அத்தியாயம் 8

விவரப் புள்ளியியல் மற்றும் நிகழ்தகவு

கற்றல் நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தை படித்தபின்பு பின்வரும் பாடக் கருத்துருக்களை மாணவர்கள் நன்கு புரிந்துகொள்ள இயலும்.

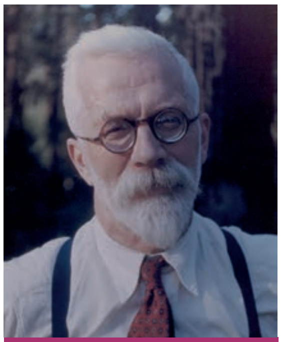
PTB5N5

- A.M, G.M மற்றும் H.M போன்ற மையப் போக்கு அளவைகள்.
- சராசரிகளுக்கு இடையேயான தொடர்புகள்.
- கால்மானங்கள், பத்துமானங்கள், நூற்றுமானங்கள் என்பன போன்ற தொடர்புடைய நிலை அளவைகள்.
- கால்மானவிலக்கம், சராசரிவிலக்கம் என்பன போன்ற சிதறல் அளவைகள்.
- கால்மான விலக்கக் கெழு, சராசரி விலக்கக் கெழு போன்ற தொடர்புடைய அளவைகள்.
- நிபந்தனை நிகழ்த்தகவின் கருத்துருக்கள், நிகழ்த்தகவின் பெருக்கல் தேற்றம்.
- பேயிஸ் தேற்றம் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்

8.1 மையப் போக்கு அளவைகள் (Measures of central tendency)

அறிமுகம்:

புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் முக்கியமான குறிக்கோள்களில் ஒன்று, கொடுக்கப்பட்ட மொத்த விவரங்களின் தன்மையை ஒரு தனிமதிப்பைக் கொண்டு விவரித்தல் ஆகும். அத்தகைய மதிப்பு முழுமையான விவரங்களுக்கான மையபோக்கு அளவைகள் எனப்படுகிறது. "சராசரி" என்பதுப் பொதுவாக அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தப்படும் வார்த்தை ஆகும். உதாரணமாக பேச்சு வழக்கில் "இவன் வகுப்பில் ஒரு சராசரிப் பையன், சராசரி உயரம், ஒரு இந்தியனின் சராசரி வாழ்க்கை, சராசரி வருமானம்" என்பன நடைமுறையில் உள்ள வார்த்தைகள் ஆகும். சர். ரொனல்ட் பிஷர் என்பவர் புள்ளியியலின் தந்தை என அறியப்பட்டவர் மற்றும் அவர் பல்வேறு துறைகளில் புள்ளியியலின் செயல்பாட்டிற்கு ஆரம்ப கால பங்களிப்பை அளித்தவர் ஆவார்.



சர். ரொனல்ட் பிஷர்

8.1.1 சராசரி மீள்பார்வை

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பல மையபோக்கு அளவைகள் உள்ளன. அவைகள்,

- கூட்டுச் சராசரி
- இடைநிலை
- முகடு
- பெருக்குச் சராசரி
- இசைச் சராசரி

கூட்டுச் சராசரி (தொடர்ச்சியற்ற விவரங்கள்) (Arithmetic Mean (Discrete case))

விவரங்களின் தொகுப்பிற்கானக் கூட்டுச் சராசரி என்பது அவற்றின் கூடுதலை, விவரங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கக் கிடைப்பது ஆகும். விவரங்களை a) தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் மற்றும் b) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் என இரு வகைப்படுத்தலாம்.

அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் (Ungrouped data)

(i) நேரடி முறை (Direct Method):

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ...X_n}{n} = \frac{\sum X}{n}$$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 190 20-04-2020 04:52:07 PM

இங்கு $\overline{X}$ என்பது கூட்டுச்சராசரி $\sum X$ என்பது X என்ற மாறியின் எல்லா மதிப்புகளின் கூடுதல் மற்றும் n என்பது விவரங்களின் எண்ணிக்கை.

(ii) சுருக்கு முறை (Short-cut method)

$\overline{X} = A + \frac{\sum d}{n}$ இங்கு $d = X - A$, A என்பது ஏதேனும் ஒரு தன்னிச்சையான மதிப்பு மற்றும் d என்பது X என்ற மாறியின் விலக்கம் எனப்படும்

ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் (Grouped data)

(i) நேரடி முறை (Direct method)

நேரடி முறையில் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கானச் சூத்திரம் $\overline{X} = \frac{\sum fx}{N}$ ஆகும். இங்கு f என்பது அலைவெண்; X – என்பது மாறி, மேலும் $N = \sum f$ (அலைவெண்களின் கூடுதல்)

(ii) சுருக்கு முறை (Short-cut method)

கீழ்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கூட்டுச் சராசரியைக் காணலாம்.

$\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$ இங்கு A என்பது ஊகச் சராசரி, $d = X - A$; $N = \sum f$

தொடர்ச்சியுடைய விவரங்களுக்கான கூட்டுச் சராசரி (தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள்)

கூட்டுச் சராசரியை கீழ்க்கண்ட முறைகளில் கணக்கீடு செய்யலாம்.

(i) நேரடி முறை
(ii) சுருக்கு முறை
(iii) படி விலக்க முறை

(i) நேரடி முறை (Direct method)

நேரடி முறையைப் பயன்படுத்தி கூட்டுச் சராசரி $\overline{X} = \frac{\sum fm}{N}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

இங்கு m என்பது ஒவ்வொரு இடைவெளிகளின் மைய மதிப்பு

f என்பது ஒவ்வொரு இடைவெளியின் அலைவெண்

$N = \sum f$ என்பது அலைவெண்களின் கூடுதல்

(ii) சுருக்கு முறை (Short-cut method)

கீழ்க்கண்டச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரி கணக்கிடலாம்.

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$$

இங்கு A என்பது ஊகச் சராசரி

$d = m - A$ என்பது ஊகச் சராசரியிலிருந்து மைய மதிப்புகளின் விலக்கங்கள் $N = \sum f$

(iii) படிவிலக்க முறை (Step Deviation Method)

தொகுக்கப்பட்ட அல்லது தொடர் அலைவெண் பரவலுக்கானக் கூட்டுச் சராசரிக் காணும் முறை,

$$\overline{X} = A + \left(\frac{\sum fd}{N} \times c\right)$$

இங்கு $d = \frac{(m - A)}{c}$, A என்பது ஏதேனும் ஒரு தன்னிச்சையான மதிப்பு அல்லது ஒரு ஊகச் சராசரி c என்பது இடைவெளியின் அளவு

உங்களுக்கு தெரியுமா?

தொடர்ச்சியுடைய விவரங்களுக்கான கூட்டுச் சராசரியை மேற்கண்ட மூன்று முறைகளில் எந்த முறையில் கணக்கிட்டாலும், ஒரே விடைதான் கிடைக்கும்

முகடு (Mode):

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களில், அதிக எண்ணிக்கையில் திரும்பத்திரும்ப வரும் மதிப்பு முகடு ஆகும்

இடைநிலை (Median):

இடைநிலை என்பது ஒரு சரியான நடுமதிப்பு ஆகும். இடைநிலைக்கு இரு புறமும் உள்ள விவரங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 191 20-04-2020 04:52:09 PM

இருக்கும். இடைநிலை என்பது ஒரு நிலை அளவையாகும். மேலும் சில தொடர்புடைய நிலைஅளவைகள்கீழேவிவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

குறிப்பு

மாணவர்களுக்கு மேற்கூறியக் கருத்துக்கள் நன்கு அறிந்தவை என நம்பப்படுகிறது. நமது தற்போதைய பாடத்திட்டத்தினை கீழ்வரும் பிரிவுகளிலிருந்து தொடங்குவோம்.

8.1.2 நிலையைப் பொறுத்த சில அளவைகள்–கால்மானங்கள், பத்துமானங்கள் மற்றும் நூற்றுமானங்கள் (Related Positional Measures - Quartiles, Deciles and Percentiles) :

இடைநிலையைத் தவிர கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை, சமபாகங்களாக பிரிக்கக் கூடிய மேலும் சில அளவைகளை இப்பகுதியில் காண்போம். இவ்வளவைகளில், கால்மானங்கள், பத்துமானங்கள் மற்றும் நூற்றுமானங்கள் ஆகியவை மிகவும் முக்கியமானவை ஆகும்.

(i) கால்மானங்கள் (Quartiles):

வரிசைப்படுத்தப்பட்ட எண் விவரங்களை நான்கு சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் வகையில் உள்ள அளவுகள், கால்மானங்கள் எனப்படும்.

ஒவ்வொரு பிரிவும், சம எண்ணிக்கையிலான உறுப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். முதல்பிரிவு, முதல் கால்மானம் (Q_1) எனவும் இரண்டாவது பிரிவு இரண்டாவது கால்மானம் (Q_2) எனவும், மூன்றாம் பிரிவு, மூன்றாம் கால்மானம் (Q_3) எனவும் குறிக்கப்படுகிறது. இங்கு இரண்டாவது கால்மானம் (Q_2) என்பது இடைநிலை அளவாகும்.

முதல் கால்மானம் (Q_1) அல்லது கீழ்கால்மானம் என்பது பரவலின் 25 % உறுப்புகளைத் தனக்குக் கீழேக் கொண்டதாகவும் மற்றும் பரவலின் 75% உறுப்புகள் கால்மானத்திற்கு மேல் அமைந்திருக்கும். இரண்டாவது கால்மானம் (Q_2) (அல்லது) இடை நிலை அளவு பரவலின் 50% உறுப்புகளைத் தனக்குக் கீழேயும் மற்றும் 50% உறுப்புகளைத் தனக்கு மேலேயும் கொண்டதாக இருக்கும். மூன்றாவது கால்மானம் (Q_3) அல்லது மேல் கால்மானம் பரவலின் 75% உறுப்புகளைத் தனக்கு கீழேயும் மற்றும் 25% உறுப்புகளை தனக்கு மேலேயும் பெற்றிருக்கும். இவ்வாறே மற்ற இரு இடம் சார்ந்த அளவைகளை வரையறுக்கலாம்.

(ii) பத்துமானங்கள் (Deciles):

வரிசைபடுத்தப்பட்ட எண் விவரங்களை பத்து சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும் அளவைகள் பத்துமானங்கள் எனப்படும்

அதாவது பத்துமானங்கள் என்பது ஒரு தொடர் வரிசையை, பத்து சம பகுதிகளாக பிரிக்கும் மதிப்புகள் ஆகும். நாம் பெறுகின்ற $D_1, D_2, \dots, D_9$ என்கிற 9 பிரிவு நிலைகள் பத்துமானங்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. இங்கு D_5 என்பது இடைநிலையைக் குறிக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்க.

(iii) நூற்றுமானங்கள் (Percentiles):

வரிசைப்படுத்தப்பட்ட எண் விவரங்களை நூறு சம பாகங்களாக பிரிக்கும் அளவைகள் நூற்றுமானங்கள் எனப்படும்

அதாவது எண் தொடர் வரிசையை, 100 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும் அளவுகள் நூற்றுமானங்கள் எனப்படும்.

நாம் பெறுகின்ற $P_1, P_2, \dots, P_{99}$ என்ற 99 பிரிவு நிலைகள் நூற்றுமானங்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. இங்கு P_{50} என்பது இடைநிலையைக் குறிக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்க.

8.1.3 தொடர்புடைய நிலை அளவைகளைக் கணக்கீடு செய்யும் முறைகள் (Computations for Related positional measure)

இடைநிலை அளவைக் கணக்கீடு செய்யும் முறையைப் போன்றே, கால்மானங்கள்,

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 192 20-04-2020 04:52:09 PM

பத்துமானங்கள் மற்றும் நூற்றுமானங்களைக் கணக்கீடு செய்யலாம்.

(i) தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் (Ungrouped data):

படிநிலைகள்:

1. விவரங்களைத் தனித்த விவரங்களுக்கான அளவையைப் பொறுத்து, ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.

2. கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துக

$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$Q_3 = \left(\frac{3(n+1)}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$D_1 = \left(\frac{n+1}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$D_2 = 2\left(\frac{n+1}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$P_{60} = 60\left(\frac{n+1}{100}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$P_{99} = 99\left(\frac{n+1}{100}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

$Q_2 = D_5 = P_{50}$ = இடைநிலை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.1

22, 4, 2, 12, 16, 6, 10, 18, 14, 20, 8 என்ற தொடரின் D_2 மற்றும் D_6 காண்க.

தீர்வு:

இங்கு n = எண் விவரங்களின் எண்ணிக்கை =11, இதனை ஏறுவரிசையில் அமைக்க,

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22

$D_2 = 2\left(\frac{n+1}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$D_6 = 6\left(\frac{n+1}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$D_2 = 2.4$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு ≈ 2 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 4$

$D_6 = 7.2$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு ≈ 7 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $=14$

எடுத்துக்காட்டு 8.2

கீழ்க்காணும் புள்ளிவிவரங்களுக்கு Q_1, Q_3, D_6 மற்றும் P_{50} ஆகியவற்றைக் காண்க.

வரிசை எண்	1	2	3	4	5	6	7
மதிப்பெண்கள்	20	28	40	12	30	15	50

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள் ஏறுவரிசையில் அமைக்கப்பட்டுள்ளன.

12 15 20 28 30 40 50

n = விபரங்களின் எண்ணிக்கை =7

$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \left(\frac{7+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= 2$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 15$

$Q_3 = \left(\frac{3(n+1)}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \left(\frac{3\times 8}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= 6$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 40$

$D_6 = \left(\frac{6(n+1)}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \left(\frac{6\times 8}{10}\right)$

$= 4.8$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

≈ 5 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 30$

$P_{50} = \left(\frac{50(n+1)}{100}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= 4$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 28$

எனவே $Q_1 = 15$, $Q_3 = 40$, $D_6 = 30$ மற்றும் $P_{50} = 28$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 193 20-04-2020 04:52:12 PM

(ii) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் (தொடர்ச்சியற்ற அளவுகள்) (Grouped data -Discrete case):

படிநிலைகள்:

1. விவரங்களை அளவைப் பொறுத்து ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.
2. குவிவு அலைவெண்களைக் காண்க.
3. கீழ்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துக.

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$Q_3 = \left(\frac{3(N+1)}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$\left(\frac{N+1}{4}\right)$ன் மதிப்பு (அல்லது) அதற்கு அடுத்த அதிகமான குவிவு அலைவெண் மதிப்பிற்கு தொடர்புடைய மாறி x–ன் மதிப்பு Q_1 ஆகும். இவ்வாறே $\frac{3(N+1)}{4}$ அல்லது அதற்கு அடுத்த அதிகமான அலைவெண் மதிப்பிற்கு தொடர்புடைய மதிப்பு Q_3 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.3

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு Q_1, D_2 மற்றும் P_{90}–ஆகியவற்றை காண்க.

