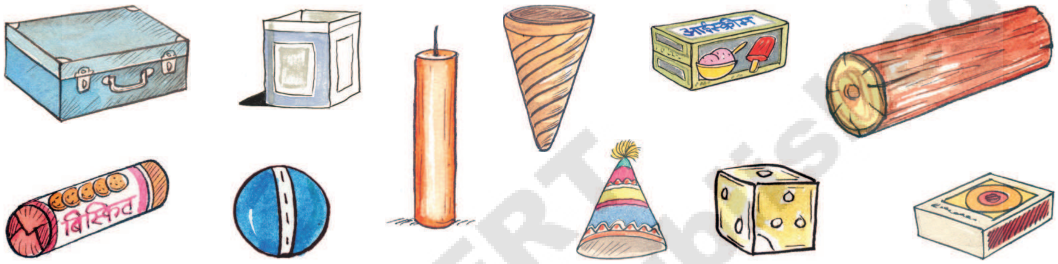
అధ్యాయము - 14

త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

14.1 పరిచయం

కింద కొన్ని వస్తువుల చిత్రాలు కింద ఇవ్వబడినవి



వీటి ఆకారాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. ఆకారాలను బట్టి వాటిని వర్గీకరించి కింద పట్టిక పూరించండి.

పట్టిక 14.1

ఆకారము	వస్తువు
అగ్గిపెట్టెవలె ఉండేవి	
బంతివలె ఉండేవి	
కొయ్యదూలము వలె ఉండేవి	
పాచికల వలె ఉండేవి	
టోపి ఆకారములో ఉండేవి	

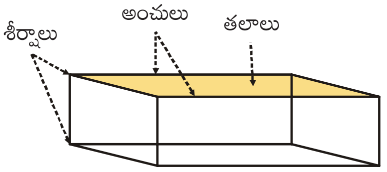
14.2 త్రిమితీయ ఆకారాలు

కింది తరగతుల్లో త్రిభుజాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘచతురస్రాలు మొదలగు వాటి గురించి నేర్చుకున్నాం. ఈ ఆకారాలన్నీ రెండు దిశలలో మాత్రమే విస్తరణను కలిగి ఉంటాయి. వీటినే ద్విమితీయ ఆకారాలు లేక 2D ఆకారాలు అంటాం.

పైన ఇవ్వబడిన అన్ని ఘనాకార వస్తువులు పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు లేక లోతులు అనే మూడు కొలతలు కలిగి ఉంటాయి. వీటినే త్రిమితీయ ఆకారాలు లేక 3D ఆకారాలు అంటాం. ఇప్పుడు మనం వివిధ త్రిమితీయ లేక 3D ఆకారాల గురించి నేర్చుకుందాం.

© SCERT not to be republished

14.2.1 దీర్ఘఘనము (CUBOID)



అగ్గిపెట్టె వంటి ఆకారములో గల వస్తువులు దీర్ఘఘనమునకు ఉదాహరణలు. అగ్గిపెట్టె పై భాగమును నీ చేతితో తాకుము. ఈ భాగాన్ని అగ్గిపెట్టె తలం అంటారు అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని తలాలుంటాయి?

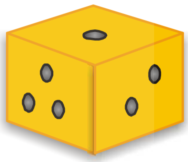
ఈ తలాల భుజాలే అంచులు. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని అంచులు ఉంటాయి? అంచుల మూలలనే శీర్షాలంటాం. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని శీర్షాలుంటాయి?

ఇప్పుడు ఒక ఇటుకను చేతితో తాకి అది కూడా అగ్గిపెట్టె ఆకారంలో ఉంటుందని గ్రహించండి. దాని తలాలను అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించండి.

అగ్గిపెట్టె వలె ఇటుక కూడా అదే సంఖ్యలో గల తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను కలిగి ఉంటుందా? ఇది నిజమని తెలుస్తుంది.

అగ్గిపెట్టె, ఇటుక మొదలగునవి దీర్ఘఘనము ఆకారంలో ఉండి 6 తలాలను, 12 అంచులను, 8 శీర్షాలను కలిగి ఉంటాయి.

14.2.2 సమఘనము (CUBE)



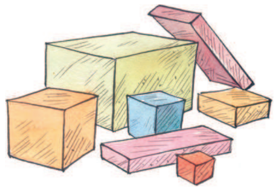
పాచిక ఆకారంలోని వస్తువులు సమఘనమునకు ఉదాహరణలు. ఒక పాచిక తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించి లెక్కించండి? పాచికలకు ఎన్ని తలాలు, అంచులు, శీర్షాలు ఉంటాయో చెప్పండి.

