باب: 11

سہل مساوات

11.1: عقلی کھیل

انجو، افسانہ، ممتاز اور مکیش اپنے کلاس روم میں اپنے ساتھیوں کے ساتھ ایک عقلی کھیل کھیل رہے تھے۔ کھیل میں انجو نے ممتاز سے کوئی عدد سوچنے کو کہا۔ سوچے ہوئے عدد میں 5 سے ضرب کر کے حاصل ضرب میں 4 جوڑنے اور نتیجہ بتانے کو کہا۔

ممتاز نے کہا نتیجہ 29 ہے۔ انجو نے فوراً بتایا کہ سوچا ہوا عدد 5 ہے۔ ممتاز نے کہا میں نے 5 ہی سوچا تھا۔

ممتاز اور کلاس کے سبھی طلبا حیرت زدہ ہو گئے اور سوچنے لگے کہ کیا انجو جادو جانتی ہے؟ آخر انجو نے ممتاز کے دل میں سوچے گئے عدد کو کیسے جان لیا؟ افسانہ کو کچھ شک ہوا۔ اُس نے انجو سے کہا، میں نے ایک اور عدد سوچا ہے۔ اُسے بتا دو۔ انجو نے وہی عمل دہرایا اور نتیجہ جاننا چاہا۔ افسانہ نے کہا نتیجہ 154 ہے۔ انجو نے فوراً کہا سوچا ہوا عدد 30 ہے۔

ہر ایک ساتھی یہ جاننا چاہتا تھا کہ آخر انجو نے سوچے گئے عدد کو کیسے معلوم کر لیا۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ انجو نے نامعلوم عدد (سوچے گئے عدد) کو کیسے معلوم کیا؟

آیئے ہم اسے سمجھنے کی کوشش کریں۔

ممتاز نے جو عدد سوچا وہ 1، 2، 3 ..... میں سے کچھ بھی ہو سکتا ہے۔ وہ عدد ہمیں معلوم نہیں ہے۔ اس لیے ایسے عدد کے لیے ہم ایک متغیر (x) لیتے ہیں۔ (متغیر کی صورت میں ہم کوئی حرف علامت لے سکتے ہیں) اب x میں 5 سے ضرب کر کے 4 جوڑنے پر حاصل عبارت ($5x+4$) ہے جو 29 کے برابر ہے۔

عدد کا 6 گنا $= 6x$

عدد کا 6 گنا 30 کے برابر ہے

اس لیے $6x = 30$ (یہ ایک مساوات ہوا)

-2 کسی عدد کا 2 گنا اس عدد کے 5 گنا سے 21 کم ہے۔

اگر مان لیں کہ عدد x ہے تو

عدد کا 2 گنا $= 2x$ ، عدد کا 5 گنا $= 5x$

عدد کے 5 گنا سے 21 کم $= 5x - 21$

عدد کا 2 گنا یعنی، 2، عدد کے 5 گنا سے 21 سے کم کے برابر ہے۔

اس لیے $2x = 5x - 21$ (یہ ایک مساوات ہے)

آیئے کچھ مساوات بنائیں

(a) کسی عدد کا تہائی 17 کے برابر ہے۔

(b) سنیل کی موجودہ عمر اس کی 2 سال پہلے کی عمر کی تین گنی ہے۔

(c) انجم اور اس کے بھائی کی عمر کا جوڑ 23 ہے۔ اگر انجم کی عمر 10 ہے تو اس کے بھائی کی عمر کو m مانتے ہوئے مساوات کی عبارت لکھیے۔

جن مساوات میں ایک متغیر ہوتا ہے وہ ایک متغیر والا مساوات کہلاتا ہے۔ دو یا تین متغیر ہونے پر وہ دو یا تین متغیر والا مساوات کہلاتا ہے۔

11.3 - مساوات کے حل (Solution of equation)

آیئے ہم پھر ممتاز کی مثال کو لیں۔ ممتاز کے ذریعہ سوچے گئے عدد کو x ماننے پر بنا مساوات $5x + 4 = 29$ ہے۔ یہ مساوات $x = 1$ کے لیے $L.H.S. \neq R.H.S.$