மதிப்பெண்	10	20	30	40	50	60
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	7	15	8	7	2

தீர்வு:

மதிப்பெண் X	அலைவெண் f	குவிவு அலைவெண் cf
10	4	4
20	7	11
30	15	26
40	8	34
50	7	41
60	2	$N= 43$

அட்டவணை : 8.1

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \frac{43+1}{4}$ –ன் அளவு

$= 11$ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 20$

$D_2 = \left(\frac{2(N+1)}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \frac{88}{10}$ –ன் அளவு

$= 8.8$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 20$

$P_{90} = \left(\frac{90(N+1)}{100}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \frac{3960}{100}$ –ன் அளவு

$= 39.6$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 50$

(iii) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் (தொடர்ச்சியான அளவுகள்) (Grouped data (Continuous case)):

தொடர் அலைவெண் பரவலில் இடைவெளிகளை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுத வேண்டும் மற்றும் தொடர் அலைவெண் பரவலில் $\frac{N}{4}$ அல்லது அதிகமான குவிவு அலைவெண்ணுக்கு தொடர்புடைய இடைவெளி Q_1 இடைவெளி எனப்படும்.

Q_1 காணச் சூத்திரம்:

$$Q_1 = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - pcf}{f}\right) \times c$$

இங்கு L என்பது Q_1 இடைவெளியின் கீழ்எல்லை,

f என்பது Q_1 இடைவெளியின் அலைவெண்,

c என்பது Q_1 இடைவெளியின் நீளம்,

pcf என்பது Q_1 இடைவெளிக்கு முந்தைய இடைவெளியின் குவிவு அலைவெண்.

இவ்வாறே, மேற்கண்ட முறையினைப் பயன்படுத்தி Q_3 –யை காணலாம்.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 194 20-04-2020 04:52:14 PM

Q_3 காணச் சூத்திரம்:

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3N}{4} - pcf}{f}\right) \times c$$

L என்பது மூன்றாம் கால்மான இடைவெளியின் கீழ்எல்லை,

f என்பது மூன்றாம் கால்மான இடைவெளியின் அலைவெண்,

c என்பது மூன்றாம் கால்மான இடைவெளியின் நீளம்,

pcf என்பது மூன்றாம் கால்மான இடைவெளிக்கு முந்தைய இடைவெளியின் குவிவு அலைவெண்

இதேப் போன்று பத்துமானங்கள் மற்றும் நூற்றுமானங்களின் நிலைப்புள்ளிகள் கணக்கிடுவதற்கான வாய்பாடுகள்,

$$D_4 = L + \left(\frac{\frac{4N}{10} - pcf}{f}\right) \times c$$

$$P_{60} = L + \left(\frac{\frac{60N}{100} - pcf}{f}\right) \times c$$

எடுத்துக்காட்டு 8.4

கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு மேல்கால்மானங்கள், கீழ்கால்மானங்கள், D_4 மற்றும் P_{60}, P_{75} ஆகியவற்றைக் காண்க.

இடைவெளி	அலைவெண்
10 – 20	12
20 – 30	19
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	9
60 – 70	6
70 – 80	6

தீர்வு:

இடைவெளி *CI*	அலைவெண் *f*	குவிவு அலைவெண் *cf*
10 – 20	12	12
20 – 30	19	31
30 – 40	5	36
40 – 50	10	46
50 – 60	9	55
60 – 70	6	61
70 – 80	6	N= 67
	N = 67	

அட்டவணை : 8.2

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= \frac{67}{4}$ = 16.75 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு. எனவே Q_1 ஆனது (20 – 30) என்ற இடைவெளியில் அமைந்துள்ளது மற்றும் அதன் தொடர்புடைய மதிப்புகள்

$L = 20$; $\frac{N}{4} = 16.75$; $pcf = 12$; $f = 19$; $c = 10$ ஆகும்.

$$Q_1 = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - cf}{f}\right) \times c$$

$$Q_1 = 20 + \left(\frac{16.75 - 12}{19}\right) \times 10 = 20 + 2.5 = 22.5$$

$Q_3 = \left(\frac{3N}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 50.25 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு. எனவே Q_3 ஆனது (50–60) என்ற இடைவெளியில் அமைந்து உள்ளது மற்றும் அதன் தொடர்புடைய மதிப்புகள்

$L = 50$, $\left(\frac{3N}{4}\right) = 50.25$; $pcf = 46$, $f = 9$, $c = 10$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3N}{4} - pcf}{f}\right) \times c$$

$$Q_3 = 50 + \left(\frac{50.25 - 46}{9}\right) \times 10 = 54.72$$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 195 20-04-2020 04:52:16 PM

$D_4 = \left(\frac{4N}{10}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 26.8 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு. D_4 ஆனது (20–30) என்ற இடைவெளியில் அமைந்துள்ளது மற்றும் அதன் தொடர்புடைய மதிப்புகள்

$$L = 20,\ \frac{4N}{10} = 26.8;\ pcf = 12, f = 19,\ c = 10.$$

$$D_4 = L + \left(\frac{\frac{4N}{10} - pcf}{f}\right) \times c$$

$$D_4 = 20 + \left(\frac{26.8 - 12}{19}\right) \times 10$$

$$= 27.79$$

$P_{75} = \left(\frac{75N}{100}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 50.25 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு. P_{75} ஆனது (50–60) என்ற இடைவெளியில் அமைந்து உள்ளது மற்றும் அதன் தொடர்புடைய மதிப்புகள்

$$L = 50;\ \frac{75N}{100} = 50.25;\ pcf = 46, f = 9, c = 10.$$

$$P_{75} = L + \left(\frac{\frac{75N}{100} - pcf}{f}\right) \times c$$

$$= 50 + \left(\frac{50.25 - 46}{9}\right) \times 10$$

$$= 54.72$$

8.1.4 பெருக்குச் சராசரி (Geometric mean)

n – விவரங்கள் அல்லது மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகையின் n – வது வர்க்க மூலம் பெருக்குச் சராசரி ஆகும்.

இரு விவரங்கள் இருப்பின் வர்க்க மூலம் எடுக்க, மூன்று விவரங்கள் இருப்பின் முப்படி மூலம் எடுக்க மற்றும் இவ்வாறே தொடருக.

$$GM = \sqrt[n]{X_1.X_2.X_3.....X_n} = (X_1, X_2, X3, ...X_n)^{1/n}$$

இங்கு $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ என்பன தொடரின் பல்வேறு மிகை மதிப்பு உறுப்புகளை குறிக்கிறது மற்றும் n என்பது மொத்த விவரங்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது.

இவ்வாறாக 2, 3, 4 ஆகியவற்றின் பெருக்குச்சராசரி

$$GM = \sqrt[3]{(2)(3)(4)} = 2.885$$

மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களுக்கான பெருக்குச்சராசரி கணக்கிடும் பொழுது.அவைகளின் பெருக்குத்தொகைக்கான n – வது வர்க்கமூலம் காண்பது என்பது மிகக் கடினமானது. எனவே மடக்கையைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியை எளிதாக காணலாம்

பெருக்குச் சராசரி, கீழ்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\log GM = \frac{\log X_1 + \log X_2 + ... + \log X_n}{n}$$

(அல்லது) $\log GM = \left(\frac{\Sigma \log X}{n}\right)$

$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma \log X}{n}\right)$, n என்பது மொத்த விவரங்களின் எண்ணிக்கை

(i) தொடர்ச்சியற்ற மாறியின் பெருக்குச் சராசரி

$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma f \log X}{N}\right)$; இங்கு $N = \Sigma f$

(ii) தொடர்ச்சியான மாறியின் பெருக்குச் சராசரி

$GM = Anti\log\left[\frac{\Sigma f \log m}{N}\right]$; இங்கு m என்பது மையப்புள்ளி, $N = \Sigma f$

எடுத்துக்காட்டு 8.5

ஓரிடத்தில் வசிக்கும் 10 குடும்பங்களின் ஒரு நாள் வருமானம் (ரூபாயில்) கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றின் பெருக்குச் சராசரியைக் காண்க.

85, 70, 15, 75, 500, 8, 45, 250, 40, 36

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 196 20-04-2020 04:52:22 PM

தீர்வு:

X	$\log X$
85	1.9294
70	1.8451
15	1.1761
75	1.8751
500	2.6990
8	0.9031
45	1.6532
250	2.3979
40	1.6021
36	1.5563
	$\Sigma \log X = 17.6373$

அட்டவணை : 8.3

$$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma \log X}{n}\right);\ \text{இங்கு } n = 10$$

$$GM = Anti\log\left(\frac{17.6373}{10}\right)$$

$$= Anti\log(1.7637)$$

$$GM = 58.03$$

எடுத்துக்காட்டு 8.6

காஞ்சிபுரம் மாவட்டத்தின். ஒரு கிராமத்தில் உள்ள பல்வேறுப் பிரிவு மக்களின், தனிநபர் வருமான விவரங்களும், குடும்பங்களின் எண்ணிக்கையும் கீழேத் தரப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களின் பெருக்குச் சராசரியைக் காண்க.

மக்களின் (தொழில்சார்ந்த) பிரிவு	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	1990–ல் தனிநபர் வருமானம் ரூபாயில்
நிலக்கிழார்	1	1000
விவசாயிகள்	50	80
கூலித்தொழிலாளர்கள்	25	40
கடன் வழங்குபவர்கள்	2	750
பள்ளி ஆசிரியர்கள்	3	100
கடைக்காரர்கள்	4	150
தச்சு தொழிலாளிகள்	3	120
நெசவாளர்கள்	5	60

தீர்வு:

பெருக்குச் சராசரியின் கணக்கீடு

மக்களின் (தொழில்சார்ந்த) பிரிவு	1990–ல் தனிநபர் வருமானம் X	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை f	$\log X$	$f \log X$
நிலக்கிழார்கள்	1000	1	3.0000	3.0000
விவாசாயிகள்	80	50	1.9031	95.1550
கூலித்–தொழிலாளிகள்	40	25	1.6021	40.0525
கடன் வழங்குபவர்கள்	750	2	2.8751	5.7502
பள்ளி ஆசிரியர்கள்	100	3	2.0000	6.0000
கடைக்காரர்கள்	150	4	2.1761	8.7044
தச்சு தொழிலாளிகள்	120	3	2.0792	6.2376
நெசவாளர்கள்	60	5	1.7782	8.8910
		N = 93		Σ=173.7907

அட்டவணை: 8.4

$$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma f \log X}{N}\right)$$

$$= Anti\log\left(\frac{173.7907}{93}\right)$$

$$= Anti\log(1.8687)$$

$$GM = 73.91$$

எடுத்துக்காட்டு 8.7

கீழேக் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0-10	8
10-20	12
20-30	18
30-40	8
40-50	6

தீர்வு :

பெருக்குச் சராசரியின் கணக்கீடு

மதிப்பெண்கள்	m	f	$\log m$	$f \log m$
0-10	5	8	0.6990	5.5920
10-20	15	12	1.1761	14.1132
20-30	25	18	1.3979	25.1622
30-40	35	8	1.5441	12.3528
40-50	45	6	1.6532	9.9192
		N = 52		$\Sigma f \log m = 67.1394$

அட்டவணை : 8.5

$$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma f \log m}{N}\right)$$

$$= Anti\log\left(\frac{67.1394}{52}\right)$$

$$= Anti\log(1.2911)$$

$$GM = 19.54$$

பெருக்குச் சராசரியின் குறிப்பிடத்தக்கப் பயன்பாடுகள்:

மாறுவீதங்களைச் சராசரிபடுத்துவதென்பது, பெருக்குச் சராசரியின் மிக முக்கியமானப் பயன்பாடாகும். உதாரணமாக, 2006–ம் ஆண்டிலிருந்து 2008–ம் ஆண்டு வரை விலைகள் 5%, 10% மற்றும் 18% என முறையே உயர்கின்றது. கூட்டுச் சராசரி அளவீடுபடி $\left(\frac{5+10+18}{3} = 11\right)$ வருடாந்திர சராசரி உயர்வு 11% அல்ல. ஆனால் பெருக்குச் சராசரியின்படி வருடாந்திர சராசரி உயர்வு 10.9% மட்டுமே. மேலும் இச்சராசரி மக்கள் பெருக்கத்தை அளவிடப் பயன்படுகிறது. ஏனெனில் மக்கள் தொகைப் பெருக்கம் பெருக்குத் தொடரில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 8.8

1995–ஆம் ஆண்டுக்கான மேல்நிலைச் செலவுகள், முந்தைய ஆண்டை விட 32% அதிகரிக்கிறது. அடுத்த ஆண்டு இச்செலவுகள் 40% அதிகரிக்கிறது. மேலும் அதற்கு அடுத்துவரும் ஆண்டில் 50% ஆக அதிகரிக்கிறதுஎனில், அந்த மூன்றாண்டுகளின் மேல்நிலைச் செலவின் சராசரி சதவீத உயர்வு வீதத்தைக் கணக்கீடுக.

தீர்வு :

சராசரி சதவீத விகிதங்க ளைக் கணக்கீடு செய்வதற்கு பெருக்கல் சராசரி உகந்தது. இங்கு X என்பது ஓர் ஆண்டின் மேல்நிலைச் செலவை குறிக்கட்டும்.

% அதிகரிப்பு	X	$\log X$
32	132	2.1206
40	140	2.1461
50	150	2.1761
		$\Sigma \log X = 6.4428$

அட்டவணை: 8.6

$$GM = Anti\log\left(\frac{\Sigma \log X}{n}\right)$$

$$= Anti\log\left(\frac{6.4428}{3}\right)$$

$$= Anti\log(2.1476)$$

$$GM = 140.5$$

மேல்நிலைச் செலவின் சராசரி சதவீத உயர்வு வீதம்

140.5 – 100 = 40.5 %

உங்களுக்கு தெரியுமா?

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களில் ஒரு மதிப்பு பூஜ்ஜியம் எனில் பெருக்குச் சராசரியை கணக்கிட இயலாது.

8.1.5 இசைச்சராசரி (Harmonic mean)

தனித்த விவரங்களின் தலைகீழ்களின் தலைகீழ் கூட்டுச் சராசரி, இசைச்சராசரி எனப்படும். இது HM என குறிக்கப்படுகிறது

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 198 20-04-2020 04:52:32 PM

$$H\,M = \frac{n}{\left(\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+.....+\frac{1}{X_n}\right)}$$

எண் விவரங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும்பொழுது, இசைச்சராசரியின் கணக்கீடு கடினமாக இருக்கும். கணக்கீட்டை எளிமையாக்க மதிப்புகளின் தலைகீழிகளை, அதற்கான அட்டவணையிலிருந்துப் பெறலாம். இதற்குக் கீழ்காணும் சூத்திரங்களைப் பயன் படுத்தலாம்.

(i) தனித்த விவரங்களின் இசைச்சராசரி

$$HM = \frac{n}{\left(\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+.....+\frac{1}{X_n}\right)} \text{ (அல்லது)}$$

$$HM = \frac{n}{\Sigma\left(\frac{1}{X}\right)}$$

இங்கு n என்பது விவரங்கள் அல்லது உறுப்புகள் அல்லது மதிப்புகள்

(ii) தொடர்சியற்ற அலைவெண் பரவலுக்கு,

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{X}\right)} \text{ இங்கு}$$

N = அலைவெண்களின் கூடுதல் $= \sum f$

(iii) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{m}\right)}$$

இங்கு m என்பது மையப்புள்ளி மற்றும் N என்பது மொத்த அலைவெண்

எடுத்துக்காட்டு 8.9

கீழ்கண்ட விவரங்களுக்கு, இசைச் சராசரியைக் காண்க.