దీర్ఘఘనమునకు వలే దీనికి 6 ముఖాలు, 12 అంచులు, 8 శీర్షాలు ఉంటాయని నీవు కనుగొంటావు. మరి సమఘనమునకు, దీర్ఘఘనమునకు గల తేడా లేమిటి? ఒక సమఘనము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులు సమానమని అదే దీర్ఘఘనమునకైతే అవి సమానము కాదని నీవు కనుగొనగలవు. పెన్సిల్ రబ్బరు, పాచికల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను కొలచి సరిచూడండి.

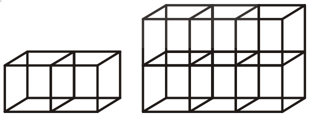
© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి

1. i) సమఘనము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?
   ii) దీర్ఘఘనము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?



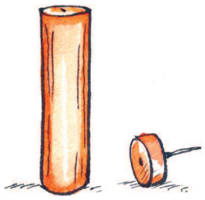
2. రమేష్ అతని గదిలోని కొన్ని పెట్టెలను ఎన్నుకున్నాడు. వాటి చిత్రములు ప్రక్కన ఇవ్వబడినవి. వాటిలో సమఘనాలెన్ని, దీర్ఘఘనాలెన్ని?



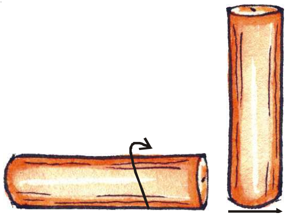
3. అజిత్ 2 సెం.మీ భుజం గల సమ ఘనాలతో దీర్ఘఘనాన్ని తయారుచేశాడు. మరి ఆ దీర్ఘఘనము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులను కనుగొనుము.

14.2.3 స్థూపము (CYLINDER)

పైపుముక్క, కొయ్య దూలము, కొవ్వొత్తి, ట్యూబ్‌లైట్, మీ నీళ్ళబాటిల్ మొదలగు వస్తువులు స్థూపాకారంలో ఉంటాయి. ఒక కొవ్వొత్తిని తీసికొని పటము-1 లో చూపిన విధంగా పై భాగములో కత్తిరించుము. చిన్నముక్కను పారవేసి మిగిలిన కొవ్వొత్తిని పటము -2 చూపినట్లు అడ్డంగా నేలపై ఉంచి దొర్లించుము.



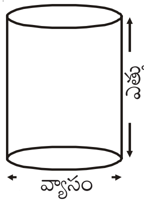
పటం. 1



పటం. 2 పటం. 3

ఏ తలం పై క్రొవ్వొత్తి దొర్లుతుందో, ఆ తలాన్ని దాని "వక్రతలం" అంటారు. అది దొర్లలేని తలాన్ని "భూమి" అంటారు.

పటంలో చూపినట్లు దాని ఎత్తు, వెడల్పు (వ్యాసము) లను చూడండి.

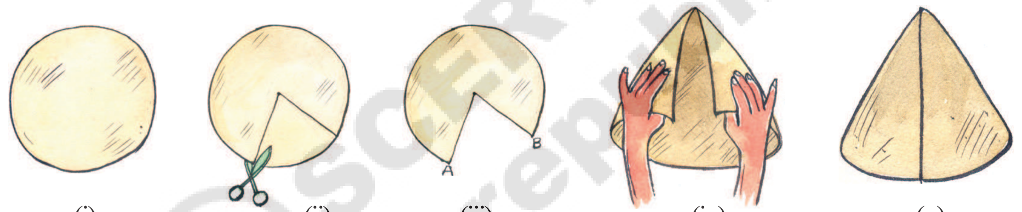


14.2.4 శంఖువు (CONE)

రాజు అతని పుట్టినరోజున ఒక ప్రత్యేకమైన టోపిని కొనదలచినాడు. లీలను తనతో రమ్మని అడిగాడు. లీల అతనితో "దాని కోసం దుకాణమునకు వెళ్ళనవసరం లేదు, మనమే ఆ టోపిని తయారుచేసుకొనవచ్చు" అన్నది.

మీరు కూడా అలాంటి టోపిని తయారుచేయాలనుకుంటున్నారా? అయితే ప్రయత్నిద్దాం!

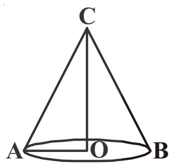
ఒక చార్టు కాగితము పై వృతలేఖిని సహాయంతో ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్త కేంద్రము నుండి దాని పరిధిని కలుపు రెండు రేఖలను పటం (ii) లో చూపినట్లు గీయాలి.



