अध्याय–12
प्रकाश की प्रकृति (Nature of Light)

12.1 प्रकाश की प्रकृति (Nature of Light)

प्रकाश की प्रकृति क्या है? यह प्रश्न प्राचीनकाल से ही दार्शनिकों एवं वैज्ञानिकों के लिए जिज्ञासा का विषय रहा है। विभिन्न काल खण्डों में प्रकाश से संबधित विभिन्न परिघटनाओं तथ्यों की खोज होती रही तदानुसार इनकी व्याख्या हेतु समय समय पर विभिन्न परिकल्पनाएँ/सिद्धान्त सामने आते रहे जिनकी अपनी अपनी सीमाएँ थी। जैसे जैसे जानकारी में वृद्धि होती रही वैसे वैसे प्रकाश की प्रकृति रहस्यमय होती गई।

वैज्ञानिक न्यूटन के समय तक प्रकाश के संबन्ध में कुछ ज्ञात परिघटनाएँ/तथ्यों में प्रकाश का सरल रेखीय संचरण, प्रकाश का परावर्तन, अपवर्तन, वर्ण विक्षेपण इत्यादि सम्मिलित थे। सन 1637 में दकार्ते ने प्रकाश के काणिका मॉडल को प्रस्तुत किया जिसे न्यूटन ने और विकसित किया। न्यूटन सिद्धान्त शास्त्री होने के साथ साथ महान प्रयोगकर्त्ता भी थे। उनके द्वारा प्रकाश के व्यवहार के संबन्ध में कई प्रयोग किए गए जिनका विवरण उनके द्वारा लिखित पुस्तक 'ऑप्टिक्स' में उपलब्ध है। न्यूटन के कणिका वाद के अनुसार प्रकाश का प्रकाश स्त्रोत से उत्सर्जन अत्यंत सूक्ष्म कणिकाओं के रूप में माना गया जो बाह्य बलों की अनुपस्थिति में सरल रेखीय पथ का अनुसरण करती है। प्रकाश का सरल रेखीय संचरण तथा अवरोधकों द्वारा छाया निर्माण संभवततः प्रकाश के कणिकावाद हेतु सबसे महत्वपूर्ण साक्ष्य थे। प्रकाश के परावर्तन को समझाने के लिए न्यूटन ने कणिकाओं की परावर्तक सतह के अभिलंबवत बल लगाना विचारित था। प्रकाश का अपवर्तन समझाने के लिए न्यूटन द्वारा की गई परिकल्पनाएँ भी रोचक हैं। प्रकाश के सघन माध्यम से विरल माध्यम में अपवर्तन को समझाने के लिए न्यूटन ने माना कि कणिका के अपवर्तन पृष्ठ के निकट पहुँचने पर पृष्ठ द्वारा कणिका पर पृष्ठ के अभिलंबवत प्रतिकर्षण बल आरोपित होता है जिसके कारण कणिका के वेग का क्षैतिज घटक अपरितर्तित रहता है पर विरल माध्यम में प्रवेश करने पर अभिलंब से परे हट कर नई परिवर्तित चाल से सरल रेखीय पथ पर चलती है। प्रकाश के विरल माध्यम से सघन माध्यम में अपवर्तन की व्याख्या में न्यूटन ने कणिका के पृष्ठ तक के लिए पहुँचने पर इस पर अपवर्तक तल द्वारा पृष्ठ के अभिलंबवत आकर्षण बल लगना माना जाता है। कणिका के वेग के ऊर्ध्वाधर घटक को बढ़ाने लगता है (क्षैतिज घटक अब भी अपरिवर्तित रहता है) जिसके कारण कणिका दूसरे माध्यम में अभिलंब की ओर झुकती हुई सरल रेखीय परिपथ पर चलती है। हम परावर्तन एवं अपवर्तन के लिए न्यूटन द्वारा प्रस्तुत गणितीय विवेचन में नहीं जाकर केवल इसकी एक प्रागुणित की ओर आपका ध्यान आकर्षित करते है जिसके अनुसार सघन माध्यम (उदाहरणार्थ जल) में प्रकाश की चाल विरल माध्यम (यथा वायु) में प्रकाश की चाल से अधिक होनी चाहिए। सन् 1850 में, फूको द्वारा किए गए प्रयोग ने दर्शाया कि प्रकाश की जल में चाल वायु में चाल से कम होती है। इसके साथ साथ आप देख सकते हैं कि सघन माध्यम से विरल माध्यम में अपवर्तन तथा विरल से सघन माध्यम में अपवर्तन में अपवर्तक तल द्वारा क्रमशः प्रतिकर्षण एवं आकर्षण बल लगाने संबधी परिकल्पनाएँ परस्पर विरोधी हैं जिनका कोई सैद्धान्तिक आधार नहीं है।

न्यूटन के समकालीन वैज्ञानिक हाइगेंस (Hygens) ने सन् 1678 में प्रकाश के लिए तरंग सिद्धान्त का प्रतिपादन किया। इस सिद्धान्त का हम अगले अनुभाग में विस्तार से अध्ययन करेंगे तथा देखेंगे कि किस प्रकार तरंग सिद्धान्त अपवर्तन एवं परावर्तन की व्याख्या तो करता ही साथ ही यह फूको द्वारा प्राप्त प्रायोगिक परिणामों से भी सहमति में है। तत्कालीन अकादमिक जगत में न्यूटन के दबदबे कारण इस समय हाइगेंस के तरंग सिद्धान्त को कोई विशेष महत्व नहीं मिला परन्तु सन् 1801 में यंग के व्यतिकरण प्रयोग के कारण प्रकाश के तरंग स्वरूप को मान्यता मिली। इसके बाद फ्रेंच भौतिकी विद् फ्रेनेल द्वारा प्रकाश के विवर्तन प्रभाव की तरंग सिद्धान्त द्वारा व्याख्या ने प्रकाश की तरंगीय प्रकृति की ओर पुष्टि हुई। फ्रेनेल ने ही प्रकाश की अनुप्रस्थ तरंग होने की पुष्टि की जो प्रकाश के ध्रुवण को समझाने मे आधार बनी।

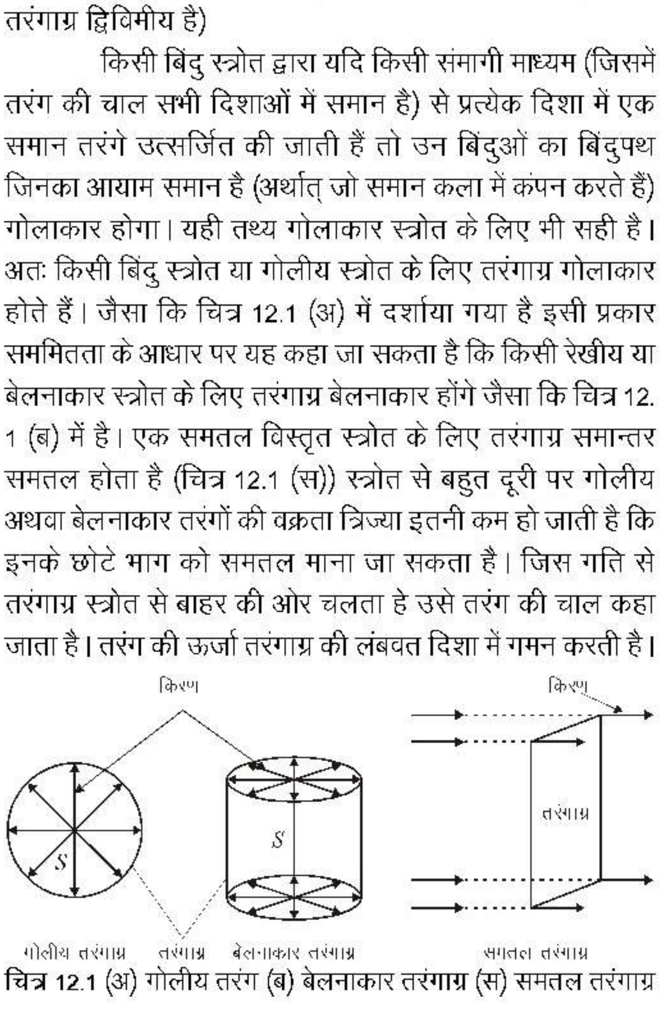
सन् 1860 में मैक्सवेल ने विद्युत चुंबकीय तरंग सिद्धान्त प्रस्तुत किया जिसका विस्तृत अध्ययन आप अध्याय 17 में कर सकेगें। जिसके अनुसार विद्युत चुंबकीय तरंगें निर्वात में प्रकाश की चाल से चलती हैं। अर्थात् प्रकाश वस्तुतः विद्युत चुंबकीय तरंग है जो निर्वात में भी चल सकता है। विद्युत चुंबकीय तरंग सिद्धान्त के प्रतिपादन से पूर्व केवल यांत्रिक तरंग ही ज्ञात थी जिनके संचरण के लिए माध्यम की अनिवार्यता आवश्यक थी। इस प्रकार विद्युत चुंबकीय तरंग सिद्धान्त से प्रकाश के निर्वात में संचरण को समझना संभव हो सका विद्युत चुंबकीय तरंगों की पुनयोगिक पुष्टि के बाद लगभग यह मान लिया गया कि प्रकाश तरंग व्यवहार ही प्रदर्शित करता है।

परन्तु कहानी यहीं खत्म नहीं होती है। आगामी अध्याय 13 में आप देख पाएँगे कि किस प्रकार प्रकाश का विद्युत चुंबकीय तरंग सिंद्धान्त प्रकाश विद्युत प्रभाव को समझाने में पूर्णतः विफल रहा तथा जिसे समझाने के लिए प्रकाश के फोटोन (कणीय) स्वरूप को काम में लिया गया। यहाँ हम केवल यह उल्लेख करना चाहेंगे कि प्रकाश का फोटोन स्वरूप न्यूटन कणिका वाद से सर्वथा भिन्न हैं वस्तुतः प्रकाश की प्रकृति द्वैत है जिसके बारे में हम अध्याय 13 में पुनः संक्षिप्त विवेचना करेगें।

12.2 हाइगेंस तरंग सिद्धान्त तथा तरंगाग्र (Hygens wave Theory and Wavefront)

भौतिकशास्त्री क्रिस्टॉन हाइगेंस प्रथम व्यक्ति थे जिन्होंने सन् 1678 में प्रकाश का तरंग सिद्धान्त प्रस्तुत किया। तरंग एक ज्यामितीय प्रतिरूप है जो हमें किसी तरंगाग्र की भावी स्थिति की जानकारी देता है यदि हमें इस तरंगाग्र की पूर्व स्थिति ज्ञात है। क्योंकि इस प्रतिरूद्ध के मूल में तरंगाग्र की संकल्पना निहित है अतः हाइगेंस सिद्धान्त के विस्तार में जाने से पूर्व हम तरंगाग्र के बारे में जानकारी प्राप्त करेंगें। तरंगाग्र को हम ऐसे आसन्न बिन्दुओं के बिंदु पथ के रूप में परिभाषित करते है जिन पर तरंग से संबद्ध किसी भौतिकीय राशि के कंपन की कला समान होती है। अर्थात् किसी क्षण तरंगाग्र पर सभी बिन्दू अपने परिवर्तन के चक्र के समान भाग पर होते हैं। तरंग की प्रकृति के अनुरूप यह भौतिक राशि विस्थापन, दाब (ध्वनि तरंग हेतु) विद्युत या चुंबकीय क्षेत्र विद्युत चुंबकीय तरंग के प्रकरण में हो सकती है। उदाहरण के लिए हम किसी शांत तालाब में जल की सतह पर कोई कंकड़ फेंकते हैं तो संपात बिंदु से चारों ओर तरंगे फैलती हैं। तरंग श्रृंगो द्वारा बनने वाले प्रसरणशील वृत्त तरंगाग्र हैं चुंकि इस पर स्थित सभी बिन्दु अपने कम्पन (दोलन) के उच्चतम मान (आयाम) पर है स्पष्टतः ये समस्त बिंदु समान कला में है क्योंकि वे विक्षोभ के स्त्रोत से समान दूरी पर हैं (इस प्रकार के वृत्ताकार तरंगाग्र द्विविमीय है)

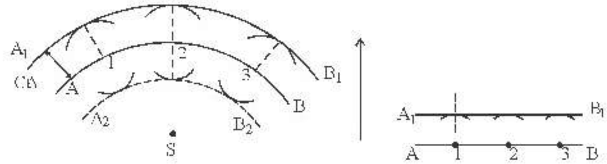
किसी बिंदु स्त्रोत द्वारा यदि किसी संमागी माध्यम (जिसमें तरंग की चाल सभी दिशाओं में समान है) से प्रत्येक दिशा में एक समान तरंगे उत्सर्जित की जाती हैं तो उन बिंदुओं का बिंदुपथ जिनका आयाम समान है (अर्थात् जो समान कला में कंपन करते हैं) गोलाकार होगा। यही तथ्य गोलाकार स्त्रोत के लिए भी सही है। अतः किसी बिंदु स्त्रोत या गोलीय स्त्रोत के लिए तरंगाग्र गोलाकार होते हैं। जैसा कि चित्र 12.1 (अ) में दर्शाया गया है इसी प्रकार सममितता के आधार पर यह कहा जा सकता है कि किसी रेखीय या बेलनाकार स्त्रोत के लिए तरंगाग्र बेलनाकार होंगे जैसा कि चित्र 12.1 (ब) में है। एक समतल विस्तृत स्त्रोत के लिए तरंगाग्र समान्तर समतल होता है (चित्र 12.1 (स)) स्त्रोत से बहुत दूरी पर गोलीय अथवा बेलनाकार तरंगों की वक्रता त्रिज्या इतनी कम हो जाती है कि इनके छोटे भाग को समतल माना जा सकता है। जिस गति से तरंगाग्र स्त्रोत से बाहर की ओर चलता हे उसे तरंग की चाल कहा जाता है। तरंग की ऊर्जा तरंगाग्र की लंबवत दिशा में गमन करती है।



चित्र 12.1 (अ) गोलीय तरंग (ब) बेलनाकार तरंगाग्र (स) समतल तरंगाग्र

प्रकाश जिन दिशाओं में गति करता है उनको व्यक्त करने के लिए अक्सर प्रकाश तरंग को प्रकाश किरणों के रूप में विचारना होगा। इसे तरंगाग्र के रूप में विचारने की अपेक्षा अधिक सुविधाजनक होता है। इस दृष्टिकोण से एक किरण वह काल्पनिक रेखा है जो तरंग संचरण की दिशा में खींची गई है। इस कारण प्रकाश किरण सदैव तरंगाग्र के पृष्ठ के अभिलंबवत होती है। चित्र 12.1(अ) में प्रकाश किरणें गोलाकार तरंगाग्रों की त्रिज्याओं के अनुदिश है जबकि बेलनाकार तरंगाग्र के लिए यह अक्ष के अभिलंबवत है। समतल तरंगाग्र के लिए प्रकाश किरणें पृष्ठ के अभिलंबवत होने के साथ साथ समानान्तर भी है। किसी भी किरण के अनुदिश प्रकाश के एक तरंगाग्र से दूसरे तक जाने में लगा समय भी समान है। तरंगाग्र के बारे में जानकारी प्राप्त करने के बाद अब हम हाइगेंस सिद्धान्त को समझने का प्रयास करेंगें।

हाइगेंस के सिद्धान्त के अनुसार किसी तरंगाग्र पर स्थित प्रत्येक बिंदु गोलाकार द्वितीयक तरंगे जिन्हें तरंगिकाएँ कहा जाता है की उत्पत्ति के लिए बिंदु स्त्रोत की भांति कार्य करता है। ये तरंगिकाएँ माध्यम में तरंग की चाल से (स्त्रोत से) बाहर की ओर चलती हैं। किसी समय Δt के पश्चात तरंगाग्र की नवीन स्थिति इन सभी गोलाकार तरंगिकाओं पर खींचे गए उभयनिष्ठ स्पर्शक पृष्ठ द्वारा दी जाती है। चित्र 12.2 हाइगेंस सिद्धान्त के अनुसार नवीन तरंगाग्र निर्माण के लिए दो सरलतम उदाहरणों को दर्शाता है। चित्र 12.2 (अ) में किसी गोलाकार तरंग स्त्रोत के कारण उत्पन्न एक गोलाकार तरंगाग्र का कुछ भाग AB दर्शाया गया है। इस समय $t = 0$ माना गया है। यदि तरंग का संचरण मुक्त आकाश में माना जा रहा है। तो इस गोलाकार भाग पर स्थित सभी बिंदु गोलाकार द्वितीय तरंगिकाएँ उत्सर्जित करेंगे जो प्रकाश की चाल c से सभी दिशाओं में फैलेगी। Δt समय पश्चात इन सभी गोलाकार तरंगिकाओं की त्रिज्या $c\Delta t$ होगी। चित्र 12.2 (अ) में तीन बिंदुओं के लिए इस प्रकार के गोलाकार चाप दर्शाए गए हैं जिनका उभयनिष्ठ स्पर्शक पृष्ठ A_1, B_1 द्वारा दर्शाया गया है जो तरंग संचरण की दिशा (स्त्रोत से बाहर की ओर) में नवीन तरंगाग्र है जो पुनः गोलीय है जिसका केन्द्र भी S पर है। (चित्र 12.2 अ को ध्यान से देखें यहाँ एक पश्च तरंगाग्र A_2B_2 (स्त्रोत की ओर गतिमान) भी प्राप्त होता है जिसे हाइगेंस मॉडल में नकार दिया जाता है। यद्यपि इसे नकारने के पीछे हाइगेंस कोई तर्क सम्मत व्याख्या नहीं कर पाए, परन्तु बाद में फ्रेनेल ने गणितीय रूप से पश्च तरेग्राग की अनुपस्थिति की व्याख्या प्रस्तुत की।) (आगामी समस्त विवेचन में हम पश्च तरंगाग्र पर विचार नही करेंगे।) चित्र 12.2 (ब) में एक समतल तरंगाग्र A,B के लिए हाइगेंस ज्यामितीय निर्माण दर्शाया गया है। Δt समय उपरान्त नवीन तरंगाग्र की A_1, B_1 को दर्शाया गया है जो भी समतल प्रकृति का ही है। उपर्युक्त प्रक्रिया किसी अन्य माध्यम के लिए भी सही है। अन्तर केवल इतना ही कि अब द्वितीय तरंगिकाओं की चाल c नहीं ली जाकर दिए गए माध्यम में प्रकाश की चाल (माना v) के बराबर ली जाएगी।



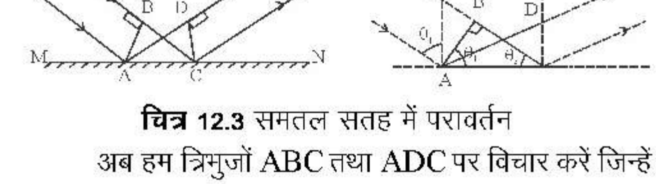
चित्र 12.2 हाइगेंस के सिद्धान्त से द्वितीयक तरंगाग्र का निर्माण

12.3 समतल पृष्ठ से परावर्तन एवं अपवर्तन (Reflection and Refraction at Plane Surface)

पिछले अनुभाग में हाइगेंस सिद्धान्त के उपयोग से तरंगाग्र के ज्यामितीय निर्माण एवं संचरण को समझा है। इस अनुभाग में हम देखेगें कि हाइगेंस ज्यामितीय रचना में किस प्रकार समतल सतह से परावर्तन एवं अपवर्तन के लिए प्रेक्षित नियमों की उत्पति (पुष्टि) की जा सकती है।

12.3.1 समतल सतह से परावर्तन (Reflection at Plane surface)

चित्र 12.3 में एक पूर्णतः परावर्तक सतह MN दर्शाई गई है जिसके ऊपरी ओर कोई माध्यम है जिससे प्रकाश वेग v से चलता है। यहाँ AB आपतित समतल तरंगाग्र को प्रदर्शित करता है। किरणें 1 एवं 2 इस तरंगाग्र से संबधित प्रकाश किरणों को दर्शाती है। चित्र में दर्शाए क्षण पर तरंगाग्र AB का बिंदु A परावर्तक सतह पर पहुँच चुका है अर्थात् किरण 1 परावर्तक सतह को स्पर्श कर चुकी है। माना तरंगाग्र AB का बिंदु B परावर्तक सतह के बिंदु c तक पहुँचने में Δt समय लेगी। इस कारण दूरी $BC = v\Delta t$ होगी। बिंदु B के C तक पहुँचने के पहले बिंदु A परावर्तक तल को स्पर्श कर चुका है। अतः इसके द्वारा उत्सर्जित गोलाकार तरंगिकाएँ माध्यम में दूरी $c\Delta t$ तय कर चुकी होगी। परावर्तित तरंगाग्र का निर्माण करने के लिए हम बिंदु A से $v\Delta t$ त्रिज्या का एक गोला खीचते हैं। इस समय किरण 2 बिंदु C पर स्पर्श कर चुकी होगी तथा द्वितीयक तरंगों को उत्सर्जन करने ही वाली होगी। मान लें इस समय C से खींची गई स्पर्श रेखा बिंदु A से उत्सर्जित गोलीय तरंगिका को बिंदु D पर स्पर्श करता है तो CD परावर्तित तरंगाग्र को निरूपित करेगा चूंकि अपरावर्तित एवं परावर्तित तरंगाग्र दोनों एक ही माध्यम में है दोनों की चाल समान v ही है अतः स्पष्ट है कि दूरी $AD = vDt$ होगी। इस प्रकार हम पाते हैं कि $BC = AD = vDt$