1, 0.5, 10, 45.0, 175.0, 0.01, 4.0, 11.2

தீர்வு:

X	$\frac{1}{X}$
1	1.0000
0.5	2.0000
10	0.1000
45	0.0222
175	0.0057
0.01	100.0000
4.0	0.2500
11.2	0.0893
	$\Sigma\left(\frac{1}{X}\right)$=103.4672

அட்டவணை: 8.7

$n = 8$

$$HM = \frac{n}{\Sigma\left(\frac{1}{X}\right)} = \frac{8}{103.467} = 0.077$$

எடுத்துக்காட்டு 8.10

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இசைச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்கள்	10	20	25	40	50
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	20	30	50	15	5

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள் X	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை f	$\frac{f}{X}$
10	20	2.000
20	30	1.500
25	50	2.000
40	15	0.375
50	5	0.100
	$N = 120$	$\Sigma\left(\frac{f}{X}\right) = 5.975$

அட்டவணை: 8.8

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 199 20-04-2020 04:52:35 PM

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{X}\right)} = \frac{120}{5.975} = 20.08$$

எடுத்துக்காட்டு 8.11

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இசைச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பு	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
அலைவெண்	8	12	20	6	4

தீர்வு:

இசைச்சராசரியின் கணக்கீடு

மதிப்பு	இடைநிலை m	f	$\left(\frac{f}{m}\right)$
0-10	5	8	1.60
10-20	15	12	0.80
20-30	25	20	0.80
30-40	35	6	0.17
40-50	45	4	0.09
		N = 50	$\Sigma\left(\frac{f}{m}\right)$ **=3.46**

அட்டவணை: 8.9

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{m}\right)} = \frac{50}{3.46} = 14.45$$

இசைச்சராசரியின் சிறப்புப் பயன்பாடுகள்

இசைச்சராசரி அதன் பயன்பாட்டுக் களத்தின் வரையறைக்குட்பட்டது. ஒரு நிறுவனத்தின், சராசரி இலாப வளர்ச்சி வீதத்தினை அல்லது மேற்கொள்கிற பயணத்தின் சராசரி வேகம் அல்லது விற்கக்கூடிய ஒரு பொருளின் சராசரி விலை ஆகியவற்றை கணக்கிடுவதற்கு இசைச்சராசரி பயன்படுகிறது. இவ்வீதம் பொதுவாகத் தலைகீழாக விவரிக்கப்படுகிற இரு வேறு வகையிலான அளவிடும் அலகுகளுக்குகிடையே உள்ள தொடர்பைக் குறிக்கிறது.

உதாரணமாக, ஒரு நபர் 5 மணி நேரத்தில் 20 கி.மீ. நடைப்பயணம் மேற்கொள்கிறார் எனில், அவருடைய நடை வேகவீதம்

$$\frac{20 \text{ கி.மீ.}}{5 \text{ மணி}} = 4 \text{ கி.மீ. / மணி}$$

இங்கு முதல் உறுப்பின் அலகு கி.மீ மற்றும் இரண்டாவது உறுப்பின் அலகு மணி அல்லது தலைகீழாக,

$$\frac{5 \text{ மணி}}{20 \text{ கி.மீ.}} = \frac{1}{4} \text{ கி.மீ. / மணி}$$

இங்கு முதல் உறுப்பின் அலகு மணி மற்றும் இரண்டாம் உறுப்பின் அலகு கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 8.12

ஒரு மோட்டர் ஓட்டுநர் சமதளப் பரப்பிலிருந்து, மலைப் பிரதேசத்திற்கு 100கி.மீ தூரத்தை சராசரியாக மணிக்கு 30கி.மீ வேகத்தில் பயணிக்கிறார். மீண்டும் அதேப் பாதையில் சராசரியாக மணிக்கு 20கி.மீ வேகத்தில் திரும்புகிறார். எனில், மொத்த தூரம் 200 கிமீ–யையும் பயணித்த அவரது பயணத்தின் சராசரி வேகம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

பொதுவாக, இதைக் கணக்கிட ஒருவர் கூட்டுச் சராசரியைப் பயன்படுத்துவார்.

i.e., $\overline{X} = \frac{30+20}{2} = 25$ கி.மீ. / மணி

இது சரியான சராசரி அல்ல. இங்கு இசைச்சராசரியைக் காண்பதே சாலச்சிறந்தது. 30 மற்றும் 20 –ன் இசைச்சராசரி

$$HM = \frac{2}{\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{1}{30}\right)} = \frac{2}{\left(\frac{5}{60}\right)} = \frac{2(60)}{5}$$

= 24 கி.மீ. / மணி

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 200 20-04-2020 04:52:37 PM

குறிப்பு

கி.மீ/மணி, கி.மீ/லிட்டர், பாடவேளை/பருவத்தேர்வு, டன்/மாதம் போன்ற விகிதங்களின் கணக்கிற்கு மைய நோக்கு அளவையான இசைச் சராசரியைப் பயன் படுத்துவதுப் பொருத்தமானது.

8.1.6 சராசரிகளுக்கு இடையேயானத் தொடர்பு (Relationship among the averages)

அனைத்து விதமானப் பரவல்களிலும், மூலஉறுப்புகள், அளவில் வேறுபடும்பொழுது, கூட்டுச் சராசரி, பெருக்குச் சராசரி மற்றும் இசைச்சராசரி ஆகியவற்றின் மதிப்புகளும், பின்வரும் அளவில் மாறுபடும்.

$$AM \geq GM \geq HM$$

உங்களுக்கு தெரியுமா?

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ அனைத்து எண்களும் சமம் எனில் AM = GM = HM

எடுத்துக்காட்டு 8.13

பின்வரும் விவரங்களுக்கு A.M, G.M மற்றும் H.M. இடையேயுள்ள தொடர்பை சரிபார்க்க.

X	7	10	13	16	19	22	25	28
f	10	22	24	28	19	9	12	16

தீர்வு:

அட்டவணை 8.10–லிருந்து

$$AM = \frac{\sum fX}{N} = \frac{2357}{140} = 16.84$$

$$GM = Anti\log\left(\frac{\sum f\log X}{N}\right)$$

$$= Anti\log\left(\frac{167.209}{140}\right)$$

$$= Anti\log(1.1944) = 15.65$$

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{X}\right)} = \frac{140}{9.6852} = 14.46$$

அதாவது, $16.84 > 15.65 > 14.46$

$$\therefore\ AM > GM > HM$$

X	f	Xf	$logX$	$f\,logX$	f / X
7	10	70	0.8451	8.4510	1.4286
10	22	220	1	22.0000	2.2000
13	24	312	1.1139	26.7346	1.8462
16	28	448	1.2041	33.7154	1.7500
19	19	361	1.2788	24.2963	1.0000
22	9	198	1.3424	12.0818	0.4091
25	12	300	1.3979	16.7753	0.4800
28	16	448	1.4472	23.1545	0.5714
	$\sum f = N = 140$	$\sum fX = 2357$		$\sum f\log x = 167.209$	$\sum\frac{f}{x} = 9.6852$

அட்டவணை : 8.10

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 201 20-04-2020 04:52:41 PM

எடுத்துக்காட்டு 8.14

A என்பவரின் இருசக்கர வாகனம் சராசரியாக ஒரு லிட்டருக்கு 40 கிமீ தூரம் இயங்குகிறது. B என்பவரின் இருசக்கர வாகனம் சராசரியாக ஒரு லிட்டருக்கு 30 கிமீ தூரம் இயங்குகிறது.

(i) ஒவ்வொருவரும் 120 கிமீ பயணிக்கிறார்கள் எனில், சராசரியைக் காண்க.

(ii) ஒவ்வொருவரும் தலா 2 லிட்டர் திரவ எரிபொருள் (பெட்ரோல்) பயன்படுத்துகிறார்கள் எனில், சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

(i) இங்கு இருவரும் கடக்கும் தூரம் மாறாதது. எனவே இங்கு இசைச்சராசரியைக் கொண்டு சராசரியைக் காண்பது பொருத்தமானது.

$$HM = \frac{n}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$

$$= \frac{2}{\frac{1}{40}+\frac{1}{30}} = \frac{2}{\frac{7}{120}}$$

$$= \frac{2\times120}{7} = 34.3 \text{ கிமீ/லிட்டர்}$$

(ii) இங்கு திரவ எரிபொருளின் பயன்பாடு நிலையானது. எனவே இங்கு கூட்டுச் சராசரியை கணக்கிடுவது மிகச் சரியான தீர்வு ஆகும்.

$$\overline{X} = \frac{\text{பயணித்த மொத்த தூரம்}}{\text{திரவ எரிபொருளின் மொத்த பயன்பாடு}}$$

$$\overline{X} = \frac{40\times2+30\times2}{4} = 35$$

$\therefore$ எனவே, சராசரி வேகம் = 35 கிமீ/லிட்டர்.

எடுத்துக்காட்டு 8.15

ரூபாய் ஒன்றுக்கு ஒருவர் நான்கு வெவ்வேறு இடங்களில் 1கி.கி, 2 கி.கி, 3கி.கி மற்றும் 4 கி.கி அளவில் தக்காளியை வாங்குகிறார் எனில், சராசரியாக, ஒரு ரூபாய்க்கு எத்தனை கிலோ கிராம் தக்காளி அவரால் வாங்கப்பட்டது?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஒரு ரூபாய்க்கு என்பதால், இங்கு இசைச்சராசரியை பயன்படுத்துவதே சிறந்தது.

$$\text{HM} = \frac{n}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = \frac{4\times12}{25}$$

$= 1.92$ கிலோ கிராம் / ரூபாய்

8.2 சிதறல் அளவைகள் (Measures of dispersion)

ஒரு பரவலின் மையப் பகுதியில் உள்ள விவரங்களின் அடர்வு பற்றியக் கருத்தை சராசரி உருவாக்குகிறது. ஆனால் சராசரியை மட்டும் கொண்டு, ஒரு பரவலை பற்றிய முழுமையான கருத்தைத் தெரிவிக்க இயலாது, என்பதை பின்வரும் எடுத்துக்காட்டிலிருந்து சுலபமாகப் புரிந்துக் கொள்ளலாம்.

கொடுக்கப்பட்ட எண் விவரங்களை கருதுக. (i) 7,8,9,10,11 (ii) 3,6,9,12,15 மற்றும் (iii) 1,5,9,13,17.

மேற்கண்ட வகைகள் அனைத்திலும், 5 விவரங்களின் சராசரி 9 என காண்கிறோம். 5 விவரங்களுக்கு சராசரி 9 எனக் கொடுக்கப்பட்டால், முதல் தொடரின் சராசரியா அல்லது இரண்டாவதுத் தொடரின் சராசரியா அல்லது மூன்றாவதுத் தொடரின் சராசரியா அல்லது 5 விவரங்களின் கூடுதல் 45 உடைய வேறு ஏதாவது ஒரு தொடரின் சராசரியா என்ற முடிவுக்கும் நம்மால் வர இயலாது.

எனவே மையப்போக்கு அளவைகள், ஒரு பரவலின் முழுமையான விவரத்தைத் தரப் போதுமானவை அல்ல. எனவே, அவை வேறு சில அளவைகளால் மேம்படுத்தப்பட வேண்டும். அத்தகைய அளவைகளில் ஒன்று சிதறல் ஆகும். எனவே சிதறல் அளவைகளின் பயன்பாடு தேவைபடுகிறது. இது அளவைகளின் பரவலின் தன்மையை வழங்குகிறது.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 202 20-04-2020 04:52:44 PM

சிதறல் அளவைகளை பேச்சு வழக்கில் சிதறல்கள் என்கிறோம், சிதறல் அளவைகள் என்பது ஒரு பரவலின், ஒருமைத் தன்மை அல்லது பன்முகத்தன்மைப் பற்றியதாகும். மேற்கூறிய மூன்று தொடரிகளில் முதல் தொடர் இரண்டு அல்லது மூன்றாவது தொடரைக் காட்டிலும் அதிக ஒருமைத்தன்மை (குறைவான சிதறல்கள்) உடையது அல்லது மூன்றாவது தொடர் முதல் அல்லது இரண்டாவது தொடரை விட அதிகப் பன்முகத் தன்மை உடைய (அதிக சிதறல்கள்) விவரங்களைக் கொண்டிருக்கிறது எனக் கூறலாம்.

பல்வேறு சிதறல் அளவைகள், இரண்டு விரிவான வகைகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது

a) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மதிப்புகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரத்தைப் பொறுத்துப் பரவும் விவரங்களை விவரிக்கும் அளவைகள் தூர அளவைகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு:– வீச்சு, இடைக்கால்மான வீச்சு (அல்லது) கால்மான விலக்கம்

b) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின், மைய அளவைகளிலிருந்து, விலக்கச் சராசரிகளை விவரிக்கும் அளவைகள்.

எடுத்துக்காட்டு:– (அ) சராசரி விலக்கம் (ஆ) திட்ட விலக்கம்

8.2.1 கால்மான விலக்கம்

கால்மான விலக்கம் என்பது $QD = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

இதனை அரை இடைக்கால்மானம் எனவும் அழைக்கலாம். இங்கு Q_1 மற்றும் Q_3 என்பது முறையே முதல் மற்றும் மூன்றாம் கால்மானம் ஆகும். $Q_3 - Q_1$ என்பது கால் மானங்களின் வீச்சு ஆகும்.

(i) QD ன் தொடர்பான ஒப்பீட்டு அளவைகள்

கால்மான விலக்கம் என்பது ஒரு முழுமையான சிதறல் அளவைகள் ஆகும். QD தொடர்பான சார்பளவைகள் கால்மானக் கெழு எனப்படும். இதனைக் கீழ்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$\text{கால்மான விலக்கக்கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

பல்வேறுப் பரவல்களின் மாறுபாட்டு அளவை ஒப்பிடுவதற்குக் கால்மானக் கெழு பயன்படுகிறது.

(ii) கால்மான விலக்கத்தின் கணக்கீடு

கால்மான விலக்கக் கெழுவின் கணக்கீட்டுமுறை மிகவும் எளிதானது. ஏனெனில் கீழ்கால்மானம் Q_3 மற்றும் மேல்கால்மானம் Q_1 ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டால் போதுமானது.

எடுத்துக்காட்டு 8.16

கீழ்காணும் விவரங்களுக்கு கால்மான விலக்கத்தையும் அதன் கெழுவையும் காண்க.

