनों चौड़ाइयों का जोड़ : ....
आयत का परिमाप : ....



आयत की दोनों लंबाइयों का जोड़ : ....
आयत की दोनों चौड़ाइयों का जोड़ : ....
आयत का परिमाप : ....

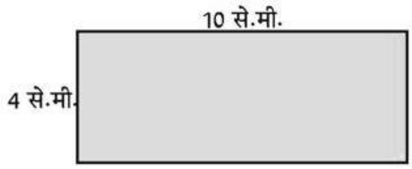
आइए, अब हम नीचे दिए गए उदाहरण को समझने का प्रयास करते हैं।

आयत का परिमाप = लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई
= 2 X (लंबाई)+ 2 X (चौड़ाई)
= 2 X (लंबाई+चौड़ाई)
= 2 X (9+2)
= 2 X 11
= 22 से.मी.

हमें ऊपर दिए गए उदाहरणों से पता चलता है कि आयत के परिमाप का पता करने के लिए दो बार लंबाई और चौड़ाई को जोड़ते हैं। हमें पता चला कि : आयत का परिमाप = 2 X (लंबाई+चौड़ाई)

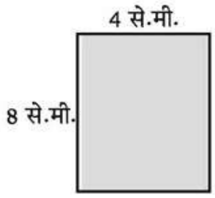
अब आप प्रयास कीजिए।

1)



आयत का परिमाप : ....

2)



आयत का परिमाप : ....

हमने सीखा :-	
1. अनियमित आकृतियों का परिमाप = सभी भुजाओं की लंबाइयों का योग 2. आयत का परिमाप = 2 X(लंबाई + चौड़ाई) 3. वर्ग का परिमाप = 4 X भुजा	4. समबाहु त्रिभुज का परिमाप = 3 X भुजा 5. सम पंचभुज का परिमाप = 5 X भुजा 6. षट्भुज का परिमाप = 6 X भुजा

आइए अब हम खाली स्थानों को भरते हैं।

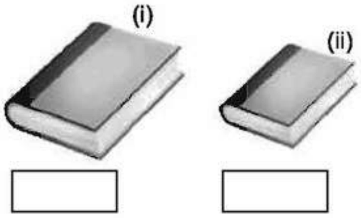
क्र. स.	आयत की लंबाई व चौड़ाई	परिमाप (P)= 2 X(लंबाई + चौड़ाई)	परिमाप
1.	लंबाई = 4cm चौड़ाई = 3cm	P= 2 X (__+__)	___cm
2.	लंबाई = 5cm चौड़ाई = ___ cm	P= 2 X (__+__)	16 cm
3.	लंबाई = __cm चौड़ाई = __cm	P= 2 X (6+__)	14 cm
4.	लंबाई = 4 cm चौड़ाई = 7cm	P= 2 X (__+__)	___cm

क्र. स.	वर्ग की भुजा	परिमाप (P) = 4 X भुजा	परिमाप
1.	भुजा = 5cm	P= 4 X __	___cm
2.	भुजा = 8cm	P= 4 X __	___cm
3.	भुजा = 6cm	P= __ X __	___cm
4.	भुजा = __cm	P= 4 X __	28 cm
5.	भुजा = __cm	P= __ X 9	___cm

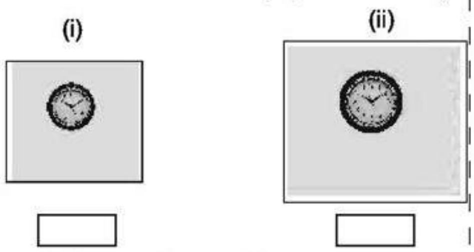
क्र. स.	समबाहु त्रिभुज की भुजा	परिमाप =3 X (भुजा)	परिमाप
1.	5 cm	3 X __ cm	___cm
2.	8 cm	3 X __ cm	___cm
3.	__ cm	3 X 11 cm	___cm
4.	__ cm	3 X __ cm	12 cm
5.	10 cm	3 X ____	___cm
6.	__ cm	3 X ____	60 cm

ज़रा सोचिए और बताइए :

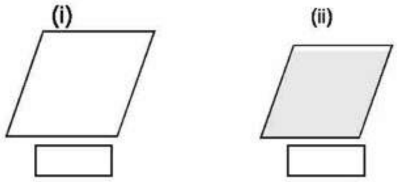
– सामने दो पुस्तकें हैं। कवर चढ़ाने के लिए किस पुस्तक में ज़्यादा कागज़ चाहिए ? (✓) से चयन कीजिए।



किस दीवार पर अधिक पेन्ट लगेगा ? (✓) से चयन कीजिए।

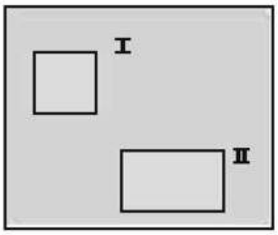


– किस फ़र्श पर समान माप की ज़्यादा टाइलों की आवश्यकता पड़ेगी ? (✓) से चयन कीजिए।



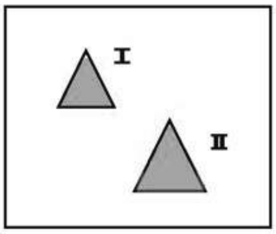
नीचे आकृतियाँ देखकर बताइए कि किस आकृति ने अधिक स्थान घेरा है? (✓) करिए।

3.



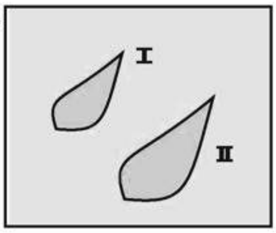
आकृति I | **आकृति II**

2.



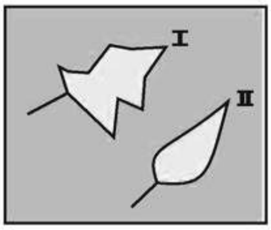
आकृति I | **आकृति II**

1.



आकृति I | **आकृति II** ✓

4.



आकृति I | **आकृति II**

ऊपर दी गई आकृतियों में किस आकृति में हमें ज़्यादा स्थान घेरने वाली आकृति को पहचानने में ज़्यादा मुश्किल आई?

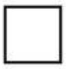
आपका उत्तर : ________

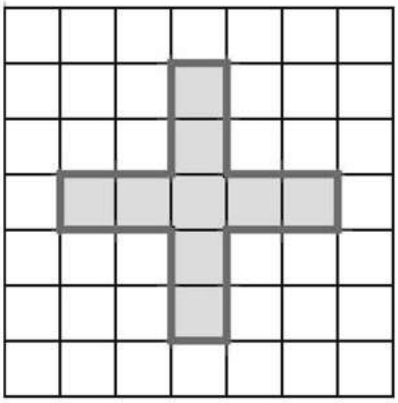
(अपने अध्यापक तथा साथियों से चर्चा करें।)

हम देख सकते हैं कि कभी–कभी आकृतियों के केवल देखने से बता पाना मुश्किल है कि कौन सी आकृति ज़्यादा जगह घेरती है।

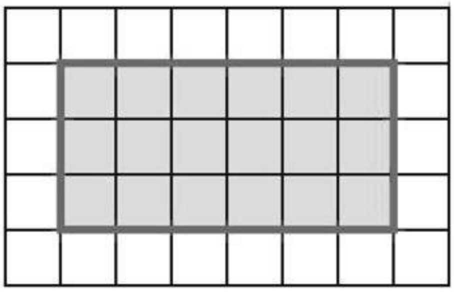
अगर हम आकृतियों द्वारा घेरे गए तल का पता कर सकें तो हमारी मुश्किल आसान हो सकती है।

आइए अब ज्ञात करने का प्रयास करते हैं कि नीचे दी गई छायांकित आकृतियों द्वारा कितने 1 से.मी. भुजा के वर्गों को घेरा गया है।

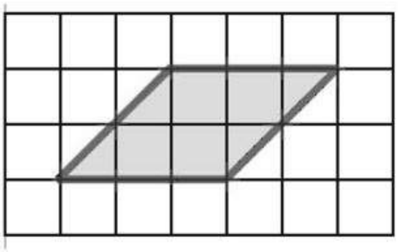
1 से.मी. भुजा का वर्ग 



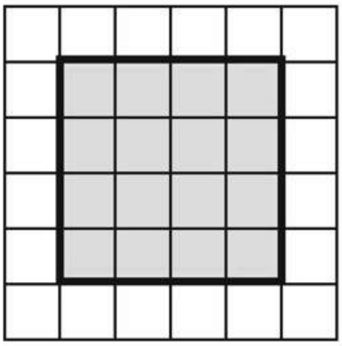
क्षेत्रफल = 9 वर्ग से.मी.



क्षेत्रफल = ____

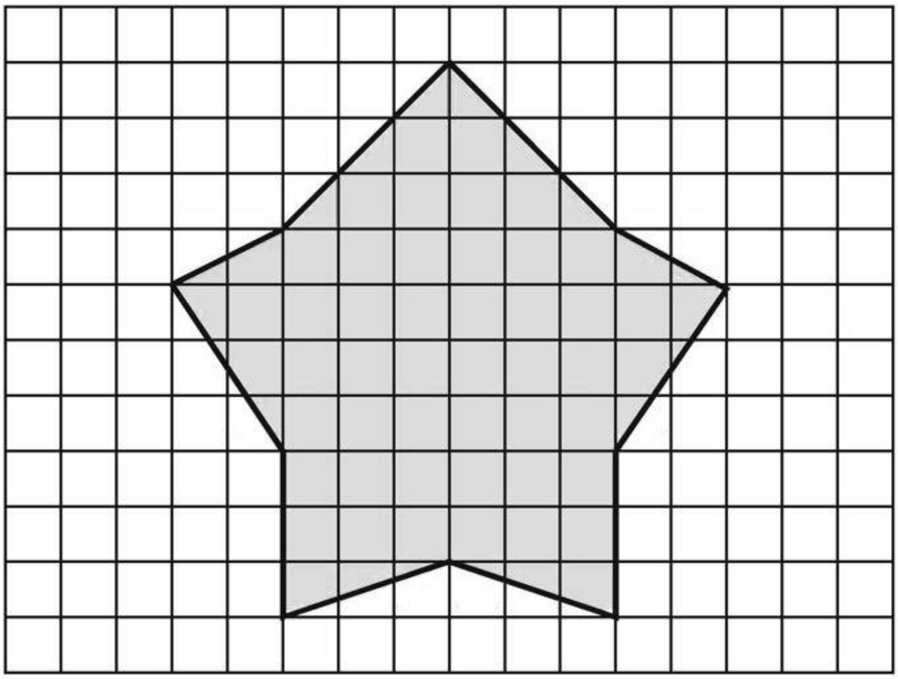


क्षेत्रफल = ____



क्षेत्रफल = ____

आइए, हम नीचे दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।



ऊपर दी गई आकृति में हम देख सकते हैं कि कुछ वर्ग आकृति को पूरा-पूरा नहीं ढक रहे हैं। ऐसी स्थिति में हम अनुमान का प्रयोग कर आकृतियों का क्षेत्रफल निकालेंगे।

हम करेंगे।

1. जिन वर्गों का आधे से कम भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम नहीं गिनेंगे।
2. जिन वर्गों का आधे से अधिक भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम एक पूरा वर्ग ही गिनेंगे।
3. जिन वर्गों को ठीक-ठीक आधा भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम आधा गिनेंगे।

आइए अब ऊपर दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।

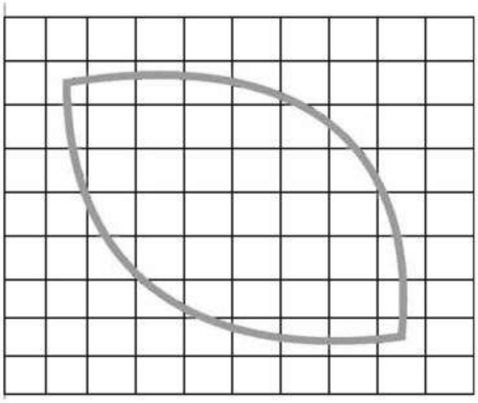
पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = ______

ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आकृति का कुल क्षेत्रफल = ______

आइए अब नीचे दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।



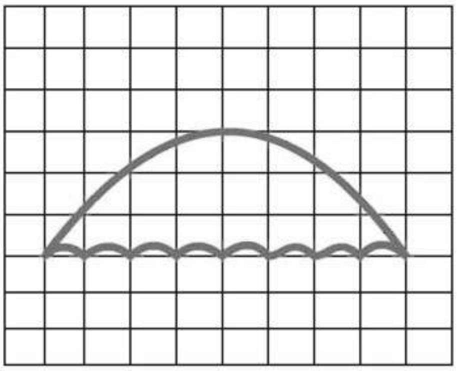
(vi)

पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = ____

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = ____

ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = ____

आकृति का कुल क्षेत्रफल = ____



(vii)

पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = ____

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = ____

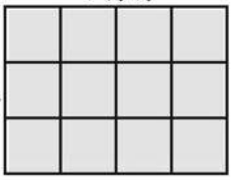
ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = ____

आकृति का कुल क्षेत्रफल = ____

निम्न वर्गों को गिनकर क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

4 से.मी.

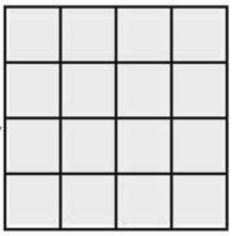
3 से.मी.



.... वर्ग से.मी.

4 से.मी.

4 से.मी.

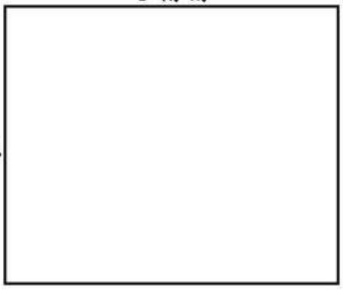


.... वर्ग से.मी.

अब हमने नीचे दिए गए आयत को 1 वर्ग से.मी. के छोटे वर्गों में नहीं बाँटा है। क्या अब भी आप आयत के क्षेत्रफल का पता कर सकते हैं? प्रयास कीजिए।

6 से.मी.

5 से.मी.



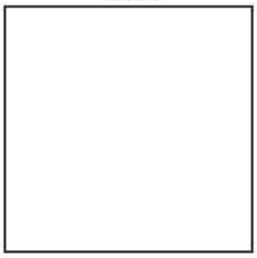
आयत का क्षेत्रफल : .... X ....

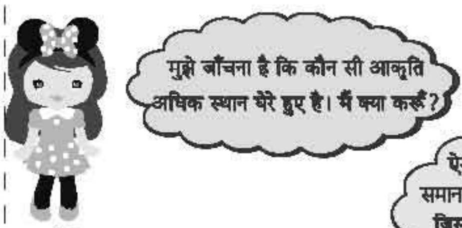
: .... वर्ग से.मी.

