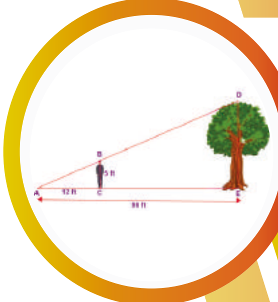
5 வடிவியல்



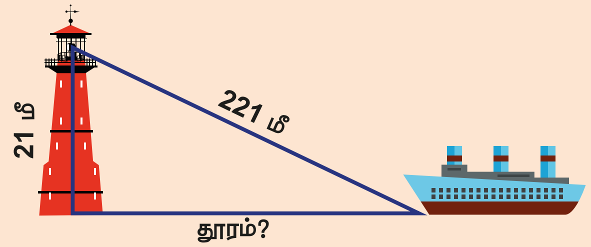
கற்றல் நோக்கங்கள்

SSJ8CQ

- சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை நினைவு கூர்தல்.
- முக்கோணங்களில் சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பண்புகளைக் கொண்ட தேற்றங்களைப் புரிந்துகொள்ளுதல் மற்றும் அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் அதைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
- முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரே புள்ளிவழிச் செல்வதைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு பல்வகை நாற்கரங்களை வரைதல்.

5.1 அறிமுகம்

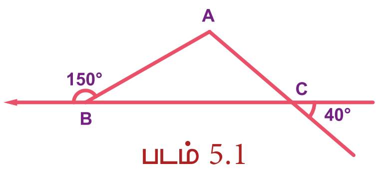
வடிவியலானது, வடிவங்களின் பண்புகள் மட்டுமின்றி புள்ளிகள், வட்டங்கள், முக்கோணங்கள் மற்றும் திடப் பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள உறவுகளைப் பற்றியும் அறிய உதவுவதாகும். முந்தைய வகுப்புகளில், நாம் முக்கோணங்களின் ஒரு சில அடிப்படைப் பண்புகள் குறித்துப் படித்திருக்கிறோம். இந்த வகுப்பில் நாம் அவற்றை நினைவு கூர்வதுடன் சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்கள் குறித்து பார்க்க இருக்கிறோம். மேலும், பிதாகரஸ் தேற்றத்தையும், முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரே புள்ளிவழிச் செல்வதையும், கொடுக்கப்பட்ட பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கொண்டு பல்வகை நாற்கரங்கள் வரைதலையும் கற்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்	
	
தூரத்தையும் உயரத்தையும் காண்பதற்குப் பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துதல்.	நீடித்த மற்றும் வலிமையான கட்டடங்களைக் கட்டமைப்பதில் சர்வசம முக்கோணங்களைப் பயன்படுத்துதல்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 162 20-02-2020 01:46:04 PM

முக்கோணங்களின் பண்புகளை நினைவு கூர்ந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

1. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் ______________ஆகும்.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிப்புறக்கோணமானது ______________ கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
3. ஒரு முக்கோணத்தில், ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தை விட ____________ இருக்கும்.
4. ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் ____________. அதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.
5. முக்கோணம் ABC இல் $\angle A$ ஐக் காண்க.

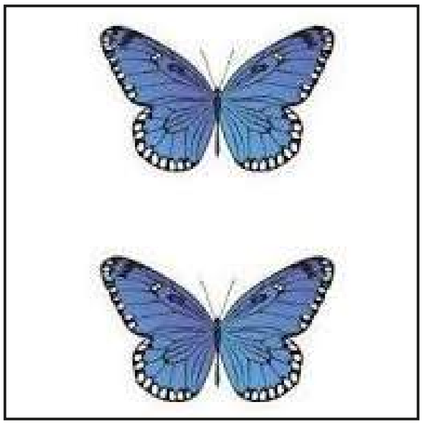
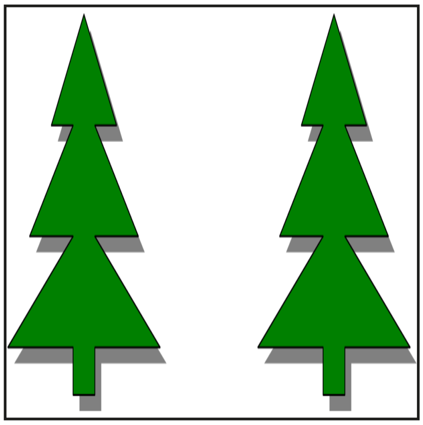


படம் 5.1

5.2 சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த வடிவங்கள்

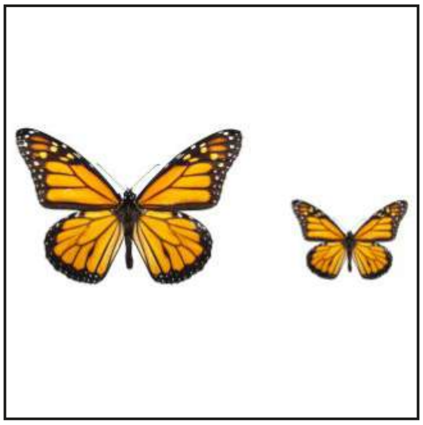
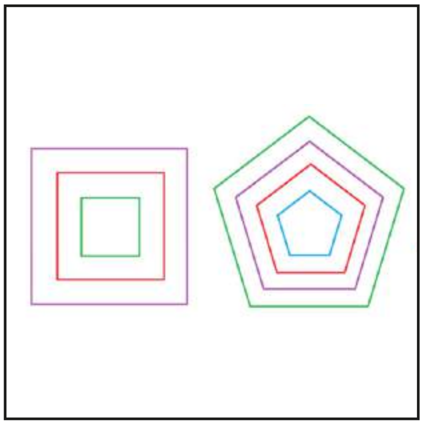
சர்வசம உருவங்கள் என்பன வடிவிலும் அளவிலும் மிகச் சரியாக அமையும் உருவங்கள் ஆகும். மாறாக, இரு வடிவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று மிகச் சரியாகப் பொருந்தினால், அவை சர்வசமம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

வடிவொத்த உருவங்கள் கணித ரீதியாக ஒரே வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும். இரு வடிவியல் உருவங்கள் வடிவொத்தவை $(\sim)$ எனில், ஒரு உருவத்தின் அளவுகள் மற்றொரு உருவத்தின் ஒத்த அளவுகளுடன் ஏற்படுத்தும் விகிதம் மாறாது. உதாரணமாக, புகைப்பட விரிவாக்கத்தின் ஒவ்வொரு பகுதியும் அசலின் ஒத்தப் பகுதிக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.

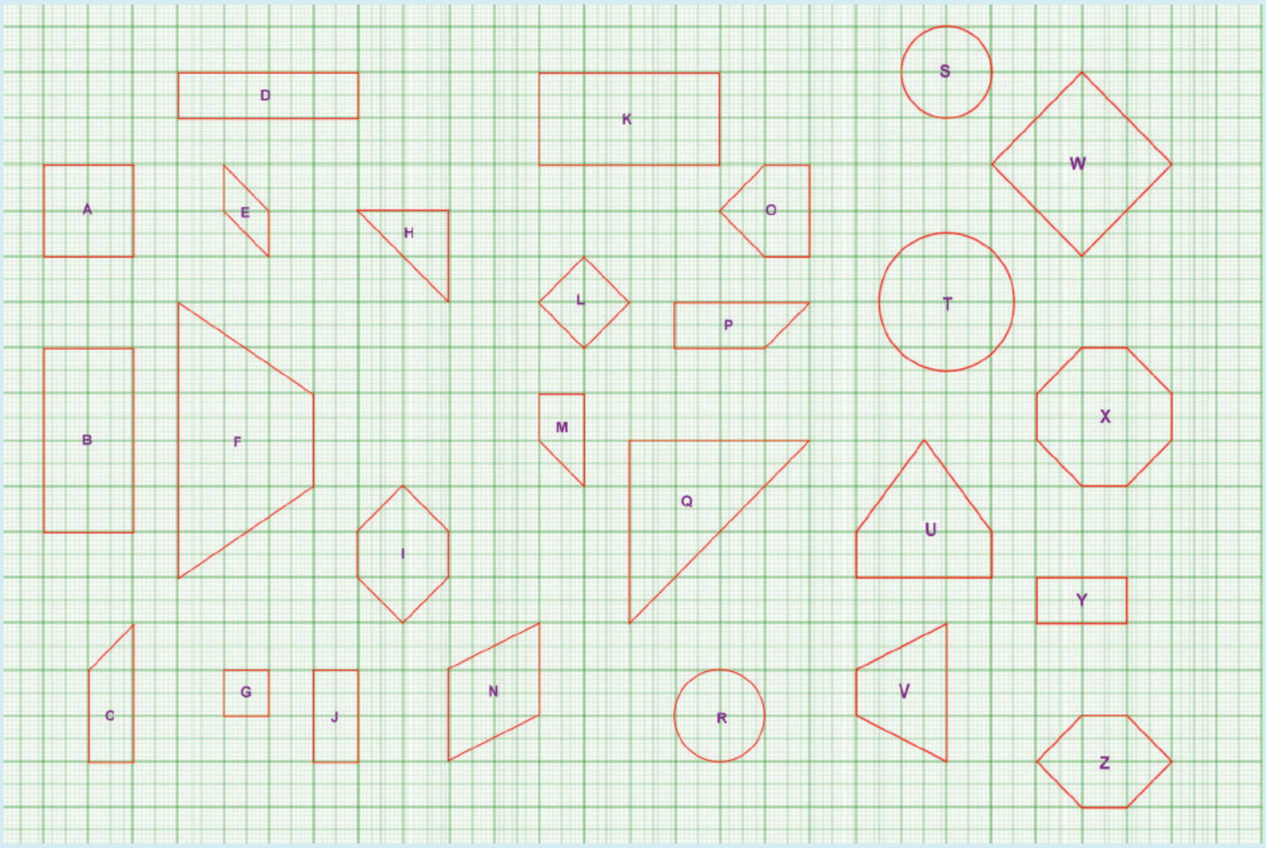
எடுத்துக்காட்டுகள்

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 163 20-02-2020 01:46:05 PM

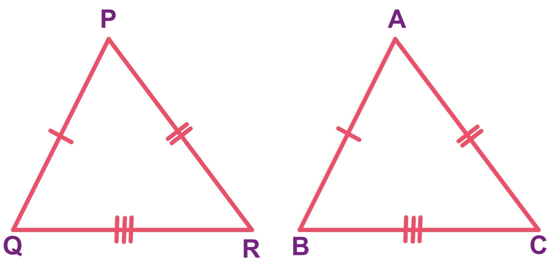
இவற்றை முயல்க

வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம உருவங்களின் சோடிகளை அடையாளம் கண்டு, அவற்றின் எழுத்துச் சோடிகளை எழுதுக.



5.2.1 சர்வசம முக்கோணங்கள்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் ABC ஆகியவை சர்வசமம் ($\equiv$) ஆகும். ஏனெனில், இரு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்களும் ஒத்த கோணங்களும் சர்வசமமாக உள்ளன. அதாவது $PQ=AB$, $QR=BC$, $PR=AC$ மற்றும் $\angle P = \angle A$, $\angle Q = \angle B$, $\angle R = \angle C$ ஆகும். இதனை நாம் $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$ எனக் குறிக்கலாம்.



படம் 5.2

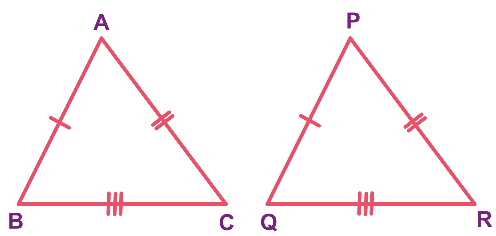
இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு. அவையாவன:

(i) ப–ப–ப (பக்கம் –பக்கம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

அதாவது, $AB = PQ$, $BC = QR$, மற்றும் $AC = PR$ எனில்,

$$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta PQR.$$

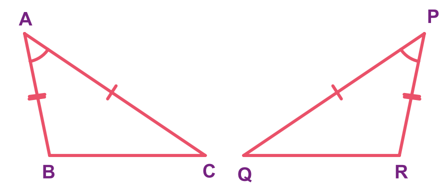


படம் 5.3

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 164 20-02-2020 01:46:09 PM

(ii) ப– கோ–ப (பக்கம் – கோணம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு

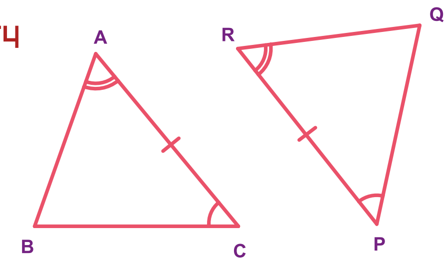
ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும். இங்கு $AC = PQ$, $\angle A = \angle P$ மற்றும் $AB = PR$ ஆகவே, $\Delta ACB \equiv \Delta PQR$.



படம் 5.4

(iii) கோ–ப–கோ (கோணம் –பக்கம் –கோணம்) சர்வசமப்பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கத்திற்குச் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும். இங்கு $\angle A = \angle R$, $CA=PR$ மற்றும் $\angle C = \angle P$. ஆகவே, $\Delta ABC \equiv \Delta RQP$

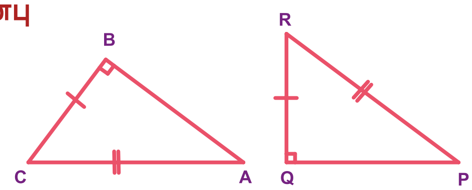


படம் 5.5

(iv) செ–க–ப (செங்கோணம் –கர்ணம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை, மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இங்கு $\angle B = \angle Q = 90°$, $BC = QR$ மற்றும் $AC = PR$. ஆகவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$.

செங்கோணம் பக்கம் கர்ணம்



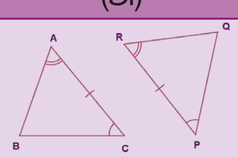
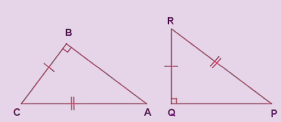
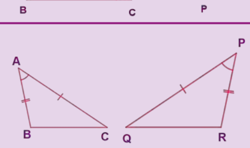
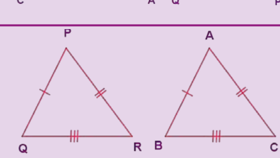
படம் 5.6

குறிப்பு

- எந்தவொரு கோட்டுத்துண்டும், கோணமும் அதற்கதுவே சர்வசமமாகும். இது, பிரதிபலிப்புப் பண்பு எனப்படும்.
- இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவற்றின் ஒத்த பாகங்கள் சர்வசமமாகும். இது CPCTC (Corresponding parts of Congruent Triangles are Congruent) பண்பு எனப்படும்.
- "கோணங்கள் எனில் பக்கங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.
- "பக்கங்கள் எனில் கோணங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்க்கோணங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை அவற்றின் சர்வசமப் பண்புகளைக் கொண்டு பொருத்துக.

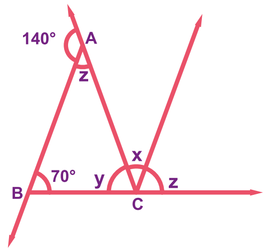
வ.எண்	(அ)	(ஆ)	வ.எண்	(அ)	(ஆ)
1		செ-க-ப	3		ப-கோ-ப
2		ப-ப-ப	4		கோ-ப-கோ

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 165 20-02-2020 01:46:10 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.1

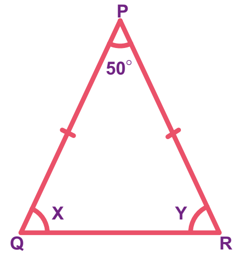
பின்வரும் படங்களில் உள்ள தெரியாத மதிப்புகளைக் காண்க.

(i)



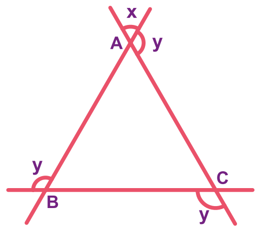
படம் 5.7 (i)

(ii)



படம் 5.7 (ii)

(iii)



படம் 5.7 (iii)

தீர்வு:

(i) படம் 5.7 (i) இலிருந்து, $140^\circ + \angle z = 180^\circ$ (நேரியக்கோண இணைகள்)

$\Rightarrow \angle z = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

மேலும், $\angle x + \angle z = 70^\circ + \angle z$ (வெளிப்புறக்கோணப் பண்பு)

$\Rightarrow \angle x = 70^\circ$

மேலும், $\angle z + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$ (Δ ABC இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 40^\circ + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle y = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

(ii) படம் 5.7 (ii) இலிருந்து $PQ = PR$

$\Rightarrow \angle Q = \angle R$ (சம பக்கங்களின் எதிர்க்கோணங்கள் சமம்)

$\Rightarrow \angle x = \angle y$

$\Rightarrow \angle x + \angle y + 50^\circ = 180^\circ$ (ΔPQR இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 2\angle x = 130^\circ$

$\Rightarrow \angle x = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle y = 65^\circ$

(iii) படம் 5.7 (iii) இலிருந்து ΔABC இல், $\angle A = x$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம்)

இதேபோன்று, $\angle B = \angle C = x$ (ஏன்?)

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (Δ ABC இல் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 3x = 180^\circ$

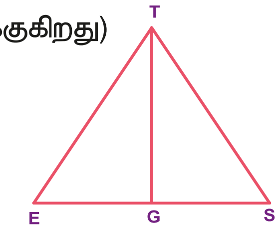
$\Rightarrow x = 60^\circ$

$\Rightarrow y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

YQUMPN

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 166 20-02-2020 01:46:21 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.2 (ப–ப–ப மற்றும் ப–கோ–ப சர்வசமப் பண்புகளை விளக்குகிறது)



படம் 5.8

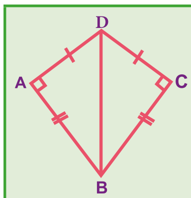
படம் 5.8 இல், $\angle E = \angle S$ மற்றும் ES இன் மையப்புள்ளி G எனில்,

$\Delta\ GET \equiv \Delta GST$ என நிறுவுக.

நிரூபணம்:

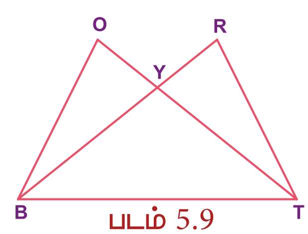
வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle E \equiv \angle S$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$ET \equiv ST$	கோணங்கள் எனில் பக்கங்கள்.
3	G ஆனது ES இன் மையப்புள்ளி	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$EG \equiv SG$	3 ஐப் பின்பற்றி.
5	$TG \equiv TG$	பிரதிபலிப்புப் பண்பு.
6	$\Delta GET \equiv \Delta GST$	ப-ப-ப (2,4,5) மற்றும் ப-கோ-ப (2,1,4) பண்புகளின் படி.

சிந்திக்க



படத்தில் $DA = DC$ மற்றும் $BA = BC$. முக்கோணங்கள் DBA மற்றும் DBC ஆகியவை சர்வ சமமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 5.3 (கோ–ப–கோ சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)



படம் 5.9

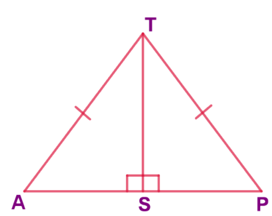
படம் 5.9 இல், $\angle YTB \equiv \angle YBT$ மற்றும் $\angle BOY \equiv \angle TRY$ எனில், $\Delta BOY \equiv \Delta TRY$ என நிரூபி.

நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle BYO \equiv \angle TYR$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சர்வசமமாகும்
2	$\angle YTB \equiv \angle YBT$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது
3	$BY \equiv TY$	கோணங்களில் எனில் பக்கங்கள்
4	$\angle BOY \equiv \angle TRY$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது
5	$\angle OBY \equiv \angle RTY$	1 மற்றும் 4ஐப் பின்பற்றி
6	$\Delta BOY \equiv \Delta \text{TRY}$	கோ-ப-கோ (1,3,5) பண்பின் படி

எடுத்துக்காட்டு 5.4 (செ–க–ப சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)

தீர்வு:



படம் 5.10

TAP என்ற ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில், $TA = TP$ மற்றும் $\angle TSA = 90°$ எனில்,

(i) $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$ ஆகுமா? ஏன்?

(ii) $\angle P = \angle A$ ஆகுமா? ஏன்?

(iii) $AS = PS$ ஆகுமா? ஏன்?

நிரூபணம்:

(i) TA=TP கர்ணம் மற்றும் $\angle TSA = 90°$

TS பொதுவான பக்கம்

ஆகவே, செ-க-ப சர்வசமப் பண்பின் படி, $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$.

