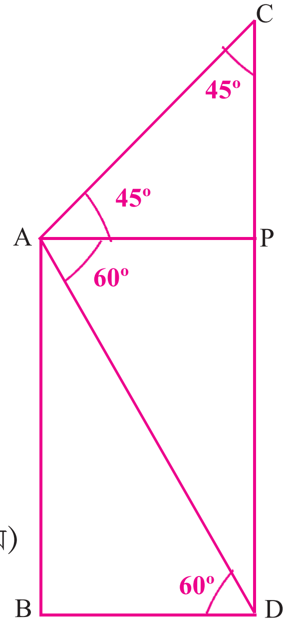


সমকোণী ΔABD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{18}{y} \quad \therefore y = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

সমকোণী ΔAPC থেকে পাই, $\tan \angle PAC = \frac{CP}{AP}$

বা, $\tan 45^\circ = \frac{x-18}{y} = \frac{x-18}{6\sqrt{3}}$

বা, $1 = \frac{x-18}{6\sqrt{3}}$

বা, $x-18 = 6\sqrt{3}$

বা, $x = 18+6\sqrt{3} = 6(3+\sqrt{3})$

বা, $x = 6(3+1.732)$ (প্রায়)

বা, $x = 6\times 4.732$ (প্রায়) $\quad \therefore x = 28.392$ (প্রায়)

$\therefore$ মনুমেন্টের উচ্চতা 28.392 মি. (প্রায়)

প্রয়োগ : 9. 11 মিটার উঁচু একটি বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে একটি ল্যাম্পপোস্টের চূড়া ও পাদবিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° এবং 60°; ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

ধরি, পাশের চিত্রের, AB = 11 মিটার উঁচু একটি বাড়ি

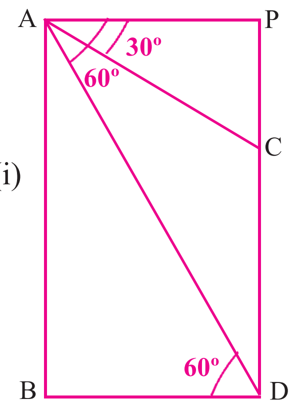
CD = ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা = x মিটার (ধরি)

AB-এর A বিন্দু থেকে ল্যাম্পপোস্টের চূড়া C বিন্দুর অবনতি কোণ 30° এবং A বিন্দু থেকে ল্যাম্পপোস্টের পাদদেশ D বিন্দুর অবনতি কোণ 60°

$\therefore \angle PAC = 30^\circ$ এবং $\angle PAD = 60^\circ$ [ধরি, AP||BD এবং DC-এর বর্ধিতাংশ CP]

AB=PD=11 মি., CD=x মি. $\therefore$ PC=(11−x) মি.

ধরি, BD=y মি. = AP



সমকোণী ত্রিভুজ APD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \frac{PD}{AP} = \frac{11}{y}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{11}{y} \quad \therefore y = \frac{11}{\sqrt{3}}$ ———— (i)

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ APC থেকে পাই, $\tan 30^\circ = \frac{PC}{AP}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{11-x}{y}$

বা, $y = 11\sqrt{3} - x\sqrt{3}$

বা, $\frac{11}{\sqrt{3}} = 11\sqrt{3} - x\sqrt{3}$ [(1) থেকে পাই]

বা, $11 = 33-3x$

বা, $3x = 22 \quad \therefore x = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$

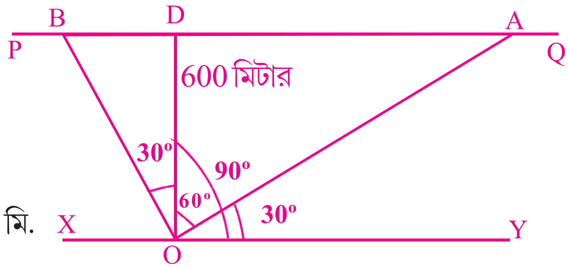
$\therefore$ ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা $7\frac{1}{3}$ মিটার।

প্রয়োগ : 10. 60 মিটার উঁচু একটি অট্টালিকার চূড়া থেকে কোনো টাওয়ারের চূড়া ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° হলে, টাওয়ারের উচ্চতা হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 11. 600 মিটার চওড়া কোনো নদীর একটি ঘাট থেকে দুটি নৌকা দুটি আলাদা অভিমুখে নদীর ওপারে যাওয়ার জন্য রওনা দিল। যদি প্রথম নৌকাটি নদীর এপারের সঙ্গে 30° কোণে এবং দ্বিতীয় নৌকাটি প্রথম নৌকার গতিপথের সঙ্গে 90° কোণ করে চলে ওপারে পৌঁছায়, তাহলে ওপারে পৌছানোর পরে নৌকাদুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে নির্ণয় করি। [$\sqrt{3}=1.732$ (প্রায়)]

ধরি, পাশের ছবিতে নদীর XY পাড়ের O বিন্দুতে অবস্থিত ঘাট থেকে প্রথম নৌকা OA বরাবর গিয়ে নদীর অপর পাড় PQ-এর A বিন্দুতে এবং অপর নৌকা OB বরাবর গিয়ে B বিন্দুতে ওপারে পৌঁছায়।

$\therefore \angle YOA=30^\circ$, $\angle AOB=90^\circ$; O বিন্দু থেকে AB-এর উপর OD লম্ব অঙ্কন করি।



$\therefore \angle AOD=60^\circ$ এবং $\angle DOB=30^\circ$

সমকোণী ত্রিভুজ AOD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \dfrac{AD}{OD}$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AD}{600 \text{ মি.}}$$

$$\therefore AD = 600\sqrt{3} \text{ মি.}$$

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ BOD থেকে পাই, $\tan 30^\circ = \dfrac{BD}{OD}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{600 \text{ মি.}}$$

$$\text{বা, } BD = \frac{600 \text{ মি.}}{\sqrt{3}} = \frac{600\sqrt{3} \text{ মি.}}{3}$$

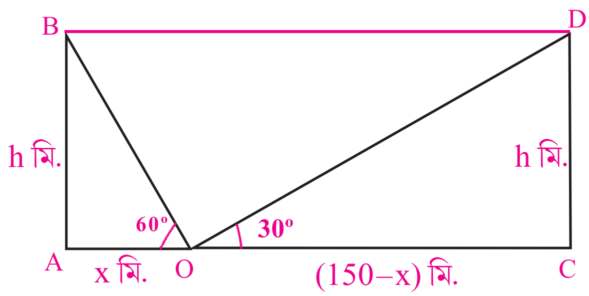
$$= 200\sqrt{3} \text{ মি.}$$

$AD+BD=(600\sqrt{3}+200\sqrt{3})$ মি.

$AB = 800\sqrt{3}$ মি. $= 800\times1.732$ মি. (প্রায়) $= 1385.6$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ ওপারে পৌঁছালে নৌকা দুটির মধ্যে দূরত্ব হবে 1385.6 মিটার (প্রায়)

প্রয়োগ : 12. একটি 150 মিটার চওড়া রাস্তার দু-পাশে ঠিক বিপরীতে দুটি সমান উচ্চতার স্তম্ভ আছে। স্তম্ভ দুটির মাঝখানে রাস্তার উপর কোনো এক নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে স্তম্ভ দুটির চূড়ার উন্নতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° হলে, প্রতিটি স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় করি।



ধরি, AB ও CD দুটি সমান উচ্চতার স্তম্ভ।

ধরি, $AB=CD=h$ মিটার।

ধরি, AC রাস্তার উপর নির্দিষ্ট বিন্দু O

ধরি, $OA=x$ মি. $\therefore OC=(150-x)$ মি.

$\therefore \angle AOB=60^\circ$ এবং $\angle COD=30^\circ$

সমকোণী ত্রিভুজ AOB থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \dfrac{AB}{AO} = \dfrac{h}{x}$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad \therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \text{ ———— (i)}$$

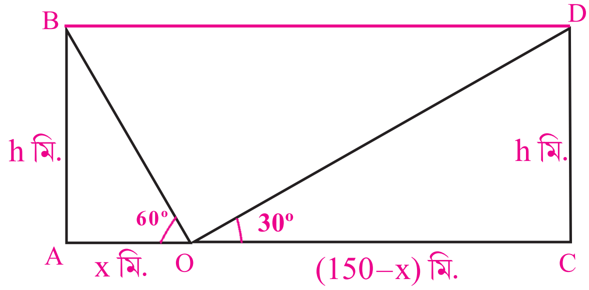
আবার, সমকোণী ত্রিভুজ COD থেকে পাই,

$\tan 30^\circ = \frac{CD}{OC} = \frac{h}{150-x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{150-x}$

বা, $150-x = h\sqrt{3}$

$\therefore \quad x = 150 - h\sqrt{3}$ ——— (ii)



$\therefore$ (i) ও (ii) নং তুলনা করে পাই, $\frac{h}{\sqrt{3}} = 150 - h\sqrt{3}$

বা, $h = 150\sqrt{3} - 3h$

বা, $4h = 150\sqrt{3} \quad \therefore h = \frac{150\sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ প্রতিটি স্তম্ভের উচ্চতা $\frac{75\sqrt{3}}{2}$ মিটার।

প্রয়োগ : 13. একটি পাখি ভূমিতলের সঙ্গে সমান্তরাল রেখায় 200 মিটার উঁচু দিয়ে উত্তর থেকে দক্ষিণদিকে যাচ্ছিল। মাঠের মাঝখানে দাঁড়িয়ে সুশোভন প্রথমে পাখিটিকে উত্তরদিকে 30° কোণে দেখতে পেল। 3 মিনিট পরে আবার দক্ষিণদিকে 45° কোণে দেখতে পেল। আসন্ন পূর্ণসংখ্যায় কিলোমিটারে পাখিটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত ছিল হিসাব করে লিখি। [$\sqrt{3} = 1.732$ (প্রায়)]

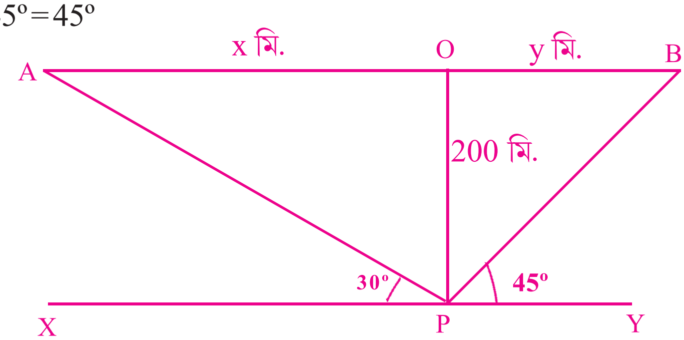
মনে করি, P বিন্দু থেকে সুশোভন প্রথমে পাখিটিকে 30° কোণে A বিন্দুতে দেখতে পেল এবং 3 মিনিট পরে 45° কোণে B বিন্দুতে দেখতে পেল।

ধরি, AO = x মি. এবং BO = y মি.

P বিন্দু থেকে AB-এর উপর PO লম্ব। $\therefore$ PO = 200 মি.

$\because \angle XPA = 30^\circ, \therefore \angle APO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$;

$\because \angle BPY = 45^\circ, \therefore \angle BPO = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$



সমকোণী ত্রিভুজ APO-তে

$\tan \angle APO = \tan 60^\circ = \frac{x}{200}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{x}{200} \quad \therefore x = 200\sqrt{3}$

সমকোণী ত্রিভুজ BPO-তে

$\tan \angle BPO = \tan 45^\circ = \frac{y}{200}$

বা, $1 = \frac{y}{200} \quad \therefore y = 200$

সুতরাং, $x+y = 200\sqrt{3} + 200 = 200(\sqrt{3}+1) = 200 \times 2.732 = 546.4$

3 মিনিটে পাখিটি যায় 546.4 মিটার

1 মিনিটে পাখিটি যায় $\frac{546.4 \text{ মি.}}{3}$

60 মিনিটে পাখিটি যায় $\frac{546.4}{3} \times 60$ মিটার $= 10928$ মিটার $= 10.928$ কিমি.

$\therefore$ আসন্ন পূর্ণসংখ্যায় পাখিটির গতিবেগ ঘণ্টায় 11 কিলোমিটার।

কষে দেখি 25

1. একটি নারকেল গাছের গোড়া থেকে অনুভূমিক তলে 20 মিটার দূরের একটি বিন্দুর সাপেক্ষে গাছটির অগ্রভাগের উন্নতি কোণ যদি 60° হয়, তাহলে গাছটির উচ্চতা নির্ণয় করি।
2. সূর্যের উন্নতি কোণ যখন 30° তখন একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য 9 মিটার হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
3. 150 মি. লম্বা সুতো দিয়ে একটি মাঠ থেকে ঘুড়ি ওড়ানো হয়েছে। ঘুড়িটি যদি অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণ করে উড়তে থাকে, তাহলে ঘুড়িটি মাঠ থেকে কত উঁচুতে রয়েছে হিসাব করে লিখি।
4. একটি নদীর একটি পাড়ের একটি তালগাছের সোজাসুজি অপর পাড়ে একটি খুঁটি পুঁতলাম। এবার নদীর পাড় ধরে ওই খুঁটি থেকে $7\sqrt{3}$ মিটার সরে গিয়ে দেখছি নদীর পাড়ের পরিপ্রেক্ষিতে গাছটির পাদদেশ 60° কোণে রয়েছে। নদীটি কত মিটার চওড়া নির্ণয় করি।
5. ঝড়ে একটি টেলিগ্রাফপোস্ট মাটি থেকে কিছু উপরে মচকে যাওয়ায় তার অগ্রভাগ গোড়া থেকে $8\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে এবং অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে। পোস্টটি মাটি থেকে কত উপরে মচকে ছিল এবং পোস্টটির উচ্চতা কত ছিল হিসাব করে লিখি।
6. আমাদের পাড়ায় রাস্তার দু-পাশে পরস্পর বিপরীত দিকে দুটি বাড়ি আছে। প্রথম বাড়ির দেয়ালের গোড়া থেকে 6 মিটার দূরে একটি মই-এর গোড়া রেখে যদি মইটিকে দেয়ালে ঠেকানো যায়, তবে তা অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করে। কিন্তু মইটিকে যদি একই জায়গায় রেখে দ্বিতীয় বাড়ির দেয়ালে লাগানো যায়, তাহলে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে।
   (i) মইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।
   (ii) দ্বিতীয় বাড়ির দেয়ালের গোড়া থেকে মইটির গোড়া কত দূরে রয়েছে হিসাব করে লিখি।
   (iii) রাস্তাটি কত চওড়া নির্ণয় করি।
   (iv) দ্বিতীয় বাড়ির কত উঁচুতে মইটির অগ্রভাগ স্পর্শ করবে নির্ণয় করি।
7. যদি একটি চিমনির গোড়ার সঙ্গে সমতলে অবস্থিত একটি বিন্দবু সাপেক্ষে চিমনির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হয় এবং সেই বিন্দু ও চিমনির গোড়ার সঙ্গে একই সরলরেখায় অবস্থিত ওই বিন্দু থেকে আরও 24 মিটার দূরের অপর একটি বিন্দুর সাপেক্ষে চিমনির চূড়ার উন্নতি কোণ 30° হয়, তাহলে চিমনির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
   [$\sqrt{3}$ -এর আসন্ন মান 1.732 ধরে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করি]
8. সূর্যের উন্নতি কোণ 45° থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 60° হলে, একটি খুঁটির ছায়ায় দৈর্ঘ্য 3 মিটার কমে যায়। খুঁটিটির উচ্চতা নির্ণয় করি।
   [$\sqrt{3} = 1.732$ ধরে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করি]
9. $9\sqrt{3}$ মিটার উঁচু তিনতলা বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে 30 মিটার দূরে অবস্থিত একটি কারখানার চিমনির উন্নতি কোণ 30° হয়। চিমনির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
10. একটি লাইট হাউস থেকে তার সঙ্গে একই সরলরেখায় অবস্থিত দুটি জাহাজের মাস্তুলের গোড়ার অবনতি কোণ যদি যথাক্রমে 60° ও 30° হয় এবং কাছের জাহাজের মাস্তুল যদি লাইট হাউস থেকে 150 মিটার দূরত্বে থাকে, তাহলে দূরের জাহাজের মাস্তুল লাইটি হাউস থেকে কত দূরত্বে রয়েছে এবং লাইট হাউসটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
11. একটি পাঁচতলা বাড়ির ছাদের কোনো বিন্দু থেকে দেখলে মনুমেন্টের চূড়ার উন্নতি কোণ ও গোড়ার অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° ; বাড়িটির উচ্চতা 16 মিটার হলে, মনুমেন্টের উচ্চতা এবং বাড়িটি মনুমেন্ট থেকে কত দূরে অবস্থিত হিসাব করে লিখি।

12. 250 মিটার লম্বা সুতো দিয়ে একটি ঘুড়ি ওড়াচ্ছি। সুতোটি যখন অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণ করে থাকে এবং সুতোটি যখন অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 45° কোণ করে তখন প্রতিক্ষেত্রে ঘুড়িটি আমার থেকে কত উপরে থাকবে হিসাব করে লিখি। এদের মধ্যে কোন ক্ষেত্রে ঘুড়িটি বেশি উঁচুতে থাকবে নির্ণয় করি।

13. উড়ো জাহাজের একজন যাত্রী কোনো এক সময় তাঁর এক পাশে হাওড়া স্টেশনটি এবং ঠিক বিপরীত পাশে শহিদ মিনারটি যথাক্রমে 60° ও 30° অবনতি কোণে দেখতে পান। ওই সময়ে উড়োজাহাজটি যদি $545\sqrt{3}$ মিটার উঁচুতে থাকে, তাহলে হাওড়া স্টেশন ও শহিদ মিনারের দূরত্ব নির্ণয় করি।

14. একটি তিনতলা বাড়ির ছাদে 3.3 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি পতাকা আছে। রাস্তার কোনো এক স্থান থেকে দেখলে পতাকা দণ্ডটির চূড়া ও পাদদেশের উন্নতি কোণ যথাক্রমে 50° ও 45° হয়। তিনতলা বাড়িটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি। [ধরি, $\tan 50^\circ = 1.192$]

15. দুটি স্তম্ভের উচ্চতা যথাক্রমে 180 মিটার ও 60 মিটার। দ্বিতীয় স্তম্ভটির গোড়া থেকে প্রথমটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির চূড়ার উন্নতি কোণ হিসাব করে লিখি।

16. সূর্যের উন্নতি কোণ 45° হলে, কোনো সমতলে অবস্থিত একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য যা হয়, উন্নতি কোণ 30° হলে, ছায়ার দৈর্ঘ্য তার চেয়ে 60 মিটার বেশি হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় করি।

17. একটি চিমনির সঙ্গে একই সমতলে অবস্থিত অনুভূমিক সরলরেখায় কোনো এক বিন্দু থেকে চিমনির দিকে 50 মিটার এগিয়ে যাওয়ায় তার চূড়ার উন্নতি কোণ 30° থেকে 60° হলো। চিমনির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

18. 126 ডেসিমি উঁচু একটি উল্লম্ব খুঁটি মাটি থেকে কিছু উপরে দুমড়ে গিয়ে উপরের অংশ কাত হয়ে পড়ায় তার অগ্রভাগ মাটি স্পর্শ করে ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে। খুঁটিটি কত উপরে দুমড়ে গিয়েছিল এবং তার অগ্রভাগ গোড়া থেকে কত দূরে মাটি স্পর্শ করেছিল হিসাব করে লিখি।

19. মাঠের মাঝখানে দাঁড়িয়ে মোহিত একটি উড়ন্ত পাখিকে প্রথমে উত্তরদিকে 30° উন্নতি কোণে এবং 2 মিনিট পরে দক্ষিণদিকে 60° উন্নতি কোণে দেখতে পেল। পাখিটি যদি একই সরলরেখা বরাবর $50\sqrt{3}$ মিটার উঁচুতে উড়ে থাকে, তবে তার গতিবেগ কিলোমিটার প্রতি ঘন্টায় নির্ণয় করি।

20. $5\sqrt{3}$ মিটার উঁচু একটি রেলওয়ে ওভারব্রিজে দাঁড়িয়ে অমিতাদিদি প্রথমে একটি ট্রেনের ইঞ্জিনকে ব্রিজের এপারে 30° অবনতি কোণে দেখলেন। কিন্তু 2 সেকেন্ড পরই ওই ইঞ্জিনকে ব্রিজের ওপারে 45° অবনতি কোণে দেখলেন। ট্রেনটির গতিবেগ মিটার প্রতি সেকেন্ডে হিসাব করে লিখি।

21. একটি নদীর পাড়ের সঙ্গে লম্বভাবে একটি সেতু আছে। সেতুটির একটি পাড়ের প্রান্ত থেকে নদীর পাড় ধরে কিছু দূর গেলে সেতুর অপর প্রান্তটি 45° কোণে দেখা যায় এবং পাড় ধরে আরও 400 মিটার দূরে সরে গেলে সেই প্রান্তটি 30° কোণে দেখা যায়। সেতুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

22. একটি পার্কের একপ্রান্তে অবস্থিত 15 মিটার উঁচু একটি বাড়ির ছাদ থেকে পার্কের অপর পারে অবস্থিত একটি ইটভাটার চিমনির পাদদেশ ও অগ্রভাগ যথাক্রমে 30° অবনতি কোণ ও 60° উন্নতি কোণে দেখা যায়। ইটভাটার চিমনির উচ্চতা এবং ইটভাটা ও বাড়ির মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করি।

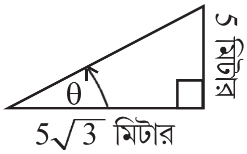
23. একটি উড়োজাহাজ থেকে রাস্তায় পরপর দুটি কিলোমিটার ফলকের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° হলে, উড়োজাহাজটির উচ্চতা নির্ণয় করি, (i) যখন ফলক দুটি উড়োজাহাজের বিপরীত পাশে অবস্থিত, (ii) যখন ফলক দুটি উড়োজাহাজের একই পাশে অবস্থিত।

24. **অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (V.S.A.)**

(A) বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.) :

(i) মাঠের উপর একটি বিন্দু থেকে মোবাইল টাওয়ারের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° এবং টাওয়ারের গোড়া থেকে ওই বিন্দুর দূরত্ব 10 মিটার। টাওয়ারের উচ্চতা

(a) 10 মিটার (b) $10\sqrt{3}$ মিটার (c) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ মিটার (d) 100 মিটার

(ii) 

θ-এর মান - (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 75°

(iii) তিনতলা বাড়ির ছাদ থেকে মাটিতে পড়ে থাকা একটি বাক্সকে যত কোণে দেখলে বাড়ির উচ্চতা ও বাড়ি থেকে বাক্সটির দূরত্ব সমান হয় তা হলো,

(a) 15° (b) 30° (c) 45° (d) 60°

(iv) একটি টাওয়ারের উচ্চতা $100\sqrt{3}$ মিটার। টাওয়ারের পাদবিন্দু থেকে 100 মিটার দূরে একটি বিন্দু থেকে টাওয়ারের চূড়ার উন্নতি কোণ

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) কোনোটিই নয়

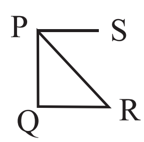
(v) একটি পোস্টের ভূমিতলে ছায়ার দৈর্ঘ্য পোস্টের উচ্চতার $\sqrt{3}$ গুণ হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) কোনোটিই নয়

(B) নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি :

(i) ΔABC এর $\angle B=90^\circ$, $AB=BC$ হলে, $\angle C=60^\circ$.

(ii) PQ একটি বাড়ির উচ্চতা, QR ভূমি। P বিন্দু থেকে R বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle SPR$; সুতরাং, $\angle SPR = \angle PRQ$.



(C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

(i) সূর্যের উন্নতি কোণ 30° থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 60° হলে, একটি পোস্টের ছায়ার দৈর্ঘ্য_____ পায়। (হ্রাস/বৃদ্ধি)

(ii) সূর্যের উন্নতি কোণ 45° হলে, একটি পোস্টের দৈর্ঘ্য ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্য__________ হবে।

(iii) যখন সূর্যের উন্নতি কোণ 45°-এর __________ তখন একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য স্তম্ভের উচ্চতা থেকে কম।

25. **সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (S.A.) :**

(i) একটি ঘুড়ির উন্নতি কোণ 60° এবং সুতোর দৈর্ঘ্য $20\sqrt{3}$ মিটার হলে, ঘুড়িটি মাটি থেকে কত উচ্চতায় আছে হিসাব করি।

(ii) একটি সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্র ABC-এর অতিভুজ AC-এর দৈর্ঘ্য 100 মিটার এবং $AB=50\sqrt{3}$ মিটার হলে, $\angle C$ এর মান নির্ণয় করি।

(iii) ঝড়ে একটি গাছ মচকে গিয়ে তার অগ্রভাগ এমনভাবে ভূমি স্পর্শ করেছে যে গাছটির অগ্রভাগ থেকে গোড়ার দূরত্ব এবং বর্তমান উচ্চতা সমান। গাছটির অগ্রভাগ ভূমির সাথে কত কোণ করেছে হিসাব করি।

(iv) ABC সমকোণী ত্রিভুজ $\angle B=90^\circ$, AB র উপর D এমন একটি বিন্দু যে $AB : BC : BD = \sqrt{3} : 1 : 1$, $\angle ACD$ -এর মান নির্ণয় করি।

(v) একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য এবং স্তম্ভের উচ্চতার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় করি।

26 রাশিবিজ্ঞান : গড় , মধ্যমা, ওজাইভ, সংখ্যাগুরুমান

STATISTICS : MEAN, MEDIAN, OGIVE, MODE

আমাদের বিরামপুর গ্রামের চৌরাস্তার মোড়ে দুটি চায়ের দোকানে খুব ভালো মানের চা পাওয়া যায়। একটি বিমলকাকার চা-এর দোকান এবং অন্যটি আশাকাকিমার চা-এর দোকান। দিনের প্রায় সকল সময়ে ওই দুটি দোকানে খরিদ্দারদের ভিড় লেগেই থাকে।

সুতপা ওই দুটি চা-এর দোকানের প্রত্যেকটির গতমাসের প্রতিদিন কত টাকা লাভ হয়েছে তার একটা হিসাবের ছক তৈরি করেছে।

সুতপার তৈরি সেই হিসাবের ছক দুটি হলো,

গতমাসে বিমলকাকার দোকানের প্রতিদিন লাভের (টাকায়) ছক,

321,	352,	388,	410,	480,	400,	475,	415,	345,	360
445,	390,	552,	495,	570,	530,	436,	580,	510,	462
437,	491,	498,	460,	372,	463,	458,	515,	464,	428

গতমাসে আশাকাকিমার দোকানের প্রতিদিন লাভের (টাকায়) ছক,

315,	420,	480,	530,	580,	315,	360,	440,	480,	465
530,	465,	580,	360,	420,	360,	480,	530,	580,	360
440,	420,	360,	480,	530,	420,	580,	530,	465,	420

(1) কিন্তু উপরের তথ্য থেকে গতমাসে কোন দোকানে গড় লাভ বেশি হয়েছে কীভাবে বুঝব? অর্থাৎ দুটি দোকানের পাওয়া তথ্যের তুলনা কীভাবে করতে পারব দেখি।

আমরা প্রতিটি তথ্যের জন্য এমন কোনো কোনো বিশেষ সংখ্যা নির্ণয় করব যা সম্পূর্ণ তথ্যটির প্রতিনিধিত্ব (Representative) করবে।

(2) প্রতিটি তথ্যের জন্য এই কোনো কোনো বিশেষ সংখ্যাকে কী বলা হয়?