आइए, अब हम आकृतियों द्वारा तल (Plane) में घेरे गए स्थान का पता लगाते हैं।

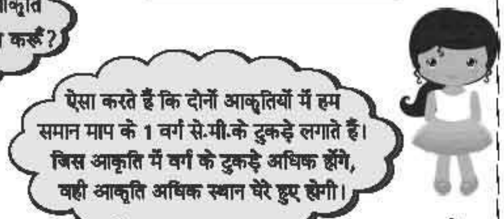
आकृति 1

आकृति 2



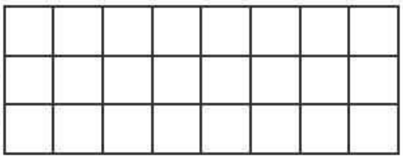


स्वीटी

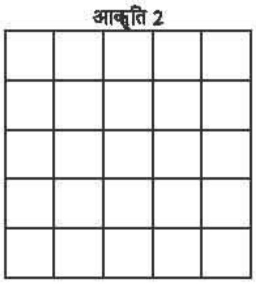


सारिका

आकृति 1



आकृति 2



आकृति 1 में वर्गों की संख्या = 24 वर्ग से.मी.

आकृति 2 में वर्गों की संख्या =__________

अब आप बताइए किस आकृति ने अधिक स्थान घेरा हुआ है? =__________

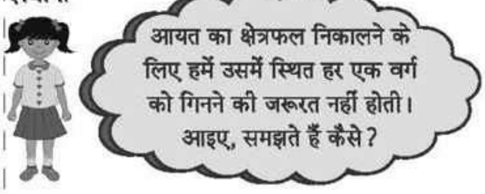
आकृतियों द्वारा तल में घेरे गए स्थान को हम उसका क्षेत्रफल कहते हैं।

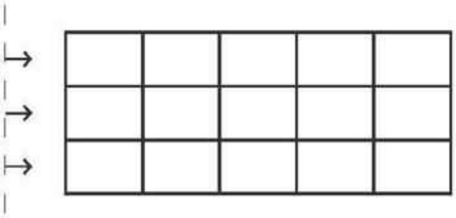
आइए, अब हम आकृतियों द्वारा घेरे गए स्थान का पता लगाते हैं।

पीटर

सागर

शबाना





हम इस आयत में 1 वर्ग से.मी. के स्थित एक-एक वर्ग को न गिनकर सभी स्तंभों तथा पंक्तियों को गिनते हैं।

आइए देखते हैं कैसे?

हम आयत के वर्गों को इस प्रकार से भी गिन सकते हैं।

3 वर्गों को 4 बार जोड़कर = 4x3 वर्ग cm

= 12 वर्ग cm

या

4 वर्गों को 3 बार जोड़कर = 3x4 वर्ग cm

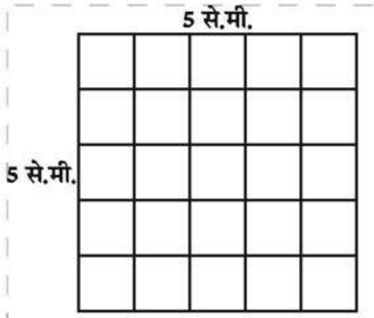
= 12 वर्ग cm

आयत में सबसे छोटे वर्गों की 4 स्तंभ की 3 पंक्तियाँ हैं।

इससे हम कह सकते हैं कि हमारे पास 4cm लंबाई तथा 3cm चौड़ाई का आयत है।

इसलिए, आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 4cm x 3cm = $12cm^2$

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई



वर्ग का क्षेत्रफल = लंबाई X चौड़ाई

वर्ग में लंबाई और चौड़ाई बराबर होती हैं।

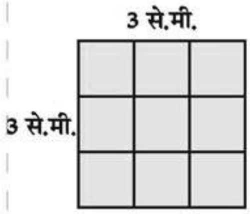
इसलिए हम लंबाई और चौड़ाई दोनों को भुजा कह देते हैं।

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= 5cm X 5cm

= 25 वर्ग cm

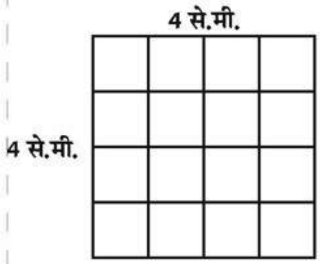
आइए, अब आप प्रयास कीजिए।



वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= ____ X ____

= ________



वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= ____ X ____

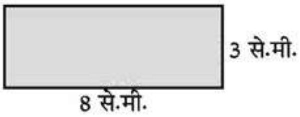
= ________

वर्ग का क्षेत्रफल : .... X ....

क्षेत्रफल को से.मी.^{2} अथवा वर्ग से.मी. में व्यक्त कर सकते हैं। से.मी. के स्थान पर दूरी के किसी और मात्रक का प्रयोग भी हो सकता है।

पूछे गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

1.

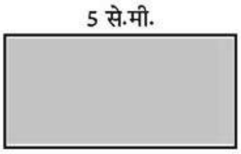


आयत का क्षेत्रफल = लंबाई X चौड़ाई
= ____ X ____
= ____

2.

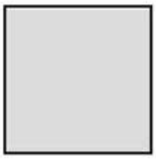
वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा
= ____ X ____
= ____

3.



आयत का क्षेत्रफल = 40 वर्ग सें.मी.
आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

4.

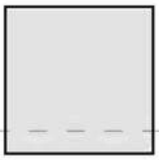


वर्ग का क्षेत्रफल = 25 वर्ग से.मी.
वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

5.

आयत का परिमाप = 40से.मी.
आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए।

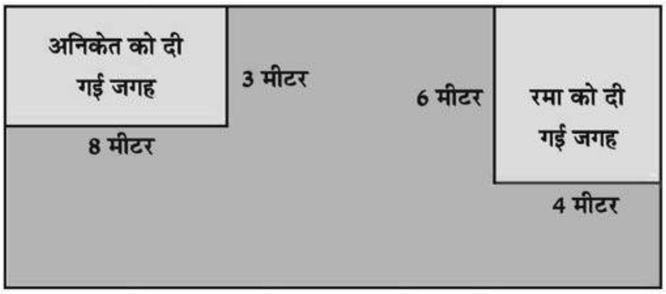
6.



वर्ग का परिमाप = 60 से.मी.
वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

आइए, रमा और अनिकेत की मदद करें।

रमा और अनिकेत कक्षा – VI की छात्राएँ हैं। दोनों को वन महोत्सव के दिन विद्यालय के बगीचे में फूल के पौधे लगाने थे। उन्होंने अपनी अध्यापिका से पूछा तो अध्यापिका ने उन्हें विद्यालय के बग़ीचे में दो अलग–अलग जगह दिखा दीं, जहाँ वे दोनों पौधे लगा सकते थे।



बगीचा

अनिकेत ने रमा से झगड़ना शुरू कर दिया कि उसे (अनिकेत को)कम जगह मिली है। रमा बोली–नहीं ऐसा नहीं है।

क्या हम पता लगा सकते हैं कि बगीचे में पौधे लगाने की दोनों की जगह बराबर हैं?

आप पता लगाइए।

नीचे दिये गए वर्गीकृत पेपर में कितने ऐसे आयत बना सकते हैं जिनका क्षेत्रफल 12 वर्ग से.मी. हो। आइए बनाते हैं और यह जानने का प्रयास करते हैं किस आयत का परिमाप सबसे कम होगा?

→ 1 वर्ग से.मी.

अच्छा क्या हम सोच सकते हैं कि परिमाप और क्षेत्रफल में क्या अंतर है। नीचे कुछ स्थितियाँ दी गई हैं। इन स्थितियों में हम यह बताने का प्रयास करते हैं कि किन स्थितियों में परिमाप की आवश्यकता होगी तथा किन स्थितियों में क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी ? **सही बॉक्स का चयन (✓) कीजिए।**

स्थितियाँ :-		परिमाप	क्षेत्रफल
1.	कमरे के फ़र्श पर दरी बिछाना।	☐	☑
2.	कमरे की दीवार पर सफ़ेदी करना।	☐	☐
3.	खेत के चारों तरफ बाड़ लगाना।	☐	☐
4.	फ़ोटो फ़्रेम बनवाना।	☐	☐
5.	घर की चारदीवारी बनवाना।	☐	☐
6.	दीवार पर टाइल लगवाना।	☐	☐
7.	आयताकार कपड़े के चारों तरफ गोटा लगवाना।	☐	☐
8.	श्यामपट्ट पर पेन्ट करना।	☐	☐
9.	घर की चौखट बनवाना।	☐	☐
10.	दरवाज़े का पल्ला बनवाना।	☐	☐

आइए, अब हम परिमाप और क्षेत्रफल से संबंधित कुछ प्रश्नों को हल करने का प्रयास करते हैं।

प्र.1 एक वर्गाकार भूखंड की भुजा की लंबाई 20 मीटर है। उस भूखंड का क्षेत्रफल क्या होगा ?

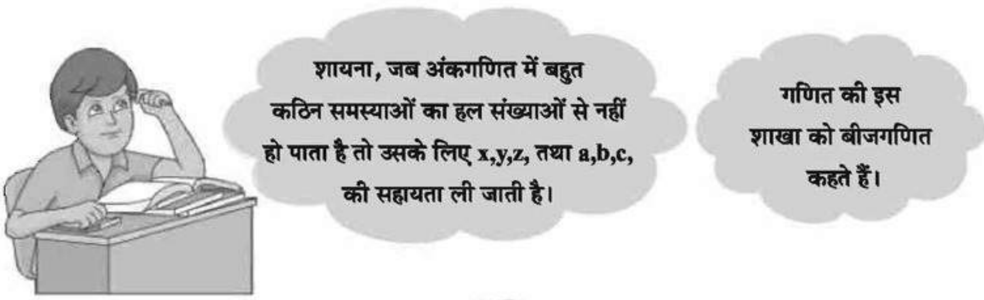
प्र.2 एक आयताकार बगीचे की लंबाई 3 मीटर तथा चौड़ाई 5 मीटर है। बगीचे का क्षेत्रफल क्या होगा ?

प्र.3 एक आयताकार बग़ीचे की लंबाई 150 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर है। इसके चारों ओर 10 रु. प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च क्या होगा ?

प्र.4 हनीफ़ एक 100 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के चारों ओर चक्कर लगाता है। हनीफ़ एक चक्कर में कितने मीटर दौड़ेगा ?

अध्याय 7 – बीजगणित

बॉब तथा शायना छठी कक्षा के विद्यार्थी हैं तथा वह एक दूसरे से बीजगणित के बारे में जानकारी ले रहे हैं।



इन त्रिभुजों (Δ) को देखिए तथा अगला प्रतिरूप बनाइए।

Δ, ΔΔ, ΔΔΔ, ... , ...

हमें एक Δ (त्रिभुज) बनाने के लिए 3 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

दो ΔΔ बनाने के लिए 6 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

तीन ΔΔΔ बनाने के लिए 9 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

आवश्यक रेखाखंडों की संख्या = 3 x Δ की संख्या

शायना देखो :-
आवश्यक रेखाखंडों की संख्या बनाए गए Δ की संख्या की तीन गुणी है।

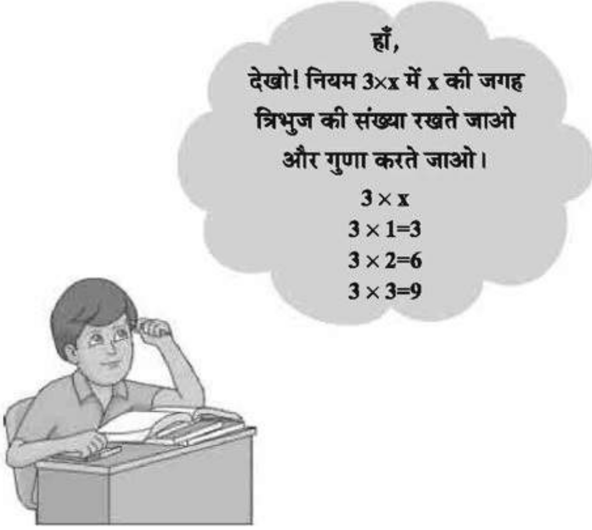
इन प्रतिरूपों से हम कोई नियम निकाल सकते हैं।

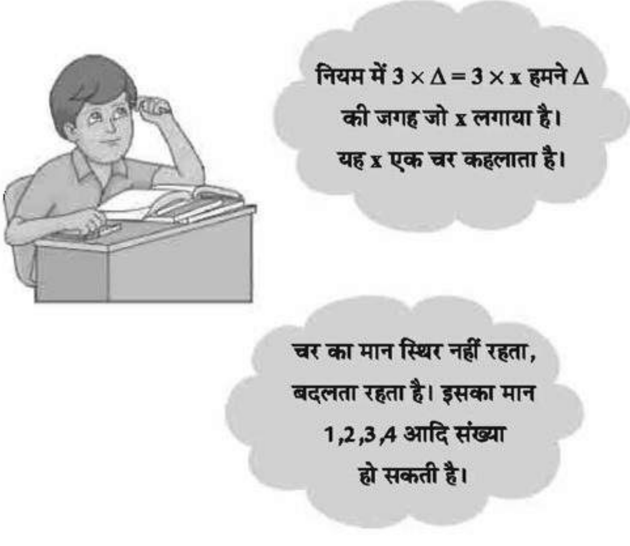
हमने देखा!
आवश्यक रेखाखंडों की संख्या =
3 x Δ की संख्या

Δ की जगह हम किसी अंग्रेजी के अक्षर x का प्रयोग करते हैं।

मतलब आवश्यक रेखाखंडों की संख्या = 3 × x
यह नियम है।
x की जगह Δ की संख्या रखते जाओ तथा आवश्यक रेखाखंडों की संख्या आती जाएगी।

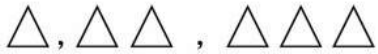
क्या तुम्हारा ये नियम
कितनी भी संख्याओं में त्रिभुज
बनाने के लिए आवश्यक
रेखाखंडों की संख्या बता देगा।

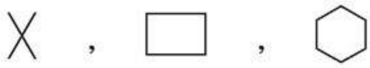

हाँ,
देखो! नियम 3×x में x की जगह
त्रिभुज की संख्या रखते जाओ
और गुणा करते जाओ।
3 × x
3 × 1=3
3 × 2=6
3 × 3=9