चित्र 12.3 समतल सतह में परावर्तन

अब हम त्रिभुजों ABC तथा ADC पर विचार करें जिन्हें सुविधा की दृष्टि से पुनः चित्र 12.3(ब) में दर्शाया गया है। तो हम देखते हैं तथा BC=AD हैं अतः कोण $\theta_1 = \theta_2$ होगा। यहाँ θ_1 तथा θ_2 क्रमशः आपतित तरंगाग्र एवं परावर्तित तरंगाग्र द्वारा परातर्वक सतह से बनाए गए कोण हैं। इस प्रकार आपतित एक परावर्तित तरंगाग्र परावर्तक सतह से समान कोण बनाते है। जो कि परावर्तन का नियम है। चूँकि आपतित किरण आपतित तरंगाग्र के तथा परावर्तित किरण परावर्तित तरंग के अभिलंबवत है अतः आपतित किरण द्वारा परावर्तक तल के अभिलंब से बनाया गया कोण θ_1 तथा परावर्तित किरण द्वारा अभिलंब से बनाया गया कोण θ_2 होगा। चूंकि $\theta_1 = \theta_2$ है अतः आपतित एवं परावर्तित किरणों द्वारा पृष्ठ के अभिलंब से बनाए गए कोण बराबर होते हैं जो समान्यतः जयामितीय प्रकाशिकी में परावर्तन के नियम के कथन को व्यक्त करता है।

इस रचना में आपतित तरंगाग्र तथा परावर्तित तरंगाग्र दोनों एक ही समतल में हैं (कागज का तल) अतः आपतित एवं परावर्तित किरणें तथा पृष्ठ पर अभिलंब भी इसी समतल में है इस कारण परावर्तन के द्वितीय नियम की भी पुष्टि होती है।

12.3.2 समतल सतह पर अपवर्तन (Refraction at Plane Surface)

हाइग्रेंस सिद्धान्त से प्रकाश के अपवर्तन को समझने के लिए हम चित्र 12.4 में प्रदर्शित ज्यामितीय रचना पर विचार करते हैं। यहाँ MN दो भिन्न माध्यमों माध्यम 1 तथा माध्यम 2 को पृथक करने वाला समतल पृष्ठ है। मानलें कि माध्यम 1 एवं माध्यम 2 में प्रकाश की चाल क्रमशः v_1 व v_2 है तथा $v_1 > v_2$ है। इस स्थिति में माध्यम 1 प्रकाश के लिए विरल माध्यम तथा माध्यम 2 सघन माध्यम कहलाता है। (ध्यान दें कि ध्वनि तरंगों में इसका विपरीत होता है।)

चित्र में रेखा AB आपतित प्रकाश के एक समतल तरंगाग्र को दर्शाता है जिसके संगत ही प्रकाश किरणें क्रमशः 1 व 2 से दर्शाई गई हैं। यहाँ समय $t = 0$ पर तरंगाग्र AB का बिन्दु A अपवर्तक सतह MN को स्पर्श कर चुका है। तथा बिन्दु B को अपवर्तक तल तक पहुँचने में लगने वाला समय Δt है। इस समय तक बिन्दु A से उत्सर्जित गोलीय कोशिकाएँ जिनका केन्द्र A पर है माध्यम 2 में दूरी $AD = v_2\Delta t$ तय कर चुकी है जबकि C पर पहुँचने वाली तरंग ने माध्यम 1 में दूरी $BC = v_1 Dt$ तय की है तथा इसके अब माध्यम 2 में गोलीय तरंगिकाओं का निर्माण प्रारम्भ होना है। यदि A से दूरी $c\Delta t$ का गोलीय चाप खींचा जाए तो स्पष्ट CD अपवर्तित तरंगाग्र को निरूपित करेगा। चित्र की ज्यामिति दर्शाती है कि आपतन कोण $BAC = \theta_1$ है तथा अपवर्तित कोण $BCD = \theta_2$ है। समकोण त्रिभुजों BAC तथा ACD में हम पाते हैं।

$$\sin\theta_1 = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1\Delta t}{AC} \qquad \ldots(12.1)$$

$$\sin\theta_2 = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2\Delta t}{AC} \qquad \ldots(12.2)$$

समीकरण (12.1) में समीकरण (12.2) का भाग देने पर प्राप्त परिणाम है

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta} = \frac{BC}{AD} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \ldots(12.3)$$

चूँकि $v_1 > v_2$ अतः $\theta_1 > \theta_2$ दूसरे शब्दों में इसका आशय है कि विरल माध्यम से सघन माध्यम में जाने पर अपवर्तित किरण अभिलंब की ओर झुक जाती है। हम यह भी कह सकते हैं कि यदि $\theta_1 > \theta_2$ है तो $v_1 > v_2$ होगा अर्थात् अपवर्तित किरण के अभिलंब की ओर झुकने का अर्थ है कि सघन माध्यम में प्रकाश की चाल विरल माध्यम की अपेक्षा कम होगी। यह परिणाम फूको के प्रायोगिक प्रेक्षणों के अनुरूप है (जैसा कि हम पहले उल्लेखित कर चुके हैं न्यूटन कणिका सिंद्धान्त की प्रागुक्ति फुको के प्रायोगिक प्रेक्षणों के विपरीत है।) अब यदि माध्यम 1 व 2 के अपवर्तनाक क्रमशः n_1 व n_2 हैं तो अपवर्तनांक की परिभाषा से

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \qquad \ldots(12.4)$$

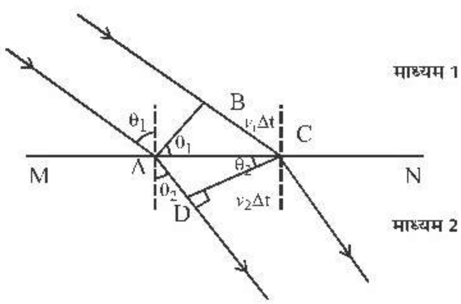
$$n_2 = \frac{c}{v_2} \qquad \ldots(12.5)$$

अतः इन संबधो का उपयोग समीकरण (12.3) में करने पर

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \qquad \ldots(12.6\text{अ})$$

जहाँ n_{21} माध्यम 2 का माध्यम 1 के सापेक्ष अपवर्तनांक है। उपर्युक्त समीकरण को निम्नलिखित स्वरूप में भी लिखा जा सकता है।

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad \ldots(12.6\text{ब})$$



चित्र 12.4 सघन माध्यम से विरल माध्यम में अपवर्तन के लिए हाइगेंस ज्यामितीय रचना। यहाँ अपवर्तित किरण अभिलंब से दूर हट रही है।

समीकरण 12.6 स्नैल का अपवर्तन संबधी नियम है। चित्र 12.4 की ज्यामिति से स्पष्ट है कि यह समीकरण आपतित एवं अपवर्तित किरणों के लिए भी सत्य है। चूंकि आपतित तरंगाग्र (किरण), आपवर्तित तरंगाग्र (किरण)
तथा अपवर्तक तल (तथा इस पर अभिलंब) सभी एक ही समतल (यहाँ कागज की सतह) में है अतः अपवर्तन के द्वितीय नियम की भी पुष्टि होती है।

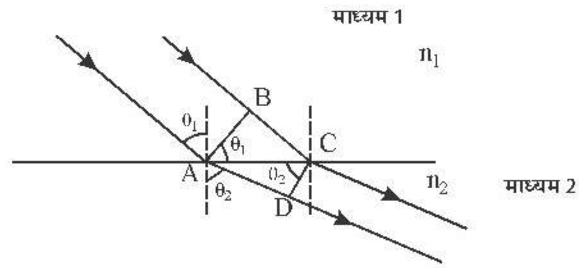
यदि λ_1 व λ_2 क्रमशः माध्यम 1 व 2 में प्रकाश की तरंग दैर्ध्य है तथा दूरी $BC = \lambda_1$ ली जाए तो दूरी $AD = \lambda_2$ होगी क्योंकि यदि कोई B से C तक समय Δt में पहुँचता है तो वह A से D तक भी समय Δt में पहुँचेगा। अर्थात् समीकरण 12.3 से

$$\frac{BC}{AD} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

या $$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

किन्तु सूत्र $\nu = v/\lambda$ जहाँ ν तरंग की आकृति है हम पाते है $\nu_1 = \nu_2$

अर्थात् अपवर्तन में प्रकाश की आवृति (रंग) नहीं बदलती है केवल तरंग की तरंग दैर्ध्य एवं चाल परिवर्तित होती है।



चित्र 12.5 सपन से विरल माध्यम में अपवर्तन

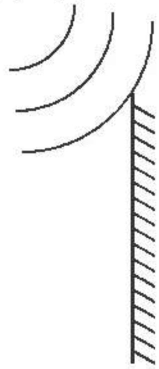
किसी सघन माध्यम 1 से विरल माध्यम 2 (अब $v_1 < v_2$ है) में अपवर्तन के लिए हाइगेंस ज्यामितीय रचना चित्र 12.5 में दर्शाया गई है यहाँ हम देख सकते हैं कि अपवर्तन कोण θ_2 आपतन कोण q_1 से बड़ा है अर्थात् अपवर्तित किरण अभिलंब से परे हट रही है। इस प्रकरण में भी हम देख सकते हैं कि स्नैल का नियम $n_1 \sin q_1 = n_2 \sin q_2$ प्राप्त होगा। परन्तु इस प्रकरण में

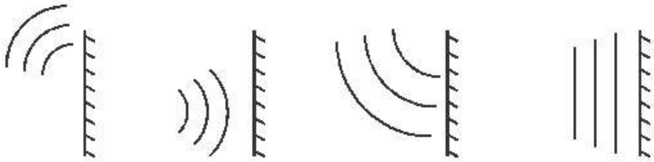
$$\sin q_1 = \frac{n_2}{n_1}\sin q_2$$

अतः q_2 के किसी मान के q_c के लिए यदि $q_c = \frac{n_2}{n_1}$ है

तब $\sin q_2 = 1$ अर्थात् $\sin q_2 = 90^\circ$ प्राप्त होगा। स्पष्टतः $q_1 > q_c$ के लिए कोई अपवर्तित तरंग प्राप्त नहीं होगी। कोण q_c को क्रांतिक कोण कहा जाता है। तथा यदि सघन माध्यम से विरल माध्यम में भेजी जा रही किरण यदि क्रांतिक कोण से अधिक कोण पर आपतित है तो यह पुनः सघन माध्यम में परावर्तित होगी जो कि पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की परिघटना है जिसका अध्ययन आप पिछले अध्याय में कर चुके हैं।

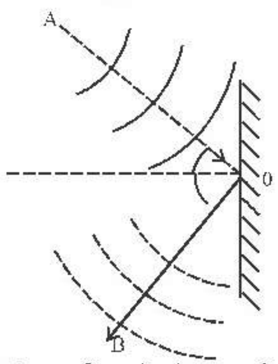
उदाहरण 12.1 संलग्न चित्र में दर्शाए अनुसार एक गोलाकार तरंगाग्र एक समतल दर्पण पर आपतित है। परावर्तित तरंगाग्र नीचे दिए गए चित्रों (अ),(ब),(स) व (द) में से किसकी तरह होगा



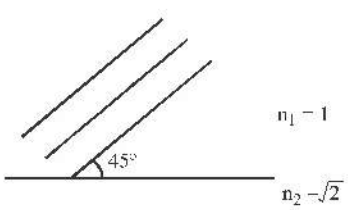


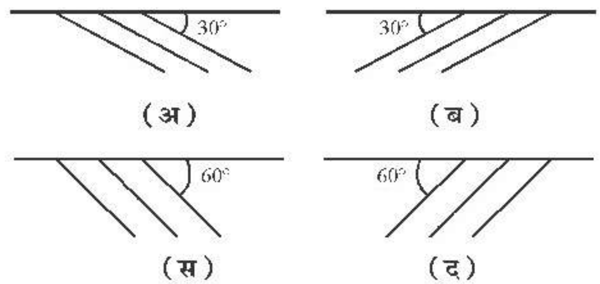
(अ) (ब) (स) (द)

हलः किसी समांग्री माध्यम से तरंगाग्र सदैव तरंग संचरण की दिशा में अभिलंबवत होता है। तरंगाग्र के अभिलंबवत खींची गई रेखा किरण कहलाती है तथा तरंग संचरण की दिशा बतलाती है। तदानुसार प्रस्तुत प्रकरण में आपतित गोलाकार तरंग के लिए रेखा AB आपतित किरण को दर्शाती है। परावर्तन के नियम के अनुरूप परावर्तित किरण OB की दिशा चित्र में दर्शाए अनुसार होगी। किरण की परिभाषा से अब परावर्तन तरंगाग्र चित्र में विच्छिन्न वृत्ताकार चापों द्वारा दर्शाए अनुसार गोलाकार होगा जो प्रश्न के विकल्प (स) में दिए गए चित्र से सदृश्यता रखता है।

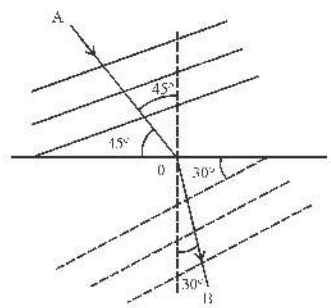


उदाहरण 12.2 संलग्न चित्र में दो माध्यमों के अंतरा पृष्ठ पर आपतित तरंगाग्र को दर्शाया गया है। अपवर्तित तरंगाग्र चित्र (अ),(ब),(स) व (द) में से किसके द्वारा प्रदर्शित होगा





हलः किरण की परिभाषा से माध्यम 1 में आपतित किरण AO से दर्शाए गई है। आपतन कोण $\theta_1 = 45°$ है। स्नेल के नियम से



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$\therefore \quad 1\sin 45° = \sqrt{2}\sin\theta_2$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{2}\sin\theta_2$$

या $$\sin\theta_2 = \frac{1}{2}$$

या $$\theta_2 = 30°$$

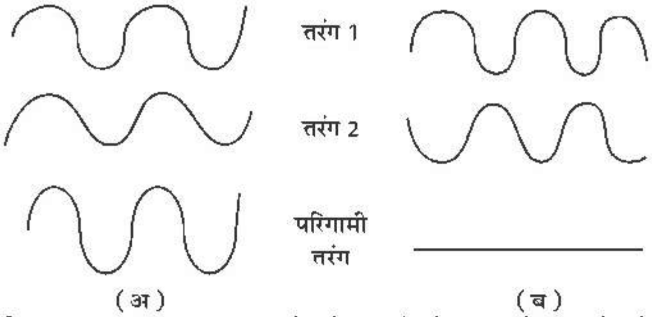
अतः अपवर्तित किरण अभिलंब की ओर झुकेगी। उपर्युक्त विचारों के आधार पर अपवर्तित तरंग CB द्वारा दी जाएगी जिसके संगत समतल तरंगाग्र भी चित्र में दर्शाया गया है। यह प्रश्न के विकल्प (ब) में दिए चित्र के सुदृश्य है।

12.4 प्रकाश का व्यतिकरण एवं कला संबद्ध स्त्रोत (Interference of Light and Coherent Sources)

जब दो स्त्रोतों में उत्सर्जित सर्वसम तरंगे समष्टि के किसी बिंदु पर अतिव्यापित होती है तो इस बिंदु पर परिणामी तरंग तीव्रता इनमें से किसी भी तरंग की व्यष्टिगत तीव्रता से कम या अधिक हो सकती है। इस प्रभाव को हम व्यतिकरण कहते हैं। वस्तुतः व्यतिकरण तरंगों के अध्यारोपण सिद्धान्त पर ही आधारित है। व्यतिकरण संपोषी (Constructire) या विनाशी (destruuctive) हो सकता है। संपोषी व्यतिकरण में अतिव्यापन क्षेत्र के अभीष्ट बिंदु पर परिणामी तीव्रता व्यष्टिगत तरंग तीव्रताओं से अधिक तो विनाशी व्यतिकरण में कम होती है। व्यतिकरण का विनाशी या संपोषी होना अध्यारोपण कर रही दो तरंगों के मध्य आपेक्षिक कलान्तर पर निर्भर करता है।

चित्र 12.6 मे किसी बिंदु P पर पहुँचने वाली दो सर्वसम तरंगों की समय आश्रितता को दर्शाया गया है। चित्र 12.6 (अ) में दोनों तरंगें समान कला में पहुँच रही हैं। अर्थात् दोनों के श्रंग एक अथवा गर्त एक साथ बिंदु P पर पहुंच रहे हैं। इस स्थिति में बिन्दु P पर परिणामी तरंग का आयाम व्यतिकारी तरंगों के आयामों के योग के बराबर होगा। यह अधिकतम, संपोषी व्यतिकरण की अवस्था है। दो तरंगें समान कला में कहलाती हैं यदि इन के मध्य कलान्तर $\phi = 0, 2\pi, 4\pi ...$ रेडियन होता है।

चित्र 12.6 (ब) में तरंगें विपरीत कला में अध्यारोपित हैं अथार्त् एक का श्रंग दूसरे के गर्त तथा इसका विपरीत इस अवस्था में कोई परिणामी प्राप्त नहीं हो रही। यह पूर्ण विनाशी व्यतिकरण है। ये दो तरंगें विपरीत कला में कहलाती है यदि इनके मध्य कलान्तर $\pi, 3\pi, 5\pi ...$ रेडियन हो।



चित्र 12.6 समान आयाम की दो तरंगो के अध्यारोपण की दो अवस्था से

दो तरंगें कला संबद्ध कहलाती हैं, यदि इनके मध्य कलान्तर समय के साथ अपरिवर्तित रहे। जब कलासंबद्ध तरंगें व्यतिकरण करती हैं तो अतिव्यापन क्षेत्र के किसी बिंदु पर तरंग की तीव्रता समय के साथ नही बदलती है। अतः स्थायी व्यतिकरण प्रतिरूप के लिए तरंग स्त्रोतों का कलासंबद्ध होना अनिवार्य है अतः व्यतिकरण के बारे में और विवेचन करने से पहले हम कला संबद्धता के बारे में कुछ जानकारी प्राप्त करेंगे। यद्यपि कलासंबद्धता किसी भी प्रकार की तरंग के लिए हो सकती है किन्तु यहाँ हम प्रकाश स्त्रोतों की कलासंबद्धता पर ही विचार करेंगे।

साधारण प्रकाश स्त्रोतों जैसे सूर्य, मोमबत्ती, विद्युत बल्ब इत्यादि में प्राप्त प्रकाश कलासंबद्ध नहीं होता है। किसी साधारण प्रकाश स्त्रोतों में प्रकाश परमाणुओं द्वारा विविक्त चरणों में उत्सर्जित किया है। कोई परमाणु एक लघु प्रकाश स्पन्द उत्सर्जित करने के उपरान्त कुछ समय के लिए निष्क्रिय हो जाता है। कुछ समय बाद यह किसी अन्योन्य क्रिया के फलस्वरूप ऊर्जा प्राप्त कर पुनः सक्रिय होता है तथा प्रकाश का एक और स्पन्द उत्सर्जित करता है। किसी प्रकाश स्त्रोत में असंख्य परमाणु होते हैं तथा किसी क्षण विशेष पर इनमें से कुछ परमाणुओं का ही समूह सक्रिय होता हैं अर्थात् सभी परमाणु एक साथ 'सहकारिता' से प्रकाश उत्सर्जन की प्रक्रिया में भागीदारी नहीं करते। किसी एकल परमाणु द्वारा प्रकाश उत्सर्जन की प्रक्रिया में लिया गया समय 10^{-8} s की होता है तथा इस काल में उत्सर्जित प्रकाश को एक परिमित तरंग श्रृंखला की तरह माना जाता है। जो कुछ मीटर लंबाई तक सीमित होती है। (चित्र 12.7(अ)) नाकि एक अन्नत तरंग (चित्र 12.7(ब))