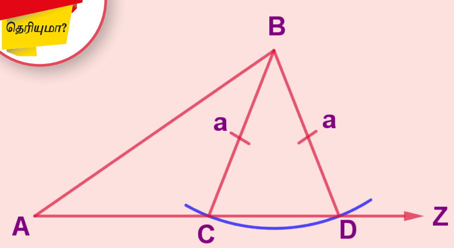
(ii) TA=TP கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

எனவே, $\angle P = \angle A$ (பக்கங்கள் எனில் கோணங்கள்)

(iii) (i) இலிருந்து $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$,

CPCTC பண்பின் படி, $AS = PS$

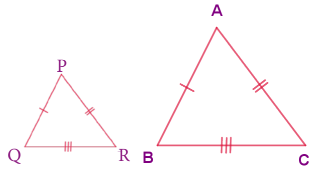
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



இரு முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் என நிருபிக்க ப-ப-கோ மற்றும் கோ-ப-ப ஆகிய பண்புகள் போதுமானவையாக அமைவதில்லை. இது கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு, வரையப்பட்ட முக்கோணங்கள் ABD மற்றும் ABC இல், BC = BD = a ஆகும். மேலும், பக்கம் AB மற்றும் ∠BAZ ஆகியவை பொதுவானவை. ஆனால், AC≠AD. ஆகவே, ΔABD ஆனது ΔABC இக்குச் சர்வசமம் அல்ல. எனவே, ப-ப-கோ பண்பு போதுமானதாக அமைவதில்லை.

5.2.2 வடிவொத்த முக்கோணங்கள்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் ABC ஆகியவை வடிவொத்தவை $(\sim)$ ஆகும். ஏனெனில், இரு முக்கோணங்களின் ஒத்த கோணங்கள் சமமாகவும் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்திலும் உள்ளன. அதாவது $\angle P = \angle A, \angle Q = \angle B, \angle R = \angle C$ மற்றும் $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$ ஆகும். இதனை நாம் $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ எனக் குறிக்கலாம்.

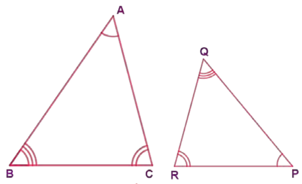


படம் 5.11

இரண்டு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு. அவையாவன:

(i) கோ–கோ–கோ (கோணம்–கோணம்–கோணம்) அல்லது கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பு

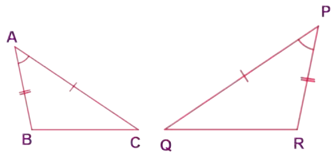
ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 5.12 இல் $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$ ஆகும். ஆகவே, ΔABC ~ ΔPQR.



படம் 5.12

(ii) ப–கோ–ப (பக்கம்–கோணம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு

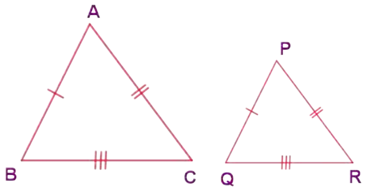
ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கு விகிதசமத்திலும் அவ்விரண்டு பக்கங்கள் உள்ளடக்கிய கோணங்கள் சமமாகவும் இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 5.13 இல் $\frac{AC}{PQ} = \frac{AB}{PR}$ மற்றும் $\angle A = \angle P$. ஆகவே, ΔACB ~ Δ PQR.



படம் 5.13

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 168 20-02-2020 01:46:25 PM

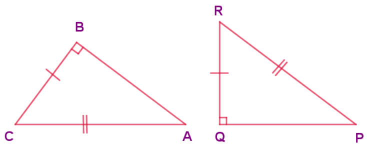
(iii) ப–ப–ப (பக்கம்–பக்கம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு



படம் 5.14

இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். அதாவது, $\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ எனில், $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ஆகும்.

(iv) செ–க–ப (செங்கோணம்–கர்ணம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு

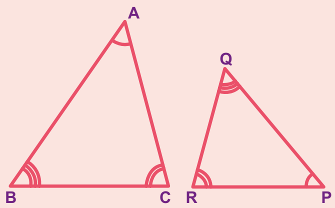


படம் 5.15

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கம், மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். அதாவது, $\angle B=\angle Q=90^\circ$ மற்றும் $\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ எனில், $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.

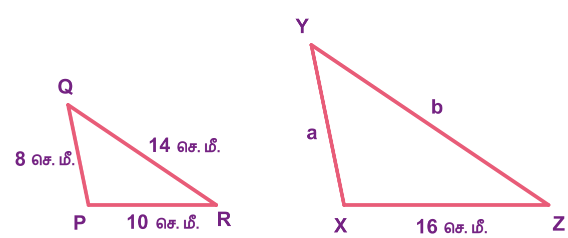
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில் ΔABC – இன் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவை, ΔPQR – இன் பக்கங்களான PQ, QR மற்றும் PR ஆகியவற்றிற்கு ஒத்த பக்கங்கள் ஆகும். மேலும் கோணங்கள் A, B மற்றும் C இக்கு ஒத்தக் கோணங்கள் முறையே P,Q மற்றும் R ஆகும். வடிவொத்த முக்கோணங்களுக்கு வரிசை மாறாமல் பெயரிடுதல் முக்கியமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில், ΔBAC ஆனது ΔPQR இக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்காது.



எடுத்துக்காட்டு 5.5

படம் 5.16 இல், $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$, எனில் a மற்றும் b ஐக் காண்க.



படம் 5.16

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY}=\frac{QR}{YZ}=\frac{PR}{XZ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow a=\frac{8\times 16}{10}=\frac{128}{10}$$

$a = 12.8$ செ.மீ.

மேலும், $\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$

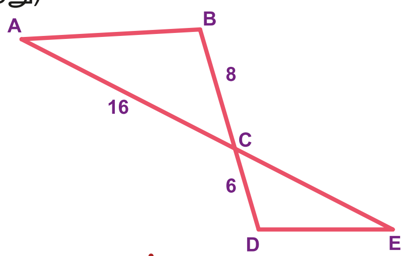
$$\Rightarrow b=\frac{14\times 16}{10}=\frac{224}{10}=22.4$$ செ.மீ.

குறிப்பு

- அனைத்து வட்டங்களும், சதுரங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.
- அனைத்துச் செவ்வகங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்க வேண்டியதில்லை.
- இரு கோணங்கள் சர்வசமமாகவும், மிகை நிரப்பிகளாகவும் இருக்குமாயின், அவை செங்கோணங்கள் ஆகும்.
- அனைத்து சர்வசம முக்கோணங்களும் வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.6 (கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 5.17 இல், $\angle ABC \equiv \angle EDC$ மற்றும் ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனில் $AB \equiv EC$ என நிறுவுக.



படம் 5.17

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ABC \equiv \angle EDC$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle BCA \equiv \angle DCE$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சமமாகும்.
3	$\Delta ABC \sim \Delta EDC$	கோ-கோ பண்பின் படி(1, 2).
4	$\frac{AB}{ED}=\frac{BC}{DC}=\frac{AC}{EC}$	3 இன் படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

$\Rightarrow \frac{8}{6}=\frac{16}{EC} \Rightarrow EC = 12$ அலகுகள்

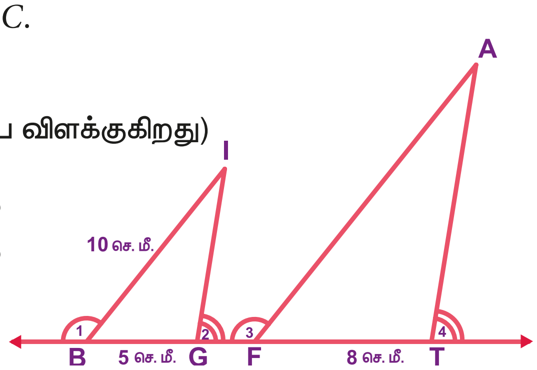
ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$\therefore\ ED + DC + EC = 27 \Rightarrow ED + 6 + 12 = 27 \Rightarrow ED = 27-18 = 9$ அலகுகள்

$\therefore\ \frac{AB}{9}=\frac{8}{6} \Rightarrow AB = 12$ அலகுகள். ஆகவே $AB = EC$.

எடுத்துக்காட்டு 5.7 (கோ – கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 5.18 இல் $\angle 1 \equiv \angle 3$ மற்றும் $\angle 2 \equiv \angle 4$ எனில், $\Delta BIG \sim \Delta FAT$ என நிறுவுக. மேலும் FA ஐக் காண்க.



படம் 5.18

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle 1 \equiv \angle 3$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle IBG \equiv \angle AFT$	சர்வ சமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
3	$\angle 2 \equiv \angle 4$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$\angle IGB \equiv \angle ATF$	சர்வசமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
5	$\Delta BIG \sim \Delta FAT$	கோ-கோ பண்பின் படி (2, 4).

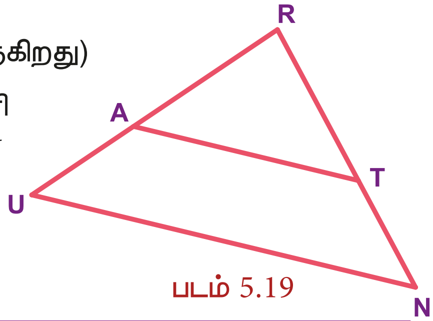
மேலும், அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

$$\Rightarrow \frac{BI}{FA}=\frac{BG}{FT} \Rightarrow \frac{10}{FA}=\frac{5}{8} \Rightarrow FA=\frac{10\times 8}{5}=\frac{80}{5}=16 \text{ செ.மீ.}$$

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 170 20-02-2020 01:46:32 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.8 (ப–கோ–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 5.19 இல் RU இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் RN இன் மையப்புள்ளி T எனில் $\Delta RAT \sim \Delta RUN$ என நிறுவுக .



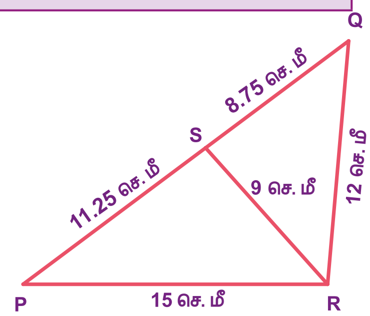
படம் 5.19

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ART = \angle URN$	ΔRAT மற்றும் ΔRUN இன் பொதுக்கோணம் $\angle R$ ஆகும்.
2	$RA = AU = \frac{1}{2} RU$	RU இன் மையப்புள்ளி A ஆகும்.
3	$RT = TN = \frac{1}{2} RN$	RN இன் மையப்புள்ளி T ஆகும்.
4	$\frac{RA}{RU} = \frac{RT}{RN} = \frac{1}{2}$	2 மற்றும் 3 இலிருந்து, பக்கங்கள் விகதச்சமத்தில் இருக்கும்.
5	$\Delta RAT \sim \Delta RUN$	ப-கோ-ப பண்பின் படி (1 மற்றும் 4)

எடுத்துக்காட்டு 5.9 (ப–ப–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 5.20 இல் $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ என நிறுவுக.



படம் 5.20

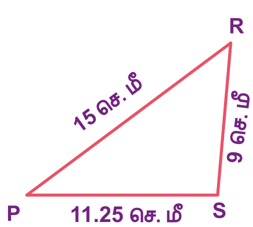
தீர்வு:

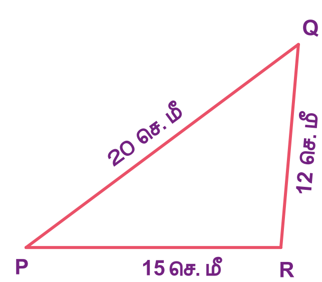
இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$\frac{PR}{PS} = \frac{15}{11.25} = \frac{4}{3}$

மேலும், $\frac{QR}{RS} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS} = \frac{QR}{RS}$





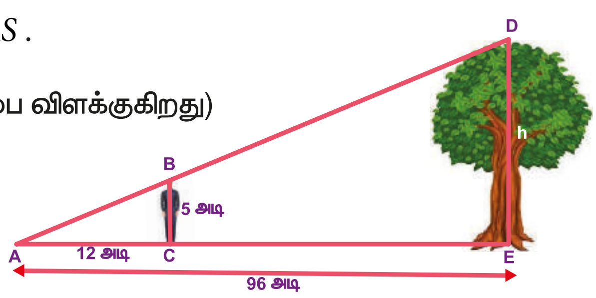
ஆக இருப்பதைக் காணலாம்.

அதாவது, அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கின்றன.

$\therefore$ ப-ப-ப பண்பின் படி, $\Delta PQR \sim \Delta PRS$.

எடுத்துக்காட்டு 5.10 (செ–க–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

ஒரு மனிதனின் உயரத்தாலும் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணமானது, அருகிலுள்ள மரத்தின் உயரத்தாலும் அதன் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணத்திற்கு வடிவொத்தவையாக உள்ளது எனில், மரத்தின் உயரம் என்ன?



படம் 5.21

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 171 20-02-2020 01:46:35 PM

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும். (செ–க–ப பண்பின் படி).

$$\therefore \quad \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{96} = \frac{5}{h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 96}{12} = 40 \text{ அடி}$$

$\therefore$ மரத்தின் உயரம் 40 அடியாகும்.

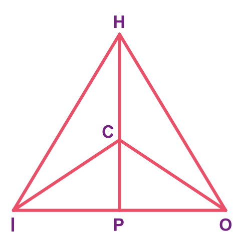
செயல்பாடு

ஆசிரியர் ஓர் அட்டை அல்லது படத்தாளிலிருந்து, பல்வேறு வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து, மாணவர்களிடம், முக்கோணங்களின் மீதுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, எந்தச் சோடி முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை மற்றும் சர்வசமமானவை என்பதைக் காணச் செய்தல் வேண்டும்.

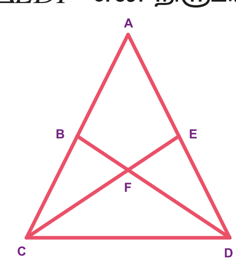
பயிற்சி 5.1

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சொல் பட்டியலிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக. (விகிதசமத்தில், வடிவொத்த, ஒத்த, சர்வசம, வடிவம்,பரப்பு, சமமான)
   (i) வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் ______________ இருக்கும்.
   (ii) வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஒரே ______________ பெற்றிருக்கும். ஆனால் ஒரே அளவைப் பெற்றிருக்க வேண்டியதில்லை.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தில் ______________ பக்கங்கள் சம கோணங்களுக்கு எதிரே அமையும்.
   (iv) $\equiv$ குறியானது ______________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.
   (v) $\sim$ குறியானது ______________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.

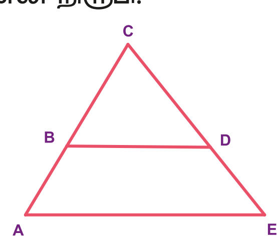
2. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\angle CIP \equiv \angle COP$ மற்றும் $\angle HIP \equiv \angle HOP$ எனில், $IP \equiv OP$ என நிரூபி.



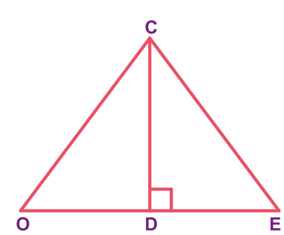
3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், $AC \equiv AD$ மற்றும் $\angle CBD \equiv \angle DEC$ எனில், $\Delta BCF \equiv \Delta EDF$ என நிரூபி.



4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், அடிப்பக்கம் BD மற்றும் $\angle BAE \equiv \angle DEA$ ஆகக் கொண்ட ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம் ΔBCD எனில், $AB \equiv ED$ என நிரூபி.

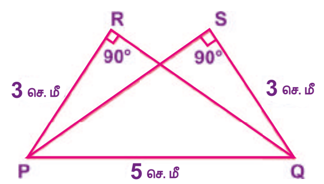


5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் D ஆனது, OE இன் மையப்புள்ளி மற்றும் $\angle CDE = 90^\circ$ எனில், $\Delta ODC \equiv \Delta EDC$ என நிரூபி.

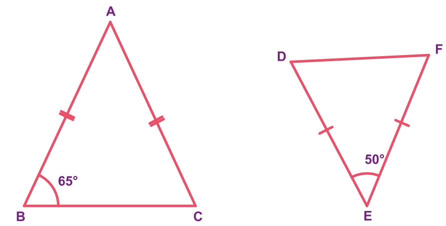


05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 172 20-02-2020 01:46:40 PM

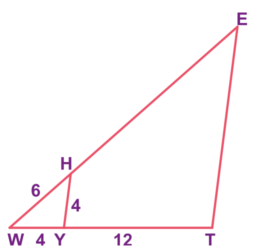
6. $\triangle PRQ \equiv \triangle QSP$ ஆகுமா? ஏன்?



7. கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ என நிரூபி.

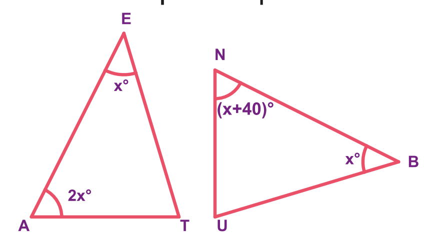


8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $YH \parallel TE$ $\Delta WHY \sim \Delta WET$ என நிரூபி. மேலும் HE மற்றும் TE ஐக் காண்க.

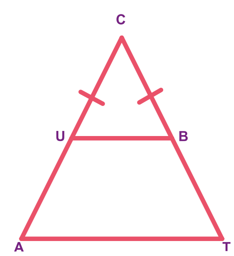


5P632L

9. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\Delta EAT \sim \Delta BUN$ எனில், அனைத்துக் கோண அளவுகளையும் காண்க.



10. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $UB \parallel AT$ மற்றும் $CU \equiv CB$ எனில், $\Delta CUB \sim \Delta CAT$ மற்றும் ΔCAT ஆனது ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம் என நிரூபி.



கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் எப்போதும் ________ பெற்றிருக்கும்.

அ) குறுங்கோணங்களைப் ஆ) விரிகோணங்களைப்

இ)செங்கோணங்களைப் ஈ) பொருத்தமானக் கோணங்களைப்

12. முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் XYZ இல் $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ}$ எனில் அவை வடிவொத்த முக்கோணங்களாக இருக்க________ஆகும்.

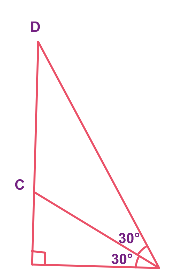
அ) $\angle Q = \angle Y$ ஆ) $\angle P = \angle Y$ இ) $\angle Q = \angle X$ ஈ) $\angle P = \angle Z$

13. 15 மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக் கம்பமானது காலை 10 மணிக்கு, 3 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. அதே நேரத்தில் ஒரு கட்டடத்தின் நிழலின் நீளமானது 18.6 மீ எனில், கட்டடத்தின் உயரமானது ________ ஆகும்.

அ) 90 மீ ஆ) 91 மீ இ) 92 மீ ஈ) 93 மீ

14. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$. $\angle A = 53^\circ$ மற்றும் $\angle Q = 77^\circ$ எனில், $\angle R$ ஆனது ———— ஆகும்.

அ) 50° ஆ) 60° இ) 70° ஈ) 80°



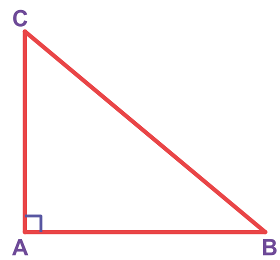
15. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது சரி?

அ) $AB = BD$ ஆ) $BD < CD$ இ) $AC = CD$ ஈ) $BC = CD$

5.3 பிதாகரஸ் தேற்றம்

கிரேக்க கணிதமேதை பிதாகரஸ் (கி.மு (பொ.ஆ.மு) 570–495) அவர்களின் பெயரில் உள்ள பிதாகரஸ் அல்லது பிதாகோரியன் தேற்றமானது, கணிதத்தில் உள்ள அனைத்துத் தேற்றங்களைக் காட்டிலும் மிகவும் முக்கியமான மற்றும் புகழ்வாய்ந்த தேற்றமாகும். வேறெந்தவொரு கணிதத்தேற்றத்தினைக் காட்டிலும், ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளாக தொடர்ந்து அதிகமான எண்ணிக்கையில் இதற்குப் பல்வேறு வடிவியல் மற்றும் இயற்கணித நிரூபணங்கள் வழங்கப்பட்டு வருகின்றன.

தேற்றத்தின் கூற்று:

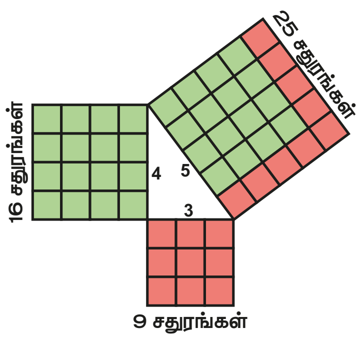


படம் 5.22

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது,

ΔABC இல், $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ஆகும்.

காட்சி விளக்கம்:



படம் 5.23

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் மற்றும் 5 அலகுகள் பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு முக்கோணம் உள்ளது. நன்கு அறியப்பட்ட இந்த $3-4-5$ முக்கோணத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தினை, எளிமையாகக் காட்சிப்படுத்தவும் புரிந்து கொள்ளவும் முடியும்.

