ಅಧ್ಯಾಯ – 4

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಆ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟೂ ಅತ್ಯಂತ ಸರಳ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವುದು ವಿಶ್ಲೇಷಣಾ ಕಲೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಉಪಯೋಗ.

– ಎಡ್ಮಂಡ್ ಹ್ಯಾಲಿ

4.1 ಪೀಠಿಕೆ

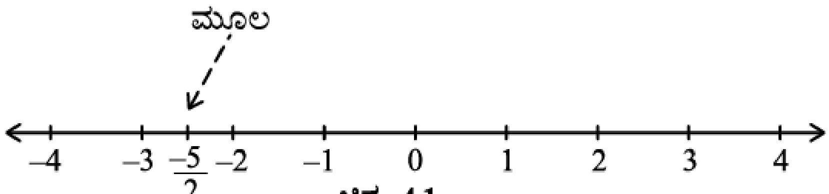
ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ? $x+1=0, x+\sqrt{2}=0$ ಮತ್ತು $\sqrt{2}y+\sqrt{3}=0$ ಇವುಗಳು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದು. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಏಕೈಕ (ಅಂದರೆ ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಒಂದು) ಪರಿಹಾರ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದೂ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೂಡಾ ನೀವು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವುದಕ್ಕೆ ಅದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿದೆಯೆ? ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ ಅದು ಏಕೈಕ (ಅನನ್ಯ)ವೆ? ಪರಿಹಾರವು ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ಕಾಣಿಸಬಹುದು? ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಿರಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು, 3ನೆಯ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಲಿತಂತಹ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

4.2 ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

ಮೊದಲು, ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$$2x + 5 = 0$$

ಇದರ ಪರಿಹಾರ, ಅಂದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲವು $-\frac{5}{2}$. ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ. 4.1

ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೀವು ಯಾವಾಗಲೂ ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರದ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಪರಿಣಾಮ ಬೀರುವುದಿಲ್ಲ.

(i) ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು (ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದು).

(ii) ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸುವುದು.

ಈಗ ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಭಾರತ ಮತ್ತು ಶ್ರೀಲಂಕಾಗಳ ನಡುವೆ ನಾಗ್ಪುರದಲ್ಲಿ ಆಡಲಾದ ಏಕದಿನ ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಪಂದ್ಯಾವಳಿಯಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಭಾರತೀಯ ಬ್ಯಾಟ್‌ಮನ್‌ಗಳು ಜಂಟಿಯಾಗಿ 176 ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಬಾರಿಸಿದರು. ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಯಾರೊಬ್ಬರ ಸ್ಕೋರ್‌ಗಳೂ ತಿಳಿದಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೊಡಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಎರಡು ಅವ್ಯಕ್ತ (ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ) ಪರಿಮಾಣಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು x ಮತ್ತು y ಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸೋಣ. ಆಗ ಒಬ್ಬ ದಾಂಡಿಗನು(ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮನ್) ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳು x ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬ ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳು y. ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವುದೆಂದರೆ.

$$x + y = 176,$$

ಇದು ಬೇಕಾದ ಸಮೀಕರಣ.

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಇದು ಉದಾಹರಣೆ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು x ಮತ್ತು y ಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುವುದು ಒಂದು ಪದ್ಧತಿ. ಆದರೆ ಇತರೇ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಬಳಸಬಹುದು. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಂದರೆ :

$1.2s + 3t = 5$, $p + 4q = 7$, $\pi u + 5v = 9$ ಮತ್ತು $3 = \sqrt{2}x - 7y$.

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ,

$1.2s + 3t – 5 = 0$, $p + 4q – 7 = 0$, $\pi u + 5v – 9 = 0$ ಮತ್ತು $\sqrt{2}x - 7y - 3 = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ a, b ಮತ್ತು c ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ, a ಮತ್ತು b ಈ ಎರಡೂ ಸೊನ್ನೆ ಅಲ್ಲದಿರುವ $ax + by + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ, ಯಾವುದೇ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ ನೀವು ಇಂತಹ ಅನೇಕಾನೇಕ ಸಮೀಕಣಗಳನ್ನು ಚಿಂತಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1 : ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $ax + by + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ a, b ಮತ್ತು c ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $2x + 3y = 4.37$ (ii) $x - 4 = \sqrt{3}y$

(iii) $4 = 5x - 3y$ (iv) $2x = y$.