चित्र 12.7 (अ) परिमित लम्बाई की तरंग

चित्र 12.7 (ब) अनन्त विस्तार की एक तरंग

अतः किसी साधारण प्रकाश स्त्रोत से उत्सर्जित प्रकाश को हम कुछ तरंग श्रृंखलाओं का समूह मान सकते हैं, प्रत्येक कुछ मीटर लंबी है तथा जिनमें परस्पर कोई नियत कला संबध नहीं है। ऐसा प्रकाश स्त्रोत अपने आप में अकलासंबद्ध (incoherent) है। स्त्रोत के परमाणुओं के विभिन्न समूहों द्वारा तरंग श्रृंखलाओं का उत्सर्जन होता है, ये यादृच्छिक होता है। इस कारण एक श्रृखला से दूसरी तक कला यादृच्छिक रूप से परिवर्तित होता है। अब यदि ऐसे दो सर्वसम स्त्रोत लिए जाएँ तो चूँकि प्रत्येक में कला यादृच्छिक रूप से बदल रही है अतः दोनों स्त्रोतों में, कलान्तर भी यादृच्छिक रूप से बदलेगा। इस कारण सामान्यतः दो स्वतंत्र स्त्रोत स्थायी व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न नही कर सकते। ऐसे प्रकरण में किसी बिंदु पर इन स्त्रोतों से पहुँचने वाली प्रकाश तरंगो में व्यतिकरण तीव्रता यदृच्छता से पूर्ण संपोषी एवं पूर्ण विनाशी के मध्य तेजी से परिवर्तित होती है। औसत या अन्य सामान्य उपकरण इन परिवर्तनों का विभेदन नहीं कर पाते। इस कारण व्यतिकरण प्रारूप दृष्टिगोचर नहीं होता। केवल औसत तीव्रता प्राप्त होती है। जब दो प्रकाश स्त्रोतों से किसी स्थिति पर प्राप्त तरंगों के मध्य कलान्तर का मान नियत बना रहे तो ऐसे स्त्रोत कला संबद्ध कहलाते हैं। व्यवहार में ऐसे दो स्वतंत्र स्त्रोतों को प्राप्त करना आसान नहीं होता अतः यदि किसी विधि से प्रकाश के एक ही स्त्रोत से दो स्त्रोत बना लिए जाएँ तो किसी क्षण मूल स्त्रोत की कला में परिवर्तन होते ही इन दोनों स्त्रोतों की कला में भी उतना ही परिवर्तन आ जाएगा। इस प्रकार इनके मध्य कलान्तर नियत बना रहेगा। इस प्रकार से स्त्रोत प्राप्त करने का उदाहरण हम इसी अध्याय में यंग द्वि स्लिट प्रयोग की विवेचन में देख सकेंगे।

वर्तमान में प्रकाश के ऐसे स्त्रोत उपलब्ध हैं जिनका प्रकाश कलासंबद्ध होता है इन्हे लेसर (laser) कहा जाता है। इनका प्रकाश एकवर्णी तथा अत्यन्त तीव्र होता है। एक जैसे दो लेसर स्त्रोतों द्वारा व्यतिकरण संभव है।

12.5 व्यतिकरण की आवश्यक शर्त्तें (Necessary Conditions for Interference)

सुस्पष्ट तथा स्थायी व्यतिकरण प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रतिबंध निम्नानुसार है

(1) दोनों प्रकाश स्त्रोत कला सम्बद्ध होने चाहिए अर्थात् इनसे उत्सर्जित तरंगो के मध्य कलान्तर समय के साथ नियत होना चाहिए।

(2) दोनों स्त्रोत एकवर्णी होने चाहिए अर्थात् इनमें प्राप्त तरंगो की आवृति तथा तरंग दैर्ध्य नियत होनी चाहिए।

(3) दोनों तरंगों के आयाम बराबर या लगभग बराबर होने चाहिए इससे विनाशी व्यतिकरण की स्थिति में पूर्ण अंधकार होता है जिससे व्यतिकरण फ्रिन्जों के मध्य विपर्यास (contrast) अच्छा होता है जिससे व्यतिकरण प्रतिरूप स्पष्ट दिखाई देता है।

(4) दोनों तरंगें एक ही दिशा में संचरित होनी चाहिए।

(5) दोनों प्रकाश स्त्रोत अतिनिकट होने चाहिए।

(6) दोनों प्रकाश स्त्रोत अथवा स्त्रोत स्लिटों की चौड़ाई अत्यन्त संकीर्ण होनी चाहिए। एक विस्तृत स्त्रोत कई संकीर्ण स्त्रोतों से बना माना जा सकता है तथा एक ही स्त्रोत के दो संकीर्ण स्त्रोतों का समूह अपना अलग व्यतिकरण प्रतिरूप बनाएगा तथा इस प्रकार के कई प्रतिरूपों के अतिव्यापन से एकसमान प्रदीपन प्राप्त होगा ना कि व्यतिकरण।

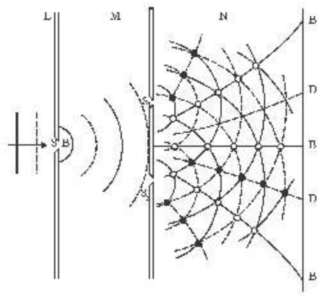
(7) तरंगो के मध्य पथान्तर बहुत अधिक नहीं होना चाहिए। ऐसा इसलिये किया जाना आवश्यक है क्योंकि स्त्रोतों से उत्सर्जित तरंगें वस्तुतः तरंग श्रृंखला के रूप में होती है जिनकी लंबाई परिमित होती है। अतः यदि पथान्तर अधिक हो तो अध्यारोपण क्षेत्र के किसी स्थान पर आवश्यक नहीं कि दोनो तरंगें एक ही क्षण पहुँचे। हो सकता है कि द्वितीय तरंग श्रृंखला पहली तरंग श्रृंखला के गुजर जाने के बाद पहुचे एवं इस कारण कोई व्यतिकरण नहीं होता। व्यवहार में उत्तम व्यतिकरण प्रारूप प्राप्त करने के लिए पथान्तर कुछ सेन्टीमीटर से अधिक नही होना चाहिए।

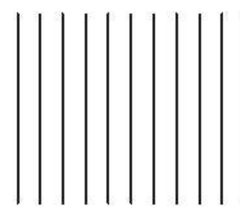
(8) यदि प्रकाश तरंगें ध्रुवित हैं तो इनके ध्रुवणतल समान होने चाहिए अन्यथा पर्दे पर एक समान तीव्रता प्राप्त होगी।

12.6 यंग द्विस्लिट प्रयोग (Youngs Double Slit Experiment)

सन् 1801 में यंग ने प्रकाश के व्यतिकरण की परिघटना का प्रायोगिक प्रदर्शन किया। यंग के मूल प्रयोग में सूर्य प्रकाश को कार्ड बोर्ड पर बने एक सूची छिद्र में गुजारा जाकर प्राप्त प्रकाश को एक अन्य कार्ड बोर्ड पर पार्श्ववत समममितत: बने दो सूची छिद्रों से गुजारा गया। इनसे निर्गत प्रकाश को कुछ दूरी पर रखे एक पर्दे पर प्राप्त किया गया। पर्दे पर प्राप्त प्रकाश चमकीले व गहरे क्षेत्रों के प्रतिरूप में था। इस प्रकार पर्दे पर प्रकाश की तीव्रता में प्रेक्षित परिवर्तन ने सूची छिद्रों से पर्दे पर पहुँच रहे प्रकाश तरंगों के मध्य हो रहे व्यतिकरण का प्रदर्शन किया। यहां हम यंग के प्रयोग की आधुनिक व्यवस्था तथा उससे प्राप्त परिणामों की विवेचना करेंगे। जिससे सूर्य प्रकाश के स्थान पर एकल वर्णी प्रकाश स्त्रोत तथा सूची छिद्रों के स्थान पर रेखाछिद्रों (स्लिट) उपयोग मे ली जाती है। इस प्रायोगिक व्यवस्था को चित्र 12.8 में दर्शाया गया है।

चित्र 12.8 में L एक पर्दा है जिसमें एक स्लिट S है। L के आगे कुछ दूरी पर एक अन्य पर्दा M है जिसमें पास पास दो स्लिट S_1 व S_2 है। ये स्लिटें S से समान दूरी पर सममित स्थित हैं। M से कुछ दूरी पर एक अन्य पर्दा N है। स्लिट S पर एक वर्णी प्रकाश डालने पर पर्दे N पर समान चौड़ाई की दीप्त एवं अदीप्त पट्टियाा एकान्तर क्रम में दिखाई देती हैं। जिन्हें चित्र 12.9 में क्रमशः B व D से दर्शाया गया है। इस पट्टियों को फ्रिंजे (fringes) कहा जाता है तथा फ्रिंजों का यह समूह व्यतिकरण प्रतिरूप कहलाता है। जिसे चित्र 12.9 में दर्शाया गया है।

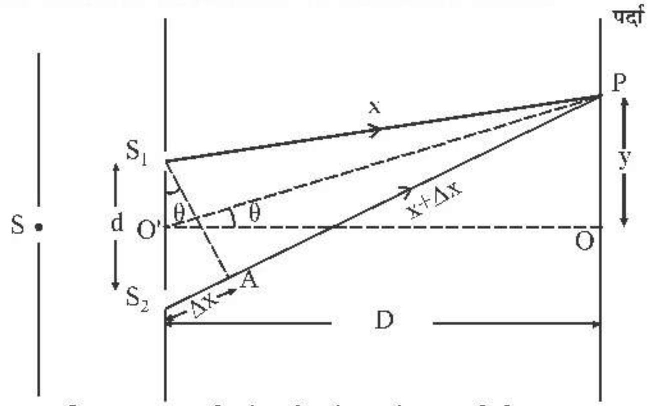




चित्र 12.8 यंग का प्रयोग **चित्र 12.9** व्यतिकरण फिन्जें

अब हम तरंग सिद्धान्त के आधार पर फ्रिंजों के बनने की व्याख्या करेंगे। स्लिट S से निर्गत तरंगाग्र के पर्दे पर पहुँचने पर स्लिट S_1 व S_2 नए प्रकाश स्त्रोतों की तरह कार्य करती हैं जो कि कला संबद्व हैं इसका कारण यह है कि दोनों स्त्रोत S से उद्भासित तरंगाग्र का ही भाग है। यदि स्त्रोत S में अचानक कोई कला परिवर्तन हो जाए तो S_1 व S_2 से आने वाले प्रकाश में भी ठीक उतना ही कला परिवर्तन होगा अर्थात् इनमें कलान्तर नियत बना रहेगा। S_1 व S_2 द्वितीयक तरंगिकाएँ उत्सर्जित करते हैं जिनसे तरंगाग्र निर्मित होकर M व N के मध्य के स्थान मे आगे बढ़ते हुए परस्पर अतिव्यापित होते हैं। चित्र में S_1 व S_2 को केन्द्र मानते हुए अविछिन्न (Continuous) तथा विच्छिन्न (detted) चाप खींचे गए हैं। जो क्रमशः श्रृंगों एवं गर्तों को व्यक्त करते हैं। जिन स्थानों पर एक स्लिट से उत्पन्न तरंग का श्रृंग (गर्त) दूसरी स्लिट से उत्पन्न तरंग के श्रृंग (गर्त) से मिलता है उस स्थान पर संपोषी व्यतिकरण होता है तथा प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती हैं चित्र में इन्हें स्थानों को छोटे वृत्तों द्वारा दर्शाया गया है। इन्हे मिलाने वाली रेखाए प्रस्पंद रेखाएँ कहलाती हैं। इसके विपरीत जिन स्थानों पर स्लिट से उत्पन्न तरंग के श्रृंग दूसरी स्लिट से उत्पन्न तरंग के गर्त्तों से मिलते है उन स्थानों पर विनाशी व्यतिकरण होता हैं यदि दोनों स्त्रोतों S_1 व S_2 की विमाएँ समान है तो इन स्थानों पर परिणामी आयाम एवं तीव्रता शून्य होती है। चित्र में इन्हें काले बिंदुओं से दर्शाया गया है। इन बिंदुओं को मिलाने वाली रेखाएँ निस्पंद रेखाएँ कहलाती है। इस प्रकार पर्दे N पर एकान्तर क्रम में दीप्त एवं अदीप्त पट्टियाँ प्राप्त होनी हैं। दीप्त पट्टियों का रंग वही हैं जो प्रकाश स्त्रोत से उत्सर्जित प्रकाश का होता है।

12.6.1 व्यतिकरण का गणितीय विश्लेषण (Analytical Treatment of Interference)



चित्र 12.10 गणितीय विश्लेषण हेतु ज्यामिति रचना

व्यतिकरण का गणितीय विश्लेषण करने के लिए यहाँ हम प्रकाश की विद्युत चुंबकीय तरंग मान रहे हैं तथा इस तथ्य को ध्यान रखते हैं कि विद्युत चुंबकीय क्षेत्र का विद्युत क्षेत्र ही प्रकाशिक प्रभावों के लिए उत्तरदायी होता है। चित्र 12.10 पर विचार करते है। स्त्रोत S_1 व S_2 से चलकर पर्दे के बिंदु P पर पहुँचने वाली तरंगो ने भिन्न दूरियाँ x तथा $x+\Delta x$ तय की है। इन दो तरंगों के कारण S पर विद्युत क्षेत्र क्रमशः

$$E_1 = E_{m1}\sin(kx-\omega t) \qquad \ldots(12.7)$$

तथा $$E_2 = E_{m2}\sin(k(x+\Delta x)-\omega t) \qquad \ldots(12.8\text{अ})$$

$$= E_{m2}\sin(kx-\omega t+\phi) \qquad \ldots(12.8\text{ब})$$

जहाँ $$\phi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x) \qquad \ldots(12.9)$$

उपरोक्त समीकरणो में ω तरंगों की कोणीय आवृति, तथा λ तरंग दैध्य हैं ϕ को बिंदु P पर पहुँचने वाली तरंगो में पथान्तर Δx के कारण उत्पन्न कलान्तर कहा जाता है। अध्यारोपण के सिद्धांत से P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र होगा–

$$E = E_1 + E_2 = E_{m1}\sin(kx-\omega t) + E_{m2}\sin(kx-\omega t+\phi)$$

$$= E_{m1}\sin(kx-\omega t) + E_{m2}\sin(kx-\omega t)\cos\phi$$

$$+E_{m2}\cos(kx-\omega t)\sin\phi$$

$$= (E_{m1}+E_{m2}\cos\phi)\sin(kx-\omega t) + (E_{m2}\sin\phi)\cos(kx-\omega t) \qquad \ldots(12.10)$$

यदि $$(E_{m1}+E_{m2}\cos\phi) = E_m\cos\alpha \qquad \ldots(12.11)$$

तथा $$E_{m2}\sin\phi = E_m\sin\alpha \qquad \ldots(12.12)$$

तब $$E = E_m[\sin(kx-\omega t)\cos\alpha + \cos(kx-\omega t)\sin\alpha]$$

$$= E_m\sin(kx-\omega t+\alpha)$$

अतः परिणामी विद्युत क्षेत्र भी ω आवृति का ज्यावक्रीय तरंग होगा जिसका आयाम

$$E_m = \sqrt{E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos\phi} \qquad \ldots(12.13)$$

तथा कला

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{E_{m2}+\sin\phi}{E_{m1}+E_{m2}\cos\phi} \qquad \ldots(12.14)$$

द्वारा दिया जाएगा।

परिभाषा से तरंग की तीव्रता उसके आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है अर्थात् $I \propto E_m^2$ या $I = KA^2$ जहाँ K नियतांक है अतः परिणामी तरंग की तीव्रता

$$I = KE_m^2 = K\left[E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos\phi\right]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi \qquad \ldots(12.15)$$

जहाँ I_1 तथा I_2 क्रमशः स्त्रोत S_1 व S_2 से संबधित तीव्रता है तथा $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{E_{m1}}{E_{m2}}\right)^2$ है। समीकरण 12.15 से स्पष्ट है कि बिंदु P पर परिणामी तीव्रता व्यष्टिगत तरंग तीव्रताओं के योग (I_1+I_2) से भिन्न है तथा यह कलान्तर ϕ (समीकरण 12.9) पर निर्भर है अर्थात् बिंदु P की स्थिति पर निर्भर है।

परिणामी तीव्रता अधिकतम होगी जब $\cos\phi = 1 =$ अधिकतम

या $$\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \ldots\ldots\ldots\ldots$$

या $$\phi = \pm 2n\pi \text{ जहाँ } n = 0, 1, 2 \qquad \ldots(12.16)$$

अथवा $$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \pm 2n\pi$$

या $$\Delta x = \pm n\lambda \text{ जहाँ } n = 0, 1, 2 \qquad \ldots(12.17)$$

तथा अधिकतम तीव्रता का मान होगा

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2 \qquad \ldots(12.18)$$

यदि व्यतिकारी तरंगों के आयाम समान हैं $I_1 = I_2 = I_0$ (माना) तब

$$I_{max} = \left(2\sqrt{I_0}\right)^2 = 4I_0$$

इस प्रकार उन बिन्दुओं जिन पर पहुँचने वाली तरंगों में कलान्तर $\pm 2n\pi$ या पथान्तर तरंग दैध्य λ का पूर्णगुणज है तीव्रता अधिकतम होगी तथा दोनों तरंगो के तीव्रताओं के योग $I_1 + I_2$ से अधिक होगी। ये बिंदु संपोषी व्यतिकरण के बिन्दु अथवा व्यतिकरण

उच्चिष्ठ कहलाते है। साथ ही यदि व्यतिकारी तरंगे समान तीव्रता (आयाम) की हैं तो अधिकतम तीव्रता किसी एक तरंग की तीव्रता की चार गुनी होगा।

परिणामी तीव्रता न्यूनतम होगी यदि

$\cos\phi =$ न्यूनतम $= -1$

या $\quad \phi = \pm\pi,\ \pm 3\pi,\ 5\pi$

या $\quad \phi = \pm(2n-1)\pi$ जहाँ $n = 1, 2 \quad \ldots(12.19)$

या $\quad \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \pm(2n-1)\pi$

या $\quad \Delta x = \pm(2n-1)\dfrac{\lambda}{2}$ जहाँ $n = 1, 2 \quad \ldots(12.20)$

तथा न्यूनतम तीव्रता का मान होगा

$$I_{min} = \left(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\right) = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2 \quad \ldots(12.21)$$

अतः जिन बिंदुओ पर व्यतिकारी तरंगो के मध्य कलान्तर $\pm(2n-1)\pi$ है या पथान्तर ($\lambda/2$) का विषम पूर्ण गुणज है वहाँ तरंग तीव्रता न्यूनतम होगी तथा न्यूनतम तीव्रता दोनों तरंगो की तीव्रताओं के योग से कम होगी। इन बिंदुओ को विनाशी व्यतिकरण के बिंदु अथवा व्यतिकरण निम्निष्ठ कहा जाता है। साथ ही यदि $I_1 = I_2 = I_0$ तो $I_{min} = 0$ अर्थात् पूर्ण अंधकार की स्थिति होगी। $I_1 = I_2 = I_0$ होने पर समीकरण 12.15 को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है।

$$I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0}\cos\lambda$$

$$= 2I_0 + 2I_0\cos\phi$$

$$= 2I_0(1+\cos\phi)$$

तथा चूँकि $\cos\phi = 2\cos^2(\phi/2) - 1$

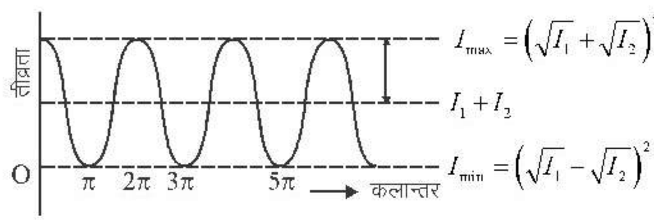
$\therefore \quad I = 4I_0\cos^2(\phi/2) \quad \ldots(12.22)$

उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है कि सभी व्यतिकरण उच्चिष्ठ समदूरस्थ हैं (क्योंकि दो क्रमागत उच्चपठों के मध्य दूरी λ है) तथा समान तीव्रता $I_{max}\left[= \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2\right]$ के है। यही तथ्य व्यतिकरण निम्निष्ठों के लिए सही है जहाँ तीव्रता न्यूनतम $I_{min}\left[= \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2\right]$ इस के अतिरिक्त उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ एकान्तर क्रम में प्राप्त होते हैं। क्योंकि