இப்படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்கள் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும். 5 அலகுகள் கொண்ட பக்கமானது கர்ணம் என அழைக்கப்படுகிறது. கர்ணம் என்பது செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகவும் நீளமான பக்கம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

இப்போது, 5 அலகுகள் நீளமுள்ள கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவு $5 \times 5 = 25$ சதுர அலகுகள் என்பதை நாம் எளிதில் காண இயலும். மேலும் 3 அலகுகள் மற்றும் 4 அலகுகள் நீளமுள்ள பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்கள் முறையே $3 \times 3 = 9$ சதுர அலகுகள் மற்றும் $4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள் ஆகிய பரப்பளவுகளைப் பெற்றிருக்கும். எனவே தேற்றத்தின்படி, செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கையானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக உள்ளன. வியப்பளிக்கிறதல்லவா?

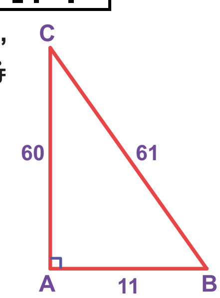
ஆம். $5 \times 5 = 3 \times 3 + 4 \times 4$,

அதாவது $25 = 9 + 16$ என்று சரியாக இருப்பதை நாம் காணலாம்.

N4T3P4

5.4 பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலை

ஒரு முக்கோணத்தின் நீளமான பக்கத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.



படம் 5.24

எடுத்துக்காட்டு:

முக்கோணம் ABC இல்,

$AB^2 + AC^2 = 11^2 + 60^2 = 3721 = 61^2 = BC^2$

எனவே, ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 174 20-02-2020 01:46:47 PM

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

(i) பிதாகோரியன் தொடர்பை உண்மையாக்கும் வகையில் அமையும் சிறப்பு எண்கள் a, b மற்றும் c ஆனது பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி என அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : (3,4,5) ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

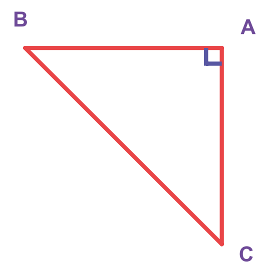
(ii) k என்பது 1 ஐ விட அதிகமான மிகை முழு மற்றும் (a,b,c) ஆனது பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி எனில், (ka,kb,kc) என்பதும் பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாக இருக்கும்.

k	**(3,4,5)**	**(5,12,13)**
$2k$	(6,8,10)	(10,24,26)
$3k$	(9,12,15)	(15,36,39)
$4k$	(12,16,20)	(20,48,52)

எனவே, ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியை 'k' ஆல் பெருக்க, எண்ணற்ற பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதிகளை நாம் பெறலாம்.

இப்போது நாம் பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்வு காணும் வகையில், சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.11



படம் 5.25

படத்தில் $AB \perp AC$ எனில்,

1) ΔABC இன் வகை என்ன?
2) ΔABC இல், AB மற்றும் AC என்பன எவற்றைக் குறிக்கின்றன?
3) CB ஐ எவ்வாறு அழைப்பாய்?
4) $AC = AB$ எனில், $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் என்ன?

தீர்வு:

a) A இல் $AB \perp AC$ ஆக இருப்பதால், ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

b) ΔABC இல், AB மற்றும் AC ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும்.

c) CB என்பது கர்ணம் ஆகும்.

d) $\angle B + \angle C = 90^\circ$ மற்றும் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

எனவே, $\angle B = \angle C = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 5.12

ஒரு செங்கோண முக்கோணமானது 5 செ.மீ, 12 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்களைப் பெற்றிருக்க இயலுமா?

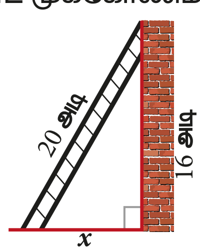
தீர்வு:

$a = 5$, $b = 12$ மற்றும் $c = 13$ எனக் கொள்க.

இப்போது, $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = c^2$

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி, கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.13



படம் 5.26

20 அடி நீளமுள்ள ஏணி, தரையிலிருந்து 16 அடி உயரத்தில் சுவரினைத் தொடுமாறு சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், சுவரிலிருந்து ஏணியின் அடிப்பகுதியானது எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 175 20-02-2020 01:46:50 PM

தீர்வு:

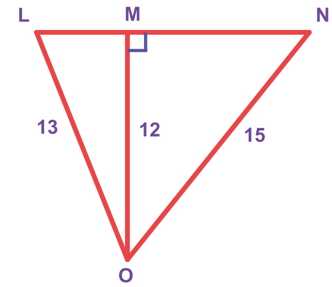
ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவை ஏணியைக் கர்ணமாகக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. படத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$20^2 = 16^2 + x^2 \quad \Rightarrow 400 = 256 + x^2 \Rightarrow \quad x^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2 \quad \Rightarrow \quad x = 12 \text{ அடி}$$

எனவே, ஏணியின் அடிப்பகுதியானது சுவரிலிருந்து 12 அடி தூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.14

படத்திலிருந்து LM, MN, LN ஆகியவற்றையும், ΔLON இன் பரப்பளவையும் காண்க.



படம் 5.27

தீர்வு:

ΔLMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$LM^2 = OL^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow LM^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

$\therefore \quad LM = 5$ அலகுகள்

ΔNMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$MN^2 = ON^2 - OM^2$$

$$= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$$

$\therefore \quad MN = 9$ அலகுகள்

எனவே, $LN = LM + MN = 5 + 9 = 14$ அலகுகள்

ΔLON இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

$$= \frac{1}{2} \times LN \times OM = \frac{1}{2} \times 14 \times 12$$

$= 84$ சதுர அலகுகள்.

செயல்பாடு

1. பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியைப் பின்வருமாறு நாம் உருவாக்கலாம்.

m மற்றும் n ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் என்க $(m > n)$.

$a = m^2 - n^2, b = 2mn$ மற்றும் $c = m^2 + n^2$ எனில், $(a, \ b, \ c)$ ஆனது ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாகும். (ஏன்? எனச் சிந்திக்க)

அட்டவணையை நிரப்புக.

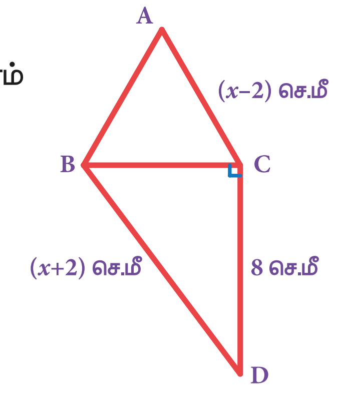
m	n	$a = m^2 - n^2$	$b = 2mn$	$c = m^2 + n^2$	பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி
2	1				
3	2				
4	1	15	8	17	(15, 8, 17)
7	2	45	28	53	(45, 28, 53)

2. கர்ணம் 85 ஆகவும் மற்ற இரு பக்க அளவுகள் முழுக்களாகவும் உடைய செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 176 20-02-2020 01:46:56 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.15

ΔABC என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் BCD இல் CD ஆனது 8 செ.மீ எனில், சமபக்க ΔABC இன் பக்கம் மற்றும் BD ஐக் காண்க.



படம் 5.28

தீர்வு:

ΔABC ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்பதால்,

படத்திலிருந்து, $AB=BC=AC=(x-2)$ செ.மீ

$\therefore$ ΔBCD இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

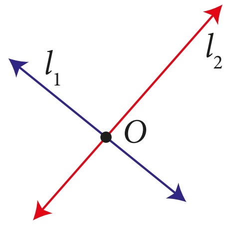
$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8^2$$

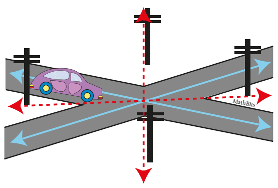
$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8^2 \Rightarrow 8x = 8^2 \Rightarrow x = 8 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ சமபக்க ΔABC இன் பக்கம் = 6 செ.மீ மற்றும் BD = 10 செ.மீ.

5.5 ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள்

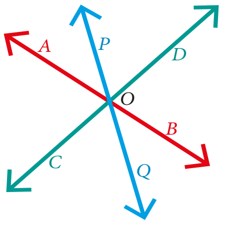
ஒரு தளத்தில் இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்தித்துக் கொள்ளும்பொழுது, அவை வெட்டும் கோடுகள் என அழைக்கப்படுகிறது. இங்கு, கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை O என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. இங்கு புள்ளி O ஆனது l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளி எனப்படும்.

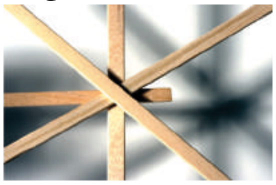



குறுக்குச் சாலைகள்

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டக் கோடுகள் ஒருபுள்ளி வழியாகச் செல்கின்றன எனில், அவை ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.

படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{PQ}$ ஆகியவை ஒருபுள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் மற்றும் O ஆனது ஒருங்கமைவுப் புள்ளியாகும்.



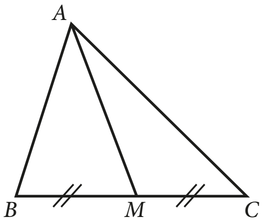

ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் மரத்துண்டுகள்

5.6 முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளியையும் அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் மையப் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு ஆகும்.

படத்தில், AM என்பது ΔABC இன் நடுக்கோடாகும்.

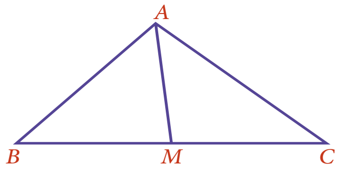
ΔABC இக்கு வேறு ஏதேனும் நடுக்கோடுகள் உள்ளனவா? ஆம், ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்று உச்சிப் புள்ளிகள் உள்ளதால் மூன்று நடுக்கோடுகளை ஒருவரால் காண இயலும்.



படம் 5.29

எடுத்துக்காட்டு 5.16

படத்தில் ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. AM என்பது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். BM = 3.5 செ.மீ எனில் பக்கம் BC இன் நீளம் என்ன?



படம் 5.30

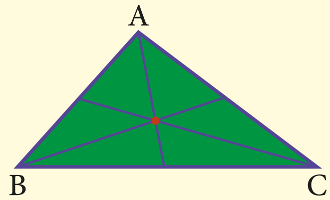
தீர்வு:

AM என்பது நடுக்கோடு ⇒ M ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

BM = 3.5 செ.மீ எனில், BC = BM இன் நீளத்தைப்போல் இருமடங்கு = 2 × 3.5 செ.மீ = 7 செ.மீ.

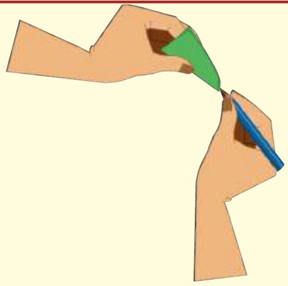
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 177 20-02-2020 01:47:00 PM

செயல்பாடு

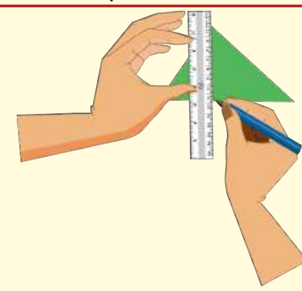


1. முக்கோண வடிவ காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க (குறுங்கோண முக்கோணத்தைக் கொண்டு தொடங்குவோம்). அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.

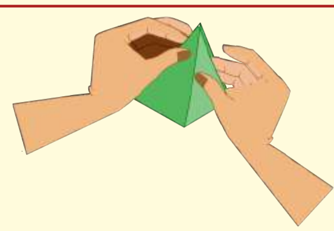
2. மடிப்புக் கோடானது உச்சிப்புள்ளி A வழியாகவும், B ஆனது C இன் மேல் பொருந்தும் நிலையில் BC ஐ சந்திக்குமாறும் காகிதத்தினை மடிக்க



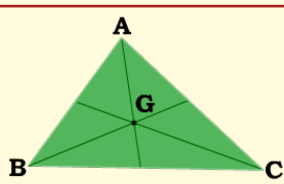
3. BC இன் மையப்புள்ளி M ஐக் குறிக்க.



4. தெளிவாகக் காண விரும்பினால், இப்போது நீங்கள் நடுக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம் (அல்லது மடிப்பாகவே இருக்கலாம்).



5. இதேபோன்று மடித்து, மற்ற இரண்டு நடுக்கோடுகளையும் வரைக.



6. அனைத்து நடுக்கோடுகளும் ஒரேபுள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இப்போது இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்க. உங்களின் முடிவு என்ன?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

5.6.1 நடுக்கோட்டு மையம்

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது G என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வது ஒரு வியப்பாகும். இந்த உண்மையை ஒருவர் எளிதில் சரிபார்க்கலாம். முக்கோண வடிவில் உள்ள ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொள்க. அதன் நடுக்கோட்டு மையத்தினை விரல் நுனியிலோ அல்லது பென்சிலின் நுனியிலோ வைப்பதன் மூலம் அம்முக்கோணத்தைக் கிடைமட்டமாக நிலைநிறுத்த இயலும்.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தைக் காண மூன்று நடுக்கோடுகளையும் காண வேண்டுமா? இப்போது, பின்வரும் வினாக்களுக்கான விடைகளை நீங்களாகவே ஆராயலாம்.

(i) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தை எவ்வாறு காண்பீர்கள்?

(ii) நடுக்கோட்டு மையமானது உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளனவா?

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எப்போதும் அதன் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறதா?

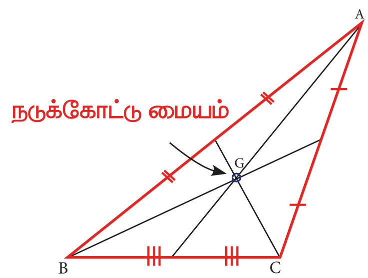
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 178 20-02-2020 01:47:00 PM

(iv) (அ) இருசமபக்க முக்கோணம் (ஆ) சமபக்க முக்கோணம்
ஆகியவற்றின் நடுக்கோடுகளில் ஏதேனும் சிறப்புத்தன்மை உள்ளனவா?

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் பண்புகள்:

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் அமைவிடமானது சில சிறப்புப் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

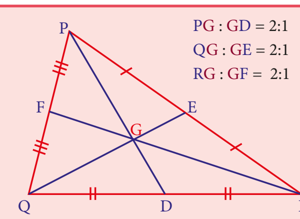
- எப்போதும் அது முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறது.
- எந்தவொரு முக்கோணப்படலத்திற்கும் புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வதை நாம் ஏற்கனவேப் பார்த்திருக்கிறோம்.
- கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தை உற்றுநோக்குக. ஒவ்வோர் உச்சிப் புள்ளியிலிருந்தும் Gஇக்கு வரையப்பட்டுள்ள கோடுகள் $\triangle ABG$, $\triangle BCG$ மற்றும் $\triangle CAG$ ஆகிய மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்குகிறது. வியக்கத்தக்க வகையில், இந்த மூன்று முக்கோணங்களும் சம பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.



படம் 5.31

முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் அதனை சம பரப்பளவுள்ள மூன்று சிறிய முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்!

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும், உச்சிப் புள்ளிக்கு அருகாமையில் இருக்கும் கோட்டுத்துண்டு மற்றொன்றைப் போல் இருமடங்காக உள்ளவாறு இரண்டாகப் பிரிக்கிறது.



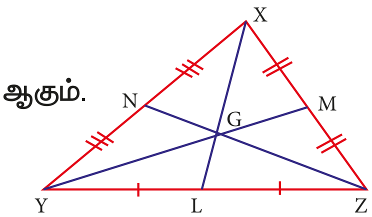
அதாவது, நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது (எடுத்துக்காட்டாக, GD ஆனது PD இல் $\frac{1}{3}$ பங்காகும்). (காகிதமடிப்பு முறையில் இதனைச் சரிபார்க்க முயற்சி செய்).

எடுத்துக்காட்டு 5.17

படத்தில், G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

(i) GL = 2.5 செ.மீ எனில், XL இன் நீளம் காண்க.

(ii) YM = 9.3 செ.மீ எனில், GM இன் நீளம் காண்க.



படம் 5.32

தீர்வு:

(i) G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் என்பதால், $XG : GL = 2 : 1$

$\Rightarrow XG : 2.5 = 2 : 1.$

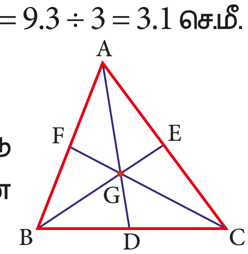
எனவே, $1 \times (XG) = 2 \times (2.5) \Rightarrow XG = 5$ செ.மீ ஆகும்.

$\therefore$ XL இன் நீளம் $= XG + GL = 5 + 2.5 = 7.5$ செ.மீ.

(ii) YG இன் நீளம் இரண்டு பங்கு எனில், GM இன் நீளம் 1 பங்கு ஆகும் (ஏன்?).
அதாவது YM இன் நீளம் 3 பங்குகள் ஆகும்.
3 பங்குகள் என்பது 9.3 செ.மீ நீளம் ஆகும். ஆகவே, GM இன் நீளம் (1பங்கு) $= 9.3 \div 3 = 3.1$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 5.18

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். AD=12 செ.மீ, BC=8 செ.மீ மற்றும் BE=9 செ.மீ எனில், $\triangle BDG$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.



படம் 5.33

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 179 20-02-2020 01:47:01 PM

தீர்வு:

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

$AD = 12$ செ.மீ $\Rightarrow GD =$ AD இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு $= \frac{1}{3}(12) = 4$ செ.மீ மற்றும்

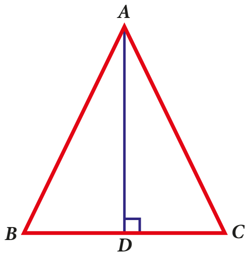
$BE = 9$ செ.மீ $\Rightarrow BG =$ BE இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு $= \frac{2}{3}(9) = 6$ செ.மீ

மேலும், D என்பது BC இன் மையப்புள்ளி $\Rightarrow BD =$ BC இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு $= \frac{1}{2}(8) = 4$ செ.மீ.

$\therefore \Delta BDG$ இன் சுற்றளவு $= BD+GD+BG = 4+4+6 = 14$ செ.மீ

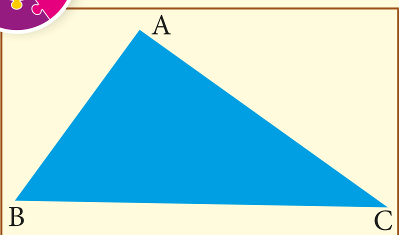
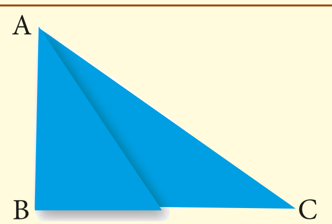
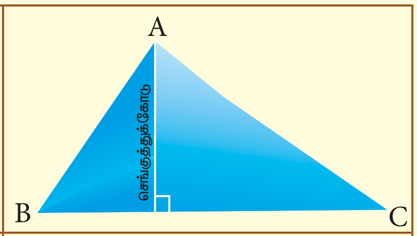
5.7 முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு

முக்கோணத்தின் உயரம் என்று அறியப்படும் முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு என்பது முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடாகும். செங்குத்துக் கோடானது முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் மீது செங்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இங்கு ΔABC இல் AD ஆனது செங்குத்துக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். அதாவது, $AD \perp BC$.



படம் 5.34

செயல்பாடு

		
1. ஒரு குறுங்கோண முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ள காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க, அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமானது அதன் மீது பொருந்துமாறும் அப்பக்கத்திற்கு எதிரேயுள்ள உச்சியைப் பெற்றிருக்குமாறும் அம்முக்கோணத்தை மடிக்க.	3. நீங்கள் செங்குத்துக்கோட்டை தெளிவாகக் காண விரும்பினால் இப்போது நீங்கள் செங்குத்துக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம்.

இதேபோன்று மற்ற இரு பக்கங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. மேலும், உங்கள் ஆசிரியரின் உதவியுடன் செங்கோண மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துச் செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்கின்றனவா?

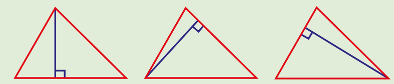
எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

அவ்வாறு சந்திக்கும் புள்ளியானது அதன் செங்கோட்டுமையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 180 20-02-2020 01:47:03 PM

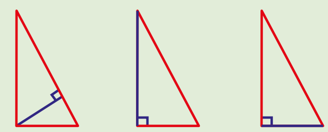
சிந்திக்க

1. **குறுங்கோண முக்கோணத்தில்**, மூன்று செங்குத்துக் கோடுகளும் முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும். அதன் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும்? முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையுமா? அல்லது வெளிப்பகுதியில் அமையுமா?