வரிசை எண்	1	2	3	4	5	6	7
மதிப்பெண்கள்	20	28	40	12	30	15	50

தீர்வு:

மதிப்பெண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதவும்

12 15 20 28 30 40 50

n = எண் விவரங்களின் எண்ணிக்கை = 7

$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = $\left(\frac{7+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 2 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 15

அதாவது $Q_1 = 15$

$Q_3 = \left(\frac{3(n+1)}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = $\left(\frac{3\times 8}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 6 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 40

அதாவது $Q_3 = 40$

$$QD = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{40-15}{2} = 12.5$$

கால்மான விலக்கக் கெழு

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{40-15}{40+15} = \frac{25}{55} = 0.455$$

கால்மான விலக்கக் கெழு QD = 0.455

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 203 20-04-2020 04:52:45 PM

எடுத்துக்காட்டு 8.17

பின்வரும் விவரங்களுக்குக் கால்மான விலக்கக் கெழுவைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	10	20	30	40	50	60
எண்ணிக்கை	4	7	15	8	7	2

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள்	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
X	f	cf
10	4	4
20	7	11
30	15	26
40	8	34
50	7	41
60	2	43
		$N=\sum f=43$

அட்டவணை : 8.11

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ -வது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \frac{(43+1)}{4}$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= 11–வது உறுப்பின் மதிப்பு = 20

$Q_3 = \left(\frac{3(N+1)}{4}\right)$ -வது உறுப்பின் மதிப்பு

= 33-வது உறுப்பின் மதிப்பு = 40

$QD = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{40-20}{2} = 10$

கால்மானக் கெழு $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{40-20}{40+20}$

$= \frac{20}{60} = 0.333$

எடுத்துக்காட்டு 8.18

பின்வரும் விவரங்களுக்கு கால்மான விலக்கத்தைக் காண்க

CI	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
f	12	19	5	10	9	6	6

தீர்வு:

கால்மான விலக்கம் கணக்கீடு

CI	f	cf
10 – 20	12	12
20 – 30	19	31
30 – 40	5	36
40 – 50	10	46
50 – 60	9	55
60 – 70	6	61
70 – 80	6	67
	N = 67	

அட்டவணை : 8.12

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \left(\frac{67}{4}\right) = 16.75$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

எனவே Q_1 ஆனது (20–30) என்ற இடைவெளியில் அமைந்துள்ளது.

$L = 20, \frac{N}{4} = 16.75, pcf = 12, f = 19, c = 10$

$$Q_1 = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - pcf}{f}\right) \times c$$

$Q_1 = 20 + \left(\frac{16.75 - 12}{19}\right) \times 10 = 20 + 2.5 = 22.5$

$Q_3 = \left(\frac{3N}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = 50.25 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

எனவே Q_3 ஆனது (50–60) என்ற இடைவெளியில் அமைந்துள்ளது.

$L = 50, \frac{3N}{4} = 50.25, pcf = 46, f = 9, c = 10$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3N}{4} - pcf}{f}\right) \times c$$

$$Q_3 = 50 + \left[\frac{50.25 - 46}{9}\right] \times 10 = 54.72$$

$$QD = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

$$= \frac{54.72 - 22.5}{2} = 16.11$$

$\therefore$ QD = 16.11

8.2.2 சராசரி விலக்கம்

ஒரு பரவலில் உள்ள உறுப்புகள் மற்றும் அவற்றின் சராசரி (அல்லது) இடைநிலை ஆகியவற்றின் இடையேயான முழுமையான வேறுபாட்டின் சராசரியே சராசரி விலக்கம் எனப்படுகிறது.

(i) சூராசரி விலக்கக் கணக்கீடு (தனித்த விவரங்கள்) (Individual observations)

$X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ என்பன கொடுக்கப்பட்ட n தனித்த விவரங்கள் எனில், இவற்றின் சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம் அல்லது இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம் ஆகியவைக் கீழ்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

சராசரியை பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம் MD

$$= \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \frac{\sum |D|}{n}$$

இங்கு $|D| = |X - \bar{X}|$ மற்றும் n என்பது விவரங்களின் எண்ணிக்கை.

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$= \frac{\Sigma |X - \text{இடைநிலை}|}{n} = \frac{\Sigma |D|}{n}$$

இங்கு $|D| = |X - \text{இடைநிலை}|$ மற்றும் N என்பது விவங்களின் எண்ணிக்கை.

குறிப்பு

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் காணப்படும் நிலையில், |D| என்பது குறிகள் நீங்கலாக இடைநிலையிலிருந்து பெறப்படும் உறுப்புகளின் விலக்கம் ஆகும்.

(ii) சராசரி விலக்கம் கணக்கிடும் முறை (தொடர்ச்சியற்ற விவரங்கள்)

சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$= \frac{\sum f|X - \bar{X}|}{N} = \frac{\sum f|D|}{N}$$

இங்கு $|D| = |X - \bar{X}|$ மற்றும் N அலைவெண்களின் கூடுதல்.

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$\text{MD} = \frac{\sum f\,|X - \text{இடைநிலை}|}{N} = \frac{\sum f\,|D|}{n}$$

இங்கு $|D| = |X - \text{இடைநிலை}|$ (குறை மதிப்பு நீங்கலாக) மற்றும் N என்பது விவரங்களின் எண்ணிக்க.

(iii) சராசரி விலக்கம் கணக்கிடும் முறை – தொடர்ச்சியான விவரங்கள்

தொடர்ச்சியான விவரங்களுக்கான சராசரி விலக்கம் கணக்கிடும் முறையில், பல்வேறு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளிகளைக் கண்டு, இவற்றின் விலக்கத்தைச் சராசரி அல்லது இடைநிலையை பொறுத்து காண வேண்டும்.

சராசரியை பொறுத்த சராசரி விலக்கம்

சராசரியைப் பொறுத்த MD

$$= \frac{\sum f|M - \bar{X}|}{N} \text{ அல்லது } = \frac{\sum f|D|}{N}$$

இங்கு M என்பது மைய மதிப்பு,

$|D| = |M - \bar{X}|$ (குறை மதிப்பு நீங்கலாக) மற்றும் N என்பது அலைவெண்களின் கூடுதல்.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 205 20-04-2020 04:52:52 PM

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$= \frac{\sum f\,|M - \text{இடைநிலை}|}{N} \quad \text{அல்லது}$$

$$= \frac{\sum f|D|}{N}$$

இங்கு M என்பது மைய மதிப்பு, $|D| = |M - \text{இடைநிலை}|$ (குறை மதிப்பு நீங்கலாக) மற்றும் N என்பது அலைவெண்களின் கூடுதல்.

(iv) சராசரி விலக்கத்திற்கு தொடர்புடைய அளவை (Relative Measure for Mean Deviation)

சராசரி விலக்கத்திற்கு தொடர்புடைய அளவையே சராசரி விலக்கக் கெழு எனப்படும். மேலும் அது கீழ்கண்டவாறு பெறப்படுகிறது.

சராசரியைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கக் கெழு

$$= \frac{\text{சராசரியைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கம்}}{\text{சராசரி}}$$

இடைநிலையைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கக் கெழு

$$= \frac{\text{இடைநிலையைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கம்}}{\text{சராசரி}}$$

குறிப்பு

நடைமுறையில் சராசரி விலக்கம் காண அதிக அளவில் கூட்டுச் சராசரி பயன்படுத்தப்படுகிறது. குறிப்பாக இடைநிலையைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கம் கணக்கிட வேண்டுமெனில் இடைநிலைப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8.19

ஐந்து குழுக்களின் வருமானம் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றின் சராசரியைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கம் மற்றும் அதன் விலக்கக் கெழு காண்க.

வருமானம் (₹)	4000	4200	4400	4600	4800

தீர்வு:

$$\text{சராசரி} = \frac{\sum X}{n} = \frac{22000}{5} = 4400$$

வருமானம் (₹)	$\lvert D\rvert = \lvert (X - 4400)\rvert$
4000	400
4200	200
4400	0
4600	200
4800	400
$\sum X = 22000$	$\sum \lvert D\rvert = 1200$

அட்டவணை : 8.13

சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$MD = \frac{\Sigma|D|}{n};$$

$$\text{MD} = \frac{1200}{5} = 240$$

$$\text{சராசரி விலக்கக் கெழு } MD = \frac{240}{4400} = 0.055$$

எடுத்துக்காட்டு 8.20

கொடுக்கப்பட்ட ஏழு எண் விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கத்தையும் அதன் தொடர்புடைய அளவையையும் காண்க. 55, 45, 40, 20, 60, 80, 30.

தீர்வு:

எண் விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

20, 30, 40, 45, 55, 60, 80

இடைநிலை $= \left(\frac{(n+1)}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு (n ஒரு ஒற்றை எண்)

இடைநிலை $= \left(\frac{(7+1)}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$=4$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 45$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 206 20-04-2020 04:52:54 PM

X	$\lvert X$ – இடைநிலை$\rvert = \lvert X-45\rvert$
20	25
30	15
40	5
45	0
55	10
60	15
80	35
	$\Sigma\lvert X - \text{Median}\rvert = 105$

அட்டவணை : 8.14

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$MD = \frac{\Sigma\lvert X - \text{இடைநிலை}\rvert}{n} = \frac{105}{7} = 15.0$$

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்க கெழு

$$= \frac{14.29}{45} = 0.32$$

எடுத்துக்காட்டு 8.21

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு சராசரியைப் பொறுத்த சராசரி விலக்கம் காண்க.

அளவு	2	4	6	8	10	12	14	16
அலைவெண்	2	2	4	5	3	2	1	1

தீர்வு:

சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கத்திற்காண கணக்கீடு

X	f	fX	$\lvert D\rvert = X-8$	$f\lvert D\rvert$
2	2	4	6	12
4	2	8	4	8
6	4	24	2	8
8	5	40	0	0
10	3	30	2	6
12	2	24	4	8
14	1	14	6	6
16	1	16	8	8
	$N=20$	$\Sigma fX = 160$		$\Sigma f\lvert D\rvert = 56$

அட்டவணை : 8.15

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fX}{N} = \frac{160}{20} = 8$$

சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$= \frac{\Sigma f\lvert D\rvert}{N} = \frac{56}{20} = 2.8$$

எடுத்துக்காட்டு 8.22

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கத்தையும் அதன் தொடர்பு அளவையையும் காண்க.

X	15	25	35	45	55	65	75	85
அலைவெண்	12	11	10	15	22	13	18	19

தீர்வு:

அளவுகள் X என்பது ஏறுவரிசையில் உள்ளது.

X	f	cf
15	12	12
25	11	23
35	10	33
45	15	48
55	22	70
65	13	83
75	18	101
85	19	120
	N = 120	

அட்டவணை : 8.16

இடைநிலை $= \left(\frac{(n+1)}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= \left(\frac{(120+1)}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

$= 60.5$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= 55$

குவிவு அலைவெண் உறுப்புக்கு தொடர்புடைய X–ன் மதிப்பு =55

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$$= \frac{\sum f\lvert X - \text{இடைநிலை}\rvert}{N} = \frac{\sum f\lvert D\rvert}{N}$$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 207 20-04-2020 04:52:58 PM

X	f	|D| = |X- 55|	f |D|
15	12	40	480
25	11	30	330
35	10	20	200
45	15	10	150
55	22	0	0
65	13	10	130
75	18	20	360
85	19	30	570
	N = 120		$\Sigma f \mid D \mid = 2220$

அட்டவணை : 8.17

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$= \frac{2220}{120} = 18.5$

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கக் கெழு $\frac{18.5}{55} = 0.34$

எடுத்துக்காட்டு 8.23

கீழ்கண்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கக் கெழுவைக் காண்க.

வயது (ஆண்டில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நபர்களின் எண்ணிக்கை	20	25	32	40	42	35	10	8

விடையை இருதசம இட திருத்தமாக காணவும்.

தீர்வு:

இடைநிலைக்கான கணக்கீடு பின்வருமாறு

X	f	cf
0-10	20	20
10-20	25	45
20-30	32	77
30-40	40	117
40-50	42	159
50-60	35	194
60-70	10	204
70-80	8	N=212

அட்டவணை : 8.18

$\frac{N}{2} = \frac{212}{2} = 106$. குவிவு அலைவெண் 106–க்கான பிரிவு இடைவெளி (30–40) ஆகையால், பிரிவு இடைநிலை அளவுக்கான ஒத்த மதிப்புகள் $L = 30, pcf = 77, f = 40$ மற்றும் $c = 10$.

$$\text{இடைநிலை} = L + \left(\frac{\left(\frac{N}{2}\right) - pcf}{f} \right) \times c$$

$$\text{இடைநிலை} = 30 + \left(\frac{106 - 77}{40} \right) \times 10$$

$\therefore$ இடைநிலை = 37.25 (இருதசம இடதிருத்தமாக)

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்திற்கான கணக்கீடு

X	f	M	|D| = |X–37.25|	f|D|
0-10	20	5	32.25	645
10-20	25	15	22.25	556.25
20-30	32	25	12.25	392
30-40	40	35	2.25	90
40-50	42	45	7.75	325.5
50-60	35	55	17.75	621.25
60-70	10	65	27.75	277.5
70-80	8	75	37.75	302
	N=212			$\Sigma f \mid D \mid = 3209.5$

அட்டவணை: 8.19

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கம்

$= \frac{\Sigma f |D|}{N} = \frac{3209.5}{212} = 15.14$

இடைநிலையைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கக் கெழு

$= \frac{\text{இடைநிலையைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கம்}}{\text{சராசரி}}$

$= \frac{15.14}{37.25} = 0.4064$

$= 0.41$ (இருதசம இடதிருத்தமாக).

குறிப்பு

கணக்கை இடைநிலைக்குப் பதிலாக சராசரியைப் பொறுத்தச் சராசரி விலக்கமும் காணலாம்.

பயிற்சி 8.1

1. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு முதல் கால்மானம் மற்றும் மூன்றாம் கால்மானம் ஆகியவற்றைக் காண்க. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு Q_1, Q_3, D_8 மற்றும் P_{67} ஆகியவற்றைக் காண்க:

பங்குகளின் அளவு	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
அலைவெண்	10	18	22	25	40	15	10	8	7

3. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கீழ்கால்மானம், மேல்கால்மானம், 5–வது பத்துமானம், 7 ஆவது பத்துமானம், 60–வது நூறுமானம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

தினக்கூலி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
அலைவெண்	1	3	11	21	43	32	9

4. 31 நபர்களின் எடைகள் கீழ்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விவரங்களுக்கு பெருக்குச்சராசரியைக் காண்க.

எடை (பவுண்டில்)	130	135	140	145	146	148	149	150	157
அலைவெண்	3	4	6	6	3	5	2	1	1

5. ஒரு பொருளின் விலை 2004–2005 –ல் 5% அதிகரிக்கப்படுகிறது. 2005–2006 – ம் ஆண்டில் 8% –ம் 2006–2007 –ல் 77%–ம் அதிகரிக்கிறது எனில், 2004–2007–ம் ஆண்டு வரை பொருளின் சராசரி விலை ஏற்றத்தைக் கணக்கிடுக.

6. விமானம் ஒரு சதுரத்தின் நான்கு பக்கங்களின் வழியாக முறையே மணிக்கு 100 கி.மீ, 200 கி.மீ, 300 கி.மீ மற்றும் 400 கி.மீ. பறக்கிறது. சதுரப்பக்கங்களின் மீது சுற்றி வரும் விமானத்தின் சராசரி வேகத்தை காண்க.

