1. **વિસ્તરણનાં પ્રથમ ત્રણ પદોનો ઉપયોગ કરી $(0.99)^5$ ની આશરે કિંમત શોધો.**

➥ $(0.99)^5$

$= (1 - 0.01)^5$

$= {}^5C_0 + {}^5C_1(-0.01) + {}^5C_2(-0.01)^2 + \ldots\ldots$

$= 1 - 0.05 + 10\ (0.0001) + \ldots\ldots$

$= 1 - 0.05 + 0.001 + \ldots\ldots$

$= 0.951$

2. **જો $(3 + ax)^9$ ના વિસ્તરણમાં x^2 અને x^3 ના સહગુણકો સમાન હોય, તો a શોધો.**

➥ $(3 + ax)^9$ નું વ્યાપક પદ :

$T_{r+1} = {}^9C_r\ (3)^{9-r}\ (ax)^r$

$\quad\quad = {}^9C_r\ (3)^{9-r}\ (a)^r\ (x)^r$

x^2 નો સહગુણક $=$ x^3 નો સહગુણક

$\therefore\ {}^9C_2\ (3)^{9-2}\ (a)^2 = {}^9C_3\ (3)^{9-3}\ (a)^3$

$\therefore\ \dfrac{9 \times 8}{2 \times 1}(3)^7 = \dfrac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}(3)^6\ (a)$

$\therefore\ a = \dfrac{3 \times 3}{7}$

$\therefore\ a = \dfrac{9}{7}$

3. **જો a અને b ભિન્ન પૂર્ણાંક હોય, તો સાબિત કરો કે, $a^n - b^n$ નો એક અવયવ $a - b$ છે, જ્યાં n એ ધન પૂર્ણાંક છે. (સૂચન : $a^n = (a - b + b)^n$ લઈ વિસ્તરણ કરો.)**

➥ $a^n = [(a - b) + b]^n$

$= {}^nC_0(a - b)^n + {}^nC_1(a - b)^{n-1} \cdot b + {}^nC_2(a - b)^{n-2} \cdot b^2 + \ldots\ldots + {}^nC_{n-1}(a - b) \cdot b^{n-1} + {}^nC_n\, b^n$

$\Rightarrow a^n - b^n = (a - b)^n + {}^nC_1(a - b)^{n-1} \cdot b + {}^nC_2(a - b)^{n-2} \cdot b^2 + \ldots\ldots + {}^nC_{n-1}(a - b) \cdot b^{n-1}.$

$\Rightarrow a^n - b^n = (a - b)\ [(a - b)^{n-1} + {}^nC_1(a - b)^{n-2} \cdot b + {}^nC_2(a - b)^{n-3} \cdot b^2 + \ldots\ldots + {}^nC_{n-1} \cdot b^{n-1}].$

જે $(a - b)$ વડે વિભાજ્ય છે.

$\therefore\ a^n - b^n$ નો એક અવયવ $(a - b)$ છે.

4. **$\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^6 - \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^6$ ની કિંમત શોધો.**

➥ $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 = {}^6C_0(\sqrt{3})^6 + {}^6C_1(\sqrt{3})^5(\sqrt{2}) +$

$\quad {}^6C_2(\sqrt{3})^4(\sqrt{2})^2 + {}^6C_3(\sqrt{3})^3(\sqrt{2})^3 +$

$\quad {}^6C_4(\sqrt{3})^2(\sqrt{2})^4 + {}^6C_5(\sqrt{3})(\sqrt{2})^5 +$

$\quad {}^6C_6(\sqrt{2})^6$

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^6 = {}^6C_0(\sqrt{3})^6 - {}^6C_1(\sqrt{3})^5(\sqrt{2}) +$

$^6C_2(\sqrt{3})^4(\sqrt{2})^2 - {}^6C_3(\sqrt{3})^3(\sqrt{2})^3 +$

$^6C_4(\sqrt{3})^2(\sqrt{2})^4 - {}^6C_5(\sqrt{3})(\sqrt{2})^5 +$

$^6C_6(\sqrt{2})^6$

હવે, $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^6 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^6$