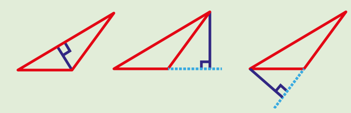
குறுங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

2. **செங்கோண முக்கோணத்தில்**, கர்ணத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள செங்குத்துக்கோடானது உள்பகுதியிலும், மற்ற இரண்டு செங்குத்துக்கோடுகள் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகவும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டுமையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

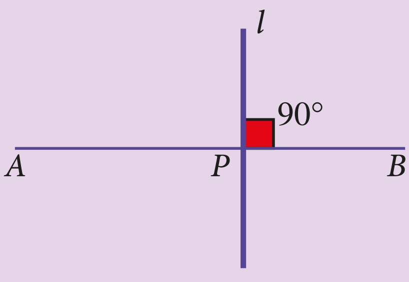
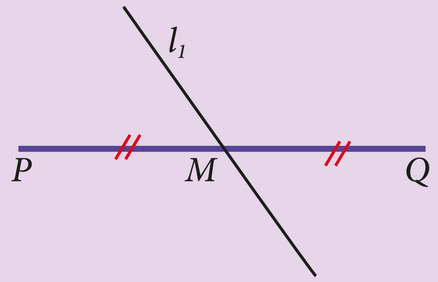
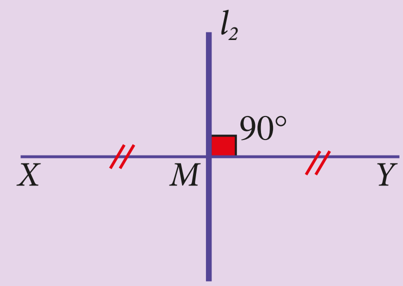
3. **விரிகோண முக்கோணத்தில்**, விரிகோணத்தைத் தாங்கும் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும் குறுங்கோணங்களைத் தாங்கும் உச்சிகளிலிருந்து வரையப்படும் மற்ற இரு செங்குத்துக்கோடுகள் முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



விரிகோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

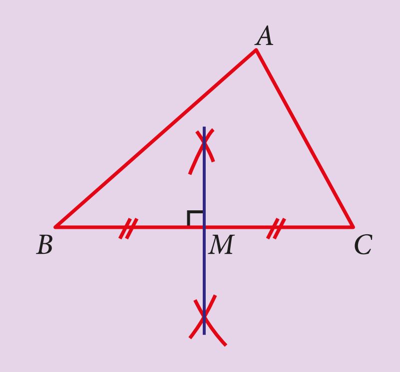
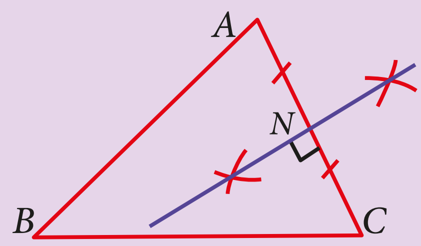
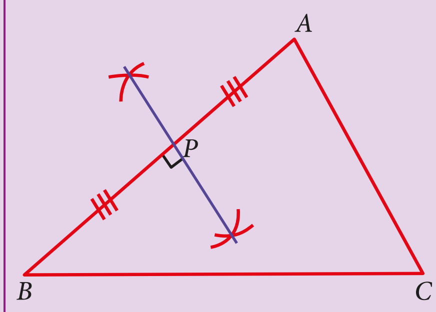
5.8 முக்கோணத்தின் மையக்குத்துக்கோடுகள்

பின்வரும் கருத்துக்களை நாம் முதலில் நினைவு கூர்வோம்.

குத்துக்கோடு	மையக்கோடு (இருசமவெட்டி)	மையக்குத்துக்கோடு
		
$\overline{AB}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l ஆனது $\overline{AB}$ இக்குச் செங்குத்து. P என்பது குத்துக்கோட்டின் அடியாகும். இங்கு, $\overline{AP} \neq \overline{PB}$ என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.	$\overline{PQ}$ என்பது ஒரு கோட்டுத் துண்டு. l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இன் மையக்கோடு. M என்பது $\overline{PQ}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இக்குச் செங்குத்தாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.	$\overline{XY}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_2 ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையக்கோடு. மேலும், l_2 என்பது $\overline{XY}$ இக்குச் செங்குத்து. M ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையப்புள்ளி.

முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. அதற்கு மூன்று பக்கங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் ஒரு மையக்குத்துக்கோட்டினைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

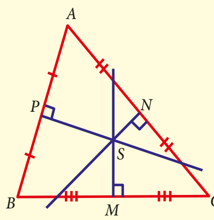
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 181 20-02-2020 01:47:07 PM

		
பக்கம் BC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AB இன் மையக்குத்துக்கோடு
M என்பது $\overline{BC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். M இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	N என்பது $\overline{AC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். N இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	P என்பது $\overline{AB}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். P இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று மையக்குத்துக் கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகளாக அமைவது வியப்பிற்குரியது!

செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்வதை நாம் காண இயலும். முயற்சி செய்க!



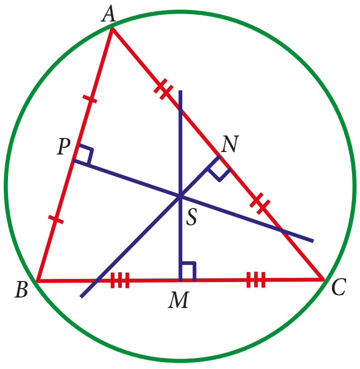
எந்தவொரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும்.

நடுக்கோட்டு மையம் காண்பதற்குச் செய்ததைப் போன்றே, குறுங்கோண, விரிகோண, செங்கோண, இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணம் போன்ற வெவ்வேறு வகை முக்கோணங்களுக்கும் இச்செயல்பாட்டினை மீண்டும் செய்க. இவ்வகையில் சமபக்க முக்கோணங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஏதேனும் சிறப்புத் தன்மையைப் பெற்றுள்ளனவா?

5.8.1 சுற்றுவட்ட மையம்

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. அது ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?

ஏனெனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை சுற்றுவட்ட மையமாகக் கொண்டு, அம்முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிப்புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லுமாறு முக்கோணத்தினைச் சுற்றிலும் ஒருவரால் வட்டத்தினை வரைய இயலும். இவ்வாறு, சுற்றுவட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளது.



படம் 5.35

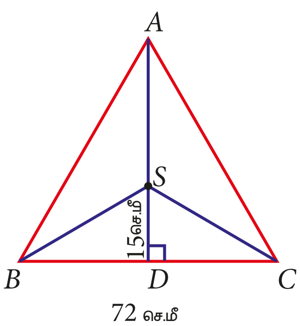
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 182 20-02-2020 01:47:09 PM

செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் பின்வருவனவற்றைச் சரியானவையா என ஆராய்க:

1. குறுங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையமானது அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.
2. விரிகோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலேயே அமையும்.
3. செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மையப்புள்ளியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.19



படம் 5.36

ΔABC இல், S என்பது சுற்றுவட்ட மையம், BC = 72 செ.மீ மற்றும் DS = 15 செ.மீ எனில் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

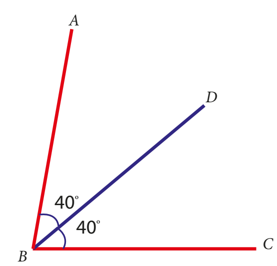
ΔABC இல் S என்பது சுற்றுவட்டமையமாகும் என்பதால், அது A, B மற்றும் C இலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். ஆகவே AS = BS = CS = சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம். AD ஆனது BC இன் மையக்குத்துக்கோடு என்பதால், $BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ செ.மீ

செங்கோண முக்கோணம் BDS இல், பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39$ செ.மீ

$\therefore\ \Delta ABC$ இன் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம் = 39 செ.மீ ஆகும்.

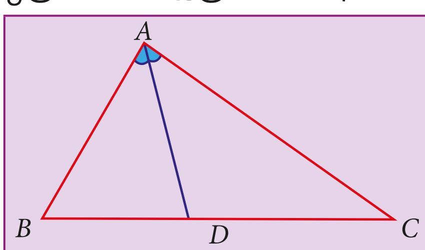
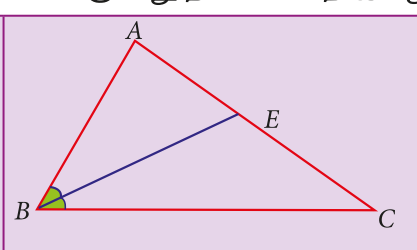
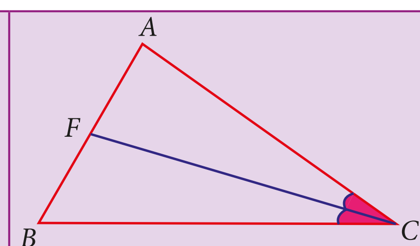
5.9 முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள்



படம் 5.37

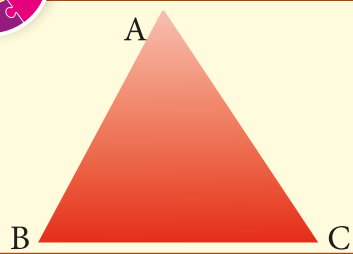
முந்தைய வகுப்பில், கோண இருசமவெட்டிகளைப் பற்றி நாம் கற்றிருக்கிறோம். கோண இருசமவெட்டி என்பது ஒரு கோணத்தை இரண்டு சமஅளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கும் கோடு அல்லது கதிர் ஆகும். படத்தில், $\angle ABC$ ஆனது BD என்ற கோட்டின் மூலம் $\angle ABD = \angle CBD$ என இருக்குமாறு இருசம கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.

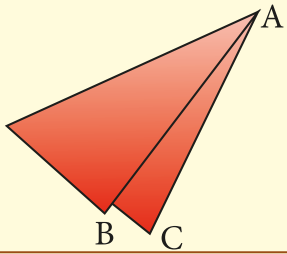
முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. ஒரு முக்கோணம் எத்தனை கோணங்களைப் பெற்றிருக்கிறது? 3 கோணங்கள். ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் ஒரு கோண இருசமவெட்டியைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

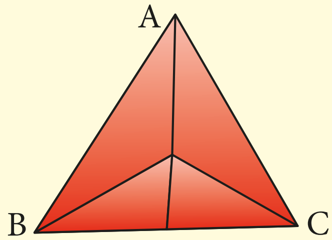
		
AD ஆனது $\angle A$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே, அது $\angle A$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	BE ஆனது $\angle B$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle B$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	CF ஆனது $\angle C$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle C$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 183 20-02-2020 01:47:10 PM

செயல்பாடு





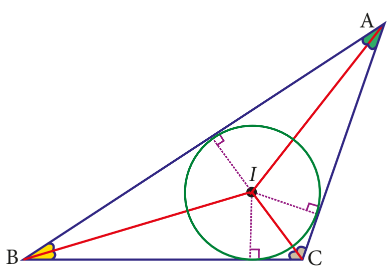


1. முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ளக் காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்க. அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றன்மீது ஒன்று பொருந்துமாறும், உச்சிப்புள்ளியைப் பெற்றிருக்குமாறும் முக்கோணத்தினை மடிக்க. இதேபோன்று மீண்டும் செய்து மற்ற இரண்டு கோணங்களின் கோண இருசமவெட்டிகளைக் காண்க.	3. அனைத்து மடிப்புக் கோடுகளையும் வரைக. அனைத்துக் கோண இருசம வெட்டிகளும் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்து பார்க்கவும். உங்களின் முடிவு என்ன? அனைத்து வகை முக்கோணங்களிலும், கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா? ஆம்,

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

5.9.1 உள்வட்ட மையம்



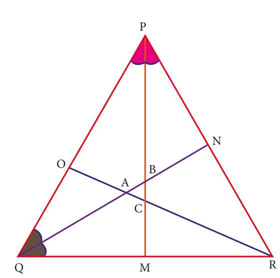
படம் 5.38

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அம்முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையம் எனப்படும். இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது? ஏனெனில், கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களையும் உட்புறமாகத் தொட்டுச் செல்லுமாறு அம்முக்கோணத்தினுள் வட்டம் வரைய இயலும். முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையத்திலிருந்து அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் சமமாக இருக்கும். இவ்வாறு உள்வட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களுக்கும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.20

முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையத்தினைக் கண்டறிக.



படம் 5.39

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையமானது அதன் கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

இங்கு PM மற்றும் QN ஆகியவை முறையே $\angle P$ மற்றும் $\angle Q$ இன் கோண இருசமவெட்டிகள் ஆகும். அவை B இல் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

எனவே, முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையம் B ஆகும்.

A மற்றும் C ஆகியவை ΔPQR இன் உள்வட்ட மையங்களாகுமா? ஏன்?

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 184 20-02-2020 01:47:11 PM

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் வகையைப் பொறுத்து நடுக்கோட்டு மையம், செங்கோட்டுமையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றின் அமைவிடங்கள் வேறுபடுகின்றன. அவற்றின் அமைவிடங்களை எளிதில் நினைவில் கொள்ள பின்வரும் குறிப்புகள் நமக்கு உதவியாக இருக்கும்.

(i) அனைத்து வகை முக்கோணங்களுக்கும், நடுக்கோட்டுமையமும் (G) உள்வட்ட மையமும் (I) முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.

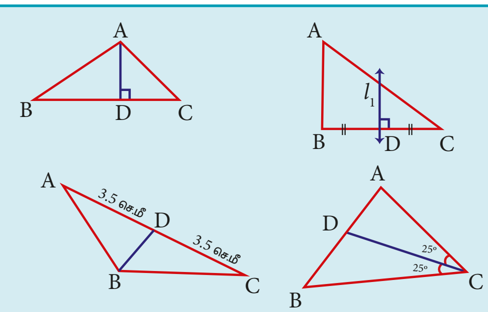
(ii) செங்கோட்டுமையமானது (H) குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணம் $(90°)$ அமையும் உச்சியின் மீதும் அமையும்.

(iii) சுற்றுவட்டமையமானது (S), குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதும் அமையும்.

இவற்றை முயல்க

ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடுகளின் வகைகளை அடையாளம் காண்க.

(நடுக்கோடு, செங்குத்துக்கோடு, மையக்குத்துக்கோடு, கோண இருசமவெட்டி)



(i) AD =__________ (ii) l_1 =__________

(iii) BD =__________ (iv) CD =__________

செயல்பாடு

1. காகித மடிப்பு முறையில் சமபக்க முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம், செங்கோட்டு மையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றைக் காண்க. அவை ஒரே புள்ளியில் அமைகிறதா?
2. காகித மடிப்பு முறையில் ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம் (G), செங்கோட்டு மையம் (H), சுற்றுவட்டமையம் (S) மற்றும் உள்வட்டமையம் (I) ஆகியவற்றைக் காண்க. G, H, S மற்றும் I ஐ இணைக்க. அவை ஒரு கோடமைப் புள்ளிகளா?

பயிற்சி 5.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

(i) ΔPQR இல், $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ எனில், ΔPQR இல் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் உச்சி __________ ஆகும்.

(ii) 'l' மற்றும் 'm' ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் மற்றும் n ஆனது செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் எனில், l^2 = __________.

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 5:12:13 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், அது ஒரு __________ முக்கோணம் ஆகும்.

(iv) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி __________ஆகும்.

(v) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் __________ விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 185 20-02-2020 01:47:13 PM

2. **சரியா அல்லது தவறா எனக் கூறுக:**

(i) 8, 15, 17 ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதியாகும்.

(ii) செங்கோண முக்கோணத்தில், மிக நீளமான பக்கம் கர்ணம் ஆகும்.

(iii) எந்தவொரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும் உள்வட்டமையமும் அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையும்.

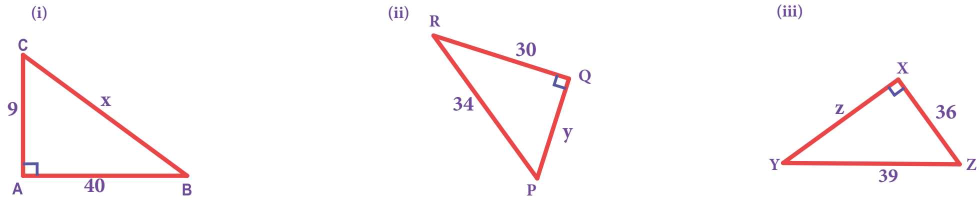
(iv) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும், செங்கோட்டுமையமும், உள்வட்ட மையமும் ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகள் ஆகும்.

(v) ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையமானது அதன் அனைத்து உச்சிப்புள்ளிகளிலிருந்தும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

3. பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்கள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகுமா? என்பதைச் சரிபார்க்க.

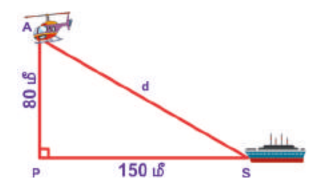
(i) 8,15,17 (ii) 12,13,15 (iii) 30,40,50 (iv) 9,40,41 (v) 24,45,51

4. பின்வரும் முக்கோணங்களில் தெரியாத பக்கங்களைக் காண்க.

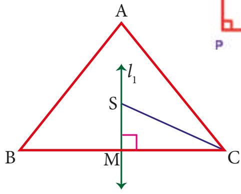


5. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 13 செ.மீ மற்றும் அடிப்பக்கம் 24 செ.மீ எனில், அதன் உயரத்தைக் காண்க.

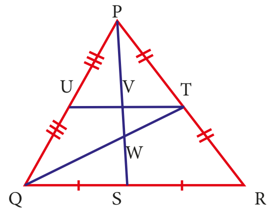
6. படத்தில் வானூர்திக்கும் கப்பலுக்கும் இடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.



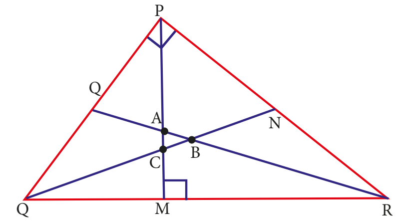
7. முக்கோணம் ABC இல், BC இன் மையக்குத்துக்கோடு l_1 ஆகும். BC=12 செ.மீ, SM=8 செ.மீ எனில் CS ஐக் காண்க.



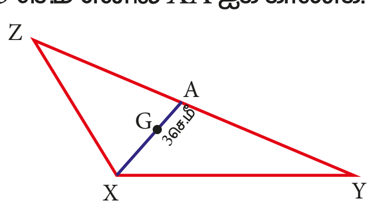
8. ΔPQR இன் நடுக்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.



9. ΔPQR இன் செங்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.

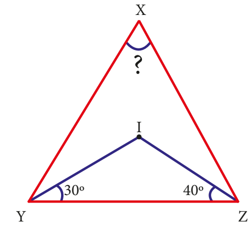


10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், YZ இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். GA இன் நீளம் 3 செ.மீ எனில் XA ஐக் காண்க.



G3Q3H1

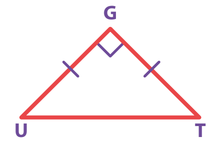
11. ΔXYZ இன் உள்வட்ட மையம் I, $\angle IYZ = 30°$ மற்றும் $\angle IZY = 40°$ எனில் $\angle YXZ$ ஐக் காண்க.



05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 186 20-02-2020 01:47:16 PM

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

12. $\Delta\, GUT$ ஆனது ஓர் இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் எனில் $\angle TUG$ என்பது ___________ ஆகும்.



(அ) 30° (ஆ) 40° (இ) 45° (ஈ) 55°

13. 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ பக்க அளவுகளைக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் ___________ ஆகும்.

(அ) 28 செ.மீ (ஆ) 20 செ.மீ (இ) 24 செ.மீ (ஈ) 21 செ.மீ

14. நீளம் 21 செ.மீ மற்றும் மூலைவிட்டம் 29 செ.மீ அளவுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ___________.

(அ) 609 செ.மீ^{2} (ஆ) 580 செ.மீ^{2} (இ) 420 செ.மீ^{2} (ஈ) 210 செ.மீ^{2}

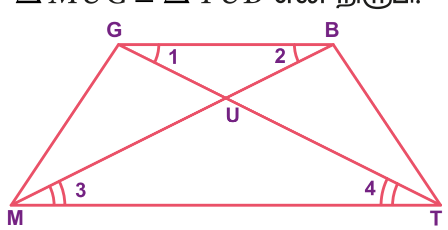
15. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் 5:12:13 மற்றும் அதன் சுற்றளவு 120 அலகுகள் எனில், அதன் பக்கங்கள்____________ ஆகும்.

(அ) 25, 36, 59 (ஆ) 10,24,26 (இ) 36, 39, 45 (ஈ) 20,48,52

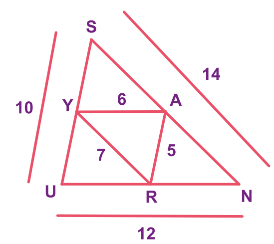
பயிற்சி 5.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

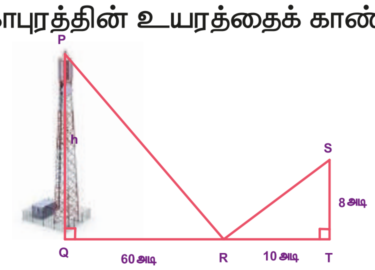
1. படத்தில் $\angle 1 \equiv \angle 2$ மற்றும் $\angle 3 \equiv \angle 4$ ஆகும் எனில், $\Delta\, MUG \equiv \Delta\, TUB$ என நிரூபி.