কোনো তথ্যের কোনো কোনো বিশেষ সংখ্যা যেগুলি সম্পূর্ণ তথ্যের প্রতিনিধিত্ব করে, সেগুলি সাধারণত তথ্যের কেন্দ্রীয় অবস্থান (Central position)-এর কাছাকাছি থাকে। তাই ওই বিশেষ সংখ্যাগুলিকে তথ্যের **মধ্যগামিতার মাপক** (Measure of Central tendency) বলা হয়।

(3) কেন্দ্রীয় অবস্থান বলতে কী বুঝি?

তথ্যের সংখ্যা গুলিকে ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে মাঝের সংখ্যা / সংখ্যাগুলির কাছাকাছি অবস্থানকে কেন্দ্রীয় অবস্থান বলা হয়।

মধ্যগামিতার মাপক তিনটি— (i) গড় (Mean) (ii) মধ্যমা (Median) (iii) ভূয়িষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান (Mode)

(4) সুতপার পাওয়া বিমলকাকার চা-এর দোকানের লাভের তথ্যের গড় (Mean)নির্ণয় করি ও কী পাই দেখি।

গতমাসে 30 দিনে বিমলকাকার মোট লাভ হয় = $x_1+x_2+x_3+ \ldots\ldots\ldots +x_{30}$

যেখানে x_1=321 টাকা, x_2=352 টাকা, x_3=388 টাকা , ..., x_{30}=428 টাকা

∴ মোট লাভ = (321+352+388+........+428) টাকা

= 13502 টাকা

∴ বিমলকাকার দোকানের গড় লাভ = $\frac{13502 \text{ টাকা}}{30}$ = 450.06 টাকা = 450 টাকা(প্রায়)।

এই পদ্ধতিতে পাওয়া গড়কে **যৌগিক গড় (Arithmetic mean)** বলা হয়। শুধু গড় বলতে আমরা সাধারণত যৌগিক গড়কেই বুঝি।

x চলের n টি বিভিন্ন মান $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ -এর যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\ldots..+x_n}{n}$$

$\bar{x}$ কে পড়ি x -bar.

5 কিন্তু সংক্ষেপে কীভাবে লিখব?

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\ldots..+x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

এখানে $\sum$ চিহ্নটি গ্রিক বর্ণ এবং বলা হয় Capital Sigma , যার অর্থ সমষ্টি।

তাহলে $\sum_{i=1}^{10} x_i$ কী হবে?

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}.$$

$\sum_{i=1}^{10}(10\times i)$ কী হবে?

$$\sum_{i=1}^{10}(10\times i) = (10\times1)+(10\times2)+\ldots..+(10\times10)$$
$$= 10\times(1+2+3+\ldots..+10)$$
$$= 10\times55 \;\; = 550$$

আমি সুতপার পাওয়া আশাকাকিমার চা-এর দোকানের লাভের তথ্যটির পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি।

সারণি-1 (Table – 1)

লাভের পরিমাণ (টাকায়) (x_i)	315	360	420	440	465	480	530	580	মোট
দিনসংখ্যা (f_i)	2	5	5	2	3	4	5	4	30

এক্ষেত্রে আশাকাকিমার চা-এর দোকানের গতমাসের গড় লাভ কীভাবে পাব? অর্থাৎ পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা থেকে গড় মান কীভাবে নির্ণয় করব দেখি। অর্থাৎ অবিন্যস্ত (Ungrouped) তথ্যের যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

লাভের পরিমাণ টাকা (x_i)	দিন সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
315	2	630
360	5	1800
420	5	2100
440	2	880
465	3	1395
480	4	1920
530	5	2650
580	4	2320
মোট	$\sum f_i=30$	$\sum f_i x_i=13695$

∴ গতমাসে আশাকাকিমার চা-এর দোকানের গড়লাভ $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{13695}{30}$ টাকা = 456.50 টাকা

∴ দেখছি, সুতপার পাওয়া তথ্য অনুযায়ী গতমাসে আশাকাকিমার দোকানে লাভের গড় বেশি ছিল।

কিন্তু পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা থেকে যে যৌগিক গড় নির্ণয় করলাম তাকে কী বলা হয়?

x চলের **ভারযুক্ত গড় (Weighted mean)** বলা হয়।

বুঝেছি, যদি x চলের $x_1, x_2, x_3 ..... x_n$ মানের পরিসংখ্যাগুলি যথাক্রমে $f_1, f_2, f_3 ..... f_n$ হয়, তাহলে $\bar{x}$ উহাদের ভারযুক্ত গড় হবে যদি, $\bar{x} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + ... + x_nf_n}{f_1 + f_2 + ... + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ হয়।

প্রয়োগ : 1. আমাদের গ্রামের উচ্চমাধ্যমিক বিদ্যালয়ে শাকিলদের শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার তালিকা তৈরি করেছি। ওদের গড় উচ্চতা নির্ণয় করি।

শিক্ষার্থীর সংখ্যা	2	6	8	12	7	3	2
শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সেমি.)	90	97	110	125	134	140	148

শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সেমি.) (x_i)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
90	2	$90 \times 2 = 180$
97	6	$97 \times 6 =$ ☐
110	8	$110 \times 8 =$ ☐
125	12	☐
134	7	☐
140	3	☐
148	2	☐
মোট	$\sum f_i = 40$	$\sum f_i x_i = 4796$

$\therefore$ শিক্ষার্থীর গড় উচ্চতা $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4796}{40}$ সেমি. $= 119.9$ সেমি.

প্রয়োগ : 2. বিশাখের শ্রেণির 30 জন ছাত্রের ভূগোল পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর হলো,

61, 78, 80, 77, 80, 69, 73, 61, 82, 78, 79, 72, 78, 62, 80
71, 82, 73, 66, 73, 62, 80, 74, 78, 62, 80, 66, 70, 79, 75

ভূগোল পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের যৌগিক গড় নির্ণয় করি। [নিজে করি]

আমি সারণি-1 (Table-1)-এর সুতপার তৈরি আশাকাকিমার চা-এর দোকানের লাভের অবিন্যস্ত (Ungrouped) তথ্যটি বিন্যস্ত (Grouped) তথ্যে লিখি যেখানে শ্রেণি দৈর্ঘ্য 50.

আমি পাশের বিন্যস্ত তথ্যটি থেকে লাভের যৌগিক গড় নির্ণয় করি ও কী পাই দেখি।

পাশের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকায় প্রতিটি শ্রেণি অন্তরের প্রতিনিধিত্ব করবে এমন সংখ্যা কীভাবে পাব?

সারণি-2 (Table – 2)

লাভের পরিমাণ (টাকা)	দিনসংখ্যা (f_i)
300 - 350	2
350 - 400	5
400 - 450	7
450 - 500	7
500 - 550	5
550 - 600	4
মোট	30

ধরে নেওয়া হয় যে, বিন্যস্ত তথ্যের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার প্রতিটি শ্রেণির পরিসংখ্যার বেশিরভাগ সংখ্যাগুলি সেই **শ্রেণির মধ্যমান বা শ্রেণি মধ্যকের** কাছাকাছি কেন্দ্রীভূত হয়ে থাকে। তাই প্রতিটি শ্রেণির শ্রেণি মধ্যককে ওই শ্রেণির প্রতিনিধি ধরা হয়, যেখানে

শ্রেণি মধ্যক $= \frac{\text{নিম্ন শ্রেণি সীমানা + উচ্চ শ্রেণি সীমানা}}{2}$

প্রয়োগ : 3. আমি Table-2 থেকে গতমাসে আশাকাকিমার দোকানের লাভের যৌগিক গড় নির্ণয় করি ও কী পাই দেখি।

সারণি-3 (Table – 3)

লাভের পরিমাণ (টাকা)	দিনসংখ্যা (পরিসংখ্যা f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$x_i f_i$
300 - 350	2	325	650
350 - 400	5	375	1875
400 - 450	7	425	2975
450 - 500	7	475	3325
500 - 550	5	525	2625
550 - 600	4	575	2300
মোট	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 13750$

$\therefore$ লাভের যৌগিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{13750}{30}$ টাকা $= 458.33$ টাকা (প্রায়)

(6) যৌগিক গড় নির্ণয়ের এই নতুন পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

যৌগিক গড় নির্ণয়ের এই নতুন পদ্ধতিকে **প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method)** বলা হয়।

দেখছি, আশাকাকিমার দোকানের লাভের অবিন্যস্ত তথ্য থেকে গড় লাভ পেয়েছি 456.50 টাকা এবং বিন্যস্ত তথ্য থেকে গড় লাভ পেলাম 458.33 টাকা (প্রায়)।

(7) কিন্তু এমন আলাদা মান কেন পেলাম এবং কোনটি ঠিক?

Table-2-এর বিন্যস্ত তথ্যে শ্রেণি মধ্যক ধরে নিয়েছি, তাই বিন্যস্ত তথ্য থেকে আসন্ন মানে (approximate) গড় 458.33 পেয়েছি।

কিন্তু অবিন্যস্ত তথ্যের গড় মান 456.50 ঠিক।

(8) কিন্তু x_i এবং f_i-এর মান খুব বড়ো হলে তখন x_i এবং f_i-এর গুণফল নিয়ে হিসাব করা জটিল ও সময়সাপেক্ষ হয়ে পড়বে এবং ভুল হওয়ার সম্ভবনা থাকবে। তাই আরও সহজে এবং কম সময়ে কীভাবে হিসাব করব দেখি।

f_i-এর মানের পরিবর্তন করা যাবে না। কিন্তু প্রতিটি x_i থেকে একটি নির্দিষ্ট মান বিয়োগ করে যে নতুন x_i পাব তাদের সাহায্যে যৌগিক গড় নির্ণয় করতে পারব।

তাই প্রথমে x_i থেকে একটি নির্দিষ্ট x_i বেছে নিয়ে প্রতিটি x_i থেকে বিয়োগ করে যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

(9) কিন্তু ওই নির্দিষ্ট x_i-কে কী বলা হয়?

ওই নির্দিষ্ট x_i যা প্রতিটি x_i থেকে বিয়োগ করা হয়, তাকে **কল্পিত গড় (Assumed mean)** বলা হয় এবং সাধারণত "a" চিহ্ন দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

আবার, এই যৌগিক গড় নির্ণয়ের হিসাব আরও সহজ করার জন্য এই কল্পিত গড় (Assumed mean)-a -কে সাধারণত $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$-এর মধ্য থেকে যে x_i কেন্দ্রে আছে তাকে নেওয়া হয়।

$\therefore$ Table-3-এ ধরি, a=425 বা a=475

প্রয়োগ : 4. আমি $a=425$ ধরে, $d_i=x_i-a=x_i-425$ লিখে Table – 1 থেকে প্রাপ্ত তথ্যের যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

সারণি-4 (Table – 4)

লাভের পরিমাণ (টাকা)	দিনসংখ্যা (পরিসংখ্যা f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	($d_i=x_i-a$) $d_i=(x_i-425)$	$d_i f_i$
300 - 350	2	325	–100	–200
350 - 400	5	375	–50	–250
400 - 450	7	425 = a	0	0
450 - 500	7	475	50	350
500 - 550	5	525	100	500
550 - 600	4	575	150	600
মোট	$\sum f_i=30$			$\sum f_i d_i=1000$

∴ উপরের ছক থেকে পাই, $\bar{d}=\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}=\frac{1000}{30}=33.33$ (প্রায়)

(10) এই $\bar{d}$ কে কী বলা হয়?

d_i হলো প্রতিটি x_i থেকে a -এর **বিচ্যুতি** [Deviation] এবং $\bar{d}$ হলো **বিচ্যুতির গড়** [Mean of the Deviation]।

(11) এখন আমরা $\bar{x}$ ও $\bar{d}$-এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করি।

$$\bar{d}=\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}=\frac{\sum f_i(x_i-a)}{\sum f_i}$$

$$=\frac{\sum f_i x_i-\sum f_i a}{\sum f_i}$$

$$=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}-\frac{\sum f_i a}{\sum f_i}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}-\frac{a\sum f_i}{\sum f_i} \quad [\because a \text{ ধ্রুবক}]$$

$$\bar{d}=\bar{x}-a$$

বা, $\bar{x}=a+\bar{d}$

বা, $\bar{x}=a+\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

লাভের যৌগিক গড় $=a+\bar{d}=(425+33.33)$ (প্রায়) $=458.33$ (প্রায়)

∴ গতমাসে আশাকাকিমার চা-এর দোকানে গড় লাভ হয়েছিল 458.33 টাকা (প্রায়)।

(12) তুলনামূলকভাবে সহজে যৌগিক গড় নির্ণয়ের এই পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

যৌগিক গড় নির্ণয়ের উপরের পদ্ধতিকে **কল্পিত গড় পদ্ধতি (Asumed Mean Method)** বা **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short Method)** বা **বিচ্যুতি পদ্ধতি (Deviation Method)** বলা হয়।

যৌগিক গড় নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method) বা কল্পিত গড় পদ্ধতি (Asumed Mean Method) যে-কোনো একটি পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়। তবে তথ্যের সাংখ্যমান বড়ো হলে কল্পিত গড় পদ্ধতি (Asumed Mean Method)-তে যৌগিক গড় নির্ণয় করা সুবিধাজনক।

আমি সারণি 3-এর $a=325$; [অথবা $a=375$ বা $a=475$ বা $a=525$ বা $a=575$] নিয়ে কল্পিত গড় (Asumed Mean) পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় করে হাতেকলমে যাচাই করি যে প্রতিক্ষেত্রে যৌগিক গড়ের মান একই হবে। [নিজে করি]

কিন্তু কল্পিত গড় পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয়ের সময়ে দেখছি Table-4-এর চতুর্থ স্তম্ভের প্রতিটি সংখ্যা 50-এর গুণিতক। তাই প্রতিটি d_i-কে 50 দিয়ে ভাগ করে হিসাব করলে হিসাবটি আগের তুলনায় অনেক সহজ হয়। অর্থাৎ প্রতিটি d_i-কে শ্রেণি দৈর্ঘ্য (h) দিয়ে ভাগ করলে সহজে হিসাব করা সম্ভব হয়।

প্রয়োগ : 4. Table-4-থেকে $\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$ নির্ণয় করি যেখানে $u_i = \frac{x_i - a}{h}$, এখানে a=425 এবং h=50

লাভের পরিমাণ (টাকা)	দিনসংখ্যা (পরিসংখ্যা f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$(d_i = x_i - a)$ $d_i = x_i - 425$	$u_i = \frac{x_i - a}{50}$	$f_i u_i$
300 - 350	2	325	−100	−2	−4
350 - 400	5	375	−50	−1	−5
400 - 450	7	425	0	0	0
450 - 500	7	475	50	1	7
500 - 550	5	525	100	2	10
550 - 600	4	575	150	3	12
মোট	$\sum f_i = 30$				$\sum f_i u_i = 20$

$\therefore$ পেলাম, $\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

13 আমি $\bar{u}$ ও $\bar{x}$ -এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করি।

$$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i \left(\frac{x_i - a}{h}\right)}{\sum f_i} \qquad \left[\because u_i = \frac{x_i - a}{h}\right]$$

$$= \frac{1}{h} \times \frac{\sum f_i (x_i - a)}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1}{h} \times \left[\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} - \frac{a \sum f_i}{\sum f_i}\right]$$

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \times (\bar{x} - a)$$

বা, $h\bar{u} = \bar{x} - a$

সুতরাং, $\bar{x} = a + h\bar{u}$

$$\therefore \bar{x} = a + h\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

বুঝেছি, এই পদ্ধতিতে গতমাসে আশাকাকিমার চা-এর দোকানের গড় লাভ $= (425 + 50 \times \frac{2}{3})$ টাকা
$= 458.33$ টাকা (প্রায়)

$\therefore$ যৌগিক গড়ের একই মান পেলাম।

14 তুলনামূলকভাবে আরও সহজে যৌগিক গড় নির্ণয়ের উপরের পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

যৌগিক গড় নির্ণয়ের উপরের পদ্ধতিকে **ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step-deviation method)** বলা হয়।

15 ক্রম-বিচ্যুতি (Step-deviation) পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় কি সর্বদা সুবিধাজনক?

যদি সকল শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য সমান হয় অথবা সকল d_i-এর একটি সাধারণ উৎপাদক থাকে তবেই ক্রম-বিচ্যুতি

পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় সুবিধাজনক।

∴ **পেলাম,** (i) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি, কল্পিত গড় পদ্ধতি ও ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতির প্রতিক্ষেত্রে প্রাপ্ত যৌগিক গড়ের মান সমান।

(ii) কল্পিত গড় পদ্ধতি এবং ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি উভয়েই প্রত্যক্ষ পদ্ধতির একটি সরলতর রূপ।

(iii) যদি শ্রেণি দৈর্ঘ্য সমান হয় তাহলে যৌগিক গড় নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতিতে গণনা সহজ হবে।

(iv) আবার, শ্রেণি দৈর্ঘ্য অসমান হলে যৌগিক গড় নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি করা যাবে যদি সকল d_i-এর একটি সাধারণ উৎপাদক থাকে।

প্রয়োগ : 5. আমি ও সতীশ আমাদের পাড়ার 50 টি পরিবারের এক সপ্তাহে বিদ্যুৎ খরচের তথ্যটি একটি ছকে লিখেছি, সেই ছকটি হলো—

বিদ্যুৎ খরচের পরিমাণ (ইউনিট)	85–105	105–125	125–145	145–165	165–185	185–205
পরিবারের সংখ্যা	3	12	18	10	5	2

আমি যৌগিক গড় নির্ণয়ের তিনটি পদ্ধতিতে 50 টি পরিবারের এক সপ্তাহের বিদ্যুৎ খরচের যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

প্রথমে শ্রেণি মধ্যক নির্ণয় করে প্রদত্ত তথ্যটি লিখি,

বিদ্যুৎ খরচের পরিমাণ (ইউনিট)	পরিবারের সংখ্যা (পরিসংখ্যা f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)
85 - 105	3	95
105 -125	12	115
125 - 145	18	135
145 - 165	10	155
165 - 185	5	175
185 - 205	2	195
মোট	$\sum f_i=50$	

ধরি, $a=155$ এবং এখানে শ্রেনি দৈর্ঘ্য $h=20$

∴ $d_i = x_i-155$ এবং $u_i = \frac{x_i-155}{20}$ ধরে নীচের ছকে লিখি।

বিদ্যুৎ খরচের পরিমাণ (ইউনিট)	পরিবারের সংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$d_i=x_i-155$	$u_i=\frac{x_i-155}{20}$	$f_i x_i$	$f_i d_i$	$f_i u_i$
85 - 105	3	95	–60	–3	285	–180	–9
105 -125	12	115	–40	–2	1380	–480	–24
125 - 145	18	135	–20	–1	2430	–360	–18
145 - 165	10	155	0	0	1550	0	0
165 - 185	5	175	20	1	875	100	5
185 - 205	2	195	40	2	390	80	4
মোট	50				6910	–840	–42

∴ উপরের ছক থেকে পেলাম, $\sum f_i=50, \sum f_i x_i=6910, \sum f_i d_i=-840$ এবং $\sum f_i u_i=-42$

$\therefore$ প্রত্যক্ষ পদ্ধতি থেকে পাই, যৌগিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6910}{50}$ ইউনিট $= 138.2$ ইউনিট

কল্পিত গড় পদ্ধতি থেকে পাই, যৌগিক গড় $= a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 155 + \frac{(-840)}{50}$ ইউনিট

$= 155 - 16.8 = 138.2$ ইউনিট

আবার, ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি থেকে পাই, যৌগিক গড় $= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

$= 155 + \left(\frac{-42}{50}\right) \times 20$ ইউনিট

$= 155 - 16.8 = 138.2$ ইউনিট

$\therefore$ তিনটি পদ্ধতির সাহায্যে দেখছি, পাড়ার 50 টি পরিবারের এক সপ্তাহের বিদ্যুৎ খরচের যৌগিক গড় 138.2 ইউনিট।

প্রয়োগ : 6. রমেশ তাঁতির অনেকগুলি তাঁত আছে। সেখানে 35 জন তাঁতির সাপ্তাহিক আয়ের (টাকার) পরিমাণের তথ্যটি নীচের ছকে লিখেছি।

আয় (টাকায়)	2500 - 3000	3000 - 3500	3500 - 4000	4000 - 4500	4500 - 5000
পরিসংখ্যা	3	6	9	12	5

আয়ের যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

a=3750 এবং h=500 ধরে ক্রম-বিচ্যুতি[Step-deviation]পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

আয় (টাকায়) (শ্রেণি অন্তর)	পরিসংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$u_i = \frac{x_i - 3750}{500}$	$f_i u_i$
2500 - 3000	3	2750	-2	-6
3000 - 3500	6	3250	-1	-6
3500 - 4000	9	3750	0	0
4000 - 4500	12	4250	1	12
4500 - 5000	5	4750	2	10
মোট	$\sum f_i = 35$			$\sum f_i u_i = 10$

$\therefore$ আয়ের যৌগিক গড় $= 3750$ টাকা $+ 500 \times \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$ টাকা

$= 3750$ টাকা $+ \left[500 \times \frac{10}{35}\right]$ টাকা $= \square$ টাকা

প্রয়োগ : 7. যে-কোনো পদ্ধতির সাহায্যে নীচের তথ্যের যৌগিক গড় নির্ণয় করি। [নিজে করি]

শ্রেণি	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
পরিসংখ্যা	7	5	6	12	8	2

হাতেকলমে

আমি আমার শ্রেণির 40 জন বন্ধুর ওজনের একটি বিন্যস্ত তথ্যের ছক তৈরি করি ও ওই তথ্য থেকে যৌগিক গড়ের তিনটি পদ্ধতির সাহায্যে আমার শ্রেণির ওই 40 জন বন্ধুর ওজনের যৌগিক গড় নির্ণয় করি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 8. যদি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় 54 হয়, তবে k-এর মান নির্ণয় করি।

শ্রেণি	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
পরিসংখ্যা	7	11	k	9	13

শ্রেণি অন্তর	পরিসংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$f_i x_i$	$u_i = \frac{x_i - 50}{20}$	$f_i u_i$
0 - 20	7	10	70	–2	–14
20 - 40	11	30	330	–1	–11
40 - 60	k	50 = a	50k	0	0
60 - 80	9	70	630	1	9
80 - 100	13	90	1170	2	26
মোট	$\sum f_i = 40+k$		$\sum f_i x_i = 2200+50k$		$\sum f_i u_i = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় যৌগিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2200+50k}{40+k}$

শর্তানুসারে, $\frac{2200+50k}{40+k} = 54$

বা, $2200 + 50k = 2160 + 54k$

বা, $50k - 54k = 2160 - 2200$

বা, $-4k = -40$

$\therefore$ $k = 10$

অন্যভাবে,

যৌগিক গড় $= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

$54 = 50 + \frac{10}{40+k} \times 20$

বা, $4 = \frac{200}{40+k}$

বা, $40+k = 50$

$\therefore$ $k = 10$

প্রয়োগ : 9. যদি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় 25 হয়, তবে k-এর মান নির্ণয় করি। [নিজে করি]

শ্রেণি	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
পরিসংখ্যা	5	k	15	16	6

প্রয়োগ : 10. মারিয়া তাদের গ্রামের অঙ্কন প্রতিযোগিতায় কে কত নম্বর পেয়েছে তার একটি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করেছে। তালিকাটি হলো:

নম্বর	0 অথবা 0-এর বেশি	10 অথবা 10-এর বেশি	20 অথবা 20-এর বেশি	30 অথবা 30-এর বেশি	40 অথবা 40-এর বেশি	50 অথবা 50-এর বেশি
প্রতিযোগীর সংখ্যা	40	36	22	11	2	0

আমি অঙ্কন প্রতিযোগিতায় প্রাপ্ত নম্বরের যৌগিক গড় নির্ণয় করি।

প্রথমে বৃহত্তর সূচক ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকাটিকে সাধারণ বিভাজন তালিকায় প্রকাশ করি।

দেখছি, 40 জন শিক্ষার্থী 0 বা 0-এর বেশি নম্বর পেয়েছে,

এবং 36 জন শিক্ষার্থী 10 বা 10-এর বেশি নম্বর পেয়েছে,

∴ 0 থেকে 10-এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে (40–36) জন =4 জন শিক্ষার্থী

একইভাবে 10 থেকে 20-এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে (36–22) জন =14 জন শিক্ষার্থী

∴ পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকাটি হলো :

নম্বর	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
প্রতিযোগীর সংখ্যা	4	14	11	9	2

কল্পিত গড় 25 ধরে ক্রম বিচ্যুতি পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় করি—

শ্রেণি-সীমানা (নম্বর)	প্রতিযোগীর সংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$u_i=\frac{x_i-25}{10}$	f_iu_i
0 - 10	4	5	–2	–8
10 - 20	14	15	–1	–14
20 - 30	11	25	0	0
30 - 40	9	35	1	9
40 - 50	2	45	2	4
মোট	$\sum f_i=40$			$\sum f_iu_i=-9$

নির্ণেয় যৌগিক গড় $=25+10\times\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}$ $=25+10\left(\frac{-9}{40}\right)$ $=25-2.25$ $=22.75$

∴ 40 জন প্রতিযোগীর প্রাপ্ত নম্বরের গড় 22.75

প্রয়োগ : 11. আমি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় নির্ণয় করি :

শ্রেণি-সীমা	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79
পরিসংখ্যা	12	20	14	6	5	3

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার শ্রেণিগুলি শ্রেণি-অন্তর্ভুক্ত।

তাই প্রথমে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার শ্রেণি-অন্তর্ভুত শ্রেণিগুলি শ্রেণি-বহির্ভুক্ত আকারে লিখে যৌগিক গড় নির্ণয় করি। কল্পিত গড় 44.5 ধরি। এখানে শ্রেণি দৈর্ঘ্য (h) = 10

শ্রেণি-সীমা	শ্রেণি-সীমানা	পরিসংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	$[u_i=\frac{x_i-a}{h}]$ $u_i=\frac{x_i-44.5}{10}$	f_iu_i
20 - 29	19.5 - 29.5	12	24.5	–2	–24
30 - 39	29.5 - 39.5	20	34.5	–1	–20
40 - 49	39.5 - 49.5	14	44.5	0	0
50 - 59	49.5 - 59.5	6	54.5	1	6
60 - 69	59.5 - 69.5	5	64.5	2	10
70 - 79	69.5 - 79.5	3	74.5	3	9
	মোট	$\sum f_i=60$			$\sum f_iu_i=-19$

∴ নির্ণেয় যৌগিক গড় $=44.5+h\times\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}$ $=44.5+\left(10\times\frac{-19}{60}\right)$ $=$ ☐ [নিজে হিসাব করে লিখি]

প্রয়োগ : 12. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় নির্ণয় করি। [নিজে করি]

শ্রেণি-সীমা	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 -54
পরিসংখ্যা	10	12	15	5	3	5

প্রয়োগ : 13. নীচের তালিকা থেকে একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 52 জন ছাত্রের গড় নম্বর প্রত্যক্ষ পদ্ধতি ও কল্পিত গড় পদ্ধতিতে নির্ণয় করি।