$\because LHS = 5\times1+4 = 9$

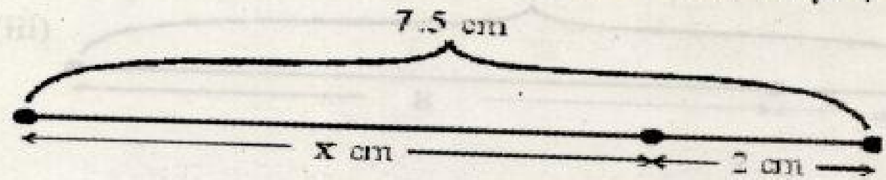
$RHS = 29$

اسی طرح $x = 2, 3$ اور 4 کے لیے

$LHS \neq RHS$ ہے

لیکن $x = 5$ کے لیے $RHS = 5x + 4 = 5\times5+4$

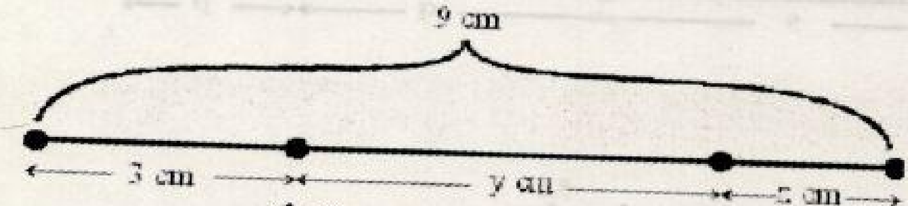
3- صحیح متبادل پر صحیح کا نشان (✓) لگایئے۔



(i) دیئے گئے قطعہ خط کی لمبائی ذیل میں سے کیا ہوگی؟

(a) $x+2$ (b) $x-2$ (c) 7.5

(d) $x+7.5$ (e) $x-7.5$ (f) $7.5-x$



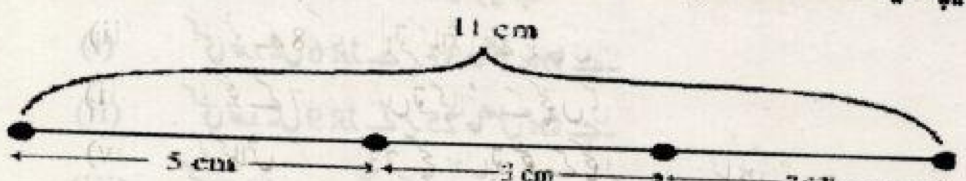
(ii) درج بالا تصویر کی بنیاد پر بتایئے کہ ذیل میں سے کون سا تعلق صحیح ہے۔

(a) $3+y-z=9$ (b) $3+y+z>9$

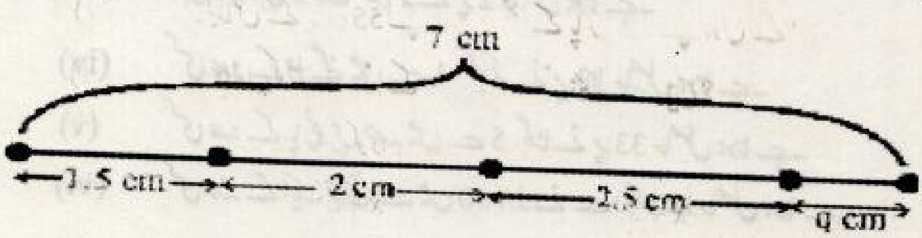
(c) $3+y+z<9$ (d) $3+y+z=9$

4- نیچے دیئے گئے قطعہ خط کے لیے مناسب مساوات بنایئے:

(i)



(ii)



-6 نیچے دیئے گئے مساواتوں کے سامنے دیئے گئے (x) کی قیمت(Value) سے مساوات تسلی بخش ہے یا نہیں، لکھیے :

		x کی قیمت	ہاں/نہیں
(i)	$x+2=7$	$x=5$	....
(ii)	$\frac{7x}{2}=21$	$x=8$	....
(iii)	$2x+3=19$	$x=4$	....
(iv)	$\frac{5x-2}{4}=2$	$x=2$	....