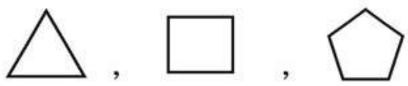

नियम में 3 × Δ = 3 × x हमने Δ
की जगह जो x लगाया है।
यह x एक चर कहलाता है।
चर का मान स्थिर नहीं रहता,
बदलता रहता है। इसका मान
1,2,3,4 आदि संख्या
हो सकती है।

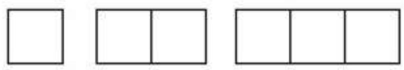
नियम ढूँढ़िए तथा बताइए कि रेखाखंड किस नियम के अनुसार बढ़ते रहे हैं।

दिए गए प्रतिरूप को समझकर पूरा कीजिए।

1)  ______, ______, ______

2)  ______, ______, ______

3)  ______, ______, ______

4)  ______, ______, ______

5) Z, ZZ, ZZZ ______, ______, ______

संख्याओं को आगे बढ़ाइए।

6) 5, 10, 15, 20 ______, ______, ______

7) 3, 7, 11, 15 ______, ______, ______

8) 2, 5, 8, 11 ______, ______, ______

9) 6, 10, 14, 18 ______, ______, ______

चर के बारे में और अधिक समझने के लिए राजीव की बस यात्रा के बारे में पढ़ते हैं।

आओ, अब राजीव का सफर देखें

राजीव गर्मी की छुट्टियों में अपनी नानी के घर जा रहा है। वह दिल्ली से आगरा का सफ़र बस द्वारा तय करता है। अपने सफ़र के दौरान वह बहुत सी वस्तुएँ या स्थितियों को देखता है जो किसी न किसी राशि के साथ जुड़ी हुई हैं। उनमें से कुछ स्थितियाँ नीचे दी गई हैं :-

- मुसाफ़िरों की संख्या
- यात्रा का कुल किराया
- यात्रा की दूरी
- यात्रा का समय
- बस की रफ़्तार
- बस के पहियों की संख्या
- बस के ड्राइवर की संख्या
- बस की सीटों की संख्या

ऊपर हमें बस के सफ़र से जुड़ी तरह–तरह की राशियाँ प्राप्त हुई हैं, जिनमें से कुछ राशि स्थाई हैं यानी बदल नहीं रही हैं तथा कुछ राशियाँ ऐसी हैं जो बार–बार बदल रही हैं।

आइए, अब जाँचें कि सफ़र के दौरान किन–किन स्थितियों में राशियाँ बदल रही हैं तथा किन स्थितियों में राशियाँ नहीं बदल रही हैं।

राजीव की यात्रा में		**हाँ/नहीं**
1.	क्या मुसाफ़िरों की संख्या बदल रही है?	....
2.	क्या यात्रा का कुल किराया बदल रहा है?	....
3.	क्या यात्रा की कुल दूरी बदल रही है?	....
4.	क्या यात्रा में समय बदल रहा है?	....
5.	क्या बस की रफ़्तार बदल रही है?	....
6.	क्या बस के पहियों की संख्या बदल रही है?	....
7.	क्या बस के ड्राइवर की संख्या बदल रही है?	....
8.	क्या बस की सीटों की संख्या बदल रही है?	....

जिन राशियों के मान बदल रहे हैं वे चर (Veriable) कहलाती हैं।

जिन राशियों के मान नहीं बदल रहे हैं वे अचर (Constant) कहलाती हैं।

आइए, अब क्रिकेट के खेल में हम चर तथा अचर राशियों को जाँचते हैं।

भारत और आस्ट्रेलिया के बीच में 20-20 ओवरों का मैच खेला जा रहा है।

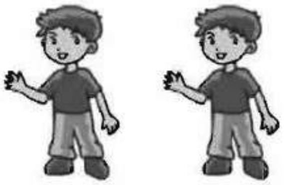
हम मैच के दौरान की विभिन्न स्थितियों पर विचार करते हैं तथा जाँचते हैं कि किस स्थिति में हमें चर और अचर राशि मिल रही हैं।

मैच के दौरान की स्थितियाँ	राशि चर है या अचर है।
1. प्रत्येक गेंद पर बनाए जाने वाले रन	....
2. प्रत्येक ओवर में गेंदों की संख्या	....
3. मैदान पर स्थित विकिटों की संख्या	....
4. बल्लेबाजों द्वारा बनाए गए रनों की संख्या	....
5. गेंदबाजों द्वारा ली गई विकिटों की संख्या	....
6. मैच में खिलाड़ियों की संख्या	....

दिए गए बॉक्स में से चर संख्याओं पर ◯ तथा अचर पर ☐ लगाओ।

z,	x,	y,	5,	18,	t,	2,	7,	m,	28,	a,	100,	n

आओ एक उदाहरण देखें।

	विद्यार्थियों की संख्या	आँखों की कुल संख्या
	1	2x1=2
	2	2x2= ....
	3	2x3= ....

यदि विद्यार्थियों की संख्या 15 हो तो आँखों की कुल संख्या =

यदि विद्यार्थियों की संख्या 20 हो तो आँखों की कुल संख्या =

हम पहले संख्याओं पर चारों संक्रियाओं (योग, घटाव, गुणन व विभाजन) का प्रयोग करके व्यंजक बनाना सीख चुके हैं।
जैसे:- **$3 \times 4 + 5$** व्यंजक को हमने 3 से 4 गुणा करके फिर उसमें 5 जोड़कर प्राप्त किया।
अब यदि हम व्यंजक बनाने में चरों का भी प्रयोग करें तो इस बने व्यंजक को बीजीय व्यंजक कहेंगे।
जैसे:- **$2x + 3$**

आइए, हम रहीम और गुरप्रीत की बातचीत सुनें :-

स्थिति 1: देखो यहाँ रहीम और गुरप्रीत के थैले में कुछ टॉफ़ियाँ हैं।

रहीम मेरे पास तो 6 टॉफ़ियाँ हैं। गुरप्रीत मेरे पास 5 टॉफ़ियाँ हैं।

स्थिति 2: इस स्थिति में गुरप्रीत अपनी टॉफ़ियों की संख्या नहीं बताना चाह रहा है।

रहीम मेरे पास तो 6 टॉफ़ियाँ हैं। गुरप्रीत मेरे पास ? ? नहीं, मैं नहीं बताऊँगा ? ?

क्या हम गुरप्रीत की टॉफ़ियों की संख्या बता सकते हैं? (हाँ/नहीं)

यहाँ गुरप्रीत के पास कुछ टॉफ़ियाँ हैं पर हमें मालूम नहीं हैं।

अब बताओ ।। इन दोनों के पास कुल कितनी टॉफ़ियाँ हैं?

क्या आपको उत्तर देने में कठिनाई हुई? आइए समझने का प्रयास करें।

कुल टॉफ़ियाँ = [रहीम के पास टॉफ़ियाँ] + [गुरप्रीत के पास टॉफ़ियाँ]

= 6 + [चर राशि]

चर राशि के स्थान पर सामान्यतः अंग्रेज़ी भाषा के छोटे अक्षरों का प्रयोग करते हैं, जैसे x, y, z, a, b, c आदि।

इस प्रकार

कुल टॉफ़ियाँ $= 6 + \boxed{x}$
$= 6 + x$

यहाँ कुल टॉफ़ियों की संख्या निकालना संभव नहीं था।
परंतु चर राशि को x मानते ही हमारी समस्या का हल हो गया।

चर और अचर राशियों में संक्रियाएँ।

1.

माना राजू के रन = ☐ (खाली स्थान में कोई भी चर राशि भरिए)

शब्बीर के रन = 54

बीजगणित का प्रयोग करते हुए राजू और शब्बीर के कुल रन = ☐

2. राधा और रेशमा दो मित्र हैं। राधा की उम्र रेशमा से 2 वर्ष अधिक है।

	यदि राधा की उम्र	तो रेशमा की उम्र
(i)	10 वर्ष है	10 + 2 = 12 वर्ष
(ii)	15 वर्ष है	15 + 2 = 17 वर्ष
(iii)	20 वर्ष है	....
(iv)	x वर्ष है	....

3. रवि के पास सुनील से 5 टॉफ़ियाँ कम हैं।

	रवि की टॉफ़ियाँ	सुनील की टॉफ़ियाँ
(i)	10	10 – 5 = 5
(ii)	20	20 – 5 = 15
(iii)	12	....
(iv)	y	....

4. यदि राजू के पास 'x' सिक्के हैं और अतूबा के पास राजू के सिक्कों से दो गुने सिक्के हैं। हम इस स्थिति को बीजगणितीय रूप में किस प्रकार दर्शाएँगे ?

राजू के पास = 'x' सिक्के

अतूबा के पास = x के 2 गुना सिक्के

= $2 \times x$ या $x \times 2$

= 2x

अतूबा के पास = 2x सिक्के हैं।

यहाँ ध्यान देने वाली बात है, जब हम एक अचर को चर से गुणा करते हैं तो अचर संख्या को पहले लिखते हैं।

5. अजया की आयु अपने पिता की आयु की एक तिहाई है। यदि पिता की आयु **m** वर्ष हो तो क्या इस आधार पर हम अजया की आयु ज्ञात कर सकते हैं ?

अजया के पिता की आयु = m वर्ष

अजया की आयु = m का $\frac{1}{3}$

= $m \times \frac{1}{3}$ या $\frac{1}{3} \times m$ वर्ष

= $\frac{m}{3}$ वर्ष

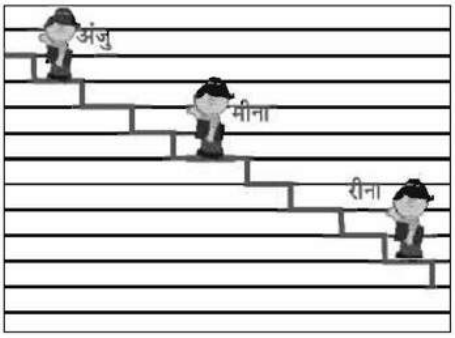
6.

अमीरा का वज़न = ________________________

पिछले प्रश्नों में हमने देखा कि चर और अचर राशियों पर संक्रियाओं से व्यंजक प्राप्त हुए।

अमीरा का वज़न **t + 20** आया जो एक व्यंजक है।

7.



अंजु, मीना और रीना ऊपर बाज़ार में
जाने के लिए सीढ़ियों से चढ़ रही हैं।
सभी चढ़ते चढ़ते थक गईं,
और एक स्थान पर बैठ गईं।
अगर मीना सीढ़ी संख्या x पर बैठी है।
अंजु उससे 3 सीढ़ी ऊपर बैठी है।
तथा रीना उससे 4 सीढ़ी नीचे बैठी है।
मीना की सीढ़ी संख्या के आधार पर:

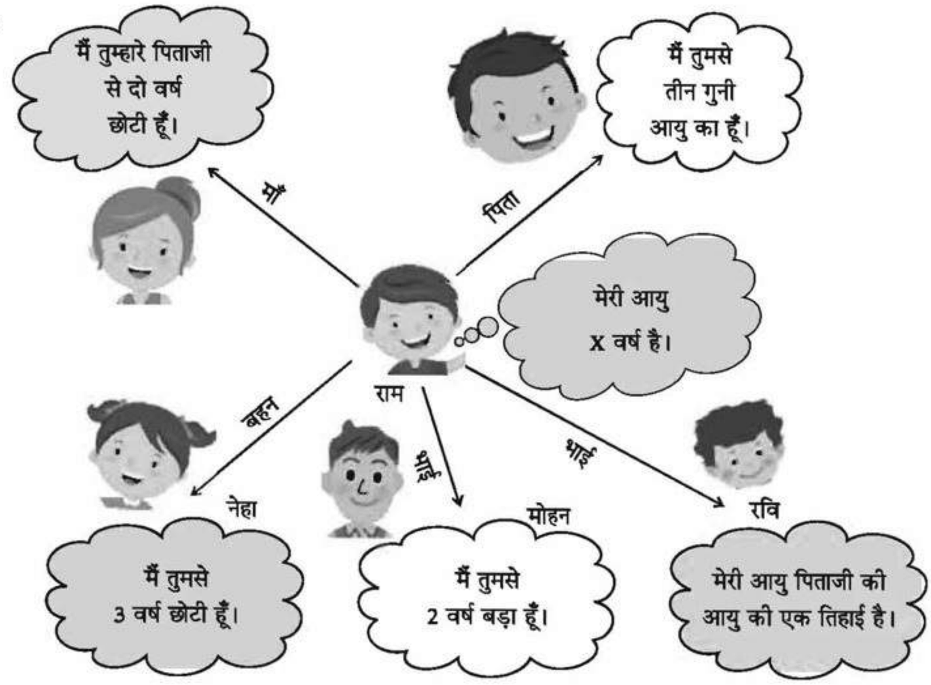
i) अंजु की सीढ़ी संख्या...................... (व्यंजक लिखिए)

ii) रीना की सीढ़ी संख्या......................(व्यंजक लिखिए)

नीचे की तालिका को पूरा कीजिए

	प्रभजोत	मनोज	दोनों की कुल संख्या
पैंसिलों की संख्या	5	y	....
टॉफ़ियों की संख्या	z	6	....
कॉपियों की संख्या	8	t	....

7.



व्यंजक लिखिए

राम की वर्तमान आयु = ...x............

पिता की वर्तमान आयु = ...

माँ की वर्तमान आयु = ...

नेहा की वर्तमान आयु = ...

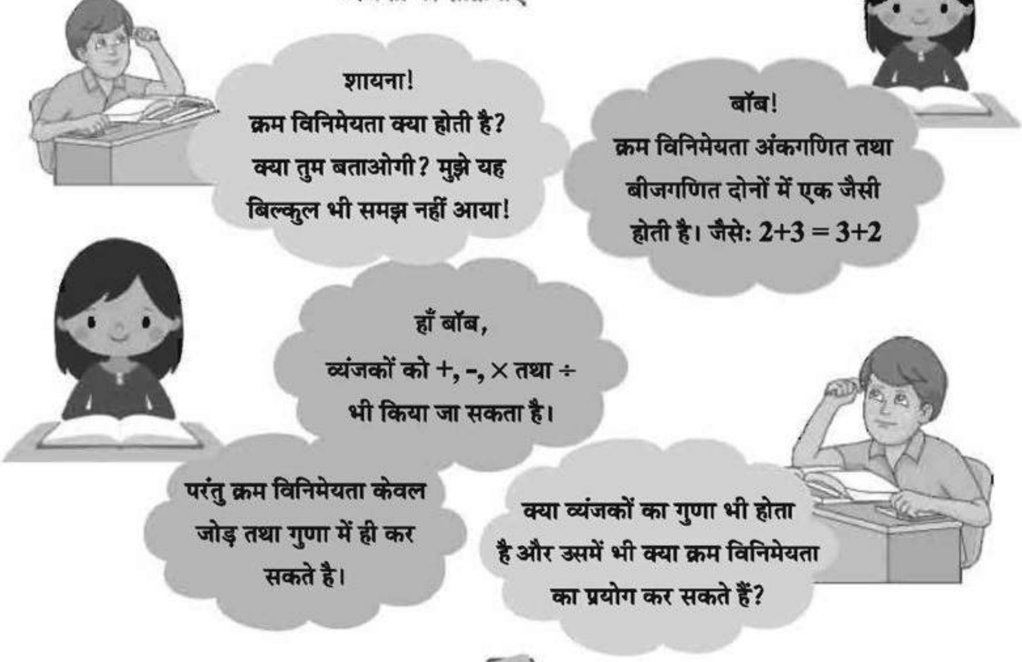
मोहन की वर्तमान आयु = ...