उच्चिष्ठों हेतु $\Delta x = 0, \pm\lambda, \pm 2\lambda \ldots$

जबकि निम्नष्ठ हेतु $\Delta x = \pm\dfrac{\lambda}{2}, \pm 3\dfrac{\lambda}{2} \pm 5\dfrac{\lambda}{2} \ldots$ ।

चित्र 12.11 में द्विस्लिट व्यतिकरण प्रतिरूप में तीव्रता परिवर्तन को ग्राफीय रूप से दर्शाया गया है यहाँ देखा जा सकता है कि अधिकतम तीव्रता (I_{max}) दोनों तरंगों की तीव्रताओं के योग $I_1 + I_2$ से $2\sqrt{I_1 I_2}$ मात्रा से अधिक है जबकि न्यूनतम तीव्रता (I_{min}) योग $I_1 + I_2$ से इतनी ही मात्रा $2\sqrt{I_1 I_2}$ से कम है। अतः *जितनी ऊर्जा निम्निष्ठ पर लुप्त हो रही है ठीक उतनी ही ऊर्जा उच्चिष्ठों पर प्रकट हो रही हैं इस प्रकार व्यतिकरण में ना तो ऊर्जा नष्ट होती है ना ही उत्पन्न होती है। अर्थात् यहाँ केवल ऊर्जा का पुनर्वितरण होता है। यह ऊर्जा संरक्षण नियम की अनुपालना में ही है।*



चित्र 12.11 द्विस्लिट प्रयोग में तीव्रता वितरण

यहाँ यह भी देखा जा सकता है कि यदि दो स्त्रोत कला संबद्ध नहीं होते तो क्या होता। सुविधा के लिए हम इन स्त्रोतों को समान तीव्रता का लेते हैं तब तीव्रता समीकरण 17.22 से दी जा सकती है अब यदि दोनों तरंगो के मध्य कलान्तर तीव्रता ϕ से बदलता है अर्थात् तब स्त्रोत कलासंबद्ध नहीं होते। ऐसी स्थिति में कलान्तर ϕ के एक पूर्ण चक्र में परिवर्तन के लिए हमे $\cos^2\phi/2$ का औसत मान लेना पड़ता तथा तब समीकरण 12.22 से परिणामी तीव्रता $I = 4I_o < \cos^2\phi/2$ से दी जाती। एक पूर्ण चक्र के लिए $<\cos^2\phi/2> = 1/2$ होता है। तब $I = 4I_0 \times \dfrac{1}{2} = 2I_0$ प्राप्त होती जो कि अधिकतम न्यूनतम तीव्रताओं तरंग तीव्रताओं का औसत मान है। ऊपर इस प्रकार के प्रकरण में हमें व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त नही होकर दोनों तरंगो की तीव्रता का योग ही प्राप्त होगा जो पर्दे को समानरूप से प्रदीप्त करेगा अर्थात् व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त नहीं होगा।

12.6.2 व्यतिकरण फ्रिंजों की चौड़ाई के लिए व्यंजक (Expression for Fringe Width)

जैसा कि इस अनुभाग के प्रारंभिक विवेचन में उल्लेखित किया गया था यंग के द्विस्लिट प्रयोग में चमकीली एवं काली फ्रिंजें एक समान अन्तराल पर प्राप्त होती हैं। दो क्रमागत चमकीली अथवा दो क्रमागत काली फ्रिंजों के मध्य की दूरी या फ्रिंज अन्तराल को फ्रिंज चौड़ाई कहते है।

फ्रिंज चौड़ाई ज्ञात करने के लिए हम पुनः चित्र 12.10 पर

ध्यानाकार्षित करते हैं यदि d स्लिटों के मध्य पार्थक्य है तथा $D >> d$ स्लिटों के तल तथा पर्दे के बीच की दूरी है। पर्दे के केन्द्र पर पहुँचने वाली तरंगों के मध्य कलान्तर शून्य होगा तथा यहाँ केन्द्रीय चमकीली फ्रिंज बनेगी। अब हम पर्दे के बिंदु P पर बनने वाली फ्रिंज fopkj djrs gSaA ;gk¡ S_1 व S_2 से चलकर P तक पहुँचने वाली तरंगों में पथान्तर Δx है तो $\Delta x = S_2P - S_1P$ । यदि $D >> d$ है तब S_2P व S_1P को लगभग समानान्तर माना जा सकता है। तथा यदि S_1 से S_2P पर लंब S_1A है तो S_1P ; S_1A अतः पथान्तर

$$\Delta x = S_2P - S_1P = S_2P - S_1A \simeq S_2A$$

होगा। चुँकि $d << D$ अतः S_1A को $O'P$ पर भी लंब मान सकते है। इस कारण $\angle S_2S_1A = \angle OO^1P = \theta$ माना जा सकता है। अब चित्र 12.10 से $\Delta OO'P$ में $\tan\theta = \frac{OP}{OO'} = \frac{y}{D}$

तथा ΔS_1S_2A में $\sin\theta = \frac{S_2A}{S_1S_2} = \frac{S_2A}{d} = \frac{\Delta x}{d}$ यदि दूरी $OO'(=D)$ की तुलना में कम है तो θ अल्प होगा ऐसी स्थिति में $\sin\theta \simeq \tan\theta \simeq \theta$ माना जा सकता है तब

$$\frac{y}{D} = \frac{\Delta x}{d} \qquad \ldots(12.23\text{अ})$$

या $$y = \Delta x\left(\frac{D}{d}\right) \qquad \ldots(12.23\text{ब})$$

समीकरण (17.23) पर्दे के किसी बिंदु P की स्थिति को पथान्तर Δx के पदों में व्यक्त करती है अतः यदि बिंदु P पर nवीं चमकीली फ्रिंज (संपोषी व्यतिकरण के कारण) बन रही है तब

$$\Delta x = n\lambda$$

तथा $$(y_n)_{Br} = n\lambda\left(\frac{D}{d}\right) \qquad \ldots(12.24)$$

इस प्रकार $n+1$ वी चमकीली फ्रिंज के लिए स्थिति

$$(y_{n-1})_{Br} = (n+1)\lambda\left(\frac{D}{d}\right) \qquad \ldots(12.25)$$

द्वारा की जाएगी। अब परिभाषा में फ्रिंज चौड़ाई β दो क्रमागत चमकीली फ्रिंजों के मध्य की दूरी है अतः

$$\beta = y_{n+1} - y_n = \frac{D\lambda}{d} \qquad \ldots(12.26)$$

जो n पर अनाश्रित है अर्थात् सभी चमकीली फ्रिंजें समान चौड़ाई की हैं। इसी प्रकार यदि P पर n वी काली फ्रिंज बने तो पथान्तर $\Delta x = (2n-1)\lambda/2$ से दिया जाएगा। इस कारण

$$(y_n)_{dark} = (2n-1)\frac{\lambda}{2}D \qquad \ldots(12.27)$$

तथा $$(y_{n+1})_{dark} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}D \qquad \ldots(12.28)$$

अतः फ्रिंज चौड़ाई दो क्रमागत काली फ्रिंजो के मध्य दूरी के रूप में व्यक्त की जाए तो पुनः

$$\beta = \frac{D}{d}\lambda$$

प्राप्त होगा इस प्रकार काली व चमकीली फ्रिंजे समान चौड़ाई की होती हैं चूँकि रेखीय स्थिति y कोणीय स्थिति θ से $\theta = y/D$ द्वारा संबंधित होता हैं। अतः $\Delta\theta = \frac{\Delta y}{D}$, $\Delta y = \beta$ लेने पर फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई

$$\theta_o = \Delta\theta = \frac{\beta}{D} = \frac{\lambda}{d} \qquad \ldots(12.29)$$

द्वारा दी जानी हैं स्पष्टतः यह D पर निर्भर नहीं करती।

सूत्र 12.26 से प्राप्त कुछ महत्वपूर्ण निष्कर्ष इस प्रकार हैं

(i) D तथा d के नियत मान के लिए $\beta \propto \lambda$ तथा $\lambda_{red} > \lambda_{blue}$

$\therefore \qquad \beta_{red} > \beta_{blue}$

अर्थात् फ्रिंज चौड़ाई तरंग दैर्ध्य पर निर्भर करती है तथा ज्यादा λ के संगत प्रकाश की फ्रिंजे कम λ के संगत प्रकाश की फ्रिजो से चौडी होती है।

(ii) $\beta \propto \frac{1}{d}$ अतः स्लिट स्त्रोतों में पार्थक्य बढ़ने पर फ्रिंज चौड़ाई घटती है प्रेक्षणीय फ्रिंज चौड़ाई के लिए d का मान कम रखना आवश्यक है (जिसका उल्लेख हम अनुभाग 12.5 के बिंदु 5 में कर चुके हैं)

(iii) $\beta \propto D$ अतः फ्रिंज चौड़ाई D के साथ बढ़ता है किन्तु यदि का मान बहुत अधिक हो जाए तो पर्दे पर पहुँचने वाले प्रकाश की तीव्रता में कमी होती है जिसका प्रभाव फ्रिंजो की तीव्रता को कम कर देता है।

(iv) यदि प्रयोग द्वारा फ्रिंज चौड़ाई का प्रायोगिक मापन करने पर d व D के मान रख कर प्रकाश का तरंग दैर्ध्य ज्ञात की जा सकती है। यह यंग द्विस्लिट प्रयोग का एक महत्वपुर्ण उपयोग है।

(v) यदि समस्त प्रयोग उपकरण वायु के स्थान पर अपवर्तनांक n के माध्यम में किया जाए तो प्रकाश की तरंग दैर्ध्य λ से घटकर λ/n हो जाता है तथा इस कारण नवीन फ्रिंज चौड़ाई

$$\beta' = \frac{\lambda^1 D}{d} = \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda D}{d}\right) = \frac{1}{n}\beta_{air}$$

अतः फ्रिंज चौड़ाई घट जाएगी। यदि β_{air} व β' मापी जा सके तो n ज्ञात किया जा सकती है।

12.6.3 श्वेत प्रकाश द्वारा उत्पन्न व्यतिकरण फ्रिंजे (Interaference Fringes Produced due to White Light)

श्वेत प्रकाश कई रंगों से बना है जिनकी तरंग दैर्ध्य परास 3800 Å से 7800 Å तक होती है। सभी तरंग दैर्ध्यो वाली तरंगों से पर्दे पर बनने वाले व्यतिकरण प्रतिरूप में बनने वाली फ्रिंजों की चौड़ाईयाँ अलग अलग होती हैं क्योंकि इनके लिए λ के मान भिन्न होते है। ऐसे प्रकाश के लिए द्विस्लिट प्रयोग में केन्द्रीय फ्रिज श्वेत प्राप्त होती हैं इसका कारण यह है कि केन्द्रीय फ्रिंज की स्थिति पर स्त्रोतो S_1 व S_2 से पहुँचने वाली सभी तरंगों के लिए पथान्तर शून्य होता है अतः सभी रंगों की केन्द्रीय फ्रिंजे एक ही स्थिति मे होती हैं जिनके अतिव्यापन से केन्द्र पर श्वेत फ्रिंज प्राप्त होती है।

केन्द्रीय श्वेत फ्रिंज के किसी भी ओर सबसे समीप फ्रिंजे लाल तथा सबसे दूर की फ्रिंज बैंगनी होती है। इसके उपरान्त उच्च क्रमों की फ्रिंजो (जिनके लिए n का मान अधिक होता है) के स्थान पर कोई स्पष्ट फ्रिंज प्रतिरूप दिखाई नहीं देता वरन लगभग समान प्रदीप्त प्राप्त होता है क्योकि इस क्षेत्र में भिन्न भिन्न रंगों की तरंगों का अतिव्यापन होता है।

श्वेत प्रकाश के व्यतिकरण के इस गुण का उपयोग केन्द्रीय फ्रिंज की स्थिति ज्ञात करने के लिए किया जाता है। एक वर्णी प्रकाश के लिए सभी चमकीली फ्रिंजें एक समान तीव्रता व समान चौड़ाई की होने के कारण पर्दे पर कौन सी फ्रिंज केन्द्रीय फ्रिंज है ज्ञात करना कठिन होता है अतः श्वेत प्रकाश का उपयोग कर केन्द्रीय श्वेत फ्रिंज की स्थिति ज्ञात की जा सकती है।

उदाहरण 12.3 यंग द्विस्लिट प्रयोग में व्यतिकारी तरंगो के आयामों का अनुपात 3:2 है। चमकीली तथा काली फ्रिंजों के लिए ज्ञात करे (अ) आयामों का अनुपात (ब) तीव्रताओं को अनुपात।

हलः यदि व्यतिकारी तरंगों के आयाम E_1 व E_2 तथा इनके मध्य कलान्तर ϕ हैं तब परिणामी आयाम

$$E_2 = E^2{}_1 + E^2{}_2 + 2E_1E_2\cos\phi$$

अधिकतम परिणामी आयाम प्राप्त होगा जब $\cos\phi = 1$

$$E^2{}_{\max} = (E_1 + E_2)^2$$

या $$E_{\max} = E_1 + E_2$$

इसी प्रकाश तथा न्यूनतम परिणामी आयाम प्राप्त होगा जब $\cos\phi = -1$

$$E^2{}_{\min} = (E_1 - E_2)^2$$

या $$E_{\min} = E_1 - E_2$$

$$\therefore \quad \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2}$$

प्रश्नानुसार $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{3}{2}$

योगान्तरानुपात से $\dfrac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2} = \dfrac{3+2}{3-2} = 5$

$$\therefore \quad \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = 5$$

तथा $$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{E_{\max}}{E_{\min}}\right)^2 = 25$$

उदाहरण 12.4 यंग के द्विस्लिट प्रयोग में दो स्लिटों के मध्य दूरी 0.2 mm है जब स्लिटों पर 8000 Å का प्रकाश आपतित हो तो स्लिटों से 1 m दूर स्थित पर्दे पर प्राप्त फ्रिंजों की फ्रिंज चौड़ाई ज्ञात करो।

हलः फ्रिंज चौड़ाई $\beta = \dfrac{\lambda D}{d}$ से दी जाती है।

प्रश्नानुसार $\lambda = 8000\,\text{Å} = 8\times10^{-7}\,\text{m},\; D = 1\,\text{m}$

तथा $$d = 0.2mm = 2\times10^{-4}m$$

$$\beta = \frac{8\times10^{-7}\times1}{2\times10^{-4}} = 4\times10^{-3}m = 4mm$$

उदाहरण 12.5 यंग के द्विस्लिट प्रयोग में तरंग दैर्ध्य 6600 Å का प्रकाश प्रयुक्त करने पर दृष्टि क्षेत्र में 60 फ्रिंजे दिखाई देती हैं। तरंग दैर्ध्य 4400 Å का प्रकाश प्रयुक्त करने पर कितनी फ्रिंजे दिखेगी।

हलः यदि λ तरंग दैर्ध्य की के लिए दृष्टि क्षेत्र विस्तार w में β फ्रिंज चौड़ाई की n फ्रिंजे बनती है तब

$$w = n\beta = \frac{n\lambda D}{d}$$

अतः समान ω, D व d के लिए यदि λ_1 तरंग दैध्य हेतु n_1 फ्रिंजे तथा λ_2 तरंग दैर्ध्य के लिए n_2 फ्रिंजे बनती है तो $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$

या $$n_2 = \frac{n_1\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{60\times6600}{4400} = 90$$

अतः 4400 Å का प्रकाश प्रयुक्त करने पर 90 फ्रिंजे दिखाई देगी।

उदाहरण 12.6 एक द्विवर्णीय प्रकाश जिसमें 6200 Å तथा 4800 Å की तरंग दैर्ध्य उपस्थित है यंग द्विस्लिट प्रयोग में व्यतिकरण उत्पन्न करने में काम आ रहा है। स्लिटों के मध्य पार्थक्य 2.0 mm है तथा स्लिटों तथा पर्दे के मध्य दूरी 1.0 mm है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ से वह न्यूनतम दूरी क्या होगी जहा दोनो तरंग दैर्ध्यों के कारण बनने वाली चमकीली फ्रिंजे संपाती हैं?

हलः केन्द्रीय उच्चिष्ठ से nवीं चमकीली फ्रिज की दूरी $y = \frac{n\lambda D}{d}$ होती है। अब यदि λ_1 तरंग दैध्य की n_1 वी चमकीली λ_2 तरंग दैध्य की n_2 वी फ्रिंज से संपाती है तब प्रश्नानुसार

$$y = \frac{n_1\lambda_1 D}{d} = \frac{n_2\lambda_2 D}{d}$$

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4800}{4200} = \frac{8}{7}$$

n_1 व n_2 के न्यूनतम मान जो इस प्रतिबंध को संतुष्ट करते हैं क्रमशः 8 व 7 है। अब 4200 Å तरंग दैर्ध्य की 8 वी की फ्रिंज (या 4800 Å की 7 वी फ्रिंज की) केन्द्रीय उच्चिष्ठ से दूरी

$$y = \frac{8\times4200\times10^{-10}m\times1.0m}{2\times10^{-3}m}$$

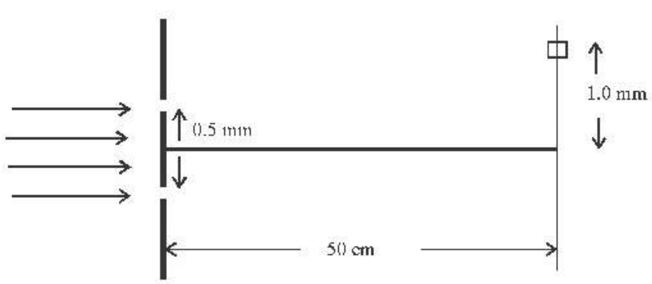
$$= 16800\times10^{-7}m$$

$$= 1.68\times10^{-3}m = .168cm$$

उदाहरण 12.7 कला संबद्ध श्वेत प्रकाश (400 nm -700 nm) यंग द्विस्लिट प्रयोग में स्लिटों से गुजारा जाता है। स्लिटों में पार्थक्य 0.5 mm है तथा पदों स्लिटो से 50 cm दूर है। पर्दे पर फ्रिंजों की (चौड़ाईयों के अनुदिश) केन्द्रीय रेखा से 1.0 mm दूर बिन्दु पर एक छिद्र हैं

(अ) छिद्र से निकलने वाले प्रकाश में कौनसी तरंग दैर्ध्य(यों) अनुपस्थित होगी।

(ब) छिद्र से निकलने वाले प्रकाश में कौन सी तरंगदैर्ध्य(यों) की तीव्रता सर्वाधिक होगी।



हलः (अ) वे तरंग दैर्ध्य जो छिद्र से बाहर नहीं आती वे हैं जिनके लिए छिद्र की अवस्थिति y पर विनाशी व्यतिकरण होता है का प्रतिबंध है

$$y = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$$

$$\lambda = \frac{2dy}{(2n-1)d} = \frac{2(0.5\times10^{-3}m)\times10^{-3}m}{(2n-1)\times50\times10^{-2}m}$$

$$= \frac{2000}{(2n-1)}nm$$

$n=1$ हेतु हम पाते है $\lambda_1 = \frac{2000}{1} = 2000$

$n=2$ हेतु हम पाते है $\lambda_2 = \frac{2000}{3} = 667nm$

$n=3$ हेतु हम पाते है $\lambda_3 = \frac{2000}{5} = 400nm$

$n=4$ हेतु हम पाते है $\lambda_4 = \frac{2000}{7} = 286nm$

तथा इसी प्रकार आगे किन्तु λ_1 व λ_2 आपतित प्रकाश का भाग नहीं है अतः इस कारण छिद्र पर विनाशी व्यतिकरण करने वाली तरंग दैर्ध्य 667 nm व 400 nm है।

(ब) छिद्र से बाहर वे ही तरंगे आएगी जिनके लिए छिद्र की अवस्थिति पर संपोषी व्यतिकरण होता है जिसके लिए प्रतिबंध है।

$$y = \frac{n\lambda D}{d}$$

या $$\lambda = \frac{yd}{nD} = \frac{0.5\times10^{-3}\times10^{-3}}{n(0.5)} = \frac{1000nm}{n}$$

$n=1$ के लिए $\lambda_1 = 1000nm$

$n=2$ के लिए $\lambda_2 = 500nm$

$n=3$ के लिए $\lambda_3 = 333.33nm$

तथा इसी प्रकार आगे चूंकि केवल तरंग दैध्य $l_2 = 500nm$ ही आपतित प्रकाश में उपस्थित हैं अतः केवल यही छिद्र से निर्गत प्रकाश में उपस्थित होगी।

12.7 विवर्तन (Diffraction)