$= 2\left[{}^6C_1(\sqrt{3})^5(\sqrt{2}) + {}^6C_3(\sqrt{3})^3(\sqrt{2})^3 + {}^6C_5(\sqrt{3})(\sqrt{2})^5\right]$

$= 2\left[6\times 9(\sqrt{3})(\sqrt{2}) + 20\times 3\times 2(\sqrt{3})(\sqrt{2}) + 6\times 4(\sqrt{3})(\sqrt{2})\right]$

$= 2\left[54(\sqrt{6}) + 120(\sqrt{6}) + 24(\sqrt{6})\right]$

$= 2\left[198(\sqrt{6})\right]$

$= 396(\sqrt{6})$

5. $\left(a^2+\sqrt{a^2-1}\right)^4 + \left(a^2-\sqrt{a^2-1}\right)^4$ ની કિંમત શોધો.

➡ $\left(a^2+\sqrt{a^2-1}\right)^4$

$= {}^4C_0(a^2)^4 + {}^4C_1(a^2)^3(\sqrt{a^2-1}) + {}^4C_2(a^2)^2(\sqrt{a^2-1})^2 + {}^4C_3(a^2)(\sqrt{a^2-1})^3 + {}^4C_4(\sqrt{a^2-1})^4$

$\left(a^2-\sqrt{a^2-1}\right)^4$

$= {}^4C_0(a^2)^4 - {}^4C_1(a^2)^3(\sqrt{a^2-1}) + {}^4C_2(a^2)^2(\sqrt{a^2-1})^2 - {}^4C_3(a^2)(\sqrt{a^2-1})^3 + {}^4C_4(\sqrt{a^2-1})^4$

$\therefore \left(a^2+\sqrt{a^2-1}\right)^4 + \left(a^2-\sqrt{a^2-1}\right)^4$

$= 2\left[{}^4C_0(a^2)^4 + {}^4C_2(a^2)^2(\sqrt{a^2-1})^2 + {}^4C_4(\sqrt{a^2-1})^4\right]$

$= 2\left[a^8 + 6a^4(a^2-1) + (a^2-1)^2\right]$

$= 2\left[a^8 + 6a^6 - 6a^4 + a^4 - 2a^2 + 1\right]$

$= 2a^8 + 12a^6 - 10a^4 - 4a^2 + 2$

6. જો $\left(\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^n$ ના વિસ્તરણના શરૂઆતથી પાંચમા પદ અને છેલ્લેથી પાંચમા પદનો ગુણોત્તર $\sqrt{6} : 1$ હોય તો n શોધો.

➡ $\left(\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^n$ નું વ્યાપક પદ :

$T_{r+1} = {}^nC_r\left(\sqrt[4]{2}\right)^{n-r}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^r$

શરૂઆતથી 6 મું પદ T_5,

$T_5 = T_{4+1} = {}^nC_4\left(\sqrt[4]{2}\right)^{n-4}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^4$

$= {}^nC_4(2)^{\frac{n-4}{4}}\left(\frac{1}{3^{\frac{4}{4}}}\right)$

$= {}^nC_4\ \frac{(2)^{\frac{n}{4}}}{2}\times\frac{1}{3}$

$= {}^nC_4\ \frac{(2)^{\frac{n}{4}}}{6}$ ....(1)

છેલ્લેથી 5 મું પદ T_{n-3}

$$T_{n-3} = T_{(n-4)+1} = {}^{n}C_{n-4} \left(\sqrt[4]{2}\right)^{4} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{n-4}$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ (2)^{\frac{4}{4}} \left(\frac{1}{3^{\frac{n-4}{4}}}\right)$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ (2) \left(\frac{3}{3^{\frac{n}{4}}}\right)$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ \frac{(6)}{3^{\frac{n}{4}}}$$

➡ $\left(\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{n}$ નું વ્યાપક પદ :

$$T_{r+1} = {}^{n}C_{r} \left(\sqrt[4]{2}\right)^{n-r} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{r}$$