7. ஒரு நபர் மகிழ்வுந்தில் (Car) 3 நாட்கள் பயணிக்கிறார். நாள் ஒன்றுக்கு 480 கி.மீ தூரம் பயணிக்கிறார். முதல் நாள் அன்று மணிக்கு 48 கி.மீ வேகத்தில் 10 மணி நேரம் பயணிக்கிறார். இரண்டாம் நாள் மணிக்கு 40 கி.மீ வேகத்தில் 12 மணி நேரம் பயணிக்கிறார் மற்றும் கடைசி நாள் அன்று மணிக்கு 32 கி.மீ வேகத்தில்15 மணி நேரம் பயணம் செய்கிறார். அவர் பயணிக்கும் சராசரி வேகத்தை கணக்கிடுக.

8. ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டாரப் பகுதியில் வசிக்கும் 8 குடும்பங்களின் மாத வருமானம் (ரூபாயில்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விவரங்களின் கூட்டுச்சராசரி, பெருக்கல் சராசரி மற்றும் இசைச் சராசரி ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டு சராசரிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொடர்பை சரிபார்க்க.

குடும்பங்கள்:	A	B	C	D	E	F	G	H
வருமானம் (ரூ.):	70	10	50	75	8	25	8	42

9. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கூட்டுச்சராசரி, இசைச்சராசரி மற்றும் பெருக்கல் சராசரி ஆகியவற்றைக் காண்க. சராசரிகளுக்கு இடையேயான தொடர்பினை சரிபார்.

X	5	15	10	30	25	20	35	40
f	18	16	20	21	22	13	12	16

10. பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களுக்கு கூட்டுச்சராசரி, பெருக்கல் சராசரி மற்றும் இசைச்சராசரி ஆகியவற்றை கணக்கிடுக. இச்சராசரிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்புகளைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	10	25	30	20	10

11. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கால்மானம் மற்றும் கால்மான விலக்கக்கெழுவைக் காண்க.

வயது (வருடங்களில்):	20	30	40	50	60	70	80
நபர்களின் எண்ணிக்கை:	13	61	47	15	10	18	36

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 209 20-04-2020 04:53:02 PM

12. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கால்மான விலக்கம் மற்றும் அதன் தொடர்பு அளவையும் காண்க.

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	5	10	13	18	14	8

13. பின்வரும் விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்துச் சராசரி விலக்கத்தையும் அதன் தொடர்பு அளவையும் காண்க.

உயரம் (அங்குலங்களில்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
58	15
59	20
60	32
61	35
62	35
63	22
64	20
65	10
66	8

14. பின்வரும் விவரங்களுக்கு சராசரி விலக்கத்தை அதன் சராசரியைக் கொண்டு காண்க.

பிரிவு இடைவெளி:	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
அலைவெண் f	3	5	12	6	4

15. பின்வரும் விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கத்தைக் காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
0-10	8
10-20	12
20-30	16
30-40	20
40-50	37
50-60	25
60-70	19
70-80	13

8.3 நிகழ்தகவு

'நிகழ்தகவு' அல்லது 'வாய்ப்பு' என்கிற வார்த்தை அன்றாட உரையாடலில் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. மேலும் அதன் பொருள் பற்றி பொதுவாக மக்கள் ஓரளவு அறிந்திருக்கிறார்கள். உதாரணமாக,

"நாளை மழை வருவதற்கு வாய்ப்பு இருக்கிறது"

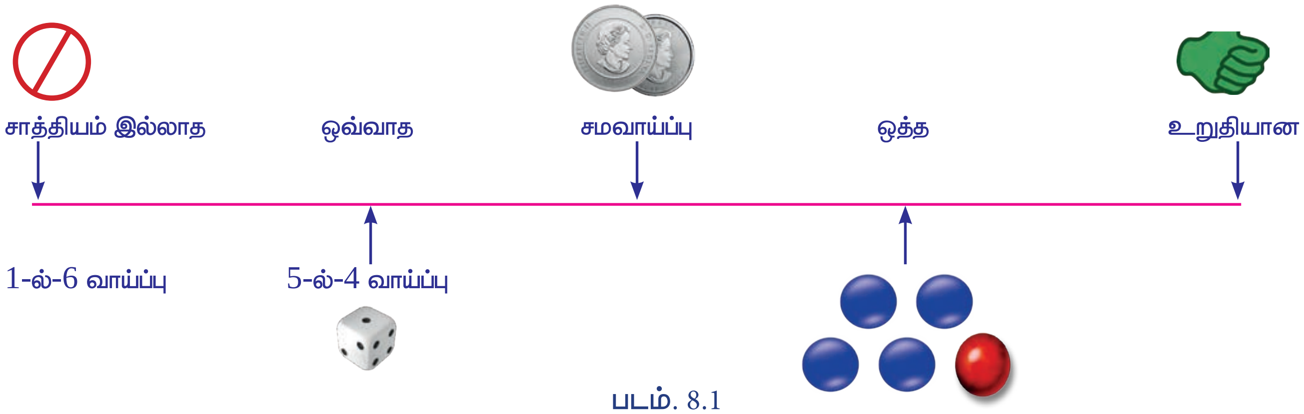
"A மற்றும் B அணிகள் ஒரு குறிப்பிட்டப் போட்டியில் வெற்றி பெறுவதற்குச் சமமான வாய்ப்பிருக்கிறது."

சாத்தியம், உத்தேசம் போன்ற வார்த்தைகள் ஒரே விதமான பொருளைத் தருகின்றன. அதாவது, இந்த நிகழ்வு நடைபெறும் என்பது உறுதியில்லை அல்லது அந்த நிகழ்வு நடைபெறுவதற்கான வாய்ப்புப் கேள்விக்குரியதாக உள்ளது. சமானியர்களின் பேச்சுவழக்கில் நிகழ்தகவு என்கிற வார்த்தை இவ்வாறாக என்ன நடைபெறுகிறது என்பது பற்றி சிறிதளவு உறுதியற்ற நிலையில் காணப்படுகிறது. எவ்வாறாயினும், கணிதவியல் மற்றும் புள்ளியியலில் உறுதியற்ற நிலைமைப் பற்றி சில நிபந்தனைகள் மூலமாக அறிவுப் பூர்வமான, எண் வடிவிலான வாக்கியத்தை அமைக்க முயற்சி செய்கிறோம் மற்றும் சில முறைகளைச் செயல்படுத்தி நிகழ்தகவிற்கான எண் மதிப்பைக் கணக்கிடுகிறோம்.

கலிலியோ (1564–1642), என்கிற இத்தாலிய கணிதவியலாளர் முதன்முதலில் சூதாட்டப்பந்தயத்தில்பகடைக்கான கருத்தியலில் சிலப் பிரச்சனைகளைச் சந்திக்கும்பொழுது எண்ணளவில் அளவிடக்கூடிய நிகழ்தகவைக் காண்பதற்கு முதன்முதலில் முயற்சி செய்தார்.

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளப் படம் நிகழ்தகவின் அடிப்படைக் கருத்துருக்களைக் பிரதிபலிக்கிறது.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 210 20-04-2020 04:53:02 PM



படம். 8.1

8.3.1 நிகழ்தகவின் அடிப்படைக் கருத்துருக்கள் (Basic concepts of Probability)

மீள்பார்வை (Recall)

(i) சமவாய்ப்புச் சோதனை (Random Experiment)

ஒரே மாதிரியான அடிப்படையில் ஒரு சோதனைப் பன்முறை திரும்பத் திரும்ப நடத்தப்படுகிறது. மேலும் வெளிப்படுகின்ற மொத்த எண்ணிக்கையை கணக்கிட முடியும். ஆனால் தனித்த முடிவு அதாவது ஒரு தனித்த வெளிப்பாட்டினை முன்கூட்டியே கணிக்க முடியாதவாறு உள்ளச் சோதனையே சமவாய்ப்புச் சோதனை எனப்படும்.

உதாரணமாக, ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டுதல், ஒருப் பகடையை உருட்டுதல் ஒரு சீட்டுக்கட்டில் இருந்து சீட்டு ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்தல் என்பன.

(ii) வெளிப்பாடு: (Outcome)

சமவாய்ப்புச் சோதனைகளின் முடிவே வெளிப்பாடு எனப்படும்.

(iii) முயற்சி மற்றும் நிகழ்வு: (Trial and Event)

ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்டச் செயல்பாடு முயற்சி எனப்படும். வெளிப்பாடு அல்லது வெளிப்பாடுகளின் சேர்க்கை நிகழ்வுகள் எனப்படும்.

(iv) முழுமையான நிகழ்வுகள் (Exhaustive Events)

ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையின், சாத்தியப்பட்ட மொத்த வெளிப்பாடுகளின் தொகுப்பே முழுமையான நிகழ்வுகள் எனப்படும்.

(v) சாத்தியமான நிகழ்வுகள் (Favourable Events)

ஒரு சோதனையில் ஒரு நிகழ்வு நிகழும் என்பதை உறுதிபடுத்தும் சாத்திய கூறுகளின் எண்ணிக்கை சாத்தியமான நிகழ்வுகள் எனப்படும்.

(vi) ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் (Mutually Exclusive events)

நடைபெறுகின்ற ஏதேனும் ஒரு நிகழ்வு நடைபெறவிருக்கின்ற ஏனைய நிகழ்வுகள் நடைபெறுவதை தவிர்க்கும் எனில், அதாவது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் ஒரே சோதனையில் ஒரே நேரத்தில் நடைபெறாது எனில் நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள் எனப்படும். நிகழ்வுகள் A மற்றும் B ஆகியவைகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் $A \cap B = \varnothing$

(vii) சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள் (Equally Likely Events)

ஒரு சோதனையின் நிகழ்ச்சிகளில் (இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட) ஏதேனும்

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 211 20-04-2020 04:53:02 PM

ஒரு நிகழ்ச்சி மற்றவற்றை விட நிகழக்கூடிய வாய்ப்பு அதிகமுள்ளது என்று எதிர்பார்க்க இயலாதெனில், அச்சோதனையின் நிகழ்ச்சிகள் யாவும் சமவாய்ப்புடைய நிகழ்ச்சிகள் என அழைக்கப்படுகிறது.

(viii) நிகழ்தகவின் தொன்மையான வரையறை (Classical definition of Probability)

ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையின் முடிவுகள், 'n' முழுமையான, ஒன்றையொன்று விலக்கும் மற்றும் சமவாய்ப்பு வெளிப்பாடுகளாக உள்ளது அவற்றில் நிகழ்வு E நடைபெறுவதற்கு m சாத்தியக்கூறுகள் உள்ளது. E நிகழ்வின் நிகழ்தகவு 'p', பொதுவாக $P(E)$ என குறிக்கப்படுகிறது.

$$p = P(E) = \frac{\text{சாத்தியக் கூறுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{முழுமையான நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{m}{n}$$

உங்களுக்கு தெரியுமா?

உறுதியற்ற தன்மைக்கான எண்ணியல் அளவை முதலில் வழங்கியவர் ஜேம்ஸ் பெர்னோலி ஆவார்.

(ix) பண்புகள் (Properties)

(i) $0 \le P(E) \le 1$

(ii) நிகழ்தகவின் கூடுதல் '1' –க்கு சமமாகும்.

(iii) $P(E)=0$ எனில், E என்பது சாத்தியமில்லா நிகழ்வு.

உதாரணத்திற்கு: ஒரு நாணயம் சுண்டப்படுகிறது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு: சோதனையின் மொத்த சாத்தியமான வெளிப்பாடுகள் {H,T} ஆகும்.

$n = 2$

தலை விழுவதற்கான சாத்திய வெளிப்பாடுகள் = {H}.

$m = 1$

தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{m}{n} = \frac{1}{2}$

(x) நிகழ்தகவின் நவீன வரையறை (Modern Definition of Probability)

நிகழ்தகவிற்கான நவீன அணுகுமுறை என்பது முழுவதும் அடிக்கோள்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது மற்றும் அது கணவியல் கருத்துருவாக்கங்களை சார்ந்திருக்கிறது. நிகழ்தகவின் கருத்தியலை அடிகோள்களின் அணுகுமுறையில் கற்க வேண்டுமெனில் சில அடிப்படைக் கருத்துருக்களை வரையறுப்பது அவசியமாகிறது. அவையாவன :

(i) **கூறுவெளி:** ஒரு சோதனையின் ஒவ்வொரு இயலக் கூடிய வெளிப்பாடு கூறு புள்ளி எனவும் மற்றும் கூறு புள்ளிகளின் தொகுப்பு கூறுவெளி எனப்படும் அது S என்று குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) **நிகழ்வு:** ஒரு கூறுவெளியின் ஏதேனும் ஒரு உட்கணம் நிகழ்வு எனப்படும்.

(iii) **ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்:** $A \cap B = \phi$ எனில் A மற்றும் B ஆகிய நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள் எனப்படும். அதாவது A மற்றும் B ஆகியவை சேராக் கணங்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு: S = { 1,2,3,4,5} என்க.

A = ஒற்றைப் படை எண்கள் = {1,3,5} மற்றும்

B = இரட்டைப் படை எண்கள் = {2,4} என்க.

$A \cap B = \phi$

$\therefore$ A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சியாகும்.

(xi) கூர்நோக்கு (Observation):

கணத்தின் வாயிலான கூற்றுகள்

(i) $A \cup B \Rightarrow A, B$ நிகழ்ச்சியில் ஏதேனும் ஒன்று நிகழ்வது.

(ii) $A \cap B \Rightarrow A$ மற்றும் B ஆகிய இரண்டும் நிகழும்

(iii) $\overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow A$ மற்றும் B ஆகியவைகள் நிகழாது.

(iv) $A \cap \overline{B} \Rightarrow A$ நிகழும் மற்றும் B நிகழாது.

(xii) நிகழ்தகவின் வரையறை (அடிக்கோள் அணுகுமுறை) (Definition of Probability)

E என்பது சோதனை என்க. S என்பது E– யோடு தொடர்புடைய கூறுவெளி என்க. S–ல் உள்ள ஒவ்வொரு நிகழ்வோடு $P(A)$ என்று குறிக்கப்படுகின்ற ஒரு மெய் எண்ணை நாம் தொடர்புப்படுத்துவோம். மேலும் $P(A)$) என்பது A–என்ற நிகழ்வின் நிகழ்தகவு எனக் கொண்டால், $P(A)$ கீழ்காணும் அடிக்கோள்களை நிவர்த்திச் செய்யும்.

அடிக்கோள் 1: $P(A) \geq 0$

அடிக்கோள் 2 : $P(S) = 1$

அடிக்கோள் 3 : $A_1, A_2, \ldots, A_n$ என்பன S கூறுவெளியில் உள்ள ஒன்றையொன்று விலக்கும் n நிகழ்வுகள் எனில்

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$$

(xiii) நிகழ்தகவின் அடிப்படைத் தேற்றங்கள்

தேற்றம் 1:

$P(\varnothing) = 0$, அதாவது சாத்தியமில்லா நிகழ்வின் நிகழ்தகவு பூச்சியமாகும்.