ಪರಿಹಾರ : (i) $2x + 3y = 4.37$ ನ್ನು $2x + 3y - 4.37 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ $a = 2$, $b = 3$ ಮತ್ತು $c = -4.37$

(ii) $x - 4 = \sqrt{3}y$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $x - \sqrt{3}y - 4 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ $a = 1$, $b = -\sqrt{3}$ ಮತ್ತು $c = -4$.

(iii) $4 = 5x - 3y$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $5x - 3y - 4 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ $a = 5$, $b = -3$, $c = -4$. ಇದನ್ನು $-5x + 3y + 4 = 0$ ಎಂದು ಕೂಡಾ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ನೀವು ಒಪ್ಪುವಿರಾ? ಆಗ $a = -5$, $b = 3$ ಮತ್ತು $c = 4$.

(iv) $2x = y$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $2x - y + 0 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ $a = 2$, $b = -1$ ಮತ್ತು $c = 0$

$ax + b = 0$ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣಗಳೂ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೂ ಸಹ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. ಯಾಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

$$ax + 0y + b = 0$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $4 - 3x = 0$ ಯನ್ನು $-3x + 0.y + 4 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $x = -5$ (ii) $y = 2$

(iii) $2x = 3$ (iv) $5y = 2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $x = -5$ ನ್ನು $1.x + 0.y = -5$ ಅಥವಾ $1.x + 0.y + 5 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(ii) $y = 2$ ನ್ನು $0.x + 1.y = 2$ ಅಥವಾ $0.x + 1.y - 2 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iii) $2x = 3$ ನ್ನು $2x + 0.y - 3 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iv) $5y = 2$ ನ್ನು $0.x + 5y - 2 = 0$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಒಂದು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆಯು ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ಒಂದು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು¡' x ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ' y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

2. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು $ax + by + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ a, b ಮತ್ತು c ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $2x + 3y = 9.35$ (ii) $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$ (iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$ (v) $2x = -5y$ (vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$ (viii) $5 = 2x$

4.3 ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ

ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರ ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದ್ದೀರಿ. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ, ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಿ? ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಪರಿಹಾರವೆಂದರೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಬೆಲೆಗಳು. ಈ ಪರಿಹಾರದಲ್ಲಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ x ಗೆ ಒಂದು ಬೆಲೆ, y ಗೆ ಒಂದು ಬೆಲೆ ಇರುತ್ತದೆ. $2x + 3y = 12$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಇಲ್ಲಿ $x = 3$, $y = 2$ ಎಂಬುದು ಪರಿಹಾರ. ನೀಡಿದ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $x = 3$, $y = 2$ ಎಂದು ಆದೇಶಿದಾಗ ನೀವು ಕಾಣುವುದೆಂದರೆ,

$$2x + 3y = (2 \times 3) + (3 \times 2) = 12$$

ಈ ಪರಿಹಾರವನ್ನು, ಮೊದಲು x ನ ಬೆಲೆ, ಬಳಿಕ y ಯ ಬೆಲೆ ಇರುವಂತೆ, ಅಣಿತಯುಗ್ಮ (3, 2) ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಅದೇ ರೀತಿ (0, 4) ಕೂಡಾ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

ಆದರೆ $2x + 3y = 12$, (1,4) ಎಂಬುದು ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಲ್ಲ. ಯಾಕೆಂದರೆ, $x = 1$, $y = 4$ ಎಂದು ಆದೇಶಿದಾಗ $2x + 3y = 14$ ಸಿಗುತ್ತದೆ, 12 ಅಲ್ಲ. (0, 4) ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ, ಆದರೆ (4, 0) ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$2x + 3y = 12$ ರ ಕನಿಷ್ಟ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದ್ದೀರಿ. ಅವುಗಳೆಂದರೆ (3, 2) ಮತ್ತು (0, 4). ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಾಣಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? (6, 0) ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಹಾರವೆಂದು ನೀವು ಒಪ್ಪುವಿರಾ? ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ನಿಜವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಈ ಮುಂದಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕಾನೇಕ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. $2x + 3y = 12$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x ಗೆ ಒಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿ ($x = 2$ ಎಂದಿರಲಿ), ಈಗ ಸಮೀಕರಣವು $4 + 3y = 12$ ಎಂಬ ರೂಪಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ, ನಿಮಗೆ $y = \frac{8}{3}$ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $2x + 3y = 12$ ಸಮೀಕರಣದ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಹಾರ $\left(2, \frac{8}{3}\right)$. ಇದೇ ರೀತಿ, $x = -5$ ಎಂದು ಆರಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಸಮೀಕರಣವು $-10 + 3y = 12$ ಎಂದಾಗುವುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ $y = \frac{22}{3}$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\left(-5, \frac{22}{3}\right)$ ಎಂಬುದು $2x + 3y = 12$ ಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ವಿವಿಧ ಪರಿಹಾರಗಳಿಗೆ ಕೊನೆ ಎಂಬುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ **ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.**