اپنے ساتھیوں سے بحث بھی کیجئے کہ x کی کس قیمت سے مساوات تسلی بخش ہوتا ہے۔

-7 جدول میں دی گئی قیمت سے ذیل کے مساوات حل کیجئے اور بتایئے کہ کس قیمت کے لیے مساوات کے دونوں حصے برابر ہیں؟

$$x-2=3x-8$$

x کی قیمت (Value)	بایاں حصہ $x-2$	دایاں حصہ $3x-8$
0		
1		
2		
3		

$x=$............

-8 مساوات کے سامنے دیئے گئے x کی مختلف قیمت مساوات میں لکھ کر جانچ کیجئے کہ صحیح حل کیا ہے اور اُس کو دائرہ سے گھیریئے:

(i) $3x-1=-4 \Rightarrow x=1, \quad 0, \quad -1, \quad 2$

(ii) $4x=-12 \Rightarrow x=3, \quad 2, \quad -3, \quad 1$

(iii) $\frac{3x-1}{2}=1 \Rightarrow x=-1, \quad 5, \quad 4, \quad 1$

آیئے دونوں حصوں میں 5 جوڑتے ہیں۔ کیا کوئی فرق پڑا؟

$$7-4+5=2+1+5$$

بایاں حصہ $7-4+5=3+5=8$

دایاں حصہ $2+1+5=8$

بغیر کسی شک و شبہ کے کوئی فرق نہیں آیا۔ چونکہ مساوات بھی ایک مماثلت ہی ہے اور اس کے الجبرائی فقرہ کسی نہ کسی عدد کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس لیے مساوات کا دونوں حصوں میں ہم یکساں عدد جوڑ یا گھٹا سکتے ہیں۔ اس سے نتیجہ متاثر نہیں ہوتا۔

(ii) کیا دونوں جانب ضرب کرنے سے فرق پڑے گا؟

$$(7-4)\times 2=(+1)\times 2$$

بایا حصہ $3\times 2=6$ ، دایاں حصہ $3\times 2=6$ ، ظاہر ہے کہ ضرب کرنے سے بھی فرق نہیں آتا، آپ تقسیم کر کے دیکھیں۔ اس لیے مساوات میں صفر کے علاوہ کوئی دیگر عدد سے ہم دونوں اطراف میں ضرب یا تقسیم کر سکتے ہیں۔ اس سے مساوات کے دونوں اطراف کی قیمت برابر ہی رہتی ہے۔

مان لیجئے ہم اصول کی پابندی نہیں کرتے اور مختلف عدد جوڑتے ہیں تب کیا ہوگا؟

$$7-4+3=2+1+5$$

بایاں حصہ $=7-4+3=3+3=6$ اور دایاں حصہ $=2+1+5=3+5=5$ جو کہ برابر نہیں ہے۔ اس لیے الگ الگ عدد نہیں جوڑ سکتے۔ کیا ہم ایک طرف جوڑ اور دوسری طرف گھٹا کر کر سکتے ہیں۔ جانچ کیجئے۔ اور اس طرح جس متغیر کی قیمت معلوم کرنا ہے اس کو برابر نشان کے ایک طرف کرتے ہیں۔

اب مندرجہ بالا قاعدے کا سہارا لے کر ہم انجو کے ذریعہ کیے گئے حل کو دیکھیں:

$$5x+4=29$$

مساوات کے دونوں حصوں میں سے ہم 4 گھٹاتے ہیں۔

اس طرح نیا بایاں حصہ $=5x+4-4=5x$

نیا دایاں حصہ $=29-4=25$

-2 $x+5=8$

اگر ہمیں x کی قیمت پتا کرنا ہے تو کیا کریں گے؟

ہم اتنا ہی عدد دونوں حصوں میں جوڑیں گے/ گھٹائیں گے کہ صرف متغیر عدد ہی باقی رہے۔

$x+5-5=8-5$ اس لیے $x+0=3$ اس لیے $x=$ ....