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

కత్తెరతో ఈ భాగమును కత్తిరిస్తే పటం (iii) లో వలె వచ్చును.

OA,OB లను పటములో చూపినట్లు కలిపి టేపుతో అతికించండి. మీకు నచ్చిన రీతిలో దాన్ని అలకరించండి. టోపి తయారైంది రాజు టోపిని తిప్పిచూచి "ఓ! ఇది ఐస్‌క్రీమ్ కోన్ లా ఉంది" అన్నాడు. ఇలాంటి ఆకారాలు శంకువు ఆకారాన్ని కలిగివున్నాయి. అనవచ్చు.



శంకువు ఆకారాన్ని ప్రక్క పటంలో చూడవచ్చు. OA ని వృత్తాకార భాగ వ్యాసార్థమని, OC ని శంకువు ఎత్తు అని అనవచ్చు.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

స్థూపమునకు, శంఖువునకు గల ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాల సంఖ్యను బట్టి వాటి బేధాలను మీ మిత్రులతో చర్చించి కనుగొనండి.

14.2.5 గోళము (SPHERE)

బంతులు, లడ్డూలు, గోళీలు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి. ఇవి అన్ని వైపుల నుంచి సులువుగా దొర్లగలవు. నిత్యజీవితంలో నీవు నిమ్మకాయను చూచి ఉంటావు. దానిని అడ్డుకోత కోస్తే పటంలో వలే కనిపిస్తుంది. ఇది దాదాపు అర్థ గోళము వలె ఉంటుంది.

©SCERT not to be republished

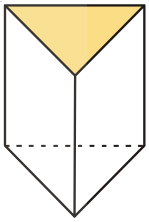
ఇవి చేయండి

కింది పట్టికను నింపండి.

క్ర. సంఖ్య	వస్తువు	ఆకారము	కేవలం జరుగుతుంది	కేవలం దొర్లుతుంది	జరుగును మరియు దొర్లును
1.	బ్యాటరీ	స్థూపాకారం	×	×	✓
2.	బంతి				
3.	నూనె డబ్బా				
4.	బిస్కెట్ ప్యాకెట్				
5.	నాణెము				
6.	గోళీ				
7.	నారింజ పండు				

స్థూపము, శంకువు మరియు గోళము తిన్నని అంచులు (Straight edges) కలిగి యుండవు. శంకువు యొక్క భూమి ఏ ఆకారములో ఉంటుంది? వృత్తాకారమేనా? స్థూపమునకు రెండు భూములు ఉంటాయి. దాని భూమి ఏ ఆకారంలో ఉంటుంది. మరి, గోళమునకు ఎటువంటి తలాలు ఉండవు. ఆలోచించండి.

14.2.6 పట్టకము (PRISM)

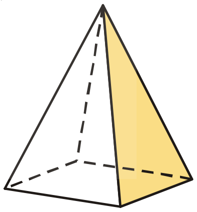


పట్టకము

ప్రక్కన పట్టకము పటము ఇవ్వబడినది. ప్రయోగశాలలో దీనిని చూచి ఉంటావు. దీని రెండు ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి. మిగిలిన ముఖాలు దీర్ఘచతురస్రా కారంలో గాని, చతురస్రాకారంలో గాని ఉంటాయి. ఇదే త్రిభుజాకార పట్టకము.

ఒక పట్టకమునకు భూమి దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉన్న దాన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకము అంటా. దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకానికి మరొక పేరు చెప్పగలవా?

14.2.7 పిరమిడ్ (PYRAMID)



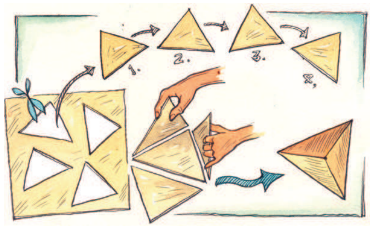
పిరమిడ్

ఒకే భూమి కలిగి, మిగిలిన ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటే అది పిరమిడ్‌వుతుంది. దాని త్రిభుజాకార తలాలన్నీ శీర్షము వద్ద కలుసుకుంటాయి.