ಉದಾಹರಣೆ 3 : $x + 2y = 6$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ 4 ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಪರಿಶೀಲನೆಯಿಂದ, $x = 2, y = 2$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಪರಿಹಾರ. ಯಾಕೆಂದರೆ, $x = 2, y = 2$ ಆದಾಗ, $x + 2y = 2 + 4 = 6$.

ಈಗ, $x = 0$ ಎಂದು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. x ನ ಈ ಬೆಲೆಗೆ ಸಮೀಕರಣವು $2y = 6$ ಎಂದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕಿರುವ ಏಕೈಕ ಪರಿಹಾರವೆಂದರೆ $y = 3$. ಆದ್ದರಿಂದ, $x = 0, y = 3$ ಎಂಬುದು ಕೂಡಾ $x + 2y = 6$ ರ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ, $y = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು $x = 6$ ಎಂದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $x = 6, y = 0$ ಎಂಬುದು ಕೂಡಾ $x + 2y = 6$ ರ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ $y = 1$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ಈಗ $x + 2 = 6$ ಎಂದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $x = 4$ ಎಂಬುದು ಇದರ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ (4, 1) ಕೂಡಾ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ, ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕಿರುವ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಲ್ಲಿ 4 ಪರಿಹಾರಗಳೆಂದರೆ,

(2, 2), (0, 3), (6, 0) ಮತ್ತು (4, 1)

ಗಮನಿಸಿ: ಪರಿಹಾರ ಪಡೆಯುವ ಸುಲಭ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ, $x = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅನುರೂಪವಾದ y ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು. ಅದೇ ರೀತಿ, ನಾವು $y = 0$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿ ಅನುರೂಪವಾದ x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 4 : ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಎರಡೆರಡು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $4x + 3y = 12$ (ii) $2x + 5y = 0$ (iii) $3y + 4 = 0$

ಪರಿಹಾರ :

(i) $x = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, $3y = 12$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, $y = 4$. ಹೀಗೆ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ (0, 4). ಇದೇ ರೀತಿ, $y = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, $x = 3$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ (3, 0) ಕೂಡಾ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ.

(ii) $x = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, $5y = 0$ ಎಂದು ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $y = 0$. ಹೀಗೆ, (0, 0) ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ. ಈಗ ನೀವು $y = 0$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಈ ಮೊದಲೇ ದೊರೆತ (0, 0) ಎಂಬ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ ಪುನಃ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಹಾರ ಸಿಗಲು $x = 1$ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಆಗ ಅನುರೂಪವಾದ y ಯ ಬೆಲೆ $-\frac{2}{5}$ ಎಂದು ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ $\left(1, -\frac{2}{5}\right)$ ಎಂಬುದು $2x + 5y = 0$ ಯ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಹಾರ.

(iii) $3y + 4 = 0$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $0 . x + 3y + 4 = 0$ ಎಂದು ಬರೆದುಕೊಂಡರೆ, x ನ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೂ $y = -\frac{4}{3}$ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನೋಡುವಿರಿ. ಹೀಗೆ, 2 ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕೊಡಬಹುದು $\left(0, -\frac{4}{3}\right)$ ಮತ್ತು $\left(1, -\frac{4}{3}\right)$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಆಯ್ಕೆ ಸರಿಯಾದುದು ಮತ್ತು ಏಕೆ? $y = 3x + 5$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ

   (i) ಒಂದು ಅನನ್ಯ (ಐಕ್ಯಕ) ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

   (ii) ಕೇವಲ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

   (iii) ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ನಾಲ್ಕು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $2x + y = 7$ (ii) $\pi x + y = 9$ (iii) $x = 4y$

3. $x - 2y = 4$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

   (i) (0, 2) (ii) (2, 0) (iii) (4, 0) (iv) $\left(\sqrt{2}, 4\sqrt{2}\right)$ (v) (1, 1)