શરૂઆતથી 6 મું પદ T_5,

$$T_5 = T_{4+1} = {}^{n}C_{4} \left(\sqrt[4]{2}\right)^{n-4} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{4}$$

$$= {}^{n}C_{4} (2)^{\frac{n-4}{4}} \left(\frac{1}{3^{\frac{4}{4}}}\right)$$

$$= {}^{n}C_{4}\ \frac{(2)^{\frac{n}{4}}}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= {}^{n}C_{4}\ \frac{(2)^{\frac{n}{4}}}{6} \qquad ....(1)$$

છેલ્લેથી 5 મું પદ T_{n-3}

$$T_{n-3} = T_{(n-4)+1} = {}^{n}C_{n-4} \left(\sqrt[4]{2}\right)^{4} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{n-4}$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ (2)^{\frac{4}{4}} \left(\frac{1}{3^{\frac{n-4}{4}}}\right)$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ (2) \left(\frac{3}{3^{\frac{n}{4}}}\right)$$

$$= {}^{n}C_{n-4}\ \frac{(6)}{3^{\frac{n}{4}}}$$

7. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી $\left(1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^{4}$, $x \neq 0$ નું વિસ્તરણ કરો.**

➡ $\left(1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^{4}$

$$= \left[\left(1 + \frac{x}{2}\right) - \frac{2}{x}\right]^4$$

$$= {}^4C_0\left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - {}^4C_1\left(1+\frac{x}{2}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right) + {}^4C_2\left(1+\frac{x}{2}\right)^2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - {}^4C_3\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(\frac{2}{x}\right)^3 + {}^4C_4\left(\frac{2}{x}\right)^4$$

$$= \left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - 4\left(1+\frac{x}{2}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right) + 6\left(1+\frac{x}{2}\right)^2\left(\frac{4}{x^2}\right) - 4\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(\frac{8}{x^3}\right) + \frac{16}{x^4}$$

$$= \left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{8}{x}\left(1+\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{24}{x^2}\left(1+\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{32}{x^3}\left(1+\frac{x}{2}\right) + \frac{16}{x^4}$$

હવે, $\left(1+\frac{x}{2}\right)^4 = {}^4C_0 + {}^4C_1\left(\frac{x}{2}\right) + {}^4C_2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^4C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3 + {}^4C_4\left(\frac{x}{2}\right)^4$

$$= 1 + 2x + \frac{3x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{16}$$

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^3 = {}^3C_0 + {}^3C_1\left(\frac{x}{2}\right) + {}^3C_2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^3C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3$$

$$= 1 + \frac{3x}{2} + \frac{3x^2}{4} + \frac{x^3}{8}$$

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^2 = 1 + x + \frac{x^2}{4}$$

➡ $\left(1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^4$

$$= \left[\left(1 + \frac{x}{2}\right) - \frac{2}{x}\right]^4$$

$$= {}^4C_0\left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - {}^4C_1\left(1+\frac{x}{2}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right) + {}^4C_2\left(1+\frac{x}{2}\right)^2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - {}^4C_3\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(\frac{2}{x}\right)^3 + {}^4C_4\left(\frac{2}{x}\right)^4$$

$$= \left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - 4\left(1+\frac{x}{2}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right) + 6\left(1+\frac{x}{2}\right)^2\left(\frac{4}{x^2}\right) - 4\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(\frac{8}{x^3}\right) + \frac{16}{x^4}$$

$$= \left(1+\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{8}{x}\left(1+\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{24}{x^2}\left(1+\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{32}{x^3}\left(1+\frac{x}{2}\right) + \frac{16}{x^4}$$

હવે, $\left(1+\frac{x}{2}\right)^4 = {}^4C_0 + {}^4C_1\left(\frac{x}{2}\right) + {}^4C_2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^4C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3 + {}^4C_4\left(\frac{x}{2}\right)^4$

$$= 1 + 2x + \frac{3x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{16}$$

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^3 = {}^3C_0 + {}^3C_1\left(\frac{x}{2}\right) + {}^3C_2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^3C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3$$

$$= 1 + \frac{3x}{2} + \frac{3x^2}{4} + \frac{x^3}{8}$$

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^2 = 1 + x + \frac{x^2}{4}$$

8. દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી $(3x^2 - 2ax + 3a^2)^3$ નું વિસ્તરણ શોધો.