रवि की वर्तमान आयु = ...

आओ, कुछ व्यंजक बनाएँ

		व्यंजक
1)	z में 5 जोड़ना	z + 5
2)	**z** में से 5 घटाना	z − 5
3)	**s** को 6 से गुणा करना	6 × s
4)	**y** को 7 से भाग करना	
5)	**g** को 2 से गुणा करके 3 जोड़ना	
6)	**y** को 7 से भाग करके 3 घटाना	
7)	**n** में 10 जोड़कर फिर 3 से गुणा करना	

व्यंजकों पर संक्रियाएँ



व्यंजकों के नियम :

(1) **क्रम विनिमेयता (जोड़)**

क्रम विनिमेय = क्रम+विनिमेय
अर्थात्
क्रम बदलना

यहाँ प्रीति और सुमन के पास क्रमशः 3 और 2 बॉल हैं।

परिस्थिति-1

प्रीति की बॉल सुमन की बॉल

दोनों की कुल बॉल =..................................

परिस्थिति-2

सुमन की बॉल प्रीति की बॉल

दोनों की कुल बॉल=..................................

क्या दोनों परिस्थितियों में उत्तर समान हैं? हाँ/नहीं

1) 3+2 =5 , 2) 2+3 = 5
दो संख्याओं को जमा करने के लिए 3 पहले लिखें या 2 पहले लिखें, उत्तर दोनों परिस्थितियों में 5 ही आता है।

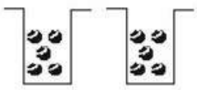
निष्कर्ष : संख्याओं का क्रम बदलने पर भी योग वही रहता है।
यही गुण क्रम विनिमेयता कहलाता है।

इसी प्रकार बीजगणित में भी चरों का जोड़ करते समय a पहले लिखें या b पहले लिखें, उत्तर ठीक माना जाएगा। चरों का प्रयोग करते हुए यदि एक संख्या को a तथा दूसरी संख्या को b मानें, तो दोनों संख्याओं का योग:

a+b = ... + ...

(2) **क्रम विनिमेयता (गुणा)**

परिस्थिति-1



पात्र-1 पात्र-2

पात्रों की संख्या = ... 2 ....

प्रत्येक पात्र में कंचों की संख्या = ... 5 ....

दोनों पात्रों में कुल कंचों की संख्या = ... $2 \times 5 = 10$ ...

परिस्थिति-2

पात्र-1 पात्र-2 पात्र-3 पात्र-4 पात्र-5

पात्रों की संख्या = ...

प्रत्येक पात्र में कंचों की संख्या = ...

दोनों पात्रों में कुल कंचों की संख्या = ...

> 1) $5 \times 2 = 10$, 2) $2 \times 5 = 10$
> गुणा करने के लिए 5 पहले लिखें या 2 पहले लिखें,
> दोनों ही परिस्थितियों में उत्तर 10 ही आता है।

क्या दोनों परिस्थितियों में कंचों की संख्या समान है? हाँ/नहीं

> **निष्कर्ष : संख्याओं का क्रम बदलने पर गुणनफल वही रहता है।**
> **इसे गुणन की क्रम विनिमेयता कहते हैं।**

बीजगणित में भी यदि दो चरों a, b को गुणा करते हैं तो

a पहले लिखें या b पहले लिखें, उत्तर ठीक माना जाएगा।

चरों का प्रयोग करते हुए एक संख्या को a तथा दूसरी संख्या को b मानें, तो दोनों संख्याओं का गुणनफल:

$a \times b =$ .... $\times$ ....

इसी प्रकार हम देख सकते हैं कि अंकगणित के कुछ और नियम भी यहाँ बीजगणित में लागू होते हैं।

3. संख्याओं के योग पर गुणन की वितरणता

आओ देखें :-

3 x14 का मान कैसे ज्ञात किया जा सकता है, अगर हमें 14 की गुणन सारणी (पहाड़ा) याद नहीं है?

$$3(10 + 4) = (3 \times 10) + (3 \times 4)$$
$$= 30 + 12 = 42$$

इसी प्रकार बीजगणित में भी कर सकते हैं।

$$a(b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$
$$= ab + ac$$

करके देखें :

1) $7 \times (40 + 5) =$ ________ + ________ = ________

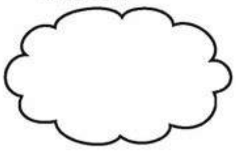
2) $8 \times (10 + 9) =$ ________ + ________ = ________

आइए, अभी तक पढ़े हुए को दोहराते हैं।

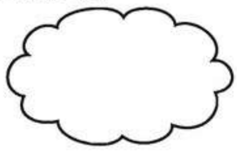
प्र.1 निम्नलिखित में से चर तथा अचर संख्याओं को छांटिए।

x, y, 1, a,
6, z, 10, b,
12, c

चर संख्याएँ



अचर संख्याएँ



प्र.2 निम्नलिखित को कथनों के रूप में व्यक्त करें :-

i) $x+7 =$ x में 7 जोड़िए।

ii) $y-8 =$ ....

iii) $t+10 =$ ....

iv) $3s =$ ....

v) $z/2 =$ ....

प्र.3 मिलान करो -

i)	y में 3 जोड़िए	a) $5y-7$
ii)	z में से 5 घटाइए	b) $2z$
iii)	z का 2 गुना कीजिए	c) $y+3$
iv)	a का एक तिहाई कीजिए	d) $3x+6$
v)	x को 3 से गुणा करके 6 जमा कीजिए	e) $z-5$
vi)	y को 5 से गुणा करके 7 घटाइए	e) $\frac{a}{3}$

प्र.4 निम्नलिखित परिस्थितियों में व्यंजकों का निर्माण करें।

(a) यदि रीना के पास x kg चावल हैं और दुकानदार से उसने 7 kg और ले लिए तो कुल मिलाकर कितने kg चावल हो गए?..

(b) यदि मोहन के पास y रु. हैं और राजीव ने उससे 10 रु. ले लिए तो अब मोहन के पास कितनी राशि शेष है?...

(c) यदि टीना ने x टॉफियाँ खा लीं और मीना ने उससे दो गुनी टॉफ़ी खाईं तो दोनों ने कुल मिलाकर कितनी टॉफ़ियाँ खाईं?...

प्र.5 **मिलान करो :-**

$s+t = t+s$	गुणा की क्रम विनिमेयता
$a\times(b+c) = (a\times b) + (a\times c)$	योग की क्रम विनिमेयता
$m\times n=n\times m$	वितरणता

अब एक और मुसीबत, ये समीकरण कहाँ से आ गया? चलो शायना से पूछता हुँ, मुझे समझ नहीं आ रहा है।
शायना, क्या तुम समीकरण के बारे में मुझे कुछ बताओगी?
बॉब! तुमने मुझे जो Δ (त्रिभुज) के रेखाखंड निकालना सिखाया था उससे उल्टा सोचो। यदि 12 रेखाखंड दिए हों तो कितने त्रिभुज बनेंगे?
हाँ
4 त्रिभुज बनेंगे न! सोचो-सोचो मैंने कैसे निकाला? तुम्हारे बीजगणित से।
मतलब?
दखो अगर 3x=12 लिखें तो 1x=4 होगा और Δ को हमने x लिखा था इसका मतलब 4 Δ बनेंगे।
यहाँ हम एक प्रतिबंध प्राप्त करते हैं जो चर x द्वारा संतुष्ट होना चाहिए। यह समीकरण है।

समीकरण की पहचान

अब बताइए कि नीचे लिखे बीजगणितीय मान समीकरण हैं या नहीं। चर भी बताइए (हाँ/नहीं)

1)	$x + 20$	$=70$	हाँ	x
2)	8×3	$= 24$	——	——
3)	$2p - 30$	> 30	——	——
4)	$x - 4$	$= 100$	——	——
5)	$20b$	$= 80$	——	——

सारणी भरिए :

समीकरण	चर का मान	हल (हाँ/नहीं)
1. x+10 =30	x=10	नहीं
2. x+10=30	x=20	....
3. P-3 = 7	P=15	....
4. P-3 = 7	P=10	....
5. 3n=7	n=9	....
6. 3n=21	n=7	....
7. t/5 = 4	t=25	....
8. t/5 = 4	t=20	....
9. 2l+3=7	l=5	....
10. 2l+3=7	l=1	....

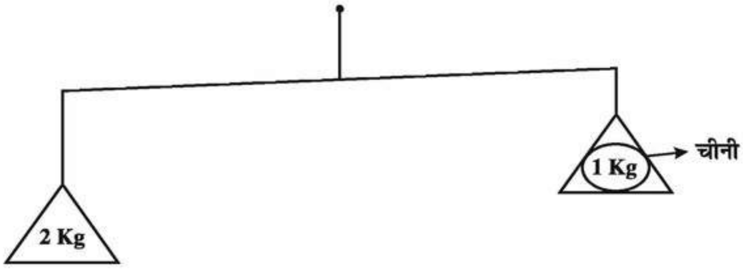
समीकरण का हल

समीकरण में चर का वह मान जो समीकरण को संतुष्ट करता है, उस समीकरण का हल कहलाता है।

गतिविधि – समीकरण

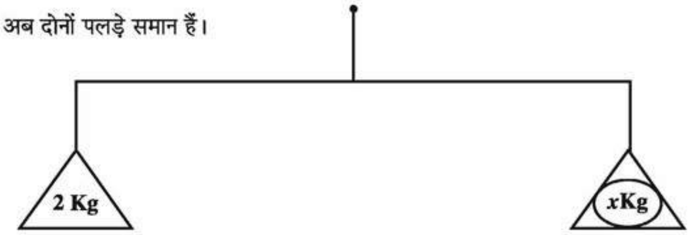
(Activity on Equation)

तराजू **(Balance)**



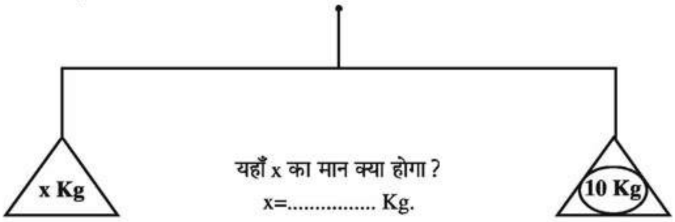
इसमें कितनी चीनी और डालें कि तराजू के दोनों पलड़े बराबर हो जाएँ.........................

अब दोनों पलड़े समान हैं।



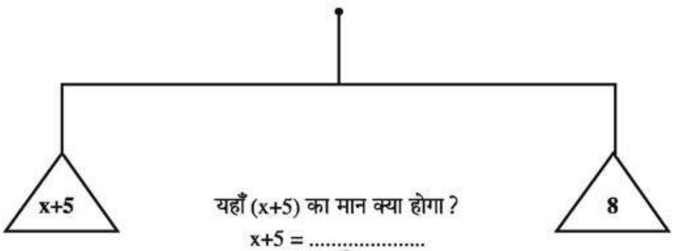
तो समानता के लिए दाईं ओर कितनी चीनी होगी ....

अब एक और परिस्थिति देखते हैं।



यहाँ x का मान क्या होगा ?

x=................ Kg.



यहाँ (x+5) का मान क्या होगा ?

x+5 = ...

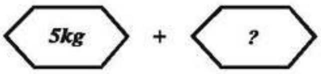
x+5 एक व्यंजक है तथा x+5=8 एक समीकरण है।

समीकरण में = (समानता चिन्ह) आता है।

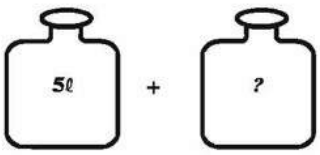
दो या दो से अधिक व्यंजक मिलकर कथन बनाते हैं और जब व्यंजक किसी भी स्थिति में समान हो जाते हैं तो यह समीकरण बन जाता है। इस पर अपने साथियों के साथ चर्चा करें।

बताओ ?