4. $2x + 3y = k$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ $x = 2$, $y = 1$ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4.4 ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ

ನೀವು ಇದುವರೆಗೆ, ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದೀರಿ. ಈಗ ನಾವು ಅವುಗಳ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಇಂತಹ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆಯೆಂದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಅವುಗಳನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ನಾವು ಹೇಗೆ ತೋರಿಸಬಹುದು? ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಬೆಲೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದೆಂಬ ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಸುಳಿವು ನಿಮಗೆ ಬಂದಿರಲೂಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆ 3 ರಲ್ಲಿರುವ

$$x + 2y = 6 \quad .... (1)$$

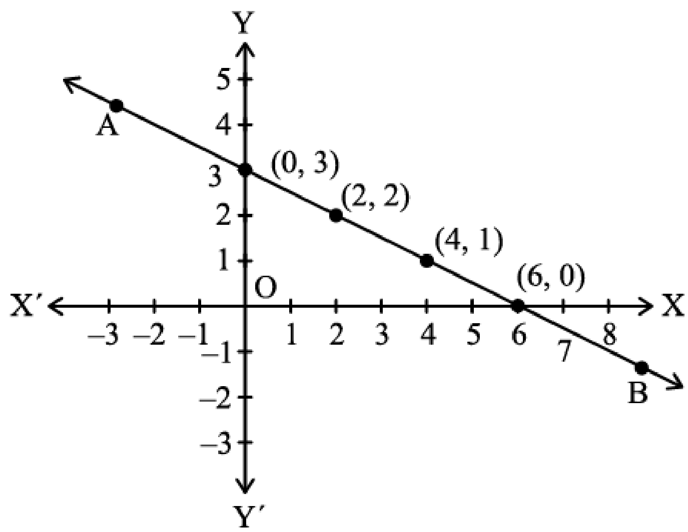
ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ, x ನ ಬೆಲೆಗಳ ಕೆಳಗೆ ಅನುರೂಪವಾದ y ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

PÉÆÃµÀÖPÀ 1

ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ನಾವು (0, 3), (2, 2), (4, 1) ಮತ್ತು (6, 0) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸೋಣ. ಈಗ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ 2 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದನ್ನು ಸರಳರೇಖೆ ಂಃ ಎನ್ನೋಣ. (ಚಿತ್ರ 4.2ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

ಉಳಿದರೆಡು ಬಿಂದುಗಳೂ ಸರಳರೇಖೆ ಂಃ ಯ ಮೇಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದಿರಾ? ಈಗ, ಈ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವಾದ (8,−1) ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದೊಂದು ಪರಿಹಾರವೇ? ನಿಜ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, $8 + 2(-1) = 6$. ಆದ್ದರಿಂದ

x	0	2	4	6	...
y	3	2	1	0	...



ಚಿತ್ರ. 4.2

(8, −1) ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ. ಸರಳ ರೇಖೆ ಂಃ ಯ ಮೇಲಿರುವ ಇತರ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಆರಿಸಿ, ಅದರ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಈಗ ಂಃ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾದ (2, 0) ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದರ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿ. ನಮ್ಮ ಅವಲೋಕನವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ:

(1) ಸಮೀಕರಣ (1) ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ AB ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿದೆ.

(2) AB ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದು (a, b) ಯು $x = a$, $y = b$ ಆಗುವಂತೆ ಸಮೀಕರಣ(1) ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ.

(3) AB ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವೂ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ (1) ಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪರಿಹಾರವೂ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೂಲಕ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇದರ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ (ಗ್ರಾಫ್) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ಸಿಗಬೇಕೆಂದರೆ, ಅದರ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ 2 ಬಿಂದುಗಳ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, 2 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಲಹೆ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಯಾಕೆಂದರೆ, ನಿಮ್ಮ ನಕ್ಷೆಯು ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ತಕ್ಷಣ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ.

ಗಮನಿಸಿ – ಒಂದನೆಯ ಘಾತದಲ್ಲಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಸಮೀಕರಣ $ax + by + c = 0$ ಯನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನಲು ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ ಅದರ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 5 : (1, 2) ಎಂಬ ದತ್ತ ಬಿಂದುವು ಇರುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸರಳರೇಖೆಗಳಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ (1, 2) ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ. ಅಂದರೆ
(1, 2) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಯಾವುದೇ ರೇಖೆ ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಂತಹ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ $x + y = 3$. ಇತರ ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಂದರೆ $y – x = 1$, $y = 2x$. ಯಾಕೆಂದರೆ ಇವುಗಳೂ ಕೂಡಾ (1, 2) ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, (1, 2) ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸರಿ ಹೊಂದುವ ಅಪರಿಮಿತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿವೆ. ಇದನ್ನು ನೀವು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಂಡು ನೋಡಬಹುದೆ?