தேற்றம் 2:

S என்பது கூறுவெளி மற்றும் A என்பது S–ல் உள்ள ஒரு நிகழ்வு $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

தேற்றம் 3: கூட்டல் தேற்றம்

A மற்றும் B என்பன ஏதேனும் இரு நிகழ்வுகள் எனில்

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

(xiv) கூர்நோக்கு:

(i) A மற்றும் B என்ற இரு நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள் எனில் $A \cap B = \varnothing$

$\therefore P(A \cap B) = 0$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(ii) A, B, C என்ற ஏதேனும் மூன்று நிகழ்வுகளுக்கு கூட்டல் தேற்றத்தை விரித்துரைக்கலாம்

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

மாணவர்களுக்கு மேற்கூறியக் கருத்துக்கள் நன்கு அறிந்தவை என நம்பப்படுகிறது. நமது தற்போதைய பாடத்திட்டத்தினை கீழ்வரும் பிரிவுகளிலிருந்து தொடங்குவோம்.

8.3.2 சாரா மற்றும் சார்ந்த நிகழ்வுகளின் கருத்துருக்கள் (Independent and Dependent events)

(i) சாரா நிகழ்வுகள்:– (Independent Events)

நிகழக்கூடிய ஒரு நிகழ்வு நிகழக்கூடிய மற்றொரு நிகழ்வைப் பாதிக்காது எனும்பொழுது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் சாரா நிகழ்வுகள் எனப்படும். உதாரணமாக, ஒரு நாணயம் இரண்டு முறை சுண்டப்படுகிறது எனில் இரண்டாம் வீச்சின் முடிவை, முதல் வீச்சின் முடிவு எந்த வகையிலும் பாதிக்காது.

(ii) சார்ந்த நிகழ்வுகள்:– (Dependent Events)

ஏதேனும் ஒரு முயற்சியில் சார்ந்த நிகழ்வுகள் என்பது நிகழ்ந்த அல்லது நிகழாத ஒரு நிகழ்வு ஏனைய முயற்சிகளில் நிகழக்கூடிய நிகழ்வுகளைப் பாதிக்கக்கூடியது.

உதாரணமாக, 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து ஒரு ராணிச்சீட்டை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{52}$ அல்லது $\frac{1}{13}$ ஆகும். ஆனால் அந்த (ராணி) சீட்டு மீண்டும் சீட்டுகட்டில் சேர்க்கப்படவில்லை எனில் மறுபடியும் ராணிச் சீட்டை தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{51}$ ஆகும்.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 213 20-04-2020 04:53:08 PM

8.3.3 நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவு (Conditional Probability)

A மற்றும் B ஆகியன இரு சார்ந்த நிகழ்வுகள் எனில், நிகழ்வு A ஏற்கனவே நடந்துள்ளபோது, நிகழ்வு B–ன் நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவு,

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \quad P(A) \neq 0$$

இதேப் போல் $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) \neq 0$

(i) பெருக்கல் தேற்றம் (Multiplication Theorem)

ஒரே நேரத்தில் நிகழும் இரு நிகழ்வுகள் A, B எனில்

$P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$ அல்லது

$P(A \cap B) = P(B).P(A/B)$

குறிப்பு

(i) A மற்றும் B ஆகியன சாரா நிகழ்வுகள் எனில்
$P(A$ மற்றும் $B) = P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$

(ii) மேற்கண்ட தேற்றம் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சாரா நிகழ்வுகளுக்கு விரிவாக்கம் செய்ய முடியும். இவ்வாறாக மூன்று நிகழ்வுகளுக்கு பெருக்கல் தேற்றம்,
$P(A$ மற்றும் B மற்றும் $C)$
$= P(A \cap B \cap C) = P(A)\ P(B) P(C)$

எடுத்துக்காட்டு 8.24

ஒரு சீரான பகடை உருட்டப்படுகிறது A என்ற நிகழ்வு "பகடையில் தோன்றும் எண் 3'–ன் மடங்கு" எனவும் B நிகழ்வு "பகடையில் தோன்றும் எண் இரட்டை படை எண்" எனில், A மற்றும் B ஆகிய நிகழ்வுகள் சாரா நிகழ்வுகளா என ஆராய்க?

தீர்வு:

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$ என்பது கூறுவெளி என அறிகிறோம்.

இங்கு $A = \{3,6\}$; $B = \{2,4,6\}$

எனவே $(A \cap B) = \{6\}$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ மற்றும் } P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

தெளிவாக, $P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$

எனவே A மற்றும் B ஆகியவை சாரா நிகழ்வுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.25

$P(A) = \frac{3}{5}$ மற்றும் $P(B) = \frac{1}{5}$ என்க.

A, B என்பன சாரா நிகழ்வுகள் எனில் $P(A \cap B)$–ஐ காண்க.

தீர்வு:

A மற்றும் B ஆகியவை சாரா நிகழ்வுகள் என்பதால்

$$P(A \cap B) = P(A)\ \ P(B)$$

கணக்கின்படி $P(A) = \frac{3}{5}$ மற்றும் $P(B) = \frac{1}{5}$,

எனவே, $P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$

எடுத்துக்காட்டு 8.26

மூன்று நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.

A - நிகழ்வு "மூன்று தலைகள் அல்லது மூன்று பூக்கள்"

B - நிகழ்வு "குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள்"

C - நிகழ்வு "அதிகபட்சம் 2 தலைகள் " என்று கருதவும் (A,B), (A,C) மற்றும் (B,C), ஆகியவற்றில் எவை சாரா நிகழ்வுகள் ? எவை சார்ந்த நிகழ்வுகள்?

தீர்வு:

இங்கு சோதனையின் கூறுவெளி

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT}

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 214 20-04-2020 04:53:12 PM

தெளிவாக,

A = {மூன்று தலைகள் (அல்லது) மூன்று பூக்கள்}
= {HHH, TTT}

B = {குறைந்த பட்சம் 2 தலைகள்}
= {HHH, HHT, HTH, THH} மற்றும்

C = {அதிகபட்சம் 2 தலைகள் }
= {HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT}

மேலும், $(A\cap B)$ = {HHH}; $(A\cap C)$ = {TTT} மற்றும் $(B\cap C)$ = {HHT, HTH, THH}

$$\therefore\ P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4};\ P(B) = \frac{1}{2};\ P(C) = \frac{7}{8}$$

மற்றும்

$$P(A\cap B) = \frac{1}{8},\ P(A\cap C) = \frac{1}{8},\ P(B\cap C) = \frac{3}{8}$$

மேலும் $P(A).\ P(B) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$P(A).\ P(C) = \frac{1}{4}\cdot\frac{7}{8} = \frac{7}{32}$

மற்றும் $P(B).\ P(C) = \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{8} = \frac{7}{16}$

இவ்வாறாக $P(A\cap B) = P(A).\ P(B)$

$P(A\cap C) \neq P(A).P(C)$ மற்றும்

$P(B\cap C) \neq P(B).\ P(C)$

எனவே, $(A,\ B)$ சாரா நிகழ்வுகள் (A,C) மற்றும் ($(B,\ C)$ ஆகியவைகள் சார்ந்த நிகழ்வுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 8.27

ஒரு புத்தகத்திலுள்ள கணக்குகளில் A என்பவர் 90% கணக்குளையும் மற்றும் B என்பவர் 70% கணக்குளையும் தீர்க்க முடியும். சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு கணக்கைக் குறைந்தபட்சம் அவர்களில் ஒருவர் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

A என்பவர் கணக்கை தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ மற்றும் B என்பவர் கணக்கை தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

அதாவது, $P(A) = \frac{9}{10}$ மற்றும் $P(B) = \frac{7}{10}$

$$P(\bar{A}) = 1-P(A) = \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

இதேப் போன்று $P(\bar{B}) = 1-P(B) = \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

P (குறைந்தபட்சம் ஒரு நபர் கணக்கைக் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு) $= P(A\cup B)$

$$= 1-P(\overline{A\cup B}) = 1-P(\bar{A}\cap\bar{B})$$

$$= 1-P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$$

$$= 1-\frac{3}{100} = \frac{97}{100}$$

கணக்கை குறைந்த பட்சம் அவர்களில் ஒருவர் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{97}{100}$

எடுத்துக்காட்டு 8.28

ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் 3 கருப்பு நிறப்பந்துகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் இரண்டு பந்துகள், ஒன்றன்பின் ஒன்றாக திருப்பி வைக்காத முறையில் தேர்தெடுக்கப்படுகிறது எனில், இரண்டு பந்துகளும் கருப்பு நிறப்பந்துகளாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:

$A,\ B$ என்பன முதல், இரண்டாம் முயற்சியில் எடுக்கப்படும் பந்து கருப்பு நிறப்பந்து என்க.

முதல் முயற்சியில், கருப்பு நிறப் பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A) = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$$

முதலில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டப் பந்து கருப்புநிறப்பந்து எனக் கொடுக்கப்பட்ட நிலையில் இரண்டாம் பந்தும், கருப்பு நிறப்பந்தாக தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(B/A) = \frac{2}{5+2} = \frac{2}{7}$$

$\therefore$ இரண்டு பந்துகளும் கருப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A\cap B) = P(A)\ P(B/A) = \frac{3}{8}\times\frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

எடுத்துக்காட்டு 8.29

ஒரு துப்பாக்கி சுடும் போட்டியில் இலக்கைச் சரியாகச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு A –க்கு $\frac{3}{4}$ B –க்கு $\frac{1}{2}$ மற்றும் C –க்கு $\frac{2}{3}$. அனைவரும் ஒரே நேரத்தில் இலக்கை நோக்கி சுடுகிறார்கள் எனில்,

(i) மூவரும் இலக்கைச் சரியாகச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு

(ii) ஒருவர் மட்டும் இலக்கைச் சரியாகச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு

(iii) குறைந்தது ஒருவராவது இலக்கை சரியாகச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

கணக்கின்படி $P(A)=\frac{3}{4}, P(B)=\frac{1}{2}, P(C)=\frac{2}{3}$

எனில் $P(\overline{A})=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4};\ P(\overline{B})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

மற்றும் $P(\overline{C})=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(i) P(A) = (மூவரும் இலக்கை சரியாக சுடுவதற்கான)

$= P(A\cap B\cap C) = P(A)P(B)P(C)$

(A,B,C சாரா நிகழ்வுகள்)

$=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{4}$

(ii) P(ஒருவர் மட்டுமே இலக்கை சரியாக சுடுவதற்கான)

$$=P\{(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})\cup(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})\cup(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)\}$$

$$=P\{(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)\}$$

$$=\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{4}$$

(iii) P(குறைந்தபட்சம் ஒருவர் இலக்கை சுடுவதற்கான)

$=1-P$(ஒருவரும் சுடாமல் இருப்பதற்கான)

$$=1-P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C})$$

$$=1-P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})$$

$$=1-\frac{1}{24}=\frac{23}{24}$$

எடுத்துக்காட்டு 8.30

ஒரு சீட்டுகட்டிலிருந்து, மூன்று சீட்டுகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக, தேர்தெடுக்கப்படுகின்றன. சீட்டுகள் திரும்ப வைக்கபடாத நிலையில், தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சீட்டுகள் முறையே ஒரு அரசி சீட்டு (Queen), ஒரு அரசன் சீட்டு (a King) மற்றும் ஒரு காலாட்படை (a Jack) வீரன் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

A : அரசி சீட்டைத் தேர்ந்தெடுத்தல்

B : அரசன் சீட்டைத் தேர்ந்தெடுத்தல்

C : காலாட்படை வீரன் சீட்டைத் தேர்ந்தெடுத்தல் (jack)

P (அரசி சீட்டைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான)

$= P(A) = \frac{4}{52}$

P(அரசி சீட்டு ஏற்கனவே தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டதால் அரசன் சீட்டு தேர்ந்தெடுப்பதற்கான)

$= P(B/A) = \frac{4}{51}$

P (அரசி மற்றும் அரசன் சீட்டுகள் ஏற்கனவே தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டதால் ஒரு காலாட் படை வீரன் சீட்டை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான)

$= P(C/AB) = \frac{4}{50}$

இவைகள் சார்ந்த நிகழ்வுகள் ஆகையால் தேவையான கூட்டு நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு

$P(ABC) = P(A)\ P(B/A)\ P(C/AB)$

$$=\frac{4}{52}\times\frac{4}{51}\times\frac{4}{50}=\frac{64}{132600}$$

$= 0.00048$

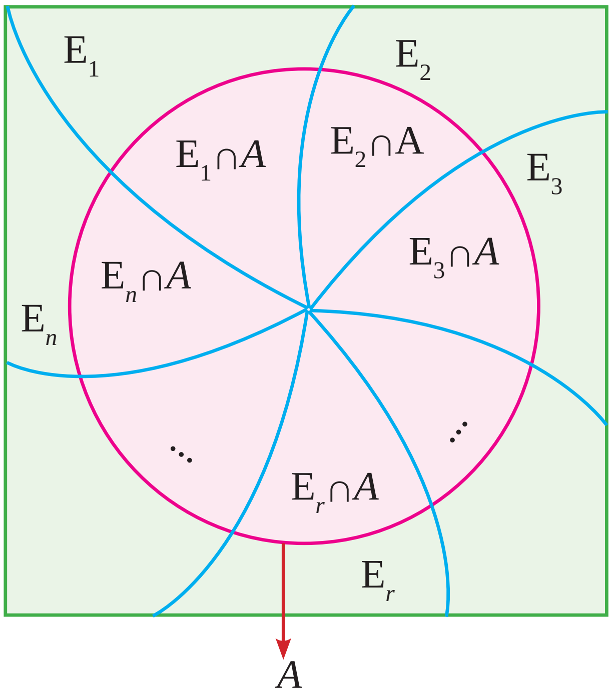
8.3.4 பேயின் தேற்றம் (Baye's Theorem)

S என்ற கூறுவெளியில், ஒன்றை ஒன்று விலக்கும், முழுமையான நிகழ்ச்சிகள்

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 216 20-04-2020 04:53:27 PM

$E_1, E_2, E_3 ..., E_n$ என்க. அதாவது $P(E_i) \neq 0$ $(i = 1,2,3…, n)$, S –ஐச் சார்ந்த A என்ற ஏதேனும் ஒரு நிகழ்ச்சி $P(A) > 0$, எனுமாறு உள்ளது எனில்

$$P(E_i / A) = \frac{P(E_i)P(A/E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A/E_i)}; i = 1, 2, 3, \ldots, n$$



படம். 8.2

இங்கு $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A/E_i)$

எடுத்துக்காட்டு 8.31

முதல் பையில் 3 சிவப்பு நிறப்பந்துகள் மற்றும் 4 நீல நிறப்பந்துகளும், இரண்டாவது பையில் 5 சிவப்பு நிறப்பந்துகள் மற்றும் 6 நீல நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. ஏதேனும் ஒரு பையிலிருந்து, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பந்து சிவப்பு பந்து எனில், அப்பந்து இரண்டாவது பையிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

E_1 முதல் பையைத் தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி மற்றும்

E_2 என்பது இரண்டாவதுப் பையைத் தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$$

A என்பது சிவப்பு நிறப்பந்தைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்ச்சி எனில்

$P(A/E_1) = P$(முதல் பையில் இருந்து சிவப்பு நிறப்பந்து எடுக்கும் நிகழ்ச்சி I) $= \frac{3}{7}$

$P(A/E_2) = P$(இரண்டாவது பையில் இருந்து சிவப்பு நிறப்பந்து எடுக்கும் நிகழ்ச்சி II) $= \frac{5}{11}$

தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சிவப்பு பந்து, இரண்டாவது பையிலிருந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(E_2/A)$.