आओ करें

1) 

= 7 kg

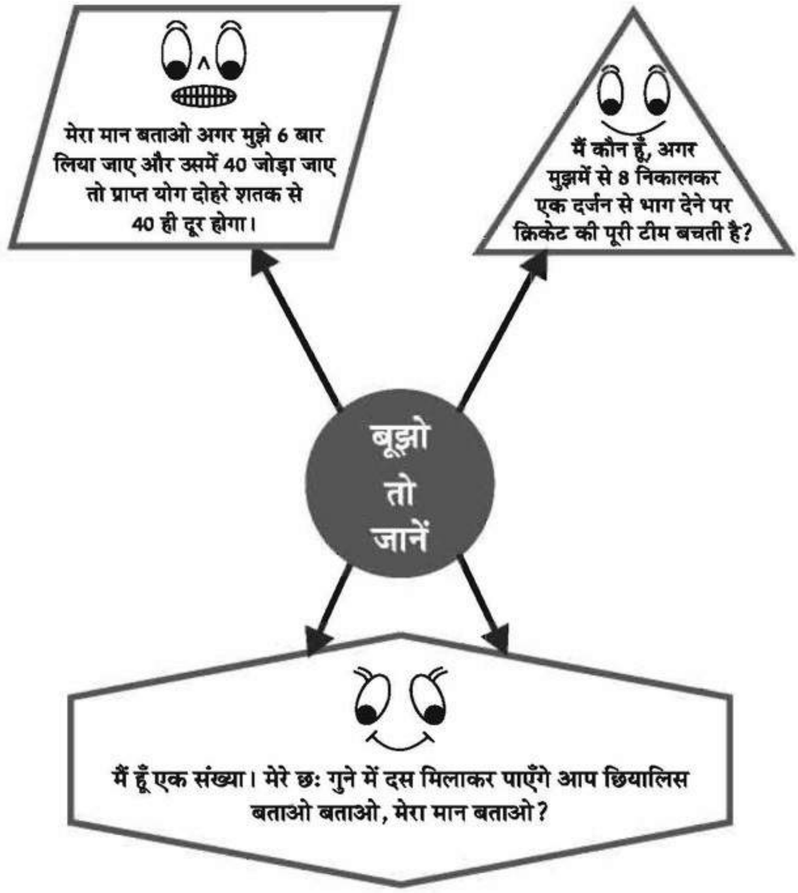
2) 

= 12ℓ

3) मैं एक विशिष्ट संख्या हूँ। मुझमें से से 6 निकालिए और क्रिकेट की एक टीम बनाइए।

?-6= 11

?= ☐

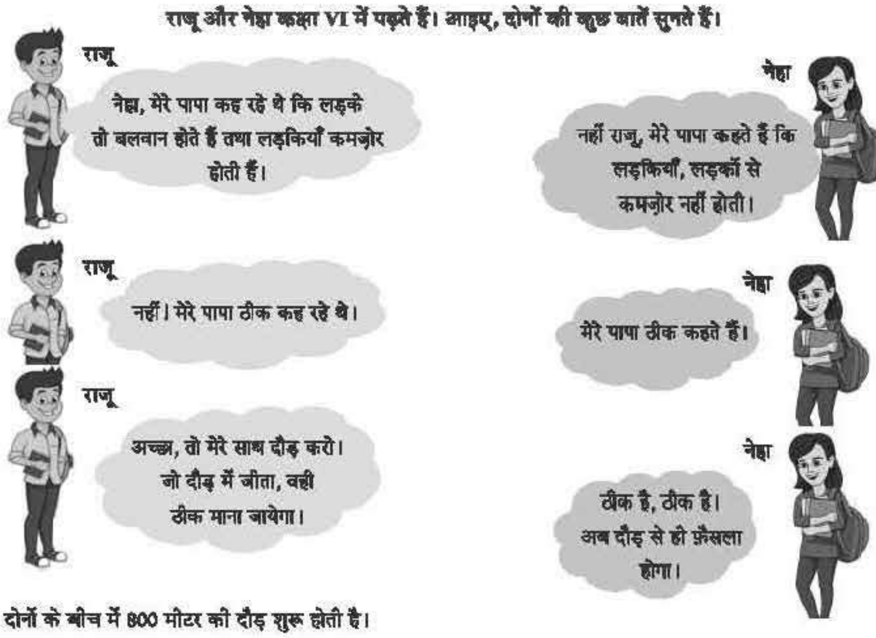


आज हमने सीखा

1. बीजगणित क्या है?
2. चर, अचर क्या होते हैं?
3. व्यंजक कैसे बनते हैं?
4. समीकरण क्या है?
5. समीकरण को हल कैसे करते हैं?

अध्याय 8 – अनुपात और समानुपात

राजू और नेहा कक्षा VI में पढ़ते हैं। आइए, दोनों की कुछ बातें सुनते हैं।



दोनों के बीच में 800 मीटर की दौड़ शुरू होती है।

नेहा पहले दौड़ को पूरा करती है तथा राजू 650 मीटर की दूरी तक ही भाग पाया। राजू दौड़ में हार जाता है। राजू को अब समझ आ गया कि लड़कियाँ, लड़कों से किसी भी क्षेत्र में कमज़ोर नहीं होतीं।

'लड़कियाँ, लड़कों से किसी भी क्षेत्र में कमजोर नहीं होती'। क्या आप भी इस बात से सहमत हो?

अपनी कक्षा में अपने साथियों तथा अध्यापक के साथ मिलकर इस पर चर्चा कीजिए।

आइए अब हम राजू और नेहा की दौड़ी गई दूरी की तुलना करते हैं।

प्र.1 दौड़ में कौन विजयी हुआ? ....

प्र.2 नेहा ने दौड़ में कितनी दूरी तय की? ....

प्र.3 राजू ने दौड़ में कितनी दूरी तय की? ....

प्र.4 नेहा ने राजू की तुलना में कितनी दूरी अधिक तय की? ....

प्र.5 राजू ने नेहा की तुलना में कितनी दूरी कम तय की? ....

उदाहरण :- अवनीश और रेशमा दो दोस्त हैं। दोनों के पास कुछ रुपये हैं।

अवनीश

रेशमा

जब हमें इन दोनों दोस्तों के पास के रुपयों की संख्या की तुलना करनी होगी, तो हम किन-किन तरीकों से तुलना कर सकते हैं। अध्यापक व अपने साथियों के साथ चर्चा कीजिए।

आइए, अब हम अवनीश और रेशमा के पास रुपयों की तुलना करते हैं।

(1)	किसके पास कम रुपये हैं?	
(2)	किसके पास अधिक रुपये हैं?	
(3)	अवनीश के पास रेशमा की तुलना में कितने रुपये कम हैं?	
(4)	रेशमा के पास अवनीश की तुलना में कितने रुपये अधिक हैं?	

यहाँ हमने राशियों की तुलना, राशियों के अंतर (Difference) के आधार पर की है।

क्या हम बता सकते हैं?

- 10 रुपये को दुगना कर दिया जाए तो कितने रुपये बनेंगे?
  आपका उत्तर...............................

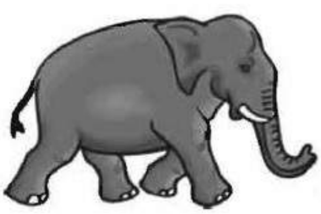
- यदि एक टंकी में 1000 लीटर पानी आता है तो आधी टंकी में कितना पानी आएगा?
  आपका उत्तर...............................

- कक्षा में बच्चों की संख्या 30 है। यदि बच्चों की संख्या तिगुनी हो जाए तो कक्षा में कितने बच्चे होंगे?
  आपका उत्तर...............................

ऊपर दिए गए प्रश्नों के जवाब में हमने कुछ शब्द जैसे दुगना, आधा तथा तिगुना प्रयोग किए हैं। ये शब्द भी तुलना में प्रयोग किए जा सकते हैं।

आइए, अब हम एक हाथी और बिल्ली के वज़न की तुलना करते हैं।

10 किलोग्राम



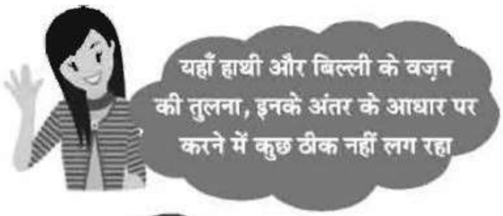
1000 किलोग्राम

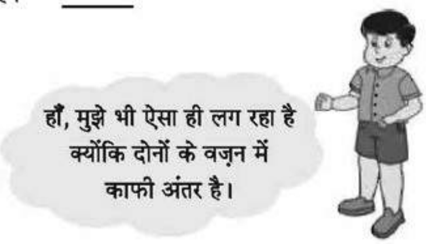
(1) बिल्ली का वज़न कितना है? ______

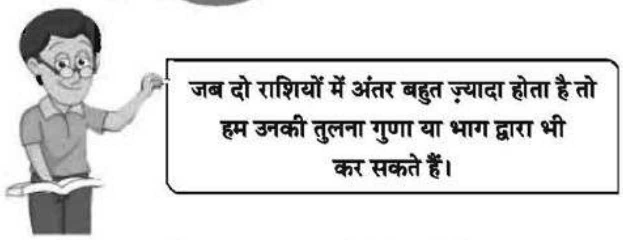
(2) हाथी का वज़न कितना है? ______

(3) बिल्ली का वज़न हाथी की तुलना में कितना कम है? ______

(4) हाथी का वज़न बिल्ली की तुलना में कितना अधिक है। ______







बिल्ली और हाथी के वज़न की तुलना एक नए तरीके से करते हैं।

हाथी का वज़न बिल्ली की तुलना में 100 गुणा ज्यादा है। $\frac{\cancel{1000}^{100}}{\cancel{10}_{1}} = 100$

बिल्ली का वज़न हाथी की तुलना में $\frac{1}{100}$ भाग है। $\frac{^{1}\cancel{10}}{\cancel{1000}_{100}} = \frac{1}{100}$

आइए, आगे इसे एक और उदाहरण से समझने का प्रयास करते हैं।

अब हम रवि और कविता की टॉफियों की संख्या की तुलना करते हैं।

रवि के पास कुल टॉफ़ियाँ = 30

कविता के पास कुल टॉफ़ियाँ = 90

प्र० रवि के पास, कविता की तुलना में, टॉफ़ियाँ का कितना भाग है? __________

दिए गए प्रश्न का उत्तर हम इस प्रकार से ज्ञात कर सकते हैं।

रवि के पास कुल टॉफ़ियाँ = 30

कविता के पास कुल टॉफ़ियाँ = 90

रवि के पास, कविता की तुलना में भाग (अनुपात) = $\frac{30}{90} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ का अनुपात रूप = 1: 3 (एक अनुपात तीन)

1: 3 का अर्थ = (3 की तुलना में 1)

⇑

इसे हम कुछ इस तरह से भी कह सकते हैं कि रवि की टॉफ़ियों की संख्या का कविता की टॉफियों की संख्या से अनुपात 1: 3 है।

प्र० कविता के पास, रवि की तुलना में, टॉफ़ियों का कितना भाग है? = ______

कविता के पास, रवि की तुलना में भाग (अनुपात) = $\frac{90}{30} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1}$

$\frac{3}{1}$ का अनुपात रूप = 3: 1 (तीन अनुपात एक)

3: 1 का अर्थ = ____________________

⇑

इसे हम कुछ इस तरह से भी कह सकते हैं कि कविता की टॉफ़ियों की संख्या का रवि की टॉफ़ियों की संख्या से अनुपात 3:1 है।

जब हम दो राशियों को भागकर, उनकी तुलना करते हैं तो वह अनुपात (Ratio) कहलाता है।

आइए, एक और उदाहरण से समझते हैं।

अब एक पेन का मूल्य = 10 रुपये

1 कॉपी का मूल्य = 20 रुपये

तो हम कह सकते हैं कि

पेन के मूल्य का कापी के मूल्य के साथ अनुपात = $\frac{\text{पेन का मूल्य}}{\text{कॉपी का मूल्य}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 1:2$

कॉपी के मूल्य का पेन के मूल्य के साथ अनुपात = $\frac{\text{कॉपी का मूल्य}}{\text{पेन का मूल्य}} = \frac{20}{10} = \frac{2}{1} = 2:1$

यहाँ ध्यान देने वाली बात है कि राशि के अनुसार अनुपात बदल जाता है।

आओ नीचे दी गई तालिका को पूरा करते हैं।

माना एक कक्षा में विद्यार्थियों की कुल संख्या 100 है जिसमें से 60 विद्यार्थी लड़के हैं।

राशियों की तुलना	अनुपात	भिन्न के रूप में	सरलतम भिन्न के रूप में	सरलतम अनुपात
1. लड़कियों की संख्या का लड़कों की संख्या से →	40 : 60	$\frac{40}{60}$	$\frac{2}{3}$	2 : 3
2. लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से →				
3. कुल छात्रों की संख्या का लड़कों की संख्या से →				

आइए अब हम अपनी कक्षा में से कुछ उदाहरण लेकर, अनुपात ज्ञात करने का प्रयास करते हैं।

(1) आपके बैग में रखी कॉपियों की संख्या का, पुस्तकों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिए। _______

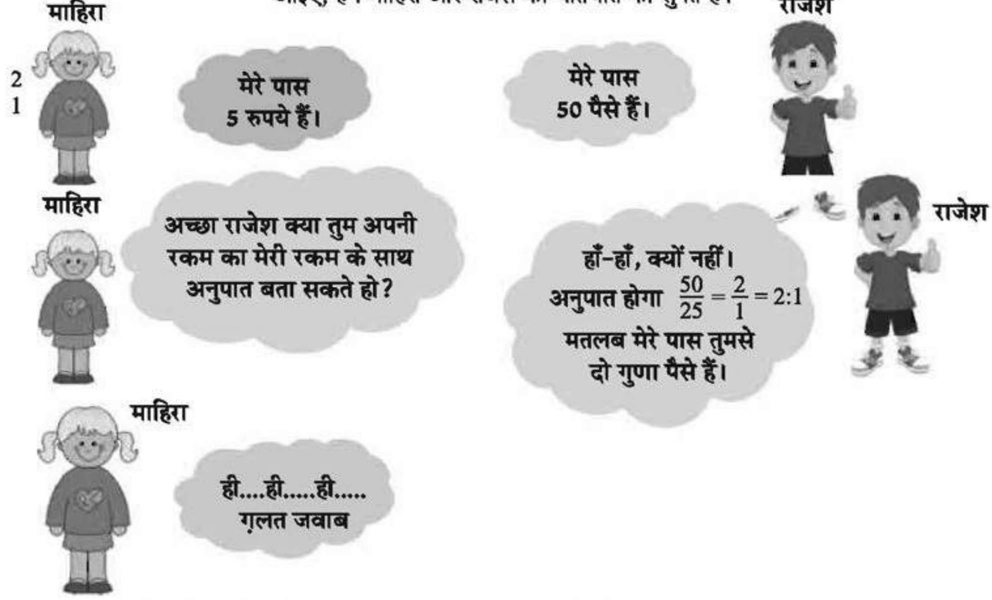
(2) अपनी कक्षा के दरवाज़ों की संख्या का, खिड़कियों की संख्या से अनुपात निकालिए। _______

(3) आपकी कक्षा में लगे पंखों की संख्या का, ट्यूबलाइट्स की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिए। _______

(4) आपकी कक्षा में लगे चार्टों की संख्या का, विद्यार्थियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिए। _______

आओ ग़लती ढूँढ़ें।

आइए, हम माहिरा और राजेश की बातचीत को सुनते हैं।



आप बता सकते हैं कि राजेश ने अनुपात निकालते हुए क्या ग़लती की?