ಉದಾಹರಣೆ 6 :

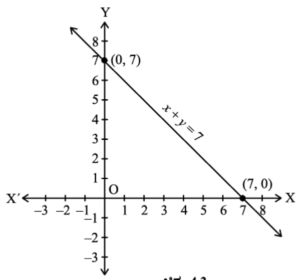
$x + y = 7$ ರ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಆ ಸಮೀಕರಣದ ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳು ನಮಗೆ ಬೇಕು. $x = 0, y = 7$ ಮತ್ತು
$x = 7, y = 0$ ಇವುಗಳು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರಗಳಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ, ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ನೀವು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

PÉÆÃµÀÖPÀ 2

x	0	7
y	7	0

ಕೋಷ್ಟಕ 2ರ 2 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಬಳಿಕ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಳ



ಚಿತ್ರ 4.3

ರೇಖೆಯಿಂದ ಜೋಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ನೀವು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. (ಚಿತ್ರ 4.3 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

ಉದಾಹರಣೆ 7 : ಒಂದು ಕಾಯದ ಮೇಲೆ ಉಂಟಾಗುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವು, ಅದರ ಮೇಲೆ ಪ್ರಯೋಗವಾಗುವ ಬಲಕ್ಕೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಈ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆದು, ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

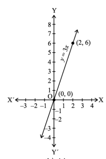
ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ ಬರುವ ಚರಾಂಶಗಳೆಂದರೆ ಬಲ ಮತ್ತು ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ. ಪ್ರಯೋಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಬಲವು y ಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಉಂಟಾದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವು x ಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ. ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಮೂಲಕ, ನೀವಿದನ್ನು

$y = kx$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ. (ನಿಮ್ಮ ವಿಜ್ಞಾನ ಅಧ್ಯಯನದ ಮೂಲಕ, ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ k ಎಂದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ರಾಶಿ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ.)

ಈಗ, k ಎಂದರೇನೆಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿಯದಿರುವುದರಿಂದ

$y = kx$ ನ ನಿಖರವಾದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಮ್ಮಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ, k ಗೆ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನಾವು ನೀಡಿದರೆ, ನಮಗೆ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ. $k = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅಂದರೆ, $y = 3x$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ನಾವು ರಚಿಸೋಣ. ಇದಕ್ಕೋಸ್ಕರ $(0, 0)$ ಮತ್ತು $(2, 6)$ ಎಂಬ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ. (ಚಿತ್ರ 4.4ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

ನಕ್ಷೆಯಿಂದ, 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಬಲ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿದಾಗ, 1 ಮಾನದಷ್ಟು ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು. ಅಲ್ಲದೆ ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲೆ $(0, 0)$ ಇರುವುದರಿಂದ, ಬಲಪ್ರಯೋಗವು 0 ಆದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವೂ 0 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 4.4

ಗಮನಿಸಿ : $y = kx$ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು, ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಮೂಲಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 8 : ಚಿತ್ರ 4. 5 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ನಕ್ಷೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಂದ ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(a) ಚಿತ್ರ 4. 5 (i) ಕ್ಕೆ.