பேயிஸ் தேற்றபப்டி

$$P(E_2/A) = \frac{P(E_2)P(A/E_2)}{\sum_{i=1}^{2} P(E_i)P(A/E_i)}$$

$$= \frac{P(E_2)P(A/E_2)}{P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{11}}{\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{11}\right)} = \frac{35}{68}$$

எடுத்துக்காட்டு 8.32

X என்பவர் 5–ல் 4 முறை உண்மைப் பேசுபவர். ஒரு பகடை உருட்டப்படுகிறது. கிடைத்த எண் 6 என்று திரு.X கூறுகிறார். உண்மையாகவே ஆறு விழுந்துள்ளதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

E_1 : X உண்மை பேசுவதற்கான நிகழ்ச்சி;

E_2 : X பொய் பேசுவதற்கான நிகழ்ச்சி;

E : X ஆறு விழுந்துள்ளதாக கூறுகிறார்

$P(E_1) = \frac{4}{5}$; $P(E_2) = \frac{1}{5}$; $P(E/E_1) = \frac{1}{6}$;

$P(E/E_2) = \frac{5}{6}$

பேயின் தேற்றப்படி உண்மையில் ஆறு விழுந்துள்ளதற்கான நிகழ்தகவு

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 217 20-04-2020 04:53:32 PM

$$P(E_1/E) = \frac{P(E_1)P(E/E_1)}{P(E_1)P(E/E_1)+P(E_2)P(E/E_2)}$$

$$= \frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{6}}{\left(\frac{4}{5}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}\right)} = \frac{4}{9}$$

எடுத்துக்காட்டு 8.33

ஒரு தொழிற்சாலையில் உள்ள A_1, A_2, A_3 என்ற 3 இயந்திரங்கள் முறையே 1000, 2000, 3000 திருகுகள் ஒவ்வொரு நாளும் உற்பத்தி செய்கின்றன. அவற்றில் A_1 என்பது 1% –ம், A_2 என்பது 1.5%–ம், A_3 என்பது 2%–ம் குறையுள்ள திருகுகளை உற்பத்தி செய்கின்றன. ஒரு நாளின் முடிவில், உற்பத்தியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு திருகு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டபோது, அது குறையுள்ளதாக காணப்பட்டது. அது இயந்திரம் A_1–ன் உற்பத்தியிலிருந்து வந்தது என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

$P(A_1)$ = P(இயந்திரம் A_1 உற்பத்தி செய்தத் திருகுகளுக்கான) $= \frac{1000}{6000} = \frac{1}{6}$

$P(A_2)$ = P(இயந்திரம் A_2 உற்பத்தி செய்தத் திருகுகளுக்கான) $= \frac{2000}{6000} = \frac{1}{3}$

$P(A_3)$ = P(இயந்திரம் A_3 உற்பத்தி செய்தத் திருகுகளுக்கான) $= \frac{3000}{6000} = \frac{1}{2}$

தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டத் திருகு குறையுடையதாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சியை B என்க.

$\therefore$ $P(B/A_1)$ = P(குறையுள்ள திருகு இயந்திரம் A_1– லிருந்து வருவதற்கான) = 0.01

$P(B/A_2)$ = P(குறையுள்ள திருகு இயந்திரம் A_2–லிருந்து வருவதற்கான) = 0.015 மற்றும்

$P(B/A_3)$ = P(குறையுள்ள திருகு இயந்திரம் A_3– லிருந்து வருவதற்கான)= 0.02

நாம் காண வேண்டியது $P(A_1/B)$

எனவே பேயின் தேற்றப்படி நாம் பெறுவது

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1)P(B/A_1)}{P(A_1)P(B/A_1)+P(A_2)P(B/A_2)+P(A_3)P(B/A_3)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{6}\right)(0.01)}{\left(\frac{1}{6}\right)(0.01)+\left(\frac{1}{3}\right)(0.015)+\left(\frac{1}{2}\right)(0.02)}$$

$$= \frac{0.01}{0.01+0.03+0.06} = \frac{0.01}{0.1} = \frac{1}{10}$$

பயிற்சி 8.2

1. ஒரு குடும்பத்தில் இரு குழந்தைகள் உள்ளனர். அவ்விருவரில், குறைந்தது ஒருவராவது பெண் மற்றும், இருவரும் பெண்களாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

2. ஒரு பகடை இரு முறை உருட்டப்படுகிறது, அப்போது தோன்றும் எண்களின் கூடுதல் ஆறு என கண்டறியப்படுகிறது. குறைந்தது ஒரு முறையாவது 4 என்ற எண் கிடைக்க நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவு என்ன?

3. ஒரு சீரான பகடை இருமுறை உருட்டப்படுகிறது. முதல் முறை உருட்டப்படும் பொழுது ஒற்றைப்படை எண் பெறுவது எனும் நிகழ்வை A எனவும், இரண்டாம் முறை உருட்டப்படும்பொழுது இரட்டைப் படை எண் பெறும் நிகழ்வை B எனவும் கொண்டால் , நிகழ்வுகள் Aயும், Bயும் ஒன்றை ஒன்று சாரா நிகழ்வுகளா என ஆராய்க?

4. ஒரு குறிப்பிட்டக் கணக்கை A, B என்ற இரு நபர்கள் ஒருவரை ஒருவர் சாராமல் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ என்க. இருவரும் ஒரே சமயத்தில் ஒருவரை ஒருவர் சாராமல், தீர்ப்பதற்கு முயல்கின்றனர் எனில், அவர்கள் அந்தக்
   (i) கணக்கை தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 218 20-04-2020 04:53:35 PM

(ii) யாரேனும் ஒருவர் மட்டும் தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

5. 100 நபர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவிலிருந்து, ஒருவர் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். குழுவின் விபரம், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. குழுவிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு ஆண், உளவியளாலராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

நபர்	உளவியளாலர்	சமூகநலவாதி	ஜனநாயகவாதி	கூடுதல்
ஆண்	15	25	10	50
பெண்	20	15	15	50
கூடுதல்	35	40	25	100

6. இரண்டு பெட்டிகளில் உள்ள பந்துகளின் விவரங்கள் பின்வருமாறு உள்ளன.

நிறம்/கலன்	வெள்ளை	சிவப்பு	கருப்பு
கலன் 1	10	6	9
கலன் 2	3	7	15

ஒவ்வொரு பெட்டியிலிருந்தும் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது

(i) இரண்டும் சிவப்புப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க

(ii) இரண்டும் ஒரே நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

7. முதல் பையில் 3 சிவப்பு மற்றும் 4 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் இரண்டாம் பையில் 5 சிவப்பு மற்றும் 6 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. ஒரு பந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஏதேனும் ஒரு பையிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு அது சிவப்பு எனக் கண்டறியப்படுகிறது. அது முதலாம் பையிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

8. முதல் பெட்டியில் 7 வெள்ளை மற்றும் 10 கருப்பு நிறப்பந்துகளும், இரண்டாவது பெட்டியில் 5 வெள்ளை மற்றும் 12 கருப்பு நிறப்பந்துகளும், மூன்றாவது பெட்டியில் 17 வெள்ளைப் பந்துகள் மட்டுமே உள்ளன. ஒருவர் மூன்று பெட்டிகளில் ஏதேனும் ஒன்றைத்தேர்ந்து எடுத்து, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டப் பெட்டியில் இருந்து ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கிறார். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட வெள்ளைப் பந்து

(i) முதல் பெட்டியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட நிகழ்தகவு காண்க

(ii) இரண்டாவது பெட்டியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட நிகழ்தகவு காண்க

(iii) மூன்றாவது பெட்டியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட நிகழ்தகவு காண்க.

9. B_1, B_2 மற்றும் B_3 என்பன குமிழ் விளக்குகளை உடைய மூன்று பெட்டிகள் என்க. அவ்விளக்குகளில், சில விளக்குகள் குறையுடையன. பெட்டிகள் B_1, B_2 மற்றும் B_3 –ல் உள்ள குறையுடைய குமிழ் விளக்குகளின் விகிதாச்சாரங்கள் முறையே $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$ என்க. மூன்று பெட்டிகளில், ஏதேனும் ஒரு பெட்டியிலிருந்து தேர்ந் தெடுக்கப்பட்ட குமிழ்விளக்கு குறையுடையது எனக் கண்டறியப்பட்டால், அந்த விளக்கு, பெட்டி B_1–லிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப் படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

10. ஒரு பந்தயத்தில் உள்ள மூன்று பந்தயக் குதிரைகளை முறையே A, B மற்றும் C என்க. A வெற்றிபெறுவதற்கான வாய்ப்பு B–யைப் போல் இருமடங்காக உள்ளது. B வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு C–யைப் போல் இருமடங்கு உள்ளது எனில், அக்குதிரைகள் ஒவ்வொன்றும் பந்தயத்தில் வெற்றிபெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

11. ஒரு பகடை உருட்டப்படும்பொழுது,

(i) ஒரு பகா எண் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(ii) மூன்று அல்லது மூன்றை விட பெரிய எண்ணைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 219 20-04-2020 04:53:36 PM

12. ஒன்று முதல் பத்து வரை குறிக்கப்பட்ட 10 சீட்டுகள் ஒருப் பெட்டியில் உள்ளன. பெட்டி நன்கு குலுக்கப்பட்டு, ஒரு சீட்டுச் சம வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சீட்டு 4 –யை விடப் பெரிய எண் கொண்ட சீட்டு எனில், அதில் உள்ள எண் இரட்டைப்பட எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க

13. ஒரு பள்ளியில் பயிலும்1000 பேர்களில், 450 பேர் மாணவிகள். 450 மாணவிகளில் 20% மாணவிகள் XI-ஆம் வகுப்பில் பயலுகிறார்கள். 1000 பேர்களில் ஒருவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். தேர்ந்தெடுக்கப் பட்டவர், XI-ஆம் வகுப்பில் உள்ள மாணவியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

14. 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து, 2 சீட்டுகள் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அவற்றில் ஒன்று ராஜா சீட்டாகவும், மற்றொன்று ராணி சீட்டாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

15. ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அதன்பின் முதல் சீட்டு மீண்டும் சீட்டுக்கட்டில் சேர்க்கப்படாத நிலையில்,மற்றொரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது.

(i) இரண்டும் ஏஸ் ஆக இருப்பதற்கு நிகழ்தகவு என்ன?

(ii) இரண்டும் ஸ்பேட் ஆக இருப்பதற்கு நிகழ்தகவு என்ன?

16. முறையே 20%, 30% மற்றும் 50% பொருட்களை உற்பத்தி செய்யக்கூடிய A, B, Cஎன்ற இயந்திரங்களை ஒரு நிறுவனம் கொண்டுள்ளது. அவற்றின் குறைபாடு சதவீதங்கள் முறையே 7, 3 மற்றும் 5 ஆகும். இந்த உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களிலிருந்து ஒன்று தேர்ந் தெடுக்கப்பட்டுப் பரிசோதிக்கப்படுகிறது. அது குறைபாடுள்ளது எனில், அது இயந்திரம் C-யினால் உற்பத்தி செய்யப்பட்டதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

பயிற்சி 8.3

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக

1. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது நிலை அளவை?

(a) வீச்சு (b) முகடு

(c) சராசரி விலக்கம் (d) நூற்றுமானம்

2. பொருளாதார வளர்ச்சியின் சராசரியைக் கணக்கிடும்பொழுது பயன்படுத்தப்படும் பொருத்தமான சராசரி?

(a) நிறையிட்ட சராசரி

(b) கூட்டுச் சராசரி

(c) பெருக்கல் சராசரி

(d) இசைச்சராசரி

PTGE1V

3. விவரங்களில் ஒரு உறுப்பு பூச்சியம் எனில், அவ்விவரங்களின் பெருக்கல் சராசரி

(a) குறை எண்

(b) மிகை எண்

(c) பூச்சியம்

(d) கணக்கிட இயலாது

4. மைய போக்கின் சிறந்த அளவை என்பது

(a) கூட்டுச்சராசரி

(b) இசைச்சராசரி

(c) பெருக்கல் சராசரி

(d) இடைநிலை

5. 2,3,4 ஆகிய எண்களின் இசைச்சராசரி

(a) $\frac{12}{13}$ (b) 12

(c) $\frac{36}{13}$ (d) $\frac{13}{36}$

6. 8 மற்றும் 18 ஆகியவற்றின் பெருக்கல் சராசரி

(a) 12 (b) 13

(c) 15 (d) 11.08

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 220 20-04-2020 04:53:37 PM

7. A.M.,G.M. மற்றும் H.M.-களுக்கு இடையேயான பொருத்தமானத் தொடர்பு

(a) $A.M.<G.M.<H.M.$

(b) $G.M.\geq A.M.\geq H.M.$

(c) H.M.≥G.M.≥A.M.

(d) $A.M.\geq G.M.\geq H.M.$

8. இசைச்சராசரி என்பது தலைகீழ்

(a) மதிப்புகளின் இடை நிலை

(b) மதிப்புகளின் பெருக்கல் சராசரி

(c) மதிப்புகளின் கூட்டுச்சராசரி

(d) மதிப்புகளின் கால்மானம்

9. பின்வருவனவற்றுள் எது இடைநிலையைக் குறிக்கும்;

(a) Q_1 (b) Q_2 (c) Q_3 (d) D_2

10. 10,14,11,9,8,12,6 ஆகியவற்றின் இடைநிலை

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 9

11. 11,12,13,14 மற்றும் 15 ஆகியவைகளின் கூட்டுச் சராசரி

(a) 15 (b) 11 (c) 12.5 (d) 13

12. 1,2,3, …, n என்பதன் சராசரி $\frac{6n}{11}$, எனில் n–ன் மதிப்பு

(a) 10 (b) 12 (c) 11 (d) 13

13. பின்வரும் எவ்விவரங்களுக்கு மற்ற சராசரிகளை விட இசைச்சராசரி சிறந்தது

(a) வேகம் அல்லது வீதங்கள்

(b) உயரம் அல்லது நீளம்

(c) 0 மற்றும் 1 என்பன போன்ற ஈரடிமானம்.

(d) விகிதங்கள் அல்லது விகிதாச்சாரங்கள்

14. முதல் கால்மானம் என்பதை பின்வருமாறும் அழைக்கலாம்.