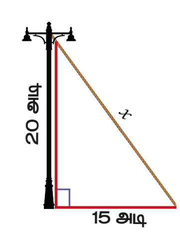
2. படத்திலிருந்து, $\Delta\ SUN \sim \Delta\ RAY$ என நிரூபி.



3. ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியானது தரையில் R என்ற இடத்தில் உள்ள ஒரு கண்ணாடியின் மூலம் பிரதிபலித்து பார்க்கப்படுகிறது. $\Delta PQR \sim \Delta STR$ எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



4. படத்தில், ஒரு கம்பத்தினைத் தரையுடன் நிலைநிறுத்தத் தேவையான கம்பியின் நீளம் என்ன?

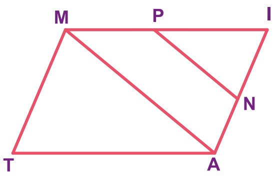


5. ரித்திகா என்பவர் 25 அங்குலம் திரை (screen) கொண்ட ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியை வாங்குகிறார். அதன் உயரம் 7 அங்குலம் எனில், திரையின் அகலம் என்ன? மேலும், அவளது தொலைக்காட்சிப் பெட்டகம் 20 அங்குலம் அகலம் கொண்டது எனில், தொலைக்காட்சியை அந்த பெட்டகத்தினுள் வைக்க இயலுமா? காரணம் கூறுக.

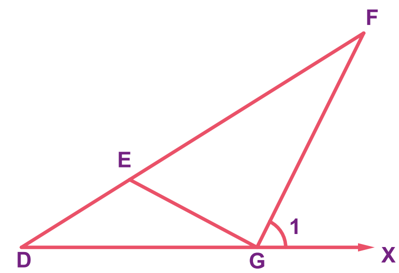
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 187 20-02-2020 01:47:17 PM

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. படத்தில், $\angle TMA \equiv \angle IAM$ மற்றும் $\angle TAM \equiv \angle IMA$. P ஆனது MI இன் மையப்புள்ளி மற்றும் N ஆனது AI இன் மையப்புள்ளி எனில், $\Delta PIN \sim \Delta ATM$. என நிரூபி.

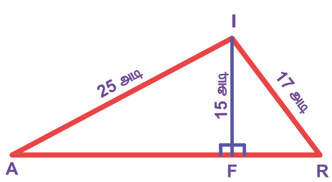


7. படத்தில் $\angle FEG \equiv \angle 1$ எனில், $DG^2 = DE.DF$ என நிரூபி.



8. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க. (குறிப்பு: சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடும்).

9. படத்தில், AR ஐக் காண்க.



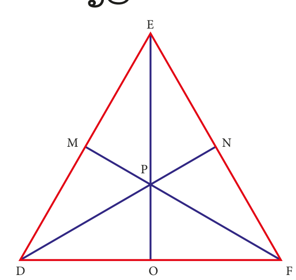
10. ΔDEF இல், DN, EO, FM ஆகியவை நடுக்கோடுகள் மற்றும் புள்ளி P ஆனது நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். எனில் பின்வருவனற்றைக் காண்க.

(i) DE=44 எனில் DM = ?

(ii) PD=12 எனில் PN = ?

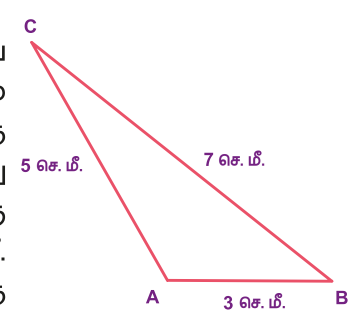
(iii) DO =8 எனில் FD = ?

(iv) OE=36 எனில் EP = ?

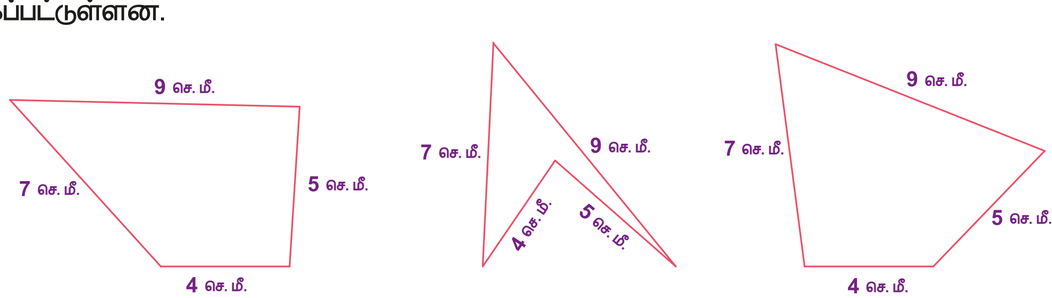


5.10 நாற்கரங்கள் வரைதல்

முக்கோணங்கள் வரையும் முறையை நாம் ஏற்கனவே கற்றிருக்கிறோம். மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு உருவாக்கப்படும் பலகோணம் முக்கோணம் ஆகும். ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் தேவை. மேலும், மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரையும் போது, ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டும் உள்ளது. உதாரணமாக, 3 செ.மீ, 5 செ.மீ. மற்றும் 7 செ.மீ. ஆகிய பக்கங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை வரைவதற்கு ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டுமே உள்ளது.



இப்போது, நாற்கரங்களை எடுத்துக்கொள்வோம். நாற்கரமானது நான்கு பக்கங்களால் உருவாக்கப்படும் ஒரு பலகோணம் அல்லவா! ஆனால், நான்கு பக்கங்களைக் கொண்டு நாற்கரம் வரைந்தால் அவை ஒன்றாக இல்லாமல், வெவ்வேறான வடிவில் இருக்கலாம். உதாரணமாக 4 செ.மீ, 5 செ.மீ, 7 செ.மீ. மற்றும் 9 செ.மீ. ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு வரையப்பட்ட சில நாற்கரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

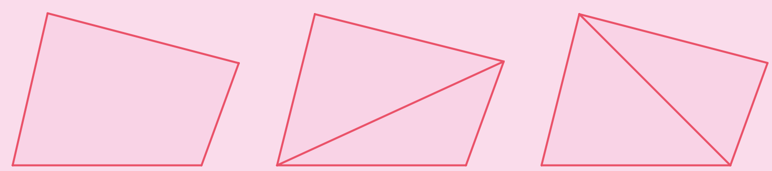


05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 188 20-02-2020 01:47:19 PM

எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட நாற்கரம் வரைவதற்கு, 5–ஆவதாக மற்றொரு அளவு தேவைப்படுகிறது. அது மூலைவிட்டமாகவோ அல்லது கோணமாகவோ இருக்கலாம். அது மட்டுமின்றி நான்கு பக்கங்களில் 2 அல்லது 3 பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தாலும், மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் கோணங்களைப் பயன்படுத்தி நாற்கரங்களை வரைய இயலும்.

குறிப்பு

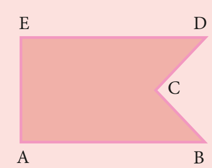
ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைவதன் மூலம் எந்தவொரு நாற்கரத்தையும் இரண்டு முக்கோணங்களாக நம்மால் பிரிக்க இயலும்.



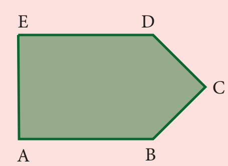
படத்தில், ஒரு நாற்கரமானது அதன் மூலைவிட்டங்களால் இரண்டு வழிகளில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டால், இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் அந்த மூலைவிட்டம் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு கீழ்ப்புறத்தில் உள்ள முக்கோணத்தை முதலில் வரைய வேண்டும். பிறகு, மற்ற இரண்டு அளவுகளைக் கொண்டு மேற்புற முக்கோணத்தை வரைவதன் மூலம் தேவையான நாற்கரத்தைப் பெறலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

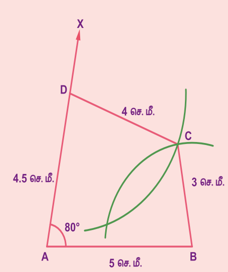
(i) • ஒரு பலகோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு உட்கோணம் 180°இக்கு அதிகமாக இருந்தால், அது குழிவுப் பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், உட்கோணம் C ஆனது 180°ஐ விட அதிகமாக உள்ளது.

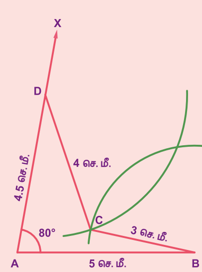


• ஒரு பலகோணத்தின் அனைத்து உட்கோணங்களும் 180°ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், அது குவிவுப் பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், அனைத்து உட்கோணங்களும் 180°ஐ விடக் குறைவாக உள்ளன.



(ii) பின்வரும் நாற்கரங்களை கவனிக்க.





குவிவு நாற்கரம் குழிவு நாற்கரம்

படத்தில் உள்ளவாறு, ஒத்த அளவுகளைக் கொண்டு இரண்டு வகையான நாற்கரங்களை வரைய முடிந்தாலும், இந்த இயலில் குழிவு நாற்கரங்கள் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்படவில்லை. எனவே, குவிவு நாற்கரங்கள் மட்டுமே இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

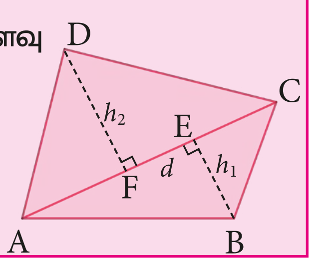
குறிப்பு

நாற்கரம் ABCD இல் AC என்பது மூலைவிட்டம் (d), BE (h_1) மற்றும் DF (h_2) ஆகியவை முறையே முனைகள் B மற்றும் D இலிருந்து மூலைவிட்டம் AC இக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோடுகள் எனில்,

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு = ΔABC இன் பரப்பளவு + ΔACD இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times FD$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times h_1 + \frac{1}{2} \times d \times h_2 = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$$ ச.அலகுகள்



05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 189 20-02-2020 01:47:21 PM

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வழிகளில் நாற்கரங்களை வரையும் முறைகளை இப்பகுதியில் காண்போம்.

1. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
3. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
4. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
5. இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

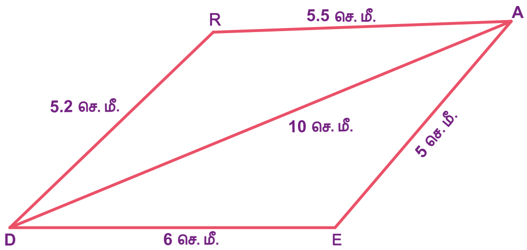
5.10.1 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.21

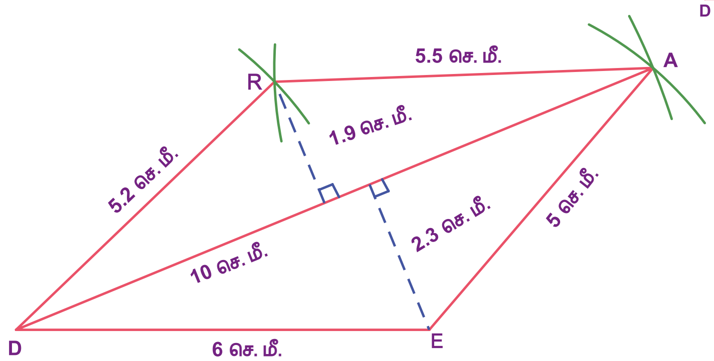
DE = 6 செ.மீ, EA = 5 செ.மீ, AR = 5.5 செ.மீ, RD = 5.2 செ.மீ. மற்றும் DA = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட DEAR என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு :
$DE = 6$ செ.மீ, $EA = 5$ செ.மீ, $AR = 5.5$ செ.மீ,
$RD = 5.2$ செ.மீ மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்
$DA = 10$ செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.40

வரைமுறை:

1. $DE = 6$ செ.மீ. அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. D மற்றும் E ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும். DA மற்றும் EA ஐ இணைக்க.
3. D மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.2 செ.மீ. மற்றும் 5.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
4. DR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
5. $DEAR$ என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

DEAR என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச.அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (1.9 + 2.3) = 5 \times 4.2 = 21$ செ.மீ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 190 20-02-2020 01:47:22 PM

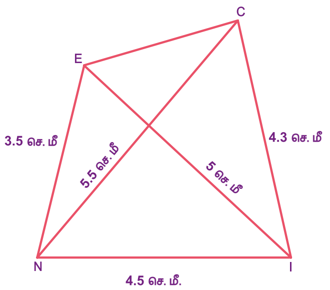
5.10.2 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.22

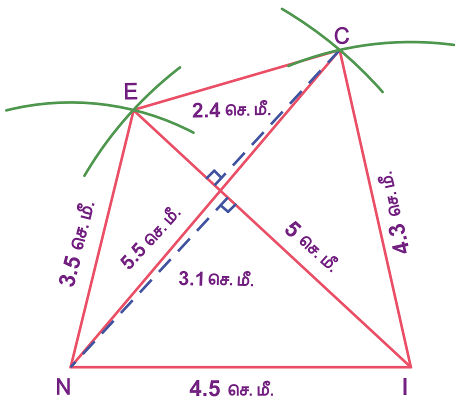
NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ, NE = 3.5 செ.மீ, NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட NICE என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு : NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ,
NE = 3.5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்,
NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ.



உதவிப்படம்



படம் 5.41

வரைமுறை:

1. NI = 4.5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.5 செ.மீ. மற்றும் 4.3 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. NC மற்றும் IC ஐ இணைக்க.
4. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3.5 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.
5. NE, IE மற்றும் CE ஐ இணைக்க.
6. NICE என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

NICE என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (2.4 + 3.1)$

$= 2.5 \times 5.5 = 13.75$ செ.மீ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 191 20-02-2020 01:47:23 PM

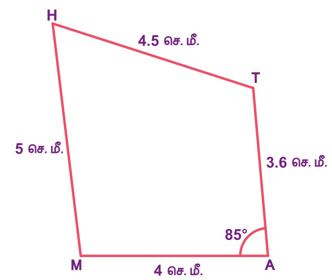
5.10.3 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.23

MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ, TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 85°$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட MATH என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

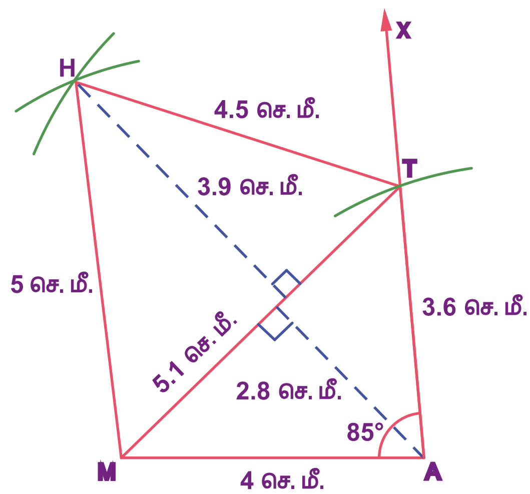
தீர்வு:

தரவு:
MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ,
TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle A = 85°$.



உதவிப்படம்

G5T5V7



படம் 5.42

வரைமுறை:

1. MA= 4 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\angle A = 85°$ ஐ வரைக.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 3.6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது கதிர் AX ஐ T இல் வெட்டட்டும்.
4. M மற்றும் T ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ. மற்றும் 4.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை H இல் வெட்டட்டும்.
5. MH மற்றும் TH ஐ இணைக்க.
6. MATH என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$MATH$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 5.1 \times (3.9 + 2.8)$

$= 2.55 \times 6.7 = 17.09$ செ.மீ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 192 20-02-2020 01:47:24 PM

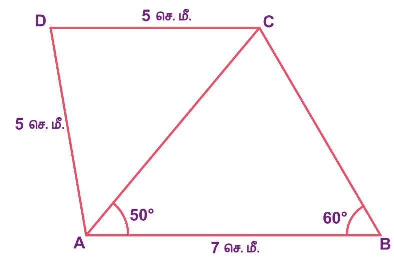
5.10.4 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.24

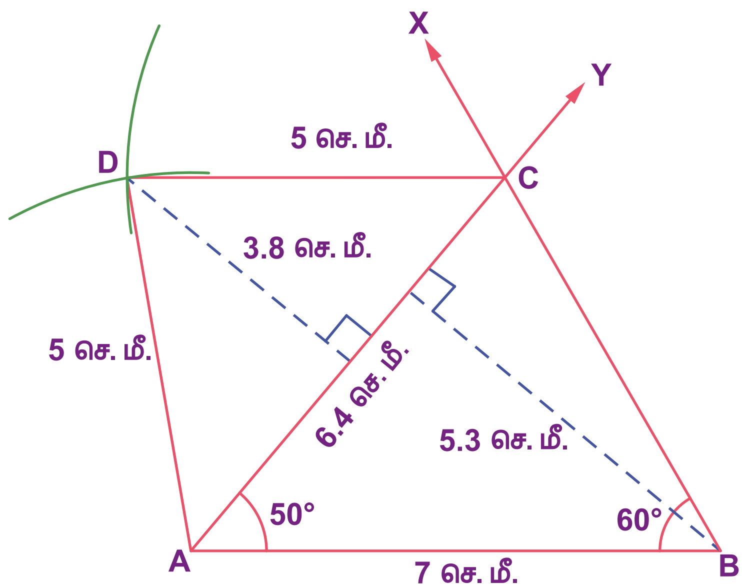
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ, CD = 5 செ.மீ, $\angle BAC = 50^\circ$ மற்றும் $\angle ABC = 60^\circ$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ,
CD = 5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் $\angle BAC = 50^\circ$ மற்றும் $\angle ABC = 60^\circ$



உதவிப்படம்



படம் 5.43

வரைமுறை:

1. AB = 7 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. AB ன் மேல் A ல் $\angle BAY = 50^\circ$ ஐயும் மற்றும் B இல் $\angle ABX = 60^\circ$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. A மற்றும் C ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள விற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
4. AD மற்றும் CD ஐ இணைக்க.
5. ABCD என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$ABCD$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (3.8 + 5.3)$

$= 3.2 \times 9.1 = 29.12$ செ.மீ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 193 20-02-2020 01:47:27 PM

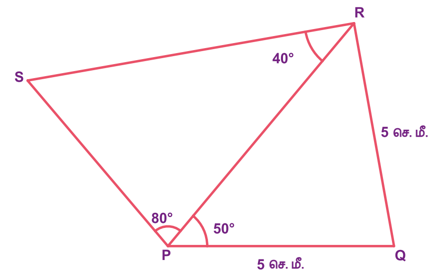
5.10.5 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.25

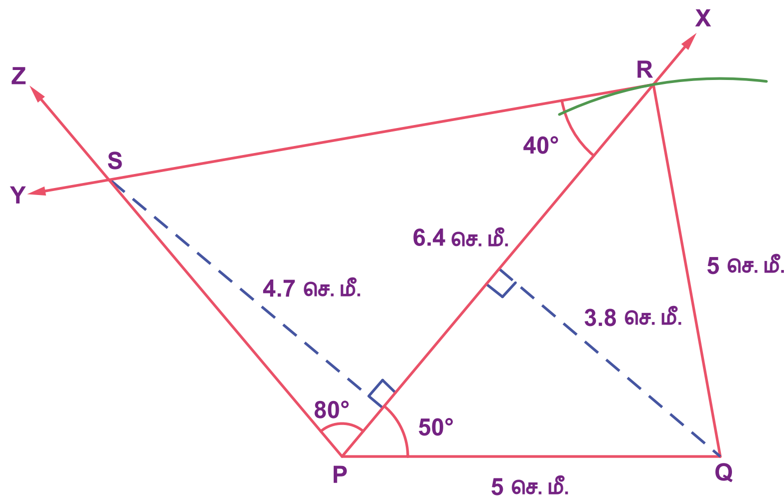
PQ=QR= 5 செ.மீ, $\angle QPR = 50^\circ$, $\angle PRS = 40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS = 80^\circ$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட PQRS என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு :
PQ = 5 செ.மீ, QR = 5 செ.மீ. $\angle QPR = 50^\circ$,
$\angle PRS = 40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS = 80^\circ$



உதவிப்படம்



படம் 5.44

வரைமுறை:

1. PQ = 5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. PQ ன் மேல் P இல் $\angle QPX = 50^\circ$ ஐ உருவாக்குக.
3. Q ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது PX ஐ R இல் வெட்டட்டும். QR ஐ இணைக்க.
4. PR ன் மேல் R இல் $\angle PRS = 40^\circ$ ஐயும் மற்றும் P இல் $\angle RPS = 80^\circ$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.
5. PQRS என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$PQRS$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (4.7 + 3.8)$

$= 3.2 \times 8.5 = 27.2$ செ.மீ^{2}

சிந்திக்க

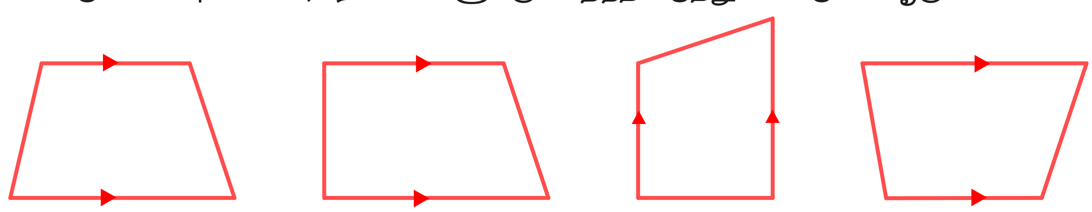
PQ = 5 செ.மீ, QR = 3 செ.மீ, RS = 6 செ.மீ, PS = 7 செ.மீ. மற்றும் PR = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரம் அமைக்க இயலுமா? ஏன்?