ছাত্র সংখ্যা	4	7	10	15	8	5	3
নম্বর	30	33	35	40	43	45	48

ধরি, কল্পিত গড় (a) = 40

নম্বর (x_i)	ছাত্র সংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$	($d_i = x_i - a$) $d_i = (x_i - 40)$	$f_i d_i$
30	4	120	–10	–40
33	7	231	–7	–49
35	10	350	–5	–50
40=a	15	600	0	0
43	8	344	3	24
45	5	225	5	25
48	3	144	8	24
মোট	$\sum f_i = 52$	$\sum f_i x_i = 2014$		$\sum f_i d_i = -66$

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গড় নম্বর $= \frac{2014}{52} = 38.73$ (প্রায়)

কল্পিত গড় পদ্ধতিতে, গড় নম্বর $= a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

$= 40 + \frac{-66}{52}$

$= 40 - \frac{66}{52}$

$= (40 - 1.27)$ (প্রায়)

$= 38.73$ (প্রায়)

কষে দেখি 26.1

1. আমি আমার 40 জন বন্ধুর বয়স নীচের ছকে লিখেছি,

বয়স (বছর)	15	16	17	18	19	20
বন্ধুর সংখ্যা	4	7	10	10	5	4

আমি আমার বন্ধুদের গড় বয়স প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে নির্ণয় করি।

2. গ্রামের 50 টি পরিবারের সদস্য সংখ্যা নীচের তালিকায় লিখেছি।

সদস্য সংখ্যা	2	3	4	5	6	7
পরিবারের সংখ্যা	6	8	14	15	4	3

ওই 50 টি পরিবারের গড় সদস্য সংখ্যা কল্পিত গড় পদ্ধতিতে লিখি।

3. যদি নীচের প্রদত্ত তথ্যের যৌগিক গড় 20.6 হয়, তবে a-এর মান নির্ণয় করি :

চল (x_i)	10	15	a	25	35
পরিসংখ্যা (f_i)	3	10	25	7	5

4. যদি নীচের প্রদত্ত তথ্যের যৌগিক গড় 15 হয়, তবে p-এর মান হিসাব করে লিখি :

চল	5	10	15	20	25
পরিসংখ্যা	6	p	6	10	5

5. রহমতচাচা তার 50 টি বাক্সে বিভিন্ন সংখ্যায় আম ভরে পাইকারি বাজারে নিয়ে যাবেন। কতগুলি বাক্সে কতগুলি আম রাখলেন তার তথ্য নীচের ছকে লিখলাম।

আমের সংখ্যা	50 - 52	52 - 54	54 - 56	56 - 58	58 - 60
বাক্সের সংখ্যা	6	14	16	9	5

আমি ওই 50টি বাক্সে গড় আমের সংখ্যা হিসাব করে লিখি। (যে-কোনো পদ্ধতিতে)

6. মহিদুল পাড়ার হাসপাতালের 100 জন রোগীর বয়স নীচের ছকে লিখল। ওই 100 জন রোগীর গড় বয়স হিসাব করে লিখি। (যে-কোনো পদ্ধতিতে)

বয়স (বছরে)	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
রোগীর সংখ্যা	12	8	22	20	18	20

7. প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করি।

(i)

শ্রেণি-সীমানা	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
পরিসংখ্যা	4	6	10	6	4

(ii)

শ্রেণি-সীমানা	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
পরিসংখ্যা	10	16	20	30	13	11

8. কল্পিত গড় পদ্ধতিতে নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করি।

(i)

শ্রেণি-সীমানা	0 - 40	40 - 80	80 - 120	120 - 160	160 - 200
পরিসংখ্যা	12	20	25	20	13

(ii)

শ্রেণি-সীমানা	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
পরিসংখ্যা	4	10	8	12	6

9. ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতিতে নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করি।

(i)

শ্রেণি-সীমানা	0 - 30	30 - 60	60 - 90	90 - 120	120 - 150
পরিসংখ্যা	12	15	20	25	8

(ii)

শ্রেণি-সীমানা	0 - 14	14 - 28	28 - 42	42 - 56	56 - 70
পরিসংখ্যা	7	21	35	11	16

10. যদি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার নম্বরের যৌগিক গড় 24 হয়, তবে p-এর মান নির্ণয় করি।

শ্রেণি-সীমানা (নম্বর)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ছাত্র সংখ্যা	15	20	35	p	10

11. আলোচনা সভায় উপস্থিত ব্যক্তিদের বয়সের তালিকা দেখি ও গড় বয়স নির্ণয় করি।

বয়স (বছর)	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59
রোগীর সংখ্যা	10	12	15	6	4	3

12. নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করি।

শ্রেণি-সীমা	5 - 14	15 - 24	25 - 34	35 - 44	45 - 54	55 - 64
পরিসংখ্যা	3	6	18	20	10	3

13. ছাত্রীদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় করি যদি তাদের প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নিম্নরূপ হয়:

শ্রেণি-সীমা (নম্বর)	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম
ছাত্রী সংখ্যা	5	9	17	29	45

14. নীচের তালিকার 64 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় করি।

শ্রেণি-সীমা (নম্বর)	1 - 4	4 - 9	9 - 16	16 - 17
ছাত্র	6	12	26	20

[সংকেত : যেহেতু প্রত্যেকটি শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য সমান নয়, তাই ক্রমবিচ্যুতি পদ্ধতিতে করতে পারব না। প্রত্যক্ষ পদ্ধতি এবং কল্পিত গড় পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করি]

গতকাল আমরা মোট দশজন বন্ধু সাঁতরাগাছি ঝিলের ধারে অনেকক্ষণ মজা করে সময় কাটিয়েছি। গান, আবৃত্তি ও গল্পের সঙ্গে সঙ্গে পরিযায়ী পাখিদের যাতায়াতও লক্ষ করেছি। আমার বন্ধু মিতা ও সজল কিছু খাবারের ব্যবস্থাও করেছিল।

ওই খাবারের ব্যবস্থা করার জন্যে আমরা যে যার সাধ্যমতো টাকা দিলাম। আমরা দশজনের প্রত্যেকে দিলাম10 টাকা, 15 টাকা,14 টাকা, 20 টাকা,12 টাকা, 18 টাকা, 22 টাকা, 24 টাকা, 100 টাকা ও 200 টাকা।

16 কিন্তু আমরা গড়ে কত টাকা দিলাম হিসাব করে দেখি।

আমরা গড়ে দিলাম $= \frac{10+15+14+20+12+18+22+24+100+200}{10}$ টাকা $=$ ☐ টাকা

যৌগিক গড় মধ্যগামিতার একটি মাপক।

17 কিন্তু দেখছি যৌগিক গড় 43.5 টাকা। কিন্তু এটি কেন্দ্রীয় অবস্থানের কাছাকাছি নেই।

প্রদত্ত তথ্যের মানগুলির দুই একটি যদি অন্যান্য মানগুলির তুলনায় অত্যধিক বড়ো বা ছোটো হয় তখন অনেকক্ষেত্রে যৌগিক গড় কেন্দ্রীয় অবস্থানের কাছাকাছি থাকে না।

18 তখন এই ধরনের তথ্যের ক্ষেত্রে কোন মধ্যগামিতার মাপক ব্যবহার করব?

ওইসব ক্ষেত্রে মধ্যগামিতার মাপক হিসাবে **মধ্যমা (Median)** ব্যবহার করা হয়।

19 কিন্তু মধ্যমা (Median) কী?

মধ্যমা মধ্যগামিতার অপর একটি মাপক।

প্রদত্ত অবিন্যস্ত রাশিতথ্যকে মানের ঊর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রম অনুযায়ী সাজালে তাদের মধ্যমান বা দুটি মধ্যমানের গড়ই হলো রাশিতথ্যের মধ্যমা (Median)।

বুঝেছি, প্রদত্ত তথ্যটি মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

10, 12, 14, 15, [18], [20], 22, 24, 100, 200

20 কিন্তু প্রদত্ত তথ্যটি মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজানোর পরে মধ্যমান দুটি সংখ্যা 18 ও 20 পেলাম। রাশিতথ্যের মধ্যমা কীভাবে পাব?

ধরি, x চল/চলরাশির n টি মান $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ মানের ঊর্ধ্বক্রম অনুযায়ী সাজিয়ে পেলাম,
$x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ [যেখানে, $x_1 < x_2 < x_3 \ldots\ldots < x_n$]
[মানগুলির মধ্যে কয়েকটি পরস্পর সমান হতে পারে।

(i) যদি [n অযুগ্ম (Odd)] হয় তাহলে $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ -তম মানটিই মধ্যমা।

$\therefore$ মধ্যমা $= x_{\frac{n+1}{2}}$, যখন n অযুগ্ম

(ii) যদি [n যুগ্ম (Even)] হয়, কোনো একটি মধ্যমান পাওয়া যাবে না। এক্ষেত্রে $\left(\frac{n}{2}\right)$ -তম এবং $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ -তম মান দুইটির গড়কে মধ্যমা হিসাবে ধরা হয়।

$\therefore$ মধ্যমা $= \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$, যখন n যুগ্ম

বুঝেছি, 10, 12, 14, 15, [18], [20], 22, 24, 100, 200-এর ক্ষেত্রে পদের সংখ্যা = 10

$\therefore$ এক্ষেত্রে মধ্যমা $\left(\frac{10}{2}\right)$ তম ও $\left(\frac{10}{2}+1\right)$ তম পদের গড়।

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমা $= \frac{18+20}{2} = 19$

প্রয়োগ : 14. আমি আমার কিছু বন্ধুর ওজন নীচে লিখেছি, তাদের ওজনের মধ্যমা নির্ণয় করি।

32 কিগ্রা., 30 কিগ্রা., 38 কিগ্রা., 40 কিগ্রা., 36 কিগ্রা., 45 কিগ্রা., 50 কিগ্রা., 52 কিগ্রা., 40 কিগ্রা., 65 কিগ্রা., 54 কিগ্রা.

বন্ধুদের ওজন মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

30 কিগ্রা., 32 কিগ্রা., 36 কিগ্রা., 38 কিগ্রা., 40 কিগ্রা., 40 কিগ্রা., 45 কিগ্রা., 50 কিগ্রা., 52 কিগ্রা., 54 কিগ্রা., 65 কিগ্রা.

এখানে, n = 11 অর্থাৎ n অযুগ্ম।

ওজনের মধ্যমা = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ -তম মান = $\left(\frac{11+1}{2}\right)$ -তম মান = 6 -তম মান = 40 কিগ্রা.

প্রয়োগ : 15. আমরা কিছু বন্ধুদের এই মাসে স্কুলে উপস্থিতির দিনসংখ্যা লিখেছি। যেমন, 20 দিন, 25 দিন, 10 দিন, 18 দিন, 21 দিন, 18 দিন, 16 দিন, 22 দিন। আমি বন্ধুদের উপস্থিতির দিনসংখ্যার মধ্যমা নির্ণয় করি।

এই মাসে স্কুলে বন্ধুদের উপস্থিতির দিনসংখ্যা ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

10 দিন, 16 দিন, 18 দিন, 18 দিন, 20 দিন, 21 দিন, 22 দিন, 25 দিন

এখানে, n = 8 অর্থাৎ n যুগ্ম।

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমা $= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{8}{2}\right) \text{-তম মান} + \left(\frac{8}{2}+1\right) \text{-তম মান}\right\}$

$= \frac{1}{2}\{\text{চতুর্থ মান} + \text{পঞ্চম মান}\}$

$= \frac{1}{2}[18\text{দিন} + 20\text{দিন}] = 19\text{দিন}$

প্রয়োগ : 16. দুটি কবাডি দলের বিভিন্ন ম্যাচে প্রাপ্ত পয়েন্ট নীচে দেওয়া হলো। এদের মধ্যমা নির্ণয় করি।

(i) 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

(ii) 6, 7, 8, 8, 9, 10, 15, 15, 16, 17, 19, 25 **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 17. নিয়ামতচাচার দোকানে ছয়রকম দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট 100 টি বল আছে। ওই বলগুলির ব্যাসের দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যা বিভাজন নিম্নরূপ :

ব্যাস (মিমি.)	44	45	46	47	48	49
পরিসংখ্যা (বলের সংখ্যা)	12	15	23	20	15	15

আমি এই 100 টি বলের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের মধ্যমা নির্ণয় করি।

এখানে, n = 100 অর্থাৎ n যুগ্ম।

$\therefore$ মধ্যমা = $\left(\frac{n}{2}\right)$ -তম ও $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ -তম পর্যবেক্ষণের গড়

= 50-তম ও 51-তম পর্যবেক্ষণের গড়

বলের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের মধ্যমা নির্ণয়ের জন্য প্রথমে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি।

ব্যাসের দৈর্ঘ্য (মিমি.)	বলের সংখ্যা
44	12
45 পর্যন্ত	12+15=27
46 পর্যন্ত	27+23=50
47 পর্যন্ত	50+20=70
48 পর্যন্ত	70+15=85
49 পর্যন্ত	85+15=100

∴ প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার স্তম্ভ যোগ করে পাই,

ব্যাসের দৈর্ঘ্য (মিমি.)	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
44	12	12
45	15	27
46	23	50
47	20	70
48	15	85
49	16	100=n

উপরের ছক থেকে দেখছি, 50 -তম পর্যবেক্ষণ 46
এবং 51-তম পর্যবেক্ষণ 47

∴ মধ্যমা $= \dfrac{46+47}{2} = 46.5$

∴ নিয়ামতচাচার দোকানের 100 টি বলের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের মধ্যমা 46.5 মিমি.।

বুঝেছি, নিয়ামত চাচার দোকানের 50% বলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 46.5 মিলিমিটারের কম এবং 50% বলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 46.5 মিলিমিটারের বেশি।

প্রয়োগ : 18. আমি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করি।

চল (x_i)	25	26	27	28	29	30	31	32	33
পরিসংখ্যা (f_i)	4	2	4	7	6	5	5	4	2

প্রথমে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার একটি ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি:

চল (x_i)	পরিসংখ্যা (f_i)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
25	4	4
26	2	6
27	4	10
28	7	17
29	6	23
30	5	28
31	5	33
32	4	37
33	2	39=n

এখানে, n=39 অর্থাৎ n অযুগ্ম।

$\therefore$ মধ্যমা $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ -তম পর্যবেক্ষণ

$= \frac{39+1}{2}$ -তম পর্যবেক্ষণ $= 20$ -তম পর্যবেক্ষণ

উপরের ছক থেকে দেখছি, 18-তম থেকে 23-তম সব পর্যবেক্ষণের একই মান 29.

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমা = 20-তম পদ = 29

প্রয়োগ : 19. আমি নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করি : **[নিজে করি]**

চল (x_i)	1	2	3	4	5	6
পরিসংখ্যা (f_i)	8	12	16	19	21	24

আমাদের স্কুলের 100 জন শিক্ষার্থীর বুদ্ধ্যাঙ্ক পরীক্ষা (I.Q. test) করা হয়েছে। তার পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি হলো,

বুদ্ধ্যাঙ্ক (x_i)	75 - 85	85 - 95	95 - 105	105 - 115	115 - 125	125 - 135
শিক্ষার্থীর সংখ্যা (f_i)	9	12	27	30	17	5

আমি উপরের ছকের 100 জন শিক্ষার্থীর বুদ্ধ্যাঙ্কের মধ্যমা নির্ণয় করি।

দেখছি, প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি একটি বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছক।

এই বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি।

বুদ্ধ্যাঙ্ক (x_i)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
75 বা 75 -এর থেকে বড়ো কিন্তু 85-এর থেকে ছোটো	9
95-এর থেকে ছোটো	9+12=21
105-এর থেকে ছোটো	21+27=48
115-এর থেকে ছোটো	48+30=78
125-এর থেকে ছোটো	78+17=95
135-এর থেকে ছোটো	95+5=100

$\therefore$ প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা পেলাম,

বুদ্ধ্যাঙ্ক (x_i)	পরিসংখ্যা (f_i)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
75 - 85	9	9
85 - 95	12	21
95 - 105	27	48
105 - 115	30	78
115 - 125	17	95
125 - 135	5	100=n

এখানে, মোট পরিসংখ্যা = n = 100

আমরা প্রথমে উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের কোন শ্রেণিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা $\frac{n}{2}$-এর সমান বা বড়ো হবে দেখি।

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

∴ 105-115 শ্রেণিটির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 78 যা 50 অপেক্ষা ঠিক বেশি।

(21) কিন্তু এই 105-115 শ্রেণিটিকে উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনের কী বলা হয়?

105-115 শ্রেণিটি প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের **মধ্যমা শ্রেণি (Median Class)**।

কিন্তু প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা কীভাবে নির্ণয় করব?

মধ্যমা শ্রেণিটি নির্বাচনের পরে আমরা নীচের সূত্রটি প্রয়োগ করে মধ্যমা নির্ণয় করব।

$$\text{মধ্যমা} = \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

যেখানে, ℓ = মধ্যমা শ্রেণির নিম্ন শ্রেনি-সীমানা, n = পর্যবেক্ষণ সংখ্যা, f = মধ্যমা শ্রেণির পরিসংখ্যা

cf = মধ্যমা শ্রেণির ঠিক আগের শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা, h = মধ্যমা শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য

বুঝেছি, নির্ণেয় মধ্যমা $= \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$ [এখানে, $\ell = 105$, n=100, cf=48, f=30, h=10]

$$= 105 + \left[\frac{\frac{100}{2} - 48}{30}\right] \times 10$$

$$= 105 + \frac{50-48}{30} \times 10$$

$$= 105 + 0.66 = 105.66$$

বুঝেছি, অর্ধেক সংখ্যক শিক্ষার্থীর বুদ্ধ্যাঙ্ক 105.66-এর কম এবং অর্ধেক সংখ্যক শিক্ষার্থীর বুদ্ধ্যাঙ্ক 105.66-এর বেশি।

প্রয়োগ : 20. আমাদের গ্রামের 45 জন ছাত্রীদের হাতের কাজের উপরে কিছু নম্বর দেওয়া হয়েছে। সেই নম্বরের তালিকাটি নীচের ছকে লিখলাম।

নম্বর (x_i)	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
ছাত্রী সংখ্যা (f_i)	4	5	7	8	7	5	6	3

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমা নির্ণয় করি।

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের শ্রেণিগুলি শ্রেণি অন্তর্ভুক্ত গঠনে আছে।

∴ প্রথমে ছকটি শ্রেণি বহির্ভূত গঠনে লিখি এবং ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লিখি।

নম্বর (x_i)	–0.5-4.5	4.5-9.5	9.5-14.5	14.5-19.5	19.5-24.5	24.5-29.5	29.5-34.5	34.5-39.5
ছাত্রী সংখ্যা (f_i)	4	5	7	8	7	5	6	3
ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)	4	9	16	24	31	36	42	45=n

এখানে n=45 , $\therefore \frac{n}{2} = 22.5$

22.5 -এর থেকে ঠিক বেশি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 24 এবং অনুরূপ শ্রেণি (14.5-19.5)

∴ মধ্যমা শ্রেণি (Median class) = (14.5 - 19.5)

∴ নির্ণেয় মধ্যমা $= \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$ [এখানে, $\ell = 14.5, n=45, f=8, cf=16, h=5$]

$$= 14.5 + \left[\frac{\frac{45}{2} - 16}{8}\right] \times 5$$

$$= 14.5 + 4.06$$

$$= 18.56$$

∴ অর্ধেক সংখ্যক ছাত্রী 18.56-এর কম নম্বর পেয়েছে এবং অর্ধেক সংখ্যাক ছাত্রী 18.56-এর বেশি নম্বর পেয়েছে।

প্রয়োগ : 21. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন ছক দেখি এবং মধ্যমা নির্ণয় করি : [নিজে করি]

শ্রেণি অন্তর	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	8	10	24	16	15	7

প্রয়োগ : 22. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করি :

প্রাপ্ত নম্বর	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	60-এর কম
শিক্ষার্থী সংখ্যা	8	15	29	42	60	70

প্রদত্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ছক থেকে পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি পাই,

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	পরিসংখ্যা (f_i) [শিক্ষার্থীর সংখ্যা]	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
10-এর কম	8	8
10 - 20	7	15
20 - 30	14	29
30 - 40	13	42
40 - 50	18	60
50 - 60	10	70=n

n=70 , $\therefore \frac{n}{2} = 35$

35-এর থেকে ঠিক বেশি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (30-40) শ্রেণির মধ্যে আছে।

সুতরাং, মধ্যমা শ্রেণিটি হলো (30-40)

∴ নির্ণেয় মধ্যমা $= \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$ [এখানে, $\ell = 30, n=70, cf=$ ☐, $f=13, h=10$]

= ☐ [নিজে করি]

∴ নির্ণেয় মধ্যমা 34.6

প্রয়োগ : 23. নীচের তথ্যের মধ্যমা 525 হলে, x ও y-এর মান নির্ণয় করি, যখন পরিসংখ্যার সমষ্টি 100

শ্রেণি অন্তর	পরিসংখ্যা
0 - 100	2
100 - 200	5
200 - 300	x
300 - 400	12
400 - 500	17
500 - 600	20
600 - 700	y
700 - 800	9
800 - 900	7
900 - 1000	4

প্রদত্ত তথ্যের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক) বিভাজন তালিকা তৈরি করি—

শ্রেণি অন্তর	পরিসংখ্যা (f_i)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
0 - 100	2	2
100 - 200	5	7
200 - 300	x	7 + x
300 - 400	12	19 + x
400 - 500	17	36 + x
500 - 600	20	56 + x
600 - 700	y	56 + x + y
700 - 800	9	65 + x + y
800 - 900	7	72 + x + y
900 - 1000	4	76 + x + y = n

যেহেতু $n=100$, সুতরাং $76+x+y=100$ $\therefore x+y=24$ ——— (i)

আবার , মধ্যমা = 525

$\therefore$ মধ্যমার শ্রেণিটি 500-600

$$\therefore 525 = \ell + \left[\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}\right]\times h \quad [\ell=500, n=100, cf=36+x, f=20, h=100]$$

বা, $525 = 500 + \left[\frac{50-(36+x)}{20}\right] \times 100$

বা, $525 - 500 = (14-x)5$

বা, $5(14-x) = 25$

বা, $14-x = 5$ $\therefore x = 9$

(i) থেকে পাই, $x+y=24$

বা, $y = 24-x = 24-9 = 15$ $\therefore x = 9$ এবং $y = 15$

প্রয়োগ : 24. যদি নীচের তথ্যের মধ্যমা 28.5 হয়, এবং পরিসংখ্যার সমষ্টি 60 হয়, তাহলে x ও y-এর মান নির্ণয় করি। **[নিজে করি]**

শ্রেণি অন্তর	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	5	x	20	15	y	5

প্রয়োগ : 25. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমা নির্ণয় করি।

প্রাপ্ত নম্বর	0-10	10-30	30-60	60-70	70-90
ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা	15	25	30	4	10

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
0 - 10	15	15
10 - 30	25	15+25 = 40
30 - 60	30	40+30 = 70
60 - 70	4	70+4 = 74
70 - 90	10	74+10 = 84 = n

$n = 84$, $\therefore \frac{n}{2} = 42$

42-এর থেকে ঠিক বেশি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (30-60) শ্রেণির মধ্যে আছে।

কিন্তু এখানে দেখছি সব শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য সমান নয়। তাহলে শ্রেণি দৈর্ঘ্য কত নেব?

যেহেতু, h= মধ্যমা শ্রেণির দৈর্ঘ্য, তাই সব শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য সমান না হলেও মধ্যমা শ্রেণির দৈর্ঘ্য নেব।

$\therefore$ মধ্যমা $= \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$ $\quad [\because \ell = 30, \frac{n}{2} = 42, cf = 40, f = 30, h = 30]$

$= 30 + \left[\frac{42-40}{30}\right] \times 30 = 30 + 2 = 32$ নম্বর

অর্থাৎ, অর্ধেক সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রী 32-এর কম নম্বর পেয়েছে এবং অর্ধেক সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রী 32-এর বেশি নম্বর পেয়েছে।

কষে দেখি 26.2

1. মধুবাবুর দোকানের গত সপ্তাহের প্রতিদিনের বিক্রয়লব্ধ অর্থ (টাকায়) হলো, 107, 210, 92, 52, 113, 75, 195; বিক্রয়লব্ধ অর্থের মধ্যমা নির্ণয় করি।
2. কিছু পশুর বয়স (বছরে) হলো, 6, 10, 5, 4, 9, 11, 20, 18; বয়সের মধ্যমা নির্ণয় করি।
3. 14 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বর হলো, 42, 51, 56, 45, 62, 59, 50, 52, 55, 64, 45, 54, 58, 60; প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যমা নির্ণয় করি।
4. আজ পাড়ার ক্রিকেট খেলায় আমাদের স্কোর হলো,

7	9	10	11	11	8	7	7	10	6	9
7	9	9	6	6	8	8	9	8	7	8

ক্রিকেট খেলায় আমাদের স্কোরের মধ্যমা নির্ণয় করি।

5. নীচের 70 জন ছাত্রের ওজনের পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে ওজনের মধ্যমা নির্ণয় করি।

ওজন (কিগ্রা.)	43	44	45	46	47	48	49	50
ছাত্র সংখ্যা	4	6	8	14	12	10	11	5

6. নলের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের (মিমি.) পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে ব্যাসের দৈর্ঘের মধ্যমা নির্ণয় করি।

ব্যাসের দৈর্ঘ্য (মিমি.)	18	19	20	21	22	23	24	25
পরিসংখ্যা	3	4	10	15	25	13	6	4

7. মধ্যমা নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4	5	6
f	7	44	35	16	9	4	1

8. আমাদের 40 জন শিক্ষার্থীর প্রতি সপ্তাহে টিফিন খরচের (টাকায়) পরিসংখ্যা হলো,

টিফিন খরচ (টাকায়)	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
শিক্ষার্থী	3	5	6	9	7	8	2

টিফিন খরচের মধ্যমা নির্ণয় করি।

9. নীচের তথ্য থেকে ছাত্রদের উচ্চতার মধ্যমা নির্ণয় করি :

উচ্চতা (সেমি.)	135-140	140-145	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170
ছাত্রদের সংখ্যা	6	10	19	22	20	16	7

10. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করি :

শ্রেণি-সীমানা	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
পরিসংখ্যা	4	7	10	15	10	8	5

11. নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করি :

শ্রেণি-সীমানা	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
পরিসংখ্যা	5	6	15	10	5	4	3	2

12. নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করি :

শ্রেণি-সীমা	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35
পরিসংখ্যা	2	3	6	7	5	4	3

13. নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করি :

শ্রেণি-সীমা	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100	101-110
পরিসংখ্যা	4	10	15	20	15	4

14. নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করি :

নম্বর	ছাত্রীদের সংখ্যা
10-এর কম	12
20-এর কম	22
30-এর কম	40
40-এর কম	60
50-এর কম	72
60-এর কম	87
70-এর কম	102
80-এর কম	111
90-এর কম	120

15. নীচের তথ্যের মধ্যমা 32 হলে, x ও y-এর মান নির্ণয় করি যখন পরিসংখ্যার সমষ্টি 100;

শ্রেণি-সীমানা	পরিসংখ্যা
0-10	10
10-20	x
20-30	25
30-40	30
40-50	y
50-60	10

আজ আমাদের স্কুলের বিজ্ঞানের পরীক্ষাগারে অনেকগুলি নানান আকারের গাছের পাতা সংগ্রহ করে আনা হয়েছে। আমাদের দাদা ও দিদিরা সেই পাতাগুলি পর্যবেক্ষণ করবে।

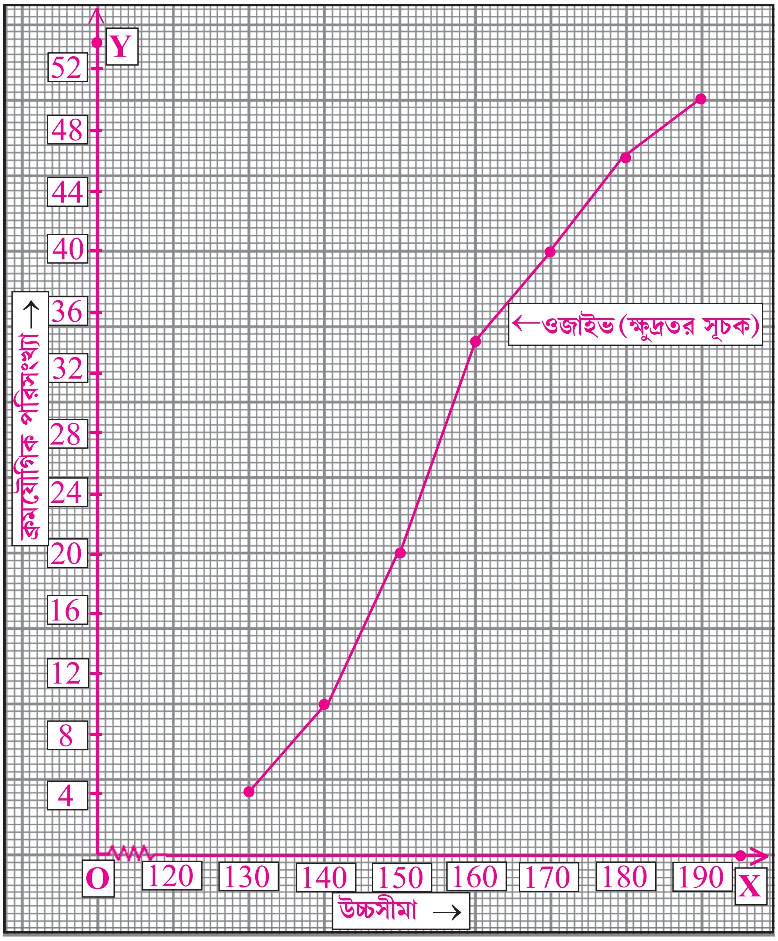
আমরা কিছু বন্ধুরা ঠিক করেছি ওই পরীক্ষাগারের কিছু গাছের পাতার দৈর্ঘ্য মেপে গাছের পাতার দৈর্ঘ্যের একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করব।

গাছের পাতার দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি হলো,

গাছের পাতার দৈর্ঘ্য (মিমি.) (প্রায়)	120-130	130-140	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190
পাতার সংখ্যা	4	6	10	14	6	6	4

আমি গাছের পাতার দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটির ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি।

গাছের পাতার দৈর্ঘ্য মিমি. (প্রায়) (x_i)	ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
130-এর কম	4
140-এর কম	10
150-এর কম	20
160-এর কম	34
170-এর কম	40
180-এর কম	46
190-এর কম	50



উপরের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার ছক থেকে দেখছি 130, 140, 150, ... 190 যথাক্রমে শ্রেণি-সীমাগুলির উচ্চসীমা।

কিন্তু উপরের ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ছকটির লেখচিত্র অঙ্কন কি সম্ভব?

