

परिमिति और क्षेत्रफल

(Perimeter and Area)

10.1 परिचय

हम रेखा गणित की मूलभूत आकारों के बारे में अध्ययन किये। यदि हम सरल चित्रों की बात करते हैं, तो सरल चित्रों द्वारा तय की गयी क्षेत्र या सीमाओं के बारे में सोचते हैं, तो इन आकृतियों के आकार की तुलना का परिणाम चाहिए। अब हम आगे देखते हैं।

10.2 परिमाण या परिमिति

निम्न स्थितियों के बारे में सोचिए-

1. एक बालक वृत्ताकार मार्ग में भाग रहा है। वह बिंदु A से प्रारंभ कर बिंदु A पर ही आकर रुकता है। तब बालक द्वारा तय की गयी दूरी, वृत्ताकार मार्ग की परिमिति होगी।



2. एक व्यक्ति अपने खेत को तार से बाड़ करवाना चाहता है। आवश्यक तार की लम्बाई जानने के लिए हमें खेत के किनारों को मापना होगा।

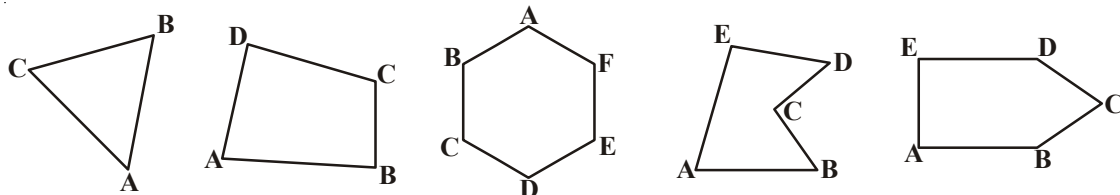
यह हमें खेत की परिमिति का ज्ञान करवाएगा। एक बंद या संवृत आकृति की सीमा की लम्बाई को उस आकृति का परिमाण कहेंगे।

हमारे दैनिक जीवन की कई स्थितियों में हम परिमिति का उपयोग करते हैं।

इसे करो

वह स्थिति के 5 उदाहरण दीजिए, जहां परिमिति जानना आवश्यक होगा।

दूसरी विधि से परिमित को देखिए।



एक तार या सुतली लो, विशेष लम्बाई अनुसार टुकड़े कर लो। आकार की परिधि या किनारे से टुकड़ों को फैलाते जाइए। सभी किनारे पूर्ण होने पर पूरी सुतली को एक जगह कर माप लें। सुतली की लम्बाई आकार के एक चक्कर लगाने के बराबर होगी।

यह लम्बाई को बंद आकृति की परिमिति कहते हैं। यह सुतली या तार की लम्बाई है, जिससे यह आकृति बनी।

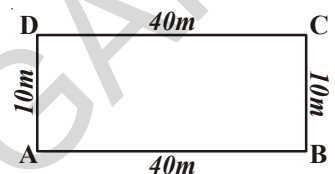
हम कह सकते हैं कि परिमिति वह दूरी है, जो बंद आकृति की परिधि, किनारा या सीमा है, जब आप उस आकृति की एक चक्कर लगाते हैं।

इसे करो

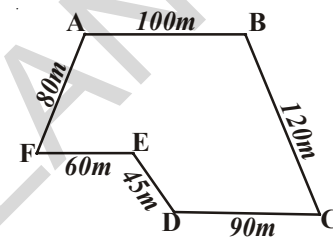
यह आकृतियों की परिमिति क्या होगी ?

दिये गये रिक्त स्थानों की पूर्ति करो। हर स्थिति में बिंदु A से प्रारंभ करें।

- (i) परिमाप = $AB + \dots + \dots + \dots$
 = $\dots + \dots + \dots + \dots$
 = $\dots$ मी



- (ii) परिमाप = $AB + \dots + \dots$
 + $\dots + \dots + \dots$
 = $\dots + \dots + \dots$
 + $\dots + \dots + \dots$
 = $\dots$ मी



हम देखते हैं कि एक बंद रेखा खण्डों से निर्मित आकृति का परिमाप प्राप्त करने के लिए हमें उस आकृति के सभी रेखा खण्डों का योग प्राप्त करना होगा।

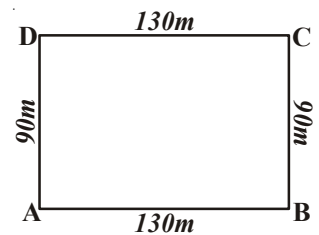
उदाहरण-1. रितु एक बगीचे में जाती है, जिसकी लम्बाई 130 मी. और चौड़ाई 90 मी. है। उसकी वह पूरी एक चक्कर लेती है। उसने कितनी दूरी तय की।

हल : रितु द्वारा कुल तय की गयी दूरी-

बगीचे की परिमिति ABCD

$$= AB + BC + CD + DA$$

$$= 130 + 90 + 130 + 90 = 440 \text{ मी.}$$



उदाहरण-2. दी गयी आकृति की परिमिति ज्ञात करो।

हल: $IJ = DC = 3 \text{ m}$ $EF = HG = 2 \text{ m}$

$$AB = LK = 4 \text{ m} \quad FG = KJ = CB = 1 \text{ m}$$

$$AL = BC + DE + FG + HI + JK$$

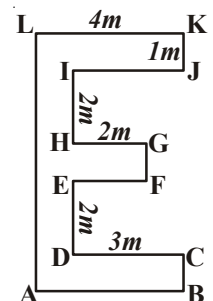
$$= 1 \text{ m} + 2 \text{ m} + 1 \text{ m} + 2 \text{ m} + 1 \text{ m}$$

$$= 7 \text{ m}$$

$$\text{परिमिति} = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KL + LA$$

$$= 4 \text{ m} + 1 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2 \text{ m} + 2 \text{ m} + 1 \text{ m}$$

$$+ 2 \text{ m} + 2 \text{ m} + 3 \text{ m} + 1 \text{ m} + 4 \text{ m} + 7 \text{ m} = 32 \text{ m}$$



प्रयत्न करो



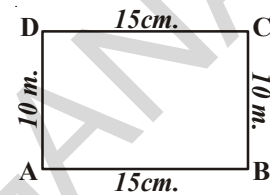
निम्न की परिमिति ज्ञात करो ?