5.11 சரிவகங்கள் வரைதல்

முதல் பருவத்தில், நாற்கரங்கள் வரையும் முறையைப் பற்றிக் கற்றோம். ஒரு நாற்கரம் வரைய எத்தனை அளவுகள் தேவை? 5 அளவுகள், அல்லவா! ஐந்து அளவுகளுக்குக் குறைவாக இருப்பினும், நம்மால் அமைக்க இயலும் சிறப்பு நாற்கரங்களைப் பற்றிக் காண்போம். பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒரு நாற்கரமானது, சரிவகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், செவ்வகம், சதுரம் அல்லது பட்டம் போன்ற சிறப்புப் பெயர்களைப் பெற்றிருக்கும்.

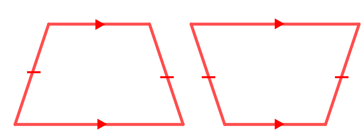
இப்போது, சரிவகத்தை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதைக் காண்போம்.

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும். சரிவகம் வரைவதற்கு, இணைப் பக்கங்களில் ஒன்றை அடிப்பக்கமாக வரையவும். அடிப்பக்கத்தின் மீது, மேலும் 2 அளவுகள் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்க வேண்டும். இப்போது, அம்முக்கோணம் ஆனது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையில் அமையுமாறு, முக்கோணத்தின் உச்சி வழியே அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். நான்காவது உச்சிப் புள்ளியானது இந்த இணைகோட்டின் மீது அமையுமாறு, மீதமுள்ள நான்காவது அளவைக் கொண்டு அப்புள்ளியைக் குறிக்கவும். எனவே, ஒரு சரிவகம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்கள், சரிவகங்களுக்குச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.



குறிப்பு: மேலேயுள்ள படத்தில் அம்புக்குறிகள் இணைப் பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.

ஒரு சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் சமமாகவும் அடிப்பக்கத்தின் மீது சம அளவுள்ள கோணங்களையும் உருவாக்கினால், அது ஓர் **இருசமபக்கச் சரிவகம்** ஆகும்.



இவற்றை முயல்க

1. சரிவகத்தின் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
2. சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு __________ எனப்படுகிறது.
3. ஒரு சரிவகத்தின் உயரமும் இணைப்பக்கங்களும் முறையே 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
4. இருசமபக்கச் சரிவகத்தில், இணையற்ற பக்கங்கள் __________ ஆக இருக்கும்.
5. சரிவகம் வரைய __________ அளவுகள் போதுமானது.
6. சரிவகத்தின் பரப்பளவும் இணைப்பக்கங்களின் கூடுதலும் 60 செ.மீ^{2} மற்றும் 12 செ.மீ எனில், அதன் உயரம் __________ ஆகும்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 195 20-02-2020 01:47:28 PM

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி சரிவகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

1. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.	2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
3. இரு பக்கங்கள் மற்றும் இரு கோணங்கள்.	4. நான்கு பக்கங்கள்.

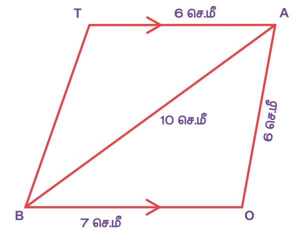
5.11.1 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.26

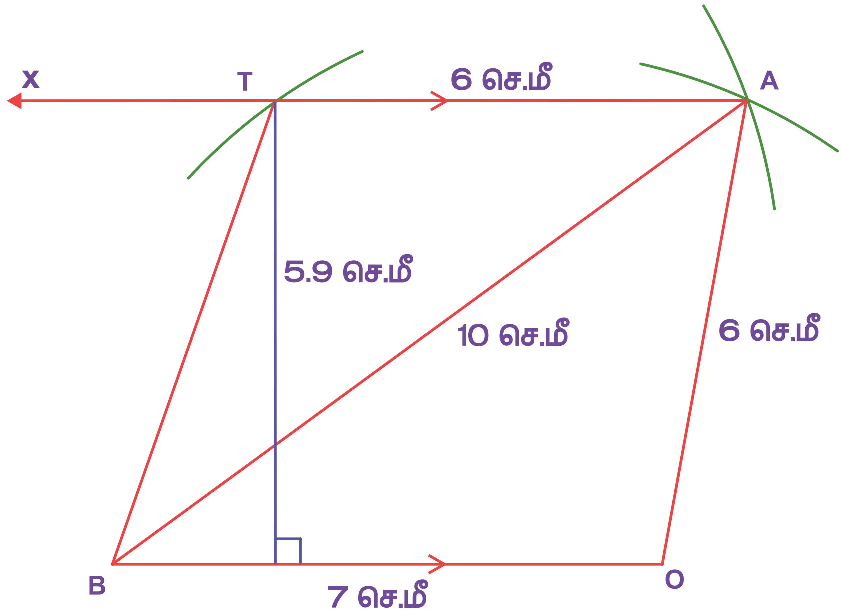
$\overline{BO}$ இணை $\overline{TA}$, $BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ மற்றும் $TA=6$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $BOAT$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ, $TA=6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{BO} \parallel \overline{TA}$



உதவிப்படம்



படம் 5.45

வரைமுறை:

1. $BO = 7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. B மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
3. BA மற்றும் OA ஐ இணைக்க.
4. BO இக்கு இணையாக AX ஐ வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ T இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. BT ஐ இணைக்க. $BOAT$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BOAT$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.9 \times (7+6) = 38.35$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 196 20-02-2020 01:47:30 PM

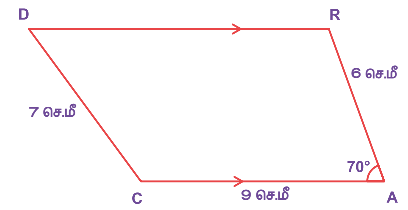
5.11.2 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.27

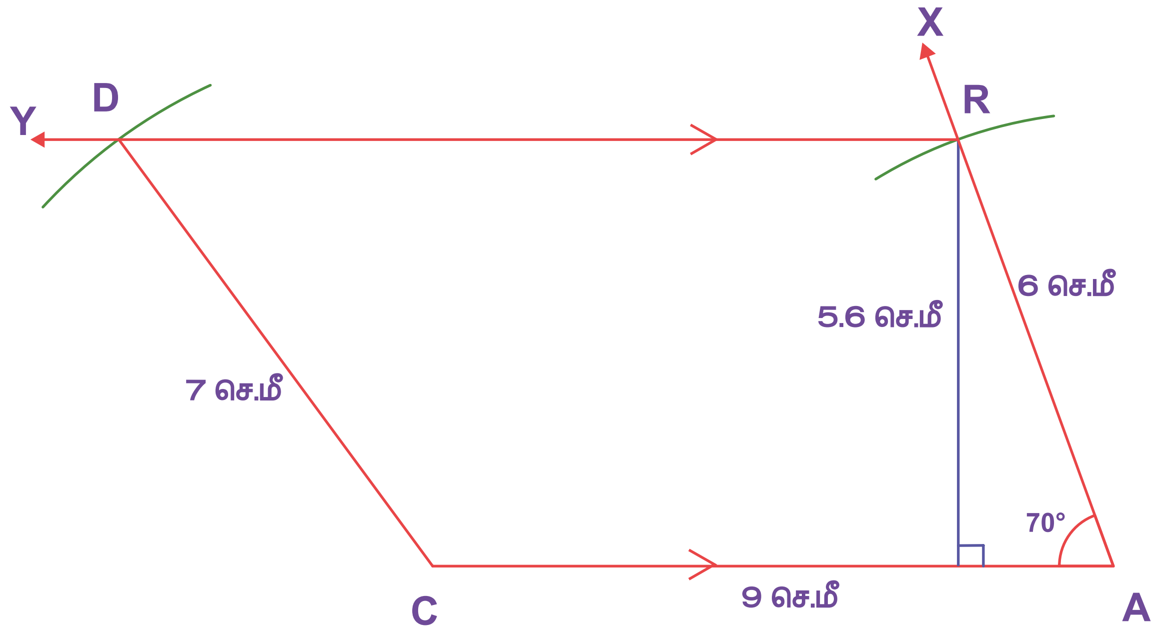
$\overline{CA}$ இணை $\overline{DR}$, $CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR=70°$, $AR=6$ செ.மீ மற்றும் $CD=7$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட ***CARD*** என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR=70°$, $AR=6$ செ.மீ,
$CD=7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{CA} \parallel \overline{DR}$



உதவிப்படம்



படம் 5.46

வரைமுறை:

1. $CA=9$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. A இல் $\angle CAX=70°$ ஐ அமைக்க.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. CA இக்கு இணையாக RY ஐ வரைக.
5. C ஐ மையமாகக் கொண்டு 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது RY ஐ D இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. CD ஐ இணைக்க. $CARD$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CARD$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$=\frac{1}{2}\times5.6\times(9+11)=56$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 197 20-02-2020 01:47:32 PM

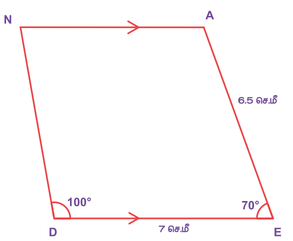
5.11.3 இரண்டு பக்கங்களும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.28

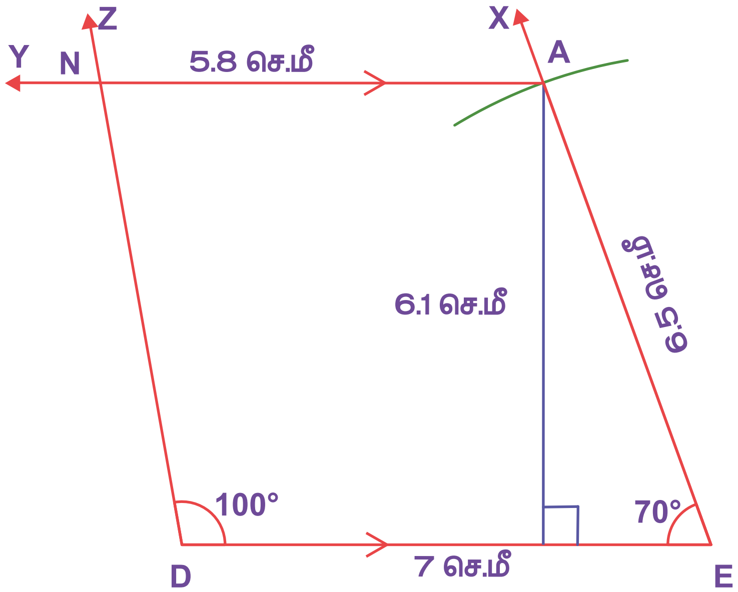
$\overline{DE}$ இணை $\overline{NA}$, $DE=7$ செ.மீ, $EA=6.5$ செ.மீ, $\angle EDN=100^\circ$ மற்றும் $\angle DEA=70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $DEAN$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$DE=7$ செ.மீ, $EA=6.5$ செ.மீ, $\angle EDN=100^\circ$, $\angle DEA=70^\circ$ மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{NA}$



உதவிப்படம்



படம் 5.47

வரைமுறை:

1. $DE=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. E இல் $\angle DEX=70^\circ$ ஐ வரைக.
3. E ஐ மையமாகக் கொண்டு 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. DE இக்கு இணையாக AY ஐ வரைக.
5. AY ஐ N இல் வெட்டுமாறு D இல் $\angle EDZ=100^\circ$ ஐ அமைக்க.
6. $DEAN$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DEAN$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$=\frac{1}{2}\times 6.1\times(7+5.8)=39.04$ ச.செ.மீ.

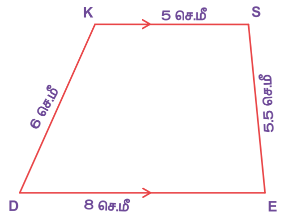
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 198 20-02-2020 01:47:36 PM

5.11.4 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.29

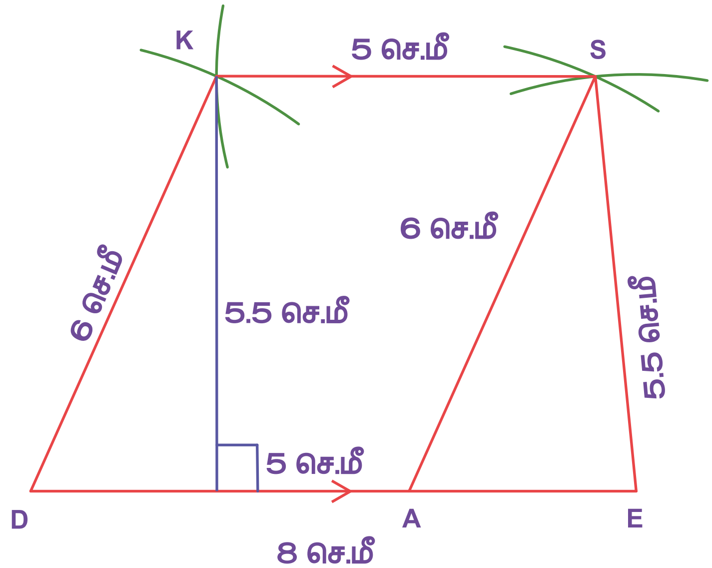
$\overline{DE}$ இணை $\overline{KS}$, DE = 8 செ.மீ, ES = 5.5 செ.மீ, KS = 5 செ.மீ மற்றும் KD = 6 செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $DESK$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு:
DE=8 செ.மீ, ES=5.5 செ.மீ, KS =5 செ.மீ,
KD=6 செ.மீ, மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{KS}$



படம் 5.48

வரைமுறை:

1. DE = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. DA = 5 செ.மீ என இருக்குமாறு, DE இன் மேல் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
3. A மற்றும் E ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும். AS மற்றும் ES ஐ இணைக்க.
4. D மற்றும் S ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை K இல் வெட்டட்டும். DK மற்றும் KS ஐ இணைக்க.
5. $DESK$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DESK$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (8+5) = 35.75$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 199 20-02-2020 01:47:37 PM

பயிற்சி 5.4

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட நாற்கரங்கள் வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

1. நாற்கரம் ABCD, AB = 5 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, CD = 3.8 செ.மீ, DA = 4.4 செ.மீ மற்றும் AC = 6.2 செ.மீ
2. நாற்கரம் PLAY, PL = 7 செ.மீ, LA = 6 செ.மீ, AY = 6 செ.மீ, PA = 8 செ.மீ மற்றும் LY = 7 செ.மீ
3. நாற்கரம் PQRS, PQ=QR= 3.5 செ.மீ, RS = 5.2 செ.மீ, SP = 5.3 செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 120^\circ$.
4. நாற்கரம் MIND, MI = 3.6 செ.மீ, ND = 4 செ.மீ, MD= 4 செ.மீ, $\angle M = 50^\circ$ மற்றும் $\angle D = 100^\circ$.
5. நாற்கரம் AGRI, AG = 4.5 செ.மீ, GR = 3.8 செ.மீ, $\angle A = 60^\circ$, $\angle G = 110^\circ$ மற்றும் $\angle R = 90^\circ$.

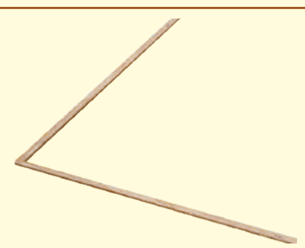
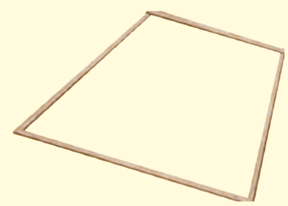
II. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சரிவகங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

1. $AIMS$, $\overline{AI} \parallel \overline{SM}$, AI=6 செ.மீ, IM=5 செ.மீ, AM=9 செ.மீ மற்றும் MS=6.5 செ.மீ.
2. $CUTE$, $\overline{CU} \parallel \overline{ET}$, CU=7 செ.மீ, $\angle UCE = 80^\circ$, CE=6 செ.மீ மற்றும் TE=5 செ.மீ.
3. $ARMY$, $\overline{AR} \parallel \overline{YM}$, AR=7 செ.மீ, RM=6.5 செ.மீ, $\angle RAY = 100^\circ$ மற்றும் $\angle ARM = 60^\circ$
4. $CITY$, $\overline{CI} \parallel \overline{YT}$, CI=7 செ.மீ, IT=5.5 செ.மீ, TY=4 செ.மீ மற்றும் YC=6 செ.மீ.

5.12 சிறப்பு நாற்கரங்களை வரைதல்

சிறப்பு நாற்கரங்களை வரையத் தொடங்கும் முன், அவற்றை வரைவதற்கு உதவியாக இருக்கும் சில அடிப்படைப் பண்புகளை நாம் நினைவு கூர்வது அவசியமாகும். சில செயல்பாடுகளைச் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் அப்பண்புகளைத் தொகுத்து அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

செயல்பாடு

	
1. ஒரு சோடி சமமற்ற நீளமுள்ள குச்சிகளை (தென்னங்குச்சியின் துண்டுகள் என்க) அவற்றின் ஒரு முனையில் இணைத்தவாறு வைக்கவும்.	**2.** இப்போது, அதுபோன்று மற்றொரு சோடியைச் செய்து முதலில் வைத்துள்ள தென்னங்குச்சிகளின் இணைக்கப்படாத முனைகளுடன் சந்திக்குமாறு வைக்கவும்.

கிடைக்கப்பெறும் மூடிய வடிவத்தின் பெயர் என்ன? அது ஒரு நாற்கரமாகும். அதற்கு ABCD எனப் பெயரிடுக. அதில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன? அதன் மூலைவிட்டங்கள் என்னென்ன? மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா? அதன் கோணங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

மேற்கூறிய செயல்பாட்டில், பின்வருமாறு உள்ள நாற்கரங்களைப் பெற இயலுமா?

(i) அனைத்துக் கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள். (iv) ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம்.

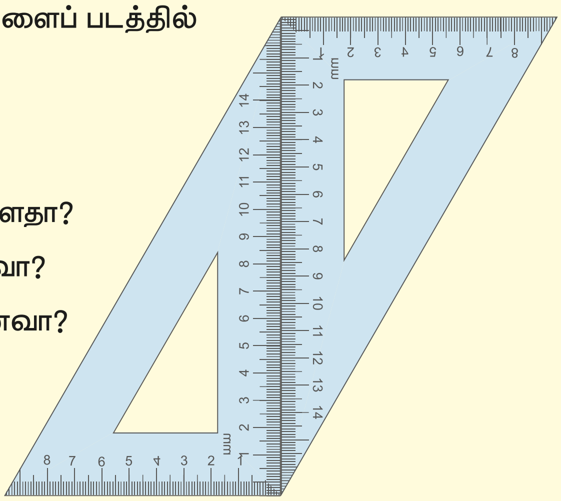
(ii) அனைத்துக் கோணங்களும் விரிகோணங்கள். (v) ஏதேனும் இரு கோணங்கள் செங்கோணங்கள்.

(iii) இரண்டு கோணங்கள் விரிகோணங்கள். (vi) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 200 20-02-2020 01:47:38 PM

செயல்பாடு

1. ஒரு சோடி $30^o – 60^o – 90^o$ மூலைமட்டங்களைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும்.



(i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?
அது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

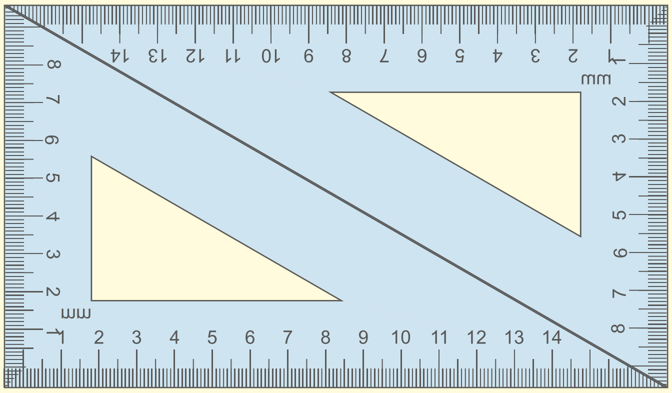
(ii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ளதா?