উভয় অক্ষের একটি নির্দিষ্ট স্কেল ধরে প্রতিটি শ্রেণির উচ্চসীমাকে অনুভূমিক রেখা অর্থাৎ x-অক্ষ বরাবর এবং তাদের অনুরূপ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে উল্লম্ব রেখা বা y-অক্ষ বরাবর নির্দেশ করা হয়। তবে উভয় অক্ষের মাপের স্কেল প্রয়োজনে আলাদাও নেওয়া যায়।

বুঝেছি, উপরের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের (130, 4), (140, 10), (150, 20), (160, 34), (170, 40), (180, 46), (190, 50) বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করে স্কেল ছাড়া খালি হাতে (free hand) বিন্দুগুলি যুক্ত করে কী পাই দেখি। x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 মিমি. এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টি গাছের পাতা ধরে বিন্দুগুলি স্থাপন করলাম এবং বিন্দুগুলি যুক্ত করে একটি বক্ররেখা পেলাম।

22 এইভাবে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার যে লেখচিত্র পেলাম তাকে কী বলা হয়?

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র বক্ররেখাকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বক্ররেখা (Cumulative frequency curve) বা ওজাইভ (ক্ষুদ্রতর সূচক) (Ogive of the Less than type) বলা হয়।

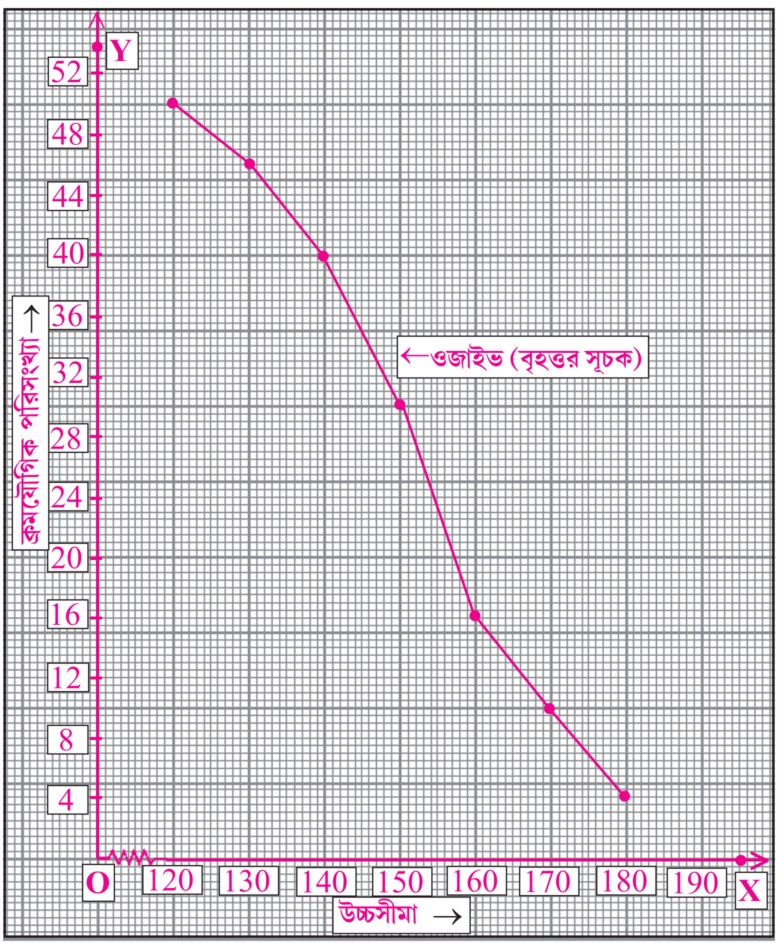
গাছের পাতার দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটির বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করি।

গাছের পাতার দৈর্ঘ্য মিমি. (প্রায়) (x_i)	বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
120 বা 120-এর বেশি	50
130 বা 130-এর বেশি	46
140 বা 140-এর বেশি	40
150 বা 150-এর বেশি	30
160 বা 160-এর বেশি	16
170 বা 170-এর বেশি	10
180 বা 180-এর বেশি	4

বৃহত্তর সূচক যৌগিক পরিসংখ্যার ছক থেকে দেখছি 120, 130, 140, 150, 160, 170 ও 180 যথাক্রমে শ্রেণিগুলির নিম্ন-সীমা।

কিন্তু বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র কীভাবে আঁকব?

উভয় অক্ষের একটি নির্দিষ্ট স্কেল ধরে প্রতিটি শ্রেণির নিম্ন-সীমাকে অনুভূমিক রেখা অর্থাৎ x-অক্ষ বরাবর এবং তাদের অনুরূপ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে উল্লম্ব রেখা বা y-অক্ষ বরাবর নির্দেশ করা হয়। [এক্ষেত্রেও উভয় অক্ষের পরিমাপের স্কেল আলাদাও নেওয়া যায়]



আমি উপরের বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র অঙ্কনের চেষ্টা করি ও কী পাই দেখি।

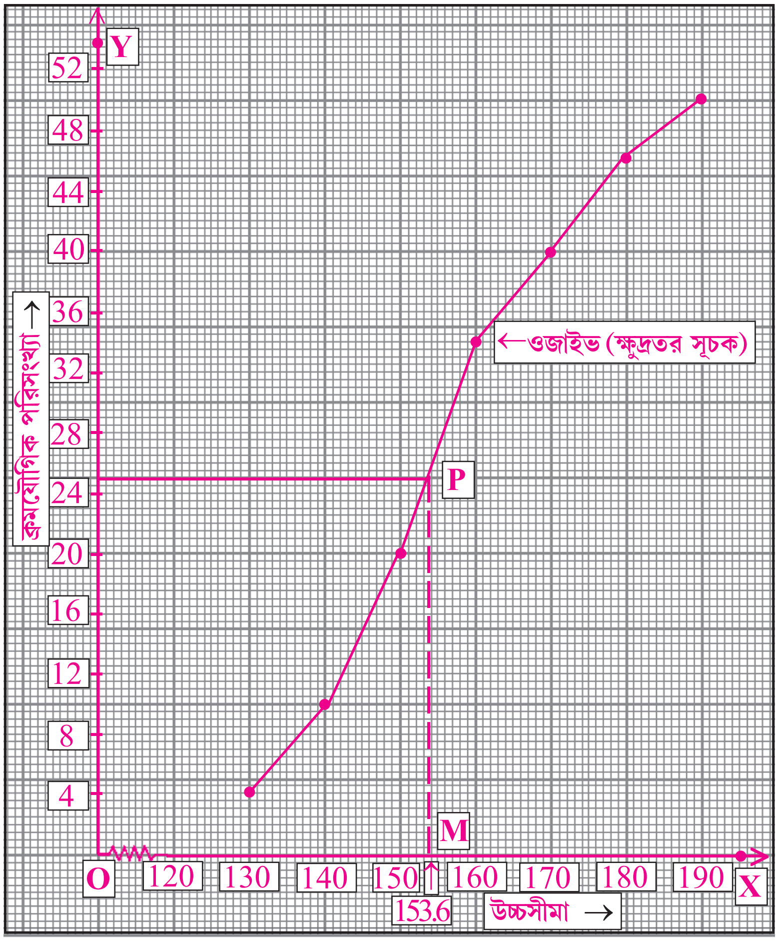
x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 মিমি. এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2টি বাহুর দৈর্ঘ্য = গাছের 1টি পাতা ধরে (120, 50), (130, 46), (140, 40), (150, 30), (160, 16), (170, 10) ও (180, 4) বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যুক্ত করে একটি বক্ররেখা পেলাম।

প্রাপ্ত বক্ররেখাটি বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বক্ররেখা [Cumulative frequency curve (of more than type)] বা ওজাইভ (বৃহত্তর সূচক) [Ogive (of more than type)]

দেখছি, দুই ধরনের ওজাইভ একই তথ্যের পরিসংখ্যা বিভাজনকে বোঝাচ্ছে।

কিন্তু যে-কোনো একটি ওজাইভ থেকে মধ্যমার মান পাব কিনা দেখি।

গাছের পাতার দৈর্ঘ্য মিমি. (প্রায়)	ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
130-এর কম	4
140-এর কম	10
150-এর কম	20
160-এর কম	34
170-এর কম	40
180-এর কম	46
190-এর কম	50



এখানে পাতার সংখ্যা $n=50$

$\therefore \frac{n}{2} = 25$

$\therefore$ ওজাইভের (ক্ষুদ্রতর সূচক) y-অক্ষে (0, 25) বিন্দুটি নির্ণয় করে ওই বিন্দু দিয়ে x-অক্ষের একটি সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা ওজাইভকে P বিন্দুতে ছেদ করল।

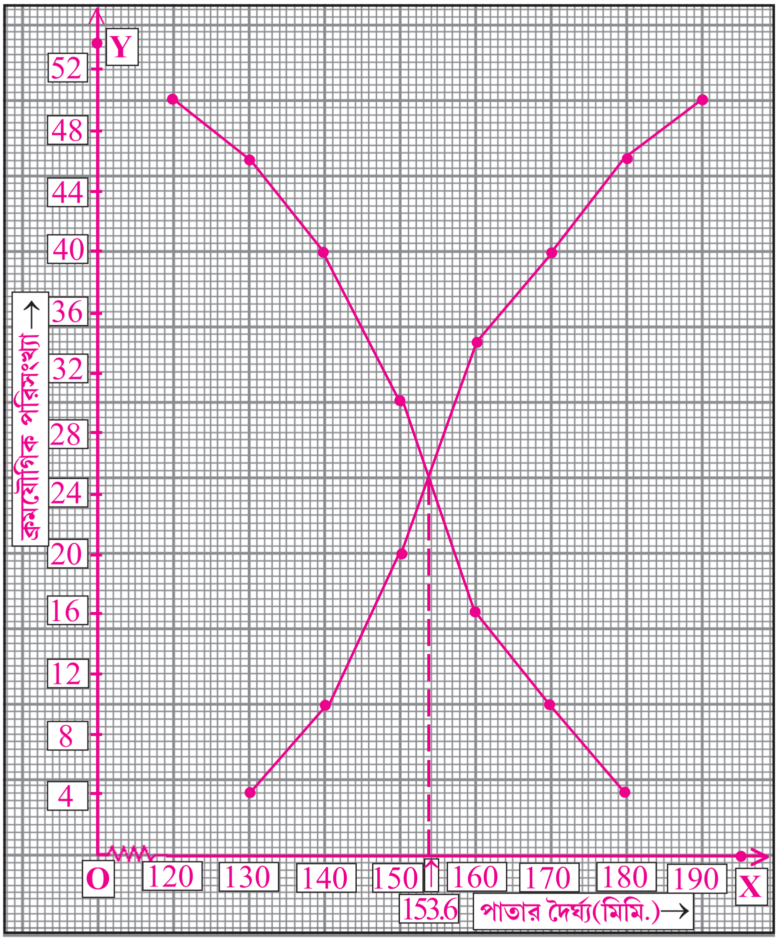
P বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM লম্ব টানলাম যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করল।

এই M বিন্দুর ভূজের মানই নির্ণেয় মধ্যমা।

$\therefore$ মধ্যমা = 153.6 মিমি.

আমার বন্ধু আনোয়ারা তার খাতায় একই ছক কাগজে গাছের পাতার দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যার দুই ধরনের ওজাইভ এঁকেছে।

কিন্তু আনোয়ারার আঁকা দুই ধরনের ওজাইভ থেকে মধ্যমার মান কীভাবে পাব?



ওজাইভ দুটির ছেদবিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর লম্ব টানলে, x অক্ষ ও লম্বের ছেদবিন্দুর ভুজই হলো মধ্যমা।

দেখছি, দুই ধরনের ওজাইভ দুটি পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

P বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM লম্ব টানলাম যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করল।

M বিন্দুর ভুজ 153.6 মিমি.(প্রায়) হলো মধ্যমা।

প্রয়োগ : 26. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের ওজাইভ অঙ্কন করি এবং সেই ওজাইভ থেকে মধ্যমা নির্ণয় করি।

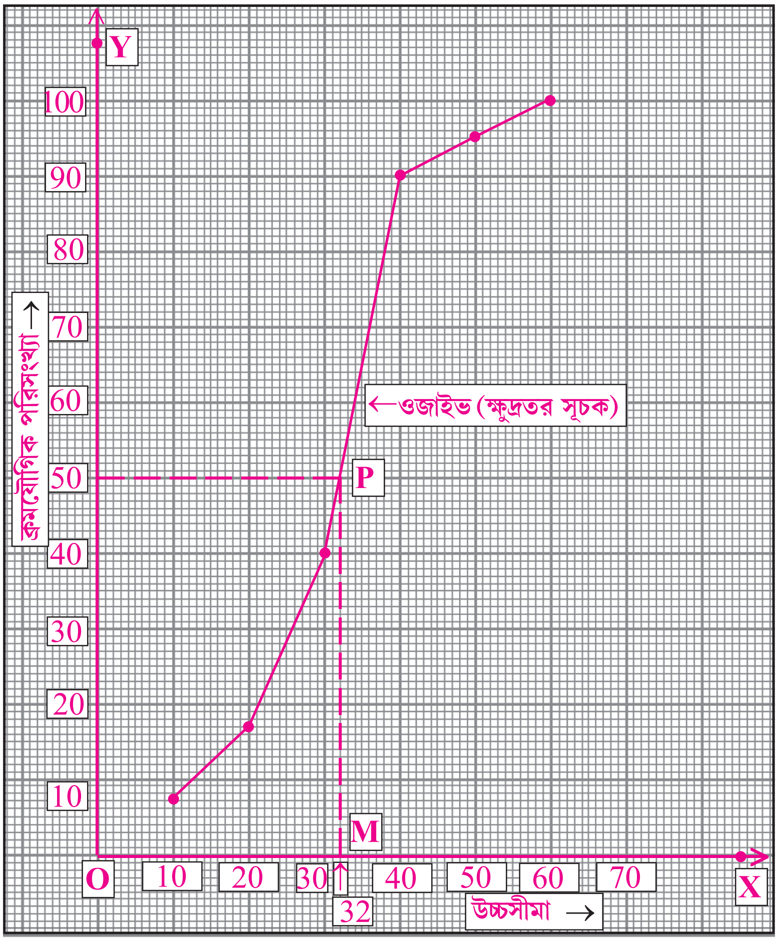
শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	7	10	23	50	6	4

প্রথমে ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার ছক তৈরি করি।

শ্রেণি	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	60-এর কম
ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	7	17	40	90	96	100

ছক কাগজের x অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক এবং y-অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (10, 7), (20, 17), (30, 40), (40, 90) (50, 96) এবং (60, 100) বিন্দুগুলি স্থাপন করে যুক্ত করলাম এবং নির্ণেয় ওজাইভ (ক্ষুদ্রতর সূচক) পেলাম। এখানে মোট পরিসংখ্যা (n) = 100

$\therefore \frac{n}{2} = 50$



$\therefore$ y-অক্ষের (0, 50) বিন্দু দিয়ে x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা ওজাইভকে P বিন্দুতে ছেদ করল।

P বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM লম্ব টানলাম যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করল।

দেখছি, M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (32, 0)

$\therefore$ ওজাইভ থেকে পেলাম, মধ্যমা = 32

অন্যভাবে : প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ও বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার ছক তৈরি করি।

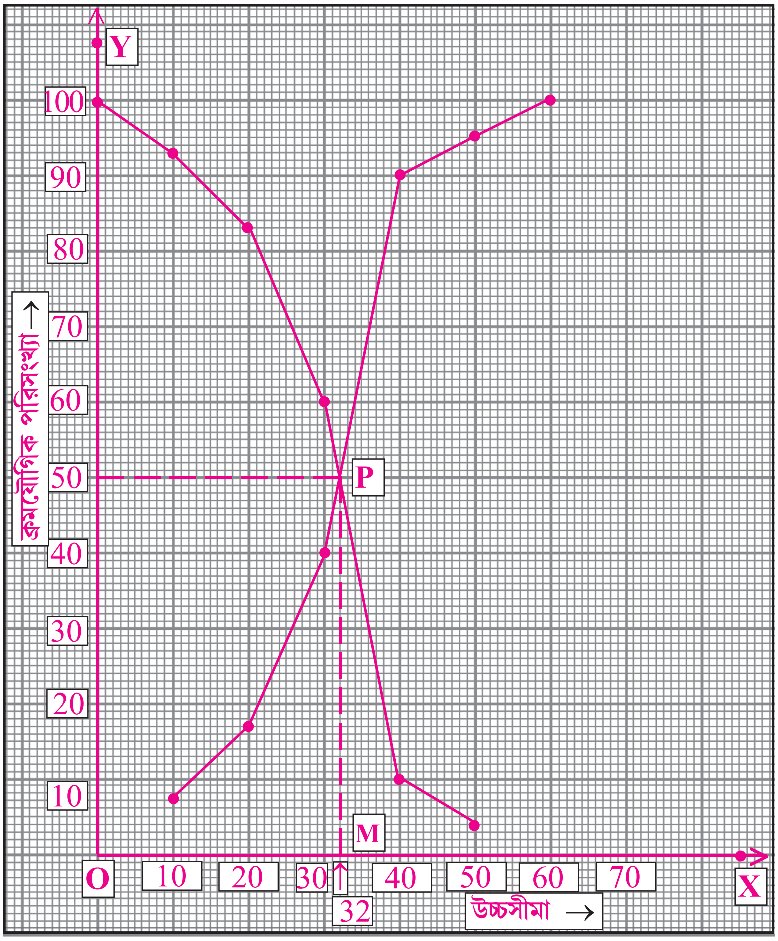
শ্রেণি	পরিসংখ্যা
0-10	7
10-20	10
20-30	23
30-40	50
40-50	6
50-60	4

শ্রেণি	বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
0 বা 0-এর বেশি	100
10 বা 10-এর বেশি	93
20 বা 20-এর বেশি	83
30 বা 30-এর বেশি	60
40 বা 40-এর বেশি	10
50 বা 50-এর বেশি	4

শ্রেণি	ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
10-এর কম	7
20-এর কম	17
30-এর কম	40
40-এর কম	90
50-এর কম	96
60-এর কম	100

x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে, বৃহত্তর সূচক ও ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কন করলাম।

[বৃহত্তর সূচক ওজাইভ অঙ্কনের জন্য (0, 100), (10, 93), (20, 83), (30, 60), (40, 10), (50, 4) বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করে যুক্ত করলাম]



বৃহত্তর সূচক ওজাইভ ও ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। P বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM লম্ব টানলাম যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করল।

দেখছি, M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (32, 0)

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমা = 32

সূত্রের সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয় করে যাচাই করি। **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 27. একটি মেডিকেলের প্রবেশিকা পরীক্ষায় 200 জন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি হলো,

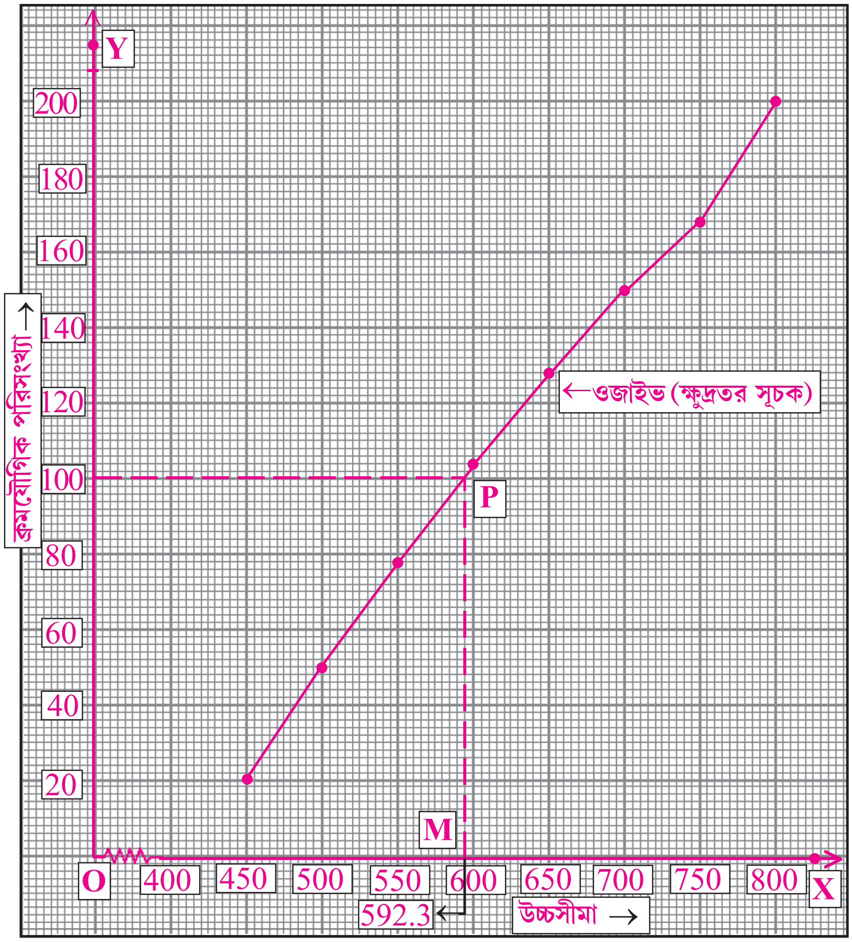
প্রাপ্ত নম্বর	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650	650-700	700-750	750-800
পরীক্ষার্থীর সংখ্যা	20	30	28	26	24	22	18	32

ওজাইভ অঙ্কন করি ও তার সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয় করি। সূত্রের সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয় করে যাচাই করি।

প্রথমে প্রদত্ত তথ্যের ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি নির্ণয় করি।

প্রাপ্ত নম্বর	450-এর কম	500-এর কম	550-এর কম	600-এর কম	650-এর কম	700-এর কম	750-এর কম	800-এর কম
ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	20	50	78	104	128	150	168	200

x-অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 নম্বর এবং y অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 জন পরীক্ষার্থী ধরে (450, 20), (500, 50), (550,78), (600,104), (650,128),(700,150), (750, 168) ও (800,200) বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যুক্ত করে ওজাইভ (ক্ষুদ্রতর সূচক) পেলাম।



এখানে মোট পরীক্ষার্থী (n) = 200 জন

$\therefore \frac{n}{2} = 100$

$\therefore$ (0, 100) বিন্দু দিয়ে x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা ওজাইভকে P বিন্দুতে ছেদ করল। P বিন্দু থেকে OX-এর উপর PM লম্ব টানি যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করে। M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (592.3)

$\therefore$ মধ্যমা = 592.3

আমি অন্যভাবে বৃহত্তর সূচক ওজাইভ ও ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ এঁকে ও তাদের ছেদবিন্দুর সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয় করি। [নিজে করি]

সূত্রের সাহায্যে মধ্যমা,

$$\text{মধ্যমা} = \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

$$= 550 + \frac{100-78}{26} \times 50$$

$$= 550 + \frac{22 \times 50}{26}$$

$$= 550 + \frac{550}{13} \quad = 550 + 42.3 \quad = 592.3$$

প্রয়োগ : 28. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার বৃহত্তর সূচক ও ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কন করি ও মধ্যমা নির্ণয় করি। [নিজে করি]

শ্রেণি	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85
পরিসংখ্যা	2	8	12	24	34	16	4

কষে দেখি 26.3

1. আমাদের গ্রামের 100 টি দোকানের দৈনিক লাভের (টাকায়) পরিমাণের ছকটি হলো,

প্রতি দোকানের লাভ (টাকায়)	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300
দোকানের সংখ্যা	10	16	28	22	18	6

প্রদত্ত তথ্যের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক) তালিকা তৈরি করে ছক কাগজে ওজাইভ অঙ্কন করি।

2. নিবেদিতাদের ক্লাসের 35 জন শিক্ষার্থীর ওজনের তথ্য হলো,

ওজন (কিগ্রা)	38-এর কম	40-এর কম	42-এর কম	44-এর কম	46-এর কম	48-এর কম	50-এর কম	52-এর কম
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	0	4	6	9	12	28	32	35

প্রদত্ত তথ্যের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক) তালিকা তৈরি করে ছক কাগজে ওজাইভ অঙ্কন করি এবং লেখচিত্র থেকে মধ্যমা নির্ণয় করি। সূত্রের সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয় করে যাচাই করি।

3.

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
পরিসংখ্যা	4	10	15	8	3	5

প্রদত্ত তথ্যের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (বৃহত্তর সূচক) তালিকা তৈরি করে ছক কাগজে ওজাইভ অঙ্কন করি।

4.