➡ $(3x^2 - 2ax + 3a^2)^3$

$= \left[(3x^2 - 2ax) + 3a^2\right]^3$

$= {}^3C_0(3x^2 - 2ax)^3 + {}^3C_1(3x^2 - 2ax)^2(3a^2) + {}^3C_2(3x^2 - 2ax)(3a^2)^2 + {}^3C_3(3a^2)^3$

$= 1[{}^3C_0(3x^2)^3 - {}^3C_1(3x^2)^2(2ax) + {}^3C_2(3x^2)(2ax)^2 + {}^3C_3(2ax)^3] + 3(9x^4 - 12x^3a + 4a^2x^2)(3a^2) +$
$3(3x^2 - 2ax)(9a^4) + (27a^6)$

$= 27x^6 - 54x^5a + 36x^4a^2 - 8x^3a^3 + 81x^4a^2 - 108x^3a^3 + 36x^2a^4 + 81x^2a^4 - 54xa^5 + 27a^6$

$= 27x^6 - 54x^5a + 117x^4a^2 - 116x^3a^3 + 117x^2a^4 - 54xa^5 + 27a^6$

9. $\left(9x - \dfrac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$, $x \neq 0$ **નાં વિસ્તરણમાં 13 મું પદ શોધો.**

➥ **18564**

10. $\left(\sqrt{x} - \dfrac{k}{x^2}\right)^{10}$ **નાં વિસ્તરણમાં અચળ પદ 405 હોય તો k નું મૂલ્ય મેળવો.**

➥ ± 3

11. જો $(a + b)^n$ ના વિસ્તરણનાં પ્રથમ ત્રણ પદો અનુક્રમે 729, 7290 અને 30375 હોય, તો a, b અને n શોધો.

➥ $(a + b)^n = {}^nC_0a^n + {}^nC_1a^{n-1}b + {}^nC_2a^{n-2}b + \ldots\ldots$

$= a^n + na^{n-1}b + \dfrac{n(n-1)}{2} \times a^{n-2}b^2 + \ldots\ldots$

આપેલ છે કે,

પ્રથમ ત્રણ પદ $a^n = 729$

$na^{n-1}b = 7290 \Rightarrow na^n\dfrac{b}{a} = 7290$ અને $\dfrac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 = 30375 \Rightarrow n(n-1)a^n\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 = 2\times30375$

$\dfrac{na^nb}{a} = 7290 \Rightarrow \dfrac{nb}{a} = \dfrac{7290}{a^n} = \dfrac{7290}{729} = 10$

$\Rightarrow \dfrac{nb}{a} = 10$

$\therefore \dfrac{b}{a} = \dfrac{10}{n}$

હવે $n(n-1)a^n\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 = 2 \times 30375$

$\therefore n(n-1)(729)\left(\dfrac{10}{n}\right)^2 = 2 \times 30375$

$\therefore 1 - \dfrac{1}{n} = \dfrac{2 \times 30375}{729 \times 100} = \dfrac{5}{6}$

$\therefore 1 - \dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{n}$

$\therefore \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{n}$

$\therefore n = 6$

હવે $a^n = 729$

$\therefore a^6 = 3^6 \quad \Rightarrow \quad a = 3$

$\dfrac{b}{} = \dfrac{10}{}$

$a \quad n$

$\therefore b = \frac{10a}{n} = \frac{10 \times 3}{6} = 5$

$\therefore\ b = 5$

આમ, $a = 3$, $b = 5$ તથા $n = 6$ મળે છે.

12. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી, $(1 + 2x)^6\ (1 - x)^7$ ના ગુણાકારમાં x^5 નો સહગુણક શોધો.**

➡ $(1 + 2x)^6\ (1 - x)^7$

$= \{{}^6C_0 + {}^6C_1(2x) + {}^6C_2(2x)^2 + {}^6C_3(2x)^3 + {}^6C_4(2x)^4 + {}^6C_5(2x)^5 + ...\}$

$\{{}^7C_0 - {}^7C_1\, x + {}^7C_2\, x^2 - {}^7C_3\, x^3 + {}^7C_4\, x^4 - {}^7C_5\, x^5 + ...\}$

$= \{1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + ...\} \cdot \{1 - 7x + 21x^2 - 35x^3 + 35x^4 - 21x^5 + ...\}$

આપેલ ગુણાકારમાં x^5 નો સહગુણક $= 1(-21) + 12(35) + 60(-35) + 160(21) + 240(-7) + (192)(1)$

$= -21 + 420 - 2100 + 3360 - 1680 + 192$

$= 171$

13. $\left(x - \frac{3}{x^2}\right)^m$, $x \neq 0$ **નાં વિસ્તરણમાં પ્રથમ ત્રણ પદોનાં સહગુણકોનો સરવાળો 559 છે. ($m \in N$) તો તેનાં વિસ્તરણમાં x^3 નો સહગુણક શોધો.**

➡ **–5940**

14. $\left(ax^2 + \frac{1}{bx}\right)^{11}$ **નાં વિસ્તરણમાં x^7 નો સહગુણક તથા** $\left(ax - \frac{1}{bx^2}\right)^{11}$ **નાં વિસ્તરણમાં x^{-7} નો સહગુણક સમાન હોય તો સાબિત કરો કે, $ab = 1$.**

➡ **જાતે ગણો.**

15. **$(1 + a)^n$ નાં વિસ્તરણમાં a^{r-1}, a^r અને a^{r+1} ના સહગુણકો સમાંતર શ્રેણીમાં હોય તો સાબિત કરો કે, $n^2 - n(4r + 1) + 4r^2 - 2 = 0$.**

➡ **જાતે ગણો.**

16. **$(x + a)^n$ નાં વિસ્તરણમાં ત્રીજું, ચોથું અને પાંચમું પદ અનુક્રમે 84, 280 અને 560 હોય તો x, a અને n શોધો.**

➡ **$x = 1$, $a = 2$, $n = 7$**

17. $\left(x^{\frac{1}{5}} + y^{\frac{1}{10}}\right)^{55}$ **નાં વિસ્તરણમાં x અને y નો ઘાતાંક પૂર્ણાંક હોય તેવા પદોની સંખ્યા કેટલી ?**

➡ **6**

18. **$(1 + 2a)^4\ (2 - a)^5$ નાં વિસ્તરણમાં a^4 નો સહગુણક મેળવો.**

➡ **– 438**

19. **સાબિત કરો કે :** $\binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + 3\binom{n}{2} + ... + (n+1)\binom{n}{n} = (n+2)\cdot 2^{n-1}$

➡ **જાતે ગણો.**

20. **સાબિત કરો કે :** $\binom{n}{0} + \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{3}\binom{n}{2} + ... + \frac{1}{n+1}\binom{n}{n} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.

➡ **જાતે ગણો.**

21. **સાબિત કરો કે,** $\left(2 + \sqrt{3}\right)^7 + \left(2 - \sqrt{3}\right)^7 = 10084$ **તથા તે પરથી તારવો કે** $10083 < \left(2 + \sqrt{3}\right)^7 < 10084$.

➡ **જાતે ગણો.**

22. **બતાવો કે, $(1 - x^2)^{10}$ નાં વિસ્તરણમાં x^{10} નાં સહગુણક તથા** $\left(x - \frac{2}{x}\right)^{10}$ **નાં વિસ્તરણમાં અચળ પદનો ગુણોત્તર**

➡ **1 : 32 છે.**

23. **$(1 + x + x^2 + x^3)^{11}$ નાં વિસ્તરણમાં x^4 નો સહગુણક મેળવો.**

➡ **990**