अपने साथियों एवं अध्यापक से बात करके ग़लती पता कीजिए।

हम देखते हैं कि अनुपात तभी ठीक–ठीक निकाला जा सकता है जब दोनों राशियाँ एक ही इकाई में हों।

अगर दोनों राशियाँ एक ही इकाई में न हों तो हमें उसे एक ही इकाई में बदलना होता है।

उदाहरण

(1) 15 मिनट का 2 घंटे से अनुपात

$$= \frac{15 \text{ मिनट}}{2 \text{ घंटे}} = \frac{15 \text{ मिनट}}{2 \times 60 \text{ मिनट}} = \frac{\cancel{15}^{1}}{2 \times \cancel{60}_{4}} = \frac{1}{8} = 1:8$$

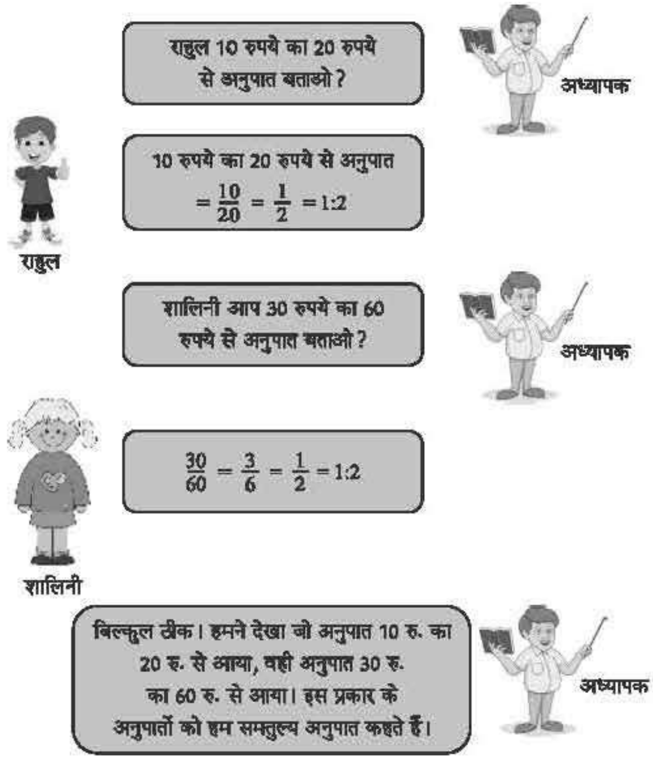
अब प्रयास कीजिए

(2) 5 किलोग्राम का 250 ग्राम से अनुपात

$$= \frac{5 \text{ किलोग्राम}}{250 \text{ ग्राम}} =$$

(3) 1 किलोमीटर की लंबाई का 10 मीटर की लंबाई के साथ

आइए, अब कुछ और बातों के बारे में पता करें।



आइए, अब हम चाय बनाना सीखते हैं।

- 1 गिलास पानी बर्तन में लीजिए और उसे चूल्हे (गैस) पर रखकर गर्म कीजिए।
- आप पानी में अदरक या इलाइची भी स्वाद के लिए डाल सकते हैं।
- पानी के उबलने पर 1 चम्मच चायपत्ती तथा 6 चम्मच चीनी डालिए।
- पानी में उबाल आने पर उसमें आधा गिलास दूध मिलाइए।
- दूध डालने के बाद इसे धीमी आँच पर तब तक गरम करिए, जब तक उसमें उबाल न आ जाए।

वाह! हमारी 3 कप चाय बनकर तैयार हो गई।

सामग्री (Ingredients)
1 गिलास पानी (Water)
1 चम्मच चाय पत्ती (Tea)
6 चम्मच चीनी (Sugar)
आधा गिलास दूध (Milk)
अदरक या इलायची (Ginger or cardamom)

कुछ प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्र.1 चाय में चीनी और चायपत्ती का अनुपात बताइए?...................

प्र.2 चाय में चायपत्ती की तुलना में कितने गुना चीनी है?...................

प्र.3 चाय में चीनी की तुलना में कितने भाग चायपत्ती है?...................

प्र.4 चाय में पानी और दूध का अनुपात बताइए?...................

अगर 6 कप चाय बनानी हो तो आप कितनी सामग्री लेंगे।

पानी = ...गिलास

चायपत्ती = ...चम्मच

चीनी = ...चम्मच

दूध = ...गिलास

अब हमारी चाय में चीनी और चायपत्ती का अनुपात बताइए। ________

चाय में पानी और दूध का अनुपात बताइए। ________

हमने देखा कि 3 कप और 6 कप चाय में चीनी और चायपत्ती की राशियाँ तो अलग थीं, लेकिन अनुपात समान है। इस समान अनुपात को हम समानुपात कह सकते हैं।

3 कप चाय में चायपत्ती और चीनी का अनुपात

$$\frac{1}{6} = 1:6$$

6 कप चाय में चायपत्ती और चीनी का अनुपात

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 1:6$$

$$1:6 :: 2:12$$

'::' यह चिन्ह समानुपात को दिखाता है।

समानुपात में ली गई चारों राशियाँ पद कहलाती हैं। दोनों अनुपात, समानुपात कहलाएँगे।

पहले और चौथे पद को **चरम पद** तथा दूसरे और तीसरे पद को **मध्य पद** कहते हैं।

1 : 6 : : 2 : 12

इस प्रकार 1, 6, 2, 12 चार पद हैं। जिसमें से 1, 12 **चरम पद** हैं। 6, 2 **मध्य पद** हैं।

3 कप चाय में पानी और दूध का अनुपात

$$\frac{1}{½} = \frac{2}{1} = 2:1$$

6 कप चाय में पानी और दूध का अनुपात

$$\frac{2}{1} = 2:1$$

$$\boxed{1:\frac{1}{2} :: 2:1}$$

दोनों अनुपात, समानुपात कहलाएँगे।

हम कह सकते हैं कि 10, 50, 2, 10 समानुपात में हैं क्योंकि

$$\frac{10}{50} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{5}{\cancel{50}}} = \frac{1}{5} = 1:5$$

$$\frac{2}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{5}{\cancel{5}}} = \frac{1}{5} = 1:5$$

10:50 = 2:10 समानुपात में है।

इसे हम कुछ इस तरह लिखेंगे।

10: 50 :: 2:10

अब यदि हमसे कहा जाए कि पता करके बताओ 12, 15, 20, 25 समानुपात में हैं या नहीं, तो हम $\frac{12}{15}$ तथा $\frac{20}{25}$ को देखेंगे।

$$\frac{12}{15} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{4}{5} = 4:5$$

$$\frac{20}{25} = \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{4}{5} = 4:5$$

12:15 = 20:25 समानुपात में हैं।

12:15 :: 20:25

12, 15, 20, 25 में

12 तथा 25 (चरम पद हैं)

15 तथा 20 (मध्य पद हैं)

समानुपात होने की दशा में **चरम पदों** का गुणनफल **मध्य पदों** के गुणनफल के बराबर होता है।

$$12 \times 25 = 15 \times 30$$
$$300 = 300$$

अब आप प्रयास कीजिए

1. 4:6 और 12:18 समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

2. 50 ग्राम : 10 ग्राम और 60 ग्राम : 120 ग्राम समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

3. 8cm : 6cm और 4cm : 5cm समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

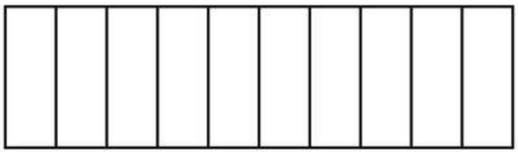
4. 15 सैकंड : 30 सैकंड और 10 सैकंड : 20 सैकंड समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

5) 100 रु. : 2 रु. तथा 20 रु. : 4 रु. समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

6) 30 मी. : 40 मी. तथा 40 मी. : 50 मी. समानुपात में हैं या नहीं, जाँचिए।

आओ, कुछ अभ्यास करें

नीचे दी गई आकृतियों में लाल और नीला रंग इस तरह से भरो कि लाल रंग के क्षेत्र का नीले रंग के क्षेत्र से अनुपात 2:3 हो।



आइए, राशियों के अनुपात का फिर से अभ्यास करते हैं।

1) 50 रु. का 50 पैसे से

2) 20 से.मी. का 2 मीटर से

3) 40 ग्राम से 5 किलोग्राम से

4) 5 सेकण्ड का 2 मिनट से

5) 6 मिनट का 1 घंटे से

6) 1 दिन का एक सप्ताह से

आओ, दोस्तो के झगड़े को खत्म करने का प्रयास करें।

अब टिल्लू 10 टाफ़ियाँ डब्बू को दे देता है। बदले में डब्बू टिल्लू को 2 चॉकलेट दे देता है। उनकी बातचीत सुनते हैं।

क्या हम बता सकते हैं कि टिल्लू सही कह रहा था या डब्बू?

आओ, अब उनके झगड़े को सुलझाते हैं।

टिल्लू की दी गई टाफ़ियों की संख्या का कुल टाफ़ियों से अनुपात = $\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

अब डब्बू की दी गई चॉकलेट की संख्या का कुल चॉकलेट की संख्या से अनुपात = $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

हम देखते हैं कि अनुपात समान है। इसलिए दोनों का वितरण सही है। और डब्बू ठीक कह रहा है।

10 टोकरी अगर 70 रुपये की आती हैं तो 8 टोकरी कितने की आएँगी।

10 टोकरियों का मूल्य = 70 रुपये

1 टोकरी का मूल्य = 70 के दस भाग

$$= \frac{70}{10} = 7 \text{ रुपये}$$

8 टोकरियों का मूल्य = 7 रुपये 8 बार = 7×8 = 56 रुपये।

हमने ऊपर पहले 1 टोकरी के मूल्य के बारे में पता किया और फिर 8 टोकरियों का मूल्य पता किया।

जिस विधि से हमने पहले 1 इकाई का मान निकालकर, फिर अनेक इकाइयों का मान ज्ञात किया, इस विधि को **एकिक विधि** कहते हैं।

आइए अब हम कुछ प्रश्नों को हल करते हैं।

प्र.1 यदि 1 मज़दूर 5 दिन काम करने के 3000 रु. लेता है। बताइए इस हिसाब से वह 1 दिन काम करने के लिए कितने रुपये लेगा ?

हल :

प्र.2 यदि 5 जूस की बोतल का मूल्य 125 रु. है तो 3 जूस की बोतल का मूल्य कितना होगा ?

हल :

प्र.3 यदि 1 दर्जन केले का मूल्य 60 रु. है तो 3 केलों का मूल्य कितना होगा ?

हल :

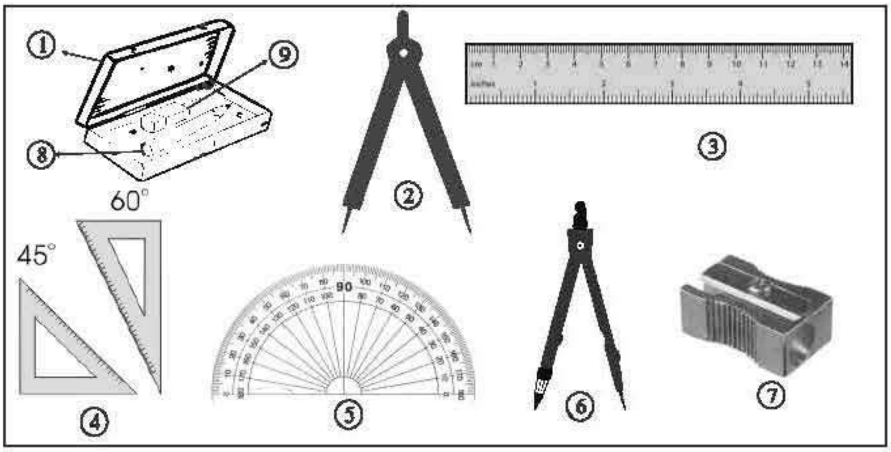
प्र.4 यदि 50 कि.ग्रा. गेहूँ का मूल्य 1200 रु. है तो 15 कि.ग्रा. गेहूँ हमें कितने रुपयों में मिलेगा ?

हल :

अध्याय 9 – प्रायोगिक ज्यामिति

बच्चो,

छठी कक्षा में आकर आपने नई कापियाँ, ज्यामिति बॉक्स तो खरीद लिया होगा। सोच रहे होंगे, पता नहीं अध्यापक इसका प्रयोग कब करवाएँगे। नीचे कुछ उपकरणों के चित्र दिए गए हैं। क्या आपके बॉक्स में यह सब उपकरण हैं? इस अध्याय में हम इन उपकरणों का प्रयोग करना सीखेंगे।

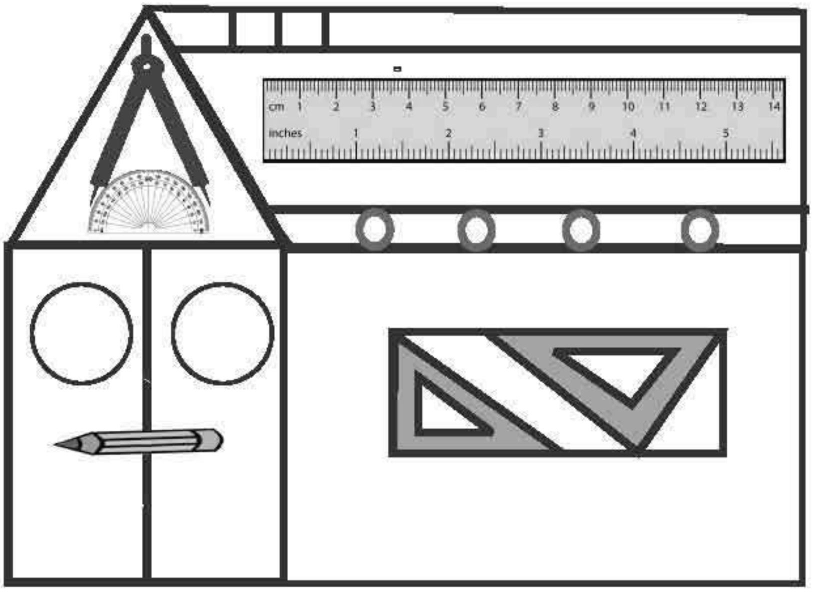


ऊपर दिए गए उपकरणों तथा उनके नंबरों को ध्यान से देखिए तथा नीचे दिए गए उपकरणों के नामों को पढ़कर उनके साथ उनका नंबर गोले में लिखिए।

जैसे :-

पेन्सिल	(8)	कोणमापक (चाँदा)	( )	रूलर	( )
डिवाइडर	( )	परकार	( )	सेट स्क्वायर	( )
बॉक्स	( )	रबड़ (Eraser)	( )	पेन्सिल कटर (Sharpner)	( )

MATHEMATICAL HOUSE
'गणितीय भवन'



बच्चो,

हमारे विद्यालय में एक गणितीय भवन बनाया गया है। इस भवन में ज्यामिति से संबंधित कुछ आकृतियाँ तथा आपके ज्यामिति बॉक्स (Geometry Box) के सामान (उपकरण) को दिखाया गया है।

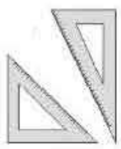
चलो मिलकर ढूँढ़ें, इस भवन में कितनी आकृतियाँ तथा कितने उपकरण हैं। उनके नाम नीचे दिए गए बॉक्स में लिखते हैं।

उपकरण :- <u>रूलर</u>, ..., ..., ..., ...

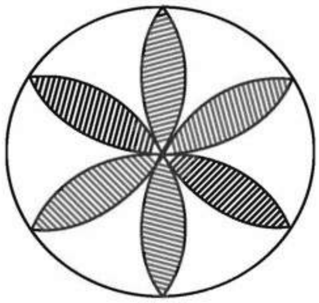
आकृतियाँ :- <u>त्रिभुज</u>, ..., ..., ...,

क्या आपके ज्यामिति बॉक्स में ये सभी उपकरण हैं?