विवर्तन तरंगो का अभिलाक्षणिक गुण है। विवर्तन की परिघटना में तरंग किसी अवरोध या द्वारक के सिरों पर मुड़ कर अपनी गति की दिशा बदल लेती है। ध्वनि के विवर्तन से आप सुपरिचित हैं। किसी कमरे में बंद कर आप बाहर के व्यक्तियों को देख तो नही सकते किन्तु द्वार या खिड़कियो से आप उनके वार्तालाप को सुन सकते है यह ध्वनि के विवर्तन के कारण ही है। अब हम प्रकाश के संदर्भ में विवर्तन पर विचार करते है।

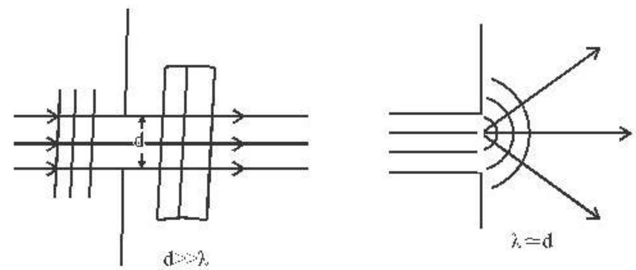
दैनिक जीवन के अनुभव के आधार पर हम देखते हैं कि यदि प्रकाश स्त्रोत एवं पर्दे के बीच कोई अपारदर्शक अवरोध या द्वारक रखे तो पर्दे पर अवरोध की स्पष्ट छाया अथवा द्वारक के कारण प्रदीप्त क्षेत्र प्राप्त होता है। यह प्रकाश के सरल रेखीय संचरण के कारण हैं ऐसे समस्त प्रेक्षणों में ध्यान देने योग्य बात यह है कि अवरोधकों या द्वारकों का आमाप प्रकाश की तरंग दैर्ध्य में बहुत बड़ा है।

17वीं शताब्दी में इटली के वैज्ञानिक ग्रीमाल्डी ने प्रेक्षित किया कि यदि अवरोधक अथवा द्वारक का आमाप प्रकाश की तरंग दैर्ध्य की कोटि का है तो अवरोध या द्वारक के किनारों पर प्रकाश का सरल रेखीय पथ से विचलन होता है तथा प्रकाश किरणें ज्यामितीय छाया (जहाँ ज्यामितीय प्रकाशिकी के अनुसार पूर्ण अंधकार होना चाहिए) में भी पहुँच जाती है। अतः किसी अवरोध अथवा द्वारक के किनारों पर प्रकाश के मुड़ने के व उसकी ज्यामितीय छाया में प्रसार को प्रकाश का विवर्तन कहते है।'' विवर्तन की सैद्धान्तिक व्याख्या का श्रेय फ्रेनल को जाता है जिन्होंने सन् 1815 में हाइगेंस तरंग सिद्धान्त के आधार पर विवर्तन की व्याख्या प्रस्तुत की। (यहाँ यह जानकारी आपके लिए रोचक हो सकती है कि तरंग सिद्धान्त के घोर विरोधियो में से एक प्रसिद्ध वैज्ञानिक पायसन ने फ्रेनेल की व्याख्या का उपहास उड़ाते हुए कहा कि यदि फ्रेनेल की व्याख्या नहीं तो प्रकाश के भाग मे एक चकती रखने पर उसकी जयामितीय छाया के केन्द्र पर एक चमकीला बिंदु मिलना चाहिए। इसका परीक्षण करने के लिए जब प्रयोग किए गए तो वास्तव में चकरी की छाया के केन्द्र पर एक चमकीला बिंदु प्राप्त हुआ जिसे अब फ्रेनेल के सम्मान में फ्रेनेल बिंदु कहते है। आप देख सकते है कि फ्रेनेल का मजाक उड़ाने के लिए पायसन द्वारा किए गए प्रयास किस तरह से विवर्तन की दृष्टि में ही सहायक हुए। भौतिकी का इतिहास ऐसी कई रोचक जानकारियो से भरपूर है।)

12.7.1 ध्वनि एवं प्रकाश के विवर्तन की तुलना (Comparison of Diffraction of Sound and Light)

किसी तरंग का विवर्तन होने के लिए आवश्यक हैं कि अवरोध का आकार तरंग दैर्ध्य की कोटि का हो । दैनिक जीवन में ध्वनि का विवर्तन (मुड़ना) हम आसानी से प्रेक्षित कर सकते हैं क्योंकि ध्वनि तरंगो की तरंग इसी आमाप के होते हैं। अतः ध्वनि तरंगे इनसे आसानी से मुड़ जाती है। प्रकाश तरंगो के तरंग दैर्ध्य 10^{-7}m की कोटि का होता है। जो सामान्य अवरोधकों के आमापो से तुलना में इतना छोटा है कि इनसे प्रकाश का विवर्तन संभव नही है यही कारण है कि आप अपने कमरे मे बैठे हुए दूसरे कमरे में चल रहे टेलिविजन सेट से आती ध्वनि को सुन तो सकते है पर प्रसारित चित्रों को देख नही सकते। पराश्रव्य तरंगों का विवर्तन भी सामान्यतः प्रेक्षित नही होता क्योंकि इनकी तरंग दैर्ध्य 1cm कोटि की है जो कि साधारण अवरोधकों के आमाप से बहुत छोटी है। रेडियो तरंगो की तरंग दैर्ध्य बहुत अधिक 25m लघु रेडियो तरंगे, 250m मध्यम बैंड रेडियो तरंगे) होने से इन तरंगो का बड़े भवनों छोटी पहाडियों द्वारा Hkhfoor ¼Z l ¾bo g&mFp d{kv keea/ki X किरणों के विवर्तन के बारे में पढ़ सकेंगे, जिनकी तरंग दैर्ध्य 1 Å की कोटि की है, का विवर्तन क्रिस्टल के जालक तलों द्वारा होता है। अगले अध्याय में आप द्रव्यतरंगो के विवर्तन के बारे में जान सकेगें। इन सब उदाहरणो से स्पष्ट है कि विवर्तन तरंगो का अभिलक्षण के गुण है।

प्रकाश के विवर्तन को हाइगेंस के तरंग सिद्धान्त के आधार पर समझा जा सकता है। यदि द्वारक का आमाप प्रकाश की तरंग दैर्ध्य से बहुत अधिक है तो द्वारक पर आपतित तरंगाग्र बिना मुड़े द्वारक से पार हो जाता है जो कि प्रकाश के सरल रेखीय संचरण के अनुरूप है (चित्र 12.12)। यदि द्वारक का आमाप प्रकाश की तरंग दैर्ध्य की कोटि का है तो आपतित तरंगों का अधिकांश भाग अवरोधित होता है। अब तरंगाग्र का वह भाग जो द्वारक के लिए खुला है से उत्पन्न द्वितीय तरंगिकाएँ ही अध्यारोपित होती है तथा परिणामित तरंगाग्र की आकृति भिन्न होती है जैसा कि चित्र 12.12(ब) में दर्शाया गया है। चूंकि प्रकाश संचरण की दिशा तरंगाग्र के अभिलंबवत होती है द्वारक से गुजरने के बाद तरंगे मुड़ जाती है जो कि विवर्तन ही है। (वस्तुतः द्विस्लिट प्रयोग में संकीर्ण स्त्रोत स्लिटो पर विवर्तन ही होता है।)

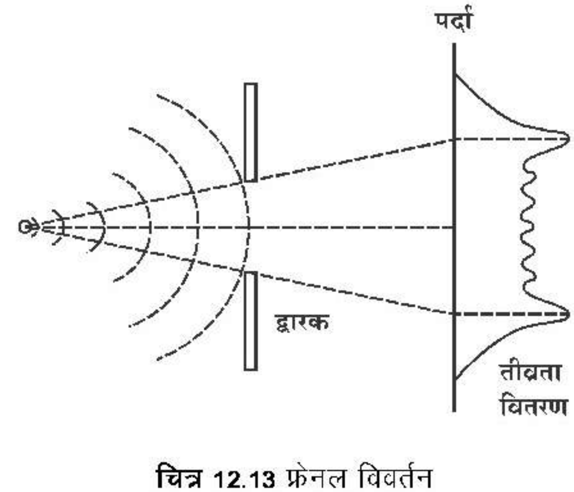


चित्र 12.12 विवर्तन की व्याख्या हाइगेंस सिद्धान्त से

12.7.2 विवर्तन के प्रकार (फ्रेनेल तथा फ्रॉनहॉफर विवर्तन) (Type of Diffraction : Fresnel and Fraunhofer Diffraction)

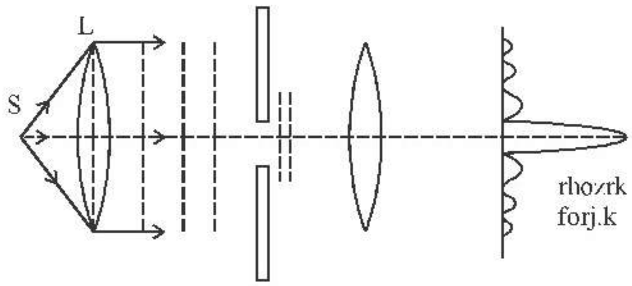
प्रकाश के विवर्तन की घटना को दो वर्गो में विभाजित किया जा सकता है–

(a) फ्रेनेल विवर्तन (Fresnel' sDiffraction)- जब प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षण बिन्दु दोनों द्वारक या अवरोध से परिमित दूरी पर स्थित हों तो विवर्तन फ्रेनेल विवर्तन कहलाता है। फ्रेनेल विवर्तन में आपतित व विवर्तित तरंगाग्र गोलीय अथवा बेलनाकार होते हैं, (चित्र 12.13)



चित्र 12.13 फ्रेनल विवर्तन

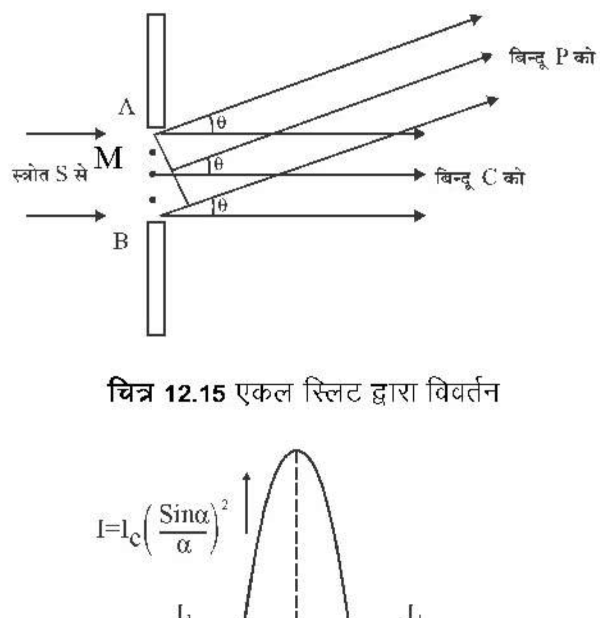
(b) फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Fraunhofer Diffraction)- जब प्रकाश स्रोत एवं प्रेक्षण बिन्दु दोनों की द्वारक से प्रभावी दूरी अनन्त हो अर्थात् आपतित तथा विवर्तित तरंगाग्र दोनों समतल हों तो इस प्रकार से प्राप्त विवर्तन फ्रॉनहॉफर विवर्तन कहलाता है (चित्र 12.14)।



चित्र 12.14 फ्रॉनहॉफर विवर्तन

फ्रेनेल विवर्तन की सैद्धान्तिक विवेचना कुछ अभिकल्पनाओं पर आधारित होती है। इससे प्राप्त परिणाम केवल सन्निकट होते हैं। फ्रॉनहॉफर विवर्तन में सम्बन्धित तरंगाग्र समतल होने से सैद्धान्तिक विवेचना अधिक सरल व परिशुद्ध होती है। इस अध्याय में हम अपना अध्ययन फ्रॉनहॉफर विवर्तन तक ही सीमित रखेंगे।

12.8 एकल झिर्री के कारण फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Frounhofer Diffraction due to Single Slit)



चित्र 12.15 एकल स्लिट द्वारा विवर्तन

चित्र 12.16 एकल स्लिट द्वारा विवर्तन में तीव्रता वितरण

जब प्रकाश के तरंग दैर्ध्य की कोटि पतली स्लिट को एकवर्णी स्रोत से प्रकाशित करते है तो एक चौड़ा पैटर्न प्राप्त होता है जिसके मध्य में दिप्त क्षेत्र एवं दोनों ओर क्रमागत दिप्त एवं अदिप्त क्षेत्र होते है जिनकी तीव्रता कम होती जाती है। यह प्रतिरूप फ्रानहॉफर विवर्तन है।

इसको समझने के लिए चित्र 12.15 पर विचार करते है जिसमें a चौड़ाई की एकल स्लिट AB पर अभिलंबवत समांतर किरण पुंज आपतित है हाइगेंस के सिद्धान्त के अनुसार AB के मध्य अनगिनत द्वितीयक स्रोत होते है। विवर्तित प्रकाश आगे रखे एक परदे पर आपतित होता है। झिर्री का मध्य बिन्दु M है।

बिन्दु M से गुजरने वाली और स्लिट के तल के अभिलंबवत सरल रेखा परदे को बिन्दु C पर मिलती है। परदे के केन्द्रीय बिन्दु C पर, कोण θ शून्य हैं अर्थात् सभी तरंगो में सभी पथांतर शून्य हैं। अतः स्लिट के सभी भागों का योगदान समकला में है। इससे बिन्दु C पर उच्चतम तीव्रता मिलती है।

परदे के किसी बिन्दु P पर तीव्रता ज्ञात करने के लिए बिन्दुओं A, M, B आदि से जोड़ने वाली विभिन्न सरल रेखाएँ परस्पर समांतर एवं अभिलंब MC से कोण θ बनाती हुई मानी जा सकती हैं इस प्रकार बिन्दु P पर तीव्रता A व B के मध्य अवस्थित विभिन्न द्वितीय स्रोतों के अध्यारोपण से प्राप्त होती है। एकल स्लिट के दो सिरों के बीच के पथांतर (BP–AP) (चित्र 12.15 से)

$$BP - AP = AQ = a\sin\theta \qquad \ldots(12.30)$$

$$\simeq a\theta \text{ (अल्प कोण के लिए)}$$

अतः बिन्दु A व B के मध्य पथांतर $a\theta$ है किन्तु A व B के मध्य स्थित उच्च संख्या के स्रोतों के मध्य अलग–अलग दूरी होती है इसलिए उनमें पथांतर भी अलग–अलग होता है। P पर सभी स्रोतों का योगदान ज्ञात करने के लिए हम कुछ विशेष परिस्थितियों में तर्क द्वारा समझते हैं।

यदि हम A व B सिरों के मध्य पथान्तर λ लेते हैं तो सम्पूर्ण तरंगाग्र को दो बराबर भाग AM और MB के रूप में विचार करते हैं तब AP व MP का सममिति से पथान्तर तब $\lambda/2$ होगा। इसी प्रकार BP और MP में भी पथान्तर $\lambda/2$ होगा। इस प्रकार AM के मध्य स्थित प्रत्येक स्रोत के संगत BM के मध्य एक स्रोत होगा जिनके मध्य पथांतर $\lambda/2$ होगा अतः इन स्रोतो की तरंगे विनाशी व्यतिकरण करेंगे। इस प्रकार AM व MB के समस्त स्रोतों के कारण P पर विनाशी व्यतिकरण होगा। अतः P_1 बिन्दु पर न्यूनतम तीव्रता होगी। अतएव प्रथम निम्निष्ठ बिन्दु के लिए

पथान्तर $a\sin\theta = \lambda$

या $$\sin\theta = \frac{\lambda}{a} \qquad \ldots(12.31)$$

इसी प्रकार यदि A व B के मध्य पथान्तर 2λ है तो AB को चार समान भागों में बॉटा जा सकता है अब A से M तक के दों क्रमागत भागों में परस्पर $\lambda/2$ का पथान्तर होगा अतः AM के मध्य अवस्थित स्रोतो द्वितीयक तरंगिकाएँ विनाशी व्यतिकरण करेगी।

इसी प्रकार M से B के बीच भी क्रमागत दो भागों के प्रत्येक बिन्दु से उत्सर्जित द्वितीयक तरंगिकाएं भी से विनाशी व्यतिकरण करेंगी। इस स्थिति में द्वितीयक निम्निष्ठ के लिये

$$a\sin\theta_2 = 2\lambda$$

अतएव सामान्यतया किसी निम्निष्ठ बिन्दु के लिये

पथांतर $a\sin\theta_n = n\lambda$

यहाँ $n = 1, 2, 3, ...$

या $$\sin\theta_n = n\left(\frac{\lambda}{a}\right) \qquad ...(12.32)$$

समीकरण (12.32) पर्दे पर निम्निष्ठ की कोणीय स्थिति देती है। यहाँ $\lambda = 60\,\text{nm}$, $D = 2m$ $a = 4\times10^{-4}$ m

यदि A व B के मध्य पथांतर $\lambda/2$ का विषम गुणज है तो उस दिशा में द्वितीय उच्चिष्ठ होगा। इसे हम इस प्रकार समझ सकते हैं कि यदि पथांतर $= \frac{3\lambda}{2}$ है तो स्लिट AB को तीन बराबर भागों में बाटने पर दो क्रमागत भागों के संगत द्वितीय स्रोतो के बीच पथान्तर $\lambda/2$ होगा ओर वे विनाशी व्यतिकरण करेंगे परन्तु तीसरा भाग बना रहेगा ओर इस भाग का प्रकाश उस दिशा में उच्चिष्ठ बिन्दु उत्पन्न करेगा। किन्तु इस उच्चिष्ठ की तीव्रता केन्द्रीय उच्चिष्ठ में कम होगी। इस प्रकार n कोटि के द्वितीयक उच्चिष्ठ के लिए

$$a\sin\theta_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \qquad ...(12.33)$$

या $$\sin\theta_n = \frac{(2n+1)\lambda}{2a} \qquad ...(12.34)$$

यहाँ $n = 1, 2, 3, ...$

समीकरण 12.32 एवं 12.34 से θ_n उस दिशा को इंगित करता है जिस ओर क्रमशः निम्निष्ठ तथा उच्चिष्ठ बनते हैं। उपर्युक्त विवेचन में यह ध्यान देने योग्य है कि केन्द्रीय उच्चिष्ठ बिन्दु P के दोनों ओर सममित होता है। इसी प्रकार केन्द्रीय उच्चिष्ठ बिन्दु के दोनों ओर विवर्तन प्रतिरूप (अदीप्त तथा प्रदीप्त बैण्ड) बनता है जो चित्र 12.16 में प्रदर्शित है। केन्द्री उच्चिष्ठ बैण्ड का रेखीय प्रसार स्लिट की चौड़ाई a से अधिक होती है। a से अधिकता ही मूल विवर्तन है। यहाँ पर भी महत्वपूर्ण है कि विवर्तन निम्निष्ठ की तीव्रता शून्य न होकर अल्प मान की होती है।

12.9 व्यतिकरण एवं विवर्तन में अन्तर (Difference between Interference and Diffraction)

अब हम यंग के प्रयोग में दो कलासंबद्ध आलोकित संकीर्ण स्लिटों द्वारा प्राप्त प्रतिरूप (व्यतिकरण प्रतिरूप) तथा एकल कलासंबद्ध आलोकित स्लिट से प्राप्त प्रतिरूपों में तुलना करते हैं।

(i) व्यतिकरण, दो संकीर्ण स्लिटों से उद्गमित दो तरंगों में अध्यारोपण है। विवर्तन प्रतिरूप एक एकल स्लिट में प्रत्येक बिन्दु से उद्गमित तरंगों के एक सतत समूह के अध्यारोपण के कारण है।

(ii) व्यतिकरण प्रतिरूप में समान तीव्रता के कई समदूरस्थ चमकीले एवं गहरे बैण्ड होते है। विवर्तन प्रतिरूप में एक केन्द्रीय चमकीला उच्चिष्ठ होता है जो अन्य उच्चिष्ठों की तुलना में दो गुना चौड़ा होता है केन्द्रीय उच्चिष्ठ से किसी भी ओर जाने पर तीव्रता क्रमागत रूप से घटती है।

(iii) समान प्रायोगिक संयोजन में जिन बिन्दुओं पर व्यतिकरण उच्चिष्ठ प्राप्त होता है उन बिन्दुओं पर विवर्तन निम्निष्ठ प्राप्त होता है। इसका विपरीत भी सही है।

(iv) व्यतिकरण निम्निष्ठ की तीव्रता शून्य होती है जबकि विवर्तन निम्निष्ठ की तीव्रता अशून्य होती है।