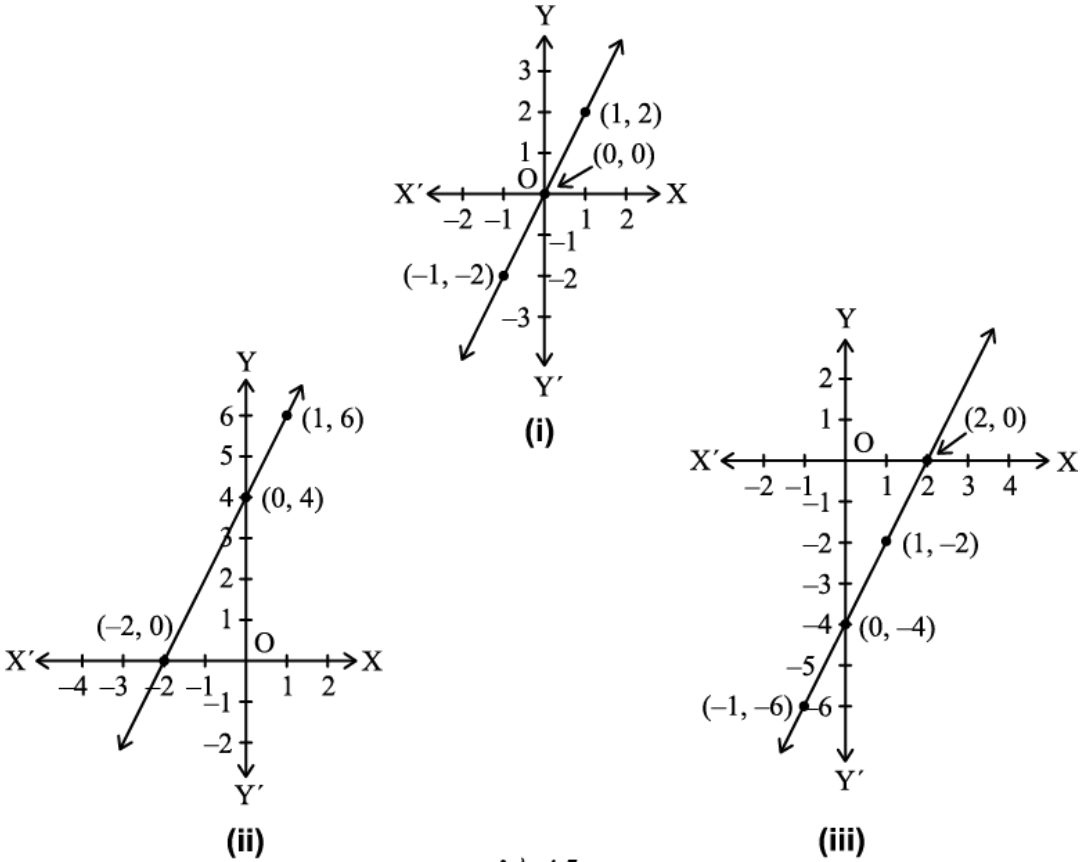
(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = x$ (iv) $y = 2x + 1$

(b) ಚಿತ್ರ 4. 5 (ii) ಕ್ಕೆ,

(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y =2x +4$ (iv) $y = x – 4$

(c) ಚಿತ್ರ 4. 5 (iii) ಕ್ಕೆ,

(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = 2x + 1$ (iv) $y = 2x – 4$



ಚಿತ್ರ 4.5

ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರ 4. 5 (i) ರಲ್ಲಿ, ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು (–1, –2), (0, 0), (1, 2). ಪರಿಶೀಲನೆಯಿಂದ, ನಕ್ಷೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಸಮೀಕರಣವೆಂದರೆ $y = 2x$. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ y – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವು x – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕದ ದುಪ್ಪಟ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(b) ಚಿತ್ರ 4.5 (ii) ರಲ್ಲಿ, ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು (–2, 0), (0, 4), (1, 6). ನಕ್ಷೆ (ಸರಳರೇಖೆ)ಯ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $y = 2x + 4$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಚಿತ್ರ 4.5 (ii) ನಕ್ಷೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಸಮೀಕರಣವೆಂದರೆ $y = 2x + 4$.

(c) ಚಿತ್ರ 4.5 (iii) ರಲ್ಲಿ. ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು (–1, –6), (0, –4), (1, –2),
(2, 0). ಪರಿಶೀಲನೆಯಿಂದ ದತ್ತ ನಕ್ಷೆ (ಸರಳರೇಖೆ)ಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಸಮೀಕರಣವು $y = 2x – 4$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4. 3

1. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿರಿ.

(i) $x + y = 4$ (ii) $x – y = 2$ (iii) $y = 3x$ (iv) $3 = 2x + y$

2 (2, 14) ರ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಇಂತಹ ಇನ್ನೆಷ್ಟು ಸರಳರೇಖೆಗಳಿವೆ? ಏಕೆ?

3. $3y = ax + 7$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲೆ (3, 4) ಬಿಂದುವು ಇರುವುದಾದರೆ, a ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ ದರವು ಈ ರೀತಿ ಇದೆ: ಮೊದಲ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗೆ ದರವು ‘ 8 ಮತ್ತು ಅದರ ತದ ನಂತರದ ಪ್ರತಿ ದೂರಕ್ಕೆ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗೆ ‘ 5. ಚಲಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು x km ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ದರವನ್ನು ‘ y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಮಾಹಿತಿಗೆ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆದು, ಅದರ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

5. ಕೆಳಗಿನ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಂದ, ಚಿತ್ರ 4.6 ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 4.7ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ನಕ್ಷೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿರಿ.