শ্রেণি	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
পরিসংখ্যা	12	14	8	6	10

প্রদত্ত তথ্যের একই অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ ও বৃহত্তর সূচক ওজাইভ ছক কাগজে অঙ্কন করে মধ্যমা নির্ণয় করি।

আজ 5 সেপ্টেম্বর অর্থাৎ শিক্ষকদিবস। প্রতি বছরের মতো এই বছরেও আমরা দিনটি বিশেষভাবে পালন করব। এবছরে আমরা দশম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা ঠিক করেছি যে, আমাদের পারকরে আসা শ্রেণিগুলির ছাত্রছাত্রীদের কাছে যাব ও শিক্ষক-শিক্ষিকাদের উপস্থিতিতে ওদের ক্লাস নেব। অর্থাৎ গান, নাচ, আবৃত্তি, আঁকা, অভিনয়, কুইজ ইত্যাদি বিভিন্ন মজার খেলার মাধ্যমে দিনটি আনন্দে কাটাব।

আমরা ষষ্ঠ শ্রেণির 36 জন ছাত্রছাত্রীদের সমান তিনটি দলে ভাগ করে প্রথম দলের প্রত্যেককে 10 টি মজার ধাঁধার উত্তর লিখতে বললাম।

23 প্রথম দলের 12 জনের প্রত্যেকে যতগুলি সঠিক উত্তর লিখল দেখি।

প্রথম দলের প্রত্যেকে যতগুলি সঠিক উত্তর দিয়েছে তার সংখ্যা হলো,

4, 6, 5, 4, 7, 2, 3, 4, 2, 4, 5, 4

উপরের সঠিক উত্তরের তথ্যটির পরিসংখ্যা বিভাজন ছক গঠন করি,

সঠিক উত্তরের সংখ্যা (x_i)	2	3	4	5	6	7
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f_i)	2	1	5	2	1	1

উপরের ছক থেকে দেখছি, "4টি সঠিক উত্তর দিয়েছে" — এমন ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা সবচেয়ে বেশি। অর্থাৎ, 4-এর পরিসংখ্যা সবচেয়ে বেশি।

24 উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকে যে পর্যবেক্ষণটি সবচেয়ে বেশি বার আছে অর্থাৎ যে পর্যবেক্ষণটির সর্ব্বোচ্চ পরিসংখ্যা সেই পর্যবেক্ষণটিকে কী বলা হয়?

কোনো তথ্যের মধ্যে যে পর্যবেক্ষণটির পরিসংখ্যা সবচেয়ে বেশি সেই পর্যবেক্ষণটিকে ওই তথ্যের ভুয়িষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান (Mode) বলা হয়।

সংখ্যাগুরুমান মধ্যগামিতার আর একটি মাপক। এটি খুব সহজে পরিমাপ করা যায়। জামা, জুতো ইত্যাদির দোকানে সাধারণত সংখ্যাগুরুমান ব্যবহার করা হয়। কারণ বেশির ভাগ জনসাধারণের চাহিদা অনুযায়ী জামা, কাপড় ও জুতো তৈরি করা হয়। যেমন একটি বিশেষ কোম্পানির ক্ষেত্রে মেয়েদের জুতোর সাইজ 5 এর চাহিদা বেশি। অর্থাৎ উপরের তালিকা থেকে বুঝলাম 4 হল প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরু মান।

ষষ্ঠ শ্রেণির দ্বিতীয় দলের 12 জন ছাত্রছাত্রীকে অন্য 10টি মজার ধাঁধা দিলাম। তাদের সঠিক উত্তরের সংখ্যা হলো,

2, 4, 3, 5, 2, 5, 8, 2, 5, 9, 5, 2

আমি উপরের তথ্যটির পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

সঠিক উত্তরের সংখ্যা (x_i)	2	3	4	5	8	9
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f_i)	4	1	1	4	1	1

উপরের ছক থেকে দেখছি, 2 টি সঠিক উত্তর দিয়েছে 4 জন ছাত্রছাত্রী। এবং 5 টি সঠিক উত্তর দিয়েছে 4 জন ছাত্রছাত্রী।

25 কিন্তু এক্ষেত্রে প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান কী হবে?

প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 2 টি।

∴ সংখ্যাগুরুমান 2 ও 5

26 কিন্তু যে সকল তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 2 টি, তাদের কী বলা হয়?

যে তথ্যের সংখ্যাগুরু মান 1 টি তাকে এক ভুয়িষ্ঠক বা এক সংখ্যাগুরুমান সংবলিত (Unimodal) এবং যে তথ্যের সংখ্যাগুরু মান 2টি তাকে দ্বি-ভুয়িষ্ঠক বা দুই সংখ্যাগুরুমান সংবলিত (Bimodal) তথ্য বলা হয়।

ষষ্ঠ শ্রেণির তৃতীয় দলের 12 জন ছাত্রছাত্রী অন্য 10 টি মজার ধাঁধাঁর যতগুলি সঠিক উত্তর দিল সেই সংখ্যাগুলি হলো,

4, 5, 6, 7, 6, 7, 5, 4, 5, 4, 6, 7

আমি উপরের তথ্যটির পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি ও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করি।

সঠিক উত্তরের সংখ্যা (x_i)	4	5	6	7
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f_i)	3	3	3	3

উপরের ছকে 4, 5, 6 ও 7 প্রত্যেকে 3 বার করে আছে।

∴ প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 4, 5, 6 ও 7; এক্ষেত্রে তথ্যের সবকটি সংখ্যাই সংখ্যাগুরুমান, সুতরাং, বলা হয়ে থাকে প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান নেই।

অর্থাৎ তথ্যটি চতুর্ভুয়িষ্ঠক (Tetramodal)। সুতরাং কোনো তথ্যের অনেকগুলি পর্যবেক্ষণের সর্ব্বোচ্চ পরিসংখ্যা সমান হলে, সেই তথ্যটিকে বহুভুয়িষ্ঠক (Multimodal) তথ্য বলে।

প্রয়োগ : 29. দিনের শেষে আমরা 10 জন বন্ধু সামান্য কিছু খাওয়া দাওয়া করার জন্য নিজেদের মধ্যে চাঁদা তুললাম। আমরা দিলাম,

16 টাকা, 15 টাকা, 11 টাকা, 12 টাকা, 15 টাকা, 10 টাকা, 15 টাকা, 10 টাকা, 15 টাকা, 10 টাকা

আমাদের চাঁদা (টাকায়) দেওয়ার তথ্যটি মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

10, 10, 10, 11, 12, 15, 15, 15, 15, 16

∴ প্রদত্ত তথ্যে সবচেয়ে বেশিবার আছে (অর্থাৎ সবচেয়ে বেশি পরিসংখ্যা) ☐ **[নিজে লিখি]**

∴ প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 15.

প্রয়োগ : 30. আমি নীচের তথ্যগুলির সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

(i) 2, 3, 5, 6, 2, 4, 2, 8, 9, 4, 5, 4, 7, 4, 4

(ii) 11, 27, 18, 26, 13, 12, 9, 15, 4, 9

(iii) 102, 104, 117, 102, 118, 104, 120, 104, 122, 102

(iv) 5, 9, 18, 27, 15, 5, 8, 10, 16, 5, 7, 5

(i) প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুলি মানের ঊর্ধক্রমে সাজিয়ে লিখে পাই,

2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

দেখছি, 4 সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশিবার আছে।

∴ তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান = 4

(ii), (iii) ও (iv) -এর তথ্যগুলির সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি। **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 31. আমাদের শ্রেণির 100 জন ছাত্রছাত্রীর গত মাসে উপস্থিতির পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকাটি হলো,

উপস্থিতির দিনসংখ্যা	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	8	28	34	18	12

উপস্থিতির পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

27 কিন্তু বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে শুধুমাত্র পরিসংখ্যা দেখে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় সম্ভব নয়। এক্ষেত্রে কীভাবে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করব?

বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার ক্ষেত্রে প্রথমে কোন শ্রেণির পরিসংখ্যা সবচেয়ে বেশি সেটি নির্ণয় করব।

28 যে শ্রেণির পরিসংখ্যা সবচেয়ে বেশি তাকে কী বলা হয়?

সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণি [Modal class] বলা হয়।

বুঝেছি, উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণি (14-18)

29 কিন্তু সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণি নির্ণয়ের সাহায্যে তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান কীভাবে পাব?

তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান ওই সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণির মধ্যেই থাকে এবং নির্ণেয় সংখ্যাগুরুমান পাব নীচের সূত্রের সাহায্যে,

$$\text{নির্ণেয় সংখ্যাগুরুমান} = \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

এখানে, ℓ = সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির নিম্ন সীমানা।
h = সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য।
f_1 = সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির পরিসংখ্যা।
f_0 = সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির ঠিক পূর্ববর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা।
f_2 = সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির ঠিক পরবর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা।

বুঝেছি, 100 জন ছাত্রছাত্রীর গতমাসের উপস্থিতির তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান,

$$= \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h \quad [\text{এখানে}, \ell = 14,\ f_1 = 34,\ f_0 = 28,\ f_2 = 18,\ h = 4]$$

$$= 14 + \left(\frac{34-28}{2\times34-28-18}\right) \times 4$$

$$= 14 + \frac{6\times4}{22} \quad = 14 + \frac{12}{11} \quad = 15.09 \text{ (দিন)[প্রায়]}$$

কিন্তু আয়তলেখ-এর সাহায্যে উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের থেকে তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান কীভাবে পাব দেখি,

[এটি মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত নহে]

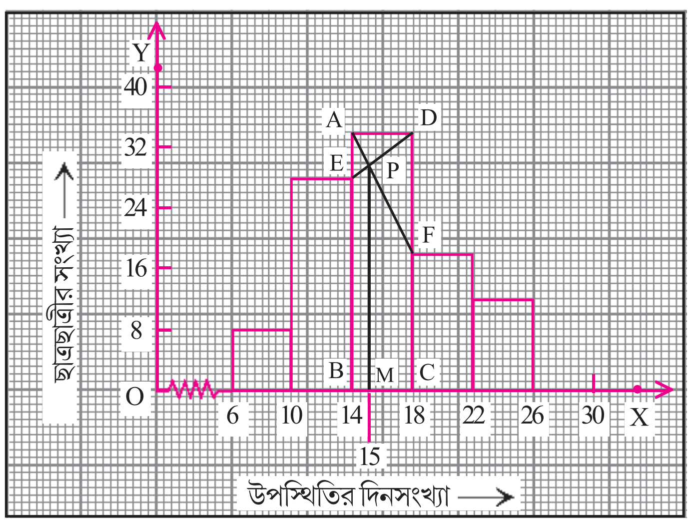
উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি আয়তলেখের মাধ্যমে প্রথমে প্রকাশ করলাম। সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণির আয়তক্ষেত্র ABCD (পাশের চিত্রে)

AF ও ED যুক্ত করলাম যারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করল।

x-অক্ষের উপর P বিন্দু থেকে PM লম্ব অঙ্কন করলাম যা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করল। M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (15, 0)

∴ নির্ণেয় সংখ্যাগুরু মান = 15 (প্রায়)

∴ আয়তলেখের সাহায্যে উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনের দ্বারা প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরুমান প্রায় একই পেলাম।



প্রয়োগ : 32. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের দ্বারা প্রদত্ত তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

দ্রব্যের আকারের নম্বর	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
পরিসংখ্যা	9	10	18	14	10	6	3

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকে সর্বাধিক পরিসংখ্যা 18

∴ সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণি (12-16)

∴ তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান $=\ell+\left(\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right)\times h$ [এখানে, $\ell=12,\ h=4,\ f_1=18,\ f_0=10,\ f_2=14$]

$$= 12 + \left(\frac{18-10}{2\times18-10-14}\right)\times 4$$

$$= 12 + \frac{8}{36-24}\times 4$$

$$= 12 + \frac{8\times4}{12} \quad = 12 + \frac{8}{3} \quad = 14.66$$ নম্বর[প্রায়]

∴ নির্ণেয় সংখ্যাগুরুমান = 14.66 নম্বর[প্রায়]

প্রয়োগ : 33. নীচের শ্রেণি-বিন্যাসিত পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি: **[নিজে করি]**

শ্রেণি	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
পরিসংখ্যা	2	6	12	24	21	12	3

প্রয়োগ : 34. আমাদের পাড়ার উন্নয়ন কমিটির 200 জন সদস্যদের বয়সের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি হলো,

বয়স (বছরে)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
সদস্য সংখ্যা	30	38	70	42	20

আমি উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের সাহায্যে তথ্যটির যৌগিক গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যক (x_i)	পরিসংখ্যা (সদস্য সংখ্যা f_i)	ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	$u_i=\frac{x_i-45}{10}$	f_iu_i
20 - 30	25	30	30	−2	−60
30 - 40	35	38	68	−1	−38
40 - 50	45	70	138	0	0
50 - 60	55	42	180	1	42
60 - 70	65	20	200	2	40
মোট		$\sum f_i=200$			$\sum f_iu_i=-16$

ধরি, কল্পিত গড় = 45

নির্ণেয় যৌগিক গড় (Arithmetic Mean) $= A+\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}\times h$

$$= \left\{45+\left(\frac{-16}{200}\right)\times10\right\}$$ বছর

$$= \left(45-\frac{4}{5}\right)$$ বছর

$= 44.2$ বছর

$n = 200 \quad \therefore \frac{n}{2} = 100$

$\therefore$ (40-50) শ্রেণির মধ্যে মধ্যমা আছে।

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমা $= \ell + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$= 40 + \frac{\frac{200}{2} - 68}{70} \times 10 \quad = 40 + \frac{32}{7} \quad = 40 + 4.57 \quad = 44.57$ বছর[প্রায়]

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা থেকে দেখছি,

সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণি (40-50)

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাগুরুমান $= \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \frac{70 - 38}{2 \times 70 - 38 - 42} \times 10 \quad = 40 + \frac{32}{60} \times 10 \quad = 45.33$ বছর[প্রায়]

প্রয়োগ : 35. নীচের প্রদত্ত রাশিতথ্য থেকে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

মান	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	60-এর কম	70-এর কম	80-এর কম
পরিসংখ্যা	4	16	40	76	96	112	120	125

প্রথমে প্রদত্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি থেকে পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি।

শ্রেণি সীমানা (মান)	পরিসংখ্যা
10 -এর কম	4
10 - 20	16 – 4 = 12
20 - 30	40 – 16 = 24
30 - 40	76 – 40 = 36
40 - 50	96 – 76 = 20
50 - 60	112 – 96 = 16
60 - 70	120 – 112 = 8
70 - 80	125 – 120 = 5

সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণিটি হলো (30-40)

$\therefore$ সংখ্যাগুরুমান $= \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 30 + \frac{36 - 24}{2 \times 36 - 24 - 20} \times 10$

$= 30 + \frac{12}{72 - 44} \times 10$

$= 30 + \frac{12}{28} \times 10 \quad = 30 + \frac{30}{7}$

$= 30 + 4.29$

$= 34.29$[প্রায়]

[$\because$ h সংখ্যাগুরু মান সংবলিত শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য, অর্থাৎ সংখ্যাগুরুমান নির্ণয়ের সময় সকল শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য সমান নাও হতে পারে। তাই 10-এর কম এই ক্ষেত্রে (0-10) নেওয়া হয় না। 10-এর কমই লেখা হয়।]

মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত নয়।

যৌগিক গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরুমানের মধ্যে বিশেষ ক্ষেত্রে একটি প্রায়োগিক সম্পর্ক আছে। সেটি হলো,

যৌগিক গড় – সংখ্যাগুরুমান = 3 (যৌগিক গড় – মধ্যমা)

$\therefore$ সংখ্যাগুরুমান = 3 × মধ্যমা – 2 × যৌগিক গড়

কষে দেখি 26.4

1. আমাদের 16 জন বন্ধুর প্রতিদিন স্কুলে যাতায়াত ও অন্যান্য খরচের জন্য প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ,
15, 16, 17, 18, 17, 19, 17, 15, 15, 10, 17, 16, 15, 16, 18, 11
আমাদের বন্ধুদের প্রতিদিন পাওয়া অর্থের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

2. নীচে আমাদের শ্রেণির কিছু ছাত্রছাত্রীদের উচ্চতা (সেমি.) হলো,
131, 130, 130, 132, 131, 133, 131, 134, 131, 132, 132, 131, 133,
130, 132, 130, 133, 135, 131, 135, 131, 135, 130, 132, 135, 134, 133
ছাত্রছাত্রীদের উচ্চতার সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

3. নীচের তথ্যের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।
(i) 8, 5, 4, 6, 7, 4, 4, 3, 5, 4, 5, 4, 4, 5, 5, 4, 3,
3, 5, 4, 6, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 2, 3, 4
(ii) 15, 11, 10, 8, 15, 18, 17, 15, 10, 19, 10, 11,
10, 8, 19, 15, 10, 18, 15, 3, 16, 14, 17, 2

4. আমাদের পাড়ার একটি জুতোর দোকানে একটি বিশেষ কোম্পানির জুতো বিক্রির পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা হলো,

সাইজ (x_i)	2	3	4	5	6	7	8	9
পরিসংখ্যা (f_i)	3	4	5	3	5	4	3	2

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

5. একটি প্রবেশিকা পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীর বয়সের পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

বয়স (বছরে)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26
পরীক্ষার্থীর সংখ্যা	45	75	38	22	20

6. শ্রেণির একটি পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষায় 80 জন ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা দেখি ও সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

নম্বর	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	2	6	10	16	22	11	8	5

7. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
পরিসংখ্যা	5	12	18	28	17	12	8

8. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করি।

শ্রেণি	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94	95-104
পরিসংখ্যা	8	13	19	32	12	6

[সংকেত : যেহেতু সংখ্যাগুরুমান সংবলিত শ্রেণির নিম্ন শ্রেণি-সীমানা নেওয়া হয়, তাই শ্রেণি-সীমাকে শ্রেণি-সীমানায় পরিণত করতে হবে।]

9. **অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :**

(A) বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q) :

(i) একটি পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমা যে লেখচিত্রের সাহায্যে পাওয়া যায় তা হলো, (a) পরিসংখ্যা রেখা (b) পরিসংখ্যা বহুভুজ (c) আয়তলেখ (d) ওজাইভ

(ii) 6, 7, x, 8, y, 14 সংখ্যাগুলির গড় 9 হলে, (a) x+y=21 (b) x+y=19 (c) x–y=21 (d) x–y=19

(iii) 30, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40 তথ্যে 35 না থাকলে মধ্যমা বৃদ্ধি পায় (a) 2 (b) 1.5 (c) 1 (d) 0.5

(iv) 16, 15, 17, 16, 15, x, 19, 17, 14 তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 15 হলে x-এর মান (a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 19

(v) ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজানো 8, 9, 12, 17, x+2, x+4, 30, 31, 34, 39 তথ্যের মধ্যমা 24 হলে, x-এর মান (a) 22 (b) 21 (c) 20 (d) 24

(B) নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি :

(i) 2, 3, 9, 10, 9, 3, 9 তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 10

(ii) 3, 14, 18, 20, 5 তথ্যের মধ্যমা 18

(C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

(i) যৌগিক গড়, মধ্যমা, সংখ্যাগুরুমান হলো ________ প্রবণতার মাপক।

(ii) $x_1, x_2, x_3 .... x_n$ এর গড় $\overline{x}$ হলে, $ax_1, ax_2, ax_3 .... ax_n$-এর গড় ________, যেখানে $a\neq0$

(iii) ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতিতে বিন্যস্ত রাশিতথ্যের যৌগিক গড় নির্ণয়ের সময় সকল শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য ________।

10. **সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন :**

(i)

শ্রেণি	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
পরিসংখ্যা	4	15	3	20	14	7	14

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের মধ্যমা শ্রেণির উর্ধ্ব শ্রেণি-সীমানা এবং সংখ্যাগুরুমান শ্রেণির নিম্ন শ্রেণি-সীমানার অন্তরফল নির্ণয় করি।

(ii) 150 জন অ্যাথলিট 100 মিটার হার্ডল রেস যত সেকেন্ডে সম্পূর্ণ করে তার একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক নীচে দেওয়া আছে।

সময় (সেকেন্ডে)	13.8-14	14-14.2	14.2-14.4	14.4-14.6	14.6-14.8	14.8-15
অ্যাথলিটের সংখ্যা	2	4	5	71	48	20

14.6 সেকেন্ডের কম সময়ে কতজন অ্যাথলিট 100 মিটার দৌড় সম্পন্ন করে নির্ণয় করি।

(iii) একটি পরিসংখ্যা বিভাজনের গড় 8.1, $\sum f_i x_i = 132+5k$ এবং $\sum f_i = 20$ হলে, k-এর মান নির্ণয় করি।

(iv) যদি $u_i = \frac{x_i - 25}{10}$, $\sum f_i u_i = 20$ এবং $\sum f_i = 100$ হয়, তাহলে $\overline{x}$-এর মান নির্ণয় করি।

(v)

নম্বর	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	60-এর কম
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	3	12	27	57	75	80

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে সংখ্যাগুরুমান শ্রেণিটি লিখি।

মিলিয়ে দেখি (LET'S MATCH)

অধ্যায় - 1

নিজে করি :

প্রয়োগ : 1. (iv) দ্বিঘাত সমীকরণ নয়। (v) দ্বিঘাত সমীকরণ নয়।

4. $x^2+2x-24=0$, প্রস্থ = x মিটার

কষে দেখি-1.1 [Page : 4]

1. (i), (iii) 2. (i) 3. x^3 4. (i) 2 (ii) 1 (iii) $2x^2+9=0$ (iv) $6x^2+13x+8=0$; 6, 13, 8

5. (i) $x^2+x-42=0$; যেখানে, x একটি সংখ্যা।

(ii) $x^2-36=0$; যেখানে, $2x-1$ ও $2x+1$ ক্রমিক অযুগ্ম সংখ্যা।

(iii) $x^2+x-156=0$; যেখানে, x ও $x+1$ ক্রমিক সংখ্যা।

6. (i) $x^2+3x-108=0$; যেখানে, প্রস্থ = x মিটার।

(ii) $x^2+4x-320=0$; যেখানে, x কিগ্রা. চিনির মূল্য 80 টাকা।

(iii) $x^2+5x-750=0$; যেখানে, প্রথমে ট্রেনটির সমবেগ x কিমি./ঘন্টা

(iv) $x^2+100x-33600=0$; যেখানে, ক্রয়মূল্য x টাকা।

(v) $5x^2-21x-20=0$; যেখানে, স্থির জলে নৌকার বেগ x কিমি./ঘন্টা

(vi) $x^2-x-6=0$; যেখানে, মহিম একা x ঘন্টায় কাজটি সম্পূর্ণ করে।

(vii) $x^2-5x+6=0$; যেখানে, দশক স্থানীয় অঙ্কটি x

(viii) $2x^2+85x-225=0$; যেখানে রাস্তাটি x মিটার চওড়া।

নিজে করি :

প্রয়োগ : 8. –4 13. $\frac{a+b}{ab}$ ও $\frac{2}{a+b}$ 15. $x=-9$ এবং $x=9$

কষে দেখি-1.2 [Page : 10]

1. (i) না (ii) না (iii) না (iv) হ্যাঁ 2. (i) $-\frac{1}{6}$ (ii) $2a^2$ 3. $a=3, b=-6$

4. (i) $y=-6$ এবং $y=6$ (ii) $x=3$ এবং $x=-3$ (iii) $x=-6$ এবং $x=22$

(iv) $x=-3$ এবং $x=3$ (v) $x=-6$ এবং $x=6$ (vi) $x=-\frac{1}{5}$ এবং $x=\frac{1}{2}$

(vii) $x=\frac{1}{2}$ এবং $x=2$ (viii) $x=0$ এবং $x=\frac{2}{3}$ (ix) $x=-9$ এবং $x=7$

(x) $x=-4$ এবং $x=3$ (xi) $x=-1$ এবং $x=1$ (xii) $x=0$ এবং $x=1$

(xiii) $x=-7$ এবং $x=0$ (xiv) $x=-\frac{68}{9}$ এবং $x=3$ (xv) $x=6$ এবং $x=9$

(xvi) $x=-a$ এবং $x=-b$ (xvii) $x=2a$ এবং $x=3a$ (xviii) $x=-(a+b)$ এবং $x=a$

(xix) $x=-2$ এবং $x=7$ (xx) $x=0$ এবং $x=\frac{2ab-bc-ca}{a+b-2c}$

(xxi) $x=\sqrt{3}$ এবং $x=2$

নিজে করি :

প্রয়োগ : 18. 8 অথবা 9

কষে দেখি-1.3 [Page : 13]

1. 6 এবং 9 **2.** 15 মিটার **3.** 3 **4.** 20 কিমি./ঘন্টা **5.** দৈর্ঘ্য = 50 মিটার, প্রস্থ = 40 মিটার
6. 5 অথবা 9 **7.** 20 মিনিট এবং 25 মিনিট **8.** 6 দিন **9.** 30 টাকা
10. **(A)** (i) b (ii) c (iii) b (iv) a (v) b **(B)** (i) মিথ্যা, (ii) মিথ্যা
(C) (i) রৈখিক (ii) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (iii) 0 ও 6
11. (i) a = – 4 (ii) 3 (iii) 1 (iv) $\frac{1}{x} - x = \frac{9}{20}$; যেখানে x প্রকৃত ভগ্নাংশ (v) a=1, b=12

নিজে করি :

প্রয়োগ : **26.** 11 ও 13 **30.** (v) -1 ও $\frac{1}{2}$ (vi) 1 ও $\frac{7}{2}$ (vii) 1 ও $\sqrt{2}$

কষে দেখি-1.4 [Page : 22]

1. (i) না। যেহেতু একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নয়। (ii) একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ। (iii) –2
2. (i) –4 ও $\frac{1}{3}$ (ii) –1 ও –1 (iii) $\frac{1}{8}$ ও $\frac{3}{2}$ (iv) –1 ও $\frac{1}{3}$ (v) বাস্তব বীজ নেই।
(vi) $-\frac{1}{2}$ ও $\frac{3}{5}$ (vii) বাস্তব বীজ নেই (viii) $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$ ও $\frac{3+\sqrt{2}}{5}$ (ix) $-\frac{7}{8}$ ও $\frac{3}{2}$
3. (i) 10 সেমি., 24 সেমি. ও 26 সেমি. (ii) 3 (iii) 9 মিটার/সেকেন্ড (iv) 9 মিটার (v) 10
(vi) 18 (vii) $1\frac{3}{5}$ কিমি./ঘন্টা (viii) 60 কিমি./ঘন্টা (ix) 80 টাকা

নিজে করি :

প্রয়োগ : **31.** (iv) বাস্তব ও অসমান **33.** $\frac{25}{2}$ **36.** (ii) সমষ্টি = $\frac{9}{4}$, গুণফল = –25 **38.** 3
41. $\frac{3abc-b^3}{c^3}$

কষে দেখি-1.5 [Page : 29]

1. (i) বাস্তব ও অসমান। (ii) বাস্তব ও সমান। (iii) কোনো বাস্তব বীজ নেই। (iv) কোনো বাস্তব বীজ নেই।
2. (i) ± 14 (ii) $\frac{25}{24}$ (iii) 16 (iv) $\frac{9}{8}$ (v) 2 ও $\frac{1}{2}$ (vi) $-\frac{1}{2}$ ও 1
3. (i) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (ii) $x^2 + 7x + 12 = 0$ (iii) $x^2 + x - 12 = 0$ (iv) $x^2 - 2x - 15 = 0$
4. –3 **8.** (i) $\frac{34}{25}$ (ii) $-\frac{98}{125}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{98}{75}$ **10.** $x^2 + px + 1 = 0$ **11.** $x^2 + x + 1 = 0$
12. **(A)** (i) c (ii) c (iii) a (iv) d (v) c **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) 2:3 (ii) a (iii) 0
13. (i) $x^2 - 14x + 24 = 0$ (ii) $-\frac{2}{3}$ (iii) ± 8 (iv) $-\frac{1}{2}$ (v) 12

অধ্যায় - 2

নিজে করি :

প্রয়োগ : **2.** 30 টাকা, 81 টাকা **4.** 1200 টাকা **5.** 1500 টাকা, 1700 টাকা
10. 93.75 টাকা, 593.75 টাকা; 0.01 টাকা, 146.01 টাকা; 456.50 টাকা, 5021.50 টাকা
13. 400 টাকা, 7300 টাকা **16.** 840 টাকা, 10,000 টাকা **19.** $3\frac{1}{2}$ বছর, 2 বছর **23.** (i) 5 (ii) 2
26. 400 টাকা, 8 **30.** 90,000 টাকা, 97,500 টাকা **32.** 6087.50 টাকা
34. 3,00,000 টাকা, 2,00,000 টাকা, 1,20,000 টাকা

কষে দেখি-2 [Page : 46]

1. 7200 টাকা **2.** 48 টাকা **3.** 1060 টাকা **4.** 3584 টাকা **5.** 8000 টাকা **6.** 37800 টাকা **7.** $16\frac{2}{3}$ বছর **8.** $6\frac{1}{4}$ **9.** 170 টাকা **10.** $6\frac{1}{4}$ **11.** $3\frac{1}{2}$ বছর **12.** 5 বছর **13.** 5000 টাকা, 6 **14.** 3:4 **15.** $9\frac{1}{2}$ **16.** ব্যাঙ্কে 60000 টাকা এবং পোস্টঅফিসে 40000 টাকা **17.** 6000 টাকা এবং 4000 টাকা **18.** 20837.50 টাকা **19.** 9 বছর **20.** 80,000 টাকা এবং 60,000 টাকা **21.** **(A)** (i) c (ii) c (iii) b (iv) c (v) b **(B)** (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) উত্তমর্ণ (ii) $\frac{prt}{100}$ (iii) $12\frac{1}{2}\%$ **22.** (i) 16 (ii) 24000 টাকা (iii) 8 (iv) $6\frac{2}{3}$ (v) 240 টাকার

অধ্যায় - 3

কষে দেখি-3.1 [Page : 52]

1. AO, CO, PO, QO **2.** (i) অসংখ্য (ii) ব্যাস (iii) বৃত্তাংশে (iv) কেন্দ্র (v) সমান (vi) ব্যাসার্ধ (vii) বড়ো **4.** (i) সত্য (ii) সত্য (iii) সত্য (iv) সত্য (v) মিথ্যা (vi) মিথ্যা (vii) মিথ্যা (viii) সত্য

নিজে করি :

প্রয়োগ : **6.** 30 সেমি. **8.** 7 সেমি.