उदाहरण 12.8 एकल स्लिट विवर्तन प्रतिरूप में द्वितीय कोटि की चमकीली फ्रिन्ज केन्द्रीय उच्चिष्ठ के केन्द्र से 1.4 mm दूरी पर है। पर्दा, 0.80 mm चौड़ाई की स्लिट से 80 cm दूर है। एकवर्णी आपतित प्रकाश मानते हुये तरंगदैर्ध्य की गणना करो।

हल: ∵ यहाँ $y_2 = 1.4\,mm = 1.4\times10^{-3}\,m$

$D = 80\,cm = 0.8\,m$

$a = 0.80\,mm = 8\times10^{-4}\,m$

द्वितीय चमकीली फ्रिंज के लिए

$$y_2 = \frac{5}{2}\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{2y_2 a}{5D}$$

$$= \frac{2\times1.4\times10^{-3}\times8\times10^{-4}}{5\times0.8}$$

$$= 5.6\times10^{-7} = 560\,\text{nm}$$

उदाहरण 12.9 एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में लाल रंग के प्रकश $(\lambda = 660\,\text{nm})$ का प्रथम निम्नष्ठ दूसरे किसी रंग के प्रथम उच्चिष्ठ से सम्पाती होता है। जिसकी तरंग दैर्ध्य λ' हैं। λ' का मान ज्ञात करो।

हल: एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में निम्निष्ठ की स्थिति इस प्रकार दी जाती है $\sin\theta = \frac{n\lambda}{a}$

अतः लाल रंग के लिये प्रथम निम्निष्ठ $\sin\theta_1 = 1\left(\frac{\lambda_R}{a}\right)$

n वें उच्चिष्ठ की स्थिति के लिए $\sin\theta_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2a}$

अतः λ' तरंगदैर्ध्य के लिए प्रथम उच्चिष्ठ $\sin\theta_1' = \frac{3\lambda'}{2a}$

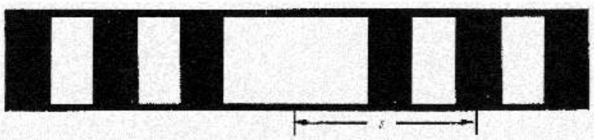
प्रश्न में दिए प्रतिबंध के अनुसार $\sin\theta_1 = \sin\theta_1'$

$$\frac{\lambda_R}{a} = \frac{3\lambda'}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda' = \frac{2}{3}\lambda_R$$

अतः $\quad \lambda' = \frac{2}{3}\times 660 = 440\,\text{nm} = 4400\,\text{Å}$

उदाहरण 12.10 तरंग दैर्ध्य 600 nm का प्रकाश एकल स्लिट जिसकी चौड़ाई 4×10^{-4} m है, पर आपतित होती है स्लिट से 2 m की दूरी पर स्थित पर्दे पर प्रेक्षित प्रारूप को चित्र दर्शाता है चित्र में λ का ज्ञात करो।

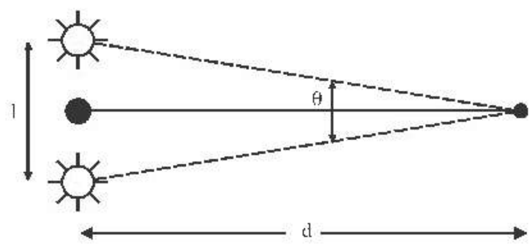


हलः चित्र में दूरी s केन्द्रीय उच्चिष्ठ के सापेक्ष द्वितीय कोटि के निम्निष्ठ की अवस्थिति है, इस प्रकार

$$s = \frac{2\lambda D}{a} = \frac{2\times600\times10^{-9}\times2}{4\times10^{-4}} = 0.006\,\text{m}$$

12.10 विभेदन क्षमता (Resolving Power)

वह सबसे छोटा कोणीय पृथक्करण जो किसी उपकरण के द्वारा किया जा सकता है, उस उपकरण का विभेदन (resolution) कहलाता है तथा कोणीय विभेदन (angular resolution) का व्युत्क्रम विभेदन क्षमता कहलाती है। साधारणतः कैमरा, सूक्ष्मदर्शी और दूरदर्शी का द्वारक वृताकार होता है। अतः केन्द्रीय उच्चिष्ठ के चारों ओर विवर्तन का दीप्त वृताकार प्रतिरूप प्राप्त होता है वृताकार द्वारक (circular aperture) के विस्तृत विश्लेषण (analysis) से ज्ञात होता है कि दो बिम्बों के प्रतिबिम्बों के ठीक विभेदन की स्थिति में इनके मध्य न्यूनतम कोणीय पार्थक्य होगा–



चित्र 12.17 विभेदन क्षमता

$$\theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad \ldots(12.35)$$

(वृताकार द्वारक के लिये विभेदन का न्यूनतम कोण)

जहाँ D द्वारक का व्यास है एवं θ_{min} रेडियन में है।

यदि दो सितारे जिनके मध्य की दूरी ℓ हैं तथा यह किसी दूरदर्शी से d दूरी पर स्थित है तो दोनों बिन्दुओं द्वारा दूरदर्शी के अभिदृश्यक पर अन्तरित कोण $\theta = \frac{\ell}{d}$ होगा। अतः विभेदन के लिए

$$\frac{\ell}{d} = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad \ldots(12.36)$$

एक सूक्ष्मदर्शी के लिये दो बिन्दुओं के मध्य वास्तविक पार्थक्य (s) को लेना ज्यादा सुविधाजनक हैं चूंकि बिन्दु साधारणतया अभिदृश्य के फोकस बिन्दु के समीप होता है अतः सन्निकट रूप से

$$\theta_{min} = \frac{s}{f} \text{ तथा } s = f\theta_{min}$$

जहाँ f लैंस की फोकस दूरी है तब समीकरण 12.36, में प्रयुक्त करने पर हम पाते हैं।

$$s = \frac{1.22\lambda f}{D} \qquad \ldots(12.37)$$

(एक सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा)

$$\text{विभेदन क्षमता} = \frac{1}{\text{विभेदन सीमा}} = \frac{D}{1.22\,\lambda f} \qquad \ldots(12.38)$$

$$\text{विभेदन क्षमता} \propto \frac{1}{\lambda}$$

उक्त समीकरण से स्पष्ट है कि किसी प्रकाशीय उपकरण की विभेदन क्षमता प्रकाश के तरंग दैर्ध्य व्युत्क्रमानुपाती होती है। अतः कम तरंग दैर्ध्य प्रकाश की विभेदन क्षमता अधिक होती है।

उदाहरण 12.11 माउण्ट पॉलमर में स्थित हेल स्थित दूरदर्शी का व्यास 5.00 m है। 600 nm तरंग दैर्ध्य के प्रकाश के लिये सीमांत विभेदन कोण का मान ज्ञात कीजिए।

हलः लैंस का व्यास $D = 5.00\,\text{m}$ तथा

$$\lambda = 600\,\text{nm} = 6\times10^{-7}\,\text{m}$$

$$\therefore \quad \theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22\times6\times10^{-7}}{5} = 1.46\times10^{-7}\,\text{rad}$$

उदाहरण 12.12 दो संकीर्ण छिद्रों के मध्य दूरी 1.525 mm है जो 5.00×10^{-5} cm तरंगदैर्ध्य वाले प्रकाश स्त्रोत के सामने रखे हैं तथा 0.400 cm व्यास वाले अभिदृश्य लेन्स वाले दूरदर्शी से देखे जाते है। दूरदर्शी से वह अधिकतम दूरी ताकि छिद्र विभेदित हो सके ज्ञात करे।

हलः $\theta_{min} = \frac{\ell}{d} = \frac{1.22\lambda}{D}$ (देखे समीकरण 12.36)

यहाँ $\ell = 1.525\,\text{mm},\ \lambda = 5.00\times10^{-5}\,\text{cm},\ D = 0.400\,\text{cm}$

$$\therefore \quad \frac{\ell}{d_{\max}} = \frac{1.22\lambda}{D}$$

$$\Rightarrow \quad d_{\max} = \frac{\ell D}{1.22\lambda}$$

$$= \frac{1.525 \times 10^{-3} \times 0.4 \times 10^{-2}}{1.22 \times 5 \times 10^{-7}}$$

$$= 0.1 \times 10^{+2}\,\text{m} = 10\,\text{m}$$

उदाहरण 12.13 0.1 mm दूरी से पृथक दो बिन्दु एक सूक्ष्मदर्शी से बस देखे ही जा सकते हैं जब 6000 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश काम लिया जा रहा है। यदि 4800 Å का प्रकाश काम लिया जाए तो विभेदन सीमा क्या होगी।

हलः एक सूक्ष्मदर्शी के लिये विभेदन सीमा है

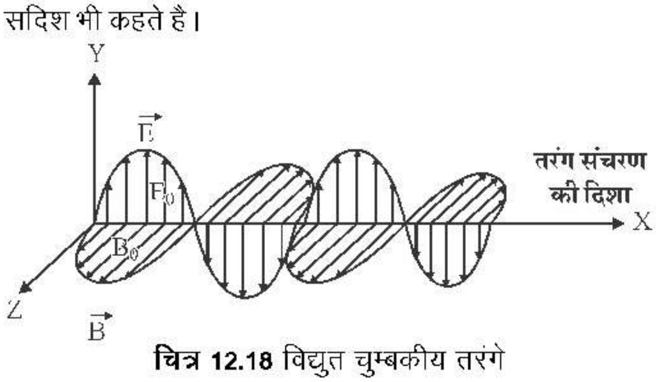
$$s = \frac{1.22\lambda f}{D} \propto \lambda$$

अतः $$s_2 = s_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0.1 \times \frac{4800}{6000} = 0.08\,\text{mm}$$

12.11 प्रकाश का ध्रुवण (Polarisation of Light)

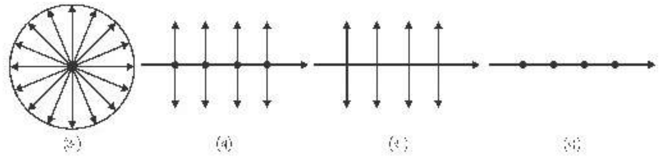
कक्षा XI की पाठ्यपुस्तक में हमने पढ़ा है कि अनुप्रस्थ तरंगो में माध्यम के कणों का विस्थापन तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् होता है। यदि एक डोरी में बनी तरंग पर विचार करे तो डोरी के कम्पन सदैव एक तल में रहते है इसे समतल ध्रुवित तरंग कहते है। इस प्रकार ध्रुवण अनुप्रस्थ तरंग का नैज गुण है।

सन् 1864 ई. में जेम्स क्लार्क मैक्सवेल ने सैद्धान्तिक रूप से बताया कि प्रकाश तरंगे विद्युत–चुम्बकीय तरंगें होती है। विद्युत व चुम्बकीय क्षेत्र सदिश समान कला में तरंग संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् तल में तरंग गति करते हैं। विद्युत–चुम्बकीय तरंग में विद्युत क्षेत्र सदिश E, चुम्बकीय क्षेत्र सदिश B तथा तरंग संचरण की दिशा तीनों परस्पर अभिलम्बवत् होते हैं अर्थात् प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें होती हैं। विद्युत–चुम्बकीय तरंग में वह तल जिसमें विद्युत क्षेत्र सदिश के कम्पनों का तल तथा तरंग संचरण की दिशा स्थित होते हैं कम्पन तल (plane of vibration) कहलाता है। तरंग की समस्त प्रकाशीय घटनाओं के लिए विद्युत चुम्बकीय तरंगो का विद्युत क्षेत्र घटक E ही उत्तरदायी होता है। अतः विद्युत सदिश E को प्रकाश सदिश भी कहते है।



चित्र 12.18 विद्युत चुम्बकीय तरंगे

प्रकाश का उत्सर्जन परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों के उत्तेजित अवस्था से निम्न स्तरों में संक्रमण के कारण होता है। जिसमें विभिन्न तरंगों के विद्युत सदिश कम्पन्न संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् सभी सम्भव दिशाओं में पाये जाते हैं। ऐसी प्रकाश किरण को v/kqfor i dk'k fdj.k(unpolarised light) कहते हैं। यह सामान्य प्रकाश की प्रकृति होती है। इस प्रकार की प्रकाश किरण में विद्युत सदिश संचरण की दिशा के अभिलंबवत सभी सम्भव दिशाओं में पाये जाते हैं अर्थात् विद्युत क्षेत्र के कम्पन, संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् सममित (symmetrical) होते हैं। यदि संचरण दिशा पृष्ठ के लम्बवत् ली जाये तो अध्रुवित प्रकाश को चित्र 12.19 (अ, ब) के अनुसार निरूपित किया जा सकता है।



चित्र 12.19 (अ, ब) अध्रुवित प्रकाश (स,द) ध्रुवित प्रकाश

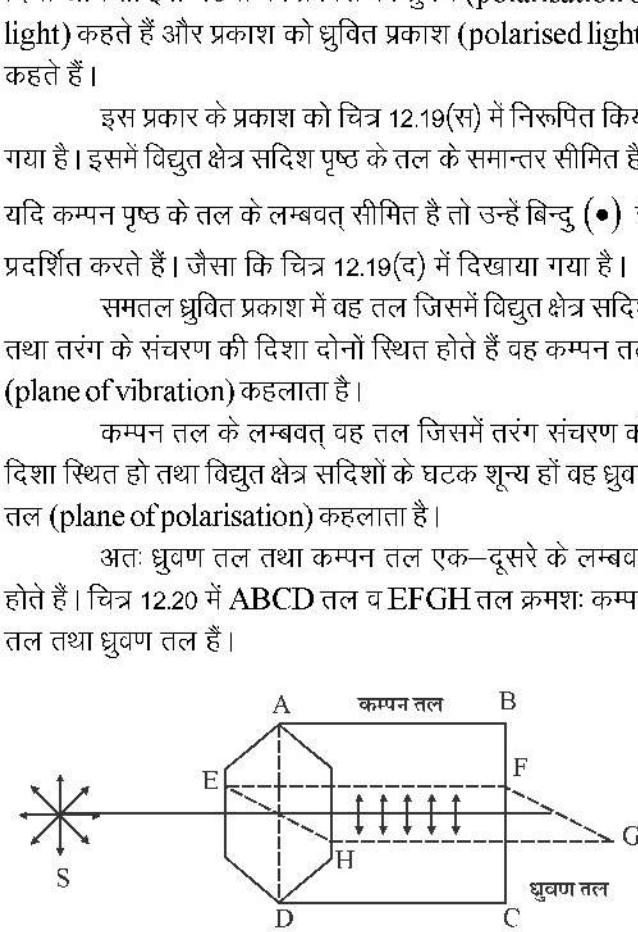
यदि किसी प्रक्रिया द्वारा प्रकाश किरण में विद्युत क्षेत्र सदिश के कम्पनों को निश्चित दिशा या दिशाओं (तल) में सीमित कर दिया जाये तो इस घटना को प्रकाश का ध्रुवण (polarisation of light) कहते हैं और प्रकाश को ध्रुवित प्रकाश (polarised light) कहते हैं।

इस प्रकार के प्रकाश को चित्र 12.19(स) में निरूपित किया गया है। इसमें विद्युत क्षेत्र सदिश पृष्ठ के तल के समान्तर सीमित है। यदि कम्पन पृष्ठ के तल के लम्बवत् सीमित है तो उन्हें बिन्दु (•) से प्रदर्शित करते हैं। जैसा कि चित्र 12.19(द) में दिखाया गया है।

समतल ध्रुवित प्रकाश में वह तल जिसमें विद्युत क्षेत्र सदिश तथा तरंग के संचरण की दिशा दोनों स्थित होते हैं वह कम्पन तल (plane of vibration) कहलाता है।

कम्पन तल के लम्बवत् वह तल जिसमें तरंग संचरण की दिशा स्थित हो तथा विद्युत क्षेत्र सदिशों के घटक शून्य हों वह ध्रुवण तल (plane of polarisation) कहलाता है।

अतः ध्रुवण तल तथा कम्पन तल एक–दूसरे के लम्बवत् होते हैं। चित्र 12.20 में ABCD तल व EFGH तल क्रमशः कम्पन तल तथा ध्रुवण तल हैं।



चित्र 12.20 ध्रुवण तल एवं कम्पन्न तल

12.12 समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने की विधियाँ (Methods of Production of Plane Polarised Light)

समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने की निम्न विधियाँ हैं–

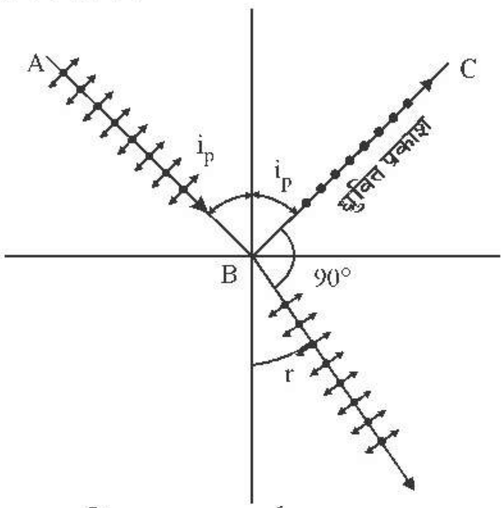
(i) परावर्तन द्वारा (ii) अपवर्तन द्वारा

(iii) द्विअपवर्तन द्वारा (iv) द्विवर्णता द्वारा

(v) प्रकीर्णन द्वारा

12.12.1 परावर्तन द्वारा प्रकाश का ध्रुवण एवं ब्रूस्टर का नियम (Polorisation of Light by Reflection and Brewster's Law)

वैज्ञानिक ब्रूस्टर ने पाया कि जब अध्रुवित प्रकाश किसी पारदर्शी माध्यम (कॉंच, पानी आदि) पर एक विशेष आपतन कोण i_p पर आपतित होता है तो परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है। इस अवस्था में आपतित प्रकाश एवं परावर्तित प्रकाश परस्पर लम्बवत् होते है इसे ब्रूस्टर का नियम कहा जाता है एवं आपतन कोण i_p को ब्रूस्टर कोण कहते हैं।



चित्र 12.21 परावर्तन द्वारा ध्रुवण

चित्र 12.21 के अनुसार जब आपतन कोण का मान ब्रूस्टर कोण i_p के समान होता है तो अपवर्तन कोण r का मान होगा

$$r = 90^\circ - i_p$$

अतः स्नेल के नियम से

$$n = \frac{\sin i_p}{\sin r} = \frac{\sin i_p}{\sin\left(90^\circ - i_p\right)}$$

या $$n = \frac{\sin i_p}{\cos i_p}$$

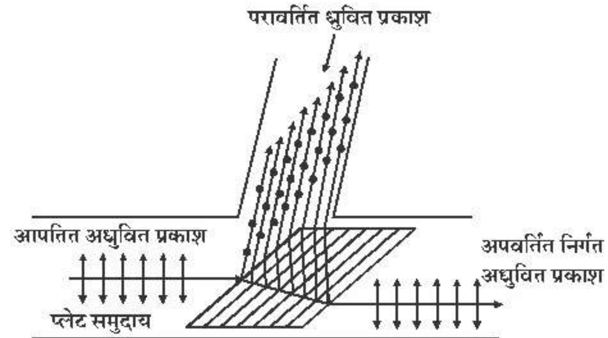
सर $$n = \tan i_p$$

$$i_p = \tan^{-1}(n) \qquad \ldots(12.39)$$

समीकरण 12.39 से स्पष्ट है कि ब्रूस्टर कोण का मान केवल परावर्तक सतह के अपवर्तनांक पर ही निर्भर करता है।

12.12.2 अपवर्तन के द्वारा प्रकाश का ध्रुवण (Polarisation of Light by Refraction)

जब कॉंच की समान्तर प्लेट पर अध्रुवित प्रकाश ब्रूस्टर कोण पर आपतित होता है तो प्लेट के ऊपरी तथा नीचे की सतहों से परावर्तित प्रकाश पूर्णतया ध्रुवित होता है लेकिन अपवर्तित या निर्गत प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित होता है। यदि कॉंच की ऐसी कई समान प्लेटें एक दूसरे के समान्तर रखी जाएं एवं प्रथम प्लेट पर अध्रुवित प्रकाश ध्रुवण कोण पर डाला जाये तो अध्रुवित प्रकाश का परावर्तित भाग प्लेटों से परावर्तन के बाद पूर्णतया ध्रुवित होता है लेकिन अपवर्तित भाग जैसे–जैसे प्लेटों से आगे गुजरता है तो उसमें ध्रुवण की मात्रा बढ़ती जाती है। यदि प्लेटों की संख्या अधिक हो तो अन्ततः निर्गत प्रकाश समतल ध्रुवित हो जाता है। प्लेटों की इस प्रकार की व्यवस्था को पट्टिका पुंज (pile of plates) कहते है।