(a) இடைநிலை

(b) கீழ்க்கால்மானம்

(c) முகடு

(d) மூன்றாம் பத்துமானம்

15. $Q_1 = 30$ மற்றும் $Q_3 = 50$, எனில் கால்மான விலக்கக் கெழு

(a) 20 (b) 40 (c) 10 (d) 0.25

16. இடைநிலை = 45 மற்றும் அதன் சராசரி விலக்க கெழு 0.25 எனில், இடைநிலையை பொறுத்த சராசரி விலக்கம்

(a) 11.25 (b) 180

(c) 0.0056 (d) 45

17. A யும், B யும் ஒன்றை ஒன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில்

(a) $P(A\cap B)=0$ (b) $P(A\cap B) = 1$

(c) $P(A\cup B)=0$ (d) $P(A\cup B) = 1$

18. A மற்றும் B என்ற இரு நிகழ்வுகள் சார்பற்றவை எனில்,

(a) $P(A\cap B)=0$

(b) $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

(c) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$

(d) $P(A\cup B)= P(A)\times P(B)$

19. A,B என்ற இரு நிகழ்வுகள் ஒன்றை ஒன்று சார்ந்த நிகழ்வுகள் எனில், நிபந்தனை நிகழ்தகவு $P(B/A)$ என்பது

(a) $P(A)\ P(B/A)$ (b) $\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

(c) $\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ (d) $P(A)\ P(A/B)$

20. சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஸ்பேடு சீட்டை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(a) 1/52 (b) 1/13

(c) 4/13 (d) 1/4

21. ஒரு நிகழ்ச்சியின் வெளிப்பாடு, மற்றோர் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்வை பாதிக்கவில்லை எனில், அவ்விரு நிகழ்ச்சிகள்

(a) ஒன்றை ஒன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்

(b) ஒன்றை ஒன்று சார்ந்த நிகழ்ச்சிகள்

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 221 20-04-2020 04:53:39 PM

(c) ஒன்றை ஒன்று விலக்கா நிகழ்ச்சிகள்

(d) ஒன்றை ஒன்று சாரா நிகழ்ச்சிகள்

22. ஒரு சோதனையின் கூறுவெளி $S=\{E_1,E_2,\ldots,E_n\}$ எனில், $\sum_{i=1}^{n} P(E_i) =$

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

23. இரு பகடை உருட்டப்படும் போது இருபகடையில் ஒவ்வொன்றிலும் இரட்டை பகா எண் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

(a) 1/36 (b) 0

(c) 1/3 (d) 1/6

24. சாத்தியமற்ற நிகழ்வின் நிகழ்தகவு என்பது

(a) 1 (b) 0 (c) 0.2 (d) 0.5

25. A, B என்ற நிகழ்வில் குறைந்தபட்சம் ஏதேனும் ஒரு நிகழ்வு நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

(a) $P(A\cup B)$ (b) $P(A\cap B)$

(c) $P(A/B)$ (d) $(A\cup B)$

இதர கணக்குகள்

1. கீழ்காணும் விவரங்களுக்கு பெருக்கல் சராசரியைக் காண்க.

நெல்லின் விளைச்சல் (டன்னில்)	பண்ணைகளின் எண்ணிக்கை
7.5-10.5	5
10.5-13.5	9
13.5-16.5	19
16.5-19.5	23
19.5-22.5	7
22.5-25.5	4
25.5-28.5	1

2. ஒரு பங்கு முதலீட்டாளர், ஒரு நிறுவனத்தின், ₹1500 மதிப்புள்ள பங்குகளை ஒவ்வொரு மாதமும் வாங்குகிறார். முதல் நான்கு மாதங்களில், அவர் வாங்கிய பங்குகளில் ஒரு பங்கின் விலை முறையே ₹10, ₹15, ₹20 மற்றும் ₹30 ஆகும். இந்த நான்கு மாதங்களில் வாங்கப்பட்ட பங்குகளுக்கு செலுத்தப்பட்ட சராசரி விலையைக் காண்க. உனது விடையை சரிபார்.

3. பின்வரும் விவரங்களுக்கு இடைநிலையைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கத்தைக் காண்க.

மதிப்பு	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
அலைவெண்	6	7	15	16	4	2

4. பின்வரும் விவரங்களுக்கு சராசரியைப் பொறுத்து சராசரி விலக்கத்தைக் காண்க.

X	2	5	6	8	10	12
f	2	8	10	7	8	5

5. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கால்மான விலக்கத்தையும் மற்றும் கால்மான விலக்கக் கெழுவையும் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	0	10	20	30	40	50	60	70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	150	142	130	120	72	30	12	4

6. ஒரு திருகு தயாரிக்கும் தொழிற்சாலையின் மொத்த உற்பத்தியில் 30%, 40% மற்றும் 30% உற்பத்தியினை முறையே இயந்திரங்கள் A, B மற்றும் C ஆகியவை உருவாக்குகின்றன. உற்பத்தியில் 2%, 4% மற்றும் 6% திருகுகள் பழுதுள்ளவையாக உள்ளன. உற்பத்தியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு திருகு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு அது பழுதானது எனக் கண்டு பிடிக்கப்படுகிறது. அந்த பழுதான திருகு இயந்திரம் C–ன் மூலம் உருவாக்கப் பட்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 222 20-04-2020 04:53:41 PM

7. 3 ஆண்கள் மற்றும் 2 பெண்களிலிருந்து இரண்டு நபர் கொண்ட ஒரு குழு அமைக்கப்பட வேண்டும் எனில் அந்தக் குழுவில்

 (i) பெண்கள் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

 (ii) ஒரே ஒரு ஆண் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

 (iii) ஆண்களே இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

8. ஒரு பழுது பார்க்கும் நிலையத்தில் முறையே A, B மற்றும் C என்ற கார்கள் (மகிழுந்துகள்) 50%, 30% மற்றும் 20% உள்ளன. 5%, 7% மற்றும் 3% மகிழுந்துகளில் உள்ள கண்ணாடிகள் சுத்தம் செய்யபடவில்லை. சுத்தம் செய்யப்பட்ட மகிழுந்துகள் சோதனை செய்யப்படுகின்றன, எனில் கண்ணாடி சுத்தம் செய்யப்பட்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

9. நாளிதழ் வாசிப்பவர் கணக்கெடுப்பின்படி 30 வயதுக்குமேல் உள்ள ஆண் வாசிப்பாளர்கள் 0.30 மற்றும் 30 வயதுக்குக் கீழ் உள்ள ஆண் வாசிப்பாளர்கள் 0.20 விகிதம் என உள்ளது. 30 வயதுக்குக் கீழ் உள்ள வாசிப்பாளர்களின் விகிதம் 0.80. சமவாய்ப்பின்படி தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு ஆண் வாசிப்பாளர் 30 வயதுக்குக் கீழ் உள்ளவராய் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

10. ஒரே இலக்கை நோக்கி துப்பாக்கி 1 மற்றும் துப்பாக்கி 2 ஆகியன சுடுகின்றன. சராசரியாக ஒரே நேரத்தில் துப்பாக்கி–1, 9 முறையும், துப்பாக்கி–2, 10 முறையும் சுடுகின்றன. இரண்டு துப்பாக்கிகளின் துல்லியத்தன்மை ஒன்று போல் அமைவதில்லை. சராசரியாக துப்பாக்கி–2 சுடுகின்ற 10 முறைகளில் 7 முறைகள் இலக்கின் மீது சுடப்படுகிறது. அப்படி சுடப்படும் நேரத்தில் இலக்கின் மீது ஒரு குண்டு சரியாக சுடப்படுகிறது. ஆனால் அது எந்தத் துப்பாக்கியில் இருந்து சுடப்பட்டது என்பது தெரியவில்லை. அந்த இலக்கானது துப்பாக்கி 2–ல் சுடப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தொகுப்புரை

- ஒரு வரிசையை நான்கு சம பாகங்களாக பிரிக்கக் கூடிய ஒரு அளவை என்பது கால்மானங்கள் எனப்படும்
- ஒரு வரிசையை பத்து சம பாகங்களாக பிரிக்கக் கூடிய ஒரு அளவை என்பது பத்துமானங்கள் எனப்படும்
- ஒரு வரிசையை நூறு சம பாகங்களாக பிரிக்கக் கூடிய ஒரு அளவை என்பது நூற்றுமானங்கள் எனப்படும்.
- $Q_2 = D_5 = P_{50} =$ இடை நிலை
- கால்மானங்களுக்கு இடையேயான வீச்சு $= Q_3 - Q_1$
- இசைச் சராசரி = $= \dfrac{n}{\dfrac{1}{X_1}+\dfrac{1}{X_2}+\dfrac{1}{X_3}+\cdots\dfrac{1}{X_n}} = \dfrac{n}{\sum \dfrac{1}{X}}$
- $QD = \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$
- தனித்த தொடருக்கான சராசரியை பொறுத்துச் சராசரி விலக்கம் $MD = \dfrac{\sum|X-\bar{X}|}{n} = \dfrac{\sum|D|}{n}$

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 223 20-04-2020 04:53:42 PM

- A மற்றும் B ஆகியன இரு சார்ந்த நிகழ்வுகள் எனில், நிகழ்வு B ஏற்கனவே நடந்துள்ளபோது, நிகழ்வு A –ன் நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவு,

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)},\ P(B)\neq 0$$

- பேயின் தேற்றம் (Baye's Theorem):

S என்ற கூறுவெளியில், ஒன்றை ஒன்று விலக்கும், முழுமையான நிகழ்ச்சிகள் என்க. $E_1, E_2, E_3, ..., E_n$ அதாவது $P(E_i)\neq 0\ (i=1,2,3\ldots,n)$, S –ஐச் சார்ந்த A என்ற ஏதேனும் ஒரு நிகழ்ச்சி $S=\bigcup_{i=1}^{n} E_i$ எனில் $P(A)>0$,

$$P(E_i/A)=\frac{P(E_i)P(A/E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A/E_i)}\ ;\quad i=1,2,3\ldots,\ n\ ;$$

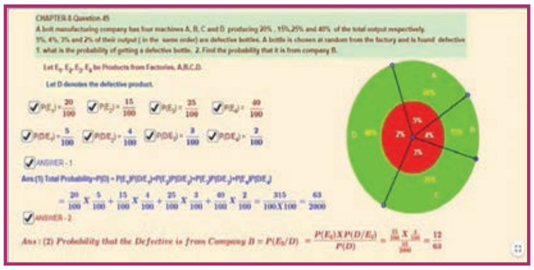
இங்கு $P(A) = P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A/E_i)$

கலைச் சொற்கள் (GLOSSARY)	
அலைவெண் / நிகழ்வெண்	Frequency
ஒன்றை ஒன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள்	Mutually exclusive events/ disjoint events
கால்மான விலக்கம்	Quartile deviation
கால்மானம்	Quartile
கூறுவெளி	Sample space
சம வாய்ப்புள்ள நிகழ்வுகள்	Equally likely events
சமவாய்ப்பு சோதனை	Random experiment
சராசரி விலக்கம்	Mean deviation
சார்பில்லா நிகழ்வுகள்	Independent events
சார்பு நிகழ்வுகள்	Dependent events
தனித்த தொடர்	Discrete series
தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள்	Grouped data
தொடர்ச்சியான தொடர்	Continuous series
நிகழ்தகவு	Probability
நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவு	Conditional probability
நூற்றுமானம்/ சதமானம்	Percentile
பதின்மானம்	Decile
முகடு	Mode
முழுமையான நிகழ்வுகள்	Exhaustive events
வீச்சு	Range

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 224 20-04-2020 04:53:44 PM

இணையச் செயல்பாடு

இறுதியில் கிடைக்கப்பெறும் படம்



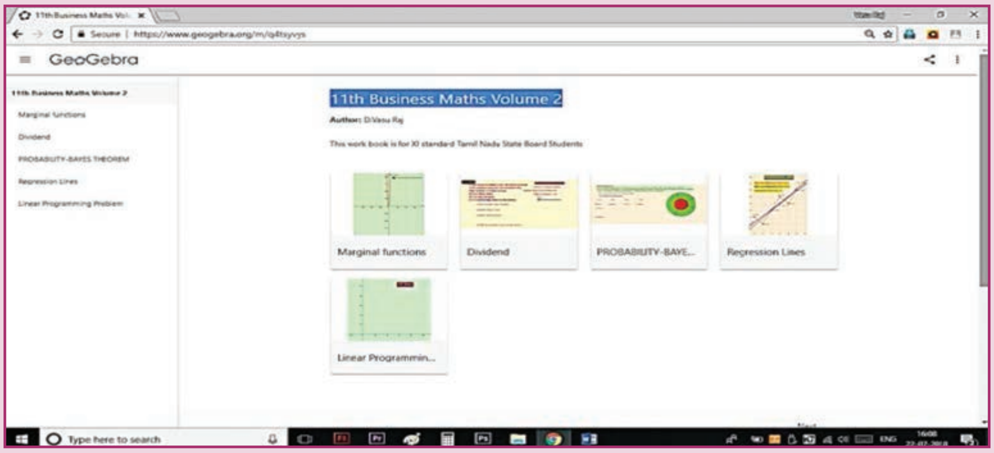
படி – 1

கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி GeoGebra வின் "11th Business Maths Volume–2" பக்கத்திற்குச் செல்க. உங்கள் பாடம் சார்ந்த பல பணித்தாள்கள் இப்பக்கத்தில் இருக்கும்.

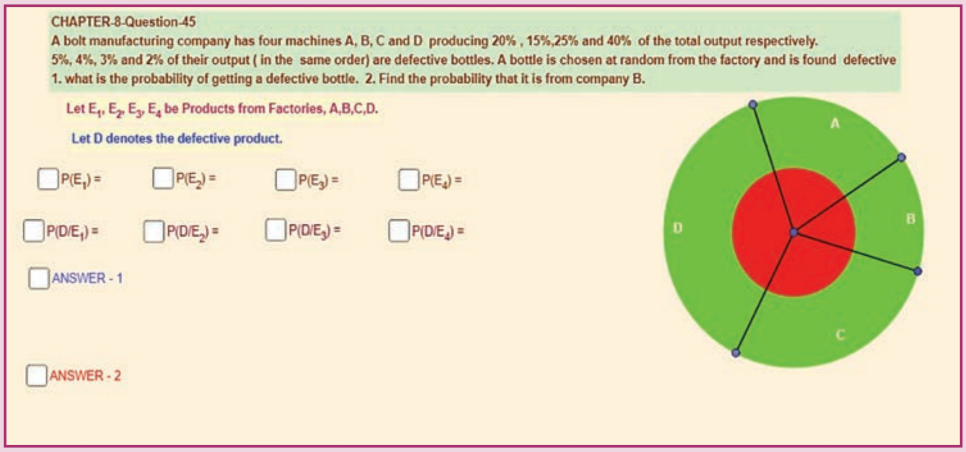
படி - 2

"Probability–Bayes theorem" என்பதைத் தேர்வு செய்து, கொடுத்திருக்கும் கட்டங்களைத் தேர்வு செய்து, படிப்படியாக நிகழ்தகவினை அறிக. Select the work sheet "Probability–Bayes theorem" Find each probabilities step by step as shown and Click on the respective boxes to see the answers.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி :

https://ggbm.at/q4tsyvys (or) scan the QR Code

B147_11_BMAT_TM

08_11th_BM-STAT_Ch-8-TM.indd 225 20-04-2020 04:53:45 PM