কষে দেখি-3.2 [Page : 65]

1. 3 সেমি. **2.** 24 সেমি. **3.** 5.8 সেমি. **4.** 3 সেমি. **5.** 30 সেমি. **6.** 3.25 সেমি. **10.** 13 সেমি. **16.** **(A)** (i) c (ii) b (iii) b (iv) a (v) b **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য (iii) মিথ্যা **(C)** (i) 1 : 1 (ii) কেন্দ্রগামী **17.** (i) 16 সেমি. (ii) 9.6 সেমি. (iii) 6 সেমি. (iv) 8 সেমি. (v) 10 সেমি.

অধ্যায় - 4

নিজে করি :

প্রয়োগ : **2.** 1440 বর্গ সেমি. **4.** 864 বর্গ সেমি. **7.** 9 মিটার **10.** 640 বর্গ সেমি., কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{6}$ সেমি. **18.** 9 ঘণ্টা

কষে দেখি-4 [Page : 74]

2. তলগুলি — ABCD, EFGH, ADFE, BCGH, ABHE, DCGF,
ধারগুলি — AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, DF, BH, CG.
শীর্ষবিন্দুগুলি — A, B, C, D, E, F, G, H.

3. $5\sqrt{2}$ মিটার **4.** 512 ঘন মিটার **5.** 150 মিটার **6.** 96 বর্গ সেমি. **7.** 125 ঘন সেমি. **8.** 216 ঘন সেমি. **9.** 6 সেমি. **10.** 8:1 **11.** 352 বর্গ সেমি. **12.** 200 গ্রাম **13.** 75 **14.** 75 সেমি. **15.** 18 লিটার **16.** 26.25 ঘন সেমি., 1.5 সেমি. **17.** 2 ডেসিমি. **18.** $1\frac{5}{59}$ মিটার **19.** 2 মিটার **20.** দৈর্ঘ্য 20 ডেসিমি. ও প্রস্থ 15 ডেসিমি., রাখা যাবে না, যেহেতু পাত্রের আয়তন 1500 লিটার। **21.** 1 মিটার, 8 ডেসিমি. **22.** 5 ডেসিমি., 775 টাকা 50 পয়সা **23.** 7 ঘণ্টা 24 মিনিট, 5 ডেসিমি. **24.** **(A)** (i) b (ii) b (iii) d (iv) c (v) d **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) 4টি (ii) $\sqrt{2}$ (iii) ঘনক **25.** (i) 6 (ii) 3.5 (iii) 125 (iv) 6 সেমি. (v) 96 বর্গ মি.

অধ্যায় - 5

নিজে করি :

প্রয়োগ : **4.** y : x **6.** 14 ও 21 **9.** 1 : $p^2q^2r^2$ **11.** 24 : 35 **13.** 20 : 36 : 45 **17.** 50 : 19 **19.** 247 : 778 **21.** 9

কষে দেখি-5.1 [Page : 82]

1. (i) 2 : 9, লঘু অনুপাত (ii) 3 : 5, লঘু অনুপাত (iii) 1 : 1, সাম্যানুপাত (iv) 20 : 1, গুরু অনুপাত

2. (i) 1000p : q (ii) একই এককে আনলে (iii) সাম্যানুপাত (iv) 1 : abc (v) $y^2 : xz$ (vi) 1 : xyz

3. (i) 36 : 77 (ii) 1 : 1 **4.** (i) 48 : 49 (ii) 16 : 35 (iii) 3 : 4 : 6 (iv) 8 : 12 : 21

5. (i) 9 : 10 (iii) 86 **6.** (i) 40 : 19 (ii) 9 : 4

8. (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{bm-an}{m-n}$ (iii) 1

নিজে করি :

প্রয়োগ : **25.** সমানুপাত আছে **26.** সমানুপাতে আছে **29.** সমানুপাতী **31.** 84 **33.** 20 **34.** 5 : 10 : : 6 : 12; 6 : 5 : : 12 : 10; 10 : 5 : : 12 : 6 **36.** 3 **38.** না। যেহেতু, 3+10 = 6+7 **40.** 48 টাকা **42.** 16 pq^3 **44.** 1.5 **46.** xyz

কষে দেখি-5.2 [Page : 87]

1. (i) 12 (ii) 75 **2.** (i) $\frac{3}{20}$ (ii) 22.8 কিগ্রা. (iii) $\frac{yz^3}{x}$ (iv) p^3+q^3 **3.** (i) 20 (ii) 1.5 (iii) $\frac{q^2r^2}{p^3}$ (iv) $(x+y)^4(x-y)^2$ **4.** (i) 20 (ii) 4.5 (iii) x^2y^2 (iv) x^2-y^2

5. পরস্পর বিপরীত সম্পর্ক **6.** 2 **7.** 162 **8.** 3 **9.** 6 **10.** $\frac{qr-ps}{q+r-p-s}$

কষে দেখি-5.3 [Page : 97]

6. (vi) 2 **12.** **(A)** (i) a (ii) c (iii) c (iv) c (v) d **(B)** (i) সত্য (ii) সত্য **(C)** (i) 4 (ii) $12\frac{1}{2}$ (iii) –6 **13.** (i) 11 (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) 17 : 7 (iv) x = 8, y = 18 (v) 3 : 2

অধ্যায় - 6

নিজে করি :

প্রয়োগ : **3.** 1102.50 টাকা **5.** 1576.25 টাকা **7.** 102.50 টাকা **10.** 2300 টাকা **12.** 34719.24 **14.** 3200 টাকা **19.** 6000 টাকা, 7% **21.** 8% **23.** 2 বছর

কষে দেখি-6.1 [Page : 112]

1. 5886.13 টাকা (প্রায়) **2.** 6298.56 টাকা **3.** 247.20 টাকা **4.** 8850.87 টাকা **5.** 90405 টাকা **6.** 15000 টাকা **7.** 8,000 টাকা **8.** 25,000 টাকা **9.** 25,000 টাকা **10.** 67.50 টাকা **11.** 76.25 টাকা

12. 16,000 টাকা **13.** 30,000 টাকা **14.** 933.60 টাকা **15.** 565 টাকা **16.** 1250 টাকা, 4%
17. 70,000 টাকা, 6% **18.** 489.60 টাকা **19.** 480.57 টাকা (প্রায়) **20.** 8% **21.** 2 বছর
22. 10% **23.** 2 বছর **24.** 3 বছর **25.** 252.20 টাকা, 1852.20 টাকা

নিজে করি :

প্রয়োগ : **27.** 102900 টাকা **29.** 506250

কষে দেখি-6.2 [Page : 117]

1. 10609 **2.** 84896640 **3.** 72900 টাকা **4.** 3200 জন **5.** 12000 **6.** 532.4 কুই. **7.** 20 মিটার
8. 3429.50 টাকা **9.** 58.32 কিগ্রা. **10.** 3000 **11.** 1536 **12.** 131220 টাকা **13.** 75
14. 33750 **15.** 40960 **16.** **(A)** (i) c (ii) b (iii) b (iv) d (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য
(C) (i) সমান (ii) সমহার (iii) হ্রাস **17.** (i) 5 (ii) 2n (iii) 6000 টাকা (iv) $v\left(1-\frac{r}{100}\right)^{-n}$
(v) $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{-n}$

অধ্যায় - 7

নিজে করি : 7.1 **1.** বৃত্তস্থ, $\overset{\frown}{AQB}$ **2.** ST, ∠SLT, $\overset{\frown}{SNT}$

নিজে করি : 7.2 **3.** **(a)** (i) কেন্দ্রস্থ (ii) ∠APB (iii) AQB, বৃত্তস্থ (iv) APB, নয় (v) ∠ADB, $\overset{\frown}{AQB}$
(b) (i) ∠ACB, ∠ADB (ii) ∠ACB, ∠ADB, নয়

নিজে করি :

প্রয়োগ : **5.** (i) x=60 (ii) y=120

কষে দেখি-7.1 [Page : 126]

1. 65°, 25° **2.** 125° **3.** 144° **4.** 55°, 110° **5.** 160° **14.** **(A)** (i) d (ii) a (iii) b (iv) c (v) c
(B) (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) অর্ধেক (ii) সমান (iii) 120° **15.** (i) x=40, y=80 (ii) 40°
(iii) 120° (iv) 5 সেমি. (v) 40°

নিজে করি :

প্রয়োগ : **8.** (ii) x=60

কষে দেখি-7.2 [Page : 132]

1. 40°, 60°, 180° **2.** ∠BAC = 45°, ∠APC = 45° **12.** **(A)** (i) d (ii) d (iii) c
(iv) b (v) d **(B)** (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) সমান (ii) সমবৃত্তস্থ (iii) সমান
13. (i) ∠CDE = 30° (ii) 78° (iii) 80° (iv) 64° (v) 4 সেমি.

কষে দেখি-7.3 [Page : 138]

1. (ii) **10.** **(A)** (i) d (ii) c (iii) d (iv) c (v) c **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) সমকোণ
(ii) স্থূলকোণ (iii) সমকৌণিক **11.** (i) 4 সেমি. (ii) 2.5 সেমি. (iii) 2r সেমি. (iv) 30° (v) 60°

অধ্যায় - 8

নিজে করি :

প্রয়োগ : **2.** 616 বর্গ মি. **4.** 187 বর্গ ডেকামি. **6.** 6.4 ডেসিমি., 28.05 টাকা
11. 2.541 ঘন ডেসিমি., 12.705 কিগ্রা. **13.** 188.65 ঘন সেমি. **16.** 360 সেমি.

কষে দেখি-8 [Page : 146]

1. (i) 3 (ii) 1;2 **3.** 18 সেমি. **4.** 1232 ঘন ডেসিমি.; 1100 টাকা **5.** 325 গ্রাম **6.** 4.05 ডেসিমি.
7. 6.468 লিটার **8.** 2310 কিলোলিটার **9.** 3.2 সেমি. **10.** 14 মিটার, 6 মিটার **11.** 180 সেমি.
12. 5.6 ডেসিমি., 25 ডেসিমি. **13.** 5829.12 টাকা **14.** 5 ডেসিমি. **15.** 7 ডেসিমি.
16. 15840 লিটার; 21120 লিটার **17.** (i) 277.2 ঘন ডেসিমি. (ii) 55.44 ঘন ডেসিমি. **18.** 168 টি
19. **(A)** (i) c (ii) b (iii) b (iv) c (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) ℓb (ii) 5 (iii) 4
20. (i) 7 মিটার (ii) 2 (iii) 396 ঘন সেমি. (iv) 9:32 (v) $62\frac{1}{2}$% হ্রাস

অধ্যায় - 9

নিজে করি :

প্রয়োগ : **4.** $\sqrt{48}, \sqrt{27}, \sqrt{75}$ **6.** $3\sqrt{2}, -\sqrt{2}$, শুদ্ধ করণী **9.** $4\sqrt{3}$ **11.** $21+5\sqrt{5}$

কষে দেখি-9.1 [Page : 153]

1. (i) $5\sqrt{7}$ (ii) $8\sqrt{7}$ (iii) $6\sqrt{3}$ (iv) $5\sqrt{5}$ (v) $5\sqrt{119}$ **5.** $5\sqrt{3}-\sqrt{2}$
6. (a) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (b) $4-2\sqrt{3}$ (c) $4+2\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}$ (d) $15-4\sqrt{11}$ (e) $\sqrt{7}-10$
(f) $5+\sqrt{3}$ ও $5-\sqrt{3}$ [অন্য উত্তরও হবে]

নিজে করি :

প্রয়োগ : **16.** $6\sqrt{2}+2\sqrt{14}-2\sqrt{10}-3-\sqrt{7}+\sqrt{5}$ **18.** $\sqrt{7}, k\sqrt{7}$ (k একটি অশূন্য মূলদ সংখ্যা)
20. $7+\sqrt{3}, -7-\sqrt{3}$ **22.** $\sqrt{15}-\sqrt{3}, \sqrt{3}-\sqrt{15}$ **25.** (i) $2-\sqrt{3}$ (ii) $5+\sqrt{2}$
(iii) $-\sqrt{5}-7$ (iv) $6-\sqrt{11}$ (v) $-\sqrt{5}$ **28.** $\frac{4\sqrt{15}}{15}, \frac{\sqrt{42}}{2}$ **30.** (i) $14+8\sqrt{3}$
(ii) $4+\sqrt{15}$

কষে দেখি-9.2 [Page : 157]

1. (a) 3 (b) $\sqrt{2}$ (c) $15\sqrt{15}$ (d) 3 (e) $\pm\sqrt{23}$ **2.** (a) $7\sqrt{2}$ (b) 12 (c) 15
(d) $3\sqrt{2}+\sqrt{10}$ (e) -1 (f) $24+8\sqrt{6}+2\sqrt{15}+3\sqrt{10}$ (g) 4 **3.** (a) 5 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{3}$
(d) $2-\sqrt{5}$ (e) $\sqrt{14}$ (f) $2+\sqrt{3}$ **4.** $9+4\sqrt{5}; -2+\sqrt{7}$
5. (i) $-\sqrt{5}+\sqrt{2}; \sqrt{5}-\sqrt{2}$ (ii) $13-\sqrt{6}; -13+\sqrt{6}$ (iii) $-\sqrt{8}-3; \sqrt{8}+3$
(iv) $\sqrt{17}+\sqrt{15}; -\sqrt{17}-\sqrt{15}$ **6.** (i) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (ii) $\frac{1}{5}(\sqrt{10}-\sqrt{5}+\sqrt{30})$ (iii) $2+\sqrt{3}$
(iv) $\frac{1}{4}(3\sqrt{7}+\sqrt{35}+3\sqrt{3}+\sqrt{15})$ (v) $\frac{1}{19}(6\sqrt{10}+2\sqrt{5}+3\sqrt{2}+1)$ (vi) $5+2\sqrt{6}$
7. (i) $6+\sqrt{10}-3\sqrt{2}-\sqrt{5}$ (ii) $-(4+\sqrt{6})$ (iii) $\sqrt{3}$

8. (i) $-\frac{(5+2\sqrt{5})}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}(9\sqrt{2}-8\sqrt{5})$

নিজে করি :

প্রয়োগ : **32.** $\frac{2}{5}$ **34.** $6\sqrt{3}-4\sqrt{2}$ **36.** $2\sqrt{2}, 18\sqrt{3}, 4\sqrt{6}$

কষে দেখি-9.3 [Page : 161]

1. (a) (i) 1 (ii) 0 **2.** (a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (b) 0 (c) $4\sqrt{6}$ (d) 0 **3.** 0

4. (i) $2\sqrt{6}$ (ii) $2\sqrt{7}$ (iii) 26 (iv) $50\sqrt{7}$ **5.** $(4x^2-2)$, $x=\pm 2$

6. (i) $1\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{5\sqrt{5}}{27}$ (iii) $1\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{9\sqrt{5}}{20}$

7. (a) (i) $2\sqrt{3}$ (ii) 14 (iii) $30\sqrt{3}$ (iv) 2 (b) 37 **9.** $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

10. **(A)** (i) c (ii) a (iii) b (iv) a (v) b **(B)** (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) অমূলদ (ii) $-\sqrt{3}-5$ (iii) অনুবন্ধী

11. (i) 6 (ii) $\sqrt{10}+\sqrt{8}$ (iii) $a+\sqrt{b}$ ও $a-\sqrt{b}$ [যেখানে a মূলদ সংখ্যা এবং $\sqrt{b}$ শুদ্ধ দ্বিঘাত করণী] (iv) $2\sqrt{2}$ (v) 1

অধ্যায় - 10

কষে দেখি-10 [Page : 169]

1. $\angle SQP = 65^\circ$, $\angle RSP = 70^\circ$ **2.** 35° **3.** $40^\circ, 25^\circ$ **17.** **(A)** (i) c (ii) c (iii) d (iv) c (v) d **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) সমবৃত্তস্থ (ii) আয়তাকার (iii) সমবৃত্তস্থ

18. (i) $x = 60$ (ii) $\angle QBC = 100^\circ$, $\angle BCP = 96^\circ$ (iii) $\angle DPC = 40^\circ$, $\angle BQC = 20^\circ$ (iv) $\angle BED = 80^\circ$ (v) $\angle BED = 20^\circ$

অধ্যায় - 11

নিজে করি : 11 **1.** জ্যা **2.** কেন্দ্র **3.** সমান **4.** ব্যাসার্ধ

অধ্যায় - 12

নিজে করি :

প্রয়োগ : **2.** 1540 টাকা **4.** $1437\frac{1}{3}$ ঘন সেমি. **7.** 10.5 সেমি. **10.** 1:4

কষে দেখি-12 [Page : 183]

1. 1386 বর্গ সেমি. **2.** 2.8 সেমি. **3.** $179\frac{2}{3}$ ঘন সেমি. **4.** $11498\frac{2}{3}$ ঘন সেমি. **5.** 1:9 **6.** 9 সেমি. **7.** 38.808 ঘন সেমি; 55.44 বর্গ সেমি. **8.** 8টি **9.** 6 সেমি. **10.** 970 টাকা 20 পয়সা **11.** 36:25

12. $1:(2\sqrt{2}-1)$ **13.** 2460.92 বর্গ সেমি. **14.** 512টি **15.** **(A)** (i) a (ii) b (iii) c (iv) a (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) গোলক (ii) 1 (iii) 12

16. (i) 4.5 একক (ii) 6 সেমি. (iii) $2:\sqrt{3}$ (iv) 36π (v) 125

অধ্যায় - 13

নিজে করি :

প্রয়োগ : **4.** $\frac{9}{2}$, $y=\frac{9}{2}\sqrt{x}$, $x=\frac{256}{81}$ **5.** হ্যাঁ, $x\propto\frac{1}{y}$ **10.** $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা **19.** $5\frac{2}{5}$ দিন **27.** 8 টি

কষে দেখি-13 [Page : 195]

1. $A\propto B, \frac{5}{2}$ **2.** $x\propto\frac{1}{y}$ **3.** (i) 168 কিমি. (ii) 6 টি (iii) 10 জন **4.** (i) $x=4$ (ii) 2 (iii) $x=\frac{3y}{10z}$, 9 **5.** (iii) $a\propto\frac{1}{d}$ (iv) ভেদ ধ্রুবক তিনটির গুণফল 1 **8.** 5 দিন **9.** 3 মিটার

10. $y=2x-\frac{3}{x}$ **12.** 16250 টাকা **13.** 5 : 9 **14.** 15

16. **(A)** (i) d (ii) d (iii) b (iv) b (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) z (ii) y^n (iii) x

17. (i) $y^2=4ax$ (ii) 1 (iii) সরলভেদে (v) 8 : 27

অধ্যায় - 14

নিজে করি :

প্রয়োগ :

2. সুলেখা পাবে 3500 টাকা, জয়নাল পাবে 3150 টাকা এবং শিবু পাবে 4900 টাকা **5.** 14100 টাকা,15900 টাকা ও 13200 টাকা **8.** মনীষা দেবেন 2300 টাকা এবং রজত দেবেন 4600 টাকা

10. নিবেদিতা পাবে 3250 টাকা এবং উমা পাবে 2925 টাকা।

কষে দেখি-14 [Page : 202]

1. আমার লভ্যাংশ 6,300 টাকা ও মালার লভ্যাংশ 10,500 টাকা

2. প্রিয়ম, সুপ্রিয়া ও বুলুকে যথাক্রমে 900 টাকা, 600 টাকা ও 1500 টাকা লোকসানের পরিমাণ হিসাবে দিতে হবে।

3. মাসুদের লভ্যাংশ 5000 টাকা ও শোভার লভ্যাংশ 7500 টাকা

4. তিনবন্ধুকে যথাক্রমে 500 টাকা, 600 টাকা ও 700 টাকা দিতে হবে,

5. দীপুর লভ্যাংশ 4700 টাকা, রাবেয়ার লভ্যাংশ 4400 টাকা ও মেঘার লভ্যাংশ 5300 টাকা

6. তিন বন্ধু লভ্যাংশ থেকে যথাক্রমে 2240 টাকা, 2800 টাকা এবং 3360 টাকা পাবেন

7. তিন বন্ধুর হাতে যথাক্রমে 3600 টাকা, 4800 টাকা এবং 3000 টাকা থাকবে; 6:8:5

8. তিন বন্ধু পাবেন যথাক্রমে 10560 টাকা, 10274 টাকা ও 8426 টাকা

9. প্রদীপবাবু পাবেন 12956 টাকা ও আমিনাবিবি পাবেন 14760 টাকা

10. নিয়ামতচাচা লাভ পাবেন 10000 টাকা করবীদিদি লাভ পাবেন 9000টাকা

11. শ্রীকান্ত পাবেন 15660 টাকা, সৈফুদ্দিন পাবেন 19575 টাকা ও পিটার পাবেন 3915 টাকা।

12. 5 মাস পরে

13. তিনজন মৃৎশিল্পী পেয়েছিলেন যথাক্রমে 36500 টাকা, 35000 টাকা ও 39500 টাকা

14. 6800 টাকা **15.** পূজা পাবে 2550 টাকা, উত্তম পাবে 2610 টাকা, মেহের পাবে 300 টাকা

16. **(A)** (i) b (ii) a (iii) c (iv) a (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) মিথ্যা **(C)** (i) দুই (ii) সরল (iii) মিশ্র

17. (i) 1500 টাকা (ii) 8:12:15 (iii) 4000 টাকা (iv) 480 টাকা (v) 4000

অধ্যায় - 15

কষে দেখি-15.1 [Page : 209]

1. 48^o

নিজে করি : 15.1 1. 12 সেমি. 2. 5 সেমি. 3. $\angle APB = 60^o$, $\angle APO = 30^o$

কষে দেখি-15.2 [Page : 218]

1. 15 সেমি. 2. 60^o 11. (A) (i) a (ii) d (iii) a (iv) d (v) c (B) (i) সত্য (ii) মিথ্যা (C) (i) ছেদক (ii) 4 (iii) তির্যক 12. (i) 30^o (ii) 14 (iii) 2 সেমি. (iv) 4 সেমি. (v) 12 সেমি.

অধ্যায় - 16

নিজে করি : প্রয়োগ : 2. $9\frac{3}{7}$ বর্গ মি. 4. $1178\frac{4}{7}$ বর্গ সেমি. 6. 1100 বর্গ সেমি. 8. 25 সেমি. 10. 577.5 ঘন ডেসিমি. 14. 6:25

কষে দেখি-16 [Page : 227]

1. 1131.43 বর্গ সেমি. (প্রায়), 1838.57 বর্গ সেমি. (প্রায়) 2. (i) 1.232 ঘন মি. (ii) 1617 ঘন মিটার 3. $1571\frac{3}{7}$ বর্গ সেমি., $2828\frac{4}{7}$ বর্গ সেমি., $6285\frac{5}{7}$ ঘন সেমি. 4. $452\frac{4}{7}$ বর্গ সেমি.; $402\frac{2}{7}$ ঘন সেমি. 5. 13 সেমি. 6. 38.5 বর্গ মি. 7. 866.25 টাকা 8. 12 সেমি.; $314\frac{2}{7}$ ঘন সেমি. 9. 4 মি., $37\frac{5}{7}$ ঘন মি., 211.20 টাকা 10. 15 মিটার 11. 14 সেমি.; 17.5 সেমি. 12. 74.18 ঘন মি. (প্রায়); 80.54 বর্গ মি.(প্রায়) 13. (A) (i) c (ii) d (iii) a (iv) d (v) b (B) (i) মিথ্যা (ii) সত্য (C) (i) BC (ii) $\frac{3V}{A}$ (iii) 3 : 1 14. (i) 5 সেমি. (ii) 2:1 (iii) 3; (iv) $\frac{1}{9}$ (v) 9:8

অধ্যায় - 18

কষে দেখি-18.1 [Page : 235]

1. (i) সদৃশ (ii) সদৃশ (iii) সমবাহু (iv) সমান, সমানুপাতী
2. (i) সত্য (ii) মিথ্যা (iii) সত্য (iv) সত্য (v) মিথ্যা

নিজে করি : প্রয়োগ : 2. 6 সেমি.