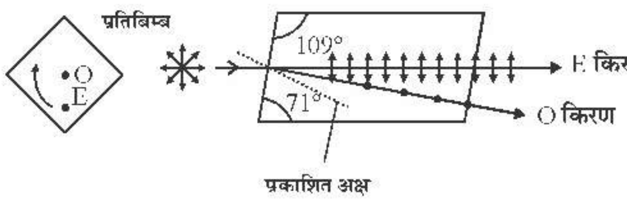
चित्र 12.22 अपवर्तन द्वारा ध्रव

12.12.3 द्विअपर्वत द्वारा ध्रुवण (Polarisation by Double Refraction)

जब कोई प्रकाश की किरण किसी कैलसाइट या आइसलैण्ड स्पार (iceland spar) के क्रिस्टल पर आपतित होती है तो अपवर्तन पश्चात अर्थात् दो अपवर्तित किरणें प्राप्त होती है। प्रकाश की इस क्रिया को द्विअपवर्तन कहते हैं तथा क्रिस्टल को द्विअपवर्तक क्रिस्टल कहते हैं। द्वि अपवर्तन क्रिस्टल से प्राप्त किरणे समतल ध्रुवित होती है।

द्विअपवर्तन की क्रिया को समझने के लिये किसी सफेद कागज पर स्याही से एक बिन्दु लगाते हैं तथा उसके ऊपर कैलसाइट का क्रिस्टल रखते हैं। ऊपर से देखने पर स्याही के एक बिन्दु के स्थान पर दो बिन्दु दिखाई पड़ते है। यदि क्रिस्टल को आपतित प्रकाश की दिशा के चारों ओर घुमाते हैं तो एक प्रतिबिम्ब स्थिर रहता है तथा दूसरा प्रतिबिम्ब स्थिर प्रतिबिम्ब के चारों ओर चक्कर लगाता है। जो प्रतिबिम्ब स्थिर रहता है वह अपवर्तन के सामान्य नियमों के अनुसार प्राप्त होता है अतः इस प्रतिबिम्ब की रचना करने वाली प्रकाश की किरण को साधारण किरण या **O-किरण** कहते हैं तथा इससे बने प्रतिबिम्ब को **O-प्रतिबिम्ब** या साधारण प्रतिबिम्ब कहते

हैं। साधारण किरण अपवर्तन के सामान्य नियमों का पालन करती है अर्थात् सदैव आपतन तल में होती है और क्रिस्टल में इसका वेग सभी दिशाओं में समान होता हैं। इसके विपरीत चलायमान प्रतिबिम्ब असाधारण किरण या **E-किरण** से बनता है इसलिये इसे असाधारण प्रतिबिम्ब या **E-प्रतिबिम्ब** कहते हैं। यह किरण अपवर्तन के सामान्य नियमों का पालन नहीं करती है तथा क्रिस्टल में इसका वेग विभिन्न दिशाओं में अलग–अलग होता है इसलिये इसे E-किरण या असाधारण किरण कहते हैं। E तथा O किरणें समतल ध्रुवित होती है तथा E और O के कम्पन एक दूसरे के लम्बवत् होते हैं। E व O किरणों को विभक्त करने के लिए कैलसाइट क्रिस्टल से बना निकोल प्रिज्म प्रयोग में लिया जाता है।



चित्र 12.23

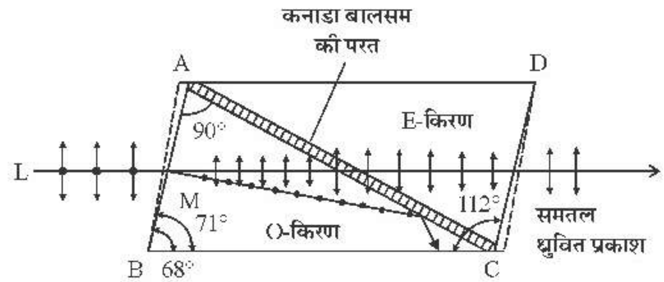
12.12.3.1 निकोल प्रिज्म (Nicol Prism)

यह एक प्रकाशिक युक्ति है जिसकी सहायता से समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करता है एवं तथा उसके विश्लेषण में भी प्रयोग किया जाता है। निकोल प्रिज्म द्विअपवर्तन की क्रिया पर कार्य करता है। निकोल प्रिज्म में एक कैलसाइट क्रिस्टल में द्विअपवर्तन की क्रिया से प्राप्त साधारण किरण को पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की क्रिया द्वारा परावर्तित करके उसे अलग करते हैं तथा केवल असाधारण किरण को क्रिस्टल से बाहर निकलने दिया जाता है जो कि समतल ध्रुवित होती हैं। इस प्रकार समतल ध्रुवित प्रकाश इससे प्राप्त किया जाता है।

संरचना– निकोल प्रिज्म को बनाने के लिये कैलसाइट क्रिस्टल का टुकड़ा ऐसे आकार का लेते हैं जिसकी लम्बाई चौड़ाई की तीन गुनी होती है। इस क्रिस्टल के किनारे वाले फलकों को इतना घिसते हैं कि क्रिस्टल के मुख्य काट कोण के 71° तथा 109° से घिसकर 68° तथा 112° के हो जायें। इस प्रकार के क्रिस्टल को दो टुकड़ों में इस प्रकार काटते हैं कि काट तल मुख्य परिच्छेद के लम्बवत् अर्थात् फलकों के बड़े विकर्ण के समान्तर होता है, जैसा कि चित्र 12.24 में प्रदर्शित किया गया है। कटे हुये टुकड़ों को पॉलिश करके उन्हें पुनः पारदर्शी सीमेन्ट कनाडा बालसम (canada balsam) से जोड़ दिया जाता है। इस प्रकार से प्राप्त क्रिस्टल के ऊपर तथा नीचे के पार्श्व पृष्ठों को काला कर दिया जाता है।

कार्य विधि

चित्र 12.24 में दर्शाए अनुसार निकाल प्रिज्म की सतह AB पर अध्रुवित प्रकाश आपतित होता है तो प्रकाश O किरण एवं E किरण में विभक्त हो जाता है। चूंकि O किरण के लिए कैल साइट का अपवर्तनांक 1.658 कनाडा बालसम के अपवर्तनांक 1.55 से अधिक होता है अतः O किरण कनाडा बालसम पर सघन माध्यम से विरल माध्यम में गमन करती है। कनाड बालसम के लिए O किरण का आपतन कोण क्रान्तिक कोण से अधिक होने के कारण चित्र में दिखाए अनुसार कनाडा बालसम परत से पूर्ण आंतरिक परावर्तित हो काली सतह द्वारा अवशोषित हो जाती है। E किरण के लिए कैलसाइट का अपवर्तनांक 1.468 कनाडा बालसम के अपवर्तनांक से कम होता है इसके कारण यह कनाडा बालसम परत से पारगमित होकर निकाल प्रिज्म से समतल ध्रुवित प्रकाश के रूप में प्राप्त होती है।



चित्र 12.24 निकाल प्रिज्म

12.12.4 द्विवर्णता द्वारा ध्रुवण (Polarisation by Dichroism)

जब अध्रुवित प्रकाश को किसी टूर्मेलीन के क्रिस्टल पर डाला जाता है तो वह दो समतल ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाता है। टूर्मेलीन क्रिस्टल इन दो अपवर्तित किरणों में से एक किरण का वरणात्मक अवशोषण (selective absorption) करता है लेकिन दूसरी किरण इसमें से बिना अवशोषित हुए बाहर निकल जाती है। क्रिस्टल की इस क्रिया को द्विवर्णता कहते हैं। इस प्रकार टुर्मलीन पट्टिका से पारगमित प्रकाश समतल ध्रुवित होता है। टुर्मलीन के समान ही द्विवर्णता का गुण कुछ कार्बनिक यौगिकों में भी पाया जाता है। व्यवसायिक उपयोग के लिए द्विवर्णता के सिद्धान्त पर कार्बनिक यौगिक से पोलेराइड बनाए जाते हैं।

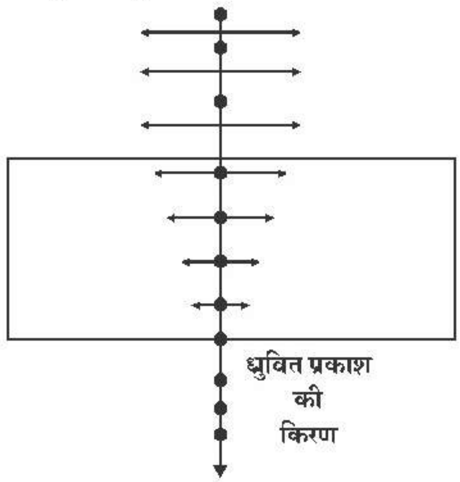
12.12.4.1 पोलेराइड (Polaroid)

पोलेराइड समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की एक सस्ती एवं व्यापारिक प्रकाशिक युक्ति है जो द्विवर्णता के सिद्धान्त पर कार्य करती है। पोलेराइड फिल्म बनाने के लिए एक कार्बनिक यौगिक हरपेथाइट या कुनैन का आयोडोसल्फेट, के अति सूक्ष्म आकार के क्रिस्टल, नाइट्रोसेल्यूलोज की एक पतली फिल्म पर इस प्रकार से फैला दिये जाते हैं कि सभी क्रिस्टलों के प्रकाशिक अक्ष समान्तर हो जायें। ये क्रिस्टल उच्च कोटि के डाइक्रोइक या द्विवर्णक होते हैं जो द्विअपवर्तित किरणों में से एक को पूर्णतया अवशोषित कर लेते हैं। अब इस फिल्म को दो पतली काँच की प्लेटों के बीच रखते हैं। इस प्रकार पोलेराइड फिल्म बन जाती है।

कार्य–विधि

जब किसी अध्रुवित प्रकाश की किरण को पोलेराइड से गुजारा जाता है तो वह दो समतलीय ध्रुवित किरणों में विभाजित हो जाती हैं। जिसमें से एक किरण में विद्युत कम्पन सदिश, हरपेथाइट क्रिस्टल के अक्ष के समान्तर तथा दूसरी किरण में अक्ष के लम्बवत् होते

हैं। चित्र 12.25 में दर्शाए अनुसार जिस किरण में कम्पन हरपेथाइट क्रिस्टल की अक्ष के लम्बवत् होते हैं उस विद्युत कम्पन्न सदिश वाली किरण का पूर्णतया अवशोषण हो जाता है। जबकि समान्तर विद्युत कम्पन सदिश वाली किरण इससे निर्गत हो जाती है। इस प्रकार निर्गत प्रकाश पूर्णतया ध्रुवित प्राप्त होता है।



चित्र 12.25 पोलेराइड द्वारा ध्रुवित प्रकाश

पोलेराइडों के उपयोग–

(i) इनका एवं उपयोग समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने समतल ध्रुवित प्रकाश की जाँच करने में किया जाता है।

(ii) कार एवं अन्य वाहनों के वातरोधि काँच (wind shield glass) पर पोलेराइड की परत चढ़ाई जाती है। जिससे सड़क व अन्य सतहों से परावर्तित प्रकाश की तीव्रता चालक के लिए कम हो जाती है।

(iii) इनका उपयोग त्रिविमीय चित्रों को देखने के लिये किया जाता है।

(iv) पोलेराइडों का उपयोग ट्रक, कार आदि की हैडलाइटों में किया जाता है ताकि सामने से आने वाले वाहनों के ड्राइवर की आँख पर पड़ने वाले प्रकाश की चकाचौंध को कम किया जा सके।

(v) इनका उपयोग धातुओं के प्रकाशिक गुणों का अध्ययन एवं प्रकाशीय घूर्णक पदार्थों की संरचना ज्ञात करने में किया जाता है।

(vi) पोलेराईड युक्त ध्रुवमापी से प्रकाशीय घूर्णक पदार्थ जैसे शक्कर के घोल की सान्द्रता ध्रुवण तल के घूर्णन के मापन से ज्ञात की जा सकती है।

12.13 समतल घ्रुवित तथा अघ्रुवित प्रकाश का संसूचन (Identification of Plane Polarised and Unpolarised Light)

प्रकाश की किरण ध्रुवित है, अंशतः ध्रुवित है या अध्रुवित है इसकी जाँच सामान्य आँख से देखकर नहीं की जा सकती है। प्रकाश के ध्रुवण की जांच के लिए कैलसाइट क्रिस्टल, टूर्मेलीन क्रिस्टल, निकाल प्रिज्म या पोलेराइड की आवश्यकता होती है।

(i) अध्रुवित प्रकाश

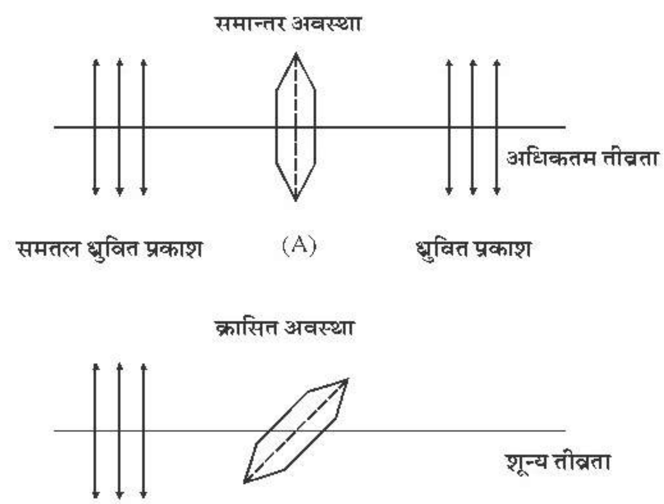
निकाल प्रिज्म या पोलेराइड से देखते है एवं क्रिस्टल को घुमाते है यदि क्रिस्टल को घुमाने पर किसी स्थिति में निर्गम प्रकाश की तीव्रता में कोई परिवर्तन नहीं दिखाई देता है तो प्रकाश किरण अध्रुवित है, क्योंकि अध्रुवित प्रकाश किरण में कम्पन सभी दिशाओं में पाये जाते हैं। इस कारण निकॉल या पोलेराइड की प्रत्येक स्थिति में उसकी अक्ष के समान्तर तल में पारगमित प्रकाश ध्रुवित होता है और प्रत्येक अवस्था में तीव्रता समान रहती है।

(ii) आंशिक ध्रुवित प्रकाश

निकाल प्रिज्म या पोलेराइड को घुमाने पर जब निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन तो होता है लेकिन किसी भी स्थिति में तीव्रता शून्य नहीं हो तो प्रकाश किरण अंशतः ध्रुवित होती है।

(iii) समतल ध्रुवित

जब निकाल प्रिज्म या पोलेराइड को घुमाकर देखने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन होता है तथा एक पूरे चक्कर में दो बार तीव्रता अधिकतम तथा दो बार शून्य हो जाये तो प्रकाश किरण समतल ध्रुवित होती है। निकाल या पोलेराइड को घुमाने पर दो बार उसकी अक्ष ध्रुवित प्रकाश के कम्पन तल के समानान्तर होगी व दो बार लम्बवत्। समान्तर स्थिति में तीव्रता अधिकतम व लम्बवत् स्थिति में तीव्रता शून्य होगी। इन दो स्थितियों को चित्र 12.26 में दर्शाया गया है।



चित्र 12.26 ध्रुवित प्रकाश संसूचन

12.13.1 मैलस का नियम (Malus Law)

यदि किसी भी प्रकाश किरण को दो निकॉल या पोलेराइडों से देखा जाता है तो जब इनके अक्ष समानतर होते हैं तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। परन्तु जब पोलेराइड क्रासित व्यवस्था की स्थिति में होते हैं तब निर्गत प्रकाश की तीव्रता शून्य होती है। प्रथम निकाल या पोलेराइड को ध्रुवक तथा द्वितीय निकाल या पोलेराइड को विश्लेषक कहते हैं। निर्गत प्रकाश की तीव्रता के बारे में वैज्ञानिक मैलस ने एक नियम दिया जिसे मैलस का नियम कहते हैं।

मैलस के नियम अनुसार "जब अध्रुवित प्रकाश ध्रुवक तथा विश्लेषक दोनों में से पारगमित होता है तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता ध्रुवक तथा विश्लेषक के अक्षों के मध्य कोण के कोज्या (cosine) के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है", अर्थात्

$$I \propto \cos^2 \theta$$

जहाँ θ ध्रुवक तथा विश्लेषक की अक्षों के मध्य कोण है।

या $$I = I_0 \cos^2 \theta \quad \ldots (12.40)$$

जहाँ I_0 निर्गत प्रकाश की अधिकतम तीव्रता है।

(i) यदि $\theta = 0^\circ$ हो तो

$I = I_0$ अधिकतम मान (समान्तर व्यवस्था)

(ii) यदि $\theta = 90^\circ$ हो तो

$I = 0$ न्यूनतम मान (क्रॉसित व्यवस्था)

उदाहरण 12.14 यदि किसी पदार्थ का क्रान्तिक कोण 45° है तो उसके ध्रुवण कोण का परिकलन कीजिये।

हलः क्रान्तिक कोण $\theta_c = 45^\circ$

$\therefore$ पदार्थ का आतर्वनांक $n = \dfrac{1}{\sin \theta_c} = \dfrac{1}{\sin 45^\circ}$

अतः $n = \sqrt{2}$

ब्रूस्टर के नियम से

$$\tan i_p = \mu = \sqrt{2} = 1.414$$

$$\therefore \quad i_p = 54.7^\circ$$

उदाहरण 12.15 किसी पारदर्शी पदार्थ की पट्टिका पर जब आपतन कोण 60° है तो परावर्तित किरण पूर्णतया ध्रुवित होती है। पदार्थ का अपवर्तनांक और अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिए।

हलः प्रश्नानुसार, ध्रुवण कोण $i_p = 60^\circ$

ब्रूस्टर के नियम से

$$n = \tan i_p = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \quad n = \sqrt{3} = 1.732$$

चूँकि $i_p + r = 90^\circ$

$\therefore$ अपवर्तन कोण

$$r = 90^\circ - i_p = (90^\circ - 60^\circ) = 30^\circ$$

उदाहरण 12.16 जब सूर्य का प्रकाश पानी की सतह से 37° के कोण पर आपतित होता है तो परावर्तित प्रकाश पूर्णतः समतल ध्रुवित होता है पानी का अपवर्तनांक एवं अपवर्तन कोण है।

हलः जब पानी की सतह से कोण 37° है तो आपतन कोण

$$\theta_p = 90 - 37 = 53^\circ$$

$$\therefore \quad n = \tan \theta_p = \tan 53^\circ = \frac{4}{3}$$

साथ ही $\theta_p + r = 90$

$$\therefore \quad r = 90 - 58 = 37^\circ$$

उदाहरण 12.17 दो पोलेराइड इस प्रकार अभिविन्यासित हैं कि उनके तल आपतित प्रकाश के लम्बवत है ओर इनके संचरण अक्ष परस्पर 30° कोण पर हैं तो आपतित अध्रुवित प्रकाश का पारगमित होने वाला अंश कितना होगा?