1. एक मेज जिसके किनारे क्रमशः 30 सेमी., 15 सेमी., 30 सेमी. और 15 सेमी हो।
2. किताब के कवर के किनारों की लम्बाई माप कर, परिमिति ज्ञात करो।
3. एक आयाताकार बगीचे के किनारे 100 मीटर और 70 मीटर तार लगाना हो तो अगर 1 मीटर तार का मूल्य 20 रु हो तो, पूरे तार का मूल्य का क्या होगा ?

10.2.1 आयात की परिमिति (Perimeter of Rectangle)

मान लो एक आयात ABCD जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 15 से. मी. और 10 से.मी. हो इसकी परिमिति क्या होगी ?

$$\begin{aligned}
 \text{आयात की परिमिति} &= \text{चार भुजाओं की लम्बाई का योग} \\
 &= AB + BC + CD + DA \\
 &= AB + BC + AB + BC \\
 &= 2 \times AB + 2 \times BC \\
 &= 2 \times (AB + BC) \\
 &= 2 \times (15 \text{ cm} + 10 \text{ cm}) \\
 &= 2 \times 25 \text{ cm} \\
 &= 50 \text{ cm}
 \end{aligned}$$



हमें ज्ञात है कि आयात की सम्मुख भुजाएं समान होती है,
इसीलिए $AB = CD, AD = BC$

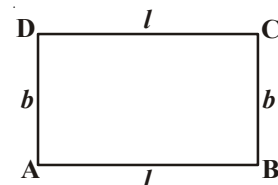
हम देखते हैं कि

आयात की परिमिति = लम्बाई + चौड़ाई + लम्बाई + चौड़ाई

आयात परिमिति = $2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$

आयात परिमिति $P = 2(l + b)$

जहां l = लम्बाई, b = चौड़ाई और p = परिमिति।



कोशिश करें



निम्न तालिका से आयात की परिमिति ज्ञात करो:

आयात लम्बाई	आयात चौड़ाई	परिमिति चार भुजाओं का योग	परिमिति सूत्र द्वारा $2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$
20 से.मी.	15 से.मी.	$= 20 \text{ से.मी.} + 15 \text{ से.मी.}$ $+ 20 \text{ से.मी.} + 15 \text{ से.मी.}$ $= 70 \text{ से.मी.}$	$= 2 \times (20 + 15)$ $= 2 \times (35)$ $= 70 \text{ से.मी.}$
0.7 मी.	0.3 मी.		
22 से.मी.	18 से.मी.		
12.5 से.मी.	7.5 से.मी.		

उदाहरण-3. एक आयताकार खेत की परिमिति ज्ञात करो, जो 36 मी. लम्बा और 24 मी. चौड़ा हो।

हल : खेत की लम्बाई $l = 36$ मी.

खेत की चौड़ाई $b = 24$ मी.

$$\begin{aligned}\text{अतः खेत की परिमिति} &= 2(l + b) \\ &= 2(36 + 24) \text{ मी.} \\ &= 2 \times 60 \text{ मी.} \\ &= 120 \text{ मी.}\end{aligned}$$

उदाहरण-4. एक आयत की चौड़ाई ज्ञात करो, जिसकी परिमिति 76 से.मी. और लम्बाई 26 से.मी. हो।

हल : आयत परिमिति $P = 76$ से.मी.

आयत की लम्बाई $l = 26$ से.मी.

आयत की परिमिति $= 2(l + b)$

$$\text{इसीलिए } 76 = 2(26 + b)$$

$$26 + b = 76 \div 2 = 38$$

$$\text{चौड़ाई} = 38 - 26 = 12 \text{ से.मी.}$$

अतः आयत की चौड़ाई $= 12$ से.मी.

उदाहरण-5. एक आयताकार खेत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 22.5 मीटर और 14.5 मीटर है। इसके चारों ओर फेंसिंग का मूल्य ज्ञात करो, दर होगा 1. मीटर के लिए रुपये 6।

हल : खेत की लम्बाई $l = 22.5$ मी.

खेत की चौड़ाई $b = 14.5$ मी.

खेत की परिमिति $(P) = 2(l + b)$

$$= 2(22.5 + 14.5) \text{ मी.}$$

$$= 2 \times 37 \text{ मी.}$$

$$= 74 \text{ मी.}$$

अतः 1 मी. को रुपये 6 से फेंसिंग का मूल्य

$$= \text{रु. } (6 \times 74)$$

$$= \text{रु. } 444$$

उदाहरण-6. कितने विभिन्न संपूर्ण नाप के आयत बनाये जा सकते हैं, जिनकी परिमिति 32 से.मी. हो।

$$\text{हल : परिमिति का आधा} = \frac{32}{2} \text{ से.मी.} = 16 \text{ से.मी.}$$

अब हमें उतारे जाने वाले आयत की संख्या ज्ञात करना होगा, जिसकी भुजाएं, लम्बाई और चौड़ाई का योग 16 से.मी. हो। ध्यान दें कि भुजाएँ से.मी. में चैंगिक पूर्ण संख्याएं हैं।