(iii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

(iv) அதன் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

(v) மற்றொரு சோடி மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தியும் இதே வடிவத்தைப் பெற இயலுமா?

2. இச்செயல்பாட்டிற்கும், ஒரு சோடி $30^o – 60^o – 90^o$ மூலைமட்டங்கள் நமக்குத் தேவை. அவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்க.



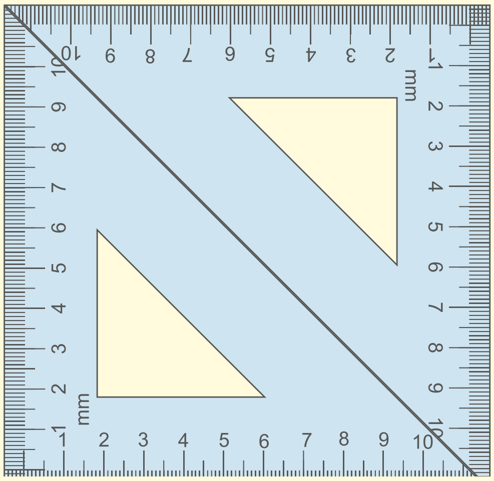
(i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?

(ii) அது ஓர் இணைகரமா?
அது ஒரு நாற்கரம் ஆகும்.
உண்மையில் அது ஒரு செவ்வகம் ஆகும். (எப்படி?)

(iii) அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்.

அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

3. மேற்கண்ட செயல்பாட்டினை, ஒரு சோடி $45^o – 45^o – 90^o$ மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் செய்க.



(i) இப்போது என்ன வடிவமாக மாறுகிறது?
அது ஓர் இணைகரமா? அது ஒரு சதுரமாக மாறியுள்ளது. (எப்படி நிகழ்ந்தது?)

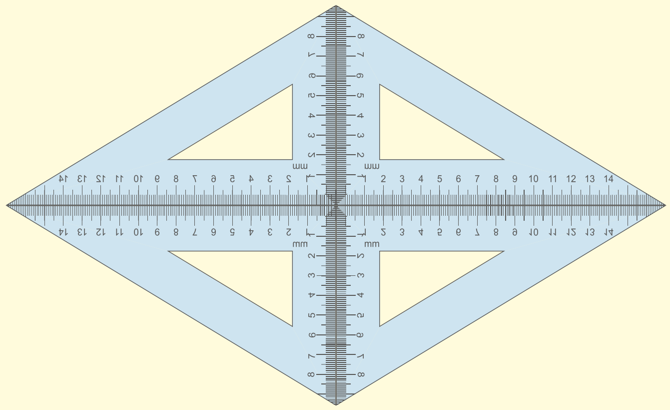
(ii) அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்?
அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

(iii) செவ்வகத்தைப் பற்றி நாம் தொகுத்த பட்டியலிலிருந்து இது எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 201 20-02-2020 01:47:39 PM

செயல்பாடு

4. $30^o–60^o–90^o$ கோண அளவுள்ள நான்கு ஒத்த கோணமானிகளையே மீண்டும் இச்செயல்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்துவோம். அவை எவ்வாறு ஒன்றையொன்று தொட்டுக்கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கவனமாகக் குறித்துக் கொள்க.



(i) இப்போது, நமக்கு இணைகரம் கிடைக்கிறதா?

(ii) அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றி நாம் என்ன கூற இயலும்?

(iii) அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் சிறப்பு என்ன?

மேற்கண்ட செயல்பாடுகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளின் அடிப்படையில், இணைகரங்களாக அமையும் சில சிறப்பு நாற்கரங்களின் பல்வேறு பண்புகளையும் நாம் அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

சிறப்பு நாற்கரங்கள்	அனைத்துப் பக்கங்கள்	அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்ப் பக்கங்கள்		அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்க் கோணங்கள்	மூலைவிட்டங்கள்	
	சமம்	சமம்	சமம்	இணை	90^o செங்கோணம்	மிகை நிரப்பிகள்	இரு சமக்கூறிடும்	செங் கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்
(i) இணைகரம்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்கள்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(ii) சாய்சதுரம்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்
(iii) செவ்வகம்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(iv) சதுரம்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 202 20-02-2020 01:47:39 PM

இவற்றை முயல்க

1. சரியா தவறா எனக் கூறுக:

(அ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் செவ்வகம் ஆகும்.

(ஆ) சதுரமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

(இ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் சாய்சதுரம் ஆகும்.

(ஈ) செவ்வகமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

2. பின்வரும் நாற்கரங்களின் பெயர்களை எழுதுக.

(அ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும்.

(ஆ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக்கூறிடும்.

(இ) வெவ்வேறு நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

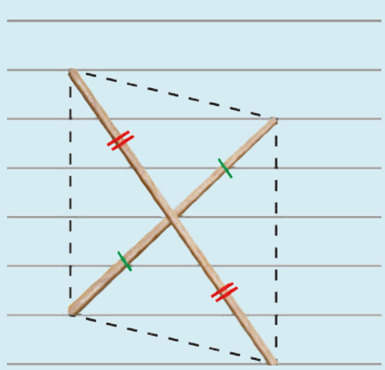
(ஈ) சமநீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

(உ) எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

(ஊ) எதிர்க்கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

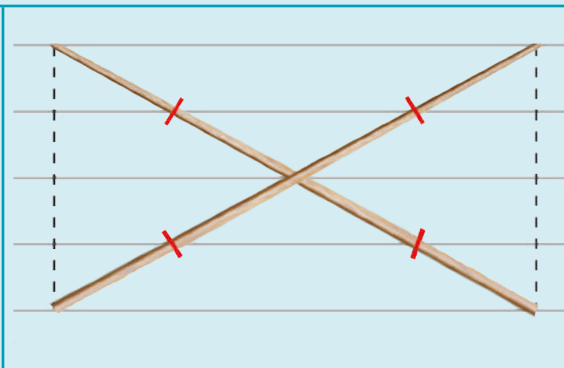
3. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒரு கோடிட்ட தாளில் இரண்டு குச்சிகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. நான்கு முனைகளையும் இணைப்பதால் கிடைக்கும் வடிவத்தின் பெயர் என்ன?

(அ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஆ)

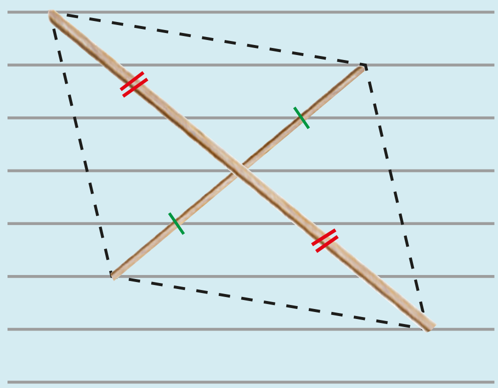


இரு சமநீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 203 20-02-2020 01:47:39 PM

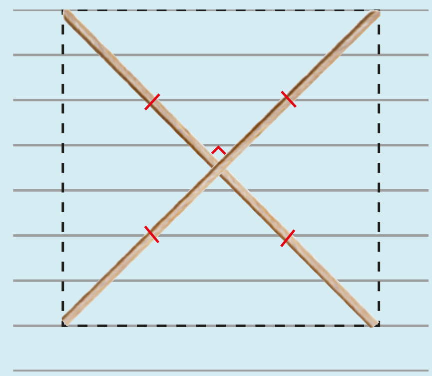
இவற்றை முயல்க

(இ)



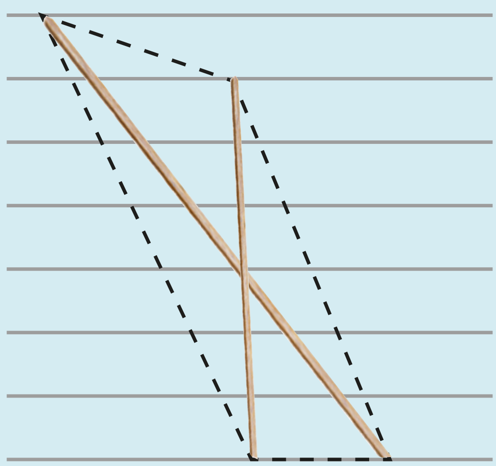
இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஈ)



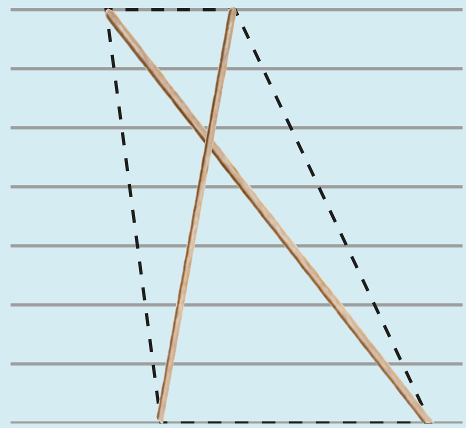
இரு சம அளவு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(உ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகள் ஒரே கோட்டிலும் மேல் முனைகள் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஊ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகளும் மேல் முனைகளும் ஒரே கோட்டில் அமையுமாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

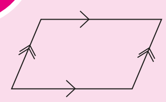
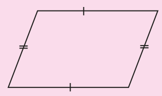
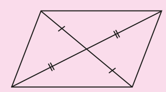
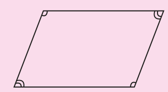
5.13 இணைகரம் வரைதல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி இணைகரத்தை வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

1. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
2. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.
3. இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடைப்பட்ட ஒரு கோணம்.
4. ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 204 20-02-2020 01:47:40 PM

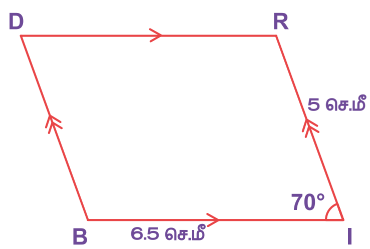
குறிப்பு

 ஒத்த அம்புக்குறிகள் இணைப்பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.	 ஒத்தக் கோடுகள் சமபக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.	 மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும் என்பதைக் காட்டுகிறது.	 எதிரெதிர்க் கோணங்கள் சமமாக இருப்பதைப் படம் காட்டுகிறது.

5.13.1 இரு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.30

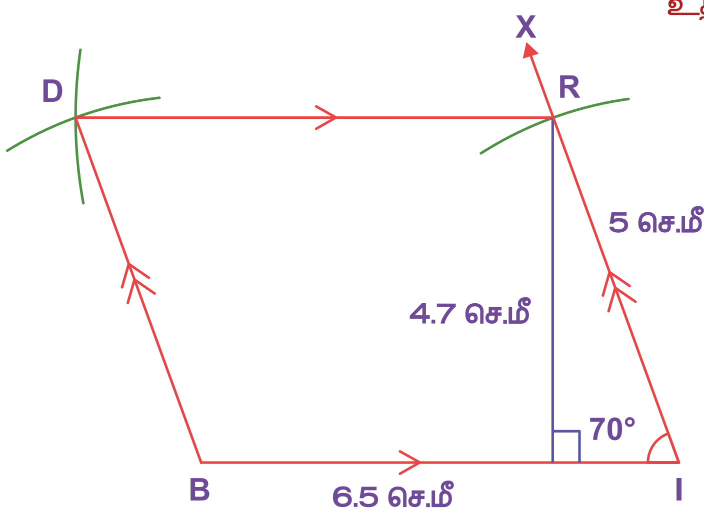
$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $BIRD$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு:
$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$



படம் 5.49

வரைமுறை:

1. $BI=6.5$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BI}$ இன் மீது I இல் $\angle BIX = 70^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது IX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. B மற்றும் R ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ மற்றும் 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
5. BD மற்றும் RD ஐ இணைக்க.
6. $BIRD$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

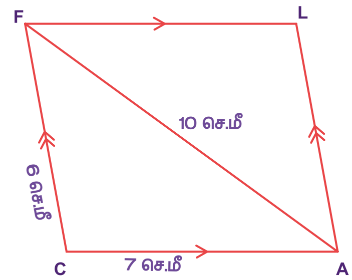
பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BIRD$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள். $= 6.5\times4.7 = 30.55$ ச.செ.மீ.

5.13.2 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.31

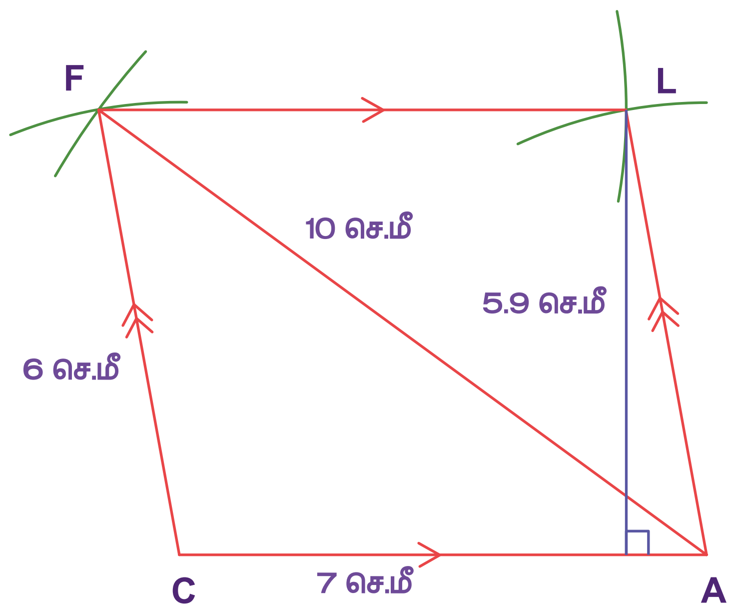
$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $CALF$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு:
$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ



படம் 5.50

வரைமுறை:

1. $CA=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. C மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை F இல் வெட்டட்டும்.
3. CF மற்றும் AF ஐ இணைக்க.
4. A மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை L இல் வெட்டட்டும்.
5. AL மற்றும் FL ஐ இணைக்க.
6. $CALF$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CALF$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times5.9 = 41.3$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 206 20-02-2020 01:47:43 PM

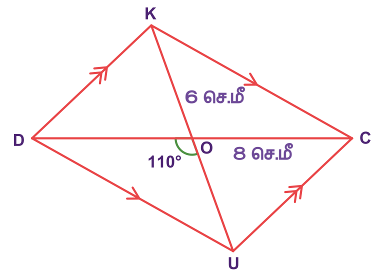
5.13.3 இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.32

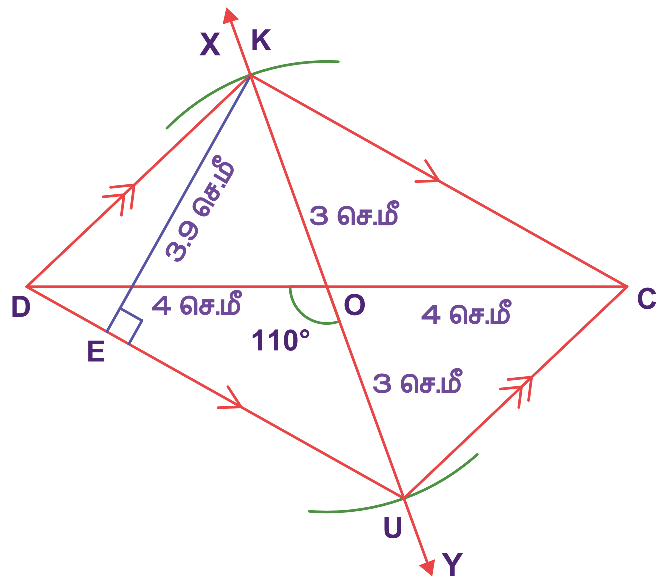
$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110°$ அளவுகளைக் கொண்ட $DUCK$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110°$



உதவிப்படம்



படம் 5.51

வரைமுறை:

1. $DC=8$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{DC}$ இன் மையப்புள்ளி O ஐக் குறிக்க.
3. O வழியாக $\angle DOY=110°$ என இருக்குமாறு $\overleftrightarrow{XY}$ என்ற கோடு வரைக.
4. O ஐ மையமாகக் கொண்டு $\overline{DC}$ இன் இரு புறங்களிலும், $\overleftrightarrow{XY}$ இன் மீது 3 செ.மீ ஆரமுள்ள இரண்டு வட்ட விற்களை வரைக. அவை $\overrightarrow{OX}$ ஐ K இலும், $\overrightarrow{OY}$ ஐ U இலும் வெட்டட்டும்.
5. $\overline{DU}, \overline{UC}, \overline{CK}$ மற்றும் $\overline{KD}$ ஐ இணைக்க.
6. $DUCK$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DUCK$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 5.8\times3.9 = 22.62$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 207 20-02-2020 01:47:47 PM

5.13.4 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

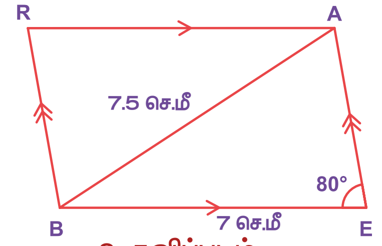
எடுத்துக்காட்டு 5.33

$BE=7$ செ.மீ, $BA=7.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $BEAR$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

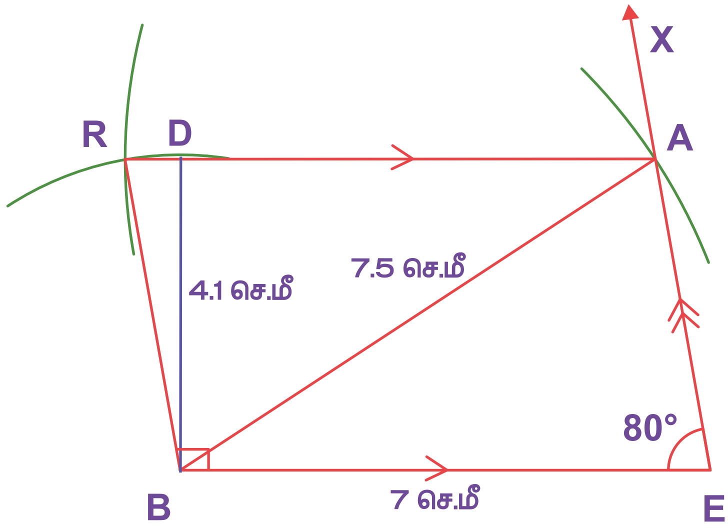
தீர்வு:

தரவு:

BE=7செ.மீ, BA=7.5செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80^\circ$



உதவிப்படம்



படம் 5.52

வரைமுறை:

1. $BE=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BE}$ இன் மீது E இல் $\angle BEX=80^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. B ஐ மையமாகக் கொண்டு 7.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைந்து, BA ஐ இணைக்க.
4. B ஐ மையமாகக் கொண்டு, $\overline{AE}$ ன் நீளத்திற்குச் சமமான ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
6. BR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
7. $BEAR$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BEAR$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times 4.1 = 28.7$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 208 20-02-2020 01:47:50 PM

5.14 சாய்சதுரம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் சாய்சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம்

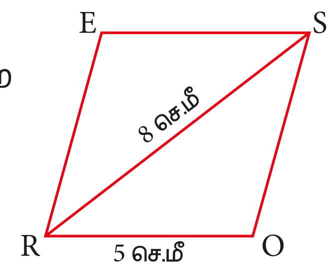
(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்

(iv) ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

5.14.1 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.34

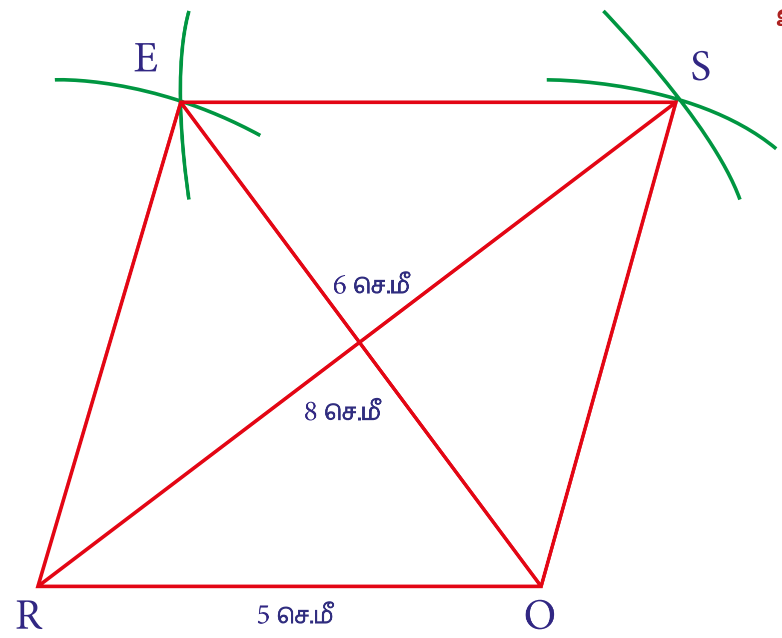
RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட ROSE என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ



படம் 5.53

வரைமுறை:

1. RO = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. R மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.
3. RS மற்றும் OS ஐ இணைக்க.
4. R மற்றும் S ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.
5. RE மற்றும் SE ஐ இணைக்க.
6. ROSE என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

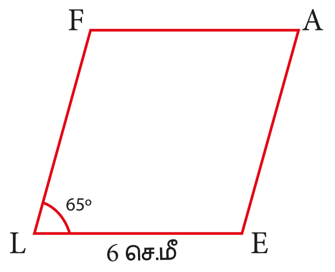
ROSE என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள் $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 209 20-02-2020 01:47:51 PM

5.14.2 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.35

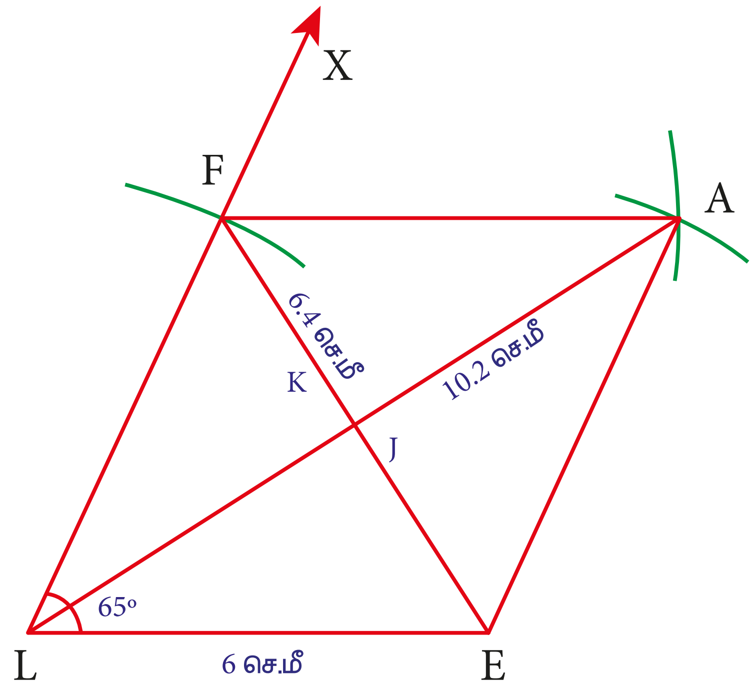
LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65^\circ$ அளவுகள் கொண்ட LEAF என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65^\circ$



படம் 5.54

வரைமுறை:

1. LE = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. LE கோட்டுத்துண்டின் மீது L இல் $\angle ELX = 65^\circ$ ஐ வரைக.
3. L ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ F இல் வெட்டட்டும்.
4. E மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
5. EA மற்றும் AF ஐ இணைக்க.
6. LEAF என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LEAF என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

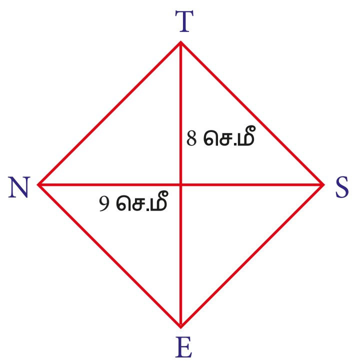
$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times 10.2 = 32.64$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 210 20-02-2020 01:47:53 PM

5.14.3 இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.36

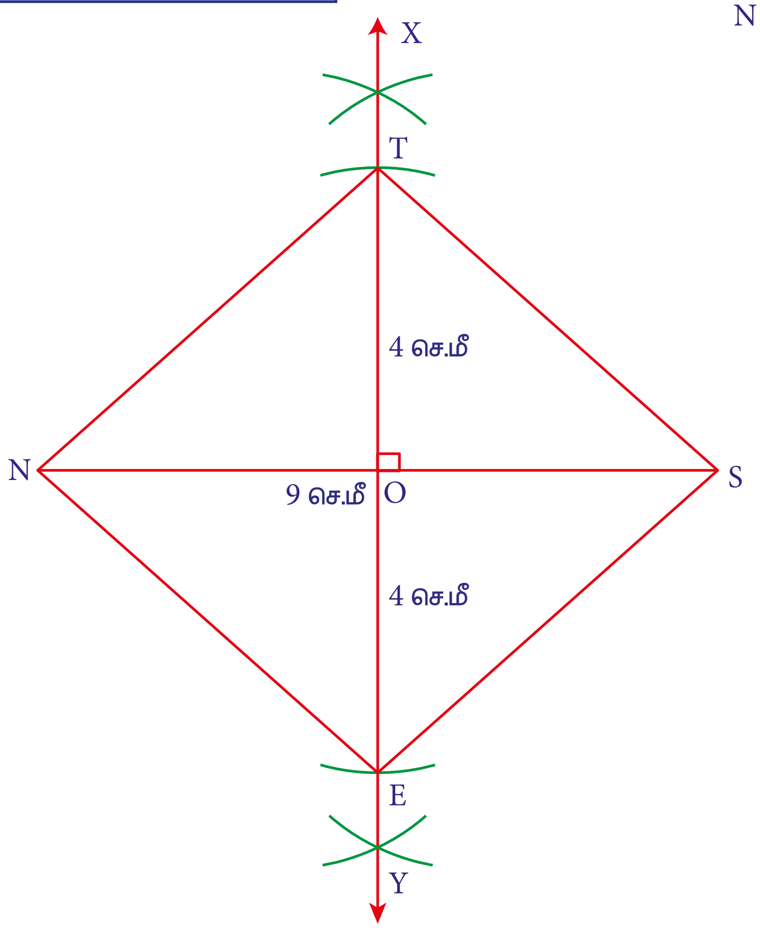
NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட NEST என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ



படம் 5.55

வரைமுறை:

1. NS = 9 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. NS இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது NS ஐ O இல் வெட்டட்டும்.
3. O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ T இலும் மற்றும் OY ஐ E இலும் வெட்டுமாறு வரைக.
4. NE, ES, ST மற்றும் TN ஐ இணைக்க.
5. NEST என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

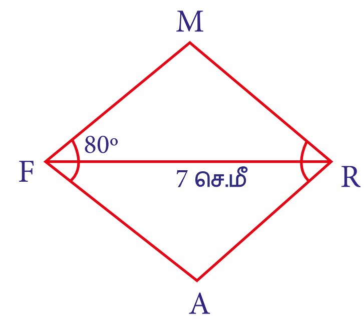
NEST என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள். $= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 211 20-02-2020 01:47:54 PM

5.14.4 ஒரு மூலைவிட்டமும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.37

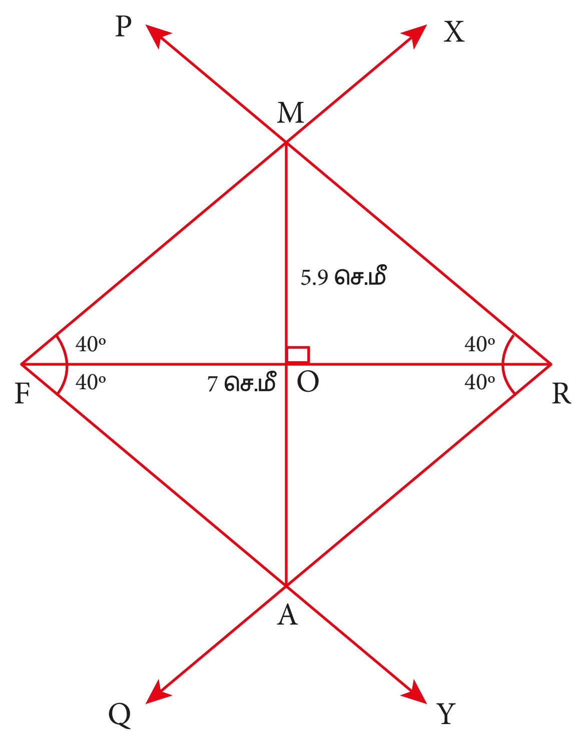
FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$ அளவுகள் கொண்ட FARM என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$



படம் 5.56

வரைமுறை:

1. FR = 7 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. F இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle RFX = \angle RFY = 40^\circ$ ஐ வரைக.
3. R இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle FRP = \angle FRQ = 40^\circ$ ஐ வரைக.
4. FX மற்றும் RP ஆனது M இலும், FY மற்றும் RQ ஆனது A இலும் வெட்டட்டும்.
5. FARM என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

FARM என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5.9 = 20.65$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 212 20-02-2020 01:47:55 PM

5.15 செவ்வகம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் செவ்வகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) நீளம் மற்றும் அகலம்

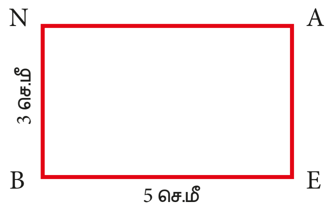
(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

5.15.1 நீளமும் அகலமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.38

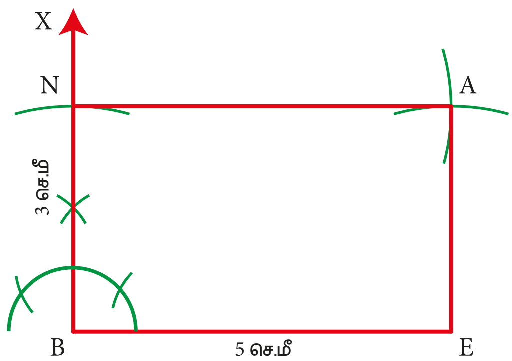
BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட BEAN என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு: BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ



படம் 5.57

வரைமுறை:

1. BE = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. B இல், $BX \perp BE$ ஐ வரைக.
3. B ஐ மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது BX ஐ N இல் வெட்டட்டும்.
4. E மற்றும் N ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
5. EA மற்றும் NA ஐ இணைக்க.
6. BEAN என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

BEAN என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 5 \times 3 = 15$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 213 20-02-2020 01:47:56 PM

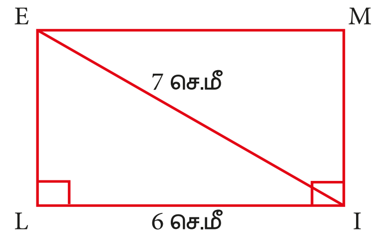
5.15.2 ஒரு பக்கமும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.39

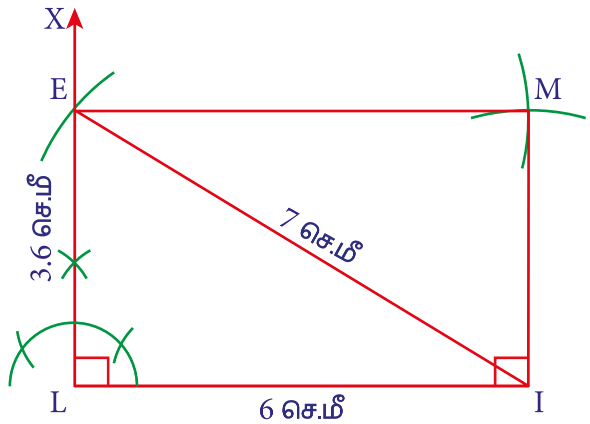
LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட LIME என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.58

வரைமுறை:

1. LI = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. L இல், $LX \perp LI$ ஐ வரைக.
3. I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ E இல் வெட்டட்டும்.
4. I மற்றும் E ஐ மையங்களாகவும், முறையே LE மற்றும் LI இன் நீளங்களை ஆரங்களாகவும் கொண்டு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.
5. IM மற்றும் EM ஐ இணைக்க.
6. LIME என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LIME என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 6 \times 3.6 = 21.6$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 214 20-02-2020 01:47:58 PM

5.16 சதுரம் வரைதல்

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் (ii) ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

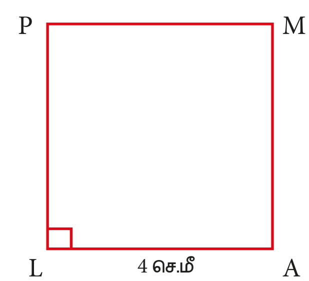
5.16.1 ஒரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.40

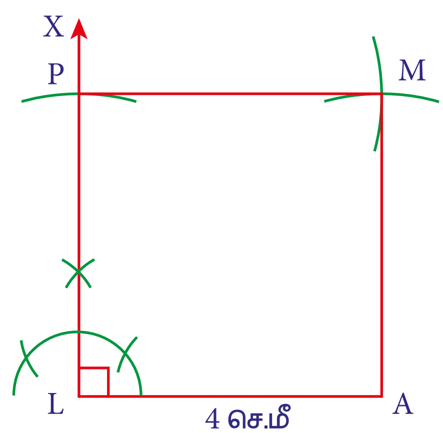
4 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட LAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: பக்கம் = 4 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.59

வரைமுறை:

1. LA = 4 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. L இல், $LX \perp LA$ ஐ வரைக.
3. L ஐ மையமாகக் கொண்டு, 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ P இல் வெட்டட்டும்.
4. A மற்றும் P ஐ மையங்களாகவும், ஒவ்வொன்றும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.
5. AM மற்றும் PM ஐ இணைக்க. LAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள்.

$= 4 \times 4 = 16$. ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 215 20-02-2020 01:47:59 PM

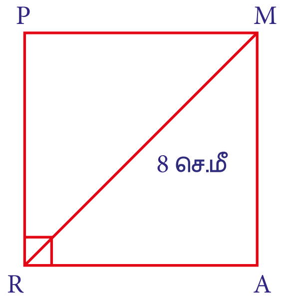
5.16.2 ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.41

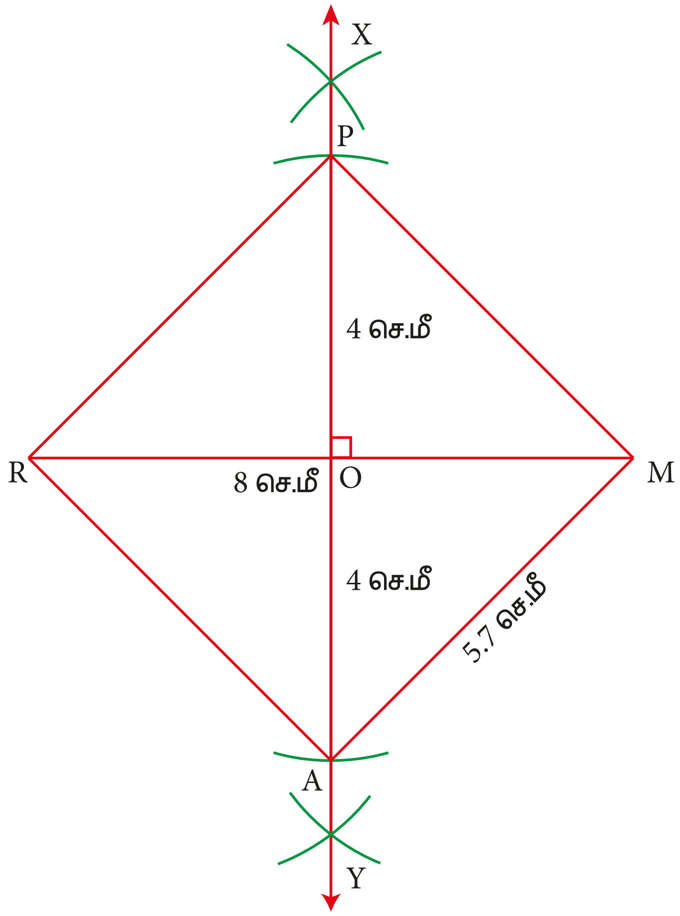
8 செ.மீ அளவுள்ள மூலைவிட்டம் கொண்ட RAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: மூலைவிட்டம் = 8 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.60

வரைமுறை:

1. RM = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. RM இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது RM ஐ O இல் இருசமக்கூறிடும்.
3. O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ P இலும் மற்றும் OY ஐ A இலும் வெட்டுமாறு வரைக.
4. RA, AM, MP மற்றும் PR ஐ இணைக்க.
5. RAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

RAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள் $= 5.7 \times 5.7 = 32.49$ ச.செ.மீ.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 216 20-02-2020 01:48:00 PM

பயிற்சி 5.5

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு பின்வரும் இணைகரங்களை வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) $ARTS$, AR=6 செ.மீ, RT=5 செ.மீ மற்றும் $\angle ART = 70°$

(ii) $CAMP$, CA=6 செ.மீ, AP=8 செ.மீ மற்றும் CP=5.5 செ.மீ.

(iii) $EARN$, ER=10 செ.மீ, AN=7 செ.மீ மற்றும் $\angle EOA = 110°$. $\overline{ER}$ மற்றும் $\overline{AN}$ ஆகியவை O இல் வெட்டுகின்றன.

(iV) $GAIN$, GA=7.5 செ.மீ, GI=9 செ.மீ மற்றும் $\angle GAI = 100°$.

II. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சாய்சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) FACE, FA= 6 செ.மீ மற்றும் FC = 8 செ.மீ

(ii) CAKE, CA=5 செ.மீ மற்றும் $\angle$A = 65°

(iii) LUCK, LC = 7.8 செ.மீ மற்றும் UK = 6 செ.மீ

(iv) PARK, PR = 9 செ.மீ மற்றும் $\angle$P =70°

III. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) HAND, HA = 7 செ.மீ மற்றும் AN = 4 செ.மீ

(ii) LAND, LA = 8 செ.மீ மற்றும் AD = 10 செ.மீ

IV. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) EAST, EA = 6.5 செ.மீ

(ii) WEST, WS = 7.5 செ.மீ

பாடச்சுருக்கம்

- சர்வசம உருவங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.
- வடிவொத்த உருவங்கள் ஒத்த வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். இதுவே பிதாகரஸ் தேற்றமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது G என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் செங்கோட்டு மையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் உள்வட்ட மையம் ஆகும். இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும்.
- எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரமே இணைகரமாகும்.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சாய்சதுரம் ஆகும்.
- அனைத்துக் கோணங்களும் செங்கோணங்களாகக் கொண்ட இணைகரமே செவ்வகம் ஆகும்.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சதுரம் ஆகும்.

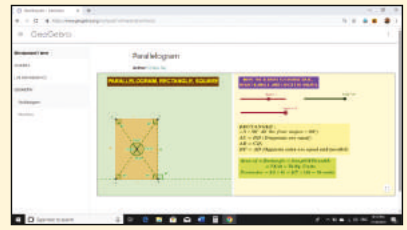
05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 217 20-02-2020 01:48:01 PM

இணையச் செயல்பாடு

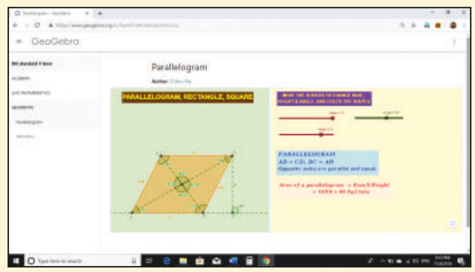
படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 'வடிவியல்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'இணைகரம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் நீங்கள் ஸ்லைடர்களை அடிப்படை, உயரம் மற்றும் கோணத்தை நகர்த்தலாம். இணையான வரைபடம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரமாக மாறுகிறது என்பதை சரிபார்க்கவும். பண்புகளை ஆய்வு செய்யவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்



படி 1



படி 2

B355_8_MATHS_TM

இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

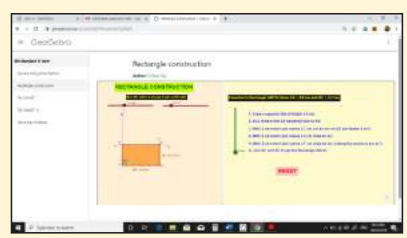
https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409576 மற்றும் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

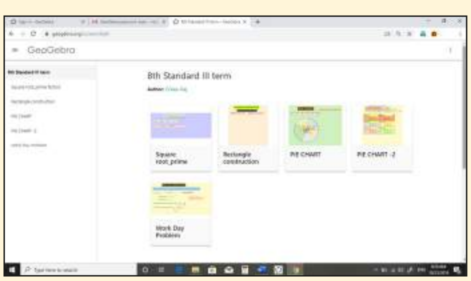
இணையச் செயல்பாடு

படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Rectangle Constraction' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

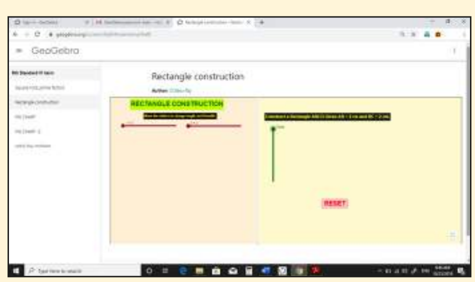
படி 2 செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தை மாற்ற ஸ்லைடர்களை இடது பக்கத்தில் நகர்த்தவும். ஸ்லைடரை படிப்படியாக வலதுபுறமாக இழுக்கவும். கட்டுமானத்திற்கான படிகளைப் பார்க்கவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்





படி 1



படி 2

B355_8_MATHS_TM

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r மற்றும் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

05_8th_Maths_Geometry_TM.indd 218 20-02-2020 01:48:02 PM