ఇక్కడ చతురస్రాకార పిరమిడ్ ఇవ్వబడినది. దీని భూమి చతురస్రం త్రిభుజాకార పిరమిడ్‌ను ఊహించి గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

కృత్యము

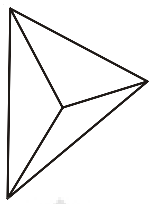
ఒక చార్టు కాగితము పై సమాన భుజాలు గల ఒక త్రిభుజమును గీయండి. దానిని కత్తిరించి వేరు చేయండి. ఈ త్రిభుజాన్నుపయోగించి ఇదే కొలతలు గల ఇంకా మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించండి. ఆ త్రిభుజాల అంచులను ఒకదానితో ఒకటి అతికించి ఒక సంవృత ఆకృతిని పొందండి. ఈ ఆకృతే ఒక **'చతుర్ముఖి'** లేక **'త్రిభుజాకార పిరమిడ్.'**



© SCERT not to be republished

అభ్యాసం - 14.1

1. ఒక త్రిభుజాకార పిరమిడ్ భూమి త్రిభుజము. దీన్నే చతుర్ముఖి అంటాం. దీనిలోని

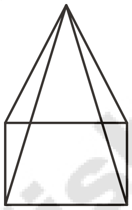


తలాల సంఖ్య : ____________

అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________

2. ఒక చతురస్రాకార పిరమిడ్ భూమి చతురస్రం. దీనిలోని

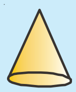
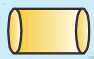
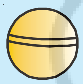


తలాల సంఖ్య : ____________

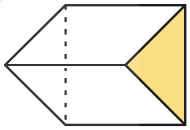
అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________

3. కింది పట్టికను పూరింపుము

ఆకారము	వక్రతలాల సంఖ్య	సమతలాల సంఖ్య	శీర్షాల సంఖ్య
			
			
			

4. ఒక త్రిభుజాకార పట్టకము ఒక కెలిడియోస్కోప్‌లా ఉంటుంది. దానిలో త్రిభుజాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి? దీర్ఘచతురస్రాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి?



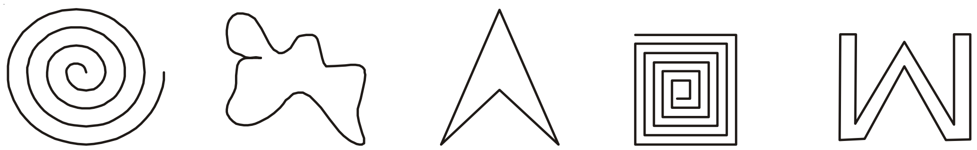
తలాల సంఖ్య : ____________

అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________

14.3 బహుభుజులు

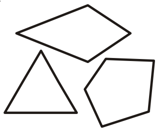
'ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు' అనే అధ్యాయంలో సంవృత పటాలు, అసంవృత (వివృత) పటాలు గురించి నేర్చుకున్నాం. కింద ఇవ్వబడిన పటాలను పరిశీలించి ఏవి సంవృత పటాలో? ఏవి అసంవృత పటాలో తెల్పండి?



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

© SCERT not to be republished

రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళ సంవృత పటాలను బహుభుజులు అని అంటారు. కొన్ని ఉదాహరణలు చిత్రంలో చూపబడినవి.



ఇవి చేయండి

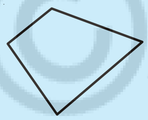
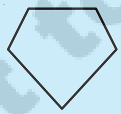
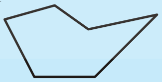
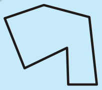
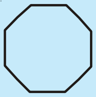
1. మీ నోట్ పుస్తకంలో 10 వివిధ రకాల బహుభుజులు గీయండి.
2. అగ్గిపుల్లలను గాని, చీపురుపుల్లలను కాని ఉపయోగించి సంవృత పటాలను తయారుచేయండి.

   i) ఆరు పుల్లలతో ii) ఐదు పుల్లలతో iii) నాలుగు పుల్లలతో

   iv) మూడు పుల్లలతో v) రెండు పుల్లలతో

   ఏ సందర్భములో బహుభుజి ఏర్పడదు? ఎందుకు?

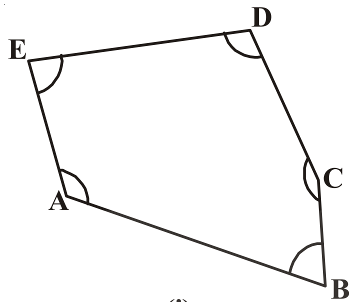
రెండు పుల్లలతో బహుభుజిని నిర్మించలేరని గ్రహించగలవు. ఒక బహుభుజికి కనీసం మూడు భుజాలు ఉండాలి. మూడు భుజాలు కల ఒక బహుభుజిని త్రిభుజమంటాం. క్రింది పట్టిక ద్వారా వివిధ రకాల బహుభుజులను తెలుసుకొనవచ్చు. పట్టికలో ఖాళీలను పూరించండి.