तमाम ल+चौ की संभावित जोड़ियां हैं

(15, 1) (14, 2) (13, 3) (12, 4) (11, 5) (10, 6) (9, 7) (8, 8)

अतः आठ आयत उतारे जा सकते हैं।

इसे करो



1. एक वर्ग फोटो फ्रेम की भुजाएं 0.75 मी. हैं। 20 रु. मीटर की दर से रंगीन कागज़ लगाने का क्या खर्च होगा ?
2. एक रस्सी की लम्बाई 44 से.मी. हो तो उस रस्सी से कितने विभिन्न आयत बनाए जा सकते हैं, जिनकी लम्बाई और चौड़ाई एक योगिक पूर्ण संख्या हो।
3. अगर मेरे पास 41 से.मी. लम्बी रस्सी हो, तो क्या मैं पूरी रस्सी का उपयोग कर आयत बना सकता हूँ? कारण बताइए ?

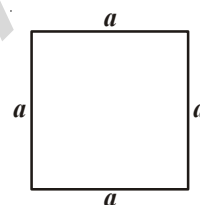
10.2.2 परिमिति- सामान्य आकार (Perimeter of Simple Figures)

बहुभुज साधारण संवृत सरल चित्र है, जो रेखा खण्डों से घिरे होते हैं। अगर बहुभुज की सभी भुजाएं समान हो और कोण भी समान हो तो उसे सामान्य बहुभुज कहते हैं।

समबाहु त्रिभुज सामान्य तीन भुजाओं वाला बहुभुज है।

वर्ग सामान्य चार भुजाओं वाला बहुभुज है। अब हम कोशिश करते हैं कि वर्ग की परिमिति प्राप्त करें। क्योंकि वर्ग की सभी भुजाएं समान होती हैं।

$$\begin{aligned}\text{इसीलिए परिमिति} &= a + a + a + a \\ &= 4 \times a = 4a\end{aligned}$$



वर्ग की परिमिति = 4 × कोई भी भुजा की लम्बाई

सम बाहु त्रिभुज को देखें, जिससे हर भुजा 4 से.मी. हो, तो क्या हम परिमिति प्राप्त कर सकते हैं।

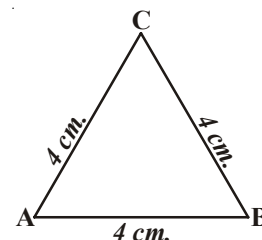
समबाहु त्रिभुज की परिमिति

$$\begin{aligned}&= (4 + 4 + 4) \text{ से.मी.} \\ &= 3 \times 4 \text{ cm} = 12 \text{ से.मी.}\end{aligned}$$

सामान्यतः अगर 'a' एक भुजा को प्रतिस्थापित करता, एक समबाहु त्रिभुज की परिमिति होगी $3 \times a = 3a$.

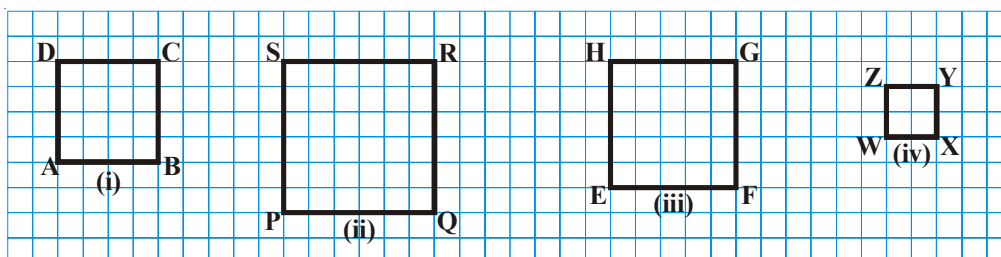
इसलिए हम पाते हैं कि

समबाहु त्रिभुज की परिमिति = 3 × कोई भी भुजा की लम्बाई



इसे करो

1. निम्न वर्गों की परिमिति ज्ञात करो। चित्र 1 से.मी. ढांचा से उतारे गए हैं।



2. अपने परिसर से विभिन्न वस्तुओं को बताइए जो सामान्य आकार और परिमिति रखते हैं।

सामान्य बहुभुज

ज्यामिति के सभी समान भुजाएं और समान कोण वाली आकृतियों को सामान्य आकार कहते हैं। वर्ग और समबाहु त्रिभुज सामान्य आकार के उदाहरण हैं। यह 5 भुजाएं 6 भुजाएं या अधिक भुजाओं वाले सामान्य आकृतियां हो सकती हैं। उनकी परिमिति उनकी भुजाओं का योगफल होता है।

सामाधारणतः हम देखते हैं कि

$$5\text{-भुजाओं वाले बहुभुज (पंचभुज)} = 5 \times \text{कोई भी भुजा की लम्बाई}$$

$$6\text{-भुजाओं वाले बहुभुज (षट्भुज)} = 6 \times \text{कोई भी भुजा की लम्बाई}$$

$$8\text{-भुजाओं वाले बहुभुज (अष्टभुज)} = 8 \times \text{कोई भी भुजा की लम्बाई}$$

इसे करो

पंच भुज जिसकी भुजा 8 से.मी. हो परिमिति ज्ञात करो।



उदाहरण-7. एक वर्गाकार बगीचा, जिसकी भुजा 250 मी. हो, 20 रु. प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च क्या होगा?