हलः माना अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 है अतः जब यह प्रथम पोलेराइड से गुजरेगा तब इसकी तीव्रता $I_0/2$ हो जाएगी तथा द्वितीय पोलेराइड से निर्गत तीव्रता होगी।

$$I' = \frac{I_0}{2}\cos^2(30) = \frac{I_0}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}I_0$$

$$\therefore \quad \frac{I'}{I_0} = \frac{3}{8} = 37.5\%$$

उदाहरण 12.18 एक ध्रुवक और विश्लेषक के अक्ष एक दूसरे के समान्तर हैं तो निर्गत तीव्रता I_0 प्राप्त होती है। यदि विश्लेषक को 45° से घुमा दिया जाये तो निर्गत तीव्रता का मान ज्ञात कीजिये।

हलः मैलस के नियम से

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

प्रश्नानुसार $\theta = 45^\circ$

$$\therefore \quad I = I_0 \cos^2 45^\circ = I_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{I_0}{2}$$

महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Points)

1. **हाइगेन का सिद्धान्तः** तरंगाग्र पर स्थित प्रत्येक बिन्दु एक नये विक्षोभ का स्त्रोत बन जाता है। जिसे द्वितीयक विक्षोभ स्त्रोत कहते हैं। यह बिन्दु स्त्रोत अपने कम्पन के कारण नई गोलाकार तरंगिकाए सभी दिशाओं में प्रेषित करता है।
2. **व्यतिकरणः** प्रकाश की समान दिशा में गतिमान दो या दो से अधिक तरंगे जिनकी आवृत्ति समान एवं जिनका कलान्तर समय के साथ नियत रहता है अध्यारोपण करती है तो अध्यारापेण के क्षेत्र में परिणामी तीव्रता व्यापक रूप में व्यष्टिगत तरंगक तीव्रताओं के योग से भिन्न होती है। अध्यारोपण के क्षेत्र में प्रकाश की तीव्रता के वितरण में इस परिवर्तन को व्यतिकरण कहते है।

3. **यंग का द्वि स्लिट प्रयोग**

संपोषी व्यतिकरण की शर्तें: दि पथान्तर शून्य अथवा तरंगदैर्ध्य का पूर्ण गुणज हो तो अभीष्ट बिन्दु पर दोनों तरंगे समान कला में होगी तथा इनमें संपोषी व्यतिकरण होगा।

चमकीली फ्रिन्ज की स्थिति $y = \frac{n\lambda D}{d}$

विनाशी व्यतिकरण की शर्तें: जब तरंगों में पथान्तर तरंगदैर्ध्य के आधे का विषम गुणज हो तो अभीष्ट बिन्दु पर दोनों तरंगे विपरीत कला में होगी तथा इनमें विनाशी व्यतिकरण होगा। अतः काली फ्रिंज की स्थिति प्रतिबन्ध है

$$y = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$$

फ्रिन्ज चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

कोणीय फ्रिन्ज चौड़ाई $\omega = \frac{\beta}{D} = \frac{\lambda}{d}$

4. **कला सम्बद्ध स्त्रोत तथा स्थायी व्यतिकरण प्रारूपः** स्थायी व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न करने के लिये, एक तरंग को एक दूसरे के साथ एक नियत कला सम्बन्ध बनाये रखना जरूरी है। जब यह स्थिति होती है तो स्त्रोत कला संबद्ध कहलाते हैं। कला सम्बद्ध स्त्रोतों की आवृत्ति समान होती हैं तथा इनमें कलान्तर नियत होता है।

5. **यंग के द्वि स्लिट प्रयोग में तीव्रता का वितरणः** यदि दो व्यतिकारी तरंगों के आयाम E_1 और E_2 तथा तीव्रताएँ क्रमशः I_1 व I_2 है तो परिणामी आयाम व तीव्रता निम्नानुसार होगी।

$$E_{max} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\phi}$$

और $$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi$$

संपोषी व्यतिकरण के लिये परिणामी आयाम व तीव्रता अधिकतम होती है एवं इनके सूत्र क्रमशः हैं

$$E_{max} = E_1 + E_2$$

और $$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2 \quad [\phi = 2n\pi \text{ के लिए}]$$

विनाशी व्यतिकरण के लिये परिणामी आयाम व तीव्रता न्यूनतम होंगी एवं इनके सूत्रों क्रमशः है

$$E_{min} = |E_1 - E_2|$$

और $$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2 \quad [\phi = (2n-1)\pi \text{ के लिए}]$$

अधिकतम एवं न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात

6. **विवर्तनः** मार्ग में अवरोधक के किनारे पर प्रकाश के मुड़ने अथवा प्रसारण को प्रकाश का विवर्तन कहते हैं। विवर्तन सभी तरंगों के लिये होता है। स्पष्ट विवर्तन प्रतिरूप के लिये अवरोधक का आकार आपतित तरंग की तरंगदैर्ध्य की कोटि का होना चाहिये।

7. **एकल स्लिट पर फ्रानहाफर विवर्तन**

विवर्तन निम्निष्ठः पर्दे पर विवर्तन निम्निष्ठ की कोणीय स्थिति निम्न सूत्र द्वारा जाती है।

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{a}\right) \approx \frac{n\lambda}{a} \quad (\theta \text{ के अल्प मान के लिये})$$

विवर्तन उच्चिष्ठ (अधिकतम): विवर्तन उच्चिष्ठों के लिये

$$\sin\theta = (2n-1)\frac{\lambda}{2a} \text{ अथवा } \theta = (2n-1)\frac{\lambda}{2a}$$

8. **दूरदर्शी एवं सूक्ष्म दर्शी की विभेदन शक्ति:** वह सबसे छोटा कोणीय पृथक्करण जो किसी उपकरण के द्वारा किया जाता है उस उपकरण का विभेदन (resolution) कहलाता है तथा कोणीय विभेदन (angular resolution) का व्युत्क्रम विभेदन क्षमता कहलाती है।

$$\theta_{\min} = \frac{1.22\lambda}{D} \quad \text{(वृताकार द्वारक के लिये विभेदन का न्यूनतम कोण)}$$

जहाँ D द्वारक का व्यास है एवं $\theta_{\min}$ रेडियन में हैं।

9. **ध्रुवण:** जब प्रकाश के कम्पन्न एक विशेष तल में सीमित होते है तो इसे समतल ध्रुवित प्रकाश कहते है।

10. **ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने की विधियाँ–** समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने की निम्न विधियाँ है (i) परावर्तन (ii) अपवर्तन (iii) द्विअपवर्तन (iv) द्विवर्णता (v) प्रकीर्णन

11. **ब्रूस्टर नियम:** किसी परावर्तक सतह पर प्रकाश के एक विशेष आपतन कोण पर परावर्तित किरण ध्रुवित होती है। इस अवस्था में $\tan\theta_P = n$ तथा $\theta_P = \tan^{-1} n$

12. जब अध्रुवित प्रकाश ध्रुवक तथा विश्लेषक दोनों में से पारगमित होता है तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता ध्रुवक तथा विश्लेषक के अक्षों के मध्य कोण के कोज्या (cosine) के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती ह

अभ्यासार्थ प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. व्यतिकरण की घटना को दर्शाने के लिये हमें दो स्त्रोतों की आवश्यकता होती है जो विकिरण उत्सर्जित करते है।
(अ) समान आवृति और निश्चित कलान्तर के
(ब) लगभग समान आवृति के
(स) समान आवृति के
(द) भिन्न तरंग दैर्ध्य के

2. एक यंग के द्विस्लिट प्रयोग में एकवर्णी प्रकाश स्त्रोत प्रयुक्त किया जाता है। पर्दे पर प्राप्त व्यतिकरण फ्रिन्जों का आकार होगा?
(अ) सीधी रेखा (ब) परवलय
(स) अतिपरवलय (द) वृत

3. व्यतिकरण के किसी प्रयोग में पर्दे पर किसी बिन्दु पर 700 nm के प्रकाश प्रयुक्त करने पर तीसरी चमकीली प्रिज्म प्राप्त होती है। उसी बिन्दु पर 5वीं चमकीली फ्रिंज प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रकाश स्त्रोत की तरंगदैर्ध्य है
(अ) 210 nm (ब) 315 nm
(स) 420 nm (द) 490 nm

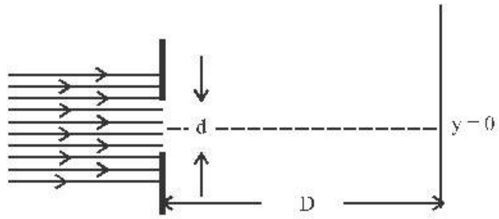
4. यंग द्वि स्लिट प्रयोग में यदि स्लिटों की चौड़ाईयों का अनुपात 4 : 9 है तो उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ की तीव्रताओं का अनुपात होगा।
(अ) 196 : 25 (ब) 81 : 16
(स) 25 : 1 (द) 9 : 4

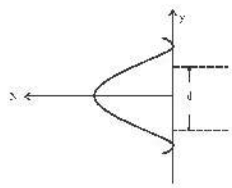
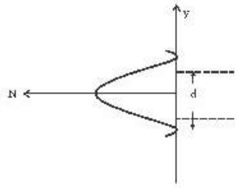
5. द्विस्लिट प्रयोग में दो भिन्न–भिन्न तरंगदैर्ध्य का प्रकाश प्रयुक्त किया जाता है। पीले नारंगी ($\lambda = 600$ नेनोमीटर) रंग के लिये तीसरे क्रम की चमकीली फ्रिन्ज की स्थिति दूसरे रंग के प्रकाश के चौथे क्रम की चमकीली फ्रिन्ज की स्थिति से सम्पाती होती है। दूसरे रंग की तरंग दैर्ध्य होगी।
(अ) 500 nm (ब) 450 nm
(स) 225 nm (द) 350 nm

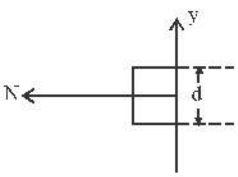
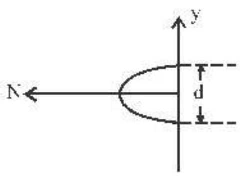
6. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में प्रकाश की अधिकतम तीव्रता $I_{\max}$ हो तो पथान्तर $\lambda/2$ पर तीव्रता होगी।
(अ) $I_{\max}$ (ब) $I_{\max}/2$
(स) $I_{\max}/4$ (द) शून्य

7. निम्नलिखित में से कौनसा कथन सबसे सही समझाता है कि अधिकांश परिस्थितियों में ध्वनि का विवर्तन प्रकाश के विवर्तन से ज्यादा संभाव्य होता है?
(अ) ध्वनि संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है
(ब) ध्वनि तरंगे अनुदैर्ध्य के जबकि प्रकाश तरंगे अनुप्रस्थ है
(स) प्रकाश की तरंगदैर्ध्य ध्वनि की तुलना में बहुत कम है
(द) ध्वनिका वेग प्रकाश के वेग की तुलना में परिमाण की कोटि 6 से भी कम है

8. चित्रानुसार एक प्रयोग में इलेक्ट्रोनों को उनकी डी ब्रोग्ली rjax n§ sdhdk§V d चौड़ाई की एक सकीर्ण स्लिट से गुजारा जाता है तथा वे इस स्लिट से D दूरी पर स्थित पर्दे पर संसूचित किये जाते हैं। पर्दे पर प्राप्त तीव्रता प्रतिरूप होगा।



(अ)  (ब) 

(स)  (द) 

9. एक स्लिट द्वारा 5000 Å तरंग दैर्ध्य का प्रकाश विवत्ति होता है। विवर्तन प्रतिरूप में पांचवा निम्निष्ठ केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 5 mm दूरी पर बनता है। यदि पर्दे व स्लिट के बीच की दूरी 1 m है तो स्लिट की चौड़ाई होगी।

(अ) 0.1 mm (ब) 0.3 mm
(स) 0.5 mm (द) 0.8 mm

10. सूक्ष्मतरंगों जिनकी तरंगदैर्ध्य 0.052 m है की एक पुंज, 0.35 m चौड़ाई के एक आयताकार छिद्र की ओर आ रहा है। परिणामी विवर्तन प्रारूप, छिद्र से 8.0 m दूर स्थित दीवार पर प्रेक्षित किया जा रहा है। प्रथम एवं द्वितीय कोटि की बाहरी फ्रिंजों के मध्य दूरी क्या है?

(अ) 1.3 m (ब) 1.8 m
(स) 2.1 m (द) 2.5 m

11. खगोलीय दूरदर्शी का द्वारक बड़ा होता है।

(अ) गोलीय दोष दूर करने को
(ब) उच्च विभेदन के लिये
(स) प्रेक्षण का दायरा बढ़ाने के लिये
(द) कम विक्षेपण के लिये

12. एक काले कागज पर दो सफेद बिन्दु एक दूसरे से 1 mm दूरी पर रखे है। उन्हें लगभग 3 mm व्यास वाली आंख की पुतली से देखा जाता है। उनके मध्य अधिकतम दूरी क्या होगी कि उन्हें आंख द्वारा ठीक विभेदित ही किया जा सके? (प्रकाश की तरंग दैर्ध्य = 500 nm)

(अ) 6 m (ब) 3 m
(स) 5 m (द) 1 m

13. विद्युत चुम्बकीय तरंगों की प्रकृति अनुप्रस्थ होती है। इसका प्रमाण है।

(अ) ध्रुवण (ब) व्यतिकरण
(स) परावर्तन (द) विवर्तन

14. हवा से कांच में परावर्तन के लिये आपतित कोण का वह मान जिसके लिये परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है। (अपवर्तनांक n)

(अ) $\tan^{-1}(1/n)$ (ब) $\sin^{-1}(1/n)$
(स) $\sin^{-1}(n)$ (द) $\tan^{-1}(n)$

15. अध्रुवित प्रकाश का एक पुंज चार ध्रुवणकारी शीटो जो इस प्रकार व्यवस्थित है कि प्रत्येक की अभिलाक्षणिक दिशा अपने पूर्ववर्ती से 30° कोण पर है, पर आपतित है। प्रत्येक ध्रुवक द्वारा पारगमित प्रकाश की तीव्रता है

(अ) 10% (ब) 20%
(स) 50% (द) 21%

16. दो निकॉल प्रिज्म इस प्रकार विन्यस्थ है कि उनके मुख्य तलों के मध्य कोण 60° हैं तो निकाय से आपतित अध्रुवित प्रकाश का कितना प्रतिशत गुजरेगा

(अ) 50% (ब) 100%
(स) 12.5% (द) 37.5%

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1 तरंगाग्र के लम्बवत् रेखा किसकी दिशा को व्यक्त करती है?

2 यंग की फ्रिंजो की चौड़ाई पर किन–किन भौतिक राशियों का प्रभाव पड़ता है?

3 प्रकाश के विवर्तन के हाइगन सिद्धान्त का कथन कीजिए।

4 किस प्रकार का तरंगाग्र निर्गत होगा (i) बिन्दु स्त्रोत से (ii) सुदूर प्रकाश स्त्रोत से

5 दो तरंगों के द्वारा व्यतिकरण प्राप्त होने की सबसे महत्वपूर्ण शर्त क्या है?

6 किसी एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में फ्रिंजों के मध्य कोणीय पार्थक्य किस प्रकार बदला है जब स्लिट एवं पर्दे के मध्य दूरी दो गुनी कर दी जाती है?

7 तरंगों के विवर्तन के लिये अवरोध अथवा छिद्र का आकार किस कोटि का होना चाहिये?

8 उन दो भौतिक घटनाओं का उल्लेख कीजिये जिनसे प्रकाश के तरंग स्वरूप की पुष्टि होती है।

9 प्रकाश की तरंग–प्रकृति होते हुये भी वह सीधी रेखा में गमन करता हुआ क्यों प्रतीत होता है?

10 एक छिद्र से होकर प्रकाश विवर्तन के प्रयोग में किन प्रकाश तरंगों के बीच अध्यारोपण होता है?

11 मैलस के नियम का गणितीय रूप क्या है?

लघूत्तरात्मक प्रश्न

1 प्रकाश तरंगों के लिये हाइगेन का सिद्धांत बतलाइये।

2 तरंगों के व्यतिकरण की परिभाषा दीजिये।

3 कला सम्बद्ध स्त्रोत क्या होते हैं?

4 प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? प्रकाश व ध्वनि तरंगों के विवर्तन की तुलना कीजिए।

5 सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता परिभाषित कीजिए। यह

किस प्रकार प्रभावित होगी जब

(i) जब प्रदीपन करने वाले विकिरणों की तरंगदैर्ध्य घटा दी जाती है

(ii) अभिदृश्य लैंस का व्यास घटा दिया जाता है तथा अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

6 दो पतली स्लिटों से आ रहे प्रकाश के व्यतिकरण से एक पर्दे पर फ्रिन्जें बन रही है। यदि स्लिटों के बीच की दूरी चार गुना तथा स्लिटों से पर्दे की दूरी आधी कर दी जाये तब फ्रिन्ज चौड़ाई कितने गुना हो जायेगी?

7 पोलेराइड की बनावट को समझाइये।

8 द्वि–अपर्वन से क्या तात्पर्य है?

9 व्यतिकरण और विवर्तन में अन्तर स्पष्ट कीजिये।

10 फ्रेनेल ओर फ्रॉनहॉफर विवर्तन में मुख्य अन्तर बताइये।

निबन्धात्मक प्रश्न

1 हाइगेन के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश के अपवर्तन की घटना को समझाइये और स्नेल के नियम का निगमन कीजिये।

2 हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से प्रकाश के परावर्तन की व्याख्या कीजिये।

3 प्रकाश के व्यतिकरण की विश्लेषणात्मक विवेचना करते हुये संपोषी एवं विनाशी व्यतिकरण की शर्ते बताइये।

4 प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? प्रकाश तरंगों की अपेक्षा ध्वनि तरंगों का विवर्तन अधिक सरलता से क्यों देखा जा सकता है? फ्रेनेल विवर्तन और फ्रॉनहॉफर विवर्तनों की तुलना कीजिए।

5 एकल झीरी से फ्रानहाफर विवर्तन को समझाइए।

6 ध्रुवण किसे कहते हैं? विद्युत सदिश की सहायता से ध्रुवण को समझाइये। स्पष्ट कीजिये कि यह अनुप्रस्थ तरंगों का ही गुण क्यों हैं?

7 ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न कने की चार विधियों के नाम लिखिये। द्वि–अपवर्तन को परिभाषित कर इसकी व्याख्या कीजिये।

8 परावर्तन द्वारा समतल ध्रुवित प्रकाश किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है? ब्रूस्टर का नियम क्या है? सिद्ध कीजिये कि जब एक समतल पारदर्शी पट्टिका पर प्रकाश ध्रुवण कोण पर आपतित होता है तो परावर्तित और अपवर्तित किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं।

9 कंपन तल व ध्रुवण तल की परिभाषा दीजिये। मैलस के नियम का उल्लेख कीजिये तथा समान्तर व क्रॉसित व्यवस्थाओं की व्याख्या कीजिये।

उत्तरमाला (बहुचयानात्मक प्रश्न)

1. (अ) 2. (ब) 3. (स) 4. (अ) 5. (द) 6. (द)
7. (ब) 8. (ब) 9. (अ) 10. (स) 11. (अ) 12. (ब)

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1. किरण की

2. प्रकाश के तरंग दैर्ध्य, स्रोतो के मध्य दूरी, माध्यम, पर्दे की दूरी

4 (i) गोलीय (ii) समतल

5 दोनों स्रोत कलासम्बद्ध होने चाहिए।

6 आधा हो जाता है।

7 प्रकाश के तरंग दैर्ध्य की कोटि का

8 व्यतिकरण विवर्तन ध्रुवण

9 इनका तरंग दैर्ध्य बहुत कम होता है।

10 छिद्र से मध्य स्थित विभिन्न स्रोतो की तरंगों के मध्य

आंकिक प्रश्न

1 एक ही आकृति की दो तरंगों के आयाम 2 : 1 अनुपात में है। व्यतिकरण क्षेत्र में कम्पनों के महत्तम व न्यूनतम आयामों तथा तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : 3 : 1 तथा 9 : 1)

2 किसी व्यतिकरण प्रयोग में I तथा 4I तीव्रताओं के दो स्त्रोतों का उपयोग किया गया है। उन बिन्दुओं पर तीव्रता ज्ञात कीजिये जहाँ पर अध्यारोपण करती हुई दोनों स्त्रोतों से तरंगों के मध्य कलान्तरः (अ) शून्य (ब) $\pi / 2$ (स) π है।

(उत्तर : 91.5I, I)

3 दो छिद्रों के मध्य दूरी ज्ञात कीजिये जो 1 m दूरी पर रखें पर्दे पर 1 mm चौड़ाई की फ्रिंजे बनाते हैं जब कि प्रकाश की तरंग दैर्ध्य 5000 Å है।

(उत्तर : 0.5 mm)

4 5500 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश 22×10^{-5} cm चौड़े रेखाछिद्र पर अभिलम्बवत् आपतित है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों और प्रथम दो निम्निष्ठों की कोणीय स्थिति ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : $\theta_1 = 0.25\,\text{rad}$, $\theta_2 = 0.50\,\text{rad}$)

5 दो पोलेराइड इस प्रकार रखे है कि उनसे निर्गत प्रकाश की तीव्रता महत्तम है। यदि एकपोलेराइड को दूसरे के सापेक्ष 30°, 90° से घुमा दिया जाये तो नवीन स्थितिणों में निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम तीव्रता का कौनसा भाग होगी?

(उत्तर : $3/4$, 0)

6 जब सूर्य क्षितिज से 37° कोण पर होता है तो पानी की सतह से परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है पानी का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : 1.33)

7 दो ध्रुवक प्लेटों की ध्रुवण दिशाएं समान्तर है जिससे निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम है। इनमें से एक प्लेट को कम से कम कितना घुमाया जाये कि निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम की चौथाई रह जाये?

(उत्तर : $\pm 60^\circ$)