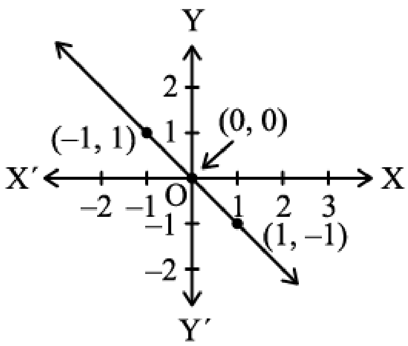
ಚಿತ್ರ 4.6 ಕ್ಕೆ ಚಿತ್ರ 4.7 ಕ್ಕೆ

(i) $y = x$ (i) $y = x + 2$

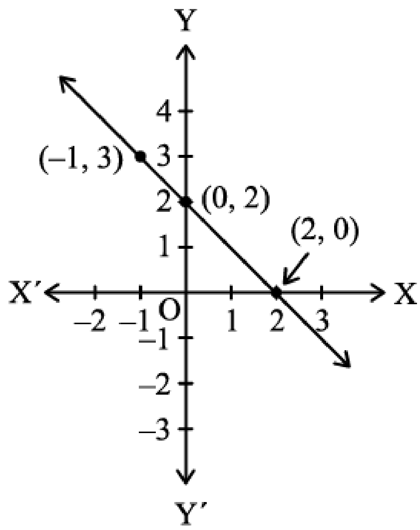
(ii) $x + y = 0$ (ii) $y = x – 2$

(iii) $y = 2x$ (iii) $y = – x + 2$

(iv) $2 + 3y = 7x$ (iv) $x + 2y = 6$



ಚಿತ್ರ. 4.6



ಚಿತ್ರ. 4.7

6. ಸ್ಥಿರವಾದ ಬಲಪ್ರಯೋಗದಿಂದ ಒಂದು ಕಾಯವು ಮಾಡುವ ಕೆಲಸವು, ಆ ಕಾಯವು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ನೇರ ಅ ನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ. ಇದನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರ ಬಲವು 5 ಮಾನಗಳೆಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದರ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಅಲ್ಲದೆ, ವಸ್ತುವು ಚಲಿಸಿದ ದೂರವು

(i) 2 ಮಾನಗಳು (ii) 0 ಮಾನ

ಆದಾಗ ನಡೆದ ಕೆಲಸವನ್ನು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಓದಿರಿ.

7. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 9ನೆಯ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಯರಾದ ಯಾಮಿನಿ ಮತ್ತು ಫಾತಿಮಾ ಎಂಬವರು ಭೂಕಂಪ ಸಂತ್ರಸ್ತರಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಪ್ರಧಾನ ಮಂತ್ರಿಗಳ ಪರಿಹಾರ ನಿಧಿಗೆ, ಜಂಟಿಯಾಗಿ \‘100ನ್ನು ದೇಣಿಗೆ ನೀಡಿದರು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (ನೀವು ಅವರ ದೇಣಿಗೆಯನ್ನು ‘x ಮತ್ತು ‘y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.) ಇದರ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

8. U.S.A. ಕೆನಡಾದಂತಹ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್‌ಲ್ಲಿಯೂ, ಭಾರತದಂತಹ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ನ್ನು ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್‌ಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವಿದೆ.

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) x – ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ಮತ್ತು y – ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್‌ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(ii) ತಾಪಮಾನವು 30°C ಆದಾಗ ಅದು ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

(iii) ತಾಪಮಾನವು 95°F ಆದಾಗ ಅದು ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

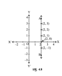
(iv) ತಾಪಮಾನವು 0°C ಆದಾಗ ಅದು ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು? ತಾಪಮಾನವು 0°F ಆದಾಗ ಅದು ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

(v) ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ಮತ್ತು ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್ ಎರಡರಲ್ಲೂ ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತಾಪ ಇದೆಯೇ? ಇದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4.5 x – ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು y – ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯುವುದೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. n ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ, ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ (2, 0), (– 3, 0), (4, 0) ಮತ್ತು (n, 0) ಬಿಂದುಗಳು ಎಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೆ? ಹೌದು. ಅವುಗಳೆಲ್ಲಾ x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ, ಏಕೆ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತೆ? ಏಕೆಂದರೆ,
x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ y – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವು (x, 0) ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಿಮಗೆ x – ಅಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಅದು y = 0 ಆಗಿದೆ. y = 0 ಯನ್ನು 0. x + 1. y = 0 ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೆಂದು ಗಮನಿಸಿ. ಅದೇ ರೀತಿ y ಅಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವು x = 0 ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಗಮನಿಸಿ.