हल : वर्गाकार बगीचे का परिमाप

$$= 4 \times \text{भुजा की लम्बाई}$$

$$= 4 \times 250 \text{ m} = 1000 \text{ मी.}$$

पार्क को बाड़ लगाने की दर

$$= \text{रु. } 20 \text{ मीटर}$$

अतः पार्क को बाड़ लगाने का कुल मूल्य

$$= \text{रु. } 1000 \times 20 = \text{रु. } 20,000$$

उदाहरण-8. समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करो, जिसकी परिमिति 54 से.मी. हो।

हल: समबाहु त्रिभुज की परिमिति $= 3 \times \text{भुजा की लम्बाई}$

$$\text{अतः भुजा की लम्बाई} = \frac{\text{परिमिति}}{3} = \frac{54 \text{ cm}}{3} = 18 \text{ से.मी.}$$

उदाहरण-9. एक तार के टुकड़े की लम्बाई 24 से.मी. हो, हर भुजा की लम्बाई क्या होगी, अगर तार से बनाये जायेंगे ?

(i) समबाहु त्रिभुज ?

(ii) वर्ग ?

(iii)

सामान्य षट्भुज ?

हल:

(i) समबाहु त्रिभुज में 3 समान भुजाएं होती हैं, इसलिए प्रत्येक तार की लम्बाई को उसे भाग देने पर हमें एक भुजा की लम्बाई ज्ञात होगी।

$$\text{समबाहु त्रिभुज की हर भुजा की लम्बाई होगी} = \frac{24 \text{ cm}}{3} = 8 \text{ से.मी.}$$

(ii) वर्ग की चार भुजाएं होती हैं, इसलिए हम तार की लम्बाई को 4 से भाग देने पर हमें एक भुजा की लम्बाई प्राप्त होगी।

$$\text{इसलिए हर भुजा होगी} = \frac{24 \text{ cm}}{4} = 6 \text{ से.मी.}$$

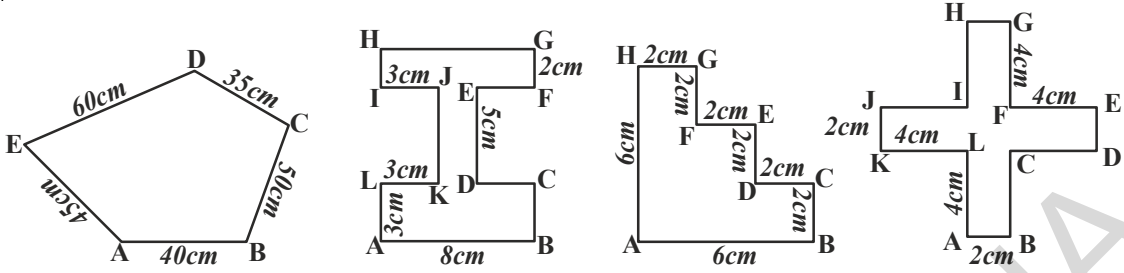
(iii) सामान्य षट्भुज की 6 समान भुजाएं होती हैं। इसलिए हम तार की लम्बाई को 6 से भाग देने पर हमें एक भुजा की लम्बाई ज्ञात होगी।

$$\text{षट्भुज की हर भुजा की लम्बाई होगी} = \frac{24 \text{ cm}}{6} = 4 \text{ से.मी.}$$

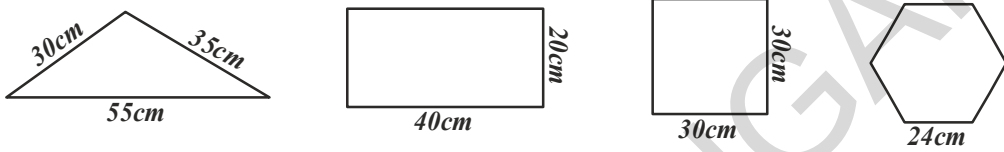


अभ्यास 10.1

1. निम्न आकृतियों की परिमिति ज्ञात करो ?



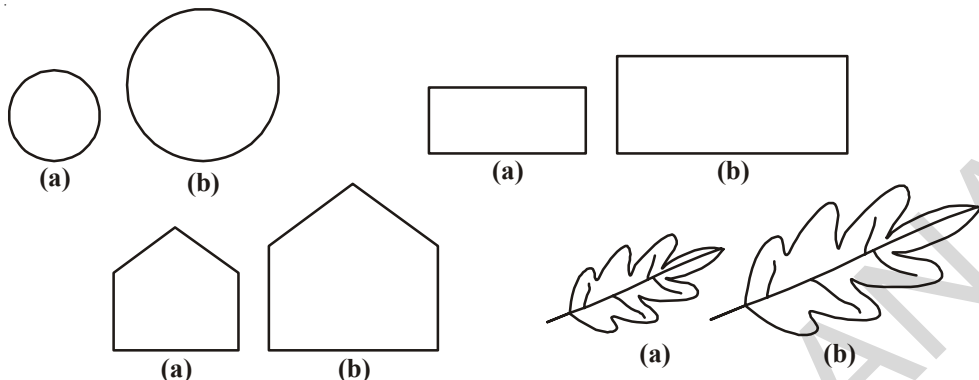
2. निम्न चित्रों की परिमिति ज्ञात करो ?