نیچے دیے مساوات کو حل کیجیے:

(i) $x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ (ii) $x-8=2$

(iii) $x-1=5$ (iv) $x+3=-5$

-3

لیکن اگر مساوات اس طرح ہوا تو

$\frac{x}{3}=6$

(i) آپ بتائیے، صرف متغیر عدد بچانے کے لیے کیا کریں گے؟

....

(ii) مساوات کو حل کرنے پر x کی قیمت کیا ہوگی؟

....

ہمیں متغیر عدد چاہیے تو دونوں حصوں میں 3 سے ضرب کر دیں گے۔

(الف) مساوات کو حل کیجیے:

(i) $3a+4=10$ (ii) $\frac{5x-10}{4}=20$

(iii) $\frac{3x-8}{2}=2$

-6 دائیں جانب لکھے مساوات کا ایک مرحلہ حل کر بائیں جانب لکھا گیا ہے۔ لیکن وہ اوپر نیچے ہو گئے ہیں۔ آپ صحیح جوڑے لگائیے:

(i) $3x+5=-5$ $x=\left(\frac{-7}{5}\right)\times\frac{1}{5}$

(ii) $5x-7=2$ $x=\frac{9}{3}$

(iii) $\frac{x}{5}=2$ $5x=2+7$

(iv) $3x=9$ $x+1=3\times5$

(v) $3=9x$ $x-3=\frac{9}{3}$

(vi) $5x=\frac{-7}{5}$ $3x=-5-5$

(vii) $3(x-3)=9$ $y^2=(-6)\left(\frac{4}{3}\right)$

(viii) $\frac{3}{x}=7$ $3=7\times x$

(ix) $\frac{3y^2}{4}=-6$ $\frac{3}{9}=x$

(x) $\frac{x+1}{5}=3$ $x=2\times5$

$3p = 60$

$\frac{3p}{3} = \frac{60}{3}$ (دونوں طرف 3 سے تقسیم کرنے پر)

یا $p = 20$ (یہ مساوات کا حل ہے)۔

(d) $2y + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = \frac{37}{2} - \frac{5}{2}$

یا $2y = 16$

یا $\frac{2y}{2} = \frac{32}{2} = 16$ (دونوں حصوں میں 2 سے تقسیم دینے پر)

یا $y = 8$ (یہ مساوات کا حل ہے)۔

(e) $4 = 5(p-2)$

یا $5(p-2) = 4$ (دونوں حصوں کو باہم بدلنے پر)

یا $p = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5}$

یا $\frac{5(p-2)}{5} = \frac{4}{5}$ (دونوں حصوں میں 5 سے تقسیم دینے پر)

یا $p - 2 = \frac{4}{5}$ (دونوں حصوں میں 2 جوڑنے پر)

یا $p - 2 + 2 = \frac{4}{5} + 2$

یا $p = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5}$

یا $4-3=\frac{8m}{5}+3-3$ (دونوں حصوں میں 3 گھٹانے پر)

یا $1=\frac{8m}{5}$

یا $1\times 5=\frac{8m}{5}\times 5$ (دونوں حصوں میں 5 سے ضرب کرنے پر)

یا $5=8m$

یا $\frac{5}{8}=\frac{8m}{8}$ (دونوں حصوں میں 8 سے تقسیم کرنے پر)

یا $\frac{5}{8}=m$

یا $m=\frac{5}{8}$ (حصوں کو باہم بدلنے پر)

دیئے گئے مساوات کا حل ہے۔

دوسرا قاعدہ: $\frac{2}{5}(m+10)=2m+3$

یا $\frac{2}{5}m+4=2m+3$ (بایاں حصے میں قوسین ہٹانے پر)

یا $\frac{2^m}{5}+4=2m+3$ (یکساں رکن (m) کو ایک حصے میں کرنے، $2m$ کا حصہ بدلنے پر یا دونوں طرف 2m گھٹانا)