ಈಗ, x –2 = 0 ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. x ಎಂಬ ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವೆಂದು ನಾವಿದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಇದಕ್ಕೆ x = 2 ಎಂಬ ಏಕೈಕ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೂ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಇದನ್ನು x + 0.y – 2 = 0 ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಹುದು. ಇದಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ (2, r) ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು r ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. (2, r) ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಈ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಾಗುವುದನ್ನು ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ,
x – 2 = 0 ಯು ಚಿತ್ರ 4. 8 ರಲ್ಲಿರುವ ರೇಖೆ
AB ಯಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.



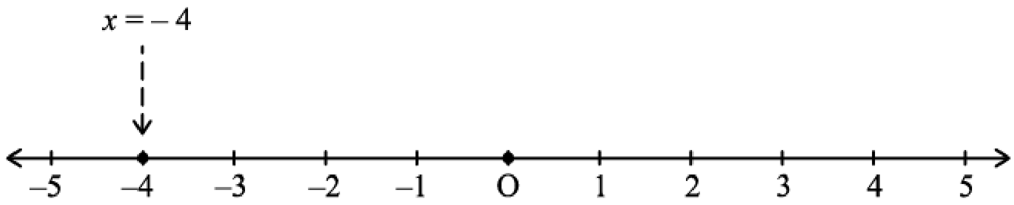
ಉದಾಹರಣೆ 9 : $2x + 1 = x - 3$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (i) ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ (ii) ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $2x + 1 = x - 3$ ನ್ನು ನಾವು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದು,

$2x - x = -3 - 1$

CAzÀgÉ $x = -4$

(i) ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದನ್ನು ಚಿತ್ರ 4.9 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $x = -4$ ನ್ನು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ.



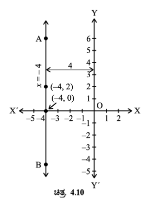
ಚಿತ್ರ, 4.9

(ii) $x = -4$ನ್ನು $x + 0.\,y = -4$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇದು x ಮತ್ತು y ಚರಾಕ್ಷರಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈಗ y ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಯಾಕೆಂದರೆ,

$0.\,y$ ಎಂಬುದು ಯಾವಾಗಲೂ 0. ಹಾಗೆಂದು, $x = -4$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ x ನ ಬೆಲೆ ಸರಿಹೊಂದಬೇಕು. ಹೀಗೆ, ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳು $x = -4, y = 0$ ಮತ್ತು $x = -4, y = 2$.

ನಕ್ಷೆ AB ಯು y ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಮತ್ತು y ಅಕ್ಷದಿಂದ 4 ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 4.10ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

ಇದೇ ರೀತಿ $y = 3$ ಅಥವಾ $0 \,.\, x + 1.\, y = 3$ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ x ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾದ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯಬಹುದು.



ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

1. $y = 3$ ಎಂಬ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವು

(i) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನೊಳಗೊಂಡಂತೆ

(ii) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಂತೆ – ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿ.

2. $2x + 9 = 0$ ಎಂಬ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವು

(i) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನೊಳಗೊಂಡಂತೆ

(ii) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಂತೆ – ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿ.

4.6 ಸಾರಾಂಶ

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ.

1. a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು a ಹಾಗೂ b ಎರಡೂ ಸೊನ್ನೆ ಅಲ್ಲದಿರುವಂತೆ, $ax + by + c = 0$ ರೂಪದ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

2. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವು ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

3. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

4. $x = 0$ ಎಂಬುದು y – ಅಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು $y = 0$ ಎಂಬುದು x – ಅಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ.

5. $x = a$ ಯ ನಕ್ಷೆಯು y – ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

6. $y = a$ ಯ ನಕ್ಷೆಯು x – ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

7. $y = mx$ ವಿಧದ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವು ಮೂಲಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

8. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. ಇದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪರಿಹಾರವು, ಅದರ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.