- 1 मी. तार का मूल्य है ₹15, तो यह आकृतियों के अतराफ तार लगाने का मूल्य क्या होगा ?
3. 24 से.मी. लम्बी रस्सी से कितने विभिन्न आयत जिनकी भुजा यौगिक पूर्ण संख्या हो, बना सकते हैं और आयतों की भुजा कितने से.मी. होगी ?
4. एक वर्गाकार पौधे की क्यारी जिसकी भुजा 3.5 मी. हो, हर भुजा को चार बार रस्सी से कसना है। 1 मी. रस्सी का मूल्य ₹15 हो तो आवश्यक रस्सी का मूल्य ज्ञात करो ?
5. एक 60 से.मी. लम्बा तार का टुकड़ा है। हर भुजा की लम्बाई कितनी होगी, जब तार से बनाया जाएगा ?
- समबाहु त्रिभुज
 - वर्ग
 - सामान्य षटभुज
 - सामान्य पंचभुज
6. बंटी और बबली प्रतिदिन सुबह की सैर को जाते हैं। बंटी वर्गाकार बगीचे के चारों ओर जाता, जिसकी भुजा 80 मी. हो। बबली आयताकार बगीचे के अतराफ जाता, जसकी लम्बाई 90 मी. और चौड़ाई 60मी. हो, दोनों 3 चक्कर लगाते। बताओ किसने अधिक दूरी तय की और कितनी अधिक ?
7. अगर एक आयत की लम्बाई चौड़ाई से दुगनी हो, परिमिति 48 से.मी. हो तो आयत का माप ज्ञात करो ?
8. एक त्रिभुज की दो भुजाएं 12 से.मी. और 14 से.मी. और परिमिति 36 से.मी. हो, तो तीसरी भुजा की लम्बाई क्या होगी ?
9. निम्न आकृतियों की परिमिति ज्ञात करो ?
- त्रिभुज जिसकी भुजाएं 3 से.मी., 4 से.मी. और 5 से.मी. हो ?
 - समबाहु त्रिभुज जिसकी भुजा 9 से.मी. हो ?
 - सम द्विबाहु त्रिभुज समान भुजाएं 8 से.मी. और तीसरी भुजा 6 से.मी. हो।

10.3 क्षेत्रफल (Area)

नीचे दिये गये संवृत (बंद) आकृतियों को देखो। सभी समतल पर कुछ जगह घेरते हैं। कौनसा चित्र अधिक क्षेत्र घेरता है। उस (✓) चिह्नित कीजिए।

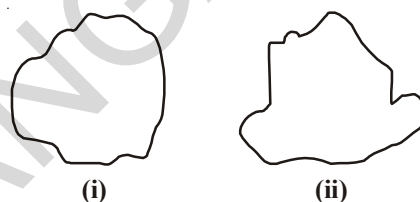


एक बंद चित्र द्वारा जितना क्षेत्र घेरा गया, उसे क्षेत्रफल कहते हैं।

उपरोक्त चित्रों की जोड़ियों में हम बता सकते हैं कि कौनसा चित्र अधिक क्षेत्र घेरता है, परंतु क्या यह हमेशा संभव है ?

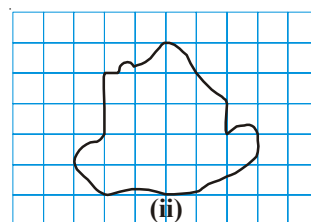
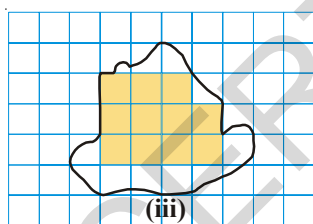
सामने दिये हुए चित्र को देखो।

कौनसा चित्र अधिक क्षेत्र घेरता है। यह कहना आसान नहीं है। ग्राफ पेपर का उपयोग करते हैं, जिसमें हर वर्ग का मापन 1. से.मी. × 1 से.मी.



आकृति (ii) लेकर ग्राफ पेपर पर रखकर उस चित्र का बाहरी आकार ग्राफ पेपर पर उतारिये। हम आपके लिए एक किए हैं।

चित्र द्वारा घिरे वर्गों पर ध्यान दें। कोई पूर्ण, कोई आधे, कोई आधे से कम, कोई आधे से ज्यादा, पूर्ण ढके वर्गों को गहरा रंग दिया गया है। चित्र (iii).



परंतु हम देखते हैं कि इससे एक छोटी सी समस्या है। वर्ग क्षेत्रफल जिसे हम नाप रहे हैं, उससे वर्ग ठीक से नहीं जम रहे हैं। थोड़े पूर्ण जमते, थोड़े बिल्कुल कम घिरे, कुछ उस आकृति से ज्यादा घिरे हैं। समस्या से निकलने के लिए हम एक नियम को अपनाते हैं।

- आधे से कम वर्गों को स्वीकार न करना।
- अगर आधे से बढ़कर हो तो उसे 1 वर्ग स्वीकारना।
- ठीक आधे वर्ग को $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई स्वीकारना।
- 1 पूर्ण वर्ग क्षेत्रफल को 1 वर्ग इकाई स्वीकारना। यदि यह से.मी. वर्ग हो तो 1 वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग से.मी. होगा।

इस प्रकार की धारणा से वर्ग का क्षेत्रफल स्पष्ट होता है, जिससे अस्वीकृत वर्ग की तुलना करते हैं, स्वीकृत वर्ग की जो अधूरे हैं।

चित्र (iii) में दिये गये वर्गों को गिनो और निम्न तालिका में भरो।

	धिरा हुआ क्षेत्र	वर्गों की संख्या	मूल्य निरूपण क्षेत्र वर्ग इकाई
(i)	पूर्ण भरे वर्ग	11	11
(ii)	आधे भरे वर्ग	2	$2 \times \frac{1}{2}$
(iii)	आधे से अधिक भरे वर्ग	8	8
(iv)	आधे से कम भरे वर्ग	3	0