یا $\frac{2}{5}m-2m+4=3$

یا $\frac{2^m}{5}-2m=3-4$ (4 کا حصہ بدلنے پر یا دونوں طرف 4 گھٹانے پر)

$\frac{2m-10m}{5}=-1$

اس لیے $x = 3\times(64-x)$

یا $x = 192-3x$

یا $x+3x = 192$ ($3x$ کا حصہ بدلنے پر)

یا $4x = 192$

$x = \frac{192}{4}$ ($4x$ میں 4 گنا ہے، اس لیے حصہ بدلنے پر وہ مقسوم علیہ کی شکل میں آجائے گا۔ حقیقت میں یہ عمل دونوں طرف 4 سے تقسیم کرنے کے برابر ہے۔

یا $x = 48$

بڑا حصہ $x = 48$

چھوٹا حصہ $64-x = 64-48 = 16$

مطلوبہ حصہ 48 روپیہ اور 16 روپیہ ہے۔

مثال: 4 باپ، بیٹا اور بیٹی کے عمر کا جوڑ 120 ہے۔ باپ کی عمر بیٹا اور بیٹی کی عمر کے جوڑ کے برابر ہے اور بیٹی کی عمر بیٹے کی عمر کا نصف ہے تو تینوں کی عمر الگ الگ معلوم کیجئے۔

حل: مانا کہ بیٹے کی عمر x سال ہے۔

بیٹی کی عمر $= \frac{x}{2}$ (بیٹے کی عمر کی آدھی)

$\therefore$ بیٹا اور بیٹی کی عمر کا جوڑ $= x+\frac{x}{2}$

سوال سے

باپ کی عمر $= x+\frac{x}{2}$

تینوں کی عمر کا جوڑ

یا $\frac{x}{2}+x+x+\frac{x}{2} = 120$

یا $\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+2x = 120$

$$\frac{20x-19x}{20}=20,000$$ یا

$$\frac{x}{20}=20,000$$ یا

$20,000\times20=4,00,000$ روپیہ یا

اس لیے کل رقم =40,00,000 روپیہ

سوالنامہ : 11.3

درج ذیل مساوات کا حل کیجئے اور حاصل شدہ حل کی جانچ کریں۔

1- $\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=-2$ 2- $\frac{3x+2}{3}=\frac{17}{6}$ 3- $x-4=4(129-x)$

4- $\frac{x+19}{5}=8$ 5- $\frac{x}{2}+6=\frac{x}{3}+\frac{2x}{7}$ 6- $\frac{2y-1}{3}=\frac{y+2}{2}$

7- $10=4+3(x+2)$ 8- $4x-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+x$ 9- $3(x+1)-2(x+1)=10$

10- $5(5x+2)=40$ 11- $\frac{x+19}{5}=8$ 12- $\frac{5x}{2}-7=\frac{11}{2}$

13- تین لگاتار اعداد صحیح کا جوڑ 21 ہے تو تینوں اعداد صحیح معلوم کیجئے۔

14- تین لگاتار آنے والے طاق اعداد کا جوڑ 39 ہے تو وہ عدد معلوم کیجئے۔

15- کسی متساوی الساقین کا راس زاویہ راس 50° کا ہو تو مثلث کے باقی دونوں زاویوں کی ناپ بتایئے۔

16- کسی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت 3:2 ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 90 میٹر ہے تو اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

17- سلمٰی کی عمر اس کے باپ کی عمر کی ایک تہائی سے 5 سال کم ہے۔ اگر سلمٰی کی عمر 20 سال ہے تو اس کے باپ کی عمر معلوم کیجئے۔

18- وِکرم نے 8 کرسی اور 2 میز خریدنے میں کل 2900 روپیہ خرچ کیا۔ اگر 1 میز کی قیمت 450 روپیہ ہے تو 1 کرسی کی قیمت معلوم کیجئے۔

19- .... 20° ہے تو دونوں زاویہ معلوم کیجئے۔