(अपने अध्यापक/पाठ्य पुस्तक की मदद से नीचे दी गई तालिका को पूरा कीजिए।)

	नाम लिखिए	प्रयोग लिखिए
1.	चाँदा (कोणमापक)	कोणों को खींचने तथा मापने के लिए
2.		
3.		
4.		
5. 		

आओ रंगोली डिज़ाइन बनाएँ

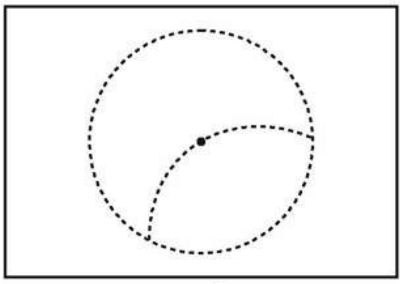


रंगोली

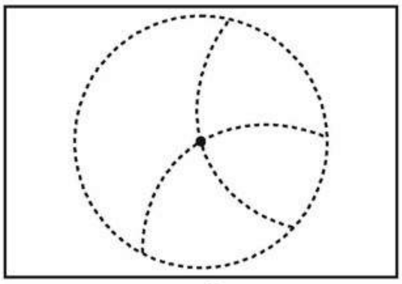
क्या आपको रंगोली डिज़ाइन बनाना अच्छा लगता है?
नीचे रंगोली बनाने के लिए Steps दिए गए हैं।
आइए उन्हीं के अनुसार खाली बॉक्स में रचना करते हैं।

Steps :-

1. एक निश्चित माप की परकार खोलकर एक वृत बनाइए।
2. वृत की परिधि पर कहीं भी परकार की नोंक को रखकर वृत के अंदर चाप लगाओ। (देखें सहायता चित्र 1)
3. जहाँ पर चाप वृत को काटे वहाँ पर फिर से परकार की नोंक रखकर फिर से चाप लगाइए। (देखें सहायता चित्र 2)
4. ऊपर वाले Step को बार–बार दोहराते जाएं। ध्यान रहे हर चाप वृत की परिसीमा से शुरू हो और परिसीमा पर ही खत्म हो तथा परकार पूरे डिज़ाइन बनाने में एक निश्चित माप में ही खुली हो।



सहायता चित्र 1



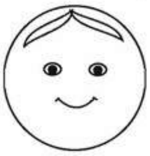
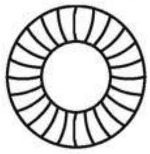
सहायता चित्र 2

खाली बॉक्स

स्माइली (Smiley)

आबिदा को स्माइली (Smiley) की ड्राइंग तथा उसके भाई को डिस्क (Disk) की ड्राइंग बनाना अच्छा लगता है। उसके लिए उन्हें छोटे बड़े वृत बनाने हैं। क्या आप उनकी मदद करेंगे?

आओ करें :-

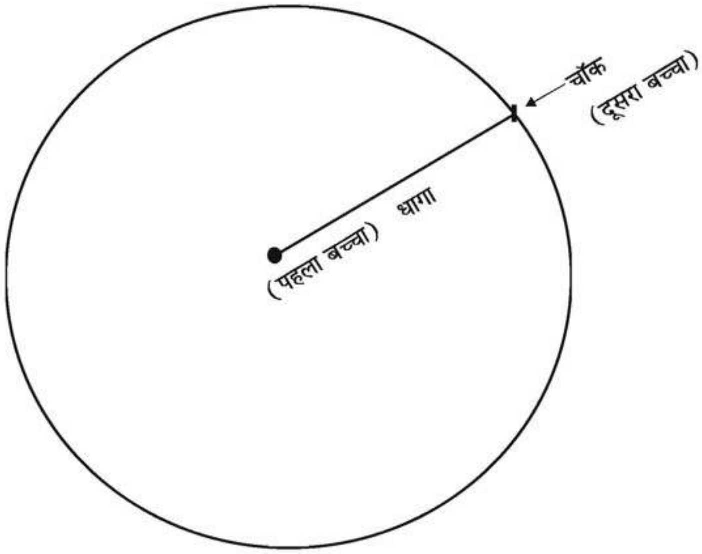
स्माइली (Smiley)	डिस्क (Disk)
	
2. 3cm त्रिज्या वाला एक वृत बनाकर उसमें स्माइली बनाइए।	2. डिस्क बनाओ बड़ा वृत = 3cm त्रिज्या छोटा वृत = 2cm त्रिज्या
3. 3.5cm त्रिज्या वाला एक वृत बनाकर उसमें स्माइली बनाइए।	3. डिस्क बनाओ बड़ा वृत = 3.5cm त्रिज्या छोटा वृत = 2.5cm त्रिज्या

Activity-Time

नीचे एक क्रियाकलाप दिया गया है। इसे घर पर या खाली पीरियेड में या इंटरवल में करके देखें।

मैदान/फ़र्श पर वृत खींचना :–

1. एक लंबा धागा लें। उसके एक सिरे पर चॉक कसकर बाँध दें।
2. मैदान/फ़र्श के बीच में एक बिंदु लगाएं। धागे के दूसरे सिरे को एक बच्चा उस बिंदु पर रखकर कसकर पकड़कर रखे।
3. दूसरा बच्चा चॉक को पकड़े तथा धागे को खींचकर चॉक से मैदान/फ़र्श पर निशान बनाता हुआ पहले बच्चे के चारों ओर घूम जाए।



इस प्रकार मैदान/फ़र्श पर वृत बनाकर, वृत के अंदर हम किसी भी प्रकार का डिज़ाइन बना सकते हैं।

किरण, रेखा तथा रेखाखंड को पहचानते हुए, सही उत्तर के लिए Box में tick (✓) करो।

1.

- [ ] रेखा (Line)
- [x] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

2.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

3.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

4.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

5.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

6.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

एक रेखाखंड की रचना करना

रूलर और परकार की सहायता से

शुरू करने से पहले देखें :-

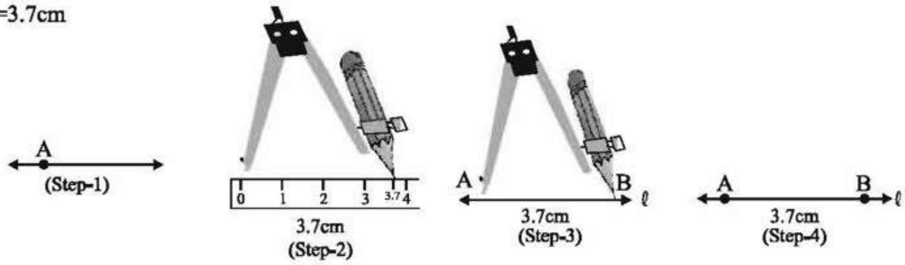
1. क्या आपकी पेन्सिल की नोंक नुकीली है?
2. क्या आपके पास दो पेन्सिलें हैं? एक परकार में रखने के लिए, दूसरी रेखा, बिंदु इत्यादि बनाने के लिए।
3. क्या आपकी परकार ज़्यादा ढीली या ज़्यादा टाइट तो नहीं?

याद रहे :- आपको रेखाएँ पतली खींचनी हैं तथा बिंदु, चाप इत्यादि हल्के बनाने हैं।

आओ, रेखाखंड खींचें:-

एक रेखाखंड खींचो जिसकी लंबाई 3.7cm है।

$\overline{AB}$=3.7cm



Step-(1) : एक रेखा ℓ खींचिए तथा उस पर बिंदु A अंकित कीजिए।

Step-(2) : परकार के नुकीले सिरे को रूलर के बिंदु '0' पर रखिए तथा 3.7cm तक खोलिए।

Step-(3) : परकार के फैलाव को बिना बदले तथा परकार की नोंक को A बिंदु पर रखकर रेखा ℓ पर एक चाप लगाया जो B बिंदु पर काटता है।

Step-(4) : AB = 3.7cm रेखाखंड है।

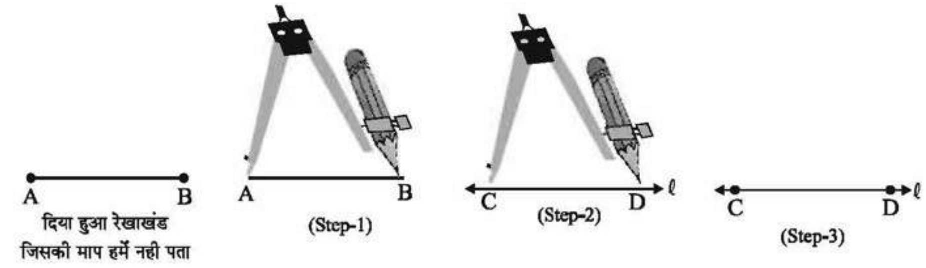
दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति को ही Box में बनाएँ।

3.7cm के रेखाखंड की रचना करो।

दिए गए रेखाखंड के बराबर रेखाखंड की रचना करना।

रूलर और परकार की सहायता से

(जिसकी लंबाई हमें ज्ञात नहीं है।)



Step-(1) : परकार की नोंक A पर रखें तथा खोलकर पेन्सिल B तक ले जाएं।

Step-(2) : कोई रेखा ℓ बनाइए। तथा उस पर बिंदु C लीजिए। Step-(1) में जितनी परकार खुली थी, उसे बिना हिलाए अब परकार की नोंक बिंदु C पर रखिए तथा रेखा ℓ को D पर काटें।

Step-(3) : रेखाखंड $\overline{CD}$ दिए गए रेखाखंड $\overline{AB}$ के बराबर है।

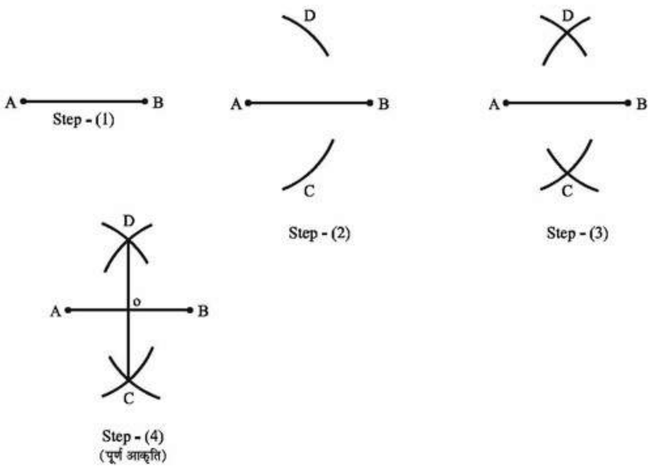
दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति को ही बॉक्स में बनाएँ।

दिए गए रेखाखंड XY के बराबर रेखाखंड PQ की रचना कीजिए।

रूलर तथा परकार की सहायता से दी हुई लंबाई के रेखाखंड की रचना कीजिए	दिए हुए उस रेखाखंड के बराबर रेखाखंड की रचना करो जिसकी लंबाई हमें ज्ञात नहीं है। (रूलर तथा परकार की सहायता से)
1. 3cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	1. रेखाखंड $\overline{AB}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{CD}$ बनाइए।
2. 4cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	2. रेखाखंड $\overline{XY}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{ST}$ रेखाखंड बनाइए।
3. 5.3cm लंबाई का एक रेखाखंड खींचो।	3. रेखाखंड $\overline{PQ}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{RS}$ बनाइए।
4. 4.7cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	4. रेखाखंड $\overline{TR}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{SP}$ बनाइए।

एक रेखाखंड का लंब समद्विभाजक खींचना
और
रेखाखंड को दो बराबर भागों में बाँटना

रूलर और परकार की सहायता से



Step-(1) : कोई भी रेखाखंड $\overline{AB}$ खींचिए।

Step-(2) : $\overline{AB}$ रेखाखंड के आधे से अधिक लंबाई की परकार खोलकर तथा परकार का नुकीला सिरा A पर रखकर केन्द्र $\overline{AB}$ रेखाखंड के ऊपर तथा नीचे चाप लगाइए।

Step-(3) : अब B को केन्द्र मानकर रेखाखंड $\overline{AB}$ के ऊपर व नीचे पुन: चाप लगाएँ जो पहले के चापों को C व D पर काटते हैं।

Step-(4) : C तथा D को रूलर की सहायता से मिलाइए।

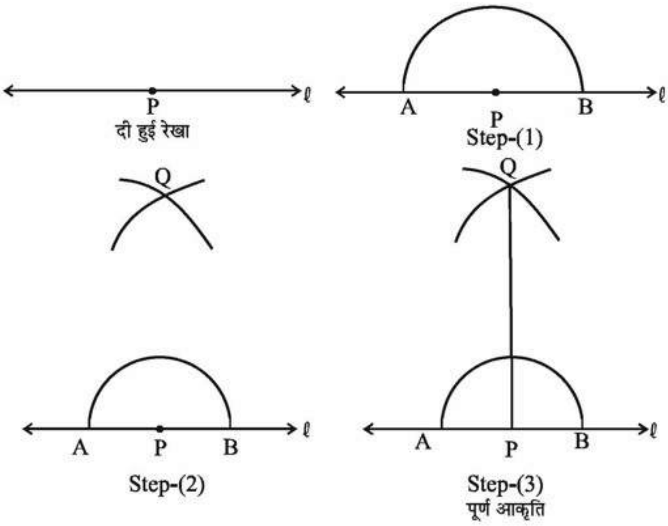
$\overline{AO} = \overline{OB}$ है तथा COD रेखाखंड $\overline{AB}$ का लंब समद्विभाजक है।

दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति बनाएँ।

रेखाखंड $\overline{PQ}$ का लंब समद्विभाजक खींचो।

एक दी हुई रेखा पर स्थित एक बिंदु से होकर लंब खींचना

रूलर और परकार की सहायता से



Step-(1) : P पर परकार की नोंक रखकर अर्धवृत खींचें जो ℓ को A और B पर काटता है।

Step-(2) : परकार में AB की लंबाई की आधी से ज्यादा दूरी भरकर, A पर परकार की नोंक रखकर ℓ के एक दिशा में चाप लगाया। परकार की उतनी ही दूरी से B पर परकार की नोंक रखकर, उसी दिशा में एक और चाप लगाया जो पहले चाप को Q पर काटता है।

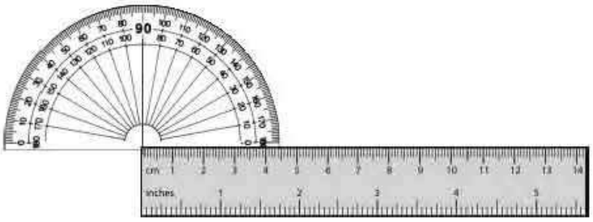
Step-(3) : P से Q से मिलाया। PQ रेखा ℓ पर लंब है।

दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति ही बॉक्स में बनाएँ।

रेखाखंड m पर बिन्दु A पर लंब खींचिए।

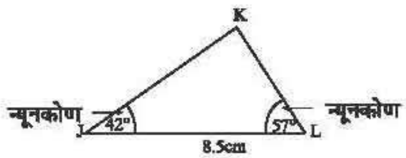
कोणमापक / चाँदा / Protractor को रखने की विधि तथा उसका प्रयोग

कोण बनाने के लिए कोणमापक तथा रूलर को रखने की सही विधि



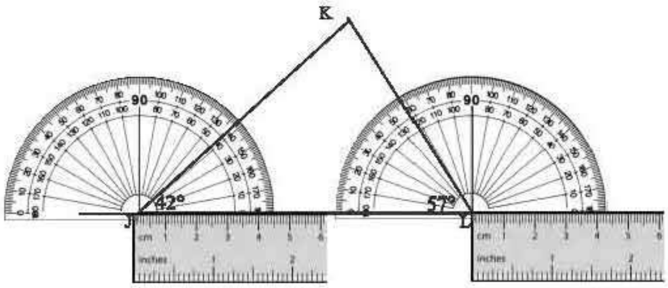
रूलर का '0' तथा कोणमापक के बीच की रेखा दोनों एक ही सरल रेखा में होने चाहिए।

रूलर तथा कोणमापक की मदद से कोण बनाना



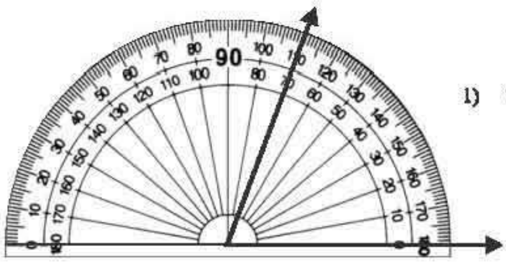
रेखा के दोनों तरफ न्यून कोण बनाने के लिए कोणमापक को दिखाई गई विधि के अनुसार रखकर कोण बनाएँ।

(ध्यान रहे कोणमापक को हमेशा '0°' से पढ़ना शुरू करें।)



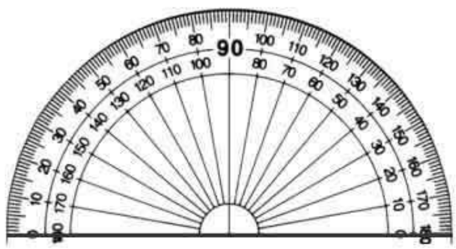
आओ कोण बनाएँ।

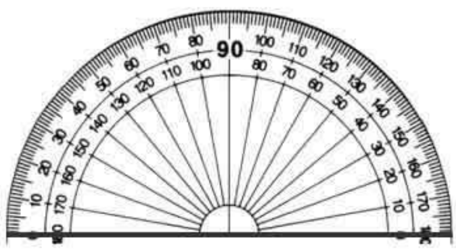
(याद रखें कोणमापक को '0°' से पढ़ना शुरू करना है।)



1) 70° का कोण

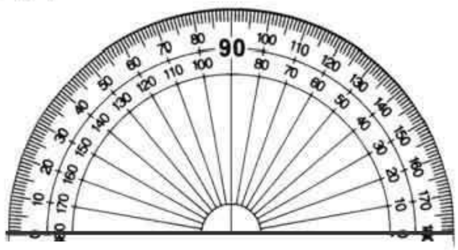
2) 120° का कोण





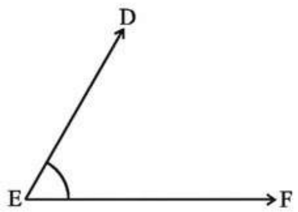
3) 65° का कोण

4) 140° का कोण



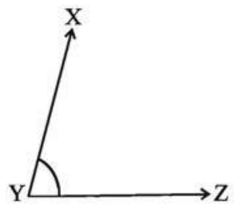
कोणमापक से मापकर कोण की माप लिखिए।

1.



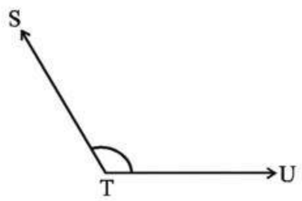
∠DEF..................

2.



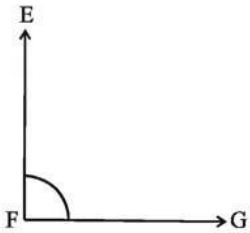
∠XYZ..................

3.



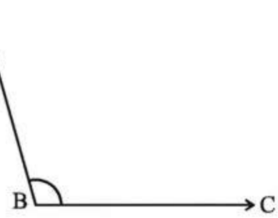
∠STU..................

4.



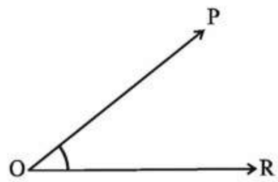
∠EFG..................

5.



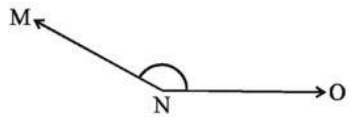
∠ABC..................

6.



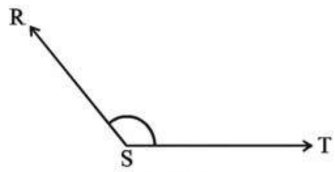
∠POR..................

7.



∠MNO..................

8.



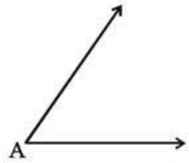
∠RST..................

एक दिए हुए कोण के बराबर कोण बनाना

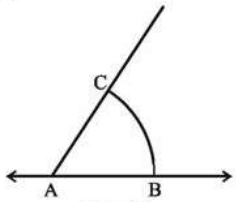
रूलर और परकार की सहायता से

कोण की माप हमें ज्ञात नहीं है।

दिए गए कोण ∠A के बराबर एक कोण की रचना करनी है।

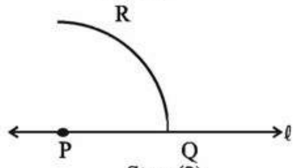


Step-(1) : परकार में कोई भी दूरी भरकर बिंदु A को केन्द्र मानकर एक चाप BC लगाइए।



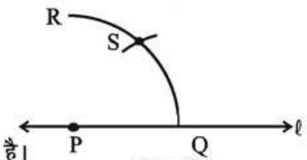
Step-(1)

Step-(2) : कोई एक रेखा ℓ बनाइए तथा उस पर कोई एक बिंदु P लीजिए। Step-(1) में जितनी परकार खोली थी उतनी परकार खोलकर परकार की नोंक को P पर रखकर QR चाप लगाइए।



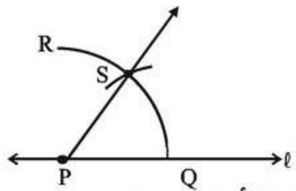
Step-(2)

Step-(3) : परकार को चाप BC के बराबर खोलकर उसके नुकीले सिरे को Q पर रखकर एक चाप लगाया जो चाप QR को S पर काटता है।



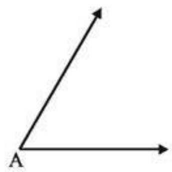
Step-(3)

Step-(4) : PS को मिलाकर आगे बढ़ाया। अब ∠A = ∠P है।
(परंतु हमें दोनों कोणों की माप पता नहीं है।)



Step-(4) पूर्ण आकृति

अब आप भी दिए गए कोण ∠A के बराबर ∠X बनाइए। (केवल पूर्ण आकृति ही बनाएँ)

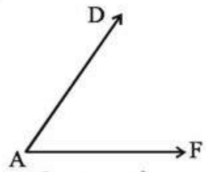


कोण को दो बराबर भागों में बाँटना

कोण का समद्विभाजक खींचना

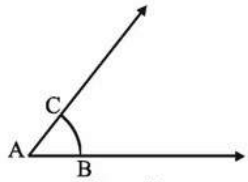
रूलर और परकार की सहायता से

दिए गए कोण ∠DAF का समद्विभाजक खींचना है।



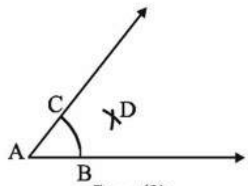
दिया हुआ कोण

Step-(1) : परकार में कोई भी दूरी भरकर तथा A को केन्द्र मानकर B से C तक चाप लगाइए।



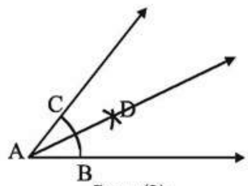
Step-(1)

Step-(2) : B को केन्द्र मानकर BC के आधे से अधिक की दूरी का परकार खोलकर एक चाप कोण A के अंदर वाले भाग में लगाइए।



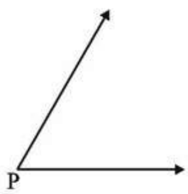
Step-(2)

Step-(3) : परकार में भरी उतनी ही दूरी से C को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाइए जो पहले चाप को बिंदु D पर काटता है। A को D से मिलाते हुए आगे बढ़ा दीजिए। AD कोण A का समद्विभाजक है।



Step-(3)

दिखाए गए Steps (चरणों) प्रयोग में लाकर दिए गए कोण ∠P का समद्विभाजन कीजिए।



दिए हुए मापों के कोण बनाइए तथा उनका समद्विभाजन कीजिए।

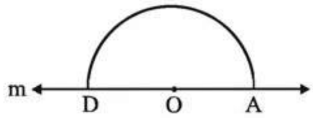
(रूलर तथा परकार की सहायता से)

- 15 के गुणाकों जैसे 30, 45, 60... इत्यादि के सभी कोण रूलर तथा परकार की सहायता से बनाए जा सकते हैं। इनकी रचना के लिए कोणमापक की आवश्यकता नहीं होती है।
- यदि आप 60°, 120° तथा 180° को कोण बनाना जानते हैं तो समद्विभाजन विधि से आप 7½°, 15°, 30°, 22½°, 45°, 75°, 90°, 105°, 135°, 150°, के कोण बना सकते हैं।

आइए 60° और 120° के कोण बनाते हैं।

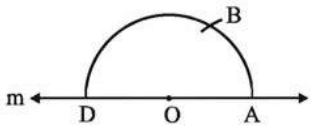
60° का कोण

Step-(1) : एक रेखा m खींचते हैं। उस पर किसी बिंदु O को केन्द्र मानकर अपने हिसाब से परकार खोलकर एक चाप लगाते हैं जो रेखा m को A ओर D पर काटता है।



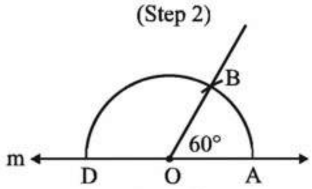
(Step 1)

Step-(2) : परकार के फैलाव को बिना बदले A को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाते हैं जो पिछले चाप को B पर काटता है।



(Step 2)

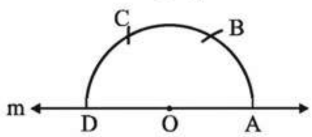
Step-(3): O को B से मिलाइए। 60° का कोण तैयार है।



Step-(3)

120° का कोण

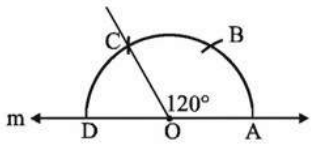
Step-(4) : अब परकार के फैलाव को बिना बदले B को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाते हैं जो पहले चाप को C पर काटता है।



(Step 4)

Step-(5) : O को C से मिलाते हुए रेखा खींचिए।

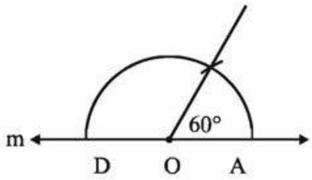
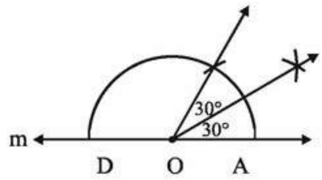
कोण $\angle COA = 120°$



(Step 4)

नीचे दिए गए कोण बनाइए तथा उनका समद्विभाजन कीजिए।

रूलर और परकार की सहायता से

(1) 60° का कोण 	30° का कोण (60° का समद्विभाजन) 
(2) 120° का कोण	90° का कोण (60° और 120° का समद्विभाजन)
(3) 180° का कोण	150° का कोण (180° और 120° का समद्विभाजन)

Notes

Notes

Notes

Document Outline

- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_001
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_002
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_003
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_004
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_005
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_006
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_007
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_008
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_009
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_010
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_011
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_012
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_013
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_014
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_015
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_016
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_017
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_018
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_019
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_020
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_021
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_022
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_023
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_024
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_025
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_026
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_027
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_028
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_029
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_030
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_031
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_032
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_033
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_034
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_035
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_036
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_037
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_038
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_039
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_040
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_041
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_042
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_043
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_044
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_045
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_046
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_047
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_048
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_049
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_050
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_051
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_052
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_053
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_054
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_055
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_056
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_057
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_058
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_059

- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_060
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_061
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_062
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_063
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_064
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_065
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_066
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_067
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_068
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_069
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_070
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_071
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_072
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_073
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_074
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_075
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_076
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_077
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_078
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_079
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_080
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_081
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_082
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_083
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_084
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_085
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_086
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_087
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_088
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_089
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_090
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_091
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_092
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_093
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_094
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_095
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_096
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_097
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_098
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_099
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_100
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_101
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_102
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_103
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_104
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_105
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_106
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_107
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_108
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_109
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_110
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_111
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_112
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_113
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_114
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_115
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_116
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_117
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_118
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_119
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_120
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_121
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_122

- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_123
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_124
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_125
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_126
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_127
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_128
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_129
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_130
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_131
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_132
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_133
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_134
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_135
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_136
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_137
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_138
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_139
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_140
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_141
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_142
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_143
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_144
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_145
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_146
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_147
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_148
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_149
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_150
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_151
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_152
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_153
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_154
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_155
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_156
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_157
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_158
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_159
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_160
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_161
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_162
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_163
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_164
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_165
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_166
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_167
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_168
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_169
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_170
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_171
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_172
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_173
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_174
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_175
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_176
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_177
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_178
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_179
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_180
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_181
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_182
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_183
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_184
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_185

- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_186
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_187
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_188
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_189
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_190
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_191
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_192
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_193
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_194
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_195
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_196
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_197
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_198
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_199
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_200
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_201
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_202
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_203
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_204
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_205
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_206
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_207
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_208
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_209
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_210
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_211
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_212
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_213
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_214
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_215
- 17-Pragati_II_Maths_Class_6_Page_216