কষে দেখি-18.2 [Page : 244]

1. (i) 6 একক (ii) 9 একক (iii) 4 একক 2. (i) না (ii) হ্যাঁ 11. (A) (i) b (ii) c (iii) d (iv) a (v) d (B) (i) মিথ্যা (ii) সত্য (C) (i) সমানুপাতে (ii) সমান (iii) সমানুপাতে 12. (i) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (ii) 3 : 5 (iii) x = 9 (iv) $x = \frac{15}{4}, y = \frac{16}{3}$ (v) $\frac{3}{1}$

কষে দেখি-18.3 [Page : 253]

1. প্রথম জোড়া সদৃশ 2. $\angle A = 40^o$ 3. 42 মিটার

নিজে করি : প্রয়োগ : 21. 10.8 সেমি.

কষে দেখি-18.4 [Page : 259]

1. 12.8 সেমি. 2. BD = 8 সেমি., $AB = 4\sqrt{5}$ সেমি. 7. (A) (i) c (ii) b (iii) c (iv) a (v) d (B) (i) মিথ্যা (ii) সত্য (iii) মিথ্যা (C) (i) অনুরূপ (ii) 5.4 8. (i) 12 সেমি. ii) 40 সেমি. (iii) 16 সেমি. (iv) 8 সেমি. (v) 50^o

অধ্যায় - 19

নিজে করি :

প্রয়োগ : **3.** 7 সেমি.

কষে দেখি-19 [Page : 265]

1. 693 কিগ্রা. **2.** 20 সেমি. **3.** 5 সেমি. **4.** 3:4 **5.** 4096 টি **6.** 60 টি **7.** 19404 ঘনসেমি. **8.** 3:4 **9.** 8টি; 4.851 ঘনডেসিমি. **10.** 50.4 সেমি. **11.** 12 ডেসিমি. **12.** 14 সেমি. **13.** 2.1 ডেসিমি **14.** 1:2:3 **15.** $30\frac{1}{3}$ সেমি. **16.** 3.08 ঘন মি. 0.84 ঘনমি. **17.** **(A)** (i) a (ii) b (iii) b (iv) d (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) মিথ্যা **(C)** (i) চোঙের (ii) চোঙের (iii) সমান
18. (i) 5 সেমি. (ii) 1 : 2 (iii) 3 : 1 : 2 (iv) $1:\sqrt{3}$ (v) 2 : 1

অধ্যায় - 20

নিজে করি :

প্রয়োগ : **2.** $\frac{\pi}{6}$ **7.** $\frac{\pi}{8}$ **12.** $\frac{5}{2}$ রেডিয়ান **16.** $62^\circ 32' 33''$ বা $\frac{35\pi}{44}$ **18.** $94^\circ 27' 24''$

কষে দেখি-20 [Page : 276]

1. (i) $13^\circ 52'$ **(ii)** $1^\circ 45' 12''$ **(iii)** 6' 15" **(iv)** $27^\circ 5'$ **(v)** 72° 2' 24"
2. (i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) $\frac{3\pi}{4}$ (iii) $-\frac{5\pi}{6}$ (iv) $\frac{2\pi}{5}$ (v) $\frac{\pi}{8}$ (vi) $-\frac{25\pi}{72}$ (vii) $\frac{47}{160}\pi$ (viii) $\frac{6041\pi}{27000}$
3. $\frac{2\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{\pi}{5}$ **4.** $81^\circ, 9^\circ$ **5.** $100^\circ, \frac{5\pi}{9}$ **6.** $75^\circ, 60^\circ ; \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{3}$ **7.** $\frac{4\pi}{9}$ **8.** $\frac{\pi}{16}$ **9.** $75^\circ, \frac{5\pi}{12}$
10. ঘড়ির কাঁটার দিকে 2বার পূর্ণ আবর্তন করেছে এবং তারপরে 195° কোণ উৎপন্ন করেছে।
11. $\angle ABD = \frac{\pi}{8}, \angle BAD = \frac{3\pi}{8}, \angle CBD = \frac{\pi}{8}, \angle BCD = \frac{3\pi}{8}$ **12.** $\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$ **13.** $60^\circ, \frac{\pi}{3}$
14. **(A)** (i) d (ii) d (iii) b (iv) b (v) a **(B)** (i) সত্য (i) মিথ্যা **(C)** (i) ধ্রুবক (ii) $57^\circ 16' 22''$ (প্রায়) (iii) $\frac{5\pi}{8}$ **15.** (i) $\frac{\pi}{180}$ (ii) $26^\circ 24' 45''$ (iii) $\frac{5\pi}{18}$ (iv) 200 সেমি. (v) $\frac{\pi}{6}$

অধ্যায় - 22

কষে দেখি-22 [Page : 289]

1. (i) এর ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে। **2.** 21 মিটার **3.** 16 সেমি. **15.** **(A)** (i) c (ii) c (iii) b (iv) b (v) c **(B)** (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) সমষ্টির (ii) 8 (iii) 5 **16.** (i) 90° (ii) 26 সেমি. (iii) $5\sqrt{3}$ সেমি. (iv) 90° (v) 2.4 সেমি.

অধ্যায় - 23

নিজে করি :

প্রয়োগ : **3.** 15°

কষে দেখি-23.1 [Page : 295]

1. $\frac{3}{5}, \frac{3}{4}$ **2.** $\frac{7}{25}, \frac{24}{25}, \frac{7}{24}, \frac{25}{7}$ **3.** $\frac{21}{29}, \frac{20}{29}, \frac{20}{29}, \frac{21}{29}$

4. $\sin\theta = \frac{24}{25}$, $\tan\theta = \frac{24}{7}$, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{25}{24}$, $\sec\theta = \frac{25}{7}$, $\cot\theta = \frac{7}{24}$

5. $\tan\theta = \frac{1}{2}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ **7.** $\cos A = \frac{8}{17}$, $\operatorname{cosec} A = \frac{17}{15}$ **8.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$

9. (i) মিথ্যা (ii) মিথ্যা (iii) মিথ্যা (iv) সত্য (v) মিথ্যা (vi) সত্য

নিজে করি :

প্রয়োগ : **9.** 60 **12.** $45^\circ, 45^\circ$

কষে দেখি-23.2 [Page : 302]

1. 3 **2.** $\angle ACB = 60^\circ, \angle BAC = 30^\circ$ **3.** BC = 10 সেমি., AB = $10\sqrt{3}$ সেমি.

4. PQ=QR=3 মি. **5.** (i) $\frac{1}{2}$ (ii) 0 (iii) 1 (iv) $3\frac{1}{3}$ (v) $\frac{6+\sqrt{6}}{3}$ (vi) 0 (vii) 0

(viii) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$ (ix) 1 **7.** (i) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ii) $2\frac{2}{3}$ (iii) $\pm\frac{1}{2}$ **8.** $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$ **11.** $0^\circ, 60^\circ$

নিজে করি :

প্রয়োগ : **23.** না **26.** $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$ **28.** $\frac{7}{5}$ **34.** $\frac{1}{2}$

36. $4x^2 + 25y^2 = 9$ **38.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ **41.** 2

কষে দেখি-23.3 [Page : 311]

1. (i) $\frac{5}{7}$ (iii) 2 **2.** (i) $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$

(ii) $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$

3. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\sqrt{2}+1$ (iii) 0 (iv) 0 (v) $\frac{17}{13}$ (vi) $\sqrt{2}$ (vii) $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ (viii) $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ix) $\frac{4}{3}$ (x) $\frac{1}{2}$ (xi) $\frac{3}{2}$ (xii) 1 (xiii) $\frac{4}{\sqrt{3}}, \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$ অথবা, $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ (xiv) $\frac{13}{12}$

4. (i) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **5.** (i) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (ii) $25x^2 - y^2 = 9$

6. (i) $\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}, \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{m}$ **9.** **(A)** (i) c (ii) a (iii) c (iv) d (v) c

(B) (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) 4 (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{1}{2}$

10. (i) $4, 30^\circ$ (ii) 0 (iii) 12 (iv) 1 (v) 45°

অধ্যায় - 24

নিজে করি : প্রয়োগ : **2.** 1 **13.** $\frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}$

কষে দেখি-24 [Page : 316]

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 1 **12.(A)** (i) b (ii) c (iii) c (iv) b (v) a **(B)** (i) সত্য (ii) মিথ্যা **(C)** (i) $\sqrt{3}$ (ii) 1 (iii) cos B **13.** (i) 1 (ii) 9° (iii) 3 (iv) 1 (v) 9°

অধ্যায় - 25

নিজে করি : প্রয়োগ : **2.** $20\sqrt{3}$ মিটার **5.** 30° **10.** 40 মিটার

কষে দেখি-25 [Page : 325]

1. $20\sqrt{3}$ মিটার **2.** $3\sqrt{3}$ মিটার **3.** $75\sqrt{3}$ মিটার **4.** 21 মিটার **5.** 8 মিটার, 24 মিটার **6.** (i) $4\sqrt{3}$ মিটার (ii) $2\sqrt{3}$ মিটার (iii) $2(3+\sqrt{3})$ মিটার (iv) 6 মিটার **7.** 20.784 মিটার **8.** 7.098 মিটার **9.** $19\sqrt{3}$ মিটার **10.** 450 মিটার, $150\sqrt{3}$ মিটার **11.** 64 মিটার, $16\sqrt{3}$ মিটার **12.** $125\sqrt{3}$ মিটার, $125\sqrt{2}$ মিটার, প্রথম ক্ষেত্রে **13.** 2180 মিটার **14.** 17.19 মিটার (প্রায়) **15.** 30° **16.** 81.96 মিটার (প্রায়) **17.** $25\sqrt{3}$ মিটার **18.** 42 ডেসিমিটার, $42\sqrt{3}$ ডেসিমিটার **19.** 6 কিমি./ঘণ্টা **20.** 11.83 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়) **21.** $200(\sqrt{3}+1)$মিটার **22.** 60মিটার, $15\sqrt{3}$ মিটার **23.** (i) $250\sqrt{3}$ মিটার (ii) $500\sqrt{3}$ মিটার **24.(A)** (i) b (ii) a (iii) c (iv) c (v) a **(B)** (i) মিথ্যা (ii) সত্য **(C)** (i) হ্রাস (ii) সমান (iii) বেশি **25.** (i) 30 মিটার (ii) 60° (iii) 45° (iv) 15° (v) 30°

অধ্যায় - 26

নিজে করি : প্রয়োগ : **9.** 18 **12.** 36.4

কষে দেখি-26.1 [Page : 340]

1. 17.43 বছর (প্রায়) **2.** 4.24 **3.** 20 **4.** 8 **5.** 54.72 **6.** 43.4 বছর **7.** (i) 25 (ii) 40.3 **8.** (i) 100.89 (প্রায়) (ii) 51.5 **9.** (i) 75.75 (ii) 36.24 (প্রায়) **10.** 20 **11.** 41.1 বছর **12.** 35.67 (প্রায়) **13.** 31.67 (প্রায়) **14.** 11.69 (প্রায়)

নিজে করি : প্রয়োগ : **16.** (i) 10 (ii) 12.5 **19.** 4 **21.** 29.17 (প্রায়) **24.** $x=8, y=7$

কষে দেখি-26.2 [Page : 349]

1. 107 টাকা **2.** 9.5 বছর **3.** 54.5 **4.** 8 **5.** 47 কিগ্রা **6.** 22 মিমি. **7.** 2 **8.** 53.33 টাকা (প্রায়) **9.** 153.41 সেমি. (প্রায়) **10.** 35.67 (প্রায়) **11.** 19.67 (প্রায়) **12.** 18.36 (প্রায়) **13.** 83 **14.** 40 **15.** $x=9, y=16$

নিজে করি : প্রয়োগ : **28.** 70.59 (প্রায়)

কষে দেখি-26.3 [Page : 358]

2. 46.69 (প্রায়) **4.** 138.57 (প্রায়)

নিজে করি : প্রয়োগ : **30.** (ii) 9 (iii) 102, 104 (iv) 5 **33.** 14.4

কষে দেখি-26.4 [Page : 364]

1. 15 টাকা, 17 টাকা **2.** 131 সেমি. **3.** (i) 4 (ii) 10, 15 **4.** 4,6 **5.** 18.90 বছর (প্রায়) **6.** 21.76 (প্রায়) **7.** 17.38 (প্রায়) **8.** 78.44 (প্রায়) **9. (A)** (i) d (ii) b (iii) d (iv) a (v) b **(B)** (i) মিথ্যা (ii) মিথ্যা **(C)**(i)কেন্দ্রীয় (ii) $a.\overline{x}$ (iii) সমান **10.**(i)20 (ii)82 (iii)6 (iv)27 (v) 30–40

গণিতের পরিভাষান্তর (Terminology of Mathematics)

অর্ধবৃত্ত	- Semicircle
অধমর্ণ বা দেনাদার	- Debtor
অধিবৃত্তাংশ	- Major Segment
অধিচাপ	- Major Arc
অনুপাত	- Ratio
অন্তর্বৃত্ত	- Incircle
অর্ধগোলক	- Hemisphere
অংশীদারি কারবার	- Partnership Business
অবিন্যস্ত তথ্য	- Ungrouped Data
অবনতি কোণ	- Angle of Depression
আয়তঘন	- Rectangular Parallelopiped or cuboid
আয়তন	- Volume
আকার	- Size
আকৃতি	- Shape
আয়তলেখ	- Histogram
আসল	- Capital/Principal
উত্তমর্ণ বা পাওনাদার	- Creditor
উচ্চতা	- Height
উত্তরপদ	- Consequent
উপচাপ	- Minor Arc
উন্নতি কোণ	- Angle of Elevation
উপবৃত্তাংশ	- Minor Segment
উপপাদ্য	- Theorem
এককেন্দ্রীয় বৃত্ত	- Concentric Circles
একান্তর প্রক্রিয়া	- Alternendo
কর্ণ	- Diagonal
কল্পিত গড়	- Assumed Mean
ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	- Cumulative Frequency
ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা	- Cumulative frequency curve or ogive
ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি	- Step-deviation method
কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ	- Measures of Central tendency
গুরুঅনুপাত	- Ratio of Greater Inequality
গড়	- Mean
গোলক	- Sphere
ঘনক	- Cube
চক্রবৃদ্ধি সুদ	- Compound Interest
চাপ	- Arc
ছোটোবৃত্তকলা	- Minor Sector
তল	- Surface
তির্যক উচ্চতা	- Slant Height
ত্রিকোণমিতি	- Trigonometry
দ্বিঘাত সমীকরণ	- Quadratic Equation
দ্বিঘাত করণী	- Quadratic Surd
দৈর্ঘ্য	- Length
দৃষ্টিরেখা	- Line of Sight
নমুনা	- Sample
নিরূপক	- Discriminant
পরিধি	- Circumference
প্রস্থ	- Breadth
প্রান্তিকী	- Edge
পূর্বপদ	- Antecedent
পরিসংখ্যা	- Frequency
পরিসংখ্যা বহুভুজ	- Frequency Polygon
পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা	- Frequency Distribution - Table
পূরক কোণ	- Complementry Angle
পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল	- Area of the Lateral Surface
বহুপদী সংখ্যামালা	- Polynominal
বক্রতলের ক্ষেত্রফল	- Area of the Curved Surface
বীজ	- Root
বৃত্ত	- Circle
বৃত্তাকার ক্ষেত্র	- Circular Region
বৃত্তচাপ	- Arc
বৃত্তাংশ	- Segment

বৃত্তকলা	- Sector
বড়ো বৃত্তকলা	- Major sector
বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ	- Cyclic Quadrilateral
ব্যাস	- Diameter
ব্যাসার্ধ	- Radius
বিপরীত অনুপাত	- Inverse Ratio
বৈষম্যানুপাত	- Ratio of inequality
বিপরীত বা ব্যস্তপ্রক্রিয়া	- Invertendo
ব্যস্তভেদ	- Inverse variation
বৃত্তের ছেদক	- Secant
বৃত্তীয় পদ্ধতি	- Circular system
বিন্যস্ত তথ্য	- Grouped data
বহুভূয়িষ্ঠক	- Multimodal
ভূমি	- Base
ভূমির ক্ষেত্রফল	- Area of the Base
ভাগ প্রক্রিয়া	- Dividendo
ভেদ	- Variation
ভেদ ধ্রুবক	- Variation constant
ভারযুক্ত গড়	- Weighted mean
মাত্রা	- Dimension
মূলধন	- Capital/Principal
মধ্যসমানুপাতী	- Mean Proportional
মধ্যমা	- Median
যৌগিক অনুপাত বা মিশ্র অনুপাত	- Compound ratio or Mixed ratio
যোগ প্রক্রিয়া	- Componendo
যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া	- Componendo and Dividendo
যৌগিক ভেদ	- Joint variation
যৌগিক গড়	- Arithmetic mean
রাশিবিজ্ঞান	- Statistics
লঘু অনুপাত	- Ratio of Less Inequality
লম্ববৃত্তাকার চোঙ	- Right circular cylinder
লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু	- Right circular cone
লভ্যাংশ বণ্টন	- Distribution of profit
শীর্ষবিন্দু	- Vertex
শঙ্কুর শীর্ষবিন্দু	- Apex
শ্রেণি সীমা	- Class limit

শ্রেণি সীমানা	- Class boundary
শ্রেণিমধ্যক	- Mid value of the class
ষষ্টিক পদ্ধতি	- Sexagesimal system
সমাধান	- Solution
সরল সুদ	- Simple interest
সর্বসম বৃত্ত	- Equal circles
সমবৃত্তস্থ	- Concyclic
সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম	- Isosceles Trapezium
সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল	- Whole surface area
সমানুপাত	- Proportion
সমহার বৃদ্ধি	- Uniform rate of growth
সমহার হ্রাস বা অপচয়	- Uniform rate of decrease or depreciation
সংযোজন প্রক্রিয়া	- Addendo
সংখ্যাগুরুমান বা ভূয়িষ্ঠক	- Mode
সংখ্যাগুরুমানের শ্রেণি	- Modal class
সম্পাদ্য	- Construction
স্পর্শক	- Tangent
স্পর্শবিন্দু	- Point of contact
সদৃশ	- Similar
সদৃশতা	- Similarity
সদৃশকোণী	- Equiangular
সাম্যানুপাত	- Ratio of Equality
সাংখ্যমান	- Numerical value
সবৃদ্ধিমূল	- Amount
সুদ	- Interest
সুদের হার	- Rate of Interest

শিখন পরামর্শ

- জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। এই নথি নির্দেশ করে যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন কেবলমাত্র বই থেকে না হয়। শুধুমাত্র বই থেকে শিক্ষা হলে শিক্ষার্থীর শিক্ষায় বিদ্যালয়, বাড়ি এবং সমাজ থেকে শিক্ষার ভেতর একটি ফাঁকের সৃষ্টি হয়। জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখার এই মূল দৃষ্টিভঙ্গির উপর ভিত্তি করেই বর্তমান পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি ও পাঠ্যবই তৈরি করা হয়। এই নথি আরও পরামর্শ দেয় যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন বিষয়কেন্দ্রিক না হয়। বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে যতটা সম্ভব সে যেন সম্পর্ক খুঁজে পায়।
- আশা করা যায়, শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যখন এই পাঠ্যবইটি ব্যবহার করবেন যতটা সম্ভব এই নীতি ও নীচের পরামর্শ অনুধাবন করবেন।
- বর্তমানে শিক্ষা শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। শিক্ষিকা/শিক্ষক সহায়ক মাত্র। অর্থাৎ শিক্ষার্থী যে জন্মের পর থেকেই বাড়ি, পরিবেশ, সমাজ থেকে অনেক কিছুই শিখে ফেলে সেটা শিক্ষিকা/শিক্ষকরা খেয়াল রাখবেন। কোনো বিষয় জানানোর আগে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের দিকে খেয়াল রেখে সহায়তা করবেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা বা যুক্তি কোনোভাবে যাতে আটকে না যায়, সে যেন মুক্ত চিন্তায় যেতে পারে সেদিকে সর্বদা খেয়াল রাখবেন।
- পাঠ্যবই শিক্ষার্থীর শিক্ষার একটি সহায়ক মাত্র। একমাত্র সহায়ক নয়। শিক্ষার্থীর শিক্ষা যাতে আনন্দদায়ক হয়ে ওঠে তার জন্য বিভিন্ন শিখন সম্ভারের সাহায্য নেওয়া প্রয়োজন এবং প্রয়োজনে শিক্ষার্থীর চাহিদামতো বিভিন্ন সমস্যা শিক্ষিকা/শিক্ষকরা শ্রেণিকক্ষে তৈরি করে দেবেন যাতে শিক্ষার্থীর শ্রেণি অনুযায়ী কোনো অধ্যায়ের জ্ঞান অসম্পূর্ণ না থাকে।
- গণিত শিক্ষায়, শিক্ষার্থীর যেন মূর্ত বস্তুর ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণা জন্মায়। তা না হলে শিক্ষার্থীর কাছে গণিত বিষয় একটি ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন যে অধ্যায়ে সম্ভব শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে কিছু বাস্তব সমস্যা তৈরি করে গণিতের কোনো অধ্যায় শুরু করেন। তারপর সম্ভব হলে সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের (Activity) মাধ্যমে সেই অধ্যায় সম্পর্কে শিক্ষার্থীর মনে যুক্তিপূর্ণ ধারণার জন্ম দেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা ও যুক্তির স্বচ্ছতা আসার পরেই যেন সে বিমূর্ত বিষয় নিয়ে কাজ করে।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন লক্ষ রাখেন শিক্ষার্থী পাঠ্যবইটি থেকে নিজে নিজেই কতদূর পর্যন্ত কোনো একটি অধ্যায় শিখতে পারে। যখন সে ওই অধ্যায়ের কোনো একটি অংশ শিখতে বাধাপ্রাপ্ত হয় তখনই তাঁরা যেন ধীরে ধীরে সহায়তা করেন, যাতে সে সমস্যাটি সমাধানের পথ নিজেই খুঁজে পায়।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা কোনো অধ্যায় সম্পর্কে প্রথমে শিক্ষার্থীর কাছে এমনভাবে গল্প বলবেন যাতে শিক্ষার্থী প্রথমে কিছু বুঝতে না পারে যে তাকে কিছু শেখানো হচ্ছে।
- দলগত শিক্ষণ শিক্ষার্থীর পক্ষে শিখনে যথেষ্ট সহায়ক হয়। শিক্ষিকা/শিক্ষক শ্রেণিকক্ষে সেদিকটি খেয়াল রাখবেন।
- বর্তমান শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে পাঠদান বা কিছু তথ্য জানানো নয়, শিক্ষার্থী যাতে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা লক্ষ রাখবেন। শিক্ষার্থী জ্ঞান গঠন করতে পারলেই সে ধীরে ধীরে অনেক বিষয়ের মধ্যে গণিত খুঁজতে চাইবে এবং গণিত বিষয়টি তার কাছে আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।
- শিক্ষার্থী যাতে মনে মনে তাড়াতাড়ি কোনো অঙ্ক করতে পারে (মানসাঙ্ক) সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। গণিতের প্রতিটি অধ্যায় থেকেই শিক্ষার্থী যদি মানসাঙ্ক করতে শেখে তাহলে শিক্ষার্থীর চিন্তা, যুক্তি ও গণনা করার ক্ষমতা তাড়াতাড়ি তৈরি হয়।
- শিক্ষার্থী গণিতের কোনো অধ্যায় শেখার সময় শিক্ষিকা/শিক্ষকরা ওই অধ্যায়ের উপর এমনভাবে যদি একটি তালিকা তৈরি করেন যাতে ওই অধ্যায় থেকে শিক্ষার্থীর শিখনের যতগুলি সম্ভাবনা থাকে সবগুলিই সে শেখে। যেমন, একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের ক্ষেত্রে —

  1) দ্বিঘাত সংখ্যামালার ধারণা।
  2) দ্বিঘাত সমীকরণের ধারণা।
  3) দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ - এর ধারণা।

4) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $a \neq 0$ লেখা হয় কেন তার ধারণা।

5) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $a = 0$ হলে সমীকরণটি কি ধরনের সমীকরণ হবে তার ধারণা।

6) উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধানের ধারণা।

7) দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান সর্বদা কটি হবে তার ধারণা।

8) দ্বিঘাত সমীকরণে বীজের ধারণা।

9) শ্রীধর আচার্যের সূত্রের ধারণা।

10) নিরূপকের মান শূন্য বা শূন্যের বড়ো হলে বীজদ্বয়ের প্রকৃতি সম্বন্ধে ধারণা।

11) দুটি বীজ জানা থাকলে দ্বিঘাত সমীকরণ গঠনের ধারণা।

- যে-কোনো অধ্যায়ের কিছু Open ended প্রশ্ন থাকা প্রয়োজন।

a) একটি দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি বীজ স্বাভাবিক সংখ্যা ধরে সমীকরণটি গঠন করো।

b) মূলধনের অনুপাত 3:2:5 হলে মোট লাভের একটি মান লেখো।

c) একটি আয়তঘনের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাপ অমূলদ সংখ্যা লিখে আয়তন নির্ণয় কর যেটি মূলদ সংখ্যা।

d) তিনটি সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য লেখো যাদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের বাহুর উপর অবস্থিত।

- এরকম সম্ভাবনা শিক্ষিকা/শিক্ষকরা নিজেরা আরও তৈরি করলে তাঁদের পক্ষে শিক্ষার্থীর আরহিত জ্ঞান মৌলিক কিনা বুঝতে সুবিধা হবে।

- গণিতের কোনো প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী যেন না বুঝে মুখস্থ করে না নেয়। প্রত্যেকটি প্রক্রিয়া যেন সে যুক্তি দিয়ে বুঝতে পারে কেন হয়। শিক্ষিকা/শিক্ষকরা সেদিকে যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন।

- শ্রেণিকক্ষে শিক্ষিকা/শিক্ষকের দেওয়া কোনো সমস্যা কোনো শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি সমাধান করে যেন চুপ করে বসে না থাকে। যে শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি অধ্যায়টি বুঝে এগিয়ে যাচ্ছে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা তাকে আরও কঠিন থেকে কঠিনতর যুক্তি নির্ভর সমস্যা দিয়ে এগিয়ে দেবেন। আর যে ধীরে ধীরে এগোচ্ছে তাকে ধীরে ধীরে যুক্তির বিকাশ ঘটিয়ে ওই অধ্যায়ের যে সামর্থ্য কাম্য সেটায় পৌঁছোতে সাহায্য করবেন।

1. সর্বভারতীয় বোর্ড এবং কাউন্সিলের পাঠক্রম ও পাঠ্যসূচির মধ্যে সামঞ্জস্য রাখার জন্য দশম শ্রেণিরও পাঠক্রম ও পাঠ্যসূচিতে পরিবর্তন করা হয়েছে।

2. একাদশ শ্রেণির গণিতের পাঠ্যসূচির সাঙ্গে সামঞ্জস্য রাখার জন্য দশম শ্রেণির গণিতে কিছু নতুন অধ্যায় সংযুক্ত করা হয়েছে।

3. দশম শ্রেণির 'গণিত প্রকাশ' বইয়ে পাটিগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি, পরিমিতি, ত্রিকোণমিতি এবং রাশিবিজ্ঞান অধ্যায়গুলি আলাদাভাবে নেই। কারণ, পাটিগণিতের একটি অধ্যায়ের সঙ্গে বীজগণিতের একটি অধ্যায় বা জ্যামিতির একটি অধ্যায়ের সঙ্গে পরিমিতির একটি অধ্যায় পরস্পরযুক্ত। যেমন চক্রবৃদ্ধি সুদের সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান জানা প্রয়োজন। ত্রিকোণমিতির ক্ষেত্রে জ্যামিতিক চিত্রের সদৃশতা জানা প্রয়োজন।