వివిధ బహుభుజులు	భుజాల సంఖ్య	బహుభుజి పేరు
	3	త్రిభుజము
	4	చతుర్భుజము
	-	పంచభుజి
	-	షడ్భుజి
	7	సప్తభుజి
	-	అష్టభుజి

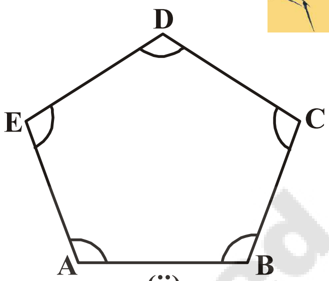
© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి

కింద ఇవ్వబడిన పటాల మధ్య తేడాలను కనుగొనండి.



(i)



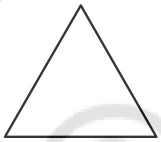
(ii)

(i) మరియు (ii) పటాలలో భుజాల పొడవులను, కోణాలను, కొలవండి. నీవేమి కనుగొన్నావు.

14.3.1 క్రమబహుభుజి

అన్ని భుజాల కొలతలు, అన్ని కోణాల కొలతలు సమానంగా గల బహుభుజినే క్రమ బహుభుజి అంటాం.

ఉదాహరణ :



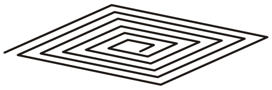
సమబాహు త్రిభుజము : అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల త్రిభుజము

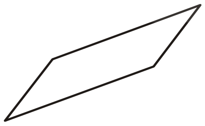
చతురస్రము : అన్నిభుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల చతుర్భుజము

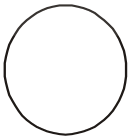
ఒక పంచభుజి, షడ్భుజి, సప్తభుజి, అష్టభుజిలలో భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైన వాటిని వరుసగా క్రమ పంచభుజి, క్రమషడ్భుజి, క్రమసప్తభుజి, క్రమ అష్టభుజి అంటాం.

అభ్యాసం - 2

1. కింది వానిలో ఏవి బహుభుజులో పరిశీలించుము. ఏదైనా బహుభుజి కానిచో ఎందుకో తెల్పుము?

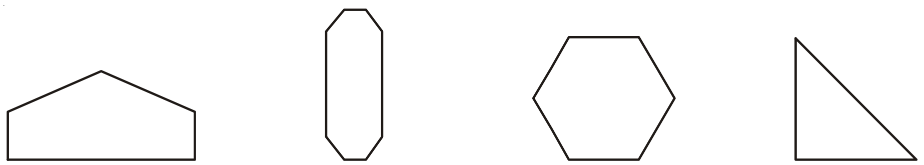

(i)


(ii)


(ii)

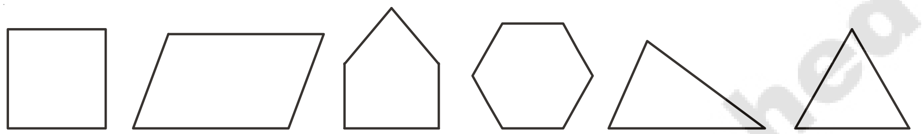
©SCERT not to be republished

2. కింది పటాలలో భుజాల సంఖ్యను తెలిపి అది ఏ రకమైన బహుభుజో తెల్పుము.



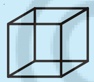
(i) (ii) (ii) (iv)

3. కింది పటాలలో క్రమ బహుభుజులను గుర్తించుము.



మనం నేర్చుకున్నవి

1. సాధారణంగా వివిధ అట్టపెట్టెలు ఘనము లేక దీర్ఘఘనం ఆకారంలో ఉంటాయి.

ఆకారం	ముఖాలు	అంచులు	శీర్షాలు
	6	12	8
	6	12	8

2. కోన్ ఐస్‌క్రీమ్‌కప్, జోకర్ టోపి మొదలగునవి శంఖువు ఆకారంలో ఉంటాయి.
3. పైపులు, టిన్నులు, ఆయిల్ డ్రమ్ములు, కొయ్యదూలాలు మొదలగునవి స్థూపాకారంలో ఉంటాయి.
4. బంతి, లడ్డూలు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి.
5. ఒక బహుభుజి అనేది సరళరేఖలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము.
6. అన్ని భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైనట్టి బహుభుజిని, క్రమబహుభుజి అంటాం.

© SCERT not to be republished