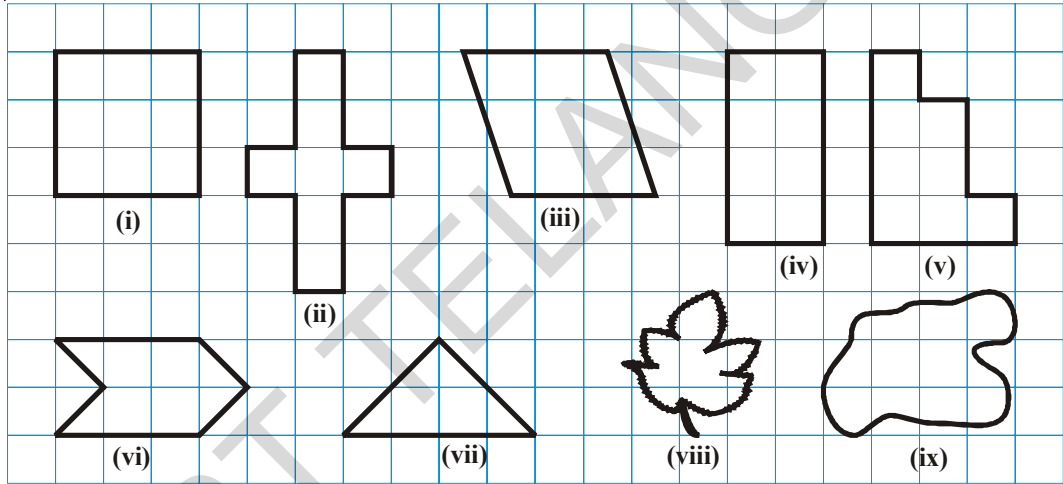
हम ऐसे ही बाह्य रेखा चित्र को ग्राफ पेपर पर उतार कर उनमें के वर्गों की गिनती कर 2 आकृतियों की तुलना कर सकते हैं।

$$\begin{aligned}\text{कुल क्षेत्रफल} &= 11 + 2 \times \frac{1}{2} + 8 \\ &= 20 \text{ वर्ग इकाई}\end{aligned}$$

इसे करो



वर्गों की गिनती द्वारा निम्न चित्रों का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



इसे करो

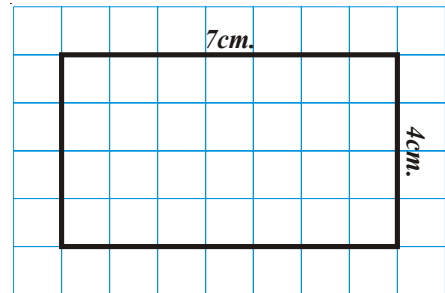


1. ग्राफ पेपर पर पत्ते, फूल की पत्तियाँ और ऐसी कई वस्तुओं का चित्र उतार कर, उसका अति समीप क्षेत्रफल ज्ञात करो।
2. ग्राफ पेपर पर कोई भी रेखा चित्र उतारकर वर्गों की गिनती कर क्षेत्रफल निश्चित करो।

10.3.1 आयत का क्षेत्रफल (Area of Rectangle)

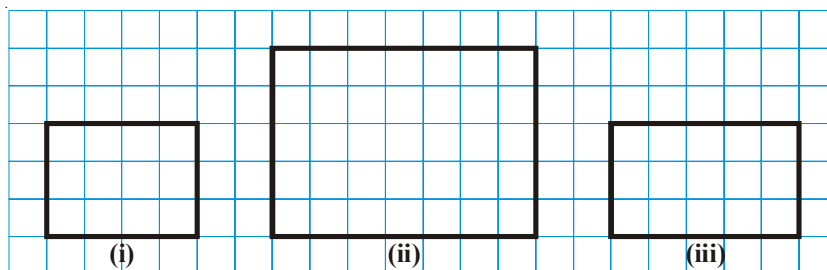
वर्गाकार वर्गीत पेपर की सहायता से क्या हम आयत का क्षेत्रफल कह सकते हैं, जिसकी लम्बाई 7 से.मी. और चौड़ाई 4 से.मी. हो।

1 से.मी. $\times$ 1 से.मी. वाले ग्राफ पेपर पर एक आयत उतारो, जो पूरे 28 वर्ग घेरता है। अतः आयत का क्षेत्रफल = 28 वर्ग से.मी.।



हम देखते हैं कि 4 पंक्तियों हैं और हर पंक्ति में 7 वर्ग हैं।

यह ऐसे भी लिखा जा सकता है 7×4 वर्ग से.मी. (लम्बाई $\times$ चौड़ाई) = 28 वर्ग से.मी.



क्र.सं.	लम्बाई	चौड़ाई	क्षेत्रफल वर्गों की कुल संख्या	$l \times b$
1.	04	03	12	$4 \times 3 = 12$
2.				
3.				

अतः उपरोक्त वाद-विवाद के परिणाम को इस प्रकार दर्शाते हैं

$$\text{आयत क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

ग्राफ पेपर के उपयोग के बिना भी हम आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते हैं। उदाहरणतः अगर आयत की लंबाई 6 से.मी. और चौड़ाई 4 से.मी. हो, तब आयत का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 6 \text{ से.मी.} \times 4 \text{ से.मी.} \\ &= 24 \text{ वर्ग से.मी.} \end{aligned}$$

इसे करो

1. दो विभिन्न आयत जिनकी परिमिति समान हो, इनके क्षेत्रफल की तुलना करो, क्या वह समान है? क्या आप इसी परिमिति के दो भिन्न वर्ग बना सकते हैं?



इसे करो

1. क्षेत्रफल ज्ञात करो।
 - (i) अपनी कक्षा के फर्श का
 - (ii) अपने घर के दरवाजे का
 - (iii) अपनी कक्षा के श्याम पट का



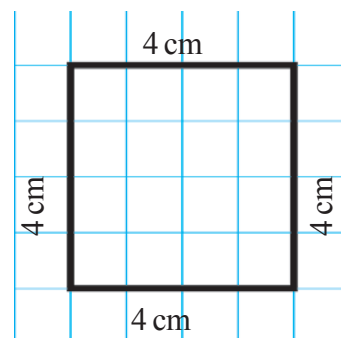
10.3.2 वर्ग का क्षेत्रफल (Area of the Square)

मान लो एक वर्ग जिसकी भुजा 4 से.मी. हो।

अगर इसे ग्राफ पेपर पर रखने से हम क्या देखते हैं?

वह 16 वर्ग को ढकता है।

वर्ग का क्षेत्रफल $= 4 \times 4$ वर्ग से.मी. = 16 वर्ग से.मी.



इसमें चार पंक्तियां हैं और पंक्ति में 4 वर्ग हैं। इसीलिए क्षेत्रफल होगा 4×4 वर्ग से.मी. हम जानते हैं कि वर्ग आयत के समान ही है, विशेष स्थिति यह है कि इसकी लम्बाई भी चौड़ाई के समान होती है।



इसे करो

कुछ वर्गों की एक भुजा की लम्बाई दी गई है। ग्राफ पेपर की सहायता से क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(i) 4 से.मी. (ii) 6 से.मी. (iii) 2 से.मी. (iv) 8 से.मी.

कुछ वर्गों की एक भुजा की लम्बाई दी गयी है। ग्राफ पेपर की सहायता से क्षेत्रफल ज्ञात करो।

$$\begin{aligned}\text{वर्ग क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\ &= (\text{भुजा})^2\end{aligned}$$

परिणाम मेल खायेगा।

उदाहरण-10. 144 से.मी., 100 से.मी. लम्बाई, चौड़ाई वाले क्षेत्र को जमाने के लिए 12 से.मी., 5 से.मी. माप के कितने टाइल की आवश्यकता होगी?

$$\begin{aligned}\text{हल :} \quad &\text{क्षेत्र की लम्बाई} = 144 \text{ से.मी.} \\ &\text{क्षेत्र की चौड़ाई} = 100 \text{ से.मी.} \\ &\text{क्षेत्र का क्षेत्रफल} = 144 \text{ cm} \times 100 \text{ से.मी.} \\ &= 14,400 \text{ वर्ग से.मी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\text{टाइल की लम्बाई} = 12 \text{ से.मी.} \\ &\text{टाइल की चौड़ाई} = 5 \text{ से.मी.} \\ &1 \text{ टाइल का क्षेत्रफल} = 12 \text{ से.मी.} \times 5 \text{ से.मी.} \\ &= 60 \text{ वर्ग से.मी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः आवश्यक टाइल की संख्या} &= \frac{\text{पूरे क्षेत्र का क्षेत्रफल}}{1 \text{ टाइल का क्षेत्रफल}} = \frac{14400}{60} \\ &= 240 \text{ tiles}\end{aligned}$$

उदाहरण-11. एक आयत और वर्ग की परिमिति समान है। आयत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 35 से.मी. और 25 से.मी. है। किस आकृति का क्षेत्रफल अधिक और कितना अधिक है ?

$$\begin{aligned}\text{हल : आयत की परिमिति} &= 2 (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \\ &= 2 (35 + 25) = 2 \times 60 = 120 \text{ से.मी.} \\ \therefore \text{वर्ग की परिमिति} &= 120 \text{ से.मी.}\end{aligned}$$

$$\text{वर्ग की भुजा} = \frac{120}{4} = 30 \text{ से.मी.}$$

$$\therefore \text{वर्ग क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2 = (30)^2 = 900 \text{ वर्ग से.मी.}$$

$$\begin{aligned}\text{आयत क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 35 \times 25 = 875 \text{ वर्ग से.मी.}\end{aligned}$$

$$\text{अतः वर्ग का क्षेत्रफल अधिक है} = (900 - 875) \text{ से.मी.} = 25 \text{ वर्ग से.मी.}$$

उदाहरण-12. आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो, जिसकी लम्बाई 4 मी. और चौड़ाई 68 से.मी. हो, क्षेत्रफल वर्ग से.मी. हो।

$$\begin{aligned}\text{हल: आयत की चौड़ाई} &= 68 \text{ से.मी.} \\ \text{आयत की लम्बाई} &= 4 \text{ मी.} = 400 \text{ से.मी.} \\ \text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 400 \times 68 \text{ वर्ग से.मी.} \\ &= 27,200 \text{ वर्ग से.मी.}\end{aligned}$$

उदाहरण-13. एक आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल 1120 वर्ग मी. और लम्बाई 40 मी. हो तो चौड़ाई ज्ञात करो।

$$\begin{aligned}\text{हल : आयत का क्षेत्रफल} &= 1,120 \text{ वर्ग मी.} \\ \text{आयत की लम्बाई} &= 40 \text{ मी.} \\ \text{आयत की चौड़ाई} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाई}} = \frac{1120}{40} = 28 \text{ मी.}\end{aligned}$$

उदाहरण-14. पांच वर्गाकार फूलों की क्यारियां जिनकी भुजा 1 मी. की एक भूमि के टुकड़े पर खोदी गयी, जिसकी लम्बाई 5 मी. और चौड़ाई 4 मी. है। बची हुई भूमि का क्षेत्रफल क्या होगा ?

$$\begin{aligned}\text{हल : भूमि के टुकड़े का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 5 \times 4 \text{ वर्ग मी.} \\ &= 20 \text{ वर्ग मी.} \\ 1 \text{ वर्ग फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल} &= 1 \text{ वर्ग मी.} \\ \text{इस प्रकार 5 वर्गाकार फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल} &= 5 \text{ वर्ग मी.} \\ \text{बची हुई भूमि} &= 20 - 5 = 15 \text{ वर्ग मी.}\end{aligned}$$



अभ्यास 10.2

- निम्न आयतों का क्षेत्रफल ज्ञात करो, जिनकी भुजाएं दी गयी हैं।
 - 50 से.मी. and 20 से.मी.
 - 65 मी. and 45 मी.
 - 25 से.मी. and 16 से.मी.
 - 7 कि.मी. and 19 कि.मी.
- वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करो, जिसकी भुजाएं हैं-
 - 26 मी.
 - 17 कि.मी.
 - 52 से.मी.
 - 8 से.मी.
- एक आयतकार फ्रेम का क्षेत्रफल 1125 वर्ग से.मी., अगर उसकी चौड़ाई 25 से.मी. हो तो लम्बाई ज्ञात करो।

4. एक आयताकार खेत की लम्बाई 60 मी. और चौड़ाई लम्बाई के आधी चौड़ाई है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करो ?
5. एक वर्गाकार कागज के तख्ते की परिमिति 40 से.मी. उसकी भुजा की लम्बाई ज्ञात करो और तख्ते का क्षेत्रफल भी ज्ञात करो ?
6. एक आयताकार भूमि का क्षेत्रफल 2400 वर्ग मी. है और भुजाओं का अनुपात 3:2 परिमिति ज्ञात करो ?
7. एक कमरे की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 6 मी. और 4 मी. कितने वर्ग कालीन की आवश्यकता होगी, कमरे के फर्श को ढकने के लिए। 1 वर्ग मी. कालीन का मूल्य रु. 240 हो तो फर्श को ढकने कालीन का मूल्य क्या होगा ?
8. दो खेत की परिमिति समान है। एक वर्गाकार जिसकी भुजा 72 मी. और दूसरी आयताकार जिसकी लम्बाई 80 मी. और चौड़ाई 60 मी.। किस खेत का क्षेत्रफल अधिक और कितना अधिक है ?
9. एक वर्ग का क्षेत्रफल 49 वर्ग से.मी. है। एक आयत की परिमिति भी वर्ग के समान ही है। अगर आयत की लम्बाई 9.3 से.मी. हो, तो चौड़ाई कितनी होगी ? और ज्ञात करो कि किसका क्षेत्रफल अधिक है ?
10. राहुल एक आयताकार खेत का मालिक है, जिसकी लम्बाई 400 मी. और चौड़ाई 200 मी., उसका मित्र रामु भी एक वर्गाकार खेत का मालिक है, जिसकी लम्बाई 300 मी. है। दोनों खेतों को फेंसिंग बाड़ लगाने का खर्च क्या होगा, जब 1 मी. तार का मूल्य है रु. 150। 10 वर्ग मी. की दूरी से 1 पेड़ लगाया जाए, तो कौन अपने खेत में अधिक पेड़ लगा सकता है और कितने अधिक पेड़ लगा सकता है।
11. एक आयताकार फर्श की लम्बाई, चौड़ाई से 20 मी. अधिक और परिमिति 280 मी. हो तो लम्बाई ज्ञात करो ?
12. एक आयताकार भूमि का मापन 240 मी., 200 मी. है। 1 मीटर फेंसिंग का मूल्य रु. 30 हो तो पूरे खेत के फेंसिंग करने का मूल्य क्या होगा ?
13. वर्गाकार खेत की भुजा 120 मी. है। 1 वर्ग मी. घास का मैदान बनाने का मूल्य रु. 35 हो, तो पूरे खेत को घास के मैदान में बदलने का मूल्य क्या होगा ?
14. आयत का क्षेत्रफल क्या होगा यदि
 - (i) उसकी लम्बाई और चौड़ाई को दुगुनी कर दी गयी तो ?
 - (ii) उसकी लम्बाई को दुगुनी और चौड़ाई को तिगुनी कर दी जाए तो ?
15. एक वर्ग के क्षेत्रफल का क्या होगा, यदि उसकी भुजा को,
 - (i) दुगुनी कर दे
 - (ii) आधी कर दे।

हमने क्या सीखा?

- परिमिति वह दूरी है, जो बंद आकृति की परिधि, किनारा या सीमा है, जिसके आप एक चक्कर लगाते हो।
- आयात की परिमिति = $2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$
 - आयात की परिमिति = $4 \times \text{भुजा की लम्बाई}$
 - समबाहु त्रिभुज की परिमिति = $3 \times \text{कोई 1 भुजा की लम्बाई}$
- आकृतियां, जिसमें सभी भुजाएं और कोण समान हो, उन्हें सामान्य संवृत आकृति कहते हैं।
 - सामान्य आकार की परिमिति, उसकी भुजाओं की संख्या तथा भुजा की लम्बाई का गुणनफल है।
- बंद आकृति से ढका हुआ कुल पृष्ठ भाग उस आकृति का क्षेत्रफल कहलाता है।
- वर्गाकार कागज की सहायता से क्षेत्रफल की गणना करना निम्न रीति को अपनाता है।
 - आधे से कम वर्गों को स्वीकार न करना।
 - क्षेत्र में आधे से बढ़कर वर्ग हो तो उसे 1 वर्ग स्वीकारना।
 - यदि ठीक आधा वर्ग ढका हो तो उसे $\frac{1}{2}$ वर्ग स्वीकारना
- आयात का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई
 - वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा $\times$ भुजा
 - वर्ग का क्षेत्रफल, दूसरे आयत के क्षेत्रफल से अधिक होता है। यदि दोनों की परिमिति समान हो तो।