   অর্থাৎ শিক্ষার্থীরা যেন কোনো সূত্র মুখস্থ বিদ্যার (Rote Learning) উপর নির্ভর না করে কেন হয় জেনে প্রয়োগ করতে পারে।

   তাই গণিতের বিভিন্ন শাখার অধ্যায়গুলি পাঠ্যপুস্তকে সেভাবে সাজানো হয়েছে।

4. পাঠ্যপুস্তকে প্রতিটি অধ্যায়ের প্রথমে না দিয়ে শেষে অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন এবং সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। কারণ শিক্ষার্থীদের যাতে বড়ো সমস্যা সমাধান করতে গিয়ে অধ্যায়টি সম্বন্ধে ধারণা সম্পূর্ণ হয় এবং তারপর ওই ধরনের সমস্যা যাতে তারা খুব তাড়াতাড়ি করতে পারে।

5. শ্রেণিকক্ষের ও বাস্তবের সমস্যা বুঝে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা নিজেরাই শিক্ষার্থীর যুক্তিপূর্ণ আনন্দদায়ক শিক্ষার জন্য পাঠ্যবইটিকে কেমন করে আরও ভালোভাবে ব্যবহার করা যাবে সেটিরও পরামর্শ জানাবেন যাতে ভবিষ্যতে পাঠ্যবইটি নিখুঁত ও সর্বাঙ্গীণ সুন্দর হয়।

পাঠ পরিকল্পনা

মাস	অধ্যায়
January	1 একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (Quadratic Equations with one variable) 2 সরল সুদকষা (Simple Interest) 3 বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য (Theorems related to circle)
February	4 আয়তঘন (Rectangular Parallelopiped or Cuboid) 5 অনুপাত ও সমানুপাত (Ratio and Proportion) 6 চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সমহার বৃদ্ধি বা হ্রাস (Compound Interest and Uniform Rate of Increase or Decrease)
March	7 বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য (Theorems related to Angles in a Circle) 8 লম্ব বৃত্তাকার চোঙ (Right Circular Cylinder) 9 দ্বিঘাত করণী (Quadratic Surd) 10 বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য (Theorems related to Cyclic Quadrilateral)
April	11 সম্পাদ্য : ত্রিভুজের পরিবৃত্ত ও অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন (Construction : Construction of circumcircle and incircle of a triangle) 12 গোলক (Sphere) 13 ভেদ (Variation) 14 অংশীদারি কারবার (Partnership Business) 15 বৃত্তের স্পর্শক সংক্রান্ত উপপাদ্য (Theorems related to Tangent to a Circle)
May & June	16 লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু (Right Circular Cone) 17 সম্পাদ্য : বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন (Construction : Construction of Tangent to a circle) 18 সদৃশতা (Similarity)
July	19 বিভিন্ন ঘনবস্তু সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা (Real life Problems related to different Solid Objects) 20 ত্রিকোণমিতি : কোণ পরিমাপের ধারণা (Trigonometry : Concept of measurement of angle) 21 সম্পাদ্য : মধ্যসমানুপাতী নির্ণয় (Construction : Determination of Mean Proportional) 22 পিথাগোরাসের উপপাদ্য (Pythagoras Theorem)
August	23 ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ও ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (Trigonometric Ratios and Trigonometric Identities) 24 পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (Trigonometric Ratios of Complementrary angle)
September & October	25 ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ : উচ্চতা ও দূরত্ব (Application of Trigonometric Ratios : Heights & Distances) 26 রাশিবিজ্ঞান : গড়, মধ্যমা, ওজাইভ, সংখ্যাগুরুমান (Statistics : Mean , Median , Ogive , Mode)

প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

সময়: 1 ঘণ্টা 30 মিনিট | পূর্ণমান : 40

1. **সঠিক উত্তর নির্বাচন করো:** **1×6=6**

(i) বার্ষিক একই সুদের হারে চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদ সমান হয়

(a) 1 বছরে (b) 2 বছরে (c) 3 বছরে (d) 4 বছরে

(ii) 5 বছরে আসল ও সরল সুদের অনুপাত 10:3 হলে, বর্ষিক শতকরা সরল সুদের হার

(a) 3 (b) 30 (c) 6 (d) 12

(iii) নীচের কোনটি দ্বিঘাত সমীকরণ নয়

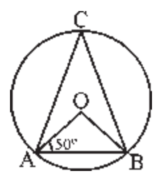
(a) $2x-3x^2 = 3x^2+5$ (b) $(2x+3)^2 = 2(x^2-5)$

(c) $(\sqrt{3}x+2)^2 = 3x^2-7$ (d) $(x-2)^2 = 5x^2+2x-3$

(iv) যদি $4x^2+6kx+9=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান হয়, তবে k-এর মান

(a) 2 অথবা 0 (b) –2 অথবা 0 (c) 2 অথবা –2 (d) কেবলমাত্র 0

(v) পাশের চিত্রে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের $\angle OAB=50^\circ$ এবং C বৃত্তের উপরে কোনো একটি বিন্দু হলে, $\angle ACB$-এর মান



(a) 50° (b) 40° (c) 80° (d) 100°

(vi) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ও CD দুটি সমান দৈর্ঘ্যের জ্যা। $\angle AOB=70^\circ$ হলে, $\angle COD$-এর মান

(a) 110° (b) 70° (c) 35° (d) 80°

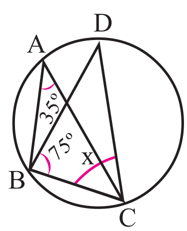
2. **নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:** **2×5=10**

(i) বার্ষিক 10% সরলসুদে কত বছরে সুদ আসলের $\frac{3}{5}$ অংশ হবে?

(ii) $p:q = 5:7$ এবং $p-q = -4$ হলে, $(3p-2q)$-এর মান কত?

(iii) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের দুটি সমান্তরাল জ্যা কেন্দ্রের বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত। যদি AB=10 সেমি., CD=24 সেমি. এবং AB ও CD জ্যা দুটির দূরত্ব 17 সেমি. হয়, তবে ওই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(iv) পাশের চিত্রে x-এর মান নির্ণয় করো।



(v) একটি ঘনকের আয়তন 512 ঘন সেমি. হলে, ওই ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

3. বার্ষিক 10% চক্রবৃদ্ধি সুদের হারে কত বছরে 1,00,000 টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 1,33,100 টাকা হবে?

অথবা

একটি গাছের উচ্চতা প্রতি বছর 20% হারে বৃদ্ধি পায়। গাছটির বর্তমান উচ্চতা 28.8 মিটার হলে, 2 বছর আগে গাছটির উচ্চতা কত ছিল নির্ণয় করো। **5**

4. **সমাধান করো: [যে-কোনো একটি]** **3×1=3**

(i) $(2x+1)+\frac{3}{2x+1}=4,\ (x\neq-\frac{1}{2})$

(ii) $\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{(x-4)(x-6)}+\frac{1}{(x-6)(x-8)}+\frac{1}{3}=0,\ (x\neq2, 4, 6, 8)$

5. সুলতা একটি সমকোণী ত্রিভুজ এঁকেছে যার অতিভুজের দৈর্ঘ্য 13 সেমি. এবং অপর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর 7 সেমি.। সুলতার আঁকা সমকোণী ত্রিভুজের অপর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। **4**

অথবা

যদি দুই অঙ্কের একটি ধনাত্মক সংখ্যাকে উহার এককের ঘরের অঙ্ক দিয়ে গুণ করলে গুণফল 189 হয় এবং দশকের ঘরের অঙ্ক এককের ঘরের অঙ্কের দ্বিগুণ হয়, তবে এককের ঘরের অঙ্কটি নির্ণয় করো।

6. a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতী হলে, প্রমাণ কর যে, $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)=(ab+bc+cd)^2$

অথবা

$a=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ এবং $ab=1$ হলে, $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$ -এর মান নির্ণয় করো। **3**

7. প্রমাণ করো যে, কোনো বৃত্তের একই বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সন্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ ওই চাপের দ্বারা গঠিত যে-কোনো বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

অথবা

প্রমাণ করো যে, ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-কে যদি বৃত্তের কেন্দ্রগামী কোনো সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করে, তাহলে ওই সরলরেখা জ্যা-এর উপর লম্ব হবে। **5**

8. 21 ডেসিমি. দীর্ঘ, 11 ডেসিমি. প্রশস্ত এবং 6 ডেসিমি. গভীর একটি চৌবাচ্চা অর্ধেক জলপূর্ণ আছে। এখন ওই চৌবাচ্চায় যদি 21 সেমি. ব্যাস এবং 20 সেমি. উচ্চতার 100টি লোহার নিরেট চোঙ সম্পূর্ণ ডুবিয়ে দেওয়া হয়, তবে জলতল কত ডেসিমি. উঠে আসবে?

অথবা

একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:1; চোঙটির আয়তন 1029π ঘন সেমি. হলে, চোঙটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? **4**

মিলিয়ে দেখি

1. (i) a (ii) c (iii) c (iv) c (v) b (vi) b **2.** (i) 6 বছর (ii) 2 (iii) 13 সেমি. (iv) 70° (v) 384 বর্গ সেমি. **3.** 3 বছর অথবা, 20 মিটার **4.** (i) x=0 এবং x=1 (ii) x=5 এবং x=5 **5.** 12 সেমি. ও 5 সেমি. অথবা, 3 **6.** অথবা, 7 **8.** 3 ডেসিমি. অথবা, 1232 বর্গ সেমি.

দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

সময় :1 ঘণ্টা 30 মিনিট **পূর্ণমান : 40**

1. সঠিক উত্তর নির্বাচন করো: **1×7=7**

(i) $5x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি

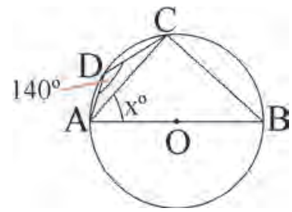
(a) 2 (b) 1 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

(ii) সমীর 4000 টাকা 3 মাসের জন্য এবং অমিতা 3000 টাকা 5 মাসের জন্য একটি ব্যবসায়ে নিয়োজিত করল। লভ্যাংশ সমীর ও অমিতার মধ্যে যে অনুপাতে বণ্টিত হবে তা হলো,

(a) 4 : 3 (b) 3 : 4 (c) 4 : 5 (d) 5 : 4

(iii) $x \propto \frac{1}{y}$ এবং $y = \frac{2}{5}$ যখন $x = 5$; $x = \frac{1}{6}$ হলে, y-এর মান

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 6 (c) 12 (d) 18



(iv) পাশের চিত্রে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ব্যাস। $\angle ADC = 140^\circ$ এবং $\angle CAB = x^\circ$ হলে, x-এর মান

(a) 80 (b) 40 (c) 50 (d) 30

(v) যদি দিনের কোনো এক সময়ে একটি স্তম্ভ ও একটি 20 মিটার লম্বা উল্লম্ব লাঠির ছায়ার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 50 মিটার ও 10 মিটার হয়, তবে ওই স্তম্ভের উচ্চতা

(a) 120মি. (b) 250মি. (c) 25মি. (d) 100মি.

(vi) একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা 15 সেমি. এবং ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 16 সেমি. হলে, শঙ্কুর পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

(a) 120π বর্গ সেমি. (b) 240π বর্গ সেমি. (c) 136π বর্গ সেমি. (d) 130π বর্গ সেমি.

(vii) একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 147π বর্গ সেমি. হলে, ওই অর্ধগোলকের ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য

(a) 14 সেমি. (b) 7 সেমি. (c) 21 সেমি. (d) 7.5 সেমি.

2. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: **2×4=8**

(i) $A \propto \frac{1}{C}$ এবং $C \propto \frac{1}{B}$ হলে, A এবং B-এর মধ্যে ভেদ সম্পর্ক নির্ণয় করো।

(ii) শূন্যস্থান পূরণ করো :

(a) একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করলে সরলরেখাটিকে বৃত্তের ________ বলে।

(b) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 4 সেমি. ও 5 সেমি.। বৃত্তদুটি পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব ________ সেমি.।

(iii) একটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল S এবং আয়তন V হলে, $\frac{S^3}{V^2}$-এর মান π-এর সাপেক্ষে কত তা লেখো।

(iv) একটি শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল তার ভূমির ক্ষেত্রফলের $\sqrt{5}$ গুণ। শঙ্কুটির উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় করো।

3. শোভা, মামুদ ও রাবেয়া যথাক্রমে 3000 টাকা, 3500 টাকা ও 2500 টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা আরম্ভ করল। তারা ঠিক করল যে মোট লাভের $\frac{1}{3}$ অংশ তারা নিজেদের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে নেবে এবং লাভের অবশিষ্ট অংশ তারা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করবে। যদি বছরের শেষে 810 টাকা লাভ হয়, তাহলে প্রত্যেকের লাভের পরিমাণ কত হবে? **5**

অথবা

শাকিল ও মহুয়া যথাক্রমে 30,000 টাকা ও 50,000 টাকা মূলধন দিয়ে যৌথভাবে একটি ব্যবসা আরম্ভ করল। 6 মাস পরে শাকিল আরও 40,000 টাকা ব্যবসায় লগ্নি করল, কিন্তু মহুয়া ব্যক্তিগত প্রয়োজনে 10,000 টাকা তুলে নিল। বছরের শেষে যদি 19,000 টাকা লাভ হয়ে থাকে, তাহলে কে, কত টাকা লাভ পাবে?

4. $a \propto b$ এবং $b \propto c$ হলে, দেখাও যে, $a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 \propto abc\,(a^3+b^3+c^3)$ **3**

অথবা

সমাধান করো : $\frac{x-2}{x+2} + 6\left(\frac{x-2}{x-6}\right) = 1, (x \neq -2, 6)$

5. প্রমাণ করো যে, যদি দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে তাহলে স্পর্শবিন্দুটি তাদের কেন্দ্র দুটির সংযোজক সরলরেখাংশের উপর অবস্থিত হবে। **5**

অথবা

প্রমাণ করো যে, একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের ওপর লম্ব অঙ্কন করলে যে দুটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তাদের প্রত্যেকটি মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ এবং তারা নিজেরাও পরস্পর সদৃশ।

6. ΔABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle BAC = 1$ সমকোণ। অতিভুজ BC-এর উপর AD লম্ব। প্রমাণ করো যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta ACD} = \frac{BC^2}{AC^2}$ **3**

7. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6.8 সেমি. এবং ওই বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির মান 60° ও 75°; ওই ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো। [শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে] **5**

অথবা

2.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বৃত্তের বাইরে P এমন একটি বিন্দু যার O বিন্দু থেকে দূরত্ব 5 সেমি.; P বিন্দু থেকে ওই বৃত্তের দুটি স্পর্শক অঙ্কন করো। [শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে]

8. 3 সেমি., 4 সেমি. ও 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি তামার নিরেট গোলক গলিয়ে একটি বড়ো নিরেট গোলক তৈরি করা হলো। বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হবে? **4**

অথবা

ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু আকৃতির তাঁবু তৈরি করতে প্রতি বর্গ মিটার 3.50 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে তা নির্ণয় করো?

মিলিয়ে দেখি

1. (i) d (ii) c (iii) c (iv) c (v) d (vi) c (vii) b **2.** (i) $A \propto B$ (ii) a. ছেদক b. 9 সেমি. (iii) 36π (iv) 2:1 **3.** 270 টাকা, 300 টাকা ও 240 টাকা অথবা, শাকিল পাবে 10,000 টাকা ও মহুয়া পাবে 9,000 টাকা **4.** অথবা, x=0 এবং $x=\frac{2}{3}$ **8.** 6 সেমি. অথবা, 1716 টাকা

তৃতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

সময় : 3 ঘণ্টা **পূর্ণমান : 90**

1.A. নীচের প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তর নির্বাচন করো (সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও) **1×6=6**

(i) বার্ষিক a% সরল সুদের হারে b টাকার c মাসের সুদ

(a) $\frac{abc}{1200}$ টাকা (b) $\frac{abc}{100}$ টাকা (c) $\frac{abc}{200}$ টাকা (d) $\frac{abc}{120}$ টাকা

(ii) $kx^2 - 5x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান ও বাস্তব হবে যদি k-এর মান হয়

(a) ± 5 (b) $\pm\frac{5}{2}$ (c) $\pm\frac{2}{5}$ (d) ± 2

(iii) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 30^\circ$ হলে, $\sin(\alpha - \beta)$-এর মান

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(iv) O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ P বিন্দু থেকে বৃত্তের স্পর্শক PA অঙ্কন করা হলো। PA = 4 সেমি. এবং OP = 5 সেমি. হলে, বৃত্তটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হবে

(a) 5 সেমি. (b) 4 সেমি. (c) 6 সেমি. (d) 8 সেমি.

(v) দুটি ঘনকের আয়তনের অনুপাত 8 : 125 হলে, ঘনক দুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত

(a) 2 : 5 (b) 4 : 25 (c) 4 : 5 (d) 2 : 25

(vi) 8, 15, 10, 11, 7, 9, 11, 13, 16 -এর মধ্যমা

(a) 15 (b) 10 (c) 11.5 (d) 11

B. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির শূন্যস্থান পূরণ কর (যেকোনো পাঁচটি) **1×5=5**

(i) p টাকার 6 মাস অন্তর দেয় বার্ষিক 2r% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে n বছরের সমূল চক্রবৃদ্ধি $p(1+\frac{r}{__})^{2n}$ টাকা।

(ii) a-এর 50% = b-এর 20% = c-এর 25% হলে a : b : c = 2 : 5 : ________

(iii) $\alpha=90^\circ$ এবং $\beta=30^\circ$ হলে, $\sin(\alpha - \beta)$ এর মান ________

(iv) একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করলে সরলরেখাটিকে ________ বলা হয়।

(v) একটি নিরেট অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক হলে, তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ________ বর্গএকক।

(vi) যে তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 2 টি তাকে ________ ভূয়িষ্টক তথ্য বলা হয়।

C. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির সত্য না মিথ্যা লেখো (যেকোনো পাঁচটি) **1×5=5**

(i) একটি অংশীদারি ব্যবসায় আনোয়ার, অমল ও ডেভিডের নিয়োজিত মুলধনের অনুপাত 3:2:5 হলে, তাদের মধ্যে লভ্যাংশ বন্টিত হবে যথাক্রমে 5:2:3 অনুপাতে।

(ii) A, B-এর সাথে সরলভেদে আছে। B, C-এর সাথে সরলভেদে আছে। সুতরাং, A, C-এর সাথে সরলভেদে আছে।

(iii) $\alpha + \beta = 90^o$ হলে, $Sin^2\alpha + Sin^2\beta = 1$

(iv) ABC ও DEF ত্রিভুজ দুটির $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle F$ এবং $\angle C = \angle E$ হলে, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

(v) দুটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 হলো, তাদের সমগ্রস্থলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 : 9

(vi) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র থেকে কোনো তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করা যায়।

2. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: (যেকোনো দশটি) **2×10=20**

(i) বার্ষিক 5% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে কিছু টাকার 2 বছরে চক্রবৃদ্ধি সুদ 615 টাকা হলে, আসল নির্ণয় করো।

(ii) একটি জিনিসের মূল্য প্রতিবছর 10% হারে হ্রাসপ্রাপ্ত হয়। জিনিসটির বর্তমানমূল্য 182 টাকা হলে। 2 বছর পূর্বে জিনিসটির দাম কত ছিল তা নির্ণয় করো।

(iii) x ও y দুটি চলরাশি। তাদের সম্পর্কিত মানগুলি হলো :

$x = 6, y = 9; x = 4, y = 6; x = 12, y = 18; x = 3.6, y = 5.4;$ x ও y -এর মধ্যে কীরূপ ভেদ সম্পর্ক আছে তা যুক্তিসহ নির্ণয় করো।

(iv) $x^2 + 8x + 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি বীজ α ও β হলে, $\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

(v) একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি চোঙ ও একটি গোলকের ঘনফল সমান হলে, চোঙের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করো।

(vi) একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তন 144π ঘনসেমি হলে, এর ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?

(vii) 17 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা-এর কেন্দ্র থেকে দূরত্ব 8 সেমি.। জ্যাটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(viii) একটি বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AOC ব্যাস। B বৃত্তের উপর যেকোনো একটি বিন্দু এবং $\angle ACB = 50^o$; AT বৃত্তের A বিন্দু স্পর্শক যেখানে B ও T বিন্দু AC ব্যাসের একই পার্শ্বে অবস্থিত। $\angle BAT$-এর মান নির্ণয় কর।

(ix) ABC ত্রিভুজে BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। AD : DB = 5 : 4 হলে, AE : AC কত?

(x) $\tan\theta . \tan 2\theta = 1$ হলে, $\cos 2\theta$-এর মান কত?

(xi) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 14 সেমি.। ওই বৃত্তে 66 সেমি. দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ দ্বারা ধৃত কেন্দ্রীয় কোণটির বৃত্তীয় মান কত?

(xii)

x_i	3	5	8	9	11	13
f_i	6	8	5	p	8	4

উপরের তথ্যের যৌগিক গড় 8 হলে, p-এর মান নির্ণয় করো।

3. বার্ষিক কত হার সুদে 2 বছরে 60,000 টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 69,984 টাকা হবে? **5**

অথবা

বছরের প্রথমে অরুণ ও অজয় যথাক্রমে 24,000 টাকা ও 30,000 টাকা দিয়ে যৌথভাবে ব্যবসা শুরু করে। কিন্তু কয়েক মাস পরে অরুণ আরও 12,000 টাকা ওই ব্যবসায়ে মূলধন দেয়। বছরের শেষে ওই ব্যবসায়ে 14,030 টাকা লাভ হলো এবং অরুণ 7,130 টাকা লভ্যাংশ পেল। অরুণ কত মাস পরে ব্যবসায়ে টাকা দিয়েছিল তা নির্ণয় করো।

4. সমাধান করো : $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}$, $[x\neq 0, -(a+b)]$ **3**

অথবা

স্থির জলে একটি নৌকার গতিবেগ 8 কিমি./ঘণ্টা। নৌকাটি 5 ঘণ্টায় স্রোতের অনুকূলে 15 কিমি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে 22 কিমি. গেলে, স্রোতের বেগ কত ছিল নির্ণয় করো।

5. সরল করো : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ **3**

অথবা

যদি 5 জন কৃষক 12 দিনে 10 বিঘা জমির পাট কাটতে পারেন, তবে কতজন কৃষক 18 বিঘা জমির পাট 9 দিনে কাটতে পারবেন তা ভেদতত্ত্ব প্রয়োগ করে নির্ণয় করো।

6. যদি, $\frac{ay-bx}{c} = \frac{cx-az}{b} = \frac{bz-cy}{a}$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ **3**

অথবা

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, দেখাও যে, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)= a^3+b^3+c^3$

7. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত করো ও প্রমাণ করো। **1+4**

অথবা

প্রমাণ করো যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক। **5**

8. ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম যার AB || DC; AB-এর সমান্তরাল একটি সরলরেখা AD ও BC-কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AE : ED = BF : FC **3**

অথবা

যদি ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের AB = DC হয়, তবে প্রমাণ করো যে, AC = BD

9. জ্যামিতিক উপায়ে $\sqrt{22}$-এর মান নির্ণয় করো। [শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে] **5**

অথবা

একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার ভূমির দৈর্ঘ্য 6.5 সেমি. এবং ওই বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির পরিমাপ 50° ও 75°; ওই ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করো। [শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে]

10. **যে-কোনো 2টি প্রশ্নের উত্তর দাও:** **3×2=6**

(i) x-এর মান নির্ণয় করো :

$(x+1)\cot^2\frac{\pi}{6} = 2\cos^2\frac{\pi}{3} + \frac{3}{4}\sec^2\frac{\pi}{4} + 4\sin^2\frac{\pi}{6}$

(ii) দেখাও যে, $\text{cosec}^2 22^\circ \cot^2 68^\circ = \sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ + \cot^2 68^\circ$

(iii) যদি $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ হয়, তাহলে দেখাও যে, $x\sin\theta = y\cos\theta$

11. যে-কোনো 2টি প্রশ্নের উত্তর দাও: **4×2=8**

(i) একটি অর্ধগোলক ও একটি শঙ্কুর ভূমি সমান ও উচ্চতাও সমান হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ii) 4.2 ডেসিমি. দৈর্ঘ্যের ধারবিশিষ্ট একটি নিরেট কাঠের ঘনক থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে যে নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু পাওয়া যাবে, তার আয়তন নির্ণয় করো।

(iii) একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা উহার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। যদি উচ্চতা 6 গুণ হতো, তবে চোঙটির আয়তন 539 ঘন ডেসিমি. বেশি হতো। চোঙটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

12. মিহিরদের পাঁচতলা বাড়ির ছাদের কোনো বিন্দু থেকে দেখলে মনুমেন্টের চূড়ার উন্নতি কোণ ও গোড়ার অবনতি কোণ যথাক্রমে 60^o ও 30^o হয়; বাড়িটির উচ্চতা যদি 16 মিটার হয়, তবে মনুমেন্টের উচ্চতা কত? **5**

অথবা

সূর্যের উন্নতি কোণ যখন 45^o থেকে 60^o-তে পরিবর্তিত হয়, তখন একটি টেলিগ্রাফ স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য 4 মিটার পরিবর্তিত হয়। উন্নতি কোণ যখন 30^o হয়, তখন ওই টেলিগ্রাফ স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

13. যে-কোনো 2টি প্রশ্নের উত্তর দাও: **4×2=8**

(i) শাকিলবাবু তার 50টি বাক্সে বিভিন্ন সংখ্যায় আম ভরে পাইকারি বাজারে নিয়ে যাবেন। কতগুলি বাক্সে কতগুলি আম রাখলেন তার তথ্য নীচের ছকে দেওয়া হলো।

আমের সংখ্যা	50 - 52	52 - 54	54 - 56	56 - 58	58 - 60
বাক্সের সংখ্যা	5	14	16	10	5

ওই 50টি বাক্সে গড় আমের সংখ্যা নির্ণয় করো।

(ii) নীচের তথ্য থেকে ছাত্রদের উচ্চতার মধ্যমা নির্ণয় করো:

উচ্চতা (সেমি.)	135-140	140-145	145-150	150-155	155-160	160-165
ছাত্রদের সংখ্যা	7	12	20	24	20	17

(iii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করো:

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
পরিসংখ্যা	5	12	18	28	17	12	8

মিলিয়ে দেখি

1. (i) a (ii) c (iii) d (iv) b (v) a (vi) c (vii) c (viii) a (ix) d (x) c (xi) c (xii) b (xiii) b (xiv) c (xv) d **2.** (i) 6000 টাকা (ii) $x \propto y$ (iii) –4 (iv) 3:2 (v) 12 সেমি. (vi) a. মিথ্যা b. সত্য (vii) a. সূক্ষ্মকোণ b. কেন্দ্রগামী (viii) $\frac{1}{2}$ (ix) $\frac{3\pi}{2}$ (x) 10 **3.** 8% অথবা, 5 মাস পরে **4.** $x=-a$ এবং $x=-b$ অথবা, $1\frac{3}{5}$ কিমি./ঘণ্টা **5.** 0 অথবা, 12 জন **10.** (i) 0 **11.** (i) 2:1, $\sqrt{2}:1$
(ii) 19404 ঘন সেমি. (iii) 7 ডেসিমি. **12.** 64 মিটার অথবা, $6(\sqrt{3}+1)$ মিটার
13. (i) 54.84 (ii) 152.29 সেমি. (প্রায়) (iii) 17.38